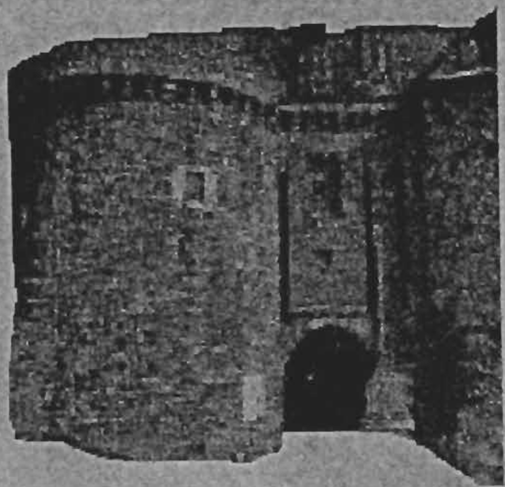
COPIRELEM

(Commission permanente des I.R.E.M pour l'enseignement élémentaire)



DOCUMENTS POUR LA FORMATION DES PROFESSEURS D'ÉCOLE

EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

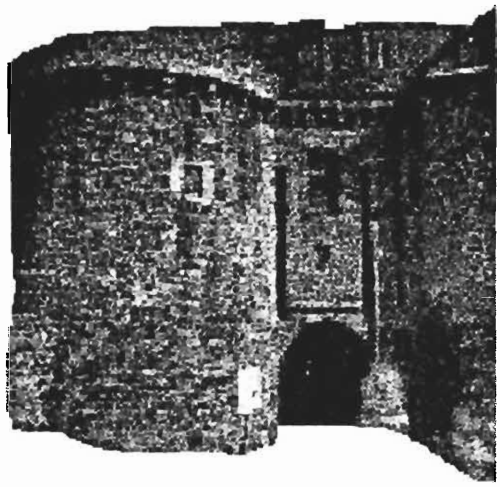
Tome V

Ouvrage collectif, à l'initiative de la **COPIRELEM**
issu du stage de **RENNES,** 25-29 mars 1996
(Stage de formation FHDH61CE de la Direction des Écoles)

Mise en page : Gabriel Le POCHE, site de RENNES de l'IUFM de Bretagne.
Imprimé par l'IREM de PARIS VII -mars 1997.

C O P I R E L E M

(Commission permanente des I.R.E.M pour l'enseignement élémentaire)



DOCUMENTS POUR LA FORMATION DES PROFESSEURS D'ÉCOLE

EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Tome V

Ouvrage collectif, à l'initiative de la **COPIRELEM**
issu du stage de **RENNES,** 25-29 mars 1996
(Stage de formation FHDH61CE de la Direction des Écoles)

Mise en page : Gabriel Le POCHE, site de RENNES de l'IUFM de Bretagne.
Imprimé par l'IREM de PARIS VII -mars 1997.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Le stage de Rennes 1996 est le 5° stage que la COPIRELEM (commission permanente des IREM pour l'enseignement élémentaire) organise sur le thème « éléboration de documents pour la formation des maîtres en didactique des mathématiques », après ceux de CAHORS 1991, PAU 1992, COLMAR 1993, ANGERS 1995.

Dans le cadre de l'appel d'offre pour le Plan National de Formation de la Direction des Ecoles 1995-96, la COPIRELEM a proposé un stage de réflexion et de production de documents sur les stratégies d'enseignement à des élèves en difficultés et les stratégies associées de formation de Professeurs des Ecoles.

Ce stage a été retenu par le Direction des Ecoles et s'est déroulé à Rennes en mars 96. Cette brochure en rassemble les conclusions.

La Direction des Ecoles a diffusé le texte intitulé « deux exemples de situation d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté » -cf page 9- auprès de toutes les circonscriptions de France en novembre 1996.

La réflexion sur ce thème se poursuivra à Besançon (stage FHDH01CE mars 97).

C.O.P.I.R.E.L.E.M

Commission Permanente des IREM sur
l'enseignement élémentaire
Lieu des réunions :
I.R.E.M de Paris 7, Université Denis
DIDEROT
Université Paris 7, Tour 56/55 - 3e étage
2, place Jussieu - 75251 Paris Cedex 05
Tel : 01 44 27 53 83 / 53 84
Fax : 01 44 27 56 08

Responsables :
J.Briand & C. Houdement
Adresse postale :
IREM d'Aquitaine
40 rue Lamartine
33400 Talence
tél 05:56 84 89 74
fax : 05 56 84 89 72

LISTE DES PARTICIPANTS, ANIMATEURS ET CONFÉRENCIERS

BONNET	Nicole	PIUFM	58000	NEVERS
HOUDEMENT	Catherine	PIUFM	76131	MONT ST AIGNAN
HUGUET	François	PIUFM	29191	QUIMPER
ARSLANIAN	Geneviève	IMF	62200	BOULOGNE SUR MER
AUBERTIN	Jean-Claude	PIUFM	25000	BESANCON
BARTH	Christian	PIUFM	07000	PRIVAS
BOSC	Renée	PIUFM	75016	PARIS
BRIAND	Joël	M. Conf.	33200	BORDEAUX
CATHALA	Marie Claude	IMFAIEN	78200	MANTES LA JOLIE
CLERVAUX	René	PIUFM	97300	CAYENNE
DEDET	Jean Marie	Inspecteur	78200	MANTES LA JOLIE
DEFAYE	Annie	IMFAIEN	87031	LIMOGES
DEFAYE	Yves	IMFAIEN	87000	LIMOGES
DELHAYE	Dominique	PIUFM	62230	OUTREAU
EURIAT	Jacqueline	PIUFM	88025	EPINAL
FENICHEL	Muriel	PIUFM	93190	LIVRY-GARGAN
GUILLOT	Denise	IMFAIEN	69780	MIONS
GUITTON	Roselyne	IMFAIEN	78124	LE CHESNAY
JULLEMIER	Guy	IMFAIEN	94100	ST MAUR DES FOSSES
KUZNIAK	Alain	PIUFM	27000	EVREUX
LAMANT	Mireille	PIUFM	33021	BORDEAUX
LE ROUX	Marie Lise	IMFAIEN	97400	ST DENIS
MICHIELS	Claire	IMF	64230	LESCAR
PAILLET	Michèle	PIUFM	75017	PARIS
PÉAULT	Hervé	PIUFM	49035	ANGERS
PEDROLETTI	Jean-Claude	PIUFM	25000	BESANCON
PELTIER	Marie-Lise	PIUFM	76131	MONT ST AIGNAN
PINEAU	Marcel	CPAIEN	41000	BLOIS
RIMBAULT	Claude	PIUFM	22022	SAINT BRIEUC
SALIN	Marie-Hélène	M. Conf.	33200	BORDEAUX
TAVEAU	Catherine	PIUFM	93190	LIVRY GARGAN
TRINIDAD	Marie-José	IMF	88000	EPINAL
VERGNES	Danielle	PIUFM	92160	ANTHONY
VINCENT	Jean	PIUFM	51037	CHALON SUR MARNE
BUTLEN	Denis	M. Conf.	77008	MELUN
LE POCHE	Gaby	PIUFM	35043	RENNES
MASSELOT	Pascale	PIUFM	77008	MELUN
PAUVERT	Marcelle	PIUFM	93190	LIVRY-GARGAN
PEZE	Christiane	IMF	33705	MERIGNAC
SENSEVY	Gérard	IMF	83140	SIX-FOURS
PERRIN	Marie-Jeanne	M. Conf.	62000	ARRAS
JULO	Jean	M. Conf.	35042	RENNES
COULET	Jean-Claude	M. Conf.	35043	RENNES

PARTIE I

L'apprentissage et ses difficultés

1. Elèves en difficulté

collectif (projet de D. Butlen)

2. Classes multiniveaux

F. Huguet

3. Apprentissages numériques

Multiplication en Z.E.P

N. Bonnet

Décimaux au Collège

collectif (projet de J. Briand)

Titre	Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté
Auteurs	Texte collectif de la COPIRELEM sur la base d'un projet de D. Butlen
Date	Juin 96
Résumé	Il s'agit d'une part, de l'analyse des difficultés des élèves de l'école primaire et d'autre part,de deux exemples d'activités essayant de répondre à certaines de ces difficultés.

DEUX EXEMPLES DE SITUATIONS D'ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES S'ADRESSANT À DES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ

A. INTRODUCTION

Cette contribution s'appuie sur les résultats de recherches sur l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté de l'école primaire effectuées par D. Butlen et M. Pezard [5], par M.J. Perrin-Glorian[12, 13, 14]. Tout enseignement se proposant de lutter contre l'échec scolaire doit proposer aux élèves des situations d'apprentissage prenant en compte les caractéristiques spécifiques d'un public en difficulté.

Dans un premier temps, nous essayons de décrire quelques traits caractéristiques des élèves en difficulté, et nous dégageons certaines pratiques professionnelles d'enseignants s'adressant à un classe comprenant beaucoup d'élèves en échec.

Nous nous appuyons sur cette analyse pour décrire dans un second temps un dispositif de remédiation. Nous proposons ensuite des éléments de réponse aux questions suivantes :

1. Comment, à partir de la production régulière d'écrits collectifs résumant ce qui a été appris pendant une période donnée, aider les élèves à formuler, décontextualiser et plus généralement retenir les notions fréquentées en classe ?

Comment "des situations de rappel" peuvent-elles contribuer à cela ?

Comment utiliser ces phases de rappel, pour dépasser la simple description et le stade de l'action afin d'apprendre aux élèves à anticiper sur les apprentissages scolaires ?

2. Comment aider les élèves à résoudre un problème complexe, en leur apportant des aides limitées, sans réduire la tâche à une simple exécution de règles et sans limiter le sens mathématique de la situation ?

<u>I) Comment se manifestent les difficultés des élèves de l'école élémentaire ?</u>

Nous nous appuyons sur deux articles : "Réflexions sur le rôle du maître dans les situations didactiques à partir du cas de l'enseignement à des élèves en difficulté - PME 1992, M.J Perrin" et "Une expérience d'enseignement des mathématiques à des élèves de 6ème en difficulté, Repères-IREM n°3, Topiques-Editions (1991), M.J. Perrin-Glorian et D. Butlen".

Voici plusieurs caractéristiques d'un élève en difficulté en mathématique qui ne se retrouvent pas forcément toutes chez le même élève ; cependant, on constate souvent un effet d'accumulation à long terme.

Difficulté à capitaliser le savoir

Ces élèves ont du mal à retenir le cours, à mémoriser vocabulaire et propriétés. L'apprentissage par coeur n'apporte pas de solution ; on a pu constater, en sixième par exemple, que des élèves connaissent parfaitement deux définitions de la médiatrice d'un segment mais ne savent pas les utiliser pour résoudre un exercice.

Manque de confiance dans les connaissances anciennes

L'absence de connaissances antérieures solides auxquelles il convient de se référer contribue chez ces élèves à un manque d'organisation et d'intégration des savoirs nouveaux : pour certains enfants, rien n'est sûr, tout peut toujours être remis en question, puisqu'ils ont l'habitude de se tromper.

Carence dans les représentations mentales et absence de projet implicite de réinvestissement

Il y a souvent, chez les élèves en difficulté, un divorce entre les situations d'action qui devaient servir à donner du sens aux notions enseignées et l'institutionnalisation(2) qui est faite ensuite par le maître.
Par exemple, pour introduire la notion de fraction, il est usuel d'amener les élèves à partager, par pliage ou report, des segments en parties égales ; les élèves en difficulté ne retiennent de cette séance que l'activité manipulatoire alors que d'autres y voient en plus l'illustration d'une définition de la fraction. Pour ces derniers, la notion de fraction prend du sens.

Au cours de l'action, dans les premières situations qui permettent d'aborder une notion nouvelle, on ne voit pas beaucoup de différences entre les élèves "ordinaires" ou ceux qui sont en difficulté.
En revanche, la différence entre ces deux types d'élèves s'accentue très vite dès qu'ils ont à réutiliser les connaissances nouvelles dans d'autres situations. Le savoir institutionnalisé par le maître, même dans le cas où il est mémorisé, semble coupé des situations d'action qui lui ont donné naissance et ne peut être utilisé pour résoudre de nouveaux problèmes.

Les élèves qui ne rencontrent pas ce type de difficulté ont conscience que dès le début de l'activité, ce qu'ils vont faire pourra être réutilisé dans d'autres situations, autrement dit dans un autre contexte. Ils se créent des représentations mentales non seulement pour résoudre le problème posé mais pour pouvoir en rappeler et réutiliser des éléments à l'occasion d'autres problèmes. Ceci leur permet de réinvestir partiellement une connaissance, même si elle n'est pas encore totalement identifiée.

Pour d'autres enfants, ce "transfert" ne se fait pas à l'occasion d'autres problèmes et ne peut se faire, ne peut pas se faire car ils ne résolvent le problème que dans les termes où il est posé sans idée de généralisation. Cela empêche la capitalisation et la mémorisation des connaissances. Ainsi, pour eux, chaque expérience est nouvelle, ou plus exactement, ils ne reconnaissent que le

(2) Institutionnalisation : phase de la séance où le maître extrait, souligne, pointe l'important mathématique ou méthodologique.

contexte : "on a plié des bandes de papier, on a découpé des rectangles...

Absence d'identification de l'enjeu des situations d'enseignement

L'élève en difficulté identifie mal les enjeux d'apprentissage ; il ne résout pas toujours le même problème que ses pairs, ni le problème que le maître pense avoir posé. L'élève en reste souvent au niveau de l'action et ne peut faire le lien avec d'autres expériences et d'autres apprentissages.

Lassitude et manque d'investissement

Ce manque d'investissement se fait en particulier sentir dans les contrôles écrits et dans le travail à la maison où un certain nombre d'élèves n'aborde pas une partie des questions. Ceci est sans doute à mettre en relation avec un certain manque de méthodes et un défaut de confiance dans la réussite.

En classe, certains élèves peuvent se lasser très vite d'une situation. Il est de ce fait très difficile de mener à terme son exploitation de la situation et de tirer les bénéfices de la recherche amorcée.
Certaines situations, lorsqu'elles sont perçues par les élèves comme nouvelles, les "accrochent" particulièrement. Ces situations restent alors plus facilement dans la mémoire des élèves et peuvent jouer le rôle de situations de référence.

Manque de méthodes

Les élèves ne savent pas comment aborder un problème. Le plus souvent, ils essaient de se souvenir du cours mais par contre, ils ne savent pas comment l'utiliser. Ils semblent manquer de situations complexes de référence, ce qui les amène à se précipiter sur la recherche d'une opération à effectuer ou d'une règle à appliquer. De plus, ils ne prennent souvent en compte qu'une partie de l'information et ont du mal à l'organiser pour se faire une représentation du problème.
Le manque de méthodes et d'investissement rend plus difficile le travail à la maison (par exemple lors de l'apprentissage des tables de multiplication).

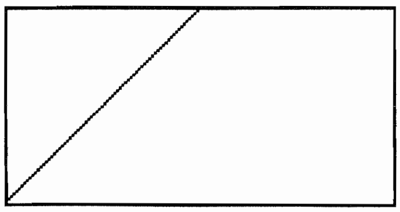
Difficulté de socialisation et recherche d'une relation privilégiée avec l'adulte

Le travail de groupe et les phases collectives sont très difficiles à gérer parce que les élèves, comme ils le reconnaissent eux-mêmes, lors d'entretiens individuels, ont des difficultés pour communiquer : ils ont du mal à s'exprimer, certains n'en ont pas envie, ils sont incapables d'écouter leurs camarades et de respecter des règles élémentaires de prise de parole. Ils recherchent une relation privilégiée avec l'adulte.

Certaines activités permettent toutefois de favoriser le travail en groupe. Par exemple, celles qui utilisent l'informatique rendent la collaboration entre élèves nécessaire : les conditions matérielles sont particulières et le professeur n'est plus alors l'interlocuteur privilégié. En revanche, le travail sur ordinateur rend quasiment impossible les phases collectives car les élèves acceptent mal de d'interrompre le travail en groupe : la machine joue un rôle "attracteur" et ils travaillent à des rythmes différents. Le bilan doit donc être fait dans une séance ultérieure.

Recherche d'algorithmes

Les élèves cherchent à utiliser le plus possible des algorithmes qui constituent des économies de pensée. Dès le début de l'apprentissage d'une notion, ils se construisent des règles de fonctionnement qui, souvent, ne prennent en compte qu'une partie de l'information et qui ont des domaines de validité très restreints, voire nuls. Par exemple, au moment de l'apprentissage des fractions , dès la première séance, l'écriture fractionnaire a été liée au à une action de report de longueur : 1/3 est la mesure de la longueur qui se reporte 3 fois dans l'unité. Les élèves retiennent le report mais non le rôle de l'unité.
Ainsi, alors qu'il s'agissait d'évaluer des portions de feuille de papier par rapport à la feuille entière, trois groupes d'élèves qui avaient évalué 2 pièces dont la réunion faisait une demi-feuille (figure ci-dessous), ont bien évalué le triangle en disant qu'il se reportait 4 fois dans la demi feuille mais ont estimé à tort que le trapèze valait 1/3 car le triangle se reportait 3 fois dans le trapèze.



Cela pose le problème de l'équilibre à adopter lors des bilans. Si il n'y a pas d'institutionnalisation à l'issue d'une phase de recherche, les élèves ne retiennent que le contexte et une partie de l'action sans réflexion sur celle-ci. Mais, dès qu'il y a institutionnalisation, une règle, éventuellement erronée s'installe, qui est souvent utilisée sans référence au sens. Le maître se trouve alors contraint de déstabiliser ces règles aussitôt qu'elles s'installent, ce qui les fragilise davantage.

Difficultés à changer de point de vue

Une notion abordée dans un contexte est difficile à réutiliser dans un autre contexte. Par exemple, des élèves capables de résoudre des problèmes de proportionnalité dans un cadre numérique se retrouvent démunis devant un problème d'agrandissement de figures. Ils sont souvent incapables de percevoir le caractère communs à ces deux problèmes.
Problème d'expression et de lecture

A l'oral comme à l'écrit, les élèves en difficulté ne réussissent pas à faire des phrases simples ayant un sens, ni à utiliser correctement le vocabulaire. Leur expression est presque toujours partielle et imprécise : "la médiatrice, c'est la perpendiculaire" ; pour construire la médiatrice d'un segment, "on met le compas au milieu". Il ne se dégagent pas de leurs actions.
En outre, la plupart rencontrent de grandes difficultés pour décoder, seuls, un texte de problème et prendre en compte la totalité de l'information.

Les problèmes de langage, d'expression et de lecture, sont ainsi à l'origine de difficultés mathématiques, qui sont au moins de trois ordres différents : la prise d'information, la conceptualisation, la production.

Les situations du quotidien, parfois considérées comme plus "motivantes"

Ces situations avec lesquelles les élèves ont une certaine familiarité, utilisent souvent des modes de raisonnement non conformes à ceux que l'on attend dans un cours de mathématiques. Il peut ainsi s'installer un véritable malentendu et une communication absurde entre le professeur et certains élèves. Par ailleurs, certains élèves refusent l'intrusion de la vie courante dans le cadre scolaire car cela leur rappelle trop leur vie quotidienne. L'expérience des élèves dans la vie quotidienne peut être utilisée à condition de poser aux enfants de véritables problèmes.

Représentation de soi de l'élève

Leur situation d'échec à l'école contribue à donner aux élèves en grande difficulté une image dévalorisée d'eux-mêmes. Cette image et la représentation qu'ils se font de leur place par rapport aux autres élèves de la classe ont des répercussions sur toute leur vie scolaire, y compris la difficulté à accepter certaines formes de travail (en groupes notamment).

2. Comment l'enseignant répond-il aux contraintes liées à une classe comportant de nombreux élèves en difficulté ?

L'enseignant est souvent impliqué dans un cercle vicieux : celui de la simplification des situations et de la "négociation à la baisse" des consignes (voir [12]).

Face à un élève qui :
- ne projette pas en terme d'apprentissage l'activité proposée,
- n'arrive pas à prendre en compte tous les cadres intervenant dans une situation,
- ne réinvestit pas dans une situation où se conjuguent ancien et nouveau savoir (la situation étant trop vite usée)
- ne perçoit pas le problème dans sa globalité,
- manque de méthode pour assumer seul, la résolution globale du problème,
- recherche des règles simples lui permettant de fournir une réponse quelconque,

l'enseignant est amené à :
- simplifier le problème posé, souvent à la demande de l'élève ou bien par souci d'anticiper un risque d'échec (donc d'abandon),
- poser des questions intermédiaires dont la réponse ne demande pas une prise en charge du problème général,
- proposer des algorithmes simples de résolution, des règles ou des opérations,
- concentrer son discours sur l'apprentissage de résultats du cours ou de savoir-faire algorithmisés
- réduire les situations à des répétitions d'autres situations non menées à terme, ou à des activités algorithmisées.

On rentre alors dans un cercle vicieux qui va amener un appauvrissement des apprentissages et un renforcement des difficultés : l'élève se représente plus difficilement le problème, n'assume pas la responsabilité de la recherche, est réduit à un rôle d'exécutant....

L'enseignant a, de plus, tendance à se limiter à un domaine, le plus souvent numérique, rendant ainsi encore plus difficile les changements de point de vue ; il juge alors plus sage "*de faire le moins de mélanges possibles pour ne pas compliquer davantage les choses*"

3) Les idées retenues pour une remédiation

Une remédiation doit s'appuyer sur divers modes d'intervention et ne pas se limiter au niveau individuel. Elle doit être intégrée à l'apprentissage en cours ; une dialectique du réinvestissement et de la réussite doit s'instaurer entre les apprentissages collectifs et le "rattrapage" individuel ou par petits groupes.

Elle doit se construire autour de situations suffisamment complexes (pour donner du sens aux notions) mais pas trop difficiles, pour ne pas démobiliser les élèves.

Il est également nécessaire de s'appuyer sur les acquis des élèves et de les mettre en valeur.

Elle doit commencer suffisamment tôt dans l'année car elle nécessite la mise en place de méthodes de travail différentes.

Elle ne se limite pas aux seuls apprentissages mathématiques mais doit viser à la réduction des difficultés exposées dans le premier paragraphe.

Nous allons maintenant développer deux exemples de situations qui s'inscrivent dans un processus plus complet de remédiation (au sens de nouvelle médiation au savoir) : ils s'inscrivent dans un dispositif diversifié tant au niveau des contenus (mathématiques, métamathématiques, métacognitifs) que des modes de gestion (aide individuelle, travail en petits groupes homogènes, travail en groupes hétérogènes, travail en groupe classe...)

B) UNE PREMIÈRE SITUATION : CONSTRUCTION D'UNE MÉMOIRE COLLECTIVE ET ÉCRITE

---

1. Présentation de l'activité

Nous décrivons ici un processus mis en oeuvre de mars à juin 1991, dans une classe de CE2 d'un quartier défavorisé de Seine et Marne ([5]).

Chaque semaine, deux élèves sont chargés de rédiger et d'écrire sur le cahier "mémoire de la classe", un résumé de cinq à dix lignes sur ce qui a été appris pendant la semaine en mathématiques.
Ce texte est soumis à la critique de la classe qui peut l'amender et le préciser. La nouvelle version, rédigée collectivement, est adoptée et devient le texte de la classe.
Dans le débat collectif, la parole est donnée prioritairement aux élèves chargés de la rédaction. Le maître s'attachera à valoriser leur production mais aussi à solliciter le reste de la classe afin de l'enrichir.
Cette gestion doit être souple. Le maître sollicite les élèves mais ce sont eux, collectivement, qui définissent les notions à retenir et les corrections à effectuer. Le texte final est celui des élèves, ce n'est pas la synthèse du professeur. Bien sûr, le maître doit attirer l'attention des élèves sur les erreurs mathématiques éventuelles et leur donner les moyens de les corriger collectivement.
La gestion du débat doit tenir compte de la personnalité propre de chaque élève. Mis à part les cas de "blocage", le maître ne doit pas donner la parole systématiquement aux "bons" élèves. Il peut s'appuyer, pour alimenter le débat, sur des élèves de niveau moyen ou faible, susceptibles de prendre aisément la parole et de faire des propositions constructives, voire contradictoires. Il doit, simultanément, solliciter les élèves faibles.

Au besoin, il prend ponctuellement en charge la mise au point de certaines formulations mais s'interdit toute intervention portant sur le sens, le contenu, la nature des propositions. Il anime le débat mais ne prend pas position.

2. Objectifs de la situation

Cette situation ayant pour but de construire une mémoire collective et écrite du travail de la classe est une situation de rappel. Elle a un triple but : diagnostic, apprentissage et régulation.

Diagnostic : le maître peut savoir ce que les élèves retiennent des activités de mathématiques faites en classe, ce qui est important pour eux, et il peut connaître certaines de leurs conceptions. La régularité de ces séances permet de reconstruire l'histoire de l'appropriation des notions enseignées : il est ainsi possible de recueillir des indices sur le niveau de disponibilité de ces connaissances chez les élèves.

Apprentissage, institutionnalisation : ces séances de mémoire collective où les élèves doivent produire un écrit collectif permettent d'aider :
- à la dépersonnalisation du savoir en suscitant une rédaction collective
- à la décontextualisation du savoir en suscitant une formulation tendant à exclure tout exemple particulier qui n'a pas un caractère générique
- à la construction et à l'appropriation des notions et méthodes étudiées
- à l'utilisation ultérieure de ces nouvelles notions .

Régulation : le maître peut utiliser cette mémoire collective écrite, pour orienter son travail, revenir sur certaines notions ou certains épisodes et enrichir son enseignement.

Grâce à des feed-back sur les situations d'apprentissage, leurs conditions, contraintes et objectifs, les élèves peuvent être amenés à mieux comprendre les paroles du professeur lors des phases de bilan et à mesurer après coup, les enjeux didactiques (importance de ce qui a été appris, utilisation possible dans d'autres problèmes, dans d'autres domaines) et finalement être capable d'anticipation à propos des apprentissages visés par la situation.

3. Quelques éléments chronologiques

Séances 1 et 2 : rappel oral sur ce qui a été fait depuis le début de l'année.
Les élèves citent essentiellement des thèmes numériques et, en géométrie, les représentations figuratives ou conventionnelles. Ils ne parlent pas en terme d'apprentissage ("*j'ai appris ... telle notion...*"), ni a fortiori en termes de concepts. Ils décrivent les séances antérieures en termes d'action : par exemple, pour la pesée d'un objet (apprentissage en cours) : "*on pose sur la balance...., il y a équilibre quand la flèche c'est au milieu,* "
La séance suivante est du même type.

Séances 3 et 4 :
Le texte initial écrit par les deux élèves responsable est le suivant :
"*Nous avons travaillé sur les balances. Il peut avoir des masses de 1 kg, 500 g 200 g 100 g 50 g 20 g 10 g 5 g 2 g et 1 g. Le lièvre pèse 1 kg 500, je mets une masse de 1 kg et une autre de 500 g.*"
Le maître demande : " *vous avez fait autre chose ?*"

Les élèves tentent d'évoquer un travail sur les opérateurs multiplicatifs.
Nous constatons, au départ, une incapacité à formuler ce qui a été fait :
"*On a fait un tableau*"
A la question de l'animateur du débat : "*A quoi ça sert ?*", ils répondent "*ça sert à trouver des multiples*" . Les élèves décrivent les connaissances qui ont effectivement fonctionné dans l'activité. Une réflexion collective plus approfondie sur la notion de multiple, amène certains élèves à dépasser le stade de l'exemple, pour tenter une définition d'un multiple

d'un nombre : "*un multiple c'est le total de trois contre un autre nombre*".

A la séance suivante, à la question de l'animateur du débat : "*comment reconnaître un multiple de sept ?*", des élèves répondent :
- *il est dans la table de sept."*

-*"on a multiplié un nombre par sept"*
On a ici, un exemple de prise de conscience a posteriori du savoir réellement en jeu. Ce savoir peut alors être institutionnalisé pour certains élèves.
Cette séance constitue pour nous une initialisation d'un projet d'éducation : il s'agit d'apprendre à l'élève à penser "*qu'est-ce que j'ai appris*" et non plus *"qu'est-ce que j'ai fait ?*"".

Ce sont les meilleurs élèves qui font à ce stade le cheminement, mais on peut faire l'hypothèse que cela profite aux autres élèves et que cela entraîne une dynamique dans la classe.

Séances 5 et 6 : les enfants se rappellent avoir travaillé sur les quadrilatères et en donnent spontanément une "définition". Par contre, dans un premier temps, ils décrivent en terme d'action le travail sur les angles droits *("j'ai posé l'équerre").*
Une discussion collective entre élèves, en réponse à une demande insistante de nouvelle formulation de la part du maître, les amène à passer de la phrase " *on a regardé avec une équerre s'il y avait des angles droits*" à la phrase "*on a appris à reconnaître les angles droits avec l'équerre et à tracer un angle droit avec la règle et avec l'équerre*".
De même, à la séance suivante, les élèves se rappellent "*avoir mesuré les longueurs et les largeurs"*, mais ils ne savent plus du tout pourquoi !
Il a fallu une nouvelle intervention du maître précisant le but de cette activité pour que le texte adopté par toute la classe soit : "*Dans un rectangle, il y a quatre angles droits, on a mesuré les longueurs et les largeurs ; on a observé que les côtés opposés du rectangle avaient la même longueur"*.
Ces séances permettent à la classe de construire la mémoire collective des activités effectuées en terme d'apprentissage. Nous constatons que le contrat se transforme peu à peu mais qu'il est parfois nécessaire que le maître précise les finalités des activités en terme d'apprentissage.

Les séances suivantes font toutes référence à un travail sur la division.

Nous notons les premiers effets de ce nouveau contrat. Les élèves, dans un premier temps de rappel , après une séance de résolution de problème de division, citent un tableau permettant de trouver le quotient par encadrement et écart au but. C'est un exemple de mélange de projet d'apprentissage et de description de la résolution d'un problème par un algorithme formel. Lors d'un deuxième rappel, tout de suite, les élèves décrivent l'activité faite en classe en terme d'apprentissage : "*nous avons travaillé sur la division"* alors que l'activité consistait seulement en l'utilisation d'un matériel multi-base permettant de simuler un partage de centaines, dizaines et unités et que le maître n'avait pas mentionné ce mot. Les deux élèves chargés de la rédaction initiale ont consulté leur manuel à la page de l'exercice et retenu le titre de la séquence pour décrire l'activité.

4. Conclusion

Analysons les effets de cette activité :

- du côté de l'élève :

Ces feed-back périodiques et étiquetés en tant que tels, permettent à la classe, collectivement, de décrire les activités effectuées en terme d'apprentissage.

Ils permettent à certains élèves, de dépasser le stade de la description de l'action pour comprendre, après coup, le but de l'activité. On peut donc espérer que lors de cette nouvelle institutionnalisation, le savoir en jeu ne sera pas aussi séparé de l'action que précédemment. Cela peut initialiser l'attitude consistant, pour l'élève, à anticiper dès la présentation d'une activité, sur l'institutionnalisation à venir. Nous pensons de ce fait avoir une action sur le projet d'apprentissage de l'élève et sur le contrat didactique en vigueur dans la classe.

Nous avons déjà signalé les difficultés de socialisation des élèves, en particulier leurs réticences à travailler en groupe. Ce type d'activité semble avoir des incidences sur ces comportements, en effet :

- les deux élèves chargés de rédiger le texte sont responsables devant la classe,
- lors des discussions, la classe entière et les élèves en difficulté en particulier, bénéficient de l'apport des bons élèves qui interviennent surtout quand il s'agit de faire progresser la formulation.

- du côté du maître :

Cela lui permet de hiérarchiser les institutionnalisations : les formulations sont de plus en plus décontextualisées.

A la demande des élèves le maître est amené à clarifier ses objectifs et à les expliciter. Le contrat est ainsi lui aussi plus explicite.

C'est un outil de diagnostic qui contribue à une meilleure régulation de la classe.

C) COMMENT AIDER LES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ LORS DE LA RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME SANS RÉDUIRE LA CONSTRUCTION DU SENS DES NOTIONS MATHÉMATIQUES ?

Nous allons montrer sur deux exemples comment le maître peut apporter des aides aux élèves lors de la résolution de problèmes numériques sans pour autant rendre le problème trop simple.

1) Le jeu de l'autobus en CE2

Le problème est le suivant : *"dans un autobus, il y a **n** voyageurs. À un arrêt, il en "monte" **a** et en "descend" **b**. Combien y a-t-il de voyageurs quand l'autobus repart ?"*

Les valeurs de n, a et b sont fixées par le maître. Il peut inverser les termes monter et descendre et choisir b plus grand que a.

Il y a deux types de procédures pour résoudre un problème de ce type :

- une procédure E portant sur les états qui revient à considérer un état initial E1 (n personnes), à lui appliquer une transformation T1 (ajouter a) et à en déduire un état intermédiaire E2 (n + a = n' voyageurs), à appliquer à E2 la transformation T2 (retrancher b) et en déduire un état final E3 :
[(n" = n+a)-b =n' - b]
- une procédure T portant sur les transformations : elle revient à considérer un état initial E1 (n voyageurs) à évaluer un transformation T3 obtenue par composition des transformations T1 et T2 (a - b), à appliquer cette transformation à E1 afin d'en déduire l'état final E2 n" = n + (a- b).

Les travaux de G. Vergnaud montrent que ces procédures correspondent chez les élèves, à des étapes cognitives différentes. Pouvoir mettre en oeuvre ces deux types de procédures est la preuve d'une certaine maîtrise des structures additives. Certains élèves en difficulté du cycle 3 n'arrivent pas à mettre en oeuvre la procédure de composition de transformations. Cela les conduit à l'échec, quand les opérations font intervenir des "grands" nombres ou quand il y a des retenues.

Pour faire acquérir durablement ce type de procédure, on peut envisager de jouer à la fois sur les variables numériques intervenant dans l'énoncé et sur la forme de travail .

Dans un premier temps, le maître propose de résoudre ce problème mentalement. Il fait varier n entre 20 et 40 et a et b entre 2 et 10.
Il propose plusieurs exercices de ce type, plusieurs jours de suite. Dans chaque cas, il demande aux élèves d'expliciter leurs procédures de résolution.
Quand les opérations à effectuer mentalement comportent des "passages à la dizaine" comme par exemple pour 25 + 8 - 4, certains élèves composent les transformations en jeu. Bien que cette procédure soit explicitée, les autres élèves ne la réinvestissent pas dans les calculs ultérieurs.

Après s'être assuré que les élèves sont familiarisés avec le problème et qu'ils réussissent fréquemment dans ce domine numérique, le maître va proposer le même exercice à résoudre mentalement mais avec d'autres valeurs numériques. Il choisira toujours n entre 20 et 50 mais fera varier a et b entre 10 et 20 avec $|a-b| < 10$ (par exemple 25 + 19-16).
La difficulté à effectuer mentalement un calcul de ce type va amener les élèves, éventuellement sur la base d'un premier échec, à prendre conscience de l'économie réalisée lorsqu'ils composent les transformations. Cette prise de conscience est durable. En général, les élèves, par la suite choisiront, en fonction des données numériques, la procédure la plus économique.

De nombreuses expérimentations montrent que l'exposé seul de la seconde procédure, même longuement expliquée par le maître, n'est pas suffisant pour que les élèves en difficulté se l'approprient. Il est indispensable de prouver à ces élèves que l'effort effectué dans le cas de la mise en oeuvre de la seconde procédure, est payant car il peut dispenser de calculs difficiles.
Pour cela, un saut qualitatif portant sur les valeurs numériques intervenant dans le problème est indispensable. De même, une résolution mentale est nécessaire, car par écrit, les élèves peuvent toujours se ramener à l'algorithme standard de l'addition et ne pas rencontrer de difficulté en se laissant conduire par l'énoncé.

2) Comment aider les élèves de CM2 à résoudre un problème de dénombrement complexe ?

Le problème suivant est très mal réussi par des élèves de CM2 et de sixième.

MENU

1 entrée au choix	*1 plat au choix*
- Carotte à l'orange *- Sardine* *- Pizza* *- Pamplemousse* *- Friand au fromage* *- Potage* *- Céleri rémoulade* *- Salade composée* *- Oeufs durs, mayonnaise* *- Betteraves et maïs* *- Quiche*	*-Ravioli gratinés* *-Poulet rôti, haricots beurre* *-Steak haché, coquillettes* *- Grillade de porc,* *- haricots bretons* *- Hachis parmentier* *- Blanquette de veau, riz créole*

<u>*1 dessert au choix*</u>

- *Mousse au chocolat*
- *Endives en salade*
- *Pommes au four*
- *Compote*
- *Lait gélifié*
- *Pêches au sirop*
- *Flandise*
- *Ananas*

Combien peut-on composer de menus différents comprenant 1 entrée, 1 plat et 1 dessert ?

Les élèves résolvent, en général, ce problème en recherchant de façon exhaustive les différentes solutions. Cette méthode les conduit en général à l'échec car le nombre de menus 12 x 6 x 7 = 504 ne le permet pas.
A cause de l'impossibilité de dresser exhaustivement la liste des solutions, peu d'élèves perçoivent la structure multiplicative du problème.

Comment amener les élèves à savoir résoudre ce type de problème de dénombrement ?

Plusieurs scénarii sont possibles (voir [16]). Nous allons en exposer un qui semble avoir fait ses preuves. Il s'oppose au schéma de progression généralement mis en oeuvre à l'école élémentaire qui consiste, dans un premier temps à poser ce même exercice mais pour deux types de plats seulement et aux 3 à 5 choix possibles pour chaque plat.
Bien que ce type d'exercice soit souvent moins traité que précédemment, les élèves de CM2 l'ont déjà rencontré plusieurs fois dans leur scolarité. Une analyse des manuels de l'école élémentaire montre que ce problème de dénombrement est presque toujours présenté aux élèves dans le cas de deux ensembles dont le nombre d'éléments est très faible. Les élèves peuvent alors le résoudre en recherchant toutes les solutions, et le représenter, souvent avec l'aide du maître, par un arbre ou un tableau cartésien. Si le maître peut s'appuyer sur ces représentations pour montrer que le résultat peut se calculer à l'aide d'une multiplication, celle-ci ne s'impose pas aux élèves car ils ont, le plus souvent, fait autrement.

Ce type de présentation ne permet pas une réelle appropriation de la structure multiplicative en cause. Dans le cas plus complexe qui nous intéresse, les élèves ne mobilisent pas leurs connaissances sur la multiplication et essaient, en vain, de résoudre le problème par dénombrement de toutes les solutions. L'échec important rencontré montre que **le schéma apparemment séduisant allant du "simple" au "complexe" ne permet pas de surmonter des difficultés.**

Nous proposons donc un autre dispositif basé sur le schéma "complexe-simple-complexe".

Première étape :
Le maître propose aux élèves de résoudre le problème dans le cas complexe exposé ci-dessus : trois ensembles dont le nombre d'éléments est compris entre 6 et 12, par exemple.
Les élèves, dans un premier temps, échouent car les procédures mises en oeuvre ne permettent pas un dénombrement facile. Devant cet échec et après explicitation des difficultés rencontrées, le maître peut proposer aux élèves de représenter le problème à l'aide d'un schéma. Cette proposition ne suffit pas en général à faire apparaître la structure multiplicative du problème, même quand les représentations en arbre sont familières aux élèves.

Deuxième étape
Le maître peut alors proposer deux types de simplifications :
- réduire le nombre d'ensembles en proposant par exemple de calculer dans

un premier temps le nombre de menus différents que l'on peut composer avec des "carottes râpées" comme entrées puis d'en déduire le nombre total de menus
- réduire le nombres de choix de chaque plat mais conserver trois types de plats.

Troisième étape
Le maître propose de résoudre ensuite le problème dans le cas complexe en utilisant les résultats ou démarches de la seconde étape.

Il est souvent nécessaire :
- d'expliciter plusieurs boucles du type "complexe-simple-complexe" afin de permettre aux élèves rencontrant des difficultés de maîtriser l'un de ces chemins
- de traiter plusieurs problèmes de ce type avec des habillages différents.

Dans tous les cas, la maîtrise des différents modes de traitement de problème de dénombrement de ce type demande un temps d'apprentissage long et la mise en oeuvre de nombreux schémas de progression s'appuyant sur une dialectique entre le simple et le complexe. Mais il paraît indispensable **d'initialiser la réflexion dans le cas complexe** afin de mettre en échec les procédures primitives de recherche qui vont occulter la structure multiplicative du problème.

Cet exemple, comme le précédent, nous semble révélateur de la nécessité de mettre en oeuvre des **scénarii** originaux de séances de résolution de problèmes. Ils montrent également qu'il est possible de construire des **situations suffisamment complexes** pour que les élèves puissent acquérir les concepts en jeu sans trop grande perte de sens, mais **comportant des aides** leur permettant de surmonter leurs difficultés en abandonnant certaines procédures "primitives" inadaptées au problème au profit de procédures économiques mais plus difficiles, voire impossibles, à élaborer dans des cas trop simples.

CONCLUSION

Nous avons détaillé dans les seconde et troisième parties de ce texte, deux exemples de situations pouvant être mises en oeuvre par les maîtres de l'école élémentaire.

La première situation est une situation à la frontière entre les mathématiques et l'expression écrite en général, entre les mathématiques et le discours sur les mathématiques.

Elle est l'occasion de rappels indispensables pour les élèves en difficulté en mathématiques. Leur faible capacité d'anticipation sur les apprentissages, leur difficulté à dépasser le stade de l'action, à mesurer l'importance de certaines actions, à extraire de leur contexte les apprentissages du moment, à généraliser les expériences vécues rendent nécessaires le détour par une phase de formulation collective, concise, des notions fréquentées.

Ils pourront ainsi passer de la description du "qu'est-ce que j'ai fait" à la description du "qu'est-ce que j'ai appris".

Les exemples de scénarii de séances de résolution de problèmes ont pour but d'illustrer comment l'enseignant peut briser le cercle vicieux de non apprentissage décrit dans la première partie du texte.

Ce sont dans tous les cas des exemples de nouvelles médiations au savoir, de chemins vers la connaissance adaptés aux difficultés des élèves mais ayant pour but de les surmonter.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BAUTIER E. et ROBERT A. (1988) Réflexions sur le rôle des représentations métacognitives dans l'apprentissages des mathématiques. *Revue Française de Pédagogie* n°84 p.13-19, INRP, Paris

[2] BROUSSEAU G. et CENTANO J. (1991) La mémoire du système didactique *Recherches en Didactique des Mathématiques* n°11-2.

[3] BRUNER J.S. (1983) *Savoir faire, savoir dire.* Presses Universitaires de France, Paris.

[4] BUTLEN D. et PEZARD M. (1992) Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du CP au CM2. *Recherche en Didactique des mathématiques* n°12.2.3

[5] BUTLEN D. PEZARD M. Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée, Grand n° 50 p29-58, IREM de Grenoble.

[6] CHARLOT B. ; BAUTIER E ; ROCHEX J.Y. *École et savoir dans les banlieues... et ailleurs.* A. Colin.

[7] CHAUVEAU G. (1982) L'insuccès scolaire. Le rôle des rapports sociaux et culturels. *Psychologie scolaire* n°39 p21-39.

[8] CHEVALLARD Y. (1988) *Notes sur l'échec scolaire.* Publication de l'IREM de Marseille n°13.

[9] HOUDEBINE J. et JULO J. (1988) Les élèves en difficulté dans le premier cycle de l'enseignement secondaire. *Revue Française de Pédagogie* n°84 p5-12 INRP Paris.

[10] LAUTREY J. (1980) *Classes sociale, milieu familial, intelligence.* Paris, PUF.

[11] PERRENOUD P. (1984) *La fabrication de l'échec scolaire* Librairie Droz Genève

[12] PERRIN-GLORIAN M.J (1992) *Aires et surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème.* Thèse de Doctorat d'État, Université de Paris VII, février 1992

[13] PERRIN-GLORIAN M.J. Questions didactiques soulevées à partir d'un enseignement des mathématiques dans les classes faibles. *Recherches en Didactique des mathématiques* vol. 13 n°1/2. Ed. La Pensée Sauvage Grenoble.

[14] PERRIN-GLORIAN M.J., BUTLEN D. et LAGRANGE M. (1991) Élèves en difficulté en classe de 6ème. Repères-IREM n°3 p97-139 Topiques Editions, 54700 Pont-à-Mousson.

[15] ROBERT A. et ROBINET J. (1989) Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement. *Cahier DIDIREM* n°3 et 4, IREM de Paris VII.

[16] COPIRELEM Actes du stage national d'Angers organisé par la COPIRELEM - mars 1996 - "Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques" - tome 5 - IREM de Paris VII .

EXPERIENCES EN CLASSES MULTI-NIVEAUX

PROBLEMATIQUE DES TRAVAUX DU GROUPE

L'existence des classes multi-niveaux est une réalité. De nombreux maîtres, même débutants ou confirmés, sont confrontés d'une part à des problèmes de gestion de classe et d'autre part à des problèmes de choix de contenus à enseigner dans des classes à deux ou trois niveaux (pas nécessairement consécutifs) que l'on peut rencontrer de la Petite Section de Maternelle au CM2.

Il nous semble donc très important, dans un objectif de formation, d'approfondir notre réflexion sur ce sujet en partant :

- des directives officielles concernant la mise en place des cycles à l'école élémentaire
- des travaux et réflexions de chercheurs mais aussi de nos propres expériences.

Dans cet esprit, après un tour de table permettant de faire le point sur les apports et les attentes des participants, nous avons pris comme point de départ un texte de Philippe Meirieu intitulé "Groupes de niveau ? Groupes de besoin ?".

Référence : "L'école, mode d'emploi ; des méthodes actives à la pédagogie différenciée."
Pages 149 à 155 E S F 1992

Un consensus s'est établi, en accord avec les idées de Philippe Meirieu, pour confirmer l'intérêt de créer plutôt des "groupes de besoins" en vue de mettre en oeuvre une pédagogie différenciée particulièrement adaptée à ce type de classes.

Nous avons choisi ensuite d'axer notre réflexion en soulevant deux sortes de questions :

1) Quels sont les principaux problèmes de gestion d'une classe multi-niveaux ?
En particulier, quels conseils peut-on apporter pour tenter de répondre aux nombreuses questions touchant l'organisation des activités ?

Par exemple au cycle 3, comme le maître ne peut être partout à la fois, il nous semble important d'établir des "règles de vie" et de développer l'autonomie des enfants en exploitant l'idée de "contrat de travail" chère aux classes pratiquant la "pédagogie Freinet".

Cependant, un groupe d'enfants ne peut rester seul trop longtemps. D'où l'idée d'alterner les "situations d'accompagnement" nécessitant la présence du maître et les situations de travail autonome.

A titre d'exemple, il existe pour la lecture des moyens audiovisuels et informatiques tels des logiciels adaptés à certains apprentissages.

Il n'est bien sûr pas nécessaire que tous les enfants travaillent simultanément en Mathématiques.

2) Peut-on proposer en mathématiques des activités communes, avec des objectifs différents, à tous les enfants d'une même classe multi-niveaux ?

Pour tenter de répondre à cette difficile question nous sommes partis d'abord du compte-rendu d'une expérience récente conduite dans plusieurs classes regroupant des enfants de CE2, CM1 et CM2, c'est-à-dire de tout le cycle 3.

En pratiquant nous-mêmes l'activité du "trio infernal", sur une idée de Jean Kozérawski IMF à Quimper, nous avons voulu aussi tester si la fiche élaborée par le groupe de recherche "Math29" et destinée à faciliter l'organisation de cette activité, était bien "fonctionnelle".

Vous trouverez plus loin un article sur l'activité géométrique du **"trio infernal"** ainsi que les questions soulevées et les enrichissements proposés par les participants à cet atelier.

Nous avons ensuite analysé ensemble une deuxième activité conduite dans la classe multi-niveaux de Bertrand Lazennec à Saint Albin, dans une école de campagne regroupant des enfants de tout le Cycle 3.

Cette activité baptisée **"les rectangles semblables"** propose un travail autour de la notion de proportionnalité que l'on peut exploiter dans différents cadres (géométrique, numérique...).

L'origine est un article d'Hervé Péault paru dans "Documents pour la formation" Tome II Pau 1992 et la brochure de l'IREM de Rouen "La proportionnalité existe, je l'ai rencontrée".

Vous trouverez aussi, dans ce deuxième article, les réactions et suggestions des participants à l'atelier.

Nous avons analysé enfin un document rendant compte d'un **"Rallye Mathématique"** organisé au cours d'un stage de Formation Continue mettant en concurrence 21 équipes formées d'enfants du Cycle 3 de l'école Jules Verne à Douarnenez.

Vous trouverez donc ce troisième article et les autres idées d'exploitation proposées par les participants à l'atelier.

Nous proposons en annexe quelques exemples d'épreuves de ce Rallye avec des références et des commentaires, ainsi que la grille des résultats.

CONCLUSION

Le sujet est passionnant mais il nous reste du pain sur la planche et nous avons bien pris conscience des limites de notre travail !

1) Les problèmes de gestion n'ont pas été suffisamment abordés.

2) L'idée développée sur trois exemples, d'exploiter avec tous les enfants d'une même classe multi-niveaux une même situation tout en ayant des objectifs différents, est apparue à tous comme séduisante et originale mais, bien sûr, pas généralisable.

Nous constatons également que ces exemples ne concernent que le Cycle 3.

En conséquence, Marie-Lise Le Roux se propose de réexploiter cette même idée mais en l'expérimentant avec les enfants d'un autre Cycle.

C'est donc une affaire à suivre !

PREMIÈRE ACTIVITÉ
Le trio infernal

Niveau : CE2-CM1-CM2 **Date :** Mars 96

Objectifs ou Compétences visées :

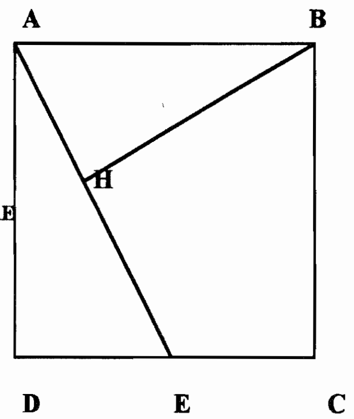
- Savoir reconnaître et réaliser des figures géométriques simples en résolvant un problème d'agencement.

Place dans une programmation ou acquis préalables et prolongements

- Pour le CE2 cela peut être une activité de découverte des propriétés de figures simples.
- Pour les CM1 et CM2 cela peut être une activité de réinvestissement utilisant les propriétés des quadrilatères et des triangles.

Situation (Présentation, texte du problème, consignes précises)

- 1 ère variante : Fournir le puzzle et prévoir une phase d'appropriation en demandant de réaliser des formes variées à l'aide des trois pièces du puzzle.
Demander ensuite de réaliser des figures géométriques imposées.
- 2 ème variante : Demander de construire le puzzle en imposant ou non l'usage d'instruments.
Proposer ensuite l'activité de recherche :
- Consigne possible :
"Avec toutes les pièces de ce puzzle vous devez réaliser : un carré, un rectangle un triangle rectangle, un parallélogramme un trapèze isocèle, un trapèze quelconque".



E est le milieu de DC
BH est perpendiculaire à AE

Variables didactiques de cette situation

1) * Fournir des modèles des figures
   - Soit "à la taille"
   - Soit "à une autre échelle".
   * Ne pas fournir de modèle.
2) * Choix du support -
   - Soit du papier permettant des procédures par pliage.
   - Soit du carton
3) * L'organisation pédagogique
   - Soit "travail individuel"
   - Soit "travail en petits groupes"

Matériel

Pour chaque enfant :
- un puzzle ou du matériel (carton ou papier) pour le construire.
- une équerre et une règle graduée.
- Des modèles en "silhouettes" pour les enfants en difficultés.
- Eventuellement, un puzzle "grand format" pour présenter l'activité à toute la classe.

Analyse a priori des difficultés possibles

- La compréhension du vocabulaire géométrique
- La notion de parallélisme et celle de perpendicularité.
- Les problèmes d'orientation des pièces pour réaliser des figures complexes.
- Penser à tourner et retourner les pièces du puzzle.
- Repérer les côtés de même longueur.

Possibilités d'aides envisagées

- Fournir des modèles "en silhouettes" à l'échelle ou non.
- Indiquer la possibilité de mesurer et même de colorier les côtés de même dimension.
- Donner l'idée de tourner et retourner les pièces du puzzle.
- Indiquer une méthode consistant à choisir une pièce et à étudier systématiquement les possibilités de juxtaposer l'une des deux autres pièces.

Analyse a priori des procédures possibles de résolution

- Procéder par tâtonnement. Ex : tourner autour d'une pièce.
- Utiliser les propriétés des figures demandées (Ex : côtés parallèles ou perpendiculaires)
- Mesurer afin de comparer les dimensions des pièces et voir celles qui "s'accordent".

Questions et enrichissements proposés par les participants à l'atelier :

Cette activité testée par le groupe a été appréciée par sa simplicité et la richesse des possibilités d'exploitation mais elle a soulevé de nombreuses questions et permis d'instaurer entre nous un véritable débat d'idées.

Abordons tout d'abord quelques remarques de détail concernant le document :

- à propos de la variable didactique "choix du support", il pourrait être intéressant d'examiner si l'emploi d'un papier "quadrillé", permettant de repérer certains angles (droits ou complémentaires) et certaines longueurs sans instrument "externe", facilite ou non la résolution ainsi que la validation des problèmes posés.
- il est proposé pour cette activité que chaque enfant dispose d'une équerre et d'une règle graduée. On pourrait tout aussi bien laisser le libre choix des instruments ou bien imposer un autre outil tel que le pliage.

L'essentiel du débat a porté sur le problème de la "validation" du travail demandé et sur la phase "d'institutionnalisation".

En effet, comme le suggèrent les deux variantes du scénario, on ne peut avoir les mêmes degrés d'exigence avec des enfants de CE2 qui découvrent certaines des figures simples à réaliser et des enfants de CM2 pour lesquels c'est plutôt une activité de réinvestissement de connaissances à propos de figures connues permettant de repréciser les propriétés et les critères de reconnaissance.

Concernant la "validation", prenons l'exemple du parallélogramme :

Comment l'enfant peut-il prouver qu'il a bien réalisé cette figure ?

Nous pensons ici que la validation peut revêtir de multiples aspects :

- bien sûr le maître peut valider ou bien l'enfant peut se référer à un modèle de solution déjà réalisé.
- il nous semble plus judicieux de solliciter une formulation venant de l'enfant.

Cela peut aller du constat ou de la vérification que "les côtés opposés sont parallèles ou ont la même longueur" à une argumentation plus rigoureuse indiquant par exemple "ces deux côtés sont parallèles parce qu'ils sont perpendiculaires au même segment"

Concernant la phase de synthèse, l'exposé des travaux, l'exigence de mémoriser certaines réalisations ou d'élaborer une trace écrite de ces recherches, nous avons pensé que l'institutionnalisation devait revêtir un double aspect :

- le contenu : par exemple en faisant l'inventaire des noms et des propriétés qui permettent de reconnaître, de construire et donc de caractériser des figures simples et notamment des quadrilatères.
- les méthodes ou "savoir-faire" : Voir l'importance pour l'enfant d'expliciter les difficultés rencontrées et d'identifier ce qui lui a permis de progresser dans sa recherche.

Par exemple comprendre l'intérêt d'utiliser un codage, marquer les angles droits, repérer à l'aide d'un code couleur les côtés de même longueur, repérer deux angles qui permettent de réaliser un angle droit, numéroter les pièces...

Enfin, notre discussion a permis d'ouvrir des pistes de prolongements possibles à cette activité :

- un travail en géométrie orienté vers la réalisation d'un début de "carte d'identité" des principales figures simples
- un travail plus technique concernant plusieurs procédés permettant de construire des droites parallèles ou perpendiculaires.
- une exploitation possible concernant les aires.

Par exemple dans l'activité de recherche proposée, passer de la réalisation du rectangle à celle du parallélogramme s'obtient par la simple translation d'une des pièces triangulaires. Ceci permet alors de donner du sens à une activité partant de l'aire connue d'un rectangle pour découvrir celle d'un parallélogramme.

DEUXIÈME ACTIVITÉ
Les rectangles semblables

Titre	Les rectangles semblables
Auteur	François Huguet (PIUFM Quimper)
Date	Mars 96
Origine	Brochure de l'IREM de Rouen "La proportionnalité existe, je l'ai rencontrée".
Type	Compte-rendu d'activités dans une classe multi-niveaux du Cycle 3.
Résumé	A partir de la résolution d'un même problème proposé à des enfants de CE2, CM1, CM2 regroupés dans la classe de Bertrand Lazennec à St Albin, école de campagne située dans un hameau près de Quimper, analyse et comparaison des procédures utilisées pour trier des rectangles de "mêmes formes".
Mots-clés	Proportionnalité, géométrie, classes multi-niveaux.

CONTEXTE DE L'EXPERIMENTATION

Dans son article, Hervé Péault présente une suite d'activités possibles avec des étudiants en formation permettant d'approcher la notion de proportionnalité sous divers aspects.

Dans notre groupe de recherche "Math29", nous essayons depuis trois années de prendre en compte l'organisation du travail par cycle et plus particulièrement au Cycle 3.

Nous avons essayé de mettre en place plusieurs situations ayant des points de départ communs pour des enfants de CE2, CM1 et CM2 réunis dans une même classe.
Parmi celles-ci, j'ai choisi d'analyser l'activité 4 proposée par Hervé Péault.

Objectifs :

- Pour le CE2, découvrir et utiliser des propriétés liées à la proportionnalité.
- Pour le CM, réinvestir dans un cadre géométrique ces propriétés.

Organisation de l'activité :

Les enfants sont répartis par groupes de 2 ou 3 et reçoivent une série de 12 feuilles numérotées et de même format (papier fin suffisamment transparent modèle A4) sur lesquelles sont dessinés 12 rectangles (1 par feuille) ayant leurs côtés non parallèles aux bords des feuilles. Les diagonales sont tracées pour quelques rectangles.

Détails concernant les dimensions des rectangles qui en fin d'activité devraient être répartis en trois "classes".

1) Rectangles de type A avec le rapport Longueur / largeur voisin de 1,27

Longueurs	6,35	9,53	12,7	19,05
Largeurs	5	7,5	10	15
Numéros	N°1	N°5	N°7	N°10

2) Rectangles de type B avec le rapport Longueur / largeur voisin de 1,63

Longueurs	8,15	15,08	16,3	22,01
Largeurs	5	9,25	10	13,5
Numéros	N°3	N°6	N°11	N°12

3) Rectangles de type C avec le rapport Longueur / largeur voisin de 1,41.

Longueurs	7,05	10,58	13,04	21,15
Largeurs	5	7,5	9,25	15
Numéros	N°2	N°8	N°4	N°9

Consigne :

" Quels sont les rectangles qui se ressemblent, c'est-à-dire qui peuvent être considérés comme des agrandissements ou des réductions les uns des autres ? Classez-les selon ce critère. Vous avez le droit de mesurer mais vous n'êtes pas obligés ! "

Observations et analyse succincte des travaux d'élèves.

Comme l'indique Hervé dans son article, nous avons rencontré les mêmes procédures de résolution adoptées par les enfants et les adultes !

Par exemple :

- les enfants de CE2 n'ayant pas connaissance des nombres décimaux ont vite abandonné les procédures de mesurage. (" les mesures ne tombent pas toujours juste ! ")

Ils se sont alors tournés vers les procédures géométriques en traçant d'autres diagonales et en superposant les rectangles soit par un coin, soit par leurs centres c'est-à-dire les points de rencontres des diagonales. (on voit ici l'intérêt d'avoir choisi du papier fin transparent !)

- les enfants du CM2, fiers de leurs connaissances concernant les nombres décimaux, se sont précipités sur les procédures de mesurage et de calcul en se heurtant à quelques nouvelles difficultés du domaine des techniques opératoires.

- quelques enfants ont cherché à exploiter les "rapports scalaires" entre les longueurs ou entre les largeurs afin de différencier ou regrouper les rectangles.

(ex : le rectangle N° 11 a des dimensions doubles de celles du N° 3, tandis que le N° 2 et le N° 3 ont même largeur mais des longueurs différentes).

Analyse de quelques difficultés rencontrées

1) Concernant l'algorithme de tri.

De nombreux enfants ont eu tendance :

- soit à tout étaler et à procéder un peu au hasard après estimation visuelle.

- soit à prendre les rectangles deux par deux pour créer de nouvelles "classes" sans se référer aux classes déjà déterminées précédemment.

2) Concernant les mesures :

- que faut-il mesurer ? Les côtés ? Les diagonales ?...

- comment les comparer ?

- que peut-on faire de ces nombres ?

- les mesures "ne tombent pas toujours juste" !

3) Concernant les calculs en particulier avec des décimaux :

- comment calculer les rapports décimal / entier ou décimal / décimal ?

- faut-il comparer les longueurs ou les largeurs entre elles ?

- faut-il comparer les longueurs et les largeurs ?

4) Concernant le rôle des diagonales :

- faut-il les mesurer et à quoi cela peut-il servir ?

- faut-il comparer comment elles se croisent ? (Notion d'angle mal maîtrisée)

5) Concernant les procédures géométriques :

- comment faut-il chercher à superposer les figures ? (les coins, les centres?)

- intérêt de tracer d'autres diagonales pour constater certains alignements !

En guise de conclusion :

Lors de la synthèse, chaque groupe d'enfants est venu présenter ses résultats en expliquant les difficultés rencontrées et la démarche utilisée.

En constatant certaines divergences (certains groupes avaient proposé plus de 3 catégories !), certains enfants ont repris leurs calculs ou bien ont cherché à utiliser les procédures des autres.

Curieusement le taux de réussite des enfants de CE2 a été comparable à celui des enfants de CM ! Cela peut s'expliquer par le fait que les procédures géométriques adoptées par les plus jeunes sont ici relativement simples et fiables.

Toutefois le travail des enfants de CM avec les mesures et les nombres décimaux n'a pas lieu d'être dévalorisé car il montre aux plus jeunes qu'il existe d'autres méthodes accessibles si l'on possède d'autres "outils".

Cette activité permet de mettre en lumière qu'il existe plusieurs procédures de résolution du problème posé, adaptées à différents niveaux de connaissances et de savoir-faire, et qu'il n'est pas utile de valoriser l'une d'elles, même si elle paraît plus simple car, en fait, elles se complètent et permettent d'élargir le regard sur la résolution d'un même problème !

QUESTIONS ET SUGGESTIONS DES PARTICIPANTS A L'ATELIER

Par manque de temps, cette seconde situation n'a pas été expérimentée par les membres de l'atelier. En conséquence, l'exploitation et l'analyse ont été plus succinctes.

* Certaines remarques soulevèrent des questions concernant la compréhension de la consigne et la négociation de la tâche :

- faut-il expliciter davantage la consigne en présentant des exemples de figures et de figures agrandies avec le risque d'orienter les recherches des enfants vers des procédures géométriques?
- faut-il au contraire prendre le risque de garder la formulation un peu floue qui est proposée afin de permettre une plus grande diversité des pistes de recherche ?

Cette question reste ouverte !
Une solution "médiane" consisterait à intervenir à la demande dans les groupes ayant des difficultés de compréhension.

* D'autres suggestions concernent le matériel qui peut être utilisé :

- par exemple : le papier calque ou du papier transparent.
- fournir des rectangles déjà découpés.
- permettre l'utilisation d'une calculette.

Par expérience, il me semble que l'idée d'Hervé Péault, de présenter les rectangles sur du papier fin modèle A4 et ayant leurs côtés non parallèles aux bords des feuilles, est intéressante.

Mais l'idée la plus importante à retenir est de tracer les diagonales de quelques rectangles pour suggérer aux enfants d'en tracer d'autres et s'en servir.

La richesse de cette situation réside dans la possibilité de résoudre le problème posé en utilisant les propriétés liées à la proportionnalité dans plusieurs cadres : numérique, géométrique et même graphique.

La phase d'échanges et de confrontation permettant de comparer les procédures est donc essentielle.

* La phase d'institutionnalisation pourra porter sur l'explicitation des propriétés utilisées :

- dans le "cadre numérique" : utilisation des propriétés de linéarité ou utilisation du rapport de proportionnalité entre les longueurs et les largeurs des rectangles d'une même classe
- dans le "cadre géométrique", utilisation de propriétés d'alignements ou bien, en superposant des rectangles d'une "même classe", le constat que les diagonales coïncident. (Propriétés liées à l'homothétie, sans utiliser ce terme !)
- dans le cadre graphique, si par exemple on place en abscisses les longueurs et en ordonnées les largeurs des rectangles, on peut constater des alignements avec l'origine.

Cette procédure est d'ailleurs très voisine de celle qui consiste à superposer des rectangles en faisant coïncider un sommet.

* Enfin, comme prolongement à cette activité et en vue de réinvestir leurs nouvelles connaissances, on pourrait proposer aux enfants de construire un rectangle de chaque classe en leur laissant le libre choix de la méthode à utiliser.

TROISIÈME ACTIVITÉ
Le Rallye mathématique

Titre	Rallye Mathématique
Auteur	François Huguet (PIUFM Quimper)
Date	Mars 1996
Origine	A partir de plusieurs références de "Rallyes Mathématiques" et en particulier concernant ceux organisés à l'initiative d'Hervé Péault durant 4 années en Maine-et-Loire.
Type	Compte-rendu d'activités mettant en concurrence autour d'un Rallye, 21 équipes formées d'enfants du Cycle 3 de l'école Jules Verne à Douarnenez.
Résumé	Au cours d'un stage de Formation continue de 4 semaines organisé à Quimper, avec les stagiaires, nous avons organisé un rallye mathématique. Nous proposons ici uneanalyse succincte de cette activité.
Mots-clés	Rallye mathématique, problèmes, classes multi-niveaux.

Contexte de l'expérimentation

La conduite d'un stage de 4 semaines de Mathématiques centré sur l'apprentissage par la résolution de problèmes au Cycle 3 nous a semblé un contexte très favorable pour mettre en place une telle expérience.

A partir de nombreux documents fournis, ce sont les stagiaires eux-mêmes qui ont choisis les exercices et l'organisation pratique de ce Rallye.

Les enfants de 4 classes (1 CE2, 1 CE2-CM1, 1 CM1-CM2 et 1 CM2) ont été répartis en 21 équipes (6 formées de 5 à 6 élèves de CE2, 8 de CM1, 7 de CM2)
.

Volontairement les maîtres organisateurs ont choisi de proposer les mêmes séries d'exercices à chaque équipe.

Règlement du Rallye

* Une liste de 19 problèmes vous est proposée.

* Vous disposez d'un temps limité (1 heure 15) sans l'aide de l'enseignant, ni de qui que ce soit, pour vous organiser, choisir et résoudre des problèmes, débattre des solutions et noter la réponse directement sur la feuille correspondant à l'épreuve.

* A chaque problème correspond une valeur de points. Tout problème dont la solution est correcte fait gagner les points correspondants.

Consigne :

Apportez, dans la mesure du possible, une trousse individuelle comprenant :

- Un crayon gris, un taille-crayon et une gomme
- Des crayons de couleur
- Une paire de ciseaux
- Un double-décimètre
- Un compas et une équerre

Nature des exercices proposés

Les concepteurs des épreuves ont choisi délibérément de faire la part belle à la géométrie (10 exercices dont 2 de travail manuel et 1 concernant la mesure).

Ils ont proposé aussi des problèmes de logique, des problèmes numériques simples et d'autres beaucoup plus complexes.

Observations et analyse succincte de l'expérimentation

Connaissant le nombre des points attribués à chaque épreuve, les enfants pouvaient estimer rapidement le degré de difficulté.

Nous avons volontairement proposé plus d'exercices qu'ils n'ont le temps d'en résoudre individuellement. L'objectif est de les amener à s'organiser en équipe pour se partager le travail et aussi s'attaquer à des tâches restant dans les limites de leurs compétences.

Les difficultés :

- Nous avons pu constater que les enfants dans la plupart des équipes ont eu de grosses difficultés à se répartir le travail et à s'organiser.
- Ils ont souvent choisi les exercices “au hasard” et en cas de difficultés l'ont passé à leur voisin !
- Il semble aussi que peu de “procédures de contrôle” aient été utilisées.
- Certains enfants se sont réfugiés dans la réalisation d'un travail qu'ils se sentaient sûr de réussir (par exemple une reproduction de figure simple) sans aucun souci de rapidité et de performance de l'équipe.

Les résultats

- Sur 19 exercices proposés, un seul n'a été parfaitement réussi par aucune équipe comme vous pourrez le constater dans la grille des résultats donnée en annexe.
- Certains exercices mettant en jeu des connaissances opératoires complexes n'ont naturellement pas été traités par les élèves de CE2
- Par contre les exercices proches du travail manuel ont été aussi bien réussis au CE2 qu'au CM.
- C'est une équipe de CM2 qui a réalisé le meilleur score devançant de peu une équipe de CM1.
- Nous avions prévu de récompenser les 2 meilleures équipes par niveau de classe, mais le fait qu'une équipe du CE2 réalise un meilleur score que plusieurs équipes de CM2 n'a pas échappé aux enfants qui ont pensé que nous n'avions pas utilisé le même barème pour corriger le travail des plus jeunes. En fait, c'est une hypothèse erronée ! L'explication est à chercher davantage dans les difficultés rencontrées par certaines équipes pour se partager le travail et ne pas employer toute son énergie à vouloir résoudre des problèmes trop difficiles.

En guise de conclusion

Cette expérience enrichissante, intéressante à exploiter en stage, présente le grand avantage d'associer formateurs et formés pour la réalisation d'un même projet.

La présence de tous ces maîtres expérimentés permet de mettre en place un dispositif d'observation conséquent (2 maîtres responsables de 2 équipes d'enfants).

Le choix de privilégier les exercices de géométrie nous est apparu à l'analyse comme judicieux, car il met moins d'écart, nous semble-t-il, entre les compétences de début et de fin de cycle 3.

Dans la perspective de gestion de classes multi-niveaux, ce type d'activité nous semble adapté en vue de développer la coopération entre les enfants autour d'un même projet à réaliser bien dans l'esprit d'un travail par cycle

Il nous reste à expérimenter d'autres types d'organisation et d'épreuves en envisageant par exemple la constitution d'équipes hétérogènes formées d'élèves de CE2, CM1 et CM2.

Suggestions et autres idées d'exploitation proposées par les participants à l'atelier

---

* On peut aussi organiser de tels Rallyes dans une classe multi-niveaux

* L'important est de proposer les bonnes contraintes obligeant les enfants à collaborer.

Voici alors quelques idées :

- Former des équipes hétérogènes.
Par exemple un enfant de CE2, un de CM1, un de CM2.
- Demander aux enfants de chacune des équipes de s'auto-évaluer à propos de la qualité de leur coopération.
- Exiger que tous les membres d'une même équipe soient en mesure de présenter la solution proposée des exercices traités.

* La forme même du Rallye, comme nous l'avons déjà expérimenté, peut s'envisager tout autrement.

- Par exemple on peut proposer un parcours d'épreuves, un peu comme un jeu de piste en prévoyant des "ateliers libres" de "délestage" avec des jeux , des "casse-tête" ou des énigmes afin de réguler le flux des passages aux différents ateliers.

- On peut proposer d'autres épreuves que la "résolution de problèmes".
Par exemple proposer des exercices portant sur des techniques opératoires connues ou inconnues telles que l'utilisation de bouliers chinois ou japonais.

* La discussion a porté enfin sur l'intérêt ou non de publier les items du Rallye

- Il nous semble intéressant, au cours d'un stage de Formation Continue, de laisser aux stagiaires l'initiative et la responsabilité du choix des épreuves.
C'est en quelque sorte vivre une coopération avant d'apprendre aux enfants à coopérer

- En revanche, c'est une aide précieuse pour un maître d'avoir quelques références de telles expériences.

- C'est pourquoi, à la demande des "relecteurs", nous publions en annexe quelques exemples d'épreuves commentées.

Par ailleurs, la revue réalisée à l'initiative d'Hervé Péault, relatant l'expérience de quatre années de Rallyes mathématiques en Maine-et-Loire est une référence beaucoup plus complète sur ce type d'activités.

Annexes

A titre d'exemples : voici quelques exercices commentés

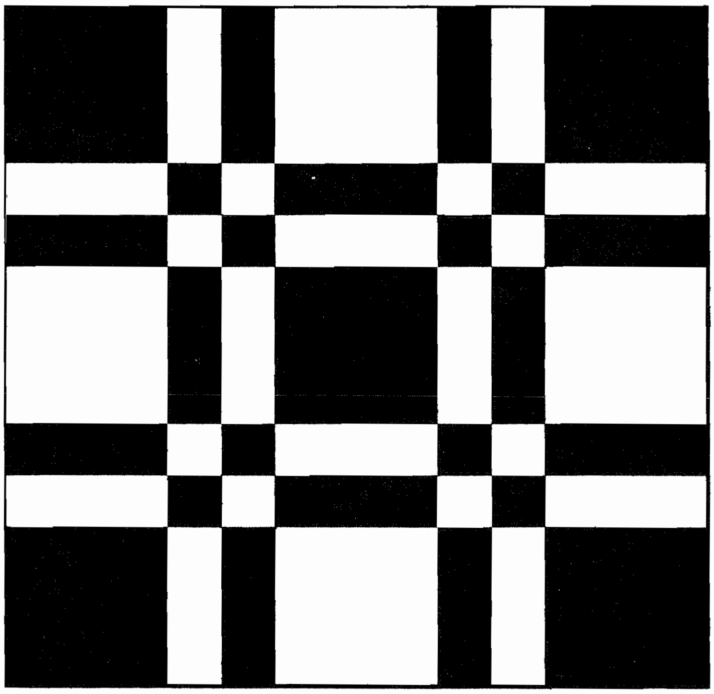
Epreuve N° 2 (2 points)   " Le Carré "

Référence :

Cet exercice adapté s'inspire du " Motif " de l'exercice n°3 de l'ouvrage :
" Géométrie pour le plaisir " Tome I Editions KIM-Dunkerque

EPREUVE **N° 2** (2 points)   Reproduis cette figure sur papier blanc

Le Carré



Commentaires :

Les stratégies utilisées pour reproduire ce dessin ont été intéressantes à observer
Certains enfants du CE2 ont cherché à réaliser le dessin "case après case" sans réaliser le quadrillage.
Certaines productions ont respecté les mesures, d'autres se sont contentées de respecter le parallélisme.

Epreuve N° 9 : (6 points)   “ Jeu de messages “

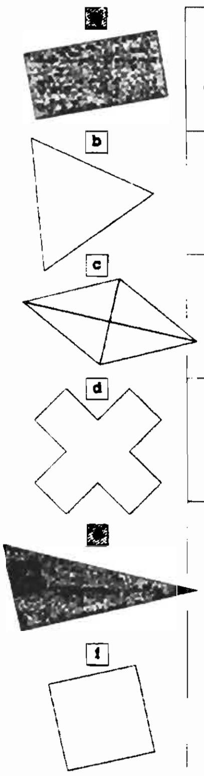
Référence :

Extrait de l’ouvrage “ Objectif calcul “ CM1 page 104.

Jeu de messages

Voici 6 figures et 6 messages qui permettraient à quelqu'un qui ne voit pas ces figures, de les reproduire. Mais tout a été mélangé !

À chacune des figures, associe le message qui lui correspond.



1
- Tracer un segment [AB] de 2 cm de long
- Tracer un segment [AC] perpendiculaire à [AB], de 2 cm de long.
- Tracer le segment [BD] perpendiculaire à [AB], de 2 cm de long, en plaçant D du même côté que C par rapport à [AB].
- Joindre C et D.

2
- Tracer un carré de 1 cm de côté.
- Sur chacun des côtés du carré, construire un autre carré.
- Effacer les côtés du premier carré tracé.

3
- Tracer un segment [AB] de 3 cm de long.
- Tracer un segment [AC] perpendiculaire à [AB] de 1,5 cm de long.
- Tracer le segment [BD] perpendiculaire à [AB] de 1,5 cm de long, en plaçant D du même côté que C par rapport à [AB].
- Joindre C et D.

4
- Tracer un segment [AB] de 4 cm de long.
- Tracer un segment [AC] perpendiculaire à [AB], de 2 cm de long.
- Joindre C et B.

5
- Tracer un segment [AB] de 3 cm de long.
- Tracer un arc de cercle de centre A, de rayon 3 cm, au-dessus de [AB].
- Tracer un arc de cercle de centre B de rayon 3 cm, au-dessus de [AB], qui coupe le 1er arc de cercle en C
- Joindre A et C, B et C.

6
- Tracer un segment [AB] de 2 cm de long.
- Marquer le milieu O de [AB].
- Tracer la perpendiculaire en O à [AB]. Placer C et D sur cette perpendiculaire de part et d'autre de O à 2 cm de O.
- Joindre A et C, B et C, B et D, D et A.

Commentaires

Les réponses attendues sont : a3, b5, c6, d2, e4, f1.

Cet exercice fort intéressant n’a pas du tout été traité par les équipes de CE2 !
Il pourrait être exploité ultérieurement au CM en demandant aux enfants de justifier leurs choix en précisant les propriétés qui permettent de construire ces différentes figures.

Par exemple :

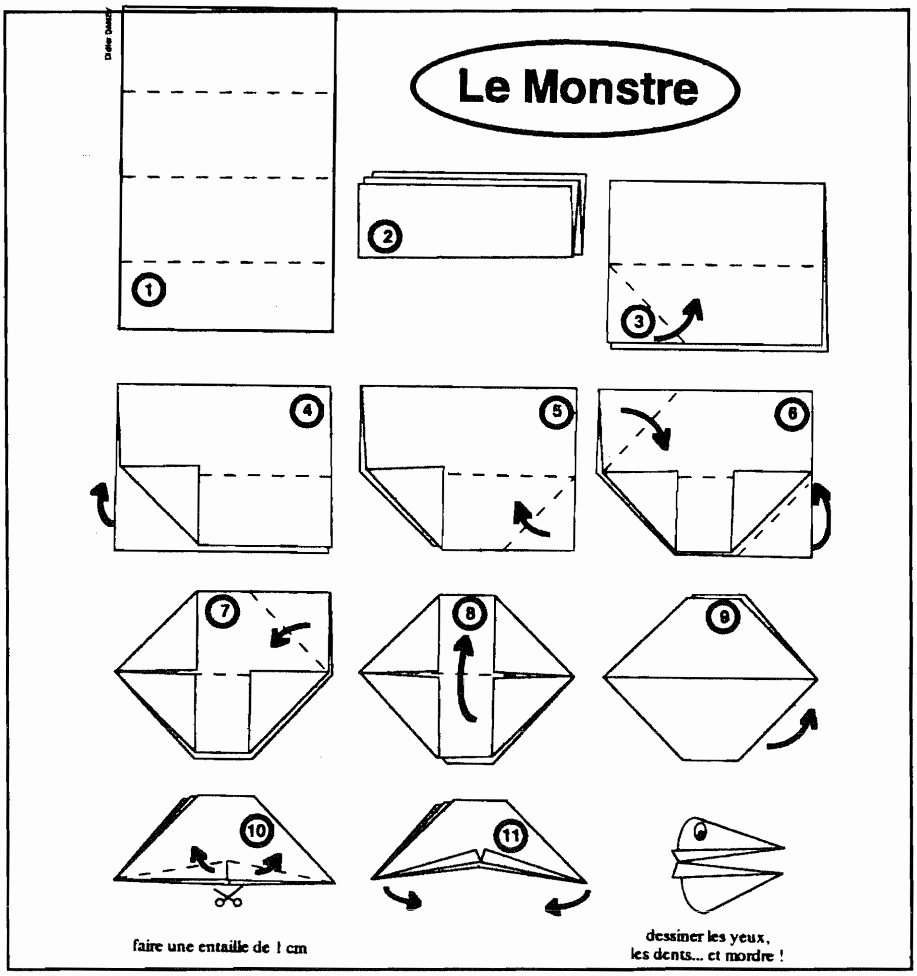
- Dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur et deux côtés consécutifs sont perpendiculaires.
- Dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

C’est l’occasion aussi de prendre conscience de la différence entre les connaissances “déclaratives“ et les connaissances “opératoires“ et de revoir les propriétés élémentaires de ces figures simples (parallélisme , perpendicularité, égalité des longueurs des côtés, propriétés de symétrie...etc...).

Epreuve N° 16 : (8 points) Construire le "Monstre"

Référence :

D'après une idée de Didier Damey PIUFM à Quimper.



Commentaires :

Nous avons pu observer que le taux de réussite des équipes du CE2 est tout à fait comparable à celui des équipes de CM !
Ceci tend à prouver que les schémas proposés ici pour coder la suite des actions à effectuer sont compréhensibles et adaptés pour des enfants de cet âge.
Il nous semble enfin, que dans les tâches d'action, la différence des compétences est moins sensibles. Sans doute devrions nous prendre en compte aussi les facteurs psychologiques liés à la motivation, au désir d'essayer et d'expérimenter en agissant

Epreuve N° 17 : (15 points) "Le rectangle fou"
Référence :
Extrait du Rallye de Maine et Loire 1993 organisé par Hervé Péault PIUFM à Angers.

2 ème épreuve exercice n° 13

Problème

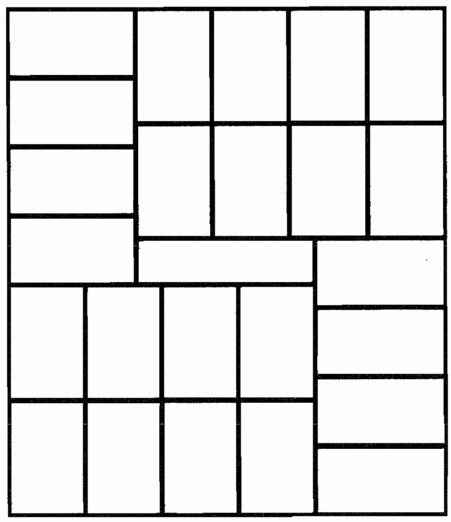
J'ai une feuille rectangulaire de 17 cm sur 22 cm. Je dois y découper (en les plaçant comme je veux) des morceaux rectangulaires de 3 cm sur 5 cm.

Quel est le nombre maximum de morceaux entiers de 3 cm sur 5 cm que je peux découper ? (Tu peux faire un dessin)

Voici une solution géométrique et les commentaires d'Hervé.

Réponse : 24 morceaux

Le découpage peut être obtenu de la façon indiquée ci-contre où il reste un vide de 7 cm x 2 cm.
Plusieurs classes ont produit la réponse correcte à partir du raisonnement suivant :
"l'aire de la feuille est 17 cm x 22 cm , soit 374 cm^2.
L'aire d'un morceau est 15 cm^2.
Le quotient entier de 374 par 15 est 24 et il y a donc 24 morceaux."



Le raisonnement permet d'affirmer que 24 est le nombre maximum envisageable, mais ne prouve pas qu'il existe effectivement une disposition permettant le découpage. Toutefois, comme seul était demandé le nombre de morceaux découpables, nous avons accepté les réponses accompagnées d'une explication de type ci- dessus.

Les réponses erronées les plus fréquentes ont été celles où les morceaux étaient supposés être tous dans le même sens, ce qui donnait suivant le cas 21 ou 22. Quelques classes ont dû faire des essais de réarrangement et ont proposé 22 ou 23 accompagnant souvent leur réponse d'un dessin. A noter que deux classes ont proposé 25 et deux autres 26. Comme elles n'ont pas joint de dessin, il est difficile d'interpréter ces réponses.

Remarque :

Cet exercice très difficile n'a été réussi que par une seule équipe. Nous avons classé dans la catégorie "réussites partielles" les réponses non optimales mais argumentées.
A noter que les instituteurs en stage, confrontés au même problème, ont utilisé la stratégie de division indiquée par Hervé !

Epreuve n° 19 : (6 points) Opérations codées

Référence :

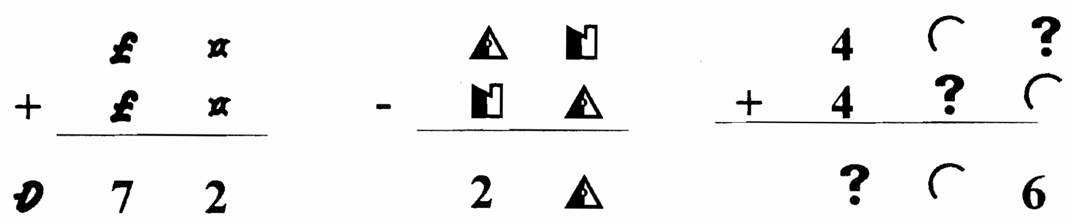
Extrait de l'ouvrage de François Boule : "Jeux et calculs" publié chez Armand Colin

Opérations codées

Dans les opérations qui suivent, un signe représente un chiffre.

Retrouver les opérations.

(N.B. : d'une opération à l'autre, le codage peut changer.)



1 point — 2 points — 3 points

Réponses :

Pour la 1 ère opération	**86 + 86 = 172**
Nous n'avons pas accepté	**36 + 36 = 072**
Pour la 2 ème opération	**74 - 47 = 27**
Pour la 3 ème opération	**479 + 497 = 976**

Commentaires :

Ces exercices sont incontestablement très difficiles pour des enfants de cet âge.
Aucune équipe n'a réussi à les effectuer toutes correctement !
Par exemple, les plus jeunes élèves, pour la 1 ère opération en particulier, ont fait l'hypothèse que le "coeur" valait 1 et ont eu beaucoup de mal à quitter cette proposition qui leur semblait irréfutable !
Pour la deuxième opération, jugée la plus difficile, une aide envisagée consistait à présenter cet exercice sous la forme d'une addition. Cette idée nous semble intéressante pour insister sur l'importance de faire le lien entre le "sens" de l'opération et la technique opératoire !

Résultats du Rallye

	Mesure de longueurs	Reproduire une figure plane	Interpréter une représentation	Exercice de logique	Tracé d'un chemin : langage Logo	Reproduire une figure de l'espace	Reproduire une figure plane	Mesure du temps	Tri : descriptions de figures	Tangram : résolution de problèmes	Notion d'axe de symétrie	Exercices de numération	Numération et opérations	Logique : arbre généalogique	Reproduire des figures planes	Construire par pliage	Problème d'agencement	Mesure : lecture de cartes	Opérations codées	
	Mes 1	Géom	Géom	Logique	Géom	Géom	Géom	Mes t	Géom	Géom	Géom	Num	Opérat	Logique	Géom	Géom	Géom	Mes 1	Opérat	
	Ex1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5	Ex 6	Ex 7	Ex 8	Ex 9	Ex 10	Ex 11	Ex 12	Ex 13	Ex 14	Ex 15	Ex 16	Ex 17	Ex 18	Ex 19	Total
	1 pt	2 pts	2 pts	3 pts	3 pts	4 pts	4 pts	4 pts	6 pts	10 pts	6 pts	6 pts	10 pts	8 pts	12 pts	8 Pts	15 pts	5 pts	6 pts	115 pts
CE2 Eq 1	1	1	0	1	0	4	3				4	5		4	5			1	0	29
CE2 Eq 2	1	2	0	0	0	4	4			3		2		1	10		5	2	1	35
CE2 Eq 3	0	2	0	2	3	4	4					6			0	8			1	30
CE2 Eq 4	0	2	0	3		4	4	4						1	10	8				36
CE2 Eq 5	0	1	0	1	3	4	1				0	5		8		7		4	1	35
CE2 Eq 6	0	0	0	1	3	2	4	2			3	6		8	6	8		3		46
CM1 Eq 7	1		0	3	3	4	0		4		4	6	1	4	4		0		4	38
CM1 Eq 8	0	1	0	2	0	2	3	0	6	10	1	5	0	7	0			4	3	44
CM1 Eq 9	0	1	0	2	0	2	0	2	6		1	6	10	6	10	0	10	5	4	65
CM1 Eq 10	0	1	0	2		4	4	0		10	5	5		3	5		10	0	0	49
CM1 Eq 11	0	1	2	0		4	0		6	10	1	4	0	6	6	6	5	0	1	52
CM1 Eq 12	0	2	2	2	3	4	4	0	4		5	6		3	4	8	0		4	51
CM1 Eq 13	0	2	2	2		4	0	0			4	2		5	4	8		0	0	33
CM1 Eq 14	1	0	2	2	0	4	4	4	6	10	2	5	4	1	8	8	5	0	0	66
CM2 Eq 15		2	2	3	3	4	4				1	6		6	12	2	15	0	1	61
CM2 Eq 16	0	2	0	1	0	0	4	2	4	0	3	5	0	1	12	0	0	0	4	38
CM2 Eq 17	0	1	2	2	0	4	0	2	0	10	6	3	3	3	9	8	0	5	2	60
CM2 Eq 18	1	2	0	1	0	0	4	2	4	0	2	4	0	2	8	0	0	5	0	35
CM2 Eq 19	0	2	0	2	3	4	4	0	0	10	0	0	0	2	2	8	0	0	0	37
CM2 Eq 20	0	2	0	2	0	4	4	2	6	10	0	6	0	7	12	0	0	0	1	56
CM2 Eq 21	0	2	0	2	0	4	4	0	6	10	1	6	8	1	8	8	5	0	4	69
Réussites	5	12	6	3	7	16	13	2	6	8	1	8	1	2	3	9	1	3	0	
Réus part		6		16		3	3	6	4	1	14	11	14	18	15	3	6	5	13	
Echecs	15	2	15	2	10	2	5	6	2	2	3	1	3	0	2	4	7	9	6	

Titre	Multiplication en ZEP
Auteur	Nicole BONNET P.I.U.F.M. académie de DIJON, centre de NEVERS
Date	Janvier à Mars 1996
Type	Activités pour la formation initiale ou continue
Origine	Jeu de la table de Pythagore « Jeux 2 » publication A.P.M.E.P. n° 59.

MULTIPLICATION EN Z.E.P

LE JEU DE PYTHAGORE

INTRODUCTION

Le descriptif de cette action de formation est issu d'un travail que j'ai mené dans une classe de CM1/CM2 en ZEP de NEVERS.

Au cours du stage, j'ai tout d'abord expliqué les séances menées et montré un film (voir annexe)

Le point de départ du travail est le jeu de la table de Pythagore que l'on peut trouver dans « Jeux 2 », publication A.P.M.E.P. n° 59, légèrement modifié.

Puis, les participants et moi-même avons réfléchi à l'élaboration d'un document de formation destiné à la formation initiale des P.E. ou à la formation continue.

Le descriptif de la séance de formation est décrite en quatre étapes :

* Première étape : appropriation du jeu

* Deuxième étape : dispositif de travail

* Troisième étape : mise en commun et synthèse des productions

* Quatrième étape : compléments

Puis J.C. AUBERTIN a testé ce document de formation lors de deux stages en formation continue (voir commentaires après expérimentation.)

PREMIERE ETAPE

APPROPRIATION DU JEU

Travail par deux

Phase 1. Découverte « sauvage » du jeu (20 minutes) :

⊗ **Consigne :**

« Voici une description de jeu avec la règle (distribuer le document 1).
Vous disposez en outre d'une planche de jeu et des cartons associés. Jouez ! ».

Phase 2. Repérage des stratégies locales (20 minutes)

⊗ **Consigne**

« Ce jeu n'est certainement pas un jeu entièrement de hasard. Repérez les stratégies locales et rédigez-les ».

Cette demande est faite pour que la formulation et l'énonciation soient plus claires.

Le formateur fera un tour des couples de partenaires en demandant d'énoncer les stratégies et les notera au tableau.

Deux types de formulations possibles :

- celles qui relèvent des stratégies (tactiques locales) ;
- celles qui relèvent des connaissances en jeu.,

Le formateur les notera dans l'ordre chronologique.

Remarques :

Nous pensons que ces stratégies locales n'émergeront pas toutes à ce stade. Si nous nous sommes trompés, la phase 3 est inutile.

Si la phase 3 n'a pas lieu, il convient tout de même de trier les stratégies écrites en phase 2.

<u>Phase 3. Emergence plus fine des stratégies (10 minutes)</u>

⊗ Consigne :

« Voici une grille d'un jeu déjà commencé, vous allez tout d'abord déterminer un joueur A et un joueur B. Les règles du jeu ne sont pas modifiées, sauf qu'il n'y a pas de pioche. Si vous ne pouvez plus jouer, vous passez votre tour. Lorsque vous « posez un carton », il faut barrer le nombre dans votre colonne et le reporter sur grille du bas qui est la mémoire du jeu ».

Distribuer le document 2

Remarques pour le formateur :

Les stratégies locales sont les suivantes :

- S1 : Se débarrasser des cartons trop éloignés du jeu
- S2 : Poser le plus tôt possible les cartons qui existent en plusieurs exemplaires (il convient donc de regarder son jeu, mais aussi celui de son voisin).
- S3 : Poser le plus tard possible les cartons qui n'existent qu'en un seul exemplaire (cases hachurées sauf 4, 9, 16 et 36)

Remarques générales :

- Ces différentes phases permettront aux participants de se rendre compte que la bonne compréhension d'un jeu nécessite un temps assez long, qu'il est nécessaire de jouer plusieurs fois.

Faire émerger les stratégies donne un intérêt au jeu : ce n'est pas un jeu de hasard total, elles donnent le pouvoir de gagner pour le joueur. De plus, il aura intérêt à acquérir des connaissances mathématiques (répertoire multiplicatif, décompositions multiplicatives d'un nombre, disposition spatiale des nombres qui figurent dans la table de Pythagore, connaissance du nombre de répétitions de chaque nombre, lecture d'un tableau à double entrée,...)

DEUXIEME ETAPE

DISPOSITIF DE TRAVAIL

Les participants sont répartis en groupes de 4 personnes. Une affiche doit être produite en fin de recherche.

Durée approximative : 1 heure

Cette étape permettra de répondre à la question suivante : « faut-il connaître la table de multiplication pour jouer ou bien jouer pour apprendre la table ? »

Cadre de classe : élèves en difficulté par rapport à la table de Pythagore en classe de CM1/CM2.

Le test initial (document 3) a donné les résultats suivants :

CM1 A : moyenne 8,6 / 10
CM2 A : moyenne 9,1 / 10
B : moyenne 2,5 / 10
B : Moyenne 4,8 / 10

(remarque : le même test final proposé dans cette classe après une progression d'une dizaine de séances a donné les résultats suivants :

CM1 A : moyenne 9,5 / 10
CM2 A : moyenne 9,9 / 10
B : moyenne 5,5 / 10
B : Moyenne 9,4 / 10

⊗ Consigne :

« Voici des outils (documents 1, 2, 3 (déjà donnés), documents 4, 5, 6, 7, 8), qui pourraient servir dans cette classe de CM dont le problème principal est l'apprentissage de la table de Pythagore. Quelle mise en oeuvre envisagez-vous ? »

Remarque :

Il se peut que la notion de repérage des cases soit à retravailler, mais ce n'est pas un objectif de cette étude.

Hypothèses :

- Ce travail favorise une autre forme de mémorisation que l'apprentissage par coeur : il s'agit ici de construire du sens et pas seulement de répéter des rituels du type : « 2 fois 3 font 6 ; 8 fois 5 font 40 ... »
- L'aspect ludique est motivant.

TROISIEME ETAPE

MISE EN COMMUN

SYNTHESE DES PRODUCTIONS

Durée approximative : 30 minutes

Affichage des productions des stagiaires et commentaires

Les questions suivantes pourront faire l'objet de débats :

- A quoi sert le jeu de la table de Pythagore ?
- Selon les diverses propositions de mise en oeuvre, quelles sont les conceptions sous-jacentes de l'enseignement avec des élèves en difficulté qui émergent ?
- Quels autres intérêts voyez-vous dans ce jeu ?
- Avez-vous défini des objectifs préalables ? lesquels ?
- Pourquoi avez-vous placé tel outil (document) à tel endroit ?
- Quels sont les obstacles potentiels qui peuvent arrêter les élèves, et dans ce cas, quelles aides suggérez-vous ?

Remarques pour le formateur :

- <u>Le document 4</u> pourrait permettre l'élaboration de séances où les enfants redécouvrent la table de Pythagore et quelques propriétés :

1. Echanges lignes/colonnes

2. Diagonale axe de symétrie (commutativité) : 8x5=5x8

3. Fréquence de répétition des nombres

Nombres répétés une fois : 1 ; 25 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100

Nombres répétés deux fois :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 14 ; 15 ; 21 ; 27 ; 28 ; 32 ; 35 ; 42 ; 45 ; 48 ; 50 ; 54 ; 56 ; 60 ; 63 ; 70 ; 72 ; 80 ; 90

répétés trois fois : 4, 9, 16, 36

Nombres répétés quatre fois :

~~4~~; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 18 ; 20 ; 24 ; 30 ; 40

Observation des lignes : différence entre deux naturels consécutifs

Exemple : ligne du 3

3 6 9 12 15 18 21 24 27 30

+3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3

Ou bien ligne des 4

4 8 12 16 20 ...

8 - 4 = 4
12 - 8 = 4
16 - 12 = 4
20 - 16 = 4

ou bien la ligne des 9

9 18 27 36 45 54 63 72 81 90

- Les unités diminuent régulièrement de 1 en 1, et les dizaines augmentent régulièrement de 1 en 1.
- La somme des chiffres vaut toujours 9 (1+8=9 ; 2+7=9 ; 3+6=9 ; 4+5=9 ...)

Cette observation débouchera peut-être sur le critère de divisibilité par 9 :seuls les nombres dont la somme des chiffres vaut 9 sont divisibles par 9. Ouverture possible vers la preuve par 9.

- Montrer une aide mnémotechnique aux enfants : table des 9 sur les doigts des deux mains

5 . Remarques sur la périodicité de la table de 3 (par exemple) :

3 6 9 12 15 18 21 24 27 30

1+2 1+5 1+8 2+1 2+4 2+7 3+0

1 6 9 3 6 9 3 6 9 3

(La somme de deux multiples de 9 est un multiple de 9. Qu'en est-il du produit ?)

6. Ce document 4 peut également être une aide, un soutien pour que les enfants puissent jouer au jeu de Pythagore.

Etc. ...

- Le document 5 peut permettre deux sortes de mises en oeuvre :

1. Recherche des relations qui relient les nombres d'une même croix, puis jeux de découverte de deux nombres inconnus d'une même croix par exemple :

	9	
16		
	27	

2. Problème :

Dans une « croix magique », on sait que a+b=d+e=2xc

Trouver des solutions à la croix suivante, laquelle est une solution qui se trouve dans la table de Pythagore ?

	d	
a	c	b
	e	

	49	
	56	

- Le document 6 permet aux enfants une première appropriation du jeu et permet, lors de l'analyse de partie de montrer que A ou B peuvent gagner. Il aidera en outre à mettre en évidence les premières stratégies de jeu. Il semble précéder le document 2.

- Les documents 7 et 8 peuvent servir de soutien ou d'évaluation. (Le document 7 est issu du livre « Jeux de calcul » du CP au CM2 de F. BOULE chez A COLIN, les puzzles, documents 8 et 9 sont une idée de F. BOULE)

QUATRIEME ETAPE

COMPLEMENTS

Des participants voudront rejouer au jeu de Pythagore, d'autres pourront utiliser les documents 9 ou/et 10.

Document 9 : puzzle à découper et à reconstituer. Quelles nouvelles difficultés surgissent ?

Document 10 : bataille navale sur table de Pythagore.
Quel est l'objectif de ce jeu ?
Quelles sont les difficultés que peuvent rencontrer les enfants ?

COMMENTAIRES APRES EXPERIMENTATION

Une expérimentation de cet outil de formation a pu être menée en formation continue auprès d'instituteurs.

BILAN DE L'ETAPE 1

Dès la distribution du matériel (pour deux stagiaires : un jeu de Pythagore sur feuille A4 en bristol, et une enveloppe contenant 100 cartons numérotés), un grand intérêt se manifeste et persiste tout au long de l'activité.

STRATEGIES

C'est la question suivante : « Peut-on regarder le jeu de l'autre ? » qui amène l'idée de stratégies possibles.

Ils ont ensuite travaillé sur ces stratégies. En voici quelques unes « en vrac ». Il s'agit soit de morceaux de tactiques, soit de connaissances nécessaires pour bien jouer.

- Une ouverture du jeu qui permet plus de possibilités est de placer les cartons de manière dispersée, une fois qu'ils sont tirés.
- Connaître toutes les décompositions des nombres de ses cartons (connaissances)

- Déterminer la fréquence d'un carton dans le tableau (connaissance)
- Regarder s'il y a des cartons de la diagonale (de son jeu ou de celui de son adversaire) et le garder le plus longtemps possible si l'autre ne les a pas (stratégie incomplète car les nombres de la diagonale n'ont pas tous la même fréquence d'apparition)
- autre expression : garder les carrés
- Parmi ses cartons, essayer d'organiser une ligne ou une colonne pour enchaîner ses placements. Par exemple, si on a 12, 14, 16, placer plutôt 12 en 2x6 qu'en 3x4. (morceau de stratégie)
- Essayer de poser le plus vite les cartons qui ont plusieurs places (voir S2 encadré)
- Placer dès que possible les cartons dans les coins (pour bloquer son adversaire ?)
- Eliminer les nombres que l'on a en double (S2)
- Eviter de se placer sur une case adjacente à une case hachurée (?)
- Rechercher les cases hachurées (S3)

Ces stratégies locales sont explicitées par leurs auteurs et discutées en grand groupe.

Le temps prévu est assez facilement débordé, car chaque groupe de deux personnes veut tester les stratégies qui lui semblent prometteuses.

BILAN DE L'ETAPE 2

La consigne de cette étape doit être clarifiée en resituant la nature du document 3 : " dans cette classe, l'exercice B n'est pas réussi. Vous voulez remédier à cette méconnaissance de la table de Pythagore, vous réunissez alors les document de 1 à 8. Dans quel ordre les introduisez-vous? "

PRESENTATION DES DOCUMENTS:

Quatre groupes de quatre stagiaires ont pu donner leur ordre de présentation :

Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4
1 ; 4	8	8	1 (table 5X5)
8	3	3A	6
3	4	$3B_1$	4
6	1	4	8
2	2	1	1
5	6 ; 7	6 ; 2	2
7	5	7	3A
9		$3B_2$	7 ; 3B
		5	5

Le plus souvent, le jeu n'est pas mis à la fin.

Aucun ne pense qu'il faut bien connaître la table pour bien jouer, les maîtres se servent du jeu pour donner du sens à l'apprentissage.

LES ETAPES 3 et 4 n'ont pas eu lieu faute de temps.

MA PROPOSITION DE MISE EN OEUVRE EFFECTIVE

PRE-TEST ET POST-TEST Doc3

Séance 1 : DECOUVERTE : LA TABLE DE PYTHAGORE ET QUELQUES PROPRIETES

Les enfants sont invités à compléter une table de Pythagore, puis à mettre en évidence des propriétés caractéristiques de celle-ci. Ils s'intéressent également (pour des besoins ultérieurs) à la fréquence d'apparition de certains nombres. Doc 4

Séance 2 : DECOUVERTE : * QUELS NOMBRES POUR QUEL PRODUIT ?

Les enfants vont découvrir des règles sur les produits de deux entiers pairs, le produit de deux entiers impairs, le produit d'un entier pair et d'un entier impair. Doc 4

Séance 3 : « UNE CROIX MAGIQUE »

Les enfants vont découvrir des relations entre des nombres situés sur une même « croix », on leur proposera ensuite de découvrir 1 puis 2 nombres cachés d'une même croix. C'est une activité riche en calcul mental, qui fait fonctionner la réversibilité des opérations, qui est de plus motivante de part son aspect ludique. Doc 5

Séance 4 : PRESENTATION DU JEU

Une phase collective de présentation du jeu. Les enfants sont répartis en deux équipes de 12. Ils s'affrontent alternativement et s'approprient peu à peu des règles du jeu.
Doc 1

Séance 5 : DECOUVERTE DES STRATEGIES DE JEU

Pour aider les enfants à découvrir des stratégies, nous leur proposons des portions de tables ou n'apparaissent que des nombres dont les produits leur sont bien connus. Doc 6, Doc 2

Séance 6 : JEU PAR DEUX

Les enfants s'affrontent par 2. Ils réinvestissent dans le jeu complet, toutes les découvertes mathématiques ou stratégiques précédentes. Pas de document, mais il s'agit de jeux fabriqués en format 40cmx40cm.

Séance 7 : TABLES INCOMPLETES

Nous proposons aux enfants (en évaluation formative) le jeu de la table incomplète : il s'agit de tables de multiplication dont on a effacé le contenu de certaines cases. Les têtes de lignes et de colonnes ne sont pas rangées dans l'ordre croissant. Doc 7

Séance 8 : LES TABLES-PUZZLES

Les enfants ont deux sortes de puzzles à reconstituer : Doc 8 ; Doc 9
Je n'ai personnellement pas utilisé le Doc 10, que j'ai fabriqué par la suite d'après les suggestions de quelques membres de l'atelier, je le placerais en séance 8.

LE JEU DE PYTHAGORE

DOCUMENT 1

Objectif : amélioration de la connaissance de la table de multiplication.
Durée : 20 à 30 minutes
Matériel pour deux joueurs :

- Une table de Pythagore de la multiplication pour les nombres naturels de 1 à 10 (plaque de carton fort ou de bois). Les cases de la diagonale principale sont hachurées.
- 100 petits cartons destinés à être placés dans les cases et sur lesquels sont inscrits les produits qui doivent figurer dans la table.
  On aura ainsi, 4 cartons portant le nombre 12 (pour 4x3 ; 3x4 ; 2x6 ; 6x2), 3 cartons portant le nombre 16 (4x4 ; 2x8 ; 8x2), 1 carton portant le nombre 81 (9x9).

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

But du jeu : Se débarrasser le plus rapidement possible de ses cartons.

Règles :

- Les cartons sont mélangés
- Les joueurs tirent à tour de rôle 2 cartons et les placent sur les cases convenables de la table de Pythagore (ils ont ainsi déposé 4 cartons sur la table)
- Chacun prend au hasard 20 cartons. Le reste de cartons constitue la pioche
- On joue à tour de rôle
- Un carton ne peut être posé que sur une case adjacente (1) à un carton déjà placé
- Celui qui place un carton sur une case hachurée a le droit de remettre dans la pioche un carton de son choix parmi ceux qui lui restent
- Celui qui ne peut pas jouer tire un carton dans la pioche et passe son tour
- Le vainqueur est celui qui, le premier, se débarrasse de tous ses cartons.

(1) Une case est adjacente à une autre si elles ont un côté en commun.

LE JEU DE LA TABLE DE PYTHAGORE

DOCUMENT 2

Règle simplifiée :

il n'y a pas de pioche : si on ne peut pas jouer, on passe son tour,

A	X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	B
	1											
12	2			6		10	12					9
12	3				12	15	18					14
14	4						24					16
16	5						30					20
32	6											24
36	7											28
36	8											36
40	9											72
	10											

	1er tour	2e tour	3e tour	4e tour	5e tour	6e tour	7e tour	8e tour	9e tour	10e tour	11e tour	Elimine
A												
B												

Entoure le gagnant.

DOCUMENT 3

A

Complète les tableaux suivants

a	2	7	5	3	4	6	10	1	9	8
a X 5										

b	4	6	9	1	10	2	7	5	3	3
b X 3										

c	5	7	9	3	1	8	2	4	6	10
c X 3										

d	7	3	6	10	9	4	2	5	1	8
d X 9										

e	8	9	1	6	4	10	3	7	2	5
e X 7										

B Complète les tables suivantes.

X	4		9	8
7		42		
			45	
			72	
	24			

X				
	27			
		35	49	
	15			
		40		16

LA TABLE DE PYTHAGORE

DOCUMENT 4

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

LA "CROIX MAGIQUE"

DOCUMENT 5

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Vous observerez que :
8+16=9+15=12x2 et que 42+54=40+56=48x2

LE JEU DE LA TABLE DE PYTHAGORE

DOCUMENT 6

Jeu simplifié :
Il n'y a pas de pioche : si on ne peut pas jouer, on passe son tour.

X	1	2	3	4	5
1					
2					
3		6			
4	4				
5					

A	B
4	2
8	4
9	6
25	12

	1er tour	2e tour	3e tour	4e tour	Elimine
A					
B					

Entoure le gagnant

TABLES INCOMPLETES

DOCUMENT 7

Il s'agit de tables de multiplication dont on a effacé le contenu de certaines cases.

Mais attention :
les têtes de lignes et de colonnes ne sont pas rangées dans l'ordre croissant.

	3		2	
		18		
			10	
	12			16
		54		36

		6		4
	6		33	12
				4
7			77	
	12			

TABLE - PUZZLE

DOCUMENT 8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

TABLE - PUZZLE

DOCUMENT 9

1								9	
			8		12				
	6			15			24		
				20					
		15				35		45	
								54	
7					42				
		24	32				64		80
					54				
	20						80		

LA BATAILLE NAVALE DE PYTHAGORE

Le joueur A place sur sa grille :
* 1 porte-avions de 5 cases,
* 1 cuirassé de 4 cases,
* 1 croiseur de 8 cases,
* 2 sous-marins de 2 cases,
* 2 canots de 1 case.

Le joueur B dit : "12 colonne du 4 ou 12 ligne du 3"
Le joueur A répond : "touché".
Le joueur B dit : "15 colonne du 5".
Le joueur A répond : "touché".
Le joueur B dit : "9"
Le joueur A répond : "coulé".

Le joueur B adopte deux types de notations sur sa grille mémoire, suivant qu'il "touche", "coule", ou "tombe dans l'eau".

JOUEUR "A"

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

JOUEUR"B"

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2								0		
3			X	X	X					
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

DOCUMENT N°10

Titre	" La multiplication des nombres décimaux est une nouveauté de la classe de 6° tant du point de vue du sens que de la technique. [1]"
Auteurs	Joël Briand et COPIRELEM
Date	Mars 96
Origine	Texte élaboré sur demande de la commission premier cycle des IREM en vue d'un envoi à la Direction des Lycées-Collèges.
Type	Article de synthèse sur les introductions possibles du produit de deux nombres décimaux.
Résumé	L'article porte sur : - un état des lieux des savoirs des élèves au sortir de l'école primaire à propos de la multiplication d'un décimal par un entier et de la multiplication de deux décimaux entre eux. - les nouveaux programmes de 1995 en école primaire et au collège. - un listage d'introductions possibles avec renvois bibliographiques.

LA MULTIPLICATION DES DÉCIMAUX

INTRODUCTION

Les nouveaux programmes (1995) de l'école élémentaire, s'ils conservent la multiplication d'un décimal par un entier, excluent la multiplication de deux décimaux. La mise en application des nouveaux programmes a commencé à la rentrée 95 en CE2 pour atteindre le CM2 à la rentrée 97. Ainsi, la multiplication des nombres décimaux est une nouveauté de la classe de 6° tant du point de vue du sens que de la technique.

I- Etat des connaissances des élèves sortant de l'école élémentaire : (en référence aux évaluations nationales de 1995) :

Nous avons choisi les items qui se rapportent à la multiplication des décimaux.

N°	exercice	% réussite	Principales erreurs	%
Ex 18b et c	1,54x1000 7,14x100	59,3%	Application à tort de la règle des entiers :1,54000 Déplacement inexact de la virgule : 15,4 Multiplication de la partie entière : 1000,54 et/ou de la partie décimale 1000,54000	10,4% 9,8% 4,2%
Ex 25	4,28 x 3,5	39%	1498 ou 14980 Autres réponses : on y retrouve des résultats où seule la virgule est fautive. On peut se demander si l'alignement des virgules des deux nombres donnés [...] n'induit pas un alignement de la virgule pour le résultat.	14,9% 42,1%

[1] I.O. 6° 1995

Dans l'évaluation 1995 les décimaux apparaissent dans des exercices de calcul, mais jamais dans des problèmes. Suite aux changements de programmes on ne devrait plus trouver d'exercices semblables à l'exercice 25 à partir de la rentrée 98.

II- Les nouveaux programmes de sixième:

Dans la partie 2 " travaux numériques ", des nouveaux programmes de la 6°, voici les contenus, compétences et commentaires des parties 2-1 2-2 et 2-3 concernant les travaux numériques des nouveaux programmes de 6°:

Partie 2-1 : Nombres entiers et décimaux : écritures et opérations (extraits).

Contenus	compétences exigibles	commentaires
techniques opératoires	addition, soustraction et multiplication	..La multiplication des nombres décimaux est une nouveauté de la classe de 6° tant du point de vue du sens que de la technique.

Partie 2-2 Quotient de deux entiers : (extraits)

Contenus	compétences exigibles	commentaires
Ecritures fractionnaires	Placer le quotient de deux entiers sur une droite graduée dans des cas simples. Savoir utiliser un quotient de deux entiers dans un calcul sans effectuer la division.	A l'école élémentaire, l'écriture fractionnaire a été introduite à partir de situations de partage. Les activités poursuivies en 6° s'appuient sur deux idées : Le quotient a/b est un nombre. Le produit de a/b par b est égal à a.

Partie 2-3 : Nombres décimaux en écritures décimales et fractionnaires : (extraits).

Contenus	compétences exigibles	commentaires
Nombres décimaux en écritures décimales et fractionnaires	Pour des nombres courants, passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire et vice-versa.	Il s'agit de pouvoir utiliser les différentes écritures fractionnaires d'un même nombre décimal.

Ces nouveaux programmes inspirent quelques commentaires :

1- L'ordre des parties pourrait faire croire qu'à l'école élémentaire, la construction des décimaux s'est effectuée avant celle des rationnels[2]. Or, si nous regardons les manuels diffusés pour les deux dernières années du cycle 3 (ex CM1 et CM2) on s'aperçoit que bon nombre d'entre eux introduisent les fractions simples, puis les fractions décimales (donc les décimaux), puis les écritures à virgules des fractions décimales.

[2]Remarque : à l'école élémentaire, le terme de fraction désigne indifféremment le nombre rationnel et une de ses écritures fractionnaires.

Il y a là une tendance à proposer une introduction plus proche de leur construction historique[3]. Même si la plupart du temps, cette construction est montrée aux élèves et non pas mise en place par eux, l'école élémentaire prend peu à peu ses distances avec les constructions telles que le marquage de l'unité par une virgule dans un nombre associé à une mesure (que ce soit des unités du système métrique ou la monnaie). Il semble que les premières évaluations nationales aient en partie permis d'ouvrir un débat sur les obstacles didactiques que créait ce type d'introduction. Les élèves concevaient alors le nombre décimal, dans son écriture à virgule, comme un couple d'entiers.

De ce fait ils pouvaient envisager comme licite, la notion de décimaux consécutifs, et l'impossibilité d'intercalation dans certains cas.[4]

[3]Pour plus d'informations, voir l'article sur "La Disme" dans la brochure Angers 1996 de la COPIRELEM.

[4] Bien souvent le lien entre l'ordre de la partie décimale des décimaux et l'ordre lexicographique est une découverte pour des étudiants se préparant au concours de Professeur des Ecoles : voici un exercice « inhabituel » :
Range du plus petit au plus grand les nombres suivants :
22 19 2010 10 1000 103 13 1412 2004 20
Dresse la liste de ces nombres dans l'ordre où ils apparaîtraient s'ils étaient rangés de la même façon que l'on range les mots d'un dictionnaire. L'ordre alphabétique correspondant à l'ordre normal des chiffres, c'est à dire 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.
Compare les deux listes. Sont elles différentes ?
2°) Maintenant, on fait précéder chaque nombre de 0, on obtient :
0,22 0,19 0,2010 0,10 0,1000 0,103 0,13 0,1412 0,2004 0,20
Range ces nombres du plus petit au plus grand. Compare la liste obtenue aux listes précédentes.

2- Le mot "quotient" induit souvent l'idée de division. Beaucoup d'étudiants de première année d'IUFM (titulaires de licence) ont ce modèle des rationnels : un quotient est une division à effectuer. En revanche le mot "fraction" telle que 2/3 est plus souvent envisagée comme un nombre-repère (2 fois 1/3) sur une droite graduée , ou nombre-mesure.
L'idée d'associer quotient et division est très certainement un effet de l'enseignement ; le quotient a une signification polysémique à l'école élémentaire : quotient euclidien (ou quotient entier), quotient décimal, quotient exact (entier décimal ou rationnel), quotient approché (avec un reste décimal). En revanche, dans les instructions de 6°, la notion de quotient est nettement associée à celle de rationnel. Lorsque les élèves arrivent au collège, le professeur devrait prendre en compte ces différents points de vue.

3- La multiplication des décimaux entre eux relève explicitement maintenant de la classe de 6°. Notons au passage que le texte de 6° déclare : “aucune compétence n'est exigible quant à la technique de la division à la main de deux décimaux ”. Cela signifie-t-il "savoir interpréter le résultat de la division de deux décimaux à l'aide de la calculatrice" ?

III- Quelques pratiques scolaires relatives à l'enseignement du produit de deux décimaux :

Voici quelques exemples de pratiques effectives repérées à l'école élémentaire ces dernières années avant les nouveaux programmes. [5]

[5] Pour ne pas se borner à des constats de pratiques, nous renvoyons le lecteur à deux recherches en

Produit de deux décimaux à partir du produit d'un décimal par un entier :

Dans un premier temps, la multiplication d'un décimal par un entier est définie par réitération de l'addition : par exemple : 1,6+1,6+1,6+1,6 s'écrit aussi 1,6x4.
Cette définition ne peut être reprise pour le produit de deux décimaux. Quel sens donner alors au produit 0,148x1,6 par exemple ?
On sait que 148x16=2368 (dans N) et que 14,8x16=236,8 (nouvelle opération définie de DxN vers D). La multiplication dans N possède une propriété connue : « si l'on divise l'un des termes de la multiplication par 10 (100, 1000...), le résultat a est divisé par 10 (100, 1000...). On fait donc remarquer à l'élève que 148 :10=14,8 et 2368 :10=236,8 permettent de retrouver le résultat de 14,8x16 nouvellement construit de DxN vers N.
Cette propriété montrée va être alors étendue. L'hypothèse est que « si l'élève a compris », il pourra alors trouver le résultat de chacun des produits suivants : 0,148x1,6 ; 14,8x1,6 ; 1,48x1,6, construisant ainsi une nouvelle opération (de DxD vers D) qui garde les propriétés connues de la multiplication de NxN vers N.

Ce passage peut être plus ou moins explicité en utilisant les outils des fonctions : par exemple :

148 x 16 = 1,48x100 x 1,6x10 = 1,48 x 1,6 x 1000

	$\longrightarrow$	
1,48	multiplié par 100	148
x 1,6	multiplié par 10	x 16
?	divisé par 1000	2368
	$\longleftarrow$	

Produit de deux décimaux à partir de calculs d'aires :
Le problème posé aux élèves est le suivant : déterminer un moyen de calculer l'aire d'un rectangle dont les côtés mesurent 3,6 et 4,3, l'unité d'aire étant le carré de côté 1.
Plusieurs directions sont possibles :

le produit de deux décimaux qui s'appuie sur un calcul d'aire et sur des jeux d'écriture (à virgule et fractionnaires) : 13,427x9,64 = (13427/1000)x(964/100) qui se pratiquent par analogie avec ceux pratiqués dans N (voir l'étude précédente) . Cette approche suppose une connaissance approfondie des rationnels et de la multiplication dans cet ensemble.

Produit de deux décimaux à partir de la mesure effective de l'aire du rectangle :
Les élèves travaillent sur feuille de papier millimétré sur laquelle est dessinée un rectangle de 2,45 dm sur 2,7 dm. Le professeur demande aux enfants de retrouver l'aire du rectangle en dm².

---

didactique des mathématiques, sur les rationnels et les décimaux :
La première (voir bibliographie) est celle de Douady R. et Perrin M.J. qui met en évidence différentes représentations des rationnels et des nombres décimaux chez les élèves du CM2 et du collège. Les auteurs proposent également une suite de situations permettant notamment l'introduction du produit de deux décimaux en s'appuyant sur un jeu entre deux cadres : le numérique et le géométrique.
La seconde (voir bibliographie) est celle de.Brousseau N. et G sur " la construction des rationnels et des décimaux dans la scolarité obligatoire » qui présente une suite de situations dans lesquelles les élèves élaborent les rationnels, les décimaux et les opérations dans ces ensembles.

Les savoirs concernant les unités de mesure des surfaces sont connus[6]. Attardons nous un instant sur les stratégies généralement observées :

1- Les enfants effectuent des tracés sur le papier millimétré. Ils recherchent des carrés de 1 dm de côté. Ils retrouvent rapidement les 2x2 dm². Il reste à “ rassembler les bordures ” en paquets valant 1 dm². Pour cela les démarches sont variées.

2- Certains élèves effectuent directement la multiplication de 245 par 27 et cherchent à donner une signification du résultat.

3- D'autres convertissent tout en mm², calculent l'aire en mm² et reviennent à la mesure en dm².

Le professeur a prévu un dessin sur lequel figure le rectangle des élèves ainsi que les rectangles 2x2 (en dm)et 3x3 (en dm) (Ce schéma prouve que l'aire du rectangle recherchée est comprise entre 4 et 9 dm²). Ceci permet d'écarter certaines erreurs issues de diverses stratégies.

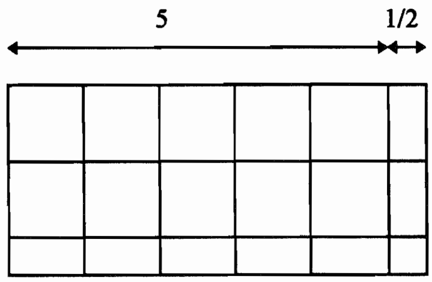
Produit de deux décimaux à partir du produit de deux rationnels en s'appuyant sur le calcul d'aires :

On se donne un nombre entier de centimètres (8 cm). On cherche le plus possible de rectangles ayant ce nombre comme demi-périmètre et on calcule son aire.

Dans un premier temps, les élèves résolvent ce problème dans les entiers. Ils déterminent les couples solution (1 ;7), (2 ;6),(3 ;5),(4 ;4) et déterminent les aires associées. Ensuite, arrivés à ce stade, ils sont capables de construire des rectangles ayant les dimensions faisant intervenir des fractions simples.

Il s'agit maintenant de calculer l'aire d'un tel rectangle. L'existence de cette aire est évidente pour l'élève.

[6] Toutefois, on sait que les élèves assimilent dm² et carré de un dm de côté, cm² et carré de un cm de côté.



Les élèves calculent les différentes parties de ce rectangle en utilisant la multiplication dans N et la multiplication d'une fraction par un entier (connue) et en calculant 1/2x1/2 en se ramenant au carré d'aire 1.

Il s'agit ensuite d'expliciter le calcul effectué :

Ils ont donc : 1/2x1/2=1/4

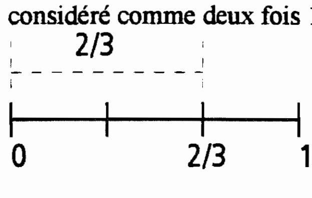
Il faut calculer (5+1/2)x(2+1/2).

(5+1/2)x(2+1/2).= 5x2 + 5x1/2 + 2x1/2 + 1/2x1/2 = 10 + 5/2 + 2/2 +1/4 = 13 + ½ + 1/4

Produit de deux décimaux à partir du produit de deux rationnels en s'appuyant sur la juxtaposition d'aires :

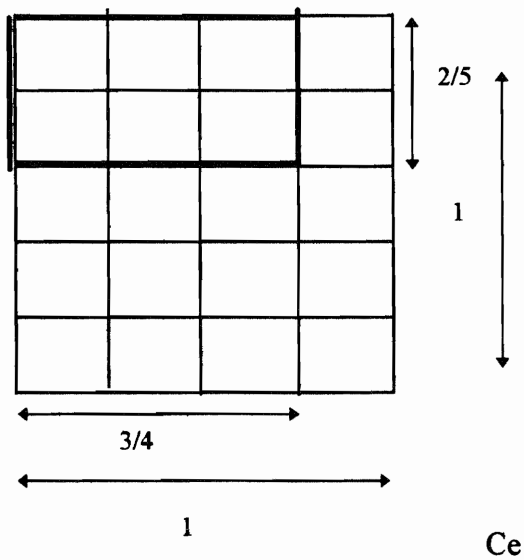
Le produit de deux décimaux peut être considéré, dès le départ, comme un cas particulier du produit de deux rationnels en suivant l'une des approches possibles : fractionnement[7] ou commensuration en fonction de l'introduction choisie pour les rationnels :

[7] *fractionnement* : une unité (de longueur, d'aire, de masse...) étant choisie, le rationnel 2/3 est donc considéré comme deux fois 1/3



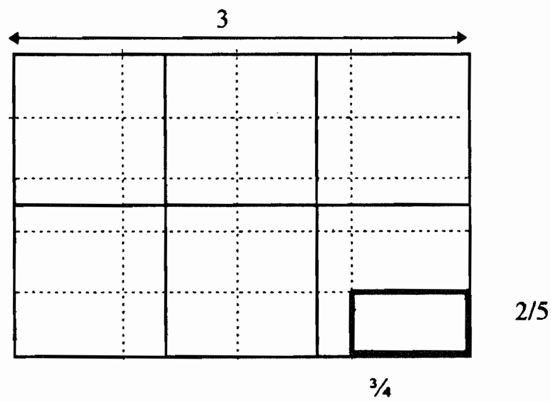
commensuration : 2/3 est considéré comme le nombre qui multiplié par 3 donne 2 par report de mesure. Cela correspond au quotient de 2 par 3.

Première approche (qui se fonde sur l'introduction des fractions à partir de " partages de l'unité") : soit à définir le produit de 2/5 par 3/4 en se référant aux mesures des surfaces :



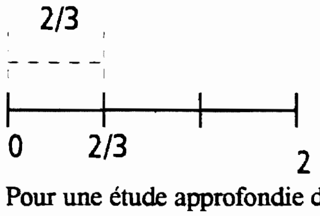
Dans le carré unité (voir figure) , il y a 20 rectangles élémentaires. Le rectangle d'aire 2/5 multiplié par 3/4 est formé de 6 rectangles élémentaires. Son aire est donc les 6/20 de l'unité.

Deuxième approche (qui se fonde sur l'introduction des fractions à partir de la " commensuration ").
Soit à définir le produit de 2/5 par 3/4 en se référant aux mesures des aires : il faut 5 longueurs de 2/5 pour faire 2 et 4 longueurs de 3/4 pour faire 3.



Ce qui donne un grand rectangle de dimensions 2 et 3 d'aire 2x3 soit 6. Il faut 5x4 petits rectangles de dimensions 2/5 et 3/4 pour obtenir le grand rectangle. L'aire des petits rectangles est donc 20 fois plus petite. Elle est de 6/20. On décide d'identifier 2/5x3/4 et 6/20.

Ce travail (première ou deuxième approche) fait sur quelques fractions simples est appliqué au cas des fractions décimales et institutionnalisé sur ce seul cas (exemple : 2/10 x 3/100 = 6/1000).
Cela permet alors de donner du sens à 3,7 par 4,56 ; 3,7 étant identifié à 37/10 ou à 3+7/10, 4,56 à 456/100 ou à 4+5/10+6/100, le produit 3,7x4,56 est donc égal à : (37/10)x(456/100) ou (3+7/10)x(4+5/10+6/100).



Pour une étude approfondie de ces deux modèles voir : *"Deux méthodes de mesures rationnelles »*. RATSIMBA-RAJOHN in Revue .de Didactique.des Mathématiques. Ed. La pensée sauvage. Volume. 3-1. Pages.65-112

BIBLIOGRAPHIE
recherche et formation :

BROUSSEAU G.(1980), "*Problèmes de didactique des décimaux*", dans *Recherche en Didactique des Mathématiques* 2/1, pages 37-128.

RATSIMBA-RAJOHN (1982) : « *Deux méthodes de mesures rationnelles* ». RDM :Recherche en didactique des mathématiques. Vol. 3-1 pages 65-112.

COPIRELEM (1986), *Aides pédagogiques pour le cycle moyen*. Elem math VIII Publication APMEP n°61.

DOUADY R., PERRIN M.J. (1986) : « *les nombres décimaux à l'école et au collège* ». IREM Paris VII.

BROUSSEAU N.et G. (1987) *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, IREM de Bordeaux.

BERTE A. « *Mathématique dynamique* » Nathan pédagogie 1993.

BRIAND J., HUET M.L.,.PEAULT H,.PELTIER M.L : COPIRELEM (1995) "*La Disme*" *et* "*Etude de la Disme*" , dans *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*, IREM de Paris 7, pages 43-78.

PARTIE II
Stratégies de formation

1.Enseigner à des élèves en difficulté
D. Butlen

2. Evaluation et effets
C. Taveau et J. Briand

3. Analyse de pratiques
D. Butlen et P. Masselot

4. A suivre .. à Besançon (mars 1997)

Aide à la représentation de problèmes
Collectif, J. Julo

Formation à l'A.I.S
Collectif

Titre	Une approche didactique spécifique en formation continue des professeurs d'école en vue d'un enseignement de mathématiques à des élèves en difficulté
Auteurs	Denis Butlen
Date	Octobre 96
Résumé	Il s'agit de la description de 30 heures de formation en mathématiques spécifiquement destinée à des enseignants s'adressant à des élèves en difficulté lors d'un stage de formation continue

Enseigner les mathématiques à des élèves en difficulté en mathématiques: une intervention en formation continue des professeurs d'école

I) Objectifs et public visé

Voici la description d'une intervention de 30 heures lors d'un stage de formation continue portant sur l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté. Ce stage comporte également des interventions de PIUFM de français et d'E.P.S.

Le public est constitué de 25 instituteurs et professeurs d'école volontaires qui enseignent dans des "zones sensibles" du nord du département de la Seine et Marne.

Le but du stage est de donner des outils aux maîtres pour mieux adapter leur enseignement à des élèves en difficulté. L'intervention en mathématique est centrée sur l'enseignement dans des classes comportant un nombre important d'élèves de ce type.

L'article n'aborde pas la question des classes hétérogènes ni celle des constructions et mises en oeuvre d'une pédagogie différenciée. La formation

s'appuie sur des expériences d'enseignement dans des classes "homogènes" constituées d'élèves en difficulté et ne peut donc répondre à ce type de problème.

II) Déroulement

1. Définition du profil statistique d'un élève en difficulté

Les maîtres travaillent par groupe de 4 à 5. Ils disposent des cahiers d'évaluation CE2 et 6ème ainsi que des résultats nationaux obtenus par les élèves aux différents items. Ils doivent repérer les items réussis par au moins 80% des élèves, déterminer pour chacun les connaissances et compétences mathématiques testés.

Le travail de dépouillement est partagé par grands thèmes (géométrie, numérique, mesure) et par niveaux. Chaque groupe expose ensuite son travail aux autres groupes.

Il ressort de cette étude que les items de l'évaluation CE2 et 6ème réussis par au moins 80% des élèves d'un niveau donné correspondent à des notions dont l'enseignement a été initialisé deux ans auparavant. Ainsi, les items correspondants de l'évaluation CE2 relèvent du CP ou du début du CE1. Pour l'évaluation sixième, ils correspondent aux notions enseignées jusqu'au CE2.
Toutes les autres notions testées, moins familières, ne sont pas maîtrisées par les élèves. Nous donnons en annexe 1, à titre d'exemple, une liste de notions maîtrisées en géométrie par des élèves de début de sixième.

Ce constat permet de dresser un profil quantitatif, d'un élève en difficulté et de préciser l'utilisation de ces évaluations nationales CE2 et 6ème.
Pour déterminer, à l'aide de ces outils, les élèves en difficulté, le maître aura tout intérêt à regarder les résultats des élèves de sa classe aux items déterminés précédemment.
Les élèves présentant de grandes difficultés en mathématiques échouent massivement à ces exercices.

2. Profil qualitatif d'un élève en difficulté, profil d'un enseignant s'adressant à une classe comportant un nombre très important d'élèves en difficulté.

Il s'agit de l'exposé des résultats des recherches de D. Butlen, M.J. Perrin et M. Pezard sur ce point [4], [5], [12] et [14]. Ces résultats sont résumés dans le premier article de ce chapitre :
"deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté".

Ils sont également détaillés dans la conférence de Marie-Jeanne Perrin-Glorian.

L'intervention du formateur s'articule autour des deux questions :

- comment se manifestent les difficultés des élèves de l'école élémentaire ?

- comment l'enseignant répond-il aux contraintes liées à une classe majoritairement constituée d'élèves en difficulté ?

La réponse à la première question est donnée sous la forme de l'énoncé d'une liste relativement complète de caractéristiques susceptibles de définir un élève en difficulté en mathématique.
Il s'agit :
- de la difficulté à capitaliser le savoir
- d'un manque de confiance dans les connaissances anciennes
- d'une carence dans les représentations mentales et d'une absence de projet implicite de réinvestissement
- d'une absence d'identification de l'enjeu des situations d'enseignement
- de lassitude et d'un manque d'investissement
- d'un manque de méthode
- d'une difficulté de socialisation et d'une recherche d'une relation privilégiée avec l'adulte
- d'une recherche systématique de règles ou d'algorithmes
- de difficultés à changer de point de vue
- de nombreux problèmes d'expression et de lecture
- d'une prise en compte ambiguë des situations du quotidien
- d'une mauvaise représentation de soi
.

La réponse à la seconde question est apportée par la description faite par Marie-Jeanne Perrin [12] de deux cercles vicieux dans lesquels un enseignant peut se trouver enfermé quand il essaie de prendre en compte les difficultés des élèves.

Cet exposé est suivi d'un débat animé. Les maîtres déclarent reconnaître certains de leurs élèves dans la description faite et se reconnaître également dans la description du professeur. Ils s'avouent particulièrement désarmés, ne sachant comment faire autrement.

Cela les conduit à demander au formateur des outils pour enseigner différemment.
Les stagiaires font part très souvent de nombreux témoignages le plus souvent émouvants.

Les débats et témoignages sont déterminants pour assurer une bonne réception du discours du formateur qui, dans un premier temps, pourrait apparaître comme péjoratif à l'égard des enseignants et des élèves.

III) Principes pour construire des interventions spécifiques en direction d'élèves en difficulté

Le formateur expose ensuite certains principes qui ont sous-tendu les activités d'aide mises en oeuvre dans les recherches citées précédemment.

Une remédiation[1] doit s'appuyer sur divers modes d'intervention et ne doit pas se limiter à une intervention individuelle.

[1] nous employons ce terme ambigu dans le sens d'une nouvelle médiation au savoir.

Elle doit être intégrée à l'apprentissage en cours ; une dialectique du réinvestissement et de la réussite doit s'instaurer entre les apprentissages collectifs et le "rattrapage" individuel ou par petits groupes.

Elle doit se construire autour de situations suffisamment complexes (pour donner du sens aux notions) mais pas trop difficiles, pour ne pas démobiliser les élèves.

Elle doit également nécessairement s'appuyer sur les acquis des élèves et de les mettre en valeur.

Elle doit commencer suffisamment tôt dans l'année afin de pouvoir permettre l'instauration de méthodes de travail différentes.

Elle ne doit pas se limiter aux seuls apprentissages mathématiques mais doit viser à la réduction des difficultés exposées dans le premier paragraphe.

Enfin, ces activités doivent s'inscrire dans un dispositif diversifié tant au niveau des contenus (mathématiques, mÈtamathÈmatiques, méta-cognitifs) que des modes de gestion (aide individuelle, travail en petits groupes homogènes, travail en groupes hétérogènes, travail en groupe classe...).

Il est utile de présenter certaines activités sous forme de jeu afin de motiver les élèves.

IV) Des exemples d'activités mathématiques

Il s'agit de la présentation et de l'étude d'exemples d'activités mathématiques de remédiation. Elles visent d'une part à renforcer certaines connaissances des élèves et d'autre part à leur donner des méthodes de travail.

Nous allons décrire deux activités répondant à des buts différents :

- aider des élèves en difficulté lors de la résolution d'un problème mathématique complexe sans réduire la construction du sens des notions mathématiques visées (deux exemples de problèmes)

- renforcer les connaissances des élèves de CE2 sur la numération des entiers naturels, passage de la numération "écrite" (avec des chiffres) à la numération "orale" (écrite avec des mots).

1. Comment aider les élèves en difficulté lors de la résolution d'un problème sans réduire la construction du sens des notions mathématiques ?

Nous renvoyons le lecteur à la lecture du paragraphe correspondant de l'article déjà cité[2]

Il s'agit de l'étude de deux exemples :

- une résolution d'un problème additif, le jeu de l'autobus :

"dans un autobus, il y a n voyageurs. À un arrêt, il en monte a et en descend b. Combien y a-t-il de voyageurs quand l'autobus repart ?"

Les stagiaires doivent prévoir un scénario permettant à des élèves de CE2 de mobiliser une procédure de type "composition de transformations" plutôt qu'une procédure de type "état-transformation-état" [3] quand les nombres s'y prêtent.

- une résolution en CM2 ou en sixième d'un problème multiplicatif de dénombrement (détermination du cardinal du produit cartésien de trois ensembles).

Le problème est en général très mal réussi par des élèves de CM2 et de sixième.

MENU

1 entrée au choix	***1 plat au choix***
- Carotte à l'orange	*- Ravioli gratinés*
- Sardine	*- Poulet rôti , haricots bretons*
- Pizza	*- Steak haché, haricots beurre*
- Pamplemousse	*- Grillade de porc , coquillettes*
- Friand au fromage	*- Hachis parmentier*
- Potage	*- Blanquette de veau riz créole*
- Céleri rémoulade	
- Salade composée	
- Oeufs durs, mayonnaise	
- Betteraves et maïs	
-Endives en salade	
- Quiche	

1 dessert au choix

- Mousse au chocolat
- Pommes au four
- Compote
- Lait gélifié
- Pêches au sirop
- Flandise
- Ananas

Combien peut-on composer de menus différents comprenant une entrée, un plat et un dessert ?

Pour chaque problème, le scénario est semblable :

- présentation du problème
- comment aider des élèves à résoudre le problème "sans négocier à la baisse"

(2) "Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté"

(3) Nous utilisons ici ces termes avec le sens que leur donne G. Vergnaud.

- analyse des différentes propositions faites par les stagiaires

- exposé de la solution expérimentée par le formateur dans les recherches décrites ci-dessus (2)

- débat autour de ces différentes propositions.

Si les scénarii proposés par les stagiaires pour le jeu de l'autobus sont proches de celui exposé par le formateur, il n'en est pas de même pour le second problème.
Dans ce dernier cas, la stratégie majoritairement exprimée est le plus souvent du type "simple-complexe".

La gestion proposée par le PIUFM engage un débat.
Certains maîtres n'acceptent pas le schéma "complexe-simple-complexe". Les raisons les plus souvent évoquées sont les suivantes :

- peu convaincus par la démonstration faite, certains stagiaires trouvent le problème beaucoup trop difficile et préfère se limiter à un traitement dans un domaine numérique très simple. Ils envisagent ensuite un éventuel traitement faisant intervenir des nombres "plus grands"

- le statut de la représentation en d'arbre est discuté. Certains y voient un élément déterminant de la compréhension de la structure multiplicative du problème ; d'autres pensent que cette compréhension ne vient qu'après la reconnaissance de la structure multiplicative jouant le rôle d'un élément de preuve supplémentaire

- certains maîtres s'interrogent sur la valeur éthique d'un dispositif d'enseignement commençant par une mise en échec d'élèves déjà en difficulté, Ils sont effrayés par les difficultés de gestion de la phase de rééquilibration qui suit cette introduction.

Le débat est là encore animé. Il oppose les tenants d'une pédagogie par objectifs, béhavioriste à ceux qui ne croient plus à ce type de démarche.

Ce débat sera repris dans la suite du stage ; les arguments échangés reviendront périodiquement et seront discutés à propos d'autres exemples.

Notons que certains maîtres proposent des scénarii proches de celui proposé par le formateur mais jouant sur d'autres variables ou proposant d'autres aides :

- augmentation du nombre d'ensembles

- réduction à 1 du cardinal de deux des trois ensembles

- travail sur l'exhaustivité des solutions

- "rentrée" dans le problème sans données numériques

- proposition de nombreux problèmes isomorphes faisant intervenir des domaines numériques semblables.

2. Un exemple d'intervention sur la numération, en particulier sur les liens entre numération chiffrée et numération orale

Le formateur utilise les fiches de l'annexe n°2 pour rappeler les différents systèmes de numération(4) (d'addition, de position et polynomial). Chaque système est illustré par un exemple rencontré à l'école

(2) "Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté".

(4) Cette étude n'est pas toujours nécessaire, elle dépend des connaissances du public sur le sujet.

primaire (romain, numération chiffrée occidentale et numération écrite française).

Notons une régularité mainte fois constatée à propos de la fiche n°2 : les stagiaires en formation initiale ou en formation continue comme les élèves de l'école primaire, inventent le plus souvent un système d'addition comportant 4 signes de type égyptien ou grec) et non un système de position en base quatre.
Par la suite, une dizaine d'exercices portant sur l'étude spécifique par les enfants de la numération "orale" ou sur le passage entre numération chiffrée et numération "orale" sont alors étudiés ; en voici quelque uns :

-1- construire, observer et analyser un compteur utilisant comme chiffres les "mots-nombres"(5) de la numération "orale"

-2- combien faut-il de "mots-nombres" différents pour écrire les nombres inférieurs à un milliard ?

-3- utiliser des "étiquettes" représentant des "mots-nombres" pour écrire des nombres...

-4- compter, décompter de n en n, de 10^n en 10^n dans ce système, utiliser le compteur ci-dessus pour analyser la succession des différentes écritures (régularités, longueurs...)

-5- que devient l'écriture littérale d'un nombre quand on lui ajoute 10^n, quand on le multiplie par 10^n ?

-6- écrire ce que l'on entend à l'aide de chiffres ; comment transformer cette écriture pour obtenir l'écriture canonique chiffrée (exemple quatre vingt douze : 4 20 12) ?

-7- combien faut-il de mots-nombres pour écrire un nombre donné, combien de chiffres ?

-8- étude d'une numération sino-japonaise

- ...

Les stagiaires sont ensuite invités à construire d'autres exercices portant sur ces thèmes.

3. Différentes écritures (additives, multiplicatives, mixtes,...) d'un nombre entier

L'étude précédente se poursuit par la présentation et l'analyse d'activités portant sur les différentes écritures (additives, multiplicatives...), d'un entier (voir l'annexe n°3).

L'attention des stagiaires est attirée sur la gestion des variables numériques des différentes situations :
- ne pas prendre des nombres trop "petits" par rapport au domaine numérique fréquenté ce moment là en classe entière
- gérer les aspects ludiques des activités proposées aux élèves.

V) Des exemples d'activités métamathématiques

1. Développer une culture mathématique à l'école primaire

(5) Nous désignons par ce terme les mots, jouant le rôle de chiffres de la numération "orale", permettant d'écrire les nombres entiers.

L'accent est mis sur la nécessité de développer une culture mathématique à l'école primaire. Pour cela, différents moyens sont étudiés :

- décoration de la classe (affichage) à l'aide d'objets mathématiques construits ou non par les élèves (dessins géométriques, solides, textes relatifs aux mathématiques ou à des mathématiciens, outils mathématiques divers : tables, bandes numériques...)

- activités s'appuyant sur l'histoire des mathématiques ; ainsi l'exemple classique de la conjecture dite du "jeu de Syracuse"(6) est explicitée, une mise en scène à destination d'élèves de CM est analysée

- livres ou revues de vulgarisation mathématiques pour élèves...

Le formateur essaie ensuite de souligner la nécessité de donner un réel statut, dans l'enseignement de mathématiques, à un discours métamathématique et métacognitif, répondant notamment aux questions :

- à quoi servent les mathématiques ? - comment les apprend-on ?
-...

Il illustre cette argumentation d'exemples d'interventions conséquentes de ce type [14] et [5].

Cet exposé est illustré par les réponses d'élèves de sixième et de CE2 au questionnaire figurant en annexe n°4.

(6) Soit n un nombre entier,
- s'il est pair on le divise par 2
- s'il est impair, on le multiplie par 3 et on ajoute au résultat 1
on obtient ainsi un nombre n'.
On réitère le procédé avec n'...
Au bout d'un nombre fini de fois on obtient le nombre 1

<u>2. Étude d'une situation utilisant des bilans de savoirs : construction d'une mémoire collective de la classe</u>

Il s'agit de l'étude de la situation exposée dans l'article précédent(7) visant à construire une mémoire collective de la classe à partir de l'élaboration d'écrits collectifs.
Le but est de renforcer la décontextualisation, la dépersonnalisation de notions étudiées, d'aider à leur institutionnalisation mais aussi d'apprendre aux élèves à anticiper sur des apprentissages futurs.

Nous renvoyons le lecteur au paragraphe correspondant de cet article.
Cette présentation s'accompagne de l'analyse très détaillée des modes de gestion des débats.

VI) Exposé sur la notion d'erreurs et d'obstacles

Il s'agit de l'exposé par un ou plusieurs stagiaires de l'article de R. Charnay : "*de l'analyse d'erreurs en mathématiques aux dispositifs de remédiation, quelques pistes*" paru dans Grand N n°48.

Le but est de présenter aux maîtres des outils d'analyse (typologie d'erreurs, remédiations possibles associées) qui vont être directement testés, réinvestis lors d'une analyse clinique d'élèves en difficulté ou lors de dépouillement d'évaluation CE2 ou sixième.
C'est aussi l'occasion de travailler les notions d'obstacle et de contrat didactique.

(7) "Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté"

VII) Analyses cliniques d'élèves en difficulté, diagnostic à chaud de difficultés et de leur origines possibles

Les stagiaires vont ensuite procéder à une observation clinique d'élèves.

Selon leur préférence, par groupe de trois, ils vont construire un protocole d'observation portant sur l'un des thèmes suivant :

- résolution d'un problème relativement complexe ; il s'agit de l'un des deux problèmes ci-dessous :

"Je pense à trois nombres qui se suivent, je les additionne, je trouve 108. Trouve ces trois nombres."
"A l'étalage d'un marchand de fruits, il y a trois plateaux : l'étiquette du premier plateau indique 4 francs pour 8 oranges ; celle du second plateau indique 2 francs pour 3 citrons ; celle du troisième plateau 4 francs pour 7 poires.
Quel est le fruit le plus cher, quel est le fruit le moins cher ?"(8)

- l'observation d'élèves de CE2, considérés comme en grande difficulté par leur enseignant, sur des exercices comportant une dictée de nombres et des activités d'éventuelles remédiation

- la passation d'un questionnaire sur les mathématiques et leur apprentissage.

(8) Une analyse détaillée d'entretiens individuels d'élèves de CM2 et de sixième résolvant ces deux problèmes peut être consultée dans le rapport intermédiaire de recherche de D. Butlen et M. Pezard, 1995-96, IUFM de Créteil.

Dans chaque cas, les stagiaires doivent décider à l'avance de ce qu'ils vont dire aux élèves (consignes, questions...), des aides éventuelles à apporter en cas de blocage et des moyens de contrôle laissés à la charge de l'élève.
Les tâches sont réparties de la façon suivante : un maître, un observateur du maître, un observateur de l'élève.
Les entretiens sont enregistrés à l'aide d'un magnétophone.

Les stagiaires doivent ensuite présenter aux autres leurs analyses en précisant la nature des difficultés des élèves, leurs manifestations, la pertinence des moyens de détection utilisés, l'impact de l'aide éventuelle apportée.
Le questionnement sur les mathématiques suit un scénario un peu différent ; il est construit à partir du questionnaire proposé en annexe.

Les stagiaires ne sont pas au départ toujours convaincus de l'intérêt de ces passations. Ils déclarent connaître assez les élèves et leurs erreurs. D'autres ressentent le besoin de prendre un peu de distance avec la classe et les élèves.
Les bilans de ces passations montrent que les maîtres ont trouvé très formateur ce type d'activité. Ils déclarent avoir observé pour la première fois certaines réactions d'élèves.
Cela les amène aussi à mesurer la difficulté, voire l'impossibilité, à prendre des informations quand ils sont en situation classique d'enseignement.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BAUTIER E. et ROBERT A. (1988) Réflexions sur le rôle des représentations métacognitives dans l'apprentissages des mathématiques. *Revue Française de Pédagogie* n°84 p.13-19, INRP, Paris.

[2] BROUSSEAU G. et CENTANO J. (1991) La mémoire du système didactique *Recherches en Didactique des Mathématiques* n°11-2.

[3] BRUNER J.S. (1983) *Savoir faire, savoir dire.* Presses Universitaires de France, Paris.

[4] BUTLEN D. et PEZARD M. (1992) Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du CP au CM2. *Recherche en Didactique des mathématiques* n°12.2.3.

[5] BUTLEN D. PEZARD M. Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée, Grand n° 50 p29-58, IREM de Grenoble.

[6] CHARLOT B. ; BAUTIER E ; ROCHEX J.Y. *École et savoir dans les banlieues... et ailleurs.* A. Colin.

[7] CHAUVEAU G. (1982) L'insuccès scolaire. Le rôle des rapports sociaux et culturels. *Psychologie scolaire* n°39 p21-39.

[8] CHEVALLARD Y. (1988) *Notes sur l'échec scolaire.* Publication de l'IREM de Marseille n°13.

[9] HOUDEBINE J. et JULO J. (1988) Les élèves en difficulté dans le premier cycle de l'enseignement secondaire. *Revue Française de Pédagogie* n°84 p5-12 INRP Paris.

[10] LAUTREY J. (1980) *Classes sociales, milieu familial, intelligence.* Paris, PUF.

[11] PERRENOUD P. (1984) *La fabrication de l'échec scolaire.* Librairie Droz Genève.

[12] PERRIN-GLORIAN M.J (1992) *Aires et surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème.* Thèse de Doctorat d'État, Université de Paris VII, février 1992.

[13] PERRIN-GLORIAN M.J. Questions didactiques soulevées à partir d'un enseignement des mathématiques dans les classes faibles. *Recherches en Didactique des mathématiques* vol. 13 n°1/2. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

[14] PERRIN-GLORIAN M.J., BUTLEN D. et LAGRANGE M. (1991) Élèves en difficulté en classe de 6ème. Repères-IREM n°3 p97-139 Tropiques Editions, 54700 Pont-à-Mousson.

[15] ROBERT A. et ROBINET J. (1989) Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement. *Cahier DIDIREM* n°3.et 4, IREM de Paris VII.

Annexe n°1

Analyse des items de géométrie

Exercice	Objectif (annoncé par le MEN[1])	Activité (annoncée par le MEN[1])	année	item	%
26	calcul du périmètre d'un rectangle	calculer un périmètre à partir d'une figure	1989	61	56,7%
	lire un dessin accompagné de commentaires	**reconnaître deux droite parallèle (côtés d'un rectangles)**	1989 1992	1	**80,2 %** **83,9 %**
1	exploiter un dessin accompagné de commentaires	reconnaître deux droites perpendiculaires (côtés d'un rectangle)	1989 1992	2	60,8% 66,7%
		reconnaître un triangle isocèle (défini par les diagonales et un côté d'un rectangle)	1989 1992	3	53,8% 56,4%
		identifier dans une figure complexe certaines sous figures (triangle rectangle défini par deux côtés du rectangle et une diagonale)	1989 1992	4	63,6% 64,2%
32	exécuter un tracé géométrique	**reproduire une figure et dans ce cadre reproduire un angle droit**	1989	73	**86,7 %**
		reproduire une figure et dans ce cadre reproduire des longueurs	1989	74	74,4%
		reproduire une figure et dans ce cadre reproduire un demi-cercle	1989	75	57,6%
1	utiliser un vocabulaire : parallèle, perpendiculaire, triangle, côté, carré, parallélogramme, losange, rectangle, diagonale, cube pour reconnaître une figure simple dans une figure complexe	**reconnaître un carré**	1990	1	**91,8 %**
		reconnaître un rectangle	1990	2	**95,2 %**
		reconnaître un parallélogramme	1990	3	71,4%
		reconnaître un losange	1990	4	**93,7 %**
		reconnaître un triangle	1990	5	**83,8 %**
21	décrire une figure en vue de sa construction	description du rectangle	1990	57	63%
		dimensions du rectangle	1990	58	76%
		description des diagonales	1990	59	47,5%
24	calculer une aire à l'aide d'un formulaire	reconnaître la formule de l'aire d'un triangle	1990	71	46,3%
		utiliser la formule de l'aire d'un triangle	1990	72 73	27,4%

1 Ministère de l'Éducation Nationale.

25	**construire une figure d'après une description**	**dessiner un carré de longueur de côté fixée**	1990 1992	74	**89,9%** **90,6%**
		tracer les diagonales d'un carré, dénommer le point d'intersection	1990 1992	75	**88,5%** **89,5%**
		tracer un cercle de centre donné et de rayon donné	1990 1992	76	**79,1%** **78%**
27	calcul d'une aire par différences d'aire de carrés	idem	1990 1992	80 81	55,4% 60,8%
29	utiliser l'équerre, la règle, le compas pour tracer des éléments de figure	tracé de la perpendiculaire à une droite donné passant par un point donné de cette droite	1990 1992	86	32,3% 38,7%
		tracé d'un cercle de centre donné passant par un point donné	1990 1992	87	71,7% 77%
30	utiliser la règle graduée	**mesurer un segment donné**	1990	88	**91,5%**
	calculer le périmètre d'une figure simple	calculer le périmètre d'un quadrilatère convexe	1990	89	72,1%
32	**reproduire une figure à l'échelle, continuer une frise**	**reproduire un triangle rectangle, un côté de l'angle droit étant donné**	1990	96	**90,9%**
		reproduire un demi-cercle de diamètre donné	1990	97	**88,2%**
36	évaluer l'aire et le périmètre de figures simples, distinguer aire et périmètre	comparer deux aires à partir d'une figure simple quadrillée	1990 1992	105	60% 58,5%
		comparer deux périmètres à partir d'une figure simple quadrillée	1990 1992	106	34,5% 32,7%
1	utiliser un vocabulaire : parallèle, perpendiculaire, triangle, côté, carré, parallélogramme, losange, rectangle, diagonale, cube pour reconnaître une figure simple dans une figure complexe	reconnaître un parallélogramme	1991	1	68,8%
		reconnaître un carré (sur la "pointe")	1991	2	57,4%
		reconnaître deux droites parallèles (côtés d'un trapèze)	1991	3	71,5%
		reconnaître deux droites perpendiculaires (côtés d'un triangle)	1991	4	64,4%
3	comprendre un énoncé comportant des mesures emprunté à la géographie	**repérer une distance dans un texte**	1991	9	**85,5%**
		repérer un volume dans un texte	1991	10	70%
		repérer une distance ("profondeur")	1991	13	64,5%
21	savoir ordonner le texte descriptif d'une construction de figure peu complexe, la figure est donnée	idem : la figure est constituée d'un carré de ses diagonales et d'un cercle strictement intérieur au carré de centre, le centre du carré	1991	59	46,3%
25	calculer une aire à l'aide d'un formulaire	reconnaître dans un formulaire la formule de l'aire d'un losange	1991 1992	76	69,3% 73,1%
		utiliser la formule de l'aire du losange	1991 1992	77 78	25,5% 30% 29,4%

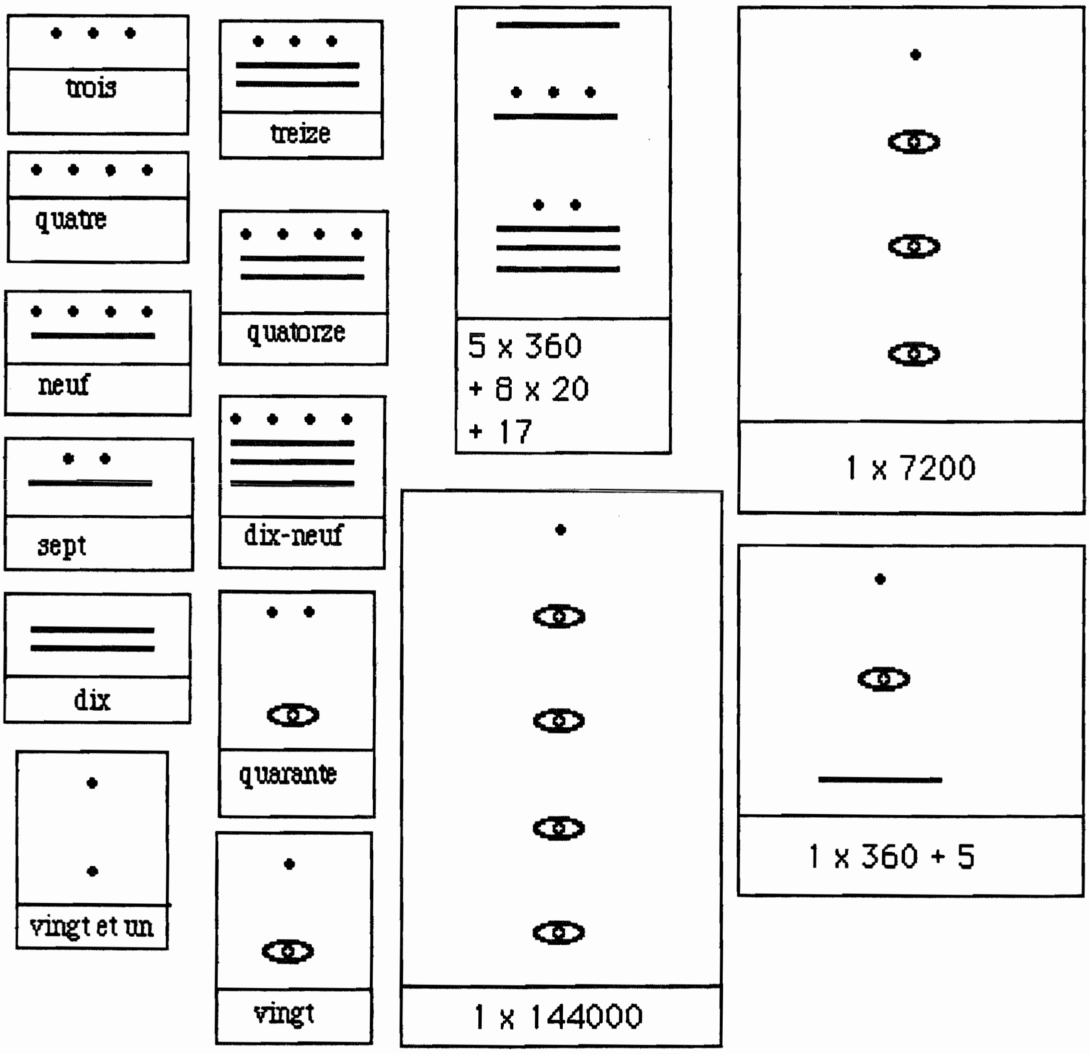
26	construire une figure d'après une description	**tracé d'un rectangle de dimensions données**	1991	79	**93,4%**
		tracé des diagonales du rectangle et dénomination du centre	1991	80	**79,8%**
		tracé d'un cercle de centre donné et passant par un point donné	1991	81	63,5%
28	calcul du périmètre d'une figure constituée de deux triangles dont on connaît les mesures des côtés	idem	1991 1992	87	20,3% 17,6%
29	fournir les unités, les mesures étant connues (objets proposés : bouteille, morceau de sucre, immeuble)	distinguer entre les unités des mesures de longueur, d'aire, de masse, de capacité, de temps	1991	90	71,3%
30	utiliser des instruments (règle, équerre, compas) pour tracer un carré et un cercle (carré à terminer)	**terminer le dessin d'un carré dont 2 côtés consécutifs sont tracés**	1991	91	**84,7%**
		tracé d'un cercle de centre donné passant par un point donné	1991	92	76,2%
31	mesurer des longueurs de segments à l'aide d'une règle graduée	**mesurer la longueur d'un segment**	1991	93	**93,2%**
		mesurer une distance entre deux points donnés	1991	94	54,4%
32	tracer un segment de longueur donnée	**tracé d'un segment à l'intérieur d'un carré (en "oblique")**	1991 1992	95	**81,7%** **80,7%**
		tracé d'un segment sur une droite donnée, de longueur donnée une extrémité est fixée	1991	96	42,2% 38,1%
35	reproduire un quadrilatère présentant deux côtés perpendiculaires en l'agrandissant, déterminer son périmètre	calcul du périmètre d'un quadrilatère présentant deux côtés perpendiculaires	1991	102	66,8% 70,4%
		reproduire un quadrilatère présentant deux côtés perpendiculaires en l'agrandissant	1991 1992	103	74% 73,8%
36	comparaison d'aires et de périmètres de figures simples quadrillées, distinguer aire et périmètre	évaluer l'aire d'un rectangle quadrillé, une unité d'aire étant fixée	1991	108	58%
		comparer les périmètres de 2 figures simples quadrillées	1991	109	25,6%
2	utiliser et remplir un tableau à double entrée présentant des distances	**remplir un tableau à double entrée**	1992	5	**94,3%**
		utiliser un tableau à double entrée	1992	6	47,2%
19	écrire le programme de construction d'un rectangle et de ses diagonales sur quadrillage	description le rectangle	1992	55	69,1%
		description des dimensions du rectangle	1992	6	**83,9%**
		description des diagonales	1992	7	47,5%
34	**comparer des longueurs (taille)**	**trouver le plus grand**	1992	34	**90,4%**
		trouver le plus petit	1992	35	**87,7%**

Annexe n°2

FICHE N°1 : NUMÉRATIONS ÉTRANGÈRES, MODE D'EMPLOI

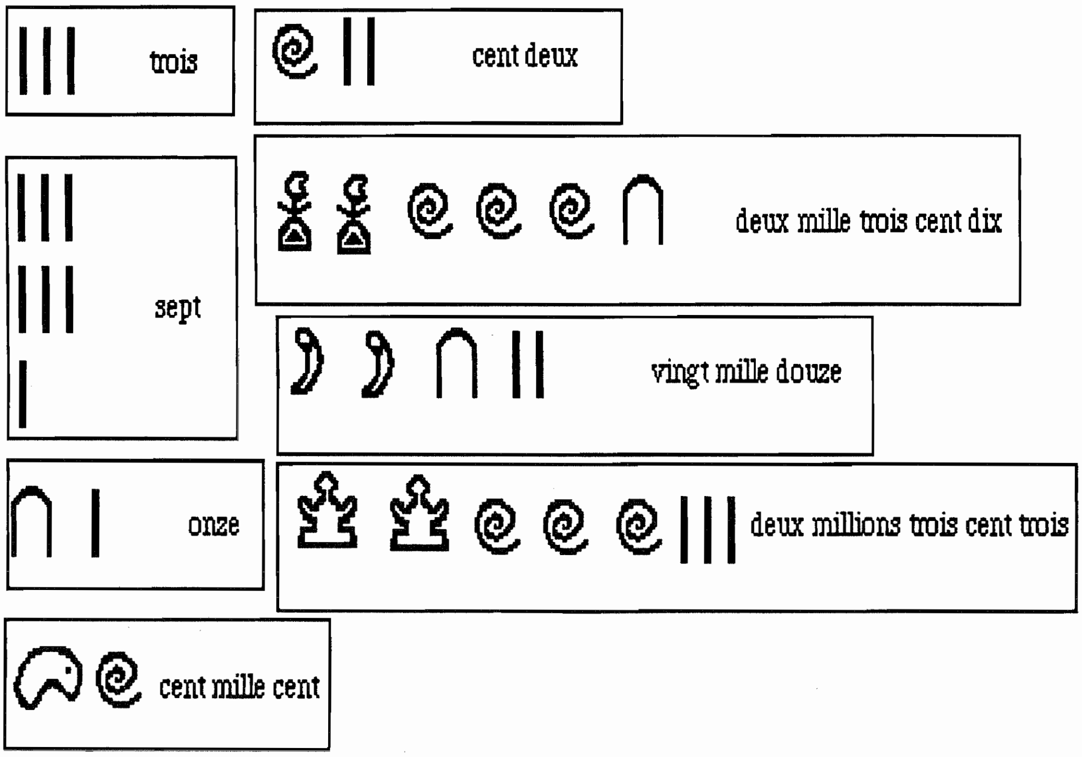
Pour étudier une numération :
- écrire des nombres dans le système proposé (utiliser les "chiffres" du système)
- expliquer le fonctionnement du système : préciser ce que représentent les chiffres, le rôle de la place et de l'ordre de ces chiffres, les opérations implicites, la base du système...
- peut-on écrire n'importe quel nombre ?
- comparer ce système à notre système de numération

NUMÉRATION MAYA (du VIIème au XVIème siècle)
FICHE 1A

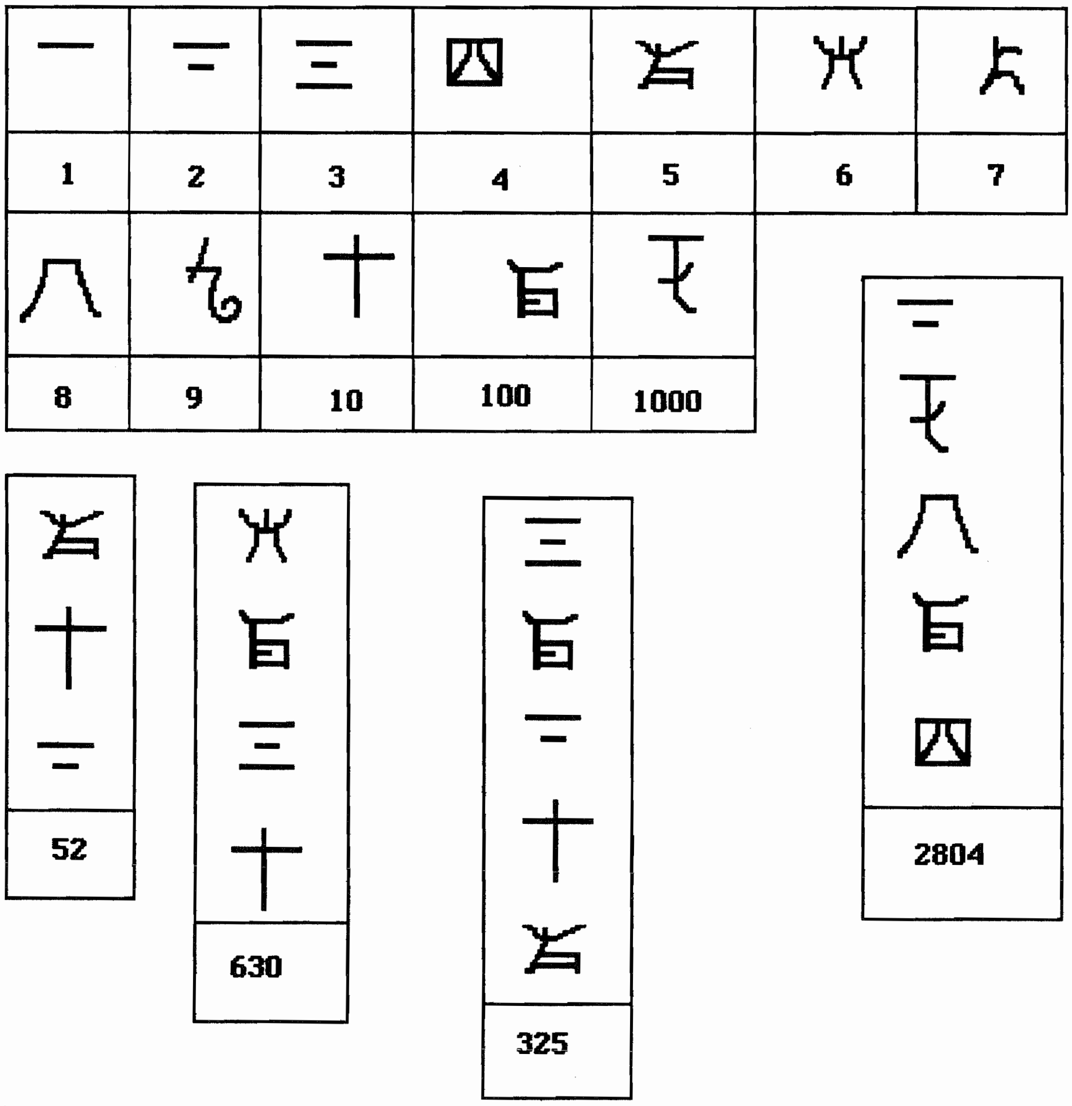


1

NUMÉRATION ÉGYPTIENNE, FICHE 1B



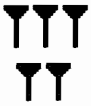
NUMÉRATION SINO-JAPONAISE, FICHE 1C



NUMÉRATION BABYLONIENNE, FICHE 1D

 un

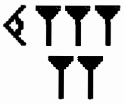
 vingt

 cinq

 cinquante-cinq

 dix

 soixante

 quinze

 soixante-deux

 trois mille six cent

 trois mille six cent un

 trois mille six cent soixante et un

 trois mille six cent vingt trois

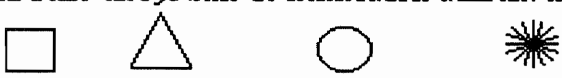
 quatre mille neuf cent vingt trois

NUMÉRATION ROMAINE, FICHE 1E

III trois
VII sept
IX neuf
X dix
XIV quatorze
XXVIII vingt-huit
XLIX quarante neuf
LIV cinquante quatre
CXXVII cent vingt sept
CDLXII quatre cent soixante deux
MCMLXXI mille neuf cent soixante et onze

FICHE N°2 : NUMÉRATION, ALGORITHME

Construire un système de numération utilisant uniquement les signes :



Etudier sa conerence. Préciser ses propriétés. Utiliser ce système pour faire des additions, des multiplications

FICHE N° 3 : NUMÉRATION ÉCRITE

1- Quels sont les nombres que l'on peut écrire avec les mots
deux, cent, sept

2 Combien faut-il de mots différents pour écrire tous les nombres de 0 à 1000000 ?

Annexe n°3

DOCUMENT 2

TEST PORTANT SUR LA NUMÉRATION (Décembre 1989)

1. Écrire en chiffres et en lettres :

47	
	quarante-sept
77	
	quatre-vingt-quinze
	cinq cent vingt-huit
609	
	trois cent quatre

2. Compter de 10 en 10 à partir de 156 jusqu'à 306

3. Compter de 100 en 100 à partir de 5 jusqu'à 1205

4. Décompter de 10 en 10 à partir de 334 jusqu'à 184

5. Entoure les écritures qui désignent le nombre 250

25 x 10	290 - 40	25 + 25	520
205	(2 x 100) + (5 x 10)	25 + 0	200+ 50
100 + 100 + 50	(2 x 100) + (2 x 25)		

6. Écrire de 10 façons différentes le nombre 378

DOCUMENT 2 BIS

UN	DEUX
TROIS	QUATRE
CINQ	SIX
SEPT	HUIT
NEUF	DIX
ONZE	DOUZE
TREIZE	TRENTE
QUATORZE	QUARANTE
QUINZE	CINQUANTE
SEIZE	SOIXANTE
VINGT	CENT
ET	MILLE

DOCUMENT 3

25 x 10	200 + 50
(2 x 100) + (5 x 10)	100 + 100 + 50
597	500 + 90 + 7
500 + 80 + 17	(5 x 100) + (9 x 10) + 7
1000 + 500 + 30 + 2	(15 x 100) + 32
80 + 5	(4 x 20) + 5
60 + 13	70 + 3
80 + 18	(9 x 10) + 8
200 + 40 + 6	(2 x 100) + (4 x 10) + 6
(3 x 100) + (4 x 20) + 7	(3 x 100) + (8 x 10) + 7
123	100 + 20 + 3
1000 + 700 + 40 + 8	(17 x 100) + 48

DOCUMENT 4

60 + 15	87	(4 x 20) + 7	80 + 15
(9 x 10) + 5	100 + 40 + 7	147	(2 X 100) + (5 x 10) + 9
200 + 50 + 9	(3 x 100) + (7 x 10) + 6	300 + 70 +6	(4 x 100) + (9 x 10) + 7
(4 x 100) + (4 x 20) + 17	528	500 + 20 + 8	(7 x 100) + (8 x 10) + 6
(7 x 100) + (4 x 20) + 6	904	(9 x 100) + 4	1538
1000 + 500 + 30 + 8	2000 + 700 + 40 + 5	(2 x 1000) + (7 x100) + (4 x 10) + 5	70 + 5

Annexe n°4

QUESTIONNAIRE SUR LES MATHÉMATIQUES

1) Quelles sont les matières que tu préfères à l'école ?
celles que tu aimes le moins ?
et à l'extérieur de l'école ?
Qu'est-ce que tu fais les jours de congé ?
Y a-t-il autre chose qui te plaît, que tu aimerais faire?

2) En quoi tu es fort à l'école ou hors de l'école ? Qu'est-ce que tu sais bien faire ?

3) Qu'est-ce que tu aimes en mathématiques ? Qu'est-ce que tu n'aimes pas ? Qu'est-ce qui te paraît facile ? difficile ?

4) Est-ce qu'il y a des métiers où on se sert des mathématiques ?
Quel métier aimerais-tu faire plus tard ?
Est-ce que tu sais quelles études il faut faire pour cela ?

5) Cette année, es-tu content de toi ?
es-tu content de ton travail ?
as-tu fait des progrès ?
Est-ce que tu comprends mieux ?
Est-ce que tu travailles mieux? plus ?

6) Qu'as-tu fait depuis le début de l'année en mathématiques ?
(Faire expliciter ce qui est dit ; ex : pour les problèmes, donner un exemple ; pour les opérations, dire lesquelles)

7) Qu'as-tu fait avec nous en petits groupes?
Est-ce que cela t'a aidé ?
Penses-tu qu'il y a eu assez de séances ?
Devrait-il y en avoir plus ? moins ?
Penses-tu qu'il vaut mieux que l'aide soit faite par le maître de la classe ou par un autre maître ?

8) Qu'est-ce qui t'a paru le plus facile ? le plus difficile ?
Qu'est-ce que tu as aimé le plus ? le moins ?

9) D'après toi, quel est le plus important à faire pour être bon en mathématiques? on peut suggérer :
- de bien écouter le maître
- de bien apprendre ses leçons
- de se faire expliquer ce qu'on n'a pas bien compris
- de faire beaucoup d'exercices ou de problèmes
- de bien tenir son cahier
- autre

10) Si tu n'as pas bien compris, que fais-tu? on peut suggérer :
- je demande au maître de expliquer à nouveau
- je demande à un camarade
- je demande à mes parents ou à mes grands frères et grandes soeurs
- je révise le cours
- autre

11) Que fais-tu quand un camarade explique ce qu'il a trouvé, ce qu'il a fait ?
Est-ce que ça t'intéresse ? Lui poses-tu des questions ?
Est-ce que tu aimes expliquer ce que tu as trouvé ?
Préfères-tu que ce soit le maître qui explique?

12) Est-ce que tu vérifies les résultats que tu trouves dans un problème en classe ? pendant un contrôle ?
Comment? en refaisant les calculs ? en cherchant par une autre méthode? est-ce que c'est utile ?

13) Comment fais-tu pour chercher un exercice de mathématiques ?
est-ce que tu essaies de te souvenir de la leçon ?
est-ce que tu cherches dans ton cahier ?est-ce que tu essaies de te souvenir d'un exercice que tu as déjà fait et qui lui ressemble ?
est-ce que tu cherches seul ou avec des camarades ?
quand tu ne trouves pas tout de suite, tu cherches pendant combien de temps ?

14) Arrive-t-il qu'un problème de mathématiques ait plusieurs solutions ?
Jamais, quelquefois, souvent ?
Arrive-t-il qu'il y ait plusieurs méthodes pour trouver la solution ?
Jamais, quelquefois, souvent ?

PROBLÈMES

1) Fais les opérations suivantes:

$$\begin{array}{r} 63 \\ \underline{\times\ 38} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 56 \\ \underline{\times\ 52} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 108 \\ \underline{\times\ \ 29} \end{array}$$

2) Donne cinq écritures multiplicatives différentes du nombre 60

3) Dans une plantation, il y a 13 rangées de 14 sapins ; combien y- a- t-il de sapins ?

4) Pierre a acheté 23 bouquets de 12 fleurs;
Combien a-t-il acheté de fleurs ?
Chaque bouquet coûte 35F, combien a-t-il payé ?

Titre	Evaluation et effets
Auteurs	Catherine Taveau & Joël Briand
Résumé	Les évaluations nationales constituent un fait. Les conséquences de leur venue dans le milieu enseignant sont multiples. Le texte constitue une amorce de réflexion et propose des pistes de travail. Par ailleurs, sont rappelées les définitions de termes venant du vocabulaire de l'évaluation.

Evaluation et effets

"...Le paradigme d'évaluation a pris depuis quelques années une importance considérable. Serait-ce en raison d'une crise, mondiale et française, de l'éducation, de la formation et de l'action, en ce que " ce qui nous prend tous à évaluer, c'est que nous ne sommes plus très sûrs de ce que nous faisons (Guy Berger)" ou bien serait-ce la recherche délibérée d'une cohérence à développer progressivement pour fédérer la variété des procédures formatives et pour réguler les interactions entre les enseignants et les apprenants, ou entre le système éducatif et la société?... »

(A. de Peretti "Pour une école plurielle" Larousse 1987)

1. PREALABLE

Les moyens récents utilisés pour l'évaluation des élèves constituent, par leur standardisation, un élément nouveau et utile pour la régulation de l'enseignement (des mathématiques à l'école élémentaire). Pour autant, ces nouveaux outils ont été plongés dans le milieu de l'enseignement sans que l'on ait même cherché à anticiper les effets qu'ils pouvaient entraîner. L'idée était simple : faire un diagnostic et, puisque l'on connaît la maladie, il suffit d'amener des remèdes (remédiation) et le « malade »guérira.

On sait les limites d'un raisonnement aussi simple.

Tout n'est pas si simple : en particulier, le diagnostic est posé à partir d'observables qui, eux-mêmes, nécessitent pour l'enseignant, des savoirs relatifs à la construction des savoirs des élèves.

Par ailleurs, les savoirs[1] des élèves sont en voie d'acquisition et se font dans un contexte. Seul le professeur du moment connaît le contexte qui commence à donner du sens à telle ou telle connaissance chez ses élèves. Evaluées hors contexte, ces connaissances peuvent plus difficilement être mobilisées par l'élève.

[1] Dans le « rôle de la mémoire didactique de l'enseignant » (RDM vol 11/2.3,1992), G.Brousseau et J.Centeno font la distinction suivante entre savoir et connaissance : « les connaissances sont les moyens transmissibles (par imitation, initiation, communication, etc.) mais non nécessairement explicitables, de contrôler une situation et d'y obtenir un certain résultat conformément à une attente ou à une exigence sociale.(...).
Le savoir est le produit culturel d'une institution qui a pour objet de repérer, d'analyser et d'organiser les connaissances afin de faciliter leur communication, leur usage sous forme de connaissance ou de savoirs et la production de nouveaux savoirs.

Comme les évaluations nationales (par exemple) se font par un enseignant qui a priori, ne connaît pas les élèves, l'échec de ceux-ci conduira le professeur à recommencer à enseigner une notion qui était peut-être «déjà là » mais que les résultats de l'évaluation n'auront pas pu mettre en évidence.
Une autre conséquence de l'institutionnalisation d'évaluations nationales est de contribuer à figer l'organisation des savoirs. Or des travaux récents montrent que dans certaines situations, l'élève a besoin de connaissances que l'école n'enseigne pas, mais qu'il doit pourtant mettre en œuvre pour apprendre le savoir ou pour utiliser ce qu'il a appris. Citons à ce propos F.Conne[2] « Lorsque le sujet reconnaît le rôle actif d'une connaissance sur la situation, pour lui, le lien inducteur de la situation sur cette connaissance devient inversible, il sait. Une connaissance ainsi identifiée est un savoir, c'est une connaissance utile, utilisable, dans ce sens qu'elle permet au sujet d'agir sur la représentation. »

Autant de questions qui interrogent la didactique des mathématiques et pour lesquelles le chemin de la réponse n'est pas tracé d'avance. Il paraît donc a priori plus tentant de se lancer dans « l'action » de l'évaluation, quitte à s'essouffler et à rencontrer des désillusions.

Toutefois, si le milieu enseignant décide d'utiliser les évaluations nationales sans perdre de vue les questions qui viennent d'être posées, ces évaluations doivent pouvoir apporter des informations utiles.
C'est dans cette perspective que nous étudions ce qui suit.

[2] F.Conne : « savoir et connaissance » vol 12/2.3, RDM, PP 222-267.

2. LES QUESTIONS ABORDEES PAR LE GROUPE LORS DU STAGE :

Evaluer **Qui** ? **Quoi**? **Quand**? **Où**? **Comment**? **Pourquoi**?
Qui? L'élève, l'enseignant, l'institution....
Quoi? les connaissances des élèves, les savoirs acquis ou en voie d'acquisition, les programmes, les progressions...
Quand? avant, pendant, après, longtemps après les apprentissages....
Où? en classe, au gymnase, à la maison, en cours de récréation....
Comment? observations, tests, devoirs, contrôle....
Pourquoi? dialoguer, modifier son enseignement, différencier, faire progresser.....
Etat des lieux : Qu'évalue-t-on?
- L'évaluation des élèves relativement, à des savoirs, à la relation au(x) savoir(s), à des savoir-faire ?
- L'évaluation des professeurs (par eux-mêmes, pour eux-mêmes) (par l'institution, pour eux-mêmes ou pour l'institution) ?
- L'évaluation du système (par le système, par des extérieurs), (programmes, décisions, évaluation et prospective). (voir les dernières évaluations et les articles du monde de la mi-mars 96).

Fonctions des évaluation nationales : (en dehors des fonctions premières).

Les évaluations constituent une mémoire des savoirs : le professeur de collège qui reçoit les élèves en 6° dispose de peu de moyens pour connaître l'état des savoirs des nouveaux élèves.
De son côté, l'élève entrant en 6° a souvent l'impression que les savoirs qu'il a acquis à l'école élémentaire ne sont pas reconnus par l'institution.

Comme nous l'avons vu plus haut, certains savoirs ne peuvent être mobilisés que dans un contexte (le milieu dans lequel ce savoir a été construit : ce sont les savoirs liés)[3]. A la différence des savoirs libres, mobilisables hors contexte, les savoirs liés ne peuvent donc être mobilisés dès que les conditions, en particulier l'enseignant, ne sont plus les mêmes. Le passage de l'école primaire à la classe de 6° va donc laisser des savoirs liés en sommeil, voire les faire disparaître. De ce point de vue, les anciens certificats d'étude, l'examen de passage en 6° constituaient autant de repères communs pour les élèves et les professeurs. On peut faire l'hypothèse que les évaluations jouent ce rôle :

- par leur fonction institutionnalisante : (elles pointent les savoirs exigibles à l'issue de l'école élémentaire),
- par leur fonction standardisante : (présentation des savoirs, notation, présentation de problèmes, etc.),
- par leur fonction prise de conscience pour les professeurs : (la liaison mathématiques-français qui était mise en évidence depuis longtemps, la question de la géométrie, des décimaux, de la mesure, etc.)

Les évaluations vues en formation :

Des actions en formation basées sur l'étude des évaluations sont faites :

- Intérêt :

Elles permettent de mettre en évidence de grandes différences de pratiques (par exemple l'approche de la géométrie et de la mesure.). Elles peuvent alors être le point de départ pour une réflexion collective sur ces points.

- Les risques possibles :

-Effets de conformisation : (comment sont construites les évaluations ? : la remédiation se conforme aux diagnostics de l'évaluation).

-Effet réducteur qui fait obstacle à des interrogations sur des questions plus fondamentales : (rapports savoirs-connaissances par exemple).

-Vouloir régler le symptôme sans se donner les moyens d'explorer les origines.

-Risques de canaliser les énergies selon un axe qui, du point de vue de la formation, devrait être une composante d'une étude didactique plus globale.

-Effets de comportement : bachotage par exemple, mais aussi la dynamique du renouvellement des exercices.

-Canalisation exclusive des énergies vers la rédaction de documents destinés à l'évaluation : exemple des cahiers d'évaluation rédigés parfois dans les circonscriptions et concernant les maternelles.

-Risque de voir des ouvrages de remédiation (ceux du ministère, ceux des circonscriptions) qui renforcent les points précédents.

L'effet de masse des évaluations, les attentes de l'institution, et des parents, font que ces risques ne peuvent être étudiés de façon sereine actuellement.

Les outils mathématiques d'analyse de l'évaluation :

Quels outils sont nécessaires pour exploiter au mieux les résultats des évaluations ? Sur quelles conceptions de l'organisation des apprentissages se fonde le logiciel CASIMIR ? Peut-on amener un outil statistique dans un milieu qui n'en a pas la culture sans se poser la question des effets qu'il risque de produire ?

[3]. Déjà cité : G.Brousseau, J.Centeno : « rôle de la mémoire didactique de l'enseignant » (RDM vol 11/2.3,1992),

3. RAPPEL DE QUELQUES DEFINITIONS DE TERMES EN USAGE :

3.1 Quelques termes.

Selon G. Nunziati nous pourrions définir :

Aptitudes : dispositions naturelles qui constitueraient le capital génétique de chacun. <u>On ne connaît que celles que le milieu a développé.</u>

Capacités : toutes les opérations cognitives, psychomotrices, affectives, construites et exercées à travers une multitude d'activités (discriminer, recueillir l'information, classer, analyser, déduire, démontrer, comparer)

Compétences : savoir-faire spécifiques des disciplines, ce qui constitue leur "technicité" une fois qu'on les a maîtrisées. Etre compétent dans un domaine, c'est avoir développé un certain nombre de capacités " actualisées" dans le cadre de ce domaine (discipline scolaire, compétence du médecin..)

Performance : travaux en tous genres dans lesquels nous investissons nos capacités, nos aptitudes et donc nos compétences.

Selon V. de Landsheere
"La compétence correspond rarement à une simple application de capacités cognitives, affectives ou psychomotrices isolées. En pratique, plusieurs capacités discrètes sont combinées en structures adaptées aux contingences de la situation."
Selon Edgar Morin, nous pouvons attribuer trois caractéristiques aux compétences.

" Elles sont **heuristiques**, c'est à dire aptes à programmer, à rechercher et à trouver des solutions nouvelles. Elles sont de plus en plus **stratégiques**, c'est à dire qu'elles peuvent combiner un ensemble de procédures et de décisions en fonction d'une finalité. Elles sont **inventives**, c'est à dire qu'elles permettent d'effectuer des combinaisons nouvelles, non connues du sujet qui les met en oeuvre. Elles apparaissent donc capables d'organiser de l'ordre à partir du "bruit"."

Selon Guy Brousseau, dans une situation, la responsabilité des choix de l'élève est répartie entre :
- une part, en quelque sorte publique, déterminée par des connaissances (ou plutôt du savoir) culturelles (universelles ou particulières à la classe), liées aux langages utilisés, par des algorithmes appris, des connaissances explicitées antérieurement, des représentations... des savoirs.
- une part privée, personnelle mais ancienne, de connaissances, de savoirs, de manières de comprendre, d'habitudes, de conceptions... conscientes ou explicitables, en partie seulement, mais régulières et repérables : **la compétence**.
- une part de décision prise dans l'instant, de façon aléatoire ou nouvellement organisée : **la performance**.

Un bon enseignement a pour résultat de permettre à l'élève de participer à des pratiques sociales ou d'affronter des situations telles que leur issue dépende essentiellement de la mise en oeuvre, par cet élève, des connaissances visées. Par exemple, l'utilisation de ses connaissances publiques et culturelles pour un "exercice" ou de sa compétence pour un "problème". Une situation d'apprentissage a-didactique doit permettre à l'élève de s'adapter en modifiant de lui-même ses performances et de convertir ses performances en produits de sa compétence (soit par assimilation, soit par accommodation) sans l'intervention directe du professeur.

Une telle situation doit donc solliciter chez l'apprenant ces divers niveaux de responsabilité et provoquer l'apprentissage recherché par une sorte de rupture qui provoque le transfert d'un niveau à un autre : la situation cesse d'assurer l'effet habituel escompté par l'élève qui doit maintenant l'obtenir par d'autres moyens nécessitant une activité intellectuelle.

3.2 Evolution de la définition de l'EVALUATION

Evaluation = Mesure
= Congruence (entre la performance et les objectifs)
= Jugement (Pierron 1923)

Evaluer = Examiner le degré d'adéquation entre :
un ensemble d'informations adéquats à l'objectif fixé
un ensemble de critères
pour prendre une décision
(A.Bonboir 1972)

L'évaluation en éducation est le processus par lequel on délimite, obtient et fournit des informations utiles permettant de juger des décisions possibles.**(Stufflebeam 1980)**

Evaluation :
syn : *appréciation- estimation*
Estimation par une note d'une *modalité* ou d'un *critère* considéré dans un comportement ou un produit.
Plus spécialement, l'évaluation pédagogique peut être définie comme le "processus systématique visant à déterminer dans quelle mesure des objectifs éducatifs sont atteints par les élèves"(Gronlund).
Le terme "évaluation" a une acceptation beaucoup plus large que le mot mesure. Cette dernière est une description quantitative de comportements, alors que l'évaluation "comprend à la fois la description qualitative et la description quantitative des comportements et comporte, en outre, des jugements de valeur concernant leur désidérabilité"(Gronlund).
Certains auteurs, dont Suchman, distinguent l'évaluation (" processus social par lequel des jugements de valeurs sont portés") et la recherche évaluative ("ensemble de procédures pour la collecte et l'analyse de données augmentant la possibilité de "prouver", plutôt que d'affirmer" la valeur d'une activité sociale"). Il est plus simple de parler d'évaluation subjective et d'évaluation objective.
Estimation : Valeur particulière calculée sur un échantillon particulier.
L'estimation ponctuelle est un nombre, tandis que l'estimation d'intervalle est une marge à l'intérieur de laquelle on pense que le paramètre se situe.
Note : Appréciation synthétique traduisant l'évaluation d'une performance ou d'une conduite dans le domaine de l'éducation.
La note peut être objective ou subjective, mais elle est toujours relative. Attribuer la note A à un élève dont la performance se situe à tel niveau dans un étalonnage national relève de la première catégorie; marquer sa composition d'un *bien* relève de la seconde.
Contrôle : vérification de l'exactitude, de la précision, de la conformité.
Validation : action de valider : apporter la preuve qu'un test et, plus généralement, tout examen fournit une évaluation correcte de ce qu'il prétend mesurer ou prédire.

Dictionnaire de l'évaluation et de la recherche en éducation de Gilbert de Landsheere 1992

Appréciation : estimation, évaluation.
Apprécier : 1) estimer, évaluer le prix d'une chose. En fixer la valeur.
2) Evaluer approximativement une grandeur
3) avoir de l'estime pour...
Estimation : 1) évaluation exacte de ...
2) ordre de grandeur, approximation.
Estimer : 1)Déterminer la valeur exacte de ...
2) Calculer approximativement
3) juger , considérer
Notation : action de donner une note, une appréciation.
dictionnaire Hachette

Nous pouvons noter ici les sens contradictoires d'une même définition. A partir de l'ensemble de ces définitions, non exhaustives, il est facile de percevoir la complexité de l'acte d'évaluer. L'évaluation est loin d'être une science exacte et nécessite, pour être la plus objective possible, l'élaboration d'outils d'évaluation réfléchis et pertinents.

4. INFORMATION SUR LA D.E.P.

La recherche en éducation sur l'évaluation a amené l'Education Nationale a crée une Direction de l'Evaluation et de la Prospective (DEP) qui s'intéresse de très près à l'évaluation des compétences des élèves de différents cycles et à l'évaluation de l'ensemble du système éducatif. Depuis une dizaine d'années sont élaborées des évaluations nationales (CE2, 6ème, 2nd générale et 2nd professionnelle) ainsi que des livrets d'évaluations des compétences pour les élèves de l'école primaire, l'ensemble accompagné d'outils d'aide à l'évaluation.
Les objectifs essentiels de cette démarche ont été de modifier les pratiques enseignantes concernant l'évaluation de leurs élèves, plus proche du "*paradigme de l'intuition pragmatique*" que celui "*du paradigme de l'évaluation formative dans un enseignement différencié.*"" (De Ketele RFP n°103)

Les formations qui ont accompagnées ces évaluations nationales ont permis de s'interroger sur le statut de l'erreur, son rôle, son traitement et sa place dans les apprentissages. Elles ont aussi permis des interactions entre des enseignants du primaire et du secondaire, et par là même ont modifié les approches des contenus disciplinaires, voire même des pratiques d'enseignement.

Mais l'appropriation de cette "culture de l'évaluation" passe principalement par une démarche personnelle ou collective d'élaboration de ses propres outils d'évaluation. C'est ainsi qu'un bon nombre d'école ont choisi de construire leur propre livret d'évaluation, commun sur un même cycle.

5. ANALYSE RAPIDE DES REPRESENTATIONS D'ETUDIANTS PE2 CONCERNANT L'ACTE D'EVALUER.

La consigne était la suivante : "Ecrire trois mots ou expressions qui représentent pour vous l'*acte d'évaluer* ou le terme d'*évaluation*".
Voici les différentes représentations recueillies que j'ai réorganisées selon certains critères.
Ces représentations sont très diversifiées. Nous pouvons repérer :

•**celles liées à l'acte d'évaluer**
--> *juger, noter, contrôler, vérifier*
•**celles liées au produit de l'évaluation**
--> *note, classement, jugement, niveau, se situer par rapport à une moyenne*

•celles liées aux outils entrant dans la mécanique de l'acte d'évaluer
--> *exercice, observations, analyse*
•celles liées aux fonctions de l'acte d'évaluer :
- du point de vue du formateur
--> *remédier, adapter, individualiser l'enseignement ,différencier la pédagogie, évoluer*
- du point de vue du formé
--> *sanction, compétition, motivation*
- du point de vue formateur/formé
--> *dialogue*

•celles liées à l'évaluation considérée comme objet
--> *évaluation diagnostique, évaluation formative, évaluation sommative, évaluation prospective*
•celles liées à la dimension temporelle de l'acte d'évaluer
--> *situer un moment, faire le bilan à un moment donné*

Apparaissent aussi dans leurs représentations :
une appréciation--> *évaluer...c'est difficile.*
et **une angoisse** -->*Epée de Damoclès.*

Le travail poursuivi avec ces PE2 a mis à jour un certain nombre de problèmes:

•pendant leurs stages en responsabilité, ils sont amenés à évaluer leurs élèves et ne savent pas comment. Ils adoptent donc souvent les pratiques des enseignants qu'ils remplacent sans y donner du sens.

•ils ont constatés que la notation systématique des travaux d'élèves est un des moyens stratégiques pour faire respecter la discipline dans leur classe. “ *Si nous ne notons pas, les élèves ne travaillent pas* .”. Généralement, ils ne sont pas satisfaits de cette pratique mais face à la pression exercée par ces stages en responsabilité, la réflexion sur le mode d'évaluation des compétences des élèves ne trouve pas sa place.

• par leur préparation au concours, ils connaissent un certain nombre de termes comme *évaluation diagnostique, évaluation formative, évaluation sommative,* mais n'en maîtrise pas la signification, ni la démarche.

•par ailleurs leurs représentations sur les fonctions et les modalités de l'évaluation sont celles relatives à leur professionnalisation(évaluer les compétences des élèves) mais aussi celles liées à leur statut de professeurs stagiaires devant être eux-mêmes évalués en fin de formation(*épée de Damoclès*).
D'autre part une contradiction évidente leur apparaît entre le discours tenu sur l'*évaluation formatrice* , modalité soit disante pratiquée à l'IUFM, et les conduites divergentes des différents acteurs assurant leur formation (PIUFM, IMF, IEN,...); l'**évaluation** étant souvent synonyme d'**inspection**.

•la demande de réflexion reste donc très forte sur “ comment construire des évaluations? ”, “ comment évaluer?”, “ évaluer pour qui? ”.
Dans le cadre de la formation initiale en PE2, nous pouvons nous questionner sur : la place que peut occuper la réflexion sur le thème de l'évaluation? Comment peut-elle être reprise en compte dans les différents modules disciplinaires? Quel impact peut-elle avoir sur des PE2 " angoissés" par leur stage?

Cette réflexion profonde semble plus relever d'un travail en formation continue et d'une politique d'établissement. Le rôle joué par les IEN sur les circonscriptions, avec notre participation, semble être déterminant pour modifier les pratiques d'évaluation du terrain.

Titre	Ateliers d'analyse de pratiques professionnelles en formation initiale des professeurs d'école.
Auteurs	Denis Butlen, Pascale Masselot
Date	Octobre 96
Résumé	Il s'agit de la description de quatre séquences portant sur l'analyse de pratiques professionnelles de professeurs d'école stagiaires de seconde année. Les stagiaires analysent avec l'aide du PIUFM des séquences filmées conduites par l'un de leur pair. L'étude porte plus particulièrement sur les passations de consignes, sur les prises d'information, sur les productions des élèves et sur les phases de bilan ou d'institutionnalisation.

Ateliers d'analyse de pratiques professionnelles en formation initiale des professeurs d'école

I) Objectifs

A partir d'une réflexion sur les pratiques professionnelles des stagiaires effectivement observées à l'aide d'un dispositif audiovisuel, cet atelier doit permettre aux PE2 de conduire une séquence de mathématiques se traduisant par un réel apprentissage des élèves.

L'analyse des séquences porte en particulier sur :
- la passation des consignes
- les prises d'information sur les productions des élèves lors des phases de recherche ou de travail
- la gestion des phases de bilan, de synthèse et plus généralement d'institutionnalisation.

Nous avons privilégié ces trois entrées car elles correspondent à des périodes où la gestion de la classe est délicate et donne lieu à de nombreuses maladresses de la part enseignants débutants. Lors de leur stage en responsabilité, les stagiaires doivent apparaître légitime auprès des élèves. Cette légitimité se négocie notamment pendant les phases de dévolution et d'institutionnalisation. Dans ces moments, les manques de formation risquent de s'avérer les plus criants et les plus coûteux pour le professeur stagiaire lors de son stage en responsabilité.

Habituellement, c'est lors des stages de pratique accompagnée que ces points sont surtout abordés concrètement, essentiellement par les IMF. Ces apprentissages se font essentiellement par imitation, reproduction plus ou moins maladroite des enseignants confirmés. Ils s'appuient à la fois sur des activités de monstration (conduite par l'IMF) et des critiques de pratiques des stagiaires.
Leur appropriation par le stagiaire est souvent le résultat d'un compromis, sur le long terme, entre ses tentatives de reproduction plus ou moins réussies, ses échecs enregistrés et ses propres conceptions sur l'enseignement. Cette appropriation est parfois douloureuse pour ceux qui appliquent maladroitement, mécaniquement ce qu'ils ont vu ou ce que l'on a pu leur dire...

Nous pensons qu'il est possible de réduire ce temps d'apprentissage en mettant en place un dispositif basé sur des analyses

de pratiques s'appuyant sur les outils d'observation mis au point par la didactique des mathématiques.
Il nous semble important de prévoir des moments, hors stage, où les stagiaires peuvent conduire une classe, analyser leurs pratiques avec les PIUFM.

Ce travail constitue, à notre avis, une part essentielle de la liaison théorie-pratique.

II) Scénario

---

1. Conditions matérielles

Dans le plan de formation des professeurs des écoles stagiaires de l'IUFM de Créteil, 20 heures sont prévues sous la rubrique : ateliers professionnels. Ces ateliers sont destinés à approfondir une réflexion sur les pratiques professionnelles des débutants et sur les problèmes de gestion de classe.
Nous disposons[1] de 4 plages de 3 heures intitulées "ateliers de formation professionnelle en mathématiques" réparties sur trois semaines. Elles se situent entre les deux périodes de stage en responsabilité. Les professeurs stagiaires sont volontaires pour participer à ces ateliers et ont le choix entre plusieurs disciplines.
La conduite, par les stagiaires, de séquences de mathématiques a lieu dans des classes d'écoles d'application. Elles sont systématiquement filmées.
Le nombre de participants est limité à 15 personnes.

2. Le déroulement prévu

La première séance est une initiation à l'observation s'appuyant sur l'étude d'une séquence de géométrie, filmé, conduite par un professeur stagiaire d'une autre promotion.

La seconde séance est consacrée à la préparation, par petits groupes, des séquences de classe.

La troisième séance est constituée d'une part de la conduite de la séquence dans une classe d'application et d'autre part, d'une première analyse des documents recueillis. Cette dernière est faite par le groupe de stagiaires ayant conduit et/ou observé la séquence dans le but de sélectionner les passages les plus intéressants à présenter aux autres groupes.

Enfin une quatrième séance est consacrée à l'étude collective des différentes prestations.

III) Les différentes phases

---

1. Première séance, initiation à l'observation

a - Présentation aux étudiants du dispositif et des contraintes (contrat)

Le dispositif de l'atelier et les objectifs sont présentés aux stagiaires. Le but annoncé est d'essayer de leur fournir des éléments qui leur permettent de mieux comprendre la conduite d'une séquence de mathématiques, en particulier de leur faire appréhender à partir de situations observées et vécues, les gestes professionnels minimaux pour animer une séquence.

---

[1] Le dispositif de formation décrit dans cet article a été testé à deux reprises pendant l'année scolaire 1995-1996. Il est reconduit en 1996-1997.

Il est également précisé que ce travail s'inscrit dans une recherche sur la formation et en particulier sur une prospective visant à évaluer l'impact d'une formation initiale sur les pratiques des enseignants en situation de classe.

b- Description de la vidéo et du questionnement associé

La séquence présentée

Le thème de cette séquence est le tri de polygones selon deux critères (convexité et nombre de côtés). Elle a été préparée par un groupe de stagiaires de seconde année, sans intervention des formateurs.
L'étude ne porte que sur trois moments particuliers correspondant à la passation de consigne et aux phases de mise en commun correspondant au tri selon le critère "convexité" .

Le questionnement (voir annexe 1)

Après avoir exposé le thème et les conditions de réalisation de la cassette, avant le visionnement, le PIUFM propose des pistes d'observation. Le questionnement s'articule autour de quatre entrées : le savoir, le professeur, les élèves et les relations maître-élèves.
Les stagiaires se répartissent par groupes correspondant à ces entrées.

c- analyse de la séquence

Nous signalons quelques points ayant fait l'objet de débat. Ceux-ci constituent, à notre avis, des régularités observables dans ce type d'activité.

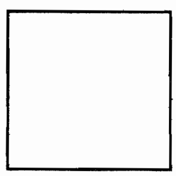
La forme de travail

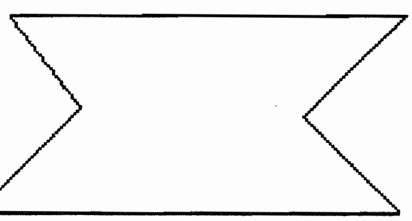
La position des stagiaires est ambiguë. Le travail en groupe leur apparaît presque comme obligatoire en géométrie, notamment lors d'un tri, mais cette forme de travail leur semble ici contestable pour deux raisons : les critères ne sont pas inventés par les élèves et chaque groupe travaille sur un critère différent.
Ces remarques amènent le formateur à développer l'opportunité du travail en groupe. Le problème est posé en terme d'efficacité et d'économie plutôt qu'à partir d'a priori idéologiques.

Le choix et la formulation des critères

Les stagiaires remettent en cause le fait de ne pas faire découvrir les critères de tri par les élèves en faisant référence à la nécessité de faire participer les élèves à la construction du savoir. Ils sont conscients des difficultés de gestion que cela peut entraîner.
Cela amène le formateur à replacer cette question dans le cadre plus général de la dévolution du problème.

Le critère de convexité est formulé ainsi par l'enseignante : *"il faut mettre ensemble les figures qui ont un sommet à l'intérieur".* Elle propose deux exemples pour illustrer cette "définition procédurale" :





Les stagiaires ne remettent pas en cause cette formulation simplificatrice qui est pour eux plus accessible aux enfants, mais le choix des exemples qui l'illustrent.
Le formateur rappelle des définitions de la convexité et distingue, à l'aide d'exemples, les définitions de type procédural de celles de type déclaratif.

Le formateur souligne la nécessité, quand c'est possible et quand c'est adapté à la situation, de proposer des définitions procédurales qui permettront la validation, par les élèves eux-mêmes, de leur tri.

De même, il attire l'attention des stagiaires sur les difficultés mathématiques rencontrées à cette occasion et dans d'autres (globalement toute la géométrie, les décimaux, la proportionnalité, les mesures ...). Il suggère qu'un questionnement par rapport aux actes : imaginer des procédures et des réponses possibles peut permettre de faire émerger les ambiguïtés d'une formulation.

Le choix des élèves interrogés

Sans avoir apparemment pris assez d'informations sur les productions des élèves, l 'enseignante interroge un élève (Thomas) qui la sollicite. Ce dernier est l'un des seuls qui met en défaut, de façon judicieuse, la définition proposée de la convexité. La maîtresse ne comprend pas ses remarques et essaie d'obtenir son accord. L'élève ne cède pas et même conteste à de multiples reprises les classements proposés. Cela amène une période de "flottement" qui, dans des conditions moins privilégiées, aurait pu déboucher sur du chahut.
Les stagiaires se rendent compte des difficultés de légitimité de l'enseignante mais les attribuent à une mauvaise conduite de l'interrogation (dialogue avec Thomas sans participation du reste de la classe).
Le formateur attire l'attention sur le fait que ce ne sont pas les élèves qui doivent imposer le déroulement de la synthèse. La prise d'informations avant la phase de bilan doit permettre à l'enseignant de choisir en fonction des productions de la classe et de ses objectifs les élèves à interroger.
Cela amène le formateur à développer rapidement la notion "d'élèves prototypiques" ainsi que celle de "réponse générique"(2) ; l'appropriation de ces notions étant fortement liée à l'expérience des enseignants.

La disponibilité de l'enseignant

Cette question est notamment abordée à l'occasion de deux épisodes.
L'enseignante n'a pas su, lors de sa "négociation" avec Thomas, utiliser deux définitions correctes qui ont émergé dans la classe. Cette maladresse est à la fois due à des manques mathématiques et à un défaut d'écoute. Le formateur, s'appuyant sur le document vidéo, met en évidence les interventions des deux élèves concernés.
Un enfant ayant utilisé le terme de diagonale, l'enseignante s'aperçoit qu'il n'est pas compris et demande aux élèves une définition. Les erreurs classiques apparaissent en grand nombre et perturbent le déroulement prévu au point d'amener la maîtresse à proposer là encore une définition approximative.

Les stagiaires paraissent déconcertés par ces rappels de notions déjà vues, sans rapport direct avec le thème de la séquence. Ils demandent au formateur la recette à utiliser. Un débat s'engage alors

(2) Nous reprenons ici les idées développées notamment par F. Tochon dans "l'enseignant expert"

sur la disponibilité de l'enseignant, sur les conditions qui peuvent le conduire à rappeler ou non des notions déjà étudiées.

Le formateur conclut cette séance en résumant les différents points abordés.

2. Deuxième séance

Les thèmes choisis et les classes retenues sont précisés en début de séance, les stagiaires doivent inscrire leurs activités dans la progression du maître titulaire. Les stagiaires ne connaissent pas les élèves avant la passation.

Pour chaque classe, les stagiaires auront différents rôles : une personne anime la séquence, une personne filme tout le déroulement, une personne observe le stagiaire enseignant et une personne observe un groupe précis d'élèves.

Notons que malgré le fait que la participation à l'atelier se fasse sur la base du volontariat, il est parfois nécessaire de convaincre les participants de l'intérêt de conduire effectivement la séquence. Il est rappelé qu'il s'agit de recueillir le maximum de renseignements sur une séquence qui se passe et que cela constitue un apport au niveau des observables pour le travail d'analyse de la quatrième séance envisagée.

Les classes et les thèmes sont les suivants :

CP : déplacer un jeton sur une droite numérique (à partir d'une activité proposée dans ERMEL CP)
CM2 : résolution d'un problème de logique
CM1 : reproduction de figure, élaboration d'un programme de construction
CM1 : calcul mental - addition, soustraction et multiplication des nombres sexagésimaux
CM1 : résolution de problème (recherche des questions).

Nous signalons quelques régularités observées.
C'est en général le stagiaire qui anime la séquence qui prend des notes mais le nombre d'interventions des différents participants est relativement équilibré.
Lors des préparations, de nombreux points ont été abordés, y compris dans les détails, des remarques très pertinentes et "réalistes" ont été formulées.

a. Répartition des tâches

Le stagiaire qui est l'animateur de la séquence prend des notes et c'est généralement lui qui effectue des mises au point, des synthèses partielles pour ses pairs ou pour le formateur. Il semblerait que ce soit lui qui ait plutôt tendance à trouver les activités trop difficiles (pour les élèves) et donc à vouloir simplifier.
Même s'ils n'écrivent pas, les autres membres du groupe s'investissent dans la préparation et sont peut être plus "inventifs".

b. Interventions et apports d'informations du formateur en fonction des décisions ou hésitations du groupe

Les stagiaires attendent essentiellement des renseignements sur la difficulté mathématique par rapport aux possibilités des enfants de ce niveau et sur l'estimation de la durée d'une telle activité. Ces éléments sont liés à leur inexpérience.

Pour ce qui est de l'organisation et du matériel, le formateur insiste sur le fait qu'il faut fixer précisément les variables en fonction de ce que l'on veut obtenir .

La question du matériel nécessaire pour la mise en commun est soulevée par le formateur.

Les stagiaires traitent les difficultés en suivant la chronologie de la séance alors que le formateur propose de faire des choix plutôt en fonction de l'objectif à atteindre. Pour eux la question de la mise en commun n'apparaît donc qu'à la fin de la séance de préparation et la réponse à la question "qu'est-ce que vous faites dans votre mise en commun ? qu'est-ce que vous voulez qui ressorte ? " est loin d'être immédiate.

Les stagiaires ne travaillent que le déroulement prévisible de la séquence. Ils ne pensent pas la suite des activités en prenant en compte les apprentissages. Cela les amène à négliger les phases d'institutionnalisation qui, de toute façon, pour eux, dépendront des productions des élèves.

Les stagiaires ont encore souvent tendance à se placer du côté des élèves plutôt que de celui de futur enseignant. Leur réflexion porte essentiellement sur la prévision des actions des enfants. Ils n'abordent que très brièvement la tâche du maître.
Ils justifient ces manques par la nécessité pour l'enseignant d'adapter ses interventions aux productions des élèves. Mais cette adaptation, paradoxalement, ne s'appuie pas toujours sur une analyse très précise de la tâche de l'élève. Les stagiaires évitent de faire effectivement le travail demandé aux élèves (construction de figures, rédaction d'un programme de construction...) et ne peuvent donc prévoir efficacement les stratégies susceptibles d'apparaître.
Cette attitude est paradoxale pour au moins deux raisons :
- *côté stagiaire* : ceux-ci ne prennent en compte que le travail de l'élève sans pour autant se donner les moyens de prévoir ce travail
- *côté formateur* : ce dernier doit attirer l'attention des stagiaires sur le travail du maître alors que précédemment, il soulignait l'importance de prévoir les procédures et réponses éventuelles des élèves.

3. Troisième séance

Les préparations écrites des stagiaires ont été communiquées aux IMF.

Nous ne décrivons pas cette phase.

Signalons seulement les difficultés matérielles pour les formateurs de terrain d'être pleinement associés à cette formation. Il leur est parfois impossible, pour des raisons d'emploi du temps, de participer aux séances de préparation ou d'analyse.
Bien que tenus au courant de ces différentes étapes, ils ressentent souvent le besoin d'intervenir pendant le déroulement des séquences et/ou de fournir, dès la fin de la prestation, leur appréciation détaillée à chaud. Ces interventions, non prévues par le dispositif, sont souvent mal perçues.

Il nous semble indispensable de mieux associer aux différentes phases du scénario tous les formateurs concernés qui peuvent, selon leur qualification, apporter des éclairages différents mais complémentaires.
Il ne faut toutefois pas confondre ce type d'activités avec celles pouvant être faites lors des stages de pratique accompagnée ou même des anciennes "visites" des PIUFM lors des mêmes types de stages.

Le PIUFM assiste à l'une des séquences ; cette observation permet de recueillir davantage d'informations et de mesurer l'écart entre ce que les stagiaires perçoivent et ce que le formateur a pu observer. Cette appréciation complète celle basée sur le document.

4. Quatrième séance

Les stagiaires doivent donc analyser les périodes les plus significatives de ces séquences dans le but de repérer dans leurs pratiques, ce qu'il est utile de conserver et ce qui peut être amélioré.

Les étudiants choisissent les passages à étudier. Leur choix est en général très judicieux : ils présentent aux autres les passages dont la conduite a été la plus difficile.
De plus, lors de la phase préparatoire, les observateurs interviennent souvent pour interroger celui qui a animé la séquence sur des observations faites "à chaud".

Les moments du déroulement effectif de chaque séquence sont présentés à tous. Les remarques portent essentiellement sur la passation de la consigne, la prise d'information, le choix des enfants interrogés et la synthèse. Il est également question du décalage éventuel entre ce qui avait été prévu et ce qui s'est réellement passé et des prises de décision qui ont entraîné ce décalage.

a. Analyse des passations de consignes

Un exemple de fausse dévolution au CP : l'invention de la consigne par les élèves

Rappelons brièvement cette phase de la séquence.

La stagiaire improvise cette phase sur la base d'une préparation relativement succincte. Son but est double :
- rappeler un jeu précédent du même type : les élèves avancent un jeton sur une droite numérique d'un nombre de cases identique au résultat du lancé d'un dé
- présenter une nouvelle règle du jeu plus complexe que la précédente : les élèves reculent ou avancent le jeton selon la couleur de la face donnée par le dé est tombé.

Afin de motiver ce changement, il est prévu de questionner les élèves sur le jeu de l'oie.
Cette passation de consigne est laborieuse. En effet, les élèves doivent, à partir de connaissances approximatives des règles du jeu de l'oie, inventer la règle : "*quand la face du dé est verte, j'avance du nombre de cases indiqué par le dé, quand la face est rouge, je recule du nombre de cases indiqué par le dé*".
Il est impossible de trouver une telle règle en se référant au règles traditionnelles du jeu de l'oie.

La maîtresse, après de nombreuses interventions d'élèves, finit par énoncer elle-même la règle à respecter.

Dans cette quatrième séance, les stagiaires décident de présenter cette partie de la séquence, ils soulignent que celle-ci a duré trop longtemps mais ne remettent pas en question la stratégie adoptée.

Un débat vif et argumenté se déroule ensuite sur la nécessité ou non de faire inventer les règles du jeu par les enfants.
Les stagiaires sont quelque peu désorientés, du moins dans un premier temps, par les interventions du PIUFM qui semblent en contradiction avec le "discours" officiel donné en formation. Ils semblent confondre :

- motivation et construction des connaissances,
- invention du problème, de la consigne et résolution de celui-ci par les élèves,
- dévolution du problème et invention par les élèves de la consigne.

Une mise au point est faite par le PIUFM, à partir de cet exemple, sur la dévolution.

La construction de figures géométriques planes au CM1, une négociation à la baisse de la consigne, une gestion difficile de nombreuses contraintes matérielles

La passation de la consigne a duré plus de 15 minutes. Elle est entièrement écrite au tableau avant le début de la séquence (cela occupe deux tableaux) mais le stagiaire ne l'utilise pas assez. Il apparaît que le stagiaire donne trop d'informations aux élèves, explicitant trop d'éventuelles procédures possibles. Elle limite ainsi le choix des stratégies possibles des élèves.

Les stagiaires soulignent la durée excessive de cette phase mais l'attribuent à l'absence apparente de réaction des élèves. C'est le formateur qui analyse cet épisode comme étant une "négociation à la baisse" due probablement à la peur :
- d'un échec éventuel des élèves
- devant la difficulté à gérer un matériel trop riche (tableau, polycopiés, feuille support à la rédaction du message, feuille support de la figure reproduite)
- devant une situation de communication.
Les stagiaires remarquent que les élèves ne retiennent que le début de la consigne (construire la figure) et la fin de celle-ci (valider en regardant par transparence).

Addition, soustraction et multiplication des nombres sexagésimaux au CM1, les erreurs effectuées dans le feu de l'action

Les stagiaires présentent à leurs pairs une maladresse lors de la passation de la consigne : la stagiaire demande aux élèves d'effectuer un calcul mental (addition et soustraction de nombres sexagésimaux) en écrivant au tableau les opérations à effectuer, les présentant "en colonne", forme standardisée du calcul écrit. Cette présentation a évidemment induit des procédures de résolution calquée sur l'écrit et fait disparaître pratiquement toutes les stratégies mentales de calcul.
Les stagiaires relèvent cette maladresse et en donnent deux explications très plausibles : d'une part, l'oubli de la nature de l'activité et des contraintes liées à la consigne par le maître, pris dans le "feu de l'action", d'autre part, le peu de pratique du calcul mental.

b. analyse des prises d'information

Les stagiaires n'ont pas de mal à constater que celle ou celui qui conduit la séquence ne prend pratiquement pas de recul par rapport aux élèves durant les phases de recherche, qu'il ne prend pas d'informations sur les productions des élèves car il est constamment en train de répondre aux sollicitations de quelques élèves, plus ou moins en difficulté sur le moment.
Le fait de ne pas connaître la classe peut favoriser ce comportement mais renforce aussi les risques qui vont en découler lors de la phase de bilan.

Ils s'aperçoivent que cela les conduit à improviser lors des phases de bilan, à ne pas interroger les élèves les plus aptes à faire avancer la réflexion, à reculer le moment d'aborder les synthèses.

c. analyse des phases de synthèse ou de bilan

Nous relevons plusieurs régularités :
- les stagiaires cherchent à éviter les phases de bilan, reculant le moment de les

aborder, souhaitant sans doute ne plus avoir le temps d'y arriver
- quand elles existent, elles se déroulent sous la forme de la maïeutique caricaturale où l'enfant interrogé au tableau ne peut pratiquement pas énoncer plus de trois à quatre mots de suite sans être interrompu par le professeur. L'élève doit compléter les phrases commencées par l'enseignant... Cela amène parfois des malentendus : l'élève interrogé (parce qu'il sait répondre) ne peut pas énoncer sa solution, est amené à deviner ce qu'attend de lui le professeur et souvent fournit des réponses erronées, ce qui amène le professeur à corriger ses erreurs...
- ces phases sont presque toujours bâclées faute de temps, pleines de malentendus et la plupart du temps improvisées.

Les stagiaires prennent conscience de ces difficultés mais ne les explicitent pas d'eux-mêmes. Ils reconnaissent après coup l'importance de ces moments de bilans en s'appuyant sur cette analyse et sur leur vécu d'élève.

d. la synthèse effectuée par les formateurs.

Une synthèse est effectuée par le PIUFM portant sur les trois moments importants étudiés lors des différentes séquences filmées.

Il commence par rappeler une évidence : il ne suffit pas d'attirer l'attention d'un stagiaire, par un discours, sur les maladresses pouvant être faites, ni même de lui montrer un de ses être faite. Il est insuffisant de lui présenter un maître, même inexpérimenté, en train de faire les mêmes erreurs lors d'une séquence qui ne l'implique pas.

Il semble indispensable de lui montrer effectivement dans l'action ce type de pratique. L'effet est aussi efficace quand le stagiaire est seulement observateur ; le fait d'avoir préparé avec un de ses pairs la séquence l'amène à assumer la responsabilité des actions de celui qui l'a conduite.

Le PIUFM revient pour conclure sur une certain nombre d'idées développées dans la première séance concernant :
- la dévolution d'un problème
- les contraintes d'une consigne et les conditions matérielles (orale, écrite, par l'action) de sa passation
- la nécessité de prendre des informations sur le travail des élèves
- la nécessité de prévoir et de conduire des phases d'institutionnalisation
- la gestion du temps...

IV) Conclusion

Ce dispositif nécessite une organisation assez importante (classes, disponibilité des élèves, des stagiaires et des formateurs).

Il ne peut s'adresser à des étudiants totalement débutants, une petite pratique personnelle d'enseignement (stage en tutelle) et un minimum de connaissances didactiques sont nécessaires.

Il nous semble toutefois important de le mettre en place.

Les stagiaires, lors d'un questionnaire de bilan, se déclarent très satisfaits de l'expérience et la jugent utile dans leur formation. Ils se sentent mieux avertis des problèmes liés à la conduite d'une classe.

Ce type d'activités leur apparaît proche des réalités du terrain et répond de ce fait mieux à leurs préoccupations.

Ces activités donnent du sens à l'enseignement de didactique du PIUFM en contextualisant les notions exposées en formation. Ces ateliers s'appuient sur des régularités observées dans les pratiques de professeurs débutants. Ils permettent de les exhiber, de les analyser et de réduire le nombre de maladresses éventuelles.

Il nous semble que ces ateliers remplissent, en partie du moins, l'objectif déclaré en introduction : optimiser, limiter dans le temps, réduire en coût (fatigue, expériences malheureuses) un apprentissage se faisant essentiellement par imitation, reproduction, appropriation de gestes professionnels.

Ce dispositif impose aux stagiaires une prise de recul par rapport à leurs propres pratiques d'enseignement. Il complète les expériences professionnelles faites lors des stages de pratique accompagnée ou de responsabilité.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Actes de la première Université d'Été des P.E.N. - Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire - Olivet - juillet 1988 - IREM de Bordeaux

[2] Actes du colloque des P.E.N. (Inter-IREM) de Bordeaux - 1987 - IREM de Bordeaux

[3] Actes du colloque des P.E.N. (Inter-IREM) de Paris - 1990 - IREM de Paris VII

[4] Actes du stage national de Cahors organisé par la COPIRELEM - 1991 - "Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques" - tome 1 - IREM de Paris VII.

[5] Actes du stage national de Pau organisé par la COPIRELEM - 1993 - "Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques" - tome 2 - IREM de Bordeaux et de Paris VII.

[6] Actes du stage national de Colmar organisé par la COPIRELEM - 1994 - "Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques" - tome 3 - IREM de Paris VII.

[7] Actes du stage national d'Angers organisé par la COPIRELEM - 1995 - "Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques" - tome 4 - IREM de Paris VII.

[8] ALTET M. La formation professionnelle des enseignants, Ed PUF (1994)

[9] BUTLEN D. Actes de la 6ème université d'été de didactique des mathématiques - Saint-Sauves d'Auvergne - août 1993 - Quelques remarques sur les activités d'observation dans la formation des professeurs d'école - contribution au thème 7 : l'observation de classes : outil de recherche, outil de formation

[10] BUTLEN D. et PEZARD M. Document de travail pour la formation des maîtres n°4 de l'IREM de Paris VII, "Un enseignement de didactique des mathématiques à des futurs Instituteurs-Maîtres-Formateurs"

[11] BUTLEN D. et PELTIER M. L. "Enseigner la didactique des mathématiques en formation des professeurs d'école", document de travail n°9 pour la formation des enseignants, IREM de Paris VII, université de Paris VII

[12] BUTLEN D., PEZARD M. et MASSELOT P. "Troisième rapport d'étape de recherche", IUFM de Créteil

[13] CHEVALLARD Y. (1992) L'observation didactique, intervention à l'université d'automne de Fréjus des formateurs IUFM sud-est

[14] COLOMB J. Contribution à la formation des maîtres - 1992 - INRP - Paris

[15] DE KETELE J.M. et POSTIC M. - 1988 - Observer les situations éducatives - P.U.F - Paris

[16] ERMEL/INRP - Apprentissages mathématiques - GS de maternelle

[17] ERMEL CM - Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire INRP - éditions HATIER

[18] ERMEL CE - apprentissages mathématiques à l'école élémentaire - INRP - HATIER

[19] HOUDEMENT C., 1995, Projet de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies, Thèse de doctorat, Université de Paris VII, IREM de Paris VII.

[20] KUZNIAK A. 1994, Études des stratégies de formation utilisées par les formateurs des maîtres du premier degré. Thèse de doctorat, Université de Paris VII, IREM de Paris VII.

[21] NEYRET R., 1995, Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les Instituts Universitaires de Formation des maîtres, thèse de doctorat, université Joseph Fourier, Grenoble 1

[22] PELTIER M.L., 1995, La formation professionnelle des professeurs d'école, entre conjonctures et réalité, Thèse de doctorat, Université de Paris VII, IREM de Paris VII.

[23] PEZARD M. , (1985), Thèse de 3ème cycle de didactique des mathématiques : une expérience d'enseignement de la proportionnalité aux élèves-instituteurs - IREM de Paris VII.

[24] PORTUGAIS J, BRUN J - 1994 - De futurs instituteurs formés à la didactique des mathématiques, étude de cas - Vingt ans de Didactique des mathématiques en France- actes du colloque - La Pensée Sauvage

[25] PORTUGAIS J. Didactique des mathématiques et formation des enseignants, le cas des erreurs de calcul, thèse de doctorat n°195, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Université de Genève, 11 novembre 1992

[26] ROBERT A. "Une introduction à la didactique des mathématiques" - cahier n°50 de VII

[27] ROBERT A. cahier n°51 de didactique des mathématiques de l'IREM de Paris VII, "réflexions sur l'analyse de textes d'exercices des manuels" - IREM de Paris VII

[28] ROBERT A., Professeurs de mathématiques de collèges et lycée : formation professionnelle initiale, ou comment désaltérer qui n'a pas soif, Document de travail n° 14 pour la formation des enseignants, IREM de Paris VII, université de Paris VII

[29] ROBERT A., Une approche de la formation professionnelle initiale des futurs enseignants de lycée et collège en mathématiques, un essai de didactique professionnelle, cahier de DIDIREM n°26, IREM de Paris VII, université de Paris VII

[30] - TOCHON F.V., 1993, L'enseignant expert, Ed Nathan

ANNEXE N°1

QUELQUES CRITERES D'OBSERVATION

Entrée "savoir" ou "nature de l'activité"

Quels sont les objectifs de la séquence, en particulier, préciser s'il s'agit d'objectifs d'apprentissage

- d'une notion,
- d'un langage,
- d'une technique,
- d'une forme de travail,
- ...

puis réfléchir alors à quelques questions, par exemple, l'apprentissage se fera-t-il :

- par mise en oeuvre d'une situation problème ?
  - Où en est-on (début, en cours) ?
  - En quoi la situation prévue est-elle une situation d'apprentissage ?
  - Quels principes d'apprentissage met-elle en oeuvre ?
  - Est-elle bien adaptée, efficace pour l'objectif d'apprentissage visé ?

- Par apport d'information du maître ?

Quelles connaissances fonctionnent dans cette situation ?

Quels sont les pré-requis indispensables au bon déroulement de la séquence ?

Quelles sont les variables de la situation ?

Quelle maîtrise, le maître dispose-t-il de ces savoirs ?

Entrée "professeur"

Quelle est la consigne ? Comment est-elle présentée aux élèves ?
Fait-elle l'objet d'une négociation ?

Si oui, cette négociation se fait-elle à la baisse ?

Comment se déroulent les phases de mises en commun des productions des élèves (phase de synthèse ou correction)

- Comment sont choisis les élèves interrogés ?
- Ce choix est-il pertinent ?
- Quel est le degré d'écoute des élèves ? Quel est le degré de visibilité des productions ?
- Quel est le temps de parole des élèves ? Quel est le degré d'initiative laissé par le maître ?
- Le professeur tient-il compte des productions, interventions, erreurs des élèves.
Change-t-il le déroulement prévu ? Quelles sont les décisions non prévues prises lors de la séquence ?
Quels sont les facteurs qui les ont provoquées ?
Quel est l'impact de ces décisions ?
Sont - elles judicieuses ?

Entrée Élèves

Quelle est la tâche de l'élève ?
Quelles sont les réponses, procédures et erreurs prévisibles ?
Quels sont les moyens de contrôle dont disposent les élèves pour valider leur production ?

La forme de travail adoptée est-elle adaptée aux objectifs visés, à la tâche demandée ?

Entrée axe Maître-élèves

Le travail effectué par les élèves est-il celui attendu par l'enseignant ?
Si non, expliciter la nature de ce décalage et les causes éventuelles ? Était-il prévisible ? Est-il justifié (au sens de incontournable)
Comment est-il géré ?
Comment aurait-il pu être géré ?

AIDE Á LA REPRÉSENTATION DE PROBLÈMES

INTRODUCTION

L'objectif de cet atelier est d'une part de travailler à partir des recherches menées par Jean Julo et l'équipe de Rennes sur les questions relatives aux liens entre représentation des problèmes et réussite ; d'autre part d'amorcer une réflexion sur des stratégies de formation à mettre en œuvre pour sensibiliser les étudiants et les stagiaires, futurs professeurs des écoles, sur ces points.

DÉROULEMENT

Jean Julo a présenté l'historique de sa recherche, ses hypothèses, ainsi que quelques résultats d'expérimentation.

Une des hypothèses de Jean Julo est qu'une des principales sources des situations d'échec en mathématiques est à rechercher au niveau de la représentation que se construit l'élève du problème.

Plusieurs expérimentations portent donc sur les effets de différents types d'aide à la représentation qui peuvent être proposées à des élèves.

Citons ainsi la distribution de documents présentant divers schémas possibles pour le problème, plusieurs écritures....ou encore la présentation de problèmes isomorphes, soit successivement, soit simultanément.

Cette dernière modalité, que Jean Julo désigne par multiprésentation, a fait l'objet d'une présentation détaillée.

Une **proposition de mise en oeuvre** est relatée par Jean Julo dans le **document** qui suit intitulé une séquence d'apprentissage autour d'un problème de proportionnalité.

Nous renvoyons, par ailleurs, le lecteur à l'ouvrage de Jean Julo consacré à ces questions : *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*, Collection Psychologie, Presses Universitaires de Rennes.

Un certain nombre de points de débat ont été soulevés notamment les biais relevés dans ces expérimentations, les éventuelles dérives lors des mises en œuvre, le contrat didactique associé à de telles pratiques....

Dans un deuxième temps, les participants du groupe ont étudié en détail divers énoncés de problèmes à propos de la proportionnalité et à propos des partages inégaux, en envisageant diverses modalités de mises en œuvre : un problème, trois problèmes isomorphes, un problème et un tableau associé, trois problèmes isomorphes et trois tableaux associés..... et à étudier les effets possibles de ces différents types d'aides à la construction de représentations.

Enfin, les participants du groupe se sont donné pour tâche pour le stage de Besançon, de mettre en place quelques expériences en formation des maîtres, en s'appuyant sur les hypothèses présentées au cours de cet atelier.

Titre	Une séquence d'apprentissage autour d'un problème de proportionnalité
Auteur	J. Julo IREM de Rennes
Date	Juin 96
Résumé	L'article relate comment la **multireprésentation** d'une situation peut être une aide à sa résolution et propose la mise en oeuvre d'une séquence bâtie sur cette constatation.

Comment trouver la présentation optimale pour un problème que l'on veut soumettre à ses élèves ?

Les choix que fait l'enseignant sont, le plus souvent, implicites, liés à l'objectif qu'il poursuit et à une sorte d'estimation globale de la difficulté du problème pour la classe concernée.

Il est probable que ces choix ne seront plus tout-à-fait les mêmes si cet enseignant dispose de données précises concernant les performances des élèves, leurs procédures de résolution ou l'effet de certaines variables (valeurs numériques, forme de l'énoncé par exemple).

A partir des données recueillies au cours de plusieurs recherches concernant un problème particulier, de type proportionnalité, nous présentons ici une séquence pour les classes de CM2 et de 6ème (voir la liste des publications où figurent ces données en bibliographie).

La séquence elle-même n'a pas été expérimentée mais tous les choix qui la caractérisent sont "déduits" des résultats obtenus lors des diverses passations que nous avons réalisées.

Nous présentons rapidement le problème lui-même avant de décrire la séquence d'enseignement dont il pourrait être le support.

LE PROBLEME

Il s'agit d'un problème que nous avons appelé "ERREUR".

Sa structure relationnelle met en jeu une relation de proportionnalité entre deux séries de mesures, la tâche consistant à détecter le couple de valeurs qui ne vérifie pas cette relation puis à calculer la mesure qui permettrait aux deux suites d'être strictement proportionnelles.

On peut représenter cette structure sous la forme d'un tableau comme ci-dessous, le couple qui ne vérifie pas la relation définie par l'énoncé étant (16, 35) et la correction de l'erreur consistant à remplacer 35 par 40.

On remarquera que les stratégies possibles pour réaliser cette tâche sont nombreuses, la plupart des propriétés caractéristiques d'une relation de proportionnalité pouvant être mises en oeuvre sans trop de difficulté sur le plan opératoire

(la difficulté relative du coefficient de proportionnalité - 2,5 - est choisie pour éviter que les élèves ne recourent à la simple recherche d'un opérateur multiplicatif qui conduirait à des opérations "tombant juste").

1ère série de mesures	6	10	8	20	16	6
2ème série de mesures	15	25	20	50	**35 (40)**	15

Plusieurs énoncés ont été construits à partir de cette structure. Ceux qui ont été le plus souvent expérimentés sont les trois énoncés présentés ci-contre : "les crêpes", "l'eau sucrée" et "la fusée".

LES CRÊPES

Pour la Chandeleur, quelques élèves d'une classe décident de préparer des crêpes. Ils trouvent la recette suivante dans un livre de cuisine :

"Pour quatre personnes, préparez une pâte avec :

6	*oeufs,*
10	*cuillerées à soupe de farine,*
8	*verres de lait,*
20	*g de beurre,*
16	*g de sucre ordinaire,*
6	*cuillerées à café de sucre vanillé"*

Mais comme ils sont nombreux, ils décident d'augmenter les quantités qui sont indiquées dans la recette. Ils préparent une pâte avec :

15	oeufs,
25	cuillerées à soupe de farine,
20	verres de lait,
50	g de beurre,
35	g de sucre ordinaire,
15	cuillerées à café de sucre vanillé.

Les crêpes risquent donc de ne pas être très bonnes car les élèves ont fait une petite erreur ; ils n'ont pas respecté exactement la recette.

POUR QUEL PRODUIT LES ELEVES SE SONT-IL TROMPES ?

QUELLE QUANTITE DE CE PRODUIT AURAIENT-ILS DÛ METTRE POUR RESPECTER LA RECETTE DU LIVRE DE CUISINE?

L'EAU SUCRÉE

Pour faire une expérience de chimie, le professeur demande à des élèves de préparer de l'eau sucrée dans plusieurs récipients qui contiennent de l'eau.

JACQUES a un récipient qui contient
6 dl d'eau
PIERRE a un récipient qui contient
10 dl d'eau
DIDIER a un récipient qui contient
8 dl d'eau
ISABELLE a un récipient qui contient
20 dl d'eau
BENOIT a un récipient qui contient
16 dl d'eau
LAURENCE a un récipient qui contient
6 dl d'eau

Le professeur donne alors le sucre aux élèves et leur dit de s'arranger entre eux pour que l'eau soit aussi sucrée dans tous les récipients.

JACQUES met dans son récipient
15 g de sucre
PIERRE met dans son récipient
25 g de sucre
DIDIER met dans son récipient
20 g de sucre
ISABELLE met dans son récipient :
50 g de sucre
BENOIT met dans son récipient
35 g de sucre
LAURENCE met dans son récipient
15 g de sucre

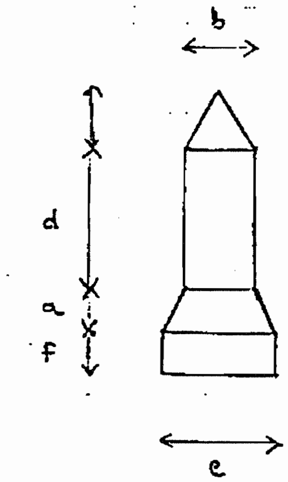
Mais l'expérience risque de ne pas marcher car un des élèves a fait une petite erreur : dans son récipient l'eau n'est pas aussi sucrée que dans celui des autres élèves.

QUEL ELEVE S'EST TROMPE ?

QUELLE QUANTITE DE SUCRE AURAIT-IL DÛ METTRE ?

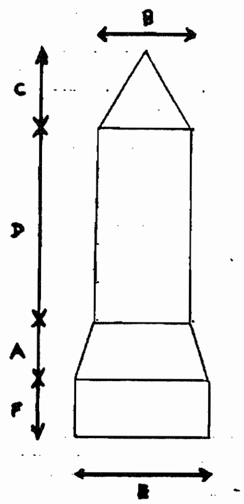
LA FUSEE

Le professeur de dessin a demandé aux élèves de reproduire en plus grand le dessin suivant



a :6 mm   b:10 mm   c :8 mm
d :20 mm   e :16 mm :   f :6 mm

Les élèves devaient donc dessiner exactement la même fusée mais en plus grand.
Aussi, Patrick risque de ne pas avoir une très bonne note car il a fait une erreur : la fusée qu'il a dessinée n'est pas exactement la même que le modèle en plus grand. Voici son dessin :



A :15 mm B :25 mm   C :20 mm
D :50 mm E :35 mm   F :15 mm

POUR QUELLE LONGUEUR PATRICK S'EST-IL TROMPE ? ☐

(tu indiques la lettre qui la désigne sur le dessin)

QUELLE AURAIT DÛ ETRE CETTE LONGUEUR ?

☐

Les procédures pour résoudre ces trois "problèmes" sont, bien sûr, strictement identiques au plan calculatoire (mêmes nombres, mêmes opérations possibles). Les contextes sémantiques qui les caractérisent ont deux points communs : ils permettent de définir la relation de proportionnalité en termes simples (aucune référence explicite aux notions de proportion, de concentration ou de similitude) et le scénario met toujours en scène une "erreur" à corriger.

En dehors des caractéristiques psychosociales de la situation qu'ils évoquent, la principale différence entre ces trois contextes concerne la nature des grandeurs en jeu et la structure dimensionnelle qu'induisent ces grandeurs.

Dans la version *crêpes*, chaque couple correspond à deux mesures concernant une même grandeur et un même élément (un ingrédient) ; dans la version *eau sucrée*, au contraire, on a seulement deux grandeurs (volume d'eau et masse de sucre) et chaque couple correspond à la mise en relation d'une mesure d'une certaine sorte et d'une mesure d'une autre sorte ; dans la version *fusée*, enfin, les mesures concernent toujours la même grandeur (des longueurs).

Les travaux sur la didactique de la proportionnalité (ceux de G. Vergnaud en particulier) montrent que de telles différences portant sur les relations entre les grandeurs peuvent être importantes du point de vue de la compréhension de l'énoncé et de la capacité de traiter la structure du problème.

LA SEQUENCE

Il faut préciser tout d'abord mais sans le développer ici que cette séquence s'appuie sur une stratégie globale de l'enseignement de la proportionnalité qui consiste à travailler parallèlement sur trois "fronts" distincts (voir Boisnard, Houdebine, Julo, Kerboeuf & Merri, 1994) :

- celui des *procédures* : partir de celles que mettent spontanément en oeuvre les élèves, leur permettre d'évoluer par la confrontation avec de nouveaux problèmes, augmenter leur diversité et leur champ d'action,...

- celui des *classes de problèmes* : donner une maîtrise totale et solide de certaines classes de problèmes, établir au bon moment des ponts entre certaines classes, donner progressivement accès aux classes les plus difficiles,...
- celui des *langages* : respecter la hiérarchie de difficulté existant entre les différents langages de la proportionnalité, les introduire en liaison étroite avec les progrès au niveau des procédures et des classes de problèmes, les articuler progressivement entre eux,...

Il faut souligner, également, que le rôle important accordé à l'étude de différents énoncés du problème, dans cette séquence, résulte du fait suivant mis en évidence par les recherches effectuées : lorsqu'un élève dispose de plusieurs énoncés d'un "même" problème, la probabilité qu'il le résolve est plus élevée que dans le cas habituel où on ne lui fournit qu'un seul énoncé du problème (cet effet est retrouvé avec des élèves de 6ème, de 5ème et de jeunes apprentis).
Ce phénomène que nous avons appelé **"l'effet de multiprésentation"** s'explique vraisemblablement par une amélioration de la représentation que l'élève se construit (Julo, 1995 ; Julo & Cauzinille-Marmèche, 1996).

Première phase

Il est important, dans une séquence cherchant à développer une véritable activité de résolution de problème, de bien réfléchir au problème de base, celui qui sert de point de départ pour amorcer le travail des élèves.

Il doit être le plus complexe possible tout en restant adapté aux capacités cognitives des élèves, c'est-à-dire faisable et compréhensible au terme de la séquence.

Nous avons des raisons de penser que la version *eau sucrée* telle qu'elle est présentée ici est la meilleure pour jouer ce rôle.

La première phase de la séquence part donc de cette version et cherche à développer chez les élèves une activité de comparaison entre les trois versions décrites ci-dessus.

Voici un déroulement possible en quatre étapes.

1) Les élèves ont à résoudre le problème de l'*eau sucrée* ; ils disposent de 25 mn environ ; il est sans doute utile de ramasser et d'analyser leurs productions pour étudier les procédures mises en oeuvre mais aucune correction n'est souhaitable à ce niveau.

2) Les élèves reçoivent les trois versions du problème - *eau sucrée, crêpes, fusée* - avec comme consigne de les comparer sans chercher à les résoudre ; on peut leur demander de mettre par écrit (au brouillon) les différences et les ressemblances qu'ils voient (durée : 25 mn environ).

3) Un débat général permet de confronter les différents arguments concernant l'analogie entre les trois "problèmes" ; l'argument dominant étant probablement qu'il y a les "mêmes nombres", il serait intéressant de donner alors un 4ème énoncé qui ressemble fortement aux trois autres (même allure générale, mêmes valeurs numériques) mais qui ne met pas en oeuvre une relation de proportionnalité.

4) Cette première phase de la séquence pourrait se terminer par une tâche précise à réaliser individuellement (à la maison par exemple) : écrire un texte qui explique en quoi les trois énoncés *crêpes*, *eau sucrée* et *fusée* sont "pareils" (par rapport à l'énoncé parasite en particulier) et en quoi ils ne sont pas "pareils".

Seconde phase

Cette seconde phase de la séquence est centrée sur deux objectifs :
faire apparaître la diversité des procédures qui permettent de résoudre le problème ERREUR et introduire "incidemment", comme une écriture possible, le tableau de proportionnalité.
Elle complète la première phase par trois étapes supplémentaires.

5) Les élèves repartent de la version *eau sucrée* et ont pour tâche de trouver au moins trois manières différentes de résoudre ce problème (il faut souligner la diversité des procédures que les élèves sont capables d'inventer pour ce problème - voir Boisnard & al 1994) ; un travail de groupe est possible et même souhaitable à ce niveau (durée : 25 mn environ).

6) Une synthèse au tableau permet de confronter toutes les procédures trouvées : de différencier celles qui conduisent à la solution du problème des autres, bien sûr, mais aussi de mettre ensemble celles qui se "ressemblent" le plus puis de discuter des plus efficaces, des plus faciles à comprendre,...(dans le cadre de la stratégie globale à laquelle nous nous référons, nous évitons à tout prix de privilégier et d'officialiser une "méthode de résolution" pour ce problème et pour ce niveau de classe).

7) La dernière étape et la plus délicate concerne l'introduction du tableau de proportionnalité comme langage possible pour modéliser ce problème ERREUR ; il est fondamental, en effet, d'éviter la confusion avec le travail précédent sur les procédures de résolution (le tableau ne sert pas à résoudre mais seulement à représenter le problème d'une certaine manière) ; le retour aux trois versions du problème est souhaitable et certains textes écrits par les élèves auront peut-être (aubaine !) fait référence à ce mode de représentation qui peut d'ailleurs prendre plusieurs formes (des flèches par exemple) ; sinon, un débat pourra être relancé sur la structure commune aux trois versions et sur la meilleure façon de représenter cette analogie ; une bonne manière de conclure cette séquence est sans doute de demander aux élèves de rédiger eux-mêmes un nouvel énoncé de problème à partir de cette représentation de la structure sous forme de tableau.

L'apprentissage par la résolution de problèmes est le maître-mot dans les discours actuels sur l'enseignement des mathématiques.

Nous avons surtout voulu montrer, ici, que la mise en oeuvre d'une telle approche suppose un long travail de préparation et nécessite de s'appuyer sur des données solides concernant la manière dont les élèves appréhendent les problèmes particuliers qu'on va leur proposer.

Bibliographie

BOISNARD D., HOUDEBINE J., JULO J., KERBOEUF M.P. & MERRI M. - *La proportionnalité et ses problèmes*, Hachette, 1994.

IREM de Rennes - *L'apprenti-math - Enseignement des mathématiques au niveau V*, 1992.

JULO J. - *Acquisition de la proportionnalité et résolution de problème*, IREM de Rennes, 1982.

JULO J. - *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*, Presses Universitaires de Rennes, 1995.

JULO, J. - *Quelques faits relatifs à la résolution d'un problème de proportionnalité*, document interne, IREM de Rennes, 1996.

JULO, J. & CAUZINILLE-MARMECHE, E. L'effet de multiprésentation : mise en évidence dans la résolution d'un problème de proportionnalité, *Revue de Psychologie de l'Education*, 1996, 1.

Formation à l'A.I.S.

Les divers participants ont échangé sur les durées de formation qui leur étaient imparties, les structures de formation qui leur étaient imposées (formation initiale ou continue, nombre de stagiaires, possibilité ou non d'aller les suivre sur le terrain,...) et les directions de travail sur lesquelles ils s'étaient engagés avec les stagiaires.

Les participants ont constaté la grande hétérogénéité des dispositifs de formation et l'isolement de certains centres par rapport à d'autres : des équipes de didacticiens sont engagés sur l'AIS dans certains centres, dans d'autres un collègue de math tente une percée disciplinaire dans la formation.

Le lien entre les centres nationaux (Suresnes, Beaumont) et les IUFM n'est pas évident.

A priori les échanges se poursuivraient plutôt en direction des maîtres **E** (chargés d'enseignement et d'aide pédagogique aux élèves en difficulté), **G** (chargés d'aide à dominante rééducative) ou **F** (chargés d'enseignement et d'aide pédagogique auprès d'adolescents et de jeunes en difficulté).

Les participants se sont donné diverses directions de travail, à mettre en forme pour mars 1997.

Mais la tâche est d'importance et un certain nombre de clarifications est encore nécessaire.

PARTIE III
Conférences

1. Que nous apprennent les élèves en difficulté?
M.J Perrin-Glorian

2. Les méthodes d'éducation cognitive
J.C Coulet

3. La rééducation mathématique à travers une étude de cas
C. Peuzet

4. Le temps et la mémoire dans la classe
G. Sencevy

Que nous apprennent les élèves en difficulté en mathématiques ? Peut-on tirer de l'analyse de ces difficultés des enseignements pour la formation des maîtres ?

Marie-Jeanne Perrin-Glorian,

IUFM Nord-Pas-de-Calais, centre d'Arras,
Equipe DIDIREM, Université Paris 7.

Quand D. Butlen m'a demandé de faire une conférence à ces journées centrées sur l'hétérogénéité et les élèves en difficulté, j'ai tout de suite accepté parce que le sujet m'intéresse depuis longtemps. Mais, au moment de préparer mon intervention, j'ai pensé qu'il allait être difficile de dire beaucoup de choses nouvelles par rapport à mes articles de R.D.M. et Petit x. J'ai néanmoins essayé, sans relire mes articles précédents, de repenser le problème des élèves en difficulté autour de quelques grandes questions et d'évoquer des pistes de réflexion pour la formation des maîtres. J'espère que ma présentation aura gagné en concision et que ceux qui connaissent mon travail excuseront les nécessaires répétitions.

Après avoir précisé de quels élèves en difficulté nous parlons, nous tâcherons de cerner les principales manifestations de ces difficultés et d'en faire une analyse didactique articulée autour des concepts de dévolution et d'institutionnalisation pour interpréter ce qui se passe du côté de l'élève et comment l'enseignant essaie de satisfaire les diverses contraintes liées à sa fonction. Nous essaierons alors de caractériser quelques équilibres qui me paraissent fondamentaux et d'en tirer quelques conséquences pour la formation des maîtres.

1) Quand dit-on qu'un élève est en difficulté en mathématiques ? De quelles difficultés parle-t-on ?

La première question est de savoir quand on va dire qu'un élève est en difficulté. Disons tout de suite que je ne vais pas m'intéresser ici aux élèves qui relèvent de l'éducation spécialisée mais aux élèves qui sont censés pouvoir suivre une scolarité normale mais qui ne manifestent pas les compétences attendues. Le critère que j'avais pris pour ma thèse est celui du retard scolaire qui correspond à un critère institutionnel : l'élève n'a pas accompli le parcours précédent dans le temps prévu par la norme. C'est donc l'indice qu'il a rencontré des difficultés dans les apprentissages précédents, souvent l'indice qu'il continuera à en rencontrer, et de plus un élément qui interviendra dans la suite de l'orientation dans le secondaire : on hésitera à faire redoubler un élève qui a déjà accumulé un certain retard.

J'ai pris ici un indice global et général, c'est un indicateur assez fiable pour donner une idée du niveau d'une classe au collège, sans doute aussi pour repérer rapidement à ce niveau des élèves qui risquent de rencontrer des difficultés. Encore faut-il cerner ces difficultés de façon plus précise et remonter à des causes possibles pour essayer d'agir. Et surtout, il faudrait pouvoir les repérer et agir avant qu'elles ne conduisent au redoublement et au retard scolaire. Les évaluations nationales en CE2, 6ème et seconde nous fournissent maintenant un instrument permettant de détecter des difficultés que rencontrent certains élèves et d'essayer d'agir de façon différenciée auprès d'eux.

Bien sûr la notion de difficulté est relative : on peut être en difficulté en mathématiques dans une Math Sup du lycée Louis le Grand sans pour autant être objectivement en difficulté pour ce niveau d'études[1]. Je ne vais pas m'intéresser ici à cet aspect, non pas que je ne le trouve pas intéressant, au contraire.

Un sociologue avec qui je collabore actuellement, S. Broccolichi, a montré dans sa thèse que la position dans la classe, notamment comme interlocuteur privilégié du professeur, a un effet très important sur la réussite et sans doute sur l'apprentissage si on le juge à travers des résultats à des examens. En gros, à niveau égal, il vaut mieux être en tête de classe dans une classe moyenne que moyen dans une bonne classe. Nous laisserons de côté cette notion de difficulté relative à la position dans la classe et nous prendrons un critère cognitif, mesuré par exemple par les tests nationaux d'évaluation.

Mais qu'est-ce qui, dans la pratique ordinaire de la classe, conduit à ce que certains enfants apprennent et d'autres n'apprennent pas ? Que font-ils en classe ? Qu'est-ce qui différencie, dans la vie de la classe, les élèves qui apprennent de ceux qui n'apprennent pas ? Il me semble que, pour répondre à cette question, il faut rentrer au cœur de la relation didactique qui fait intervenir à la fois le contenu que l'on veut enseigner, les choix de transposition didactique de ce contenu, des facteurs institutionnels et un certain nombre de paramètres concernant l'élève et l'enseignant. Très souvent, quand on veut s'attaquer à la question de l'échec scolaire, on met en avant un des facteurs et on essaie d'agir sur celui-là sans tenir compte d'autres facteurs en fait très imbriqués.

Il me faut préciser tout de suite que je me place ici sur un plan didactique, c'est-à-dire que je ne vais pas mettre en avant les difficultés d'ordre social qui peuvent aller jusqu'à la violence à l'école dont on parle beaucoup en ce moment. Bien sûr ces difficultés ont un effet important sur les apprentissages et les élèves concernés sont souvent aussi des élèves en difficulté sur le plan scolaire. Les facteurs externes sont bien souvent conjugués avec des facteurs internes à l'école. Mais je voudrais essayer de me placer en amont de ces manifestations extrêmes. D'ailleurs, on s'intéresse ici à l'école élémentaire qui est encore relativement protégée de ce côté, et la question qui m'intéresse est justement de permettre le meilleur apprentissage possible dès le début de l'école parce que je garde confiance en l'école comme facteur d'intégration sociale. Mais, même en se restreignant au plan didactique, on va souvent trouver l'imbrication de plusieurs facteurs. Quels sont donc les facteurs internes à l'école qui font que certains élèves n'apprennent pas ? Nous allons examiner quelques-uns de ces facteurs et la manière dont ils peuvent interférer pour amener à des sortes de cercles vicieux dont on a du mal à sortir, notamment dans des classes dites faibles.

Il me semble en effet que le problème des élèves en difficulté se pose de façon un peu différente dans une bonne classe ou une classe très hétérogène et dans une classe faible. Dans une classe où on a quelques élèves en difficulté, l'enseignant n'a aucune raison de baisser ses exigences et de modifier l'ensemble de son enseignement, il va se régler sur un élève générique, disons ordinaire. On peut penser que l'enseignant proposera des

[1] première année d'études scientifique à l'Université.

situations suffisamment riches, qui donneront l'occasion d'apprendre. Du moins, on retrouve à ce sujet un problème didactique ordinaire. Concernant les élèves en difficulté, le problème va être la prise en compte différenciée de ces élèves à certains moments pour qu'ils soient en mesure d'engager leurs connaissances, d'autant qu'ils vont se retrouver en position basse dans la classe et risquent de se démobiliser. Si l'ensemble de la classe est faible, l'enseignant ne peut pas ignorer les élèves en difficulté mais il va alors être très tenté de négocier les apprentissages à la baisse et de limiter ainsi les occasions d'apprendre pour toute la classe. Dans ma thèse, j'ai essayé d'analyser ces phénomènes, particulièrement visibles dans les classes faibles mais qui sont inhérents à la relation didactique et qu'on peut plus ou moins retrouver à l'œuvre dans toutes les classes. De plus, les classes faibles ne sont pas pour autant homogènes et les élèves peuvent être particulièrement en difficulté sur des domaines différents, géométrique ou numérique par exemple.

2) Comment se manifestent ces difficultés ?

a) Y-a-t-il, pour ces élèves, des difficultés spécifiques sur les contenus ?

Les recherches que j'ai menées sur les décimaux et les aires m'ont fait penser que non. Quand je dis non, je veux dire par là que je n'ai pas trouvé d'erreur spécifique, de difficulté qui ne soit connue comme telle. Dans le rangement des décimaux, j'ai bien trouvé une erreur que je n'avais jamais rencontrée dans la littérature : il s'agit d'intercaler un zéro derrière la virgule pour produire par exemple 1,03 ou 1,04 comme décimal entre 1,3 et 1,4 avec la justification "je passe aux centièmes". Mais c'était encore une manifestation, dans certains problèmes d'intercalation, de la difficulté à penser la partie décimale autrement que comme un entier, une adaptation locale de la règle qui consiste à traiter un décimal comme un couple de 2 entiers.

Arrêtons-nous cependant un instant sur les difficultés les plus marquantes concernant ces contenus, révélées à travers un test[2] que j'ai fait passer à 10 classes du CM2 à la 4ème. Outre celles, bien connues, sur l'ordre des décimaux dont je viens de parler, le placement de nombres décimaux ou fractionnaires sur un axe gradué où l'unité n'est pas 1 cm est difficile dans toutes les classes et l'erreur la plus fréquente consiste à considérer la partie décimale comme un nombre de millimètres, voire à produire des adaptations plus ou moins rusées de cette règle. Il faut remarquer que, dans les classes faibles de CM observées où il y a eu dans l'enseignement une forte interaction entre placement sur un axe gradué et écriture fractionnaire ou à virgule, les exercices sur l'ordre des décimaux ont été plutôt mieux réussis que dans les classes de 6ème de ZEP mais que le placement sur l'axe gradué reste aussi mal réussi. Le fait que les élèves l'aient pratiqué a peut-être eu un effet sur leurs conceptions concernant l'ordre sans qu'il soit retenu par eux en tant qu'objet. Notons d'ailleurs que la représentation des nombres non entiers sous forme de longueur n'apparaît que dans les classes où elle a été utilisée dans l'apprentissage. Dans les autres classes, on a des parts de tarte ou des rectangles pour les fractions et aucune représentation pertinente pour des décimaux comme 2,3 sauf la règle graduée dans une classe où elle a été suggérée par l'enseignant. Dans la classe de 6ème observée où des révisions sur les décimaux avaient eu lieu en début d'année, le recours à la règle de comparaison des décimaux comme couples d'entiers augmente entre décembre et mai. Il semble ainsi qu'on

---

[2] voir article dans Petit x n°10 (1986) ou cahier de didactique n°24 de l'IREM de Paris 7.

retrouve les difficultés connues mais que ces difficultés sont plus résistantes et réapparaissent indéfiniment.

Quand je dis qu'il n'y a pas de difficulté spécifique, je veux dire aussi que si l'on veut introduire une notion nouvelle et qu'on s'appuie sur une situation d'action, pourvu que celle-ci ne mette en jeu que des connaissances de base, disponibles chez les élèves, on ne voit guère de différences dans les procédures mises en jeu par les élèves au niveau de l'action. C'est le cas dans la situation[3] de mesure d'un segment, que nous avons utilisée dans de nombreuses classes avec R. Douady. Ce n'est plus vrai à un autre niveau, comme la seconde, où les situations d'action demandent la maîtrise d'outils plus complexes comme le calcul algébrique. Je mettrai d'ailleurs dans un instant quelques nuances supplémentaires à ce propos. Disons que dans une situation où les outils en jeu sont maîtrisés, on ne voit pas de différence au niveau de l'action mais c'est le réinvestissement dans d'autres contextes qui pose problème : on a le sentiment de toujours repartir de zéro. Les extensions de sens semblent particulièrement difficiles. Nous reviendrons sur ce point par la suite. Disons donc pour le moment que l'analyse du contenu nous semble valable pour tout le monde. Cependant, les élèves faibles vont nous fournir une espèce de loupe sur l'analyse du contenu en nous permettant de repérer des difficultés qui passeraient inaperçues avec d'autres élèves mais qui sont de réelles difficultés dans l'acquisition de ce contenu parce que correspondant par exemple à des sens différents. On est ainsi conduit à une analyse plus fine du contenu. Inversement, pour l'apprentissage des élèves faibles, on sera peut-être amené à distinguer des étapes, des paliers qu'on passerait peut-être rapidement avec d'autres élèves, en particulier au niveau du transfert d'une situation dans une autre et ainsi à faire apparaître des enjeux intermédiaires au niveau de chaque type de situations et à ménager la possibilité de reprises d'enjeux anciens.

Pas de difficultés spécifiques sur les contenus donc, mais des difficultés plus résistantes et des enjeux intermédiaires à marquer. Il me faut cependant un peu nuancer mon propos. Un des exercices proposés dans le test a eu un score particulièrement bas dans les classes faibles : c'est celui qui concerne les problèmes de groupements multiplicatifs, qui me paraissait a priori un prérequis pour la compréhension des décimaux. Il s'agissait de l'exercice suivant.

Dans une entreprise, on range les oeufs dans des boîtes, des cartons, des caisses. On met 6 oeufs dans chaque boîte. On met 6 boîtes dans chaque carton. On met 6 cartons dans chaque caisse. Aujourd'hui, on a rempli 50 caisses, 3 cartons et 2 boîtes. Combien d'oeufs ont été emballés ?

Les erreurs dominantes consistent à oublier éventuellement des facteurs 6 (par exemple 2x6 + 3x36 + 50x36) ou à faire des multiplications successives comme 50x3x2x6. Mais la difficulté repérée sur ce problème particulier est peut-être à chercher à un niveau plus général. Nous avons repris ce problème dans des classes faibles de CM2 et nous avons pu constater que les difficultés pour représenter les données étaient très importantes : beaucoup d'élèves de ces classes n'arrivent pas à représenter le contenu d'une caisse sans une aide importante, et cette représentation, une

[3] Elle consiste à demander aux élèves de dessiner un segment arbitraire sur une feuille de papier puis d'envoyer un message à un récepteur qui doit dessiner un segment de même longueur. Les élèves ne peuvent utiliser la règle graduée mais émetteur et récepteur disposent de bandes de papier de même longueur.

fois réalisée leur permet de résoudre le problème.

b) Y-a-t-il d'autres difficultés spécifiques ?

Les difficultés liées à la représentation et les difficultés langagières sont en effet souvent importantes chez les élèves en difficulté en mathématiques. Elle s'ajoutent aux difficultés en mathématiques et elles contribuent sans doute aussi à les créer et à les amplifier.

Une autre difficulté, qu'on peut peut-être relier à celles-là, mais aussi à d'autres que nous évoquerons plus loin, est la difficulté à changer de cadre ou de point de vue. Par exemple, si le problème a été posé dans le cadre géométrique, certains élèves auront tendance à référer à une vision géométrique, le demi périmètre sera par exemple vu comme

et non comme la somme de 2 longueurs. Mais, d'autres élèves, plus nombreux, s'accrochent au cadre numérique et résistent à utiliser un autre cadre ou des représentations, quitte à laisser tomber une partie de l'information. Par exemple, s'ils cherchent un carré d'aire 30, qu'ils ont essayé 5 ou 6, ils se focalisent sur le 30 plutôt que sur le carré et la réponse 5x6 les satisfera : on a presque un carré. Il sera difficile dans ces conditions de faire dévolution du problème de l'approximation du côté du carré ou de l'existence. On trouve aussi dans ce problème la difficulté à prendre en compte deux informations en même temps, ce que demande le changement de cadres. Une autre des raisons qui vont rendre difficile le changement de cadres, nous y reviendrons, est que les élèves peuvent ne pas avoir suffisamment de connaissances disponibles dans un des cadres en jeu, numérique ou géométrique suivant les élèves : les classes faibles sont en fait souvent aussi hétérogènes, les connaissances des élèves sont éparses et ils n'ont pas tous les mêmes difficultés sur le contenu.

La difficulté à changer de point de vue se manifeste aussi par le fait de continuer à utiliser les procédures adaptées à l'exercice précédent lors d'un changement d'activité et, inversement à difficilement réutiliser dans un nouveau contexte une notion introduite dans un contexte particulier.

Nous touchons là peut-être aussi la conception que les élèves peuvent avoir de leur métier d'élève et de ce qu'est leur activité au cours de mathématiques. S'ils pensent qu'il faut faire un problème pour connaître la réponse, voire pour avoir une bonne note, qu'un problème fait n'est plus à faire, qu'il n'a plus rien à nous apprendre, les élèves risquent de ne pas retenir ce qu'il faut pour utiliser cette résolution dans la recherche d'un autre problème. Apprendre dans une situation quelque chose de réutilisable dans une autre situation nécessite une certaine projection sur l'avenir, sur un champ de possibles, et suppose une certaine confiance en ce que l'on peut produire soi-même pour traiter une situation nouvelle. Il s'agit non seulement de faire pour réussir une tâche mais de faire pour pouvoir refaire une autre fois, dans des conditions voisines.

A cela va s'ajouter la question des rapports avec le réel : les problèmes proposés à l'école élémentaire sont très souvent issus de la vie quotidienne, ce qui contribue à attirer l'attention sur la réponse au problème et non sur la méthode de résolution, surtout si on est dans la disposition de chercher à avoir des solutions plutôt que de chercher à comprendre. De plus, la logique du quotidien ne coïncide pas toujours avec la logique du cours de mathématiques, notamment par tous les implicites qu'elle véhicule et les élèves sont plus ou moins préparés par leur milieu à utiliser une autre logique.

En outre, je ne parle pas ici de la représentation de soi que peut avoir l'élève et d'autres éléments affectifs qui vont interférer avec le cognitif.

3) Pourquoi ces élèves n'apprennent-ils pas ? Quelle analyse didactique peut-on faire de ces difficultés ?

On peut certes trouver un certain nombre de raisons extérieures à l'école qui font que certains enfants vont rencontrer plus de difficultés dans l'apprentissage des savoirs scolaires. Pourtant, la plupart de ces enfants apprennent facilement beaucoup d'autres choses hors de l'école, parfois très complexes, comme le montrent les travaux de T. Nunes[4] et d'autres chercheurs brésiliens. Il faut donc, pour comprendre ce qui se passe, interroger le cœur de la relation didactique qui vise à l'acquisition des savoirs scolaires. Nous allons examiner successivement le côté de l'élève et le côté de l'enseignant.

a) Que se passe-t-il du côté de l'élève ?

J'ai dit tout à l'heure que les différences de comportements semblaient faibles dans une situation d'action pourvu que l'entrée dans cette situation ne nécessite que des connaissances élémentaires maîtrisées des élèves. Les problèmes apparaissent dès que l'on commence à décontextualiser : on assiste alors aussitôt pour certains élèves à un dérapage formel du type "un tiers, c'est la moitié de un sixième", et au moment du réinvestissement dans de nouveaux problèmes. Il semble y avoir un divorce net entre les situations d'action qui permettent de donner du sens aux concepts mathématiques enseignés et l'institutionnalisation qui est faite par l'enseignant.

Par exemple, pour l'introduction des fractions, nous avons utilisé à de nombreuses reprises la situation "segment" mentionnée ci-dessus. Cette situation amène toujours les élèves à subdiviser l'unité par pliages en deux successifs pour évaluer la partie qui dépasse un nombre entier de reports, mais dès qu'on passe à l'écriture formelle des fractions, il y a pour certains élèves un dérapage, ils passent à des modèles numériques erronés pour simplifier ou ajouter les fractions (par exemple $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{16} = \frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$). Il semble que l'objet mathématique n'ait plus aucun rapport pour eux avec la situation (ou les situations) d'action qui lui a (ont) donné sens et que ces élèves ne paraissent pas pouvoir utiliser comme référence. Ainsi, tout se passe comme si *le savoir institutionnalisé par le maître et décontextualisé était situé dans un registre étanche par rapport aux connaissances utilisées dans la situation d'action.* Ceci fait que, même dans le cas où il est mémorisé, le savoir ne peut fonctionner que dans le registre formel, par exemple numérique pour les fractions, sans que la situation d'introduction puisse servir de contrôle, et il ne peut être utilisé pour résoudre de nouveaux problèmes.

Il est probable que, même en cas d'apparente homogénéité, il se passe en fait des choses assez différentes pour les élèves aux différents moments du processus d'enseignement. Précisons nos hypothèses en ce qui concerne l'action et l'institutionnalisation.

*** au moment même de l'action**

- Tous les élèves cherchent-ils le même problème ? Cherchent-ils le problème que pense avoir donné le professeur ? Au cours d'une expérimentation dans une classe faible de 6ème, nous avions institué un cahier de la classe où chacun, à tour de rôle devait écrire en une phrase ou deux ce qu'on avait fait dans la séance et soumettre sa version au reste de la classe

[4] voir Carraher-Nunes

au début de la séance suivante. Un jour où on avait travaillé sur les fractions à partir de partages de rectangles, l'élève avait écrit "aujourd'hui on a appris à partager des rectangles". Dans ces conditions, il n'est pas étonnant que les fractions utilisées pour les segments ne soient pas les mêmes que celles utilisées pour les rectangles. Or, la consigne que donne le professeur dans ce cas induit presque nécessairement cette idée. S'il demande de dessiner $\frac{3}{5}$ ou $\frac{5}{12}$ du rectangle ou de comparer des parties coloriées, le problème principal pour les élèves est effectivement de partager le rectangle ou de trouver le partage qui permet de comparer, ensuite il n'y a plus qu'à compter avec de petits entiers. On retrouve là un paradoxe général lié à l'utilisation de problèmes concrets ou de représentations : la consigne se donne à ce niveau et c'est aussi à ce niveau que se déroule le travail visible. Le véritable objet d'enseignement reste momentanément caché pour la plupart des élèves. De même, si on considère la situation "segment", quel est le problème pour les élèves : réussir à reproduire le segment donné ou construire un langage pour réussir à reproduire n'importe quel segment ? Il est probable que, si on avait posé la question aux élèves, on aurait aussi eu des réponses variées : pour les uns on aurait tracé des segments, pour d'autres on aurait écrit des messages, et peut-être aurait-on rencontré de nouvelles écritures, des demis et des quarts pour d'autres.

- Les mêmes gestes ont-ils la même signification ?

Que se passe-t-il pour les élèves qui réussissent très bien ? Nous faisons l'hypothèse que les élèves qui ne rencontrent pas ces difficultés de réinvestissement ont en quelque sorte *un projet, le plus souvent implicite, de décontextualisation dès le moment où ils travaillent sur la situation d'action.* Ils savent qu'il y aura peut-être lieu de réutiliser l'expérience acquise et ils cherchent à comprendre ce que la démarche qu'ils mettent au point sur un problème particulier a de généralisable. Ils se créent des *représentations mentales non seulement pour résoudre le problème posé actuellement mais pour pouvoir en rappeler et réutiliser des éléments dans d'autres occasions*, ce qui leur permet de réinvestir partiellement une connaissance, même si elle n'est pas encore totalement identifiée. Pour d'autres enfants, cela ne se fait pas parce qu'ils ne font que résoudre le problème posé, dans les termes où il est posé, sans avoir de projet d'accéder à un savoir réutilisable, ou parce que leurs connaissances disponibles ne leur permettent pas de se placer à un autre niveau. Il n'y a pas création de *représentations mentales qui ont déjà valeur symbolique et sur lesquelles on pourra travailler ensuite, à l'occasion d'autres situations.* Ceci contribue à expliquer l'absence, chez ces élèves, de possibilité de réutiliser en les adaptant des outils forgés pour résoudre un problème. D'ailleurs, sur l'exemple de la situation "segment", le dérapage formel se produit pour certains élèves dès le bilan qui suit la phase d'action quand l'enseignant demande si on peut imaginer d'autres pliages et d'autres écritures : des enfants affirment dès ce moment là que $\frac{1}{6}$ est le double de $\frac{1}{3}$.

De plus, ces représentations mentales intermédiaires entre l'action et la formulation, permettent sans doute de plus aux élèves de *libérer de la place en mémoire de travail* puisqu'ils ne sont pas obligés de se remémorer tous les détails d'une situation ni de la traiter à nouveau pour retrouver le sens contextualisé d'une connaissance.

Il nous semble y avoir là des différences importantes au niveau de la **dévolution** du problème. G. Brousseau définit la dévolution comme *l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (a-didactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert".* C'est un processus nécessaire à l'intérieur de la situation didactique parce que l'élève n'a pas immédiatement accès à la situation a-didactique: *"La situation a-didactique finale de référence, celle qui caractérise le savoir, peut être étudiée de façon théorique mais dans la situation didactique, pour le maître comme pour l'élève, elle est une sorte d'idéal vers lequel il s'agit de converger : l'enseignant doit sans cesse aider l'élève à dépouiller dès que possible la situation de tous ses artifices didactiques pour lui laisser la connaissance personnelle et objective"* (R.D.M. 7.2. 1987 p. 50). La dévolution est une condition pour que l'élève fonctionne de façon scientifique et non en réponse à des indices extérieurs à la situation, d'ordre didactique notamment, condition nécessaire si on se place dans l'hypothèse où l'élève construit des connaissances nouvelles en réponse à des problèmes, comme le fait G.Brousseau dans le même article*"dans la didactique moderne, l'enseignement est la dévolution à l'élève d'une situation a-didactique correcte, l'apprentissage est une adaptation à cette situation ".*

Au départ, pour Brousseau, il s'agit essentiellement de faire entrer les élèves dans un fonctionnement mathématique face au problème qu'on veut leur voir résoudre. Mais cela suppose déjà que l'élève soit dans une logique d'apprentissage. Il écrit en effet*"L'élève sait bien que le problème a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle mais il doit savoir aussi que cette connaissance est entièrement justifiée par la logique interne de la situation et qu'il peut la construire sans faire appel à des raisons didactiques"* .

Or mes observations sur les élèves en difficulté me laissent penser qu'il n'est pas sûr que les préalables sous-entendus ici soient remplis pour tous les élèves. Suivant leur origine culturelle ou leur expérience scolaire antérieure, certains élèves savent bien en effet qu'il y a toujours un objectif d'apprentissage dans ce qu'on leur propose et on a l'habitude dans l'enseignement de faire comme si cette évidence était partagée. Ce n'est peut-être pas toujours le cas et, même dans le cas où l'élève s'attend à apprendre quelque chose, il peut y avoir méprise sur la nature de la connaissance visée (s'agit-il de savoir résoudre le problème posé ou d'acquérir une connaissance plus générale réutilisable dans d'autres problèmes, même très différents de celui-là ?). La question que je me pose est la suivante : qu'est-ce qui permet à l'élève de "converger vers" la situation a-didactique, qu'est-ce qui fait qu'il met en jeu un savoir mathématique en tentant de résoudre le problème posé par le maître ? quelle dévolution du problème est nécessaire, avant la résolution, pour que l'élève apprenne ? comment faire dévolution de la prise en charge par l'élève de son propre apprentissage (à un niveau général aussi bien qu'au niveau de chaque situation) ?

J'ai donc envie de distinguer plusieurs niveaux dans la dévolution : un niveau local qui correspond à la dévolution du problème au sens usuel : une appropriation par l'élève du problème et de ce qui va être une réponse au problème, et la dévolution d'un enjeu d'apprentissage à plus long terme, d'une réutilisation des connaissances produites, de leur intégration dans les connaissances anciennes.

Une autre question est de savoir si, pour qu'il y ait apprentissage à partir d'une résolution de problème, il est nécessaire que la dévolution soit faite avant la résolution. Je pense pour ma part que *le processus de dévolution peut se poursuivre au-delà de l'action et même au delà de la situation a-didactique.* Je pense en effet qu'il y a, pour certains élèves qui, au cours de l'action, ont fonctionné de façon non scientifique, par exemple en utilisant des indices didactiques ou en s'en remettant à des camarades, une possibilité de "dévolution après coup" par un retour réflexif sur l'action, lors de l'institutionnalisation. Si cette possibilité n'existait pas, la situation serait effectivement désespérée pour certains élèves. La question est alors de savoir comment on peut donner à ces élèves une nouvelle occasion de donner du sens aux notions déjà institutionnalisées ou en cours d'institutionnalisation.

Ce faisant, je considère la dévolution comme un processus sous la responsabilité du maître, processus par lequel celui-ci va faire en sorte que l'élève donne du sens aux savoirs enseignés.

Essayons de préciser les difficultés qui risquent d'être des entraves à la dévolution d'un problème nécessitant un investissement important de l'élève. J'en retiendrai trois principales, en me limitant à celles qui interviennet directement, tout en sachant qu'elles sont reliées bien sûr à des attitudes plus générales face aux mathématiques ou au travail scolaire en général :

- le manque de stabilité des connaissances anciennes, que ce soit pour les utiliser, les compléter ou les remettre en question,
- le manque de fiabilité des techniques opératoires, ce qui va détourner l'attention de l'objectif principal et donner un coût insupportable aux procédures complexes.
- la lecture sélective de la consigne, la prise en compte partielle des données, avec le désir de pouvoir répondre vite.

Appuyons-nous pour illustrer ce point sur quelques exemples extraits d'une étude de cas : l'observation d'un élève de CM1 pendant 6 mois. J'ai dit qu'il avait des connaissances à la fois "floues" et "rigides" : floues parce qu'il n'est pas sûr de ce qu'il avance, que ses performances sont irrégulières, qu'il ne réussit plus quelque chose qu'il pouvait faire la semaine précédente, rigides parce qu'il a beaucoup de mal à changer de point de vue, de stratégie et qu'il ne peut pas saisir les indications qu'on lui donne : les informations qui ne rentrent pas dans sa procédure le déstabilisent et lui font perdre le fil de ce qu'il est en train de faire.

Voici quelques extraits[5] d'une séance de travail en calcul mental :

> Je demande à Didier de calculer 11x15 sans écrire. Il pose l'opération dans sa tête et trouve 15. Je lui demande alors 10x15.
>
> D. Non, ça peut pas être 150.
>
> M. Pourquoi ?
>
> *D. Attendez, il faut que je réfléchisse, parce qu'il faut toujours réfléchir avant de dire une bêtise. Ah, oui, je vais vous dire pourquoi. Parce que moi, je me suis arrêté à 10, 10 fois 15... et je me suis dit avec 11, ça fait 110, avec 12, 120, avec 13, 130, avec 14, ça fait 140, ... ça fait 150.*
>
> *M. 10x15, ça fait 150, tu en es sûr ? ... Alors, est-ce que tu peux trouver 11 fois 15 ?*
>
> *D. 151, je dis ça au hasard.*
>
> *M. Pourquoi 151 ? Ecoute, admettons que tu aies des boîtes de chocolats et il y a 15 chocolats dans chaque boîte.*
>
> *D. Et il y a combien de boîtes ?*
>
> *M. 11 boîtes.*
>
> *D. Ah, là, il faut que je le fasse aussi par l'écrit.*
>
> Je refuse le recours à l'écrit. Didier commence à faire 15 + 15... et se perd après 45.
>
> *M. Pourquoi tu n'y arrives pas ?*

[5] voir transcription en annexe de l'article de Petit x n° 35. D'autres exemples se trouvent aussi dans cet article et dans la thèse.

D. Parce que je ne réfléchis pas assez.

Je lui dis qu'il se perd parce qu'il ne sait plus combien de boîtes il a comptées et lui demande s'il pourrait procéder autrement.

D. une multiplication... non, une addition. A moins que je parte d'un nombre et puis j'en retire 15.

M. Qu'est-ce que c'était ta méthode ?

D. Je voulais faire + + + jusqu'à ce que je trouve le nombre.

M. Vas-y. N'oublie pas de compter les boîtes..

Après avoir ajouté encore 3 fois 15, il perd le fil à nouveau et n'arrive plus à utiliser les méthodes précédentes. On continue, difficilement, avec des erreurs, des reprises. Je l'aide à tenir le compte des boîtes en le lui demandant régulièrement. Pourtant Didier est capable d'utiliser certains repères comme la parité :

M. Non, 145, regarde, est-ce que ça peut se terminer par un 5 après 135 ?

D. Non, 140

M. 135 et 5 ça fait 140

D. Ah oui, c'est des nombres impairs.

M. Lesquels sont impairs ?

D. Les numéros impairs c'est 1, 3, 5, ... 19

M. D'accord, et là où on en était ?

D. 7 boîtes

M. 7 boîtes, tu te souviens combien c'était?

D. Non

M. Ah, tu vois, il faut aussi compter les boîtes. On en était à 135, c'est pas 7 boîtes.

D. C'était 105, 7 boîtes

M. 105, 7 boîtes, d'accord, alors 135, c'était combien ?

D. 8 boîtes

M. Non, parce que de 105 à 135, il y a combien ?

D. 15

M. De 105 à 135 il y a 15 ? On l'entend rien qu'au son, 105, 135, combien de plus?

D. 15, si c'est plus un il y a 15

M. Didier, tu étais à 7 alors on recommence à 7, 105, alors 8, ça fera combien ?

D. 135

M. Non

D. Ah, 105 120

M. 120 pour 8, alors pour 9 ?

D. 135

M. pour 10 ?

D. 145

M. Non

D. 160

M. 135 et 5, 140 et qu'est-ce que tu dois ajouter ?

D. 150, et 11 c'est .... 150, 155, 160, 170 ....

M. 165.

Je lui demande s'il aurait pu trouver plus vite.

D. Non, j'aurais pas pu trouver plus vite.

M. Pourquoi ? Tu l'avais pourtant trouvé tout à l'heure

D. Ah si, en comptant les dizaines.

M. Et alors combien de dizaines tu devais trouver ?

D. Ben, je m'en rappelle plus. Oh là là, j'ai une courte mémoire sans doute.

M. Je te rappelle qu'on a 15 chocolats dans chaque boîte et 10 boîtes.

D. Ah, 10, attendez ça fait 110, 120, ... il compte de 10 en 10 jusqu'à 240.

M. Qu'est-ce que tu es en train de chercher ?

D. Moi, je suis en train de chercher si je pouvais trouver plus vite.

M. Dis-moi si c'étaient des boîtes de 10 chocolats et que tu aies 15 boîtes, est-ce que tu aurais trouvé facilement ? Disons qu'on a des sacs de billes. Tu as 10 billes dans chaque sac et tu as 15 sacs, est-ce que tu aurais trouvé facilement ?

D. Non

M. Tu as 10 billes dans un sac, dans 2 tu en aurais combien ?

D. 10 et 10, 20, après 30, 40, 50.

M. Et alors dans 15 sacs, essaie de dire tout de suite.

D. 155

M. 150, pas 155. Comment tu fais pour trouver vite ?

D. 10, 20, 30.... il continue jusqu'à 100 ....

M. Oui, tu ajoutes des 10, et alors là tu avais combien de fois 10 ?

D. 10 fois

M. Non, tu avais 15 fois 10

D. Ah, je croyais que vous me disiez pour ce que je viens de vous dire.

M. Oui, alors est-ce que c'est pareil 10 boîtes avec 15 chocolats dans chaque boîte, ou 15 boîtes avec 10 chocolats dans chaque ....

D. ça fera 150

M. Je peux prendre un chocolat dans chaque boîte et je remplis des petits sacs de 10 chocolats. Combien j'aurai de sacs ?

D. 15

M. Alors est-ce que tu peux trouver facilement 10 fois 15 ?
D. 10 fois 15 ça fait 150

On voit sur cet exemple que le peu de stabilité des connaissances antérieures et le manque de fiabilité des techniques opératoires, mentales notamment, vont contribuer à lui faire perdre le fil au cours de sa recherche et vont donc rendre difficile la dévolution d'un problème qui demande une recherche longue. Didier, comme beaucoup d'élèves en difficulté, recherche des algorithmes plus sécurisants et est ainsi à l'affût des mots inducteurs dans les problèmes. La représentation l'aide mais il n'y recourt pas de lui-même. Des algorithmes comme l'addition de 10 ou la multiplication par 10 sont disponibles à certains moments et pas à d'autres. Il faut les remettre en place à des moments cruciaux de l'activité. Il y a donc un coût énorme des procédures longues qu'il va chercher à éviter.
De plus, la lecture même de l'énoncé de problème est conditionnée par ce qu'on sait faire. Donnons deux exemples, l'un est encore tiré du travail avec Didier,

M. On va faire un problème. Un patissier fait des chocolats qu'il met dans des boîtes de 20. Le patissier a fabriqué 978 chocolats. Combien remplit-il de boîtes?
D. J'ai trouvé ce qu'il faut faire. Une multiplication, 978 X 20
M. Pourquoi ?
D. Il y a plusieurs boîtes... C'étaient 978 boîtes ou 978 chocolats?
M. 978 chocolats
D. Parce qu'il y a plusieurs chocolats
M. Oui, il y en a 978, ça fait plusieurs et alors ? Quelle est la question que je t'ai posée ?
D. Combien de chocolats ?
M. Non, puisque je t'ai dit combien il y avait de chocolats
D. De boîtes !

l'autre provient d'entretiens avec des élèves de CE1 à qui on propose le texte suivant :

Dans une classe, on organise un goûter. On a décidé d'acheter des croissants et des tablettes de chocolat. Les croissants sont vendus par sachets de 10. Les tablettes de chocolat sont vendues par boîtes de 5. Dans cette classe, il y a 25 élèves.

La première élève à qui j'ai lu ce texte a répondu "il n'y en a pas assez parce que 10 et 5 ça fait 15 et il y a 25 élèves". Nous[6] avons donc, après avoir lu ce texte, demandé à tous les élèves si c'était un problème, ils ont tous répondu oui, avec des solutions diverses, comme celle-ci.

O. Je vais te lire ce qui est écrit sur le papier, tu vas me dire si c'est un problème de maths ou pas.
M. (après lecture) oui.
O. Qu'est-ce qu'on va répondre ?
M. On va répondre combien ça coûte les croissants.
O. Est-ce qu'on peut répondre à cette question ?
M. Oui, les croissants et les tablettes de chocolat.
O. Et comment on va trouver combien ça coûte ?
M. Ça coûte 15F.

Un autre élément, déjà évoqué, qui intervient aussi au moment de l'action et qui va gêner la dévolution est que les problèmes concrets, utilisés souvent pour la faciliter d'ailleurs, supposent une modélisation : on raisonne dans un modèle mathématique du problème concret qui, d'une part, ne prend en compte que certains aspects de la réalité et, d'autre part, nécessite d'utiliser un raisonnement mathématique qui ne coïncide pas nécessairement avec la logique de la vie quotidienne. Je n'insiste pas sur ce point.

Je ne développe pas non plus un autre facteur, pourtant primordial pour

[6] J. Robinet, que je remercie, m'a aidée à faire passer ces entretiens.

expliquer les différences au niveau de l'action, qui est le temps effectivement consacré en classe à l'activité mathématique des élèves et la nature de cette activité. Dans son DEA, N. Amra a observé plusieurs groupes d'élèves dans deux classes de seconde d'un même professeur de mathématiques, la même année, sur le même problème de recherche mettant en jeu des distances, sur lequel devait s'appuyer ensuite le cours sur la fonction valeur absolue. Il s'avère que les éléments clé concernant ce qu'il y avait de nouveau dans l'activité (quelle variable choisir pour modéliser, distinguer plusieurs cas) ont été fournis ou sollicités par le professeur dans les groupes forts comme dans les groupes faibles, mais à des moments différents : très peu de temps après le début de l'activité dans les groupes forts, après plus d'une heure dans les groupes faibles. Les groupes forts ont ainsi développé une activité algébrique sur les fonctions, ce qui était l'enjeu d'enseignement. Pour les groupes faibles, le travail a surtout tourné autour des problèmes liés à la modélisation et à la représentation. L'objet même du travail a été reporté au travail à la maison. Le travail sur la représentation et la dévolution du problème était un vrai travail pour les élèves faibles mais, sur l'enjeu même de l'enseignement, dans le domaine algébrique, il y a eu des différences importantes dans le travail des élèves au moment de l'action. L'institutionnalisation qui suit ne s'appuie certainement pas sur la même expérience des élèves.

*** au moment de l'institutionnalisation**

Nous avons dit qu'on constate chez certains élèves une rupture entre la situation d'action et l'institutionnalisation qui est faite par le professeur. Cela laisse penser d'une part que la dévolution ne s'est peut-être pas passée comme on l'espérait, d'autre part que l'institutionnalisation n'est peut-être pas suffisamment reliée au problème réellement traité par les élèves.

- Compte tenu des différences qu'on vient de souligner au moment de l'action, la décontextualisation, adaptée pour certains, sera brutale pour d'autres. Par exemple[7], il se peut que le fait que l'aire d'une partie de rectangle vaille un quart soit lié pour certains élèves à la possibilité de paver parce que la signification des fractions est pour eux attachée au report de pièces identiques alors que l'enseignant, pour l'institutionnalisation, se place au niveau des nombres.
- Les connaissances nouvelles pourront s'accrocher plus ou moins facilement aux connaissances anciennes, suivant la fiabilité de celles-ci.
- Ce qui est le plus souvent retenu et utilisé par les élèves, et exclusivement par certains, c'est ce qui ressort directement de l'institutionnalisation, les phrases même qui ont été fortement institutionnalisées, ritualisées, par exemple[8] "$\frac{1}{3}$ on le reporte 3 fois pour faire 1", on garde le rituel, cette idée de 3 reports, mais sans tenir compte de l'unité.
- De plus, l'institutionnalisation suppose l'abandon de procédures au profit d'autres, plus performantes mais moins sûres, l'abandon de certains des moyens qu'on avait de comprendre. Illustrons ce point par deux exemples tirés d'observations d'élèves de 6ème.

> Guillaume, qui déclare manquer toujours de temps pour résoudre les problèmes, traite le problème suivant :
>
> "Dans une école, on organise un goûter. On a décidé d'acheter des croissants, des tablettes de chocolat, des oranges.
> Les croissants sont vendus par sachets de 10.

[7] voir Petit x n° 35

[8] voir Petit x n° 35

Les tablettes de chocolat sont vendues par boîtes de 20.
Les oranges sont vendues par filets de 6.
Dans cette école, il y a 5 classes :
un CP avec 18 élèves,
un CE1 avec 23 élèves,
un CE2 avec 16 élèves,
un CM1 avec 21 élèves,
un CM2 avec 27 élèves.
Sais-tu combien il faut acheter de filets d'oranges pour être sûr de pouvoir donner au moins une orange à chaque enfant ?"

Il répond directement 11 sachets de croissants et 6 boîtes de chocolat. Sur demande, il explique qu'il a additionné de tête les nombres d'élèves puis qu'il a compté par dizaines, qu'il peut faire le problème des oranges mais que ça sera beaucoup plus long. Il explique qu'il cherche par 10 - 4 parce que 6+4 = 10 et déclare "si je fais 10x10 = 100, j'aurai besoin encore d'un paquet mais il faut que j'enlève 11x4". Je lui demande pourquoi 11 et pas 10. Il se rallie à 10. Je lui dis alors que je comprends sa méthode mais qu'elle est compliquée et qu'il risque de se tromper. Je lui propose de chercher combien il y a d'oranges dans 6 filets. Il trouve 60 et ajoute qu'il en manque 35. Je corrige : 45. Il considère que c'est près de 60 et dit 20x6 = 120 puis procède en reculant : 120 - 6 = 114 ; 114 - 6 = 108 ; il faut 18 filets. On voit que Guillaume, qui a des grandes capacités de concentration et de mémoire, reste attaché à des procédures de dénombrement d'unités et de dizaines sans faire confiance aux techniques opératoires. On peut se demander s'il n'y a pas dans son cas sur-apprentissage de la numération.

L'autre exemple porte sur la multiplication par un décimal : pourquoi est-il légitime de multiplier 46 par 1,35 pour trouver le prix de 1,35 kg de rôti de porc à 46 F le kilo ? Le modèle de l'addition répétée, investi dans le cas des entiers, ne permet plus de comprendre ici. Pour comprendre, à partir des connaissances sur les entiers, pourquoi la multiplication est légitime dans ce cas, il y a beaucoup à faire.

Une élève de 6ème que j'ai observée ne comprenait pas la correction de l'exercice sur ce point. Elle pouvait dire que le prix se situait entre 46F et 92F et, avec un peu d'aide pouvait résoudre le problème de la façon suivante :

1 kg	46 F
500 g	23 F
100 g	4,60 F
300 g	13,80 F
50g	2,30 F
1,35 kg	62,10 F

Mais, tout en constatant que 46x1,35 donne le même résultait, elle ne comprenait pas pourquoi, puisqu'elle n'avait pas fait les mêmes opérations. Or, pour être sûr que 46+13,80+2,30 = 46x1,35, il faut voir

* que 13,80, qui a été obtenu par 4,60x3, c'est aussi 46x0,3
* que 2,30 est aussi 46x0,05 et donc
* que 46+13,80+2,30 c'est aussi 46x1 + 46x0,3 + 46x0,05 = 46 x (1+0,3+0,05) = 46x1,35 ; c'est-à-dire mettre en œuvre à la fois la distributivité et l'associativité.

Cela ne veut pas dire qu'il faille expliquer cela à tous les élèves mais il faut savoir qu'on leur demande d'appliquer un modèle qu'ils ne peuvent plus comprendre par l'addition répétée.

Une des fonctions de l'institutionnalisation est d'articuler les connaissances que les élèves mettent en jeu dans les résolutions de problèmes, connaissances qui résultent de savoirs anciens qu'il a éventuellement fallu adapter pour traiter une situation nouvelle et qui ont trouvé une nouvelle occasion d'emploi. Nous avons vu que les élèves ne savent peut-être pas qu'il y a autre chose à apprendre de la résolution d'un problème particulier. N'est-ce pas déjà une première institutionnalisation que faire savoir aux élèves qu'il y aura quelque chose de général et réutilisable à apprendre de la résolution du problème particulier qu'il leur propose ? Ces réflexions m'amènent à considérer aussi l'institutionnalisation, en tant que processus par lequel le maître va donner un statut officiel aux connaissances mises en jeu par les élèves, *comme un processus qui se déroule tout au long de l'enseignement, un moteur de l'avancement du contrat didactique et non comme une phase en fin de processus où le maître fait son cours.* L'institutionnalisation des connaissances commence dès le tout début de la dévolution puisqu'il faut déjà que le maître donne à l'élève, s'il ne l'a pas, le projet d'acquérir ces connaissances, d'où *l'imbrication des processus de dévolution et d'institutionnalisation qui sont ainsi, dans une certaine mesure, contemporains.* Evidemment, nous trouvons là un des paradoxes du contrat didactique que Brousseau a mis en évidence : le maître ne peut pas parler de la connaissance nouvelle[9] puisque c'est justement l'enjeu de l'apprentissage, cependant il peut dire qu'on va apprendre quelque chose de nouveau et éclairer les élèves sur les connaissances anciennes à mobiliser pour "accrocher" cette connaissance nouvelle. En fait le maître tend à l'institutionnalisation tout au long du processus mais il ne peut dévoiler entièrement son projet sous peine de le faire échouer: s'il veut que l'institutionnalisation puisse se faire pour les élèves dans de bonnes conditions avec du sens, il ne peut aller droit au but mais l'a toujours présent à l'esprit pour ménager dès le départ et tout au long du processus d'enseignement les conditions qui vont lui permettre de négocier le contrat didactique dans ce sens.

Dévolution et institutionnalisation sont ainsi pour nous les deux processus complémentaires par lesquels le maître va essayer de contrôler l'acquisition par les élèves des notions mathématiques avec leur sens : la dévolution pour qu'ils s'engagent réellement dans la résolution des problèmes, l'institutionnalisation pour que les élèves puissent décontextualiser ces connaissances et qu'ils sachent, dans ce qu'ils ont mis en jeu, ce qui était visé et à retenir. La dévolution est le processus par lequel le maître contrôle le sens que les élèves donnent aux notions enseignées, par lequel il fait en sorte que les élèves utilisent des savoirs mathématiques dans la résolution de problèmes, l'institutionnalisation celui par lequel, il fait en sorte que le rapport personnel des élèves aux objets de savoir considérés soit conforme à l'institution de référence : le niveau scolaire considéré et par lequel il gère les changements de statut de la connaissance. Dans leur article sur la mémoire du système didactique, pages 190-191, G. Brousseau et J. Centeno (1991) distinguent plusieurs statuts que le maître donne à la connaissance qu'il manipule pour et avec les élèves, en rapport avec la gestion qu'il fait de la mémoire de la classe. Nous les résumons ci-dessous :

- décor didactique (DD) : il s'agit d'une connaissance implicite dans le problème dont on s'occupe, connue du maître mais pas des élèves. Il pourra l'expliciter plus tard en se référant au passé. Les élèves peuvent se rappeler qu'ils ont fait ça, mais pas comme une connaissance. L'organisation de la mémoire est

[9] Par "connaissance nouvelle", nous entendons aussi un approfondissement ou un nouvel emploi d'une connaissance ancienne.

intentionnelle pour le maître mais pas pour les élèves.
- modèle implicite (MI) : l'élève a besoin de cette connaissance pour résoudre le problème mais il n'a pas besoin d'en avoir conscience. Le maître ne peut pas exiger sa formulation. Ce sont les connaissances qui servent dans les situations d'action.
- connaissance formulée (CF) : on a un langage pour en parler, ce qui permettra au maître d'identifier l'objet et de le rendre explicite. Le maître pourra exiger sa formulation et même sa répétition pour une meilleure mémorisation.
- connaissance structurée (CS) : elle est prise comme objet de connaissance en rapport avec d'autres objets de connaissance. Le maître pourra exiger les preuves déjà données et l'analyse de cette connaissance.
- connaissance institutionnalisée (CI) : elle est considérée comme acquise et traitée comme outil. On peut l'appliquer ou la prendre comme base de nouvelles conversions.

On retrouve dans ces distinctions les dialectiques de l'action, de la formulation et de la validation, qui sont rapprochées ici par les auteurs des notions protomathématique (MI), paramathématique (CF) et mathématique (CS) introduites par Chevallard (1985). On y retrouve aussi les différentes phases de la dialectique outil-objet (Douady, 1987).

Si nous considérons la dévolution et l'institutionnalisation comme les deux processus par lesquels le maître va gérer les différents statuts des connaissances pour les élèves tout au long de l'apprentissage, il n'en reste pas moins que certains moments seront plutôt des moments de dévolution et d'autres d'institutionnalisation et que ces moments vont se traduire à la fois par des discours et par des choix du maître (action sur des variables didactiques par exemple). Comment faire en particulier pour que les élèves repèrent le véritable enjeu d'apprentissage ? Est-ce qu'un discours sur l'enjeu de ce qu'on leur demande peut les aider ? A quel moment le tenir ? Faut-il pointer quelque chose à ce niveau avant la résolution ? après ? quelles interventions ? Ce sont toutes ces questions qu'examinent les recherches sur le "méta", c'est-à-dire le discours non strictement mathématique mais sur les mathématiques que tient l'enseignant en classe (Robert et Robinet 1993). La réponse de la théorie des situations (et de la dialectique outil-objet aussi) est plutôt de construire une situation telle que les variables permettent une évolution des connaissances mises en jeu par les élèves : un premier choix doit permettre la dévolution, d'autres permettront de construire le sens des concepts visés. Mais quelle est la visibilité des choix du maître pour les élèves ? L'opacité est nécessaire si l'on veut que la situation puisse fonctionner comme situation adidactique mais le voile devra se lever au moment de l'institutionnalisation finale. L'équilibre se gère par le contrat didactique.

De plus, *la marge de manœuvre est très étroite, particulièrement dans le cas d'élèves en difficulté où l'équilibre à adopter lors de l'institutionnalisation n'est pas facile à trouver* : si, à l'issue d'une phase de recherche, il n'y a pas d'institutionnalisation[10], les élèves ne retiennent que le contexte et une partie de l'action sans réflexion sur celle-ci, mais dès qu'il y a institutionnalisation, il y a risque de mise en place d'une règle qui va être utilisée sans référence au sens. On est alors devant la nécessité de déstabiliser

10 Ici, nous employons "institutionnalisation" dans son sens plus restreint et plus habituel de discours d'institutionnalisation après une phase d'action, de formulation ou de validation. Pour ne pas alourdir le texte, nous désignons par le même mot le processus et les actions du maître au cours de ce processus.

ces règles aussitôt qu'elles s'installent, ce qui peut alors détruire toute possibilité de référence à la situation dans la construction de la notion qu'on visait dans cette situation.

Je pense donc que, pour certains élèves au moins, l'institutionnalisation ne peut se faire que de façon très progressive avec de nombreux cycles contextualisation - décontextualisation, ce qui conduit à distinguer des étapes dans l'institutionnalisation :

- institutionnalisations locales dans un ou plusieurs contextes, au sens où R. Douady (1987) utilise cette expression dans la description de la dialectique outil-objet.
- réinvestissement d'un contexte dans un autre : institutionnalisation d'une liaison entre différents contextes,
- cours construit par le professeur, donnant un statut d'objet mathématique à certaines des notions rencontrées par l'exposé des raisons du savoir.

Ces étapes concernent aussi bien des concepts que des pratiques, méthodes et représentations qui leur sont attachées dans les situations rencontrées. De plus, elles ne correspondent pas entièrement à un ordre chronologique, le réinvestissement se plaçant tout au long, avec des degrés de décontextualisation différents : dès que les élèves ont rencontré une première situation sur la notion, ils peuvent réinvestir des pratiques en reconnaissant une analogie entre deux situations, jusqu'après le cours où ils pourront peut-être réinvestir le savoir en tant qu'objet mathématique.

J'ai proposé dans ma thèse un modèle de situation didactique et non plus adidactique pour rendre compte de l'institutionnalisation, que j'ai appelé "situation de rappel" où les élèves doivent se rappeler une ou plusieurs situations traitées sur le même thème, faire un retour par la pensée et la parole sur ces séances. Ce modèle doit décrire les relations que le maître établit entre le savoir visé, une ou plusieurs situations a-didactiques et les connaissances des élèves. J'ai distingué deux types de rappel : le rappel de type 1 a pour fonction

- la dévolution après coup,
- l'homogénéisation de la classe et la dépersonnalisation des solutions,
- l'institutionnalisation locale,
- une pré-décontextualisation.

Il est toujours difficile de parler d'un modèle sans en décrire des réalisations et j'espère, en le faisant, éviter le risque que la réalisation décrite soit lue comme prescriptive. Un tel moment peut se trouver dans une classe peu après une situation d'action (ou de formulation) mais un autre jour : les élèves sont conduits à repenser le problème et les procédures de traitement envisagées dans la classe. Ils trouvent ainsi une nouvelle occasion de se construire des représentations mentales puisqu'il faut parler de ce qui s'est passé sans pouvoir agir à nouveau. Même si l'action est à nouveau nécessaire pour certains élèves, c'est dans une nouvelle perspective : non seulement pour trouver la solution mais pour pouvoir en parler ou l'expliquer. On peut penser qu'alors la dévolution du fait que ces connaissances vont resservir peut se faire. Les solutions sont exposées par des élèves différents de ceux qui les ont trouvées, ce qui contribue à l'homogénéisation de la classe et à la dépersonnalisation des connaissances. On a une première décontextualisation en élaguant les détails et les fausses routes pour identifier ce qui est important.

Le rappel de type 2 a pour fonction la décontextualisation et l'ancrage des savoirs nouveaux dans les savoirs anciens ainsi que l'institution d'un certain nombre de relations. Il correspond à un retour sur une suite de problèmes sur un même thème : chacun des problèmes est alors intégré dans un processus, intériorisé avec un sens nouveau. Les formulations évoluent, on peut avoir des retours sur des débats de validation ou en rencontrer de nouveaux.

b) Que font les enseignants ? Quelles sont leurs contraintes ?

Après ce détour théorique un peu long, je voudrais revenir sur l'explication des difficultés des élèves à partir de l'analyse des contraintes des enseignants, contraintes venant de l'institution scolaire, des élèves, de la société ou de leur propre personnalité. Nous retiendrons notamment :

- la nécessité de maintenir la relation didactique coûte que coûte, qui peut devenir une priorité absolue dans le cas d'un enseignement à une classe difficile,
- la nécessité d'avancer, parce qu'il faut avancer le programme et qu'il faut faire du nouveau parce que les élèves se lassent alors que le contenu visé est loin d'être acquis,
- la nécessité d'homogénéiser la classe, pour pouvoir continuer la relation didactique avec le groupe,
- la nécessité d'évaluer, à la fois pour orienter la suite de la progression, pour permettre aux élèves de se situer par rapport aux attentes institutionnelles, pour les parents d'élèves et bien sûr pour l'institution scolaire, l'orientation des élèves...
- la nécessité que l'élève soit "actif" de façon visible (pression de la noosphère)
- la nécessité de s'appuyer sur ce qu'ont fait les élèves, sur cette activité, réputée créatrice de sens, et en même temps de donner clairement ce qui est à retenir de la résolution d'un problème, ce qui pourra être réutilisé ailleurs, avec le risque d'un dérapage formel, que cette décontextualisation se fasse au détriment du sens,
- la nécessité d'assurer un minimum de réussite aux élèves dans l'immédiat, ce qui peut parfois entrer en contradiction avec l'apprentissage qui risque de n'amener la réussite que dans le long terme. La pression en faveur d'un minimum de réussite à court terme vient aussi bien des élèves et des parents que de la comparaison avec les collègues, de la nécessité de maintenir la relation didactique qu'un trop grand découragement ou une révolte des élèves empêcherait, et du désir du professeur lui-même dont c'est un des meilleurs moyens de valorisation.

Ces différentes contraintes amènent des pressions ressenties le plus souvent comme contradictoires. Les difficultés des élèves proviennent de plusieurs sources imbriquées et se combinent avec les contraintes des enseignants (voir schéma dans Perrin-Glorian, 1993 ou 1994). La conséquence en est l'apparition de cercles vicieux et de paradoxes. Les élèves ne se représentent pas les actions et ne perçoivent pas les enjeux donc ils ne mémorisent pas, ce qui amène le professeur à se concentrer sur l'apprentissage des résultats du cours et de savoir-faire algorithmisés, à se concentrer sur le cadre numérique, à simplifier les situations, à éviter les problèmes qui nécessitent des changements de point de vue et font intervenir plusieurs concepts et à proposer aux élèves des exercices très proches de ceux qu'il donnera au contrôle, ou à atomiser la tâche, ce qui fait que les élèves ont moins d'occasions de construire du sens, d'engager leur responsabilité, de se créer des représentations mentales et d'accéder aux véritables enjeux de l'activité mathématique.

Dans le cas où on propose des situations complexes, on assiste souvent à une négociation à la baisse par une suite d'effets Topaze ou Jourdain[11], ou à une activité sans conclusion parce qu'on a laissé tout le temps à la recherche. Comme on leur fait moins confiance, on

---

[11] voir Brousseau 1987.

peut être amené à demander aux élèves faibles des explications qu'on ne demande pas dans des classes plus fortes qui bénéficient d'un meilleur crédit.

Les choix des enseignants sont différents parce qu'ils se réfèrent à leurs représentations de l'apprentissage et de ce qui est important dans le contenu mathématique visé, mais ils semblent toujours répondre à des contraintes ressenties comme contradictoires. Les contraintes sont plus fortes quand l'ensemble de la classe est faible et dans ce cas, les différences entre les choix des enseignants ont tendance à s'amplifier dans la mesure où ils vont se concentrer sur ce qui leur paraît le plus important : pour les uns on aura un renforcement du cours, pour les autres au contraire on aura augmentation de la part des exercices. L'enseignant doit à la fois maintenir le cap sur le savoir, dont il est garant pour les élèves, face à l'institution, à ses collègues, à la société, et aussi accompagner les élèves. L'équilibre est parfois difficile à maintenir et, suivant leurs autres contraintes, y compris intérieures, les enseignants auront tendance à privilégier l'un ou l'autre pôle. Nous allons, dans le paragraphe suivant essayer de préciser quelques éléments concernés par la recherche de cet équilibre.

4) Peut-on caractériser quelques équilibres fondamentaux ?

Nous avons vu que les enseignants semblent pris entre des pôles contradictoires. Nous allons maintenant essayer de caractériser quelques équilibres qui paraissent à la fois importants et difficiles à trouver avant d'en tirer quelques conséquences pour la formation.

- sens/algorithmes

Faut-il privilégier l'acquisition des automatismes de base ou la construction par les élèves du sens des notions enseignées à travers la résolution de problèmes ? La pression du temps fait que ces objectifs paraissent contradictoires. Pourtant, comme j'ai essayé de l'illustrer à propos de la division (Perrin-Glorian 1995), les algorithmes eux-mêmes sont porteurs de sens. De plus, le sens et les automatismes ne s'opposent pas pour l'expert : les automatismes sont nécessaires pour avancer, pour se concentrer sur les points délicats du problème. Nous avons vu avec l'exemple de Didier qu'ils sont nécessaires aussi pour les élèves. Cependant, si l'expert a un fonctionnement automatique, il a aussi des moyens de contrôle et des possibilités de revenir sur une partie de ses calculs, pour l'élève en difficulté, quand on a un fonctionnement automatique, c'est souvent sans moyen de contrôle. Comment faire donc pour que l'élève acquière des automatismes avec des moyens de contrôle ?

- paradoxe de l'institutionnalisation :

Nous avons déjà signalé l'exiguïté de la marge de manœuvre concernant l'institution-nalisation : d'une part, les élèves ne peuvent pas dégager seuls ce que la démarche qu'ils ont utilisée dans la résolution d'un problème a de général et de réutilisable, d'autre part le risque de dérapage formel est grand dès qu'il y a décontextualisation. Si l'on veut partir des activités des élèves dans des phases de recherche, comment articuler le cours à ce qu'ont fait les élèves ? A quel moment apporter de l'information, sous quelle forme ? Comment garder la maîtrise du déroulement de l'enseignement sans provoquer de rupture avec ce qu'ont produit les élèves ? Comment gérer le bilan et l'institutionnalisation si les élèves ont produit des choses très diverses dans la phase de recherche ? Il arrive que l'enseignant se méprenne sur la signification réelle des connaissances en jeu pour les élèves et saute des étapes importantes pour que cette décontextualisation se fasse sans perte de sens excessive. Cela peut s'expliquer par la difficulté pour les enseignants à connaître l'état des connaissances réelles des élèves, et aussi par la nécessité où ils se trouvent de faire avancer le temps didactique, ce qui les amène à conclure sous leur seule autorité. La conclusion est pourtant nécessaire : les élèves ont besoin de disposer d'une synthèse claire du travail réalisé et de notes réutilisables[12]. Cependant, le lien entre le travail effectivement réalisé et la synthèse du professeur sera peut-être précaire pour certains élèves. Il nous paraît donc nécessaire de distinguer différents niveaux dans la décontextualisation pour les élèves :

- si le contexte est matériel, pouvoir prévoir ou conclure sans recourir au matériel, en imaginant seulement la manipulation qui est intériorisée,
- utiliser des arguments qui mettent en relation des connaissances qui ne se réfèrent plus forcément au contexte,
- utiliser la connaissance dans un autre contexte.

Cette dernière étape serait aussi à hiérarchiser suivant que la problématique de réinvestissement est proche des problématiques déjà rencontrées ou qu'elle est très nouvelle : par exemple, pour les fractions, la problématique de la mesure des aires planes est relativement proche de celle de la mesure des longueurs de segments même si le passage de l'une à l'autre soulève des problèmes nouveaux et importants (non superposabilité des parties de même mesure) tandis que la problématique de la mesure est différente de celle des codages d'applications linéaires.

- ancien/nouveau

Les élèves en difficulté ont tendance à se lasser rapidement des situations, ce qui fait que l'enseignant est parfois amené à les abandonner avant que les élèves puissent arriver au niveau de traitement visé, ce qui conduit soit à une conclusion sous l'autorité du maître soit à une absence de conclusion et d'institutionnalisation. Il me semble que les élèves se lassent à la fois parce qu'ils se focalisent sur le contexte "encore des rectangles !", ce qui nous ramène à la question de l'identification de l'enjeu d'apprentissage, et parce qu'ils pensent avoir plus de chances de réussir quelque chose de nouveau pour lequel ils n'ont pas de passif. En même temps, ils ont souvent peur de s'engager dans un problème pour lequel ils n'ont pas appris de méthode de résolution, en considérant qu'ils ne peuvent pas faire ce qu'on ne leur a pas appris à faire. Comment donc faire que les élèves puissent utiliser les connaissances anciennes dans une situation nouvelle mais avec un sens critique pour les adapter au besoin ?

- gestion de la complexité

Comment trouver des situations assez complexes pour que les savoirs visés y soient engagés avec suffisamment de sens, que l'élève puisse engager sa responsabilité de façon assez significative, mais néanmoins abordables pour assurer suffisamment de réussite.

- réussite /apprentissage

Nous avons déjà signalé que la logique de l'apprentissage qui risque de n'amener la réussite qu'à long terme semble s'opposer à celle de la réussite à court terme. Comment donc obtenir la réussite des élèves sans excès de négociation à la baisse qui hypothèquerait l'apprentissage? Cette préoccupation rejoint bien sûr les précédentes : gestion de la complexité et des rapports entre l'ancien et le nouveau.

- évaluation

Comment maintenir les exigences sans décourager, avoir une évaluation

[12] voir sur ce point l'article de J.C. Duperret dans Repères-IREM n°13.

cohérente avec celle qu'on peut avoir dans d'autres classes du même niveau (pour justifier les passages de classe par exemple) et en même temps une évaluation qui permette d'évaluer la progression des élèves ?

5) Quelles conséquences pour la formation ?

Je voudrais conclure en essayant à la fois de pointer quelques écueils pour la formation et d'indiquer quelques pistes et quelques questions qui pourraient être l'objet de recherches. Je ne développerai pas beaucoup ces points parce qu'ils sont, soit conséquences des équilibres que je viens d'évoquuer, soit à étudier davantage.

Quelques écueils

On peut souvent constater des dérives dans l'utilisation de moyens didactiques donnés par la formation pour aider les enseignants à analyser les erreurs des élèves et à y remédier :

- pulvérisation du savoir : découpage en mini-objectifs d'apprentissage juxtaposés.
- autocensure : on pense que les élèves n'y arriveront pas et on finit par leur demander moins que ce qu'ils pourraient faire.
- glissement métadidactique : on détourne l'apprentissage de l'objet visé à des moyens d'obtenir une réponse correcte sans mettre en jeu le concept visé.
- perméabilité didactique : ce qu'on veut donner comme outil d'analyse pour le maître passe directement dans l'enseignement, par exemple les classifications de problèmes ou de types de procédures.

Ces écueils posent la question de l'utilisation des résultats de recherche dans la formation, et celle de la formation de formateurs et de leur proximité par rapport à la recherche.

Quelques pistes et questions

- Il me semble important pour les maîtres d'avoir une vision d'une continuité des apprentissages avec quelques étapes cruciales qu'il faut savoir identifier, travailler et reprendre à différents moments ; les connaissances anciennes évoluent à mesure qu'on en introduit de nouvelles, on doit pouvoir commencer tôt à travailler une notion difficile qui demandera un long temps d'apprentissage et qu'il faudra reprendre à différents moments. Cela va contre l'idée dominante qu'une notion est au programme ou non, que dans le premier cas on la traite et dans le deuxième cas, on n'en parle pas du tout.
- Comment donc reprendre une notion ancienne ? Comment lui redonner du sens ou des sens nouveaux ? Comment reprendre des contenus anciens à travers l'introduction de contenus nouveaux ?
- Comment prévoir des aides dans un problème de recherche pour l'adapter à des élèves différents sans "tuer" le problème ?
- Il me semble qu'on doit conclure une activité quoi qu'il arrive même si les élèves n'ont pas trouvé, quitte à reprendre une autre situation sur le sujet, sans que le maître soit culpabilisé à ce sujet. Evidemment, ici l'équilibre est important et sans doute difficile à apprécier par un enseignant débutant. Que peut-on laisser à la charge des élèves ? Qu'est-ce qui l'a été réellement au bout du compte ? quand faut-il les aider ? Comment ? Quand conclure ? Jusqu'où aller ?
- Quel équilibre entre sens et algorithmes? Comment le gérer dans les différents moments de l'action didactique ?
- Comment éviter une pulvérisation des apprentissages en petits objectifs mais aussi savoir agir sur des points précis bien identifiés ?
- Comment gérer l'hétérogénéité à certains moments, l'homogénéité à d'autres ?

- Quelles exigences de formulation ? Quelle est la place de l'écrit ? Quelles exigences a-t-on avec les élèves à ce niveau ? Au cours d'un stage de formation continue, il m'a semblé que les exigences des maîtres à ce niveau étaient très faibles. Or, si les exigences trop fortes de formulation peuvent gêner la recherche des élèves, il me semble aussi que la formulation, y compris par écrit aide à y voir plus clair et à avancer.
- Le maître a besoin d'être tourné à la fois vers les élèves et vers le savoir, pour ne pas perdre de vue l'objectif d'apprentissage et pour adapter son enseignement aux élèves. Quelle formation pour qu'il apprenne à garder les deux caps en vue ?
- Il existe nécessairement une distance entre le savoir du maître et celui de l'élève. Le savoir du maître est autre. On ne dispense pas en formation des savoirs qui vont être directement restitués dans l'enseignement aux enfants. Comment dans la formation prendre en compte ces deux types de savoirs concernant le contenu : ceux qui vont être dispensés aux enfants et ceux qui, concernant le savoir destiné aux enfants vont rester du domaine du maître ?

Bibliographie

BAUTIER E. et ROBERT A. (1988) Réflexions sur le rôle des représentations métacogniti-ves dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue Française de pédagogie* n°84 p.13-19, INRP, Paris.

BEILLEROT J. et collectif (1990) *Savoir et rapport au savoir.* Editions Universitaires, Paris.

BOERO P. (1987) Analyse de quelques facteurs d'erreur dans l'apprentissage des mathématiques dérivant de l'origine socio-culturelle des élèves. *Actes de la réunion CIEAEM Sherbrooke 1987.* Ed. Université de Sherbrooke, 1988.

BONNEVILLE J.F., COMITI C., GRENIER D., LAPIERRE G.(1990) Eléments d'étude des représentations des enseignants de mathématiques. Le métier, les contraintes, l'apprentissage. *Publications de l'Institut de Formation des maîtres, équipe imat* Université J. Fourier, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1987) Fondements et méthodes de la didactique. *Recherches en didactique des mathématiques* n° 7.2, p. 33-115. La pensée sauvage Grenoble.

BROUSSEAU G. et CENTENO J. (1991) La mémoire du système didactique *Recherches en didactique des mathématiques* n° 11.2.

BRUNER J.S. (1983) *Savoir faire, savoir dire.* Presses Universitaires de France, Paris.

BUTLEN D. et PEZARD M. (1992) Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du CP au CM2. *Recherches en didactique des mathématiques* n° 12.2.3.

CARRAHER NUNES T. (1988) Street mathematics and school mathematics. *Proceedings of 12th PME Conference, vol.1,* Veszprem, O.O.K., Hongrie.

CHARLOT B. (1983) *L'échec scolaire en mathématiques et le rapport social au savoir* Journées Nationales de l'APMEP Lille, 22-24 sept.1983 dans *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques n°342 fev. 1984.*

CHARLOT B. ; BAUTIER E. ; ROCHEX J.Y. (1992) *Ecole et savoir dans les banlieues ... et ailleurs* A. Colin.

CHAUVEAU G. (1982) L'insuccès scolaire. Le rôle des rapports sociaux et culturels. *Psychologie scolaire.* n°39 p. 21-39.

CHEVALLARD Y. (1988) *Notes sur la question de l'échec scolaire.* Publication de l'IREM de Marseille n°13

CHEVALLARD Y. (1992) : concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques* n° 12/1, 73-111. La pensée sauvage Grenoble.

DOUADY R. (1987) : Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques* n° 7.2 p. 5-31. La pensée sauvage Grenoble.

DOUADY R. (1992) Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM* n°6.

DUPERRET J.C. Point de vue : objet sans âme, outil sans vie ... *Repères IREM* n°13.

DURU M. (1986) Notation et Orientation. Quelle cohérence, quelles conséquences ? *Revue Française de Pédagogie n°77 oct-nov-dec 1986*

DURU BELLAT M. et MINGAT A. (1989) Analyse de la genèse temporelle des trajectoires scolaires. *Revue Française de pédagogie n°88.*

FORQUIN J.C. (1981) *L'approche sociologique de la réussite et de l'échec scolaires* CREFED - ENS Saint-Cloud.

FRANÇOIS F. (1980) Analyse linguistique, normes scolaires et différenciations socioculturelles *Langages n°59 sept 1980*

FREUDENTHAL H. (1984) L'échec des coureurs, conférence aux journées APMEP de Lille, oct 1983, *Bulletin de l'APMEP n°342, fev.84.*

GILLY M. (1980) *Maître - élève. Rôles institutionnels et représentations* Paris P.U.F.

HOUDEBINE J. et JULO J. (1988) Les élèves en difficulté dans le premier cycle de l'enseignement secondaire. *Revue Française de pédagogie* n°84 p.5-12 INRP Paris.

ISAMBERT-JAMATI V. (1990) *Les savoirs scolaires. Enjeux sociaux des contenus d'enseignement et de leur réforme.* Ed. Universitaires, collection "Savoir et formation", Paris.

JODELET D. (Ed.) (1989) *Les représentations sociales.* PUF, Paris.

LAUTREY J. (1980) *Classe sociale, milieu familial, intelligence.* Paris, PUF.

LEGER A. et TRIPIER M. (1986) *Fuir ou construire l'école populaire ?* Méridiens Klincksieck

LEGRAND M. (1990) Rationalité et démonstration mathématique, le rapport de la classe à une communauté scientifique. *Recherches en didactique des mathématiques* n°9.3. p.365-406.

MARGOLINAS C. (1993) *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathéma-tiques.* Ed. La Pensée sauvage, Grenoble.

NIMIER J. (1988) *Les modes de relation aux mathématiques.* Coll. Psychologie sociale, ed. Méridiens Klincksieck

NOIRFALISE R. (1987) Attitudes du maître et résultats scolaires en mathématiques. *Recherches en* *didactique des mathématiques* n°7.3. Ed. La pensée sauvage Grenoble

PERRENOUD P. (1984) *La fabrication de l'excellence scolaire* Librairie Droz Genève

PERRIN-GLORIAN M.J. (1985) Représentations des fractions et des nombres décimaux chez des élèves du CM2 et du collège *Cahier de didactique des mathématiques n° 24* IREM Paris 7, et (1986) même titre *Petit x* n° 10 IREM de Grenoble

PERRIN-GLORIAN M.J. (1992) *Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM- 6ème.* Thèse de Doctorat d'Etat, Université Paris 7, février 1992.

PERRIN-GLORIAN M.J. (1993) Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes faibles. *Recherches en didactique des mathématiques* vol.13 n°1/2. Ed. La pensée sauvage Grenoble

PERRIN-GLORIAN M.J. (1994) Contraintes de fonctionnement des enseignants au collège : ce que nous apprend l'étude de "classes faibles" *Petit x n°35,* p.5-40, IREM de Grenoble.

PERRIN-GLORIAN M.J. (1995) Sens, algorithmes et représentations symboliques. in *Mathématiques et langage,* Hachette éducation.

PERRIN-GLORIAN M.J., BUTLEN D. et LAGRANGE M. (1991) Elèves en difficulté en classe de 6ème. *Repères-IREM n° 3* p.97-139 Topiques Editions, 54700 Pont-à-Mousson.

PLAISANCE E. (1985) Colloque du C.N.R.S. de 1984 *L'échec scolaire . Nouveaux débats, nouvelles approches.* Editions du C.N.R.S.

ROBERT A. et ROBINET J. (1989) Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement. *Cahier de DIDIREM* n°1. IREM de PARIS 7.

ROBERT A. et ROBINET J. (1993) Prise en compte du méta en didactique des mathématiques. *Cahier DIDIREM n°21.* IREM Paris 7

VERGNAUD G. (1991a) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques* n° 10.2.3. La pensée sauvage, Grenoble.

VERGNAUD G. (1991b) Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue française de pédagogie n°96.* p. 79-86, INRP Paris.

VYGOTSKI L.S. (1985) *Pensée et langage.* Editions sociales Messidor, Paris.

LES METHODES D'EDUCATION COGNITIVE

BILAN ET PERSPECTIVES

Jean-Claude COULET

Maître de conférences, Université de Rennes 2

Laboratoire de Psychologie du Développement et de l'Education

INTRODUCTION

1 - Place de l'éducation cognitive dans les enjeux sociaux actuels

Si l'on veut comprendre l'engouement que produisent actuellement les méthodes d'éducation cognitive dans les établissements scolaires et les organismes de formation, il faut, me semble-t-il, s'intéresser à quelques caractéristiques du contexte social plus large dans lequel elles trouvent actuellement leur point d'ancrage. Sans entrer ici dans une analyse sociologique approfondie (qui pourtant mériterait d'être conduite) il est néanmoins possible d'avancer deux ou trois remarques susceptibles d'éclairer la place de l'éducation cognitive dans les enjeux sociaux actuels.

A un premier niveau, on ne peut que constater que le siècle qui s'achève (et qui est quasiment aussi celui de la naissance du modèle de l'école que nous connaissons aujourd'hui) est marqué par une extraordinaire croissance des connaissances produites du côté de ce que les didacticiens appellent "le savoir savant".

Par ailleurs, il faut également noter que l'éducation scolaire qui, au début du siècle constituait une source extrêment importante (sinon exclusive pour beaucoup) de construction de savoirs issus du savoir savant, elle se trouve aujourd'hui en concurence avec de multiples autres sources qui, souvent, s'avèrent beaucoup plus séduisantes, même si leur efficacité reste probablement à démontrer. Qu'il s'agisse des champs de découverte offerts par l'accroissement des distances parcourues, par le flot d'écrits mis à portée de main, par la télévision, les média et multimédia de toutes sortes, il est clair que la séduction est grande et les sources de savoir multiples.

Pourtant, face à ce flot grandissant, il reste une nécessité assez fondamentale : celle de devoir s'approprier individuellement un maximum des connaissances ainsi produites socialement et mises à disposition de chacun.

Dans un tel contexte, il n'est pas surprenant de voir fleurir les méthodes d'éducation cognitive qui prétendent constituer une immense économie dans cette nécessité sans cesse plus plus impérieuse d'acquérir individuellement des savoirs et savoir-faire toujours plus nombreux.

Mais, que sont ces méthodes d'éducation cognitive qui affichent de tels objectifs, notamment à travers leur postulat commun "d'éducabilité cognitive" ? Quel bilan peut-on tirer de leur mise en oeuvre à travers les multiples programmes qu'elles ont engendrés ? Quelles sont, enfin, les directions qui apparaissent aujourd'hui comme les plus pertinentes pour tirer le meilleur profit de ces diverses expériences ?

2 - Un peu d'histoire

Le concept d'*éducabilité cognitive* marque une prise de position très claire en faveur de l'idée, désormais bien connue, qu'il est possible d'apprendre à apprendre (Sorel, 1987). Très tôt exprimée par les psychologues - on peut ici citer Binet (1857-1911), le père de la mesure de l'intelligence en termes d'âge mental qui, dès 1909, dénonce les conceptions fixistes de l'intelligence - cette idée s'inscrit néanmoins dans un contexte historique beaucoup plus ancien encore. On peut en effet reconnaître (Paour, 1987 ; Loarer, 1992) dans les pratiques d'aide aux enfants déficients, des principes tout à fait similaires à ceux qui fondent aujourd'hui les programmes d'éducation cognitive. Depuis les travaux d'Itard (1775-1838) qui conçut l'éducation de l'enfant sauvage Victor de l'Aveyron jusqu'à des conceptions pédagogiques plus anciennes encore, telles que celle de Montaigne, le présupposé reste identique : l'intelligence est éducable.

I - LES FONDEMENTS DE L'EDUCATION COGNITIVE

1 - Caractéristiques communes aux différents programmes

Au-delà de la diversité des réalisations dans le domaine de l'éducation cognitive, il est possible de repérer un certain nombre d'aspects qui peuvent être considérés comme leurs caractéristiques communes fondamentales.

1 - 1 - Proposer une éducation compensatoire

Le point de départ des programmes est généralement à chercher du côté de préoccupations très pragmatiques concernant des sujets en grande difficulté. Ainsi, par exemple, le Programme d'Enrichissement Instrumental (PEI) de Feuerstein (Feueurstein & Jensen, 1989) a été élaboré pour tenter d'apporter une aide à des populations de jeunes migrants, déplacés par la seconde guerre mondiale et très fortement affectés sur le plan cognitif et relationnel. De la même façon, c'est par rapport aux difficultés d'adultes de bas niveaux de qualification (Higelé, 1987) qu'ont été conçus les Ateliers de Raisonnement Logique (Hommage & Perry, 1987). C'est encore une motivation tout à fait comparable qu'on retrouve avec les programmes d'éducation compensatoire développés aux USA dont, par exemple, dans les années 60, le gigantesque programme "Head Start" impliquant jusqu'à 13000 centres de formation préscolaires (Loarer, 1992). C'est, enfin (mais on pourrait certainement citer bien d'autres programmes), à des sujets déficients que s'adresse le programme mis au point par Paour (cf. Paour, 1978). Dès lors, il est important de noter que les concepts théoriques de ces programmes ne sont souvent apparus que dans un second temps, pour étayer, réorienter, rationaliser, voire justifier des pratiques déjà largement amorcées sur le terrain. Actuellement, les évolutions du monde du travail vers des tâches qui font de plus en plus appel à des activités de gestion et de contrôle de processus de production - devenus fortement automatisés - et vers une grande diversification des tâches au cours d'une même vie professionnelle, créent une importante demande sociale en direction de l'éducation cognitive qui reste ainsi très directement contrainte par des impératifs de terrain.

1 - 2 - Un postulat : la plasticité des capacités cognitives

A un deuxième niveau, en supposant tous que l'intelligence d'un sujet donné n'a pas une valeur immuable qui le caractériserait, quels que soient son âge et le type d'éducation qu'il reçoit, mais au contraire une certaine plasticité qui donne prise à l'intervention, les cadres conceptuels adoptés font incontestablement de l'*éducabilité cognitive* le premier concept fédérateur des différents programmes. On doit toutefois remarquer que les prises de positions volontaristes qu'il engendre se traduisent, dans un très grand nombre de cas, par la négation implicite de contraintes développementales (De Ribaupierre, 1995) susceptibles, selon les cas, de permettre, de favoriser ou au contraire de réduire, voire d'annihiler les effets des interventions proposées. Plusieurs tentatives, qui seront évoquées plus loin, doivent très certainement leur échec relatif à une enthousiaste cécité de ce type.

1 - 3 - Construire des capacités transférables

Le troisième trait commun aux différents programmes, et sans doute le plus fondamental, découle assez directement du concept même d'éducabilité, puisqu'il s'agit de l'objectif d'induire chez le sujet la construction de *capacités cognitives à portée générale*. En effet, ce que l'on vise avant tout dans un programme d'éducation cognitive, ce ne sont pas des connaissances spécifiques, telles qu'elles s'expriment en termes de contenus d'enseignement dans les programmes scolaires, mais surtout et avant tout, un ensemble de savoirs et savoir-faire très généraux permettant au sujet d'acquérir une forte capacité adaptative pour faire face à des situations nouvelles. Ceci explique la place privilégiée qu'occupent les activités de résolution de problèmes dans le cadre de l'éducation cognitive et le consensus très marqué des auteurs pour insister sur le *transfert* des compétences construites aux autres situations de la vie quotidienne, scolaire ou professionnelle. Cependant, derrière cette unanimité, c'est à une très grande diversité qu'on se heurte lorsqu'il s'agit de donner un contenu à ce que les programmes considèrent comme "capacités générales, transférables".

1 - 4 - Eclectisme théorique des programmes

En quatrième lieu, on relèvera que les programmes d'éducation cognitive ont également une tendance marquée pour l'éclectisme quant à leurs emprunts aux modèles de la psychologie. Rares, en effet sont les programmes qui ont des référents théoriques identiques, mais rares aussi et surtout sont ceux qui se satisfont d'un cadre théorique unique pour formaliser leur démarche. L'une des conséquences de cette hétérogénéité est qu'il est extrêmement difficile de rendre compte des mécanismes en jeu lorsque, au-delà des problèmes d'évaluation qui se posent nécessairement pour en attester, les programmes se révèlent efficaces.

2 - Un lieu d'analyse privilégié : la fonction de Médiation

Par ailleurs, les programmes supposent l'intervention d'une personne chargée de moduler, même si c'est à minima (comme c'est le cas dans l'orientation "micro-mondes" qui sera abordée plus loin), les interactions du sujet avec les différentes tâches. C'est la fonction de *médiation*. Elle constitue un lieu d'analyse privilégié où se révèlent les choix théoriques des concepteurs de programmes ainsi que les différents niveaux d'intervention du médiateur sur la relation sujet-tâche. A ce titre, l'explicitation schématique de cette fonction de médiation, au regard des théories du développement qui constituent les principales sources d'inspiration de l'éducation cognitive, devrait susciter l'intérêt de tout éducateur.

2 - 1 - Le schéma bipolaire piagétien

Pour Piaget, le développement (depuis les réflexes du nourrisson jusqu'aux opérations formelles de l'adolescent lui permettant, par exemple, un raisonnement hypothético-déductif) se caractérise par le passage d'une structure logico-mathématique à une autre à travers la mise en oeuvre d'un *processus d'équilibration*. Celui-ci - à condition d'accepter l'extrême simplification adoptée ici - recouvre, dans la théorie, l'ensemble des réactions du sujet ayant pour but de faire face à la perturbation de ses structures cognitives et de leurs fonctionnements par un élément de son environnement ou de son propre système cognitif. Ainsi, chez Piaget, même si bien sûr sont mentionnés d'autres facteurs de développement (maturation, expérience ou transmission sociale), c'est essentiellement à partir de l'activité qu'il déploie sur son environnement que l'enfant construit ses structures. Dans la mesure où, par ailleurs (Doise & Mugny, 1981, pp. 15 et suivantes), il observe un certain parallélisme entre développement intellectuel et développement social, pour Piaget, l'objet social n'a pas de statut particulier. Cette position a donc souvent été résumée dans la littérature par un schéma bipolaire (fig. 1), marquant un développement construit de façon privilégiée dans une interaction sujet-objet. Ceci implique que la médiation exercée par autrui est réduite au strict minimum. Tout au plus, peut-on voir l'adulte ou l'éducateur aménager le milieu pour l'enrichir de situations ou d'objets intéressants à soumettre à l'activité du sujet. Les textes pédagogiques de Piaget vont clairement dans le sens d'une éducation active de ce type (cf. Piaget, 1969 et Piaget, 1975b).

sujet $\longleftrightarrow$ objet

fig. 1 - Le schéma bipolaire piagétien

2 - 2 - Du schéma bipolaire au schéma tripolaire

Une telle conception a soulevé des critiques qui se sont traduites par des propositions théoriques différentes visant à reconnaître qu'autrui joue un rôle plus déterminant dans le développement cognitif. A titre d'exemples significatifs d'une modification de ce schéma bipolaire, on peut citer la thèse du conflit socio-cognitif (Doise & Mugny, 1981), ou encore, celui de l'apprentissage social de Bandura (Bandura, 1980 ; Winnykamen, 1982). Dans le premier cas, grâce à l'interaction sociale mise en place entre personnes à propos d'une tâche, il est possible de voir apparaître une différence dans le fonctionnement cognitif des partenaires sociaux en présence, laquelle peut être à l'origine d'un conflit dit "*socio-cognitif*". Celui-ci, pour autant qu'il soit effectivement pris en compte au niveau individuel, peut alors déboucher sur des restructurations cognitives chez chacun des membres de l'interaction. En outre, une fois produite, cette restructuration peut permettre d'autres interactions sociales d'un niveau supérieur susceptibles, elles aussi, d'induire un nouveau conflit socio-cognitif source de développement, etc. Dans le second cas, il s'agit plutôt d'apprentissages "*par observation*" d'un modèle social. L'action sur l'objet n'a pas alors d'impérative nécessité pour qu'un apprentissage puisse avoir lieu (il n'est pas utile de mettre soi-même la main sur le poêle pour apprendre que l'on peut s'y brûler). Ces deux types de conceptions sont traduites par les auteurs dans un schéma tripolaire (fig. 2) qu'ils revendiquent. Du point de vue de la médiation, un tel schéma - qui peut d'ailleurs se déployer en spirale, comme chez Doise & Mugny - met surtout en exergue l'existence des trois pôles en interaction. Cependant, tel quel, il n'intègre que très peu ce qui caractérise les conceptions "médiationnelles" de Vygotsky et de Bruner.

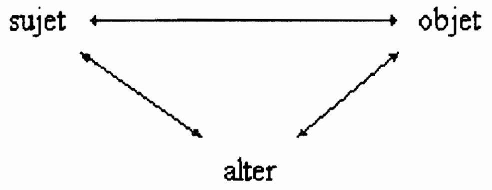


fig. 2 - Le schéma tripolaire

2 - 3 - La conception de Vygotsky

La conception de Vygotsky concernant le rôle d'autrui dans les constructions cognitives individuelles est en effet beaucoup plus évocatrice que ne le laisse supposer le schéma précédent d'une aide volontairement orientée vers le sujet qui résout une tâche. Elle apparaît notamment à travers le concept de "*Zone Proximale de Développement*" que Vygotsky définit comme l'écart existant entre le niveau actuel de l'enfant (ce qu'il est capable de produire seul) et son niveau potentiel (ce qu'il est capable de réaliser avec l'aide de l'adulte). On retrouve également exprimé ce rôle d'autrui dans ce que Vygotsky a dénommé la loi fondamentale du développement : "*Chaque fonction psychique supérieure apparaît deux fois au cours du développement de l'enfant : d'abord comme activité collective, sociale et donc comme* ***fonction interpsychique****, puis la deuxième fois comme activité individuelle, comme propriété intérieure de la pensée de l'enfant, comme* ***fonction intra psychique****.*" (Vygotsky, cité par Schneuwly & Bronckart, 1985, p. 111). En outre, pour Vygotsky, la nature de l'aide apportée par autrui renvoie d'une façon générale aux outils culturels que l'adulte introduit dans l'interaction sujet-objet et, plus particulièrement, au langage qui est supposé constituer un véritable support à la pensée ainsi qu'un *instrument* régulateur des autres formes de conduite. Son interprétation du langage égocentrique de l'enfant (les soliloques qui accompagnent quelquefois ses activités) s'inscrit indéniablement dans une telle perspective. Vygotsky y voit en effet, l'indice de l'appropriation par l'enfant de la fonction du discours que lui adresse l'adulte lorsque ce dernier interagit avec lui pour réguler ses activités. Dès lors, le schéma de la figure 2 ne semble plus suffire pour rendre compte de la manière dont Vygotsky pose le rôle d'autrui. Pour marquer nettement l'idée d'une intervention de l'adulte résolument centrée sur l'interaction sujet-tâche, il nous a donc paru utile d'y adjoindre une dernière flèche (fig. 3).

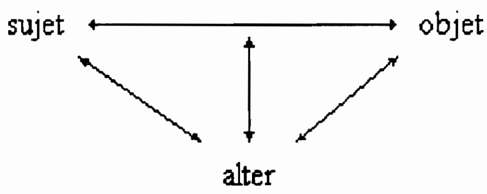


fig. 3 - Le schéma tripolaire caractérisant la médiation

2 - 4 - L'apport de Bruner

Néanmoins, c'est avec Bruner qu'on trouve les éléments les plus concrets pour caractériser les significations attachées à cette dernière flèche du schéma. S'inscrivant dans le droit fil des idées de Vygotsky, Bruner (Bruner, 1983, pp 261-280) tente en effet de préciser les caractéristiques de ce qu'il appelle "*l'interaction de tutelle*", en spécifiant quelles sont les fonctions régulatrices du tuteur, présenté tout à la fois comme celui qui :

- "*enrôle*" le sujet en suscitant chez lui de l'intérêt pour la tâche ;
- "*réduit le degré de liberté*" en simplifiant la tâche pour rendre le but plus accessible au sujet ;
- "*maintient l'orientation vers le but*", en veillant à ce que d'autres buts ne viennent pas interférer avec l'activité en cours, tout en maintenant la motivation du sujet ;

- "*signale les caractéristiques déterminantes*" de la tâche pour son exécution et, par là même, pointe les écarts entre ce qui est produit par le sujet et ce que serait une production correcte ;
- "*contrôle la frustration*", en rendant moins périlleuse la résolution de problème, notamment quant aux erreurs commises ;
- "*démontre*", en présentant des modèles de solution dans lesquels on trouve une certaine stylisation de l'action qui doit être exécutée.

De plus, en insistant également sur la *double fonction du langage* - fonction de communication d'abord mais aussi et surtout, fonction de représentation - comme Vygotsky, Bruner accorde au langage le statut d'outil privilégié des constructions cognitives réalisées dans les interactions sociales. Enfin, le concept de "*format*" qu'il introduit (Bruner, 1984), en marquant le rôle que peuvent avoir les routines de communication dans l'élaboration de présupposés sur les situations et les tâches, contribue encore à souligner toute l'importance que revêt la dimension sociale dans l'interaction sujet-objet.

3 - Les différentes formes de médiation

Deux remarques s'imposent alors. D'une part, on peut constater qu'avec les caractéristiques de la tutelle telles que les définit Bruner, on s'approche beaucoup de ce qu'on vise, dans le cadre de l'éducation cognitive, en termes de médiation. Sur ce plan, la liste ci-dessus préfigure quelques éléments que l'on évoquera dans ce qui suit en termes de "principes généraux de l'éducation cognitive". D'autre part, si l'on se centre cette fois sur le schéma de la figure 3, il est possible de noter que ces mêmes caractéristiques de la tutelle pourraient, chacune, être prises en compte par une rotation de la flèche centrale soit du côté du pôle sujet, lorsqu'il s'agit par exemple de l'enrôlement du sujet à la tâche, soit du côté du pôle objet, quand il s'agit par exemple d'en réduire le degré de liberté (fig. 4). On voit alors que les formes de médiation qui peuvent être pratiquées dans le domaine de l'éducation (qu'il s'agisse de l'éducation cognitive au sens restreint ou, plus largement, de pratiques éducatives familiales et scolaires) couvrent un très large éventail de possibilités, situées entre deux positions extrêmes.

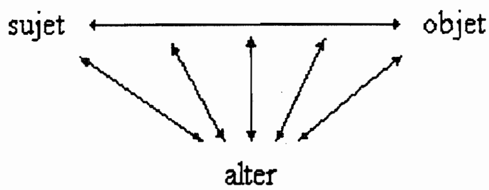


fig. 4 - Les différentes formes de médiation

3 - 1 - Centration sur le pôle sujet

A titre d'exemple, la première de ces positions extrêmes peut être illustrée par un certain nombre de travaux expérimentaux de psychologie sociale qui ont notamment pu démontrer qu'il est possible de modifier les performances cognitives d'élèves lorsque, placés en situation de comparaison sociale, on les assigne à une catégorie de sujets ayant ou non des caractéristiques congruentes avec leur statut scolaire. Ainsi, Monteil & Huguet (Monteil & Huguet, 1991) montrent par exemple, dans une tâche présentée aux sujets comme un exercice de géométrie, que les élèves ont de meilleures performances que ceux d'un groupe contrôle lorsqu'on induit chez eux la croyance qu'ils appartiennent à un groupe de sujets peu performants, par opposition à des sujets plus performants d'un autre groupe auxquels ils seront ensuite comparés. Ici, tout se passe comme si les sujets tendaient à prouver que, malgré le handicap qu'ils croient avoir, ils restent capables de se mobiliser efficacement pour amoindrir le contraste comparatif avec le groupe (fictif dans l'expérience) avec lequel ils croient être opposés. Dans un tel cas, il est clair qu'une intervention, située exclusivement sur le pôle sujet, suffit à modifier l'interaction sujet-tâche jusqu'à produire des performances significativement différentes. On voit bien également apparaître ici toute l'importance qu'il faut accorder aux *significations* que le sujet attribue à son activité, notamment à travers la lecture qu'il fait de la *situation* avant même de mobiliser ses ressources cognitives pour traiter la *tâche* proposée.

3 - 2 - Centration sur le pôle objet

Si l'on s'intéresse maintenant à la position inverse, représentée par une centration quasi exclusive sur l'autre pôle (le pôle objet), il est possible de voir dans la "philosophie des micro-mondes", telle qu'on la trouve développée, par exemple chez Papert (Papert, 1981), une très bonne illustration d'une relation sujet-tâche que l'on cherche à restructurer de façon importante, en procédant cette fois par une intervention uniquement centrée sur l'objet. Papert s'est en effet attaché à réaliser des dispositifs matériels proposant différents univers (les micro-mondes), relativement limités quant au nombre d'éléments et aux règles logiques auxquelles ils répondent, mais sur lesquels il est possible d'agir à partir d'un langage de programmation aussi naturel que possible. Grâce à leur *exploration active* par le sujet, ces micro-mondes sont considérés comme susceptibles de générer des situations d'apprentissage très différentes de celles que fréquentent habituellement les élèves et, ainsi, de changer radicalement leurs rapports à certaines notions mathématiques. La mise au point du langage LOGO, permettant notamment de piloter les déplacements d'un objet nommé "tortue" sur un écran dans le micro-monde "géométrie de tortue", a été réalisée dans cette perspective. L'espoir de Papert étant de "*déplacer la frontière entre concret et formel*" (Papert, 1981, p. 34), c'est-à-dire, en référence à la théorie piagétienne, de changer purement et simplement l'âge d'accession à la pensée opératoire formelle, il est difficile de ne pas y voir une tentative d'éducation cognitive à part entière. De plus, elle s'avère particulièrement intéressante quant aux enseignements qu'on peut en tirer. C'est à ce titre qu'un développement spécifique lui sera consacré dans ce qui suit.

II - LES FORMES D'EDUCATION COGNITIVE

Il faut dire d'emblée que le choix dont il sera question ici est loin d'être exhaustif puisque ce sont probablement plusieurs dizaines de réalisations dans le domaine qu'il conviendrait d'aborder (cf. Sorel, 1992, qui, après sélection, en retient déjà 27 !). L'objectif, ici, sera plutôt d'évoquer quelques démarches significatives quant aux principes utilisés.

1 - Une approche théorique : les apprentissages opératoires

Les travaux qu'on évoque classiquement dans la littérature sous les termes "d'apprentissages opératoires" ne relèvent pas à proprement parler de l'éducation cognitive puisque essentiellement orientés vers des aspects purement théoriques (les modèles de l'équilibration (Piaget, 1957 et 1975)). Néanmoins, leur démarche reste intéressante quant à l'éducabilité cognitive. Ainsi, par exemple, Inhelder, Sinclair & Bovet (1974) réussissent à activer les schèmes relatifs au comptage (ici, dénombrement d'allumettes disposées en ligne droite ou brisée) pour qu'ils entrent en contradiction avec ceux (fondés sur la mise en congruence topologique des extrémités) spontanément utilisés par le sujet lorsqu'on l'invite à juger de l'équivalence des longueurs (cf. fig. 5). De cette manière, les auteurs induisent la mise en oeuvre d'un processus d'équilibration source d'acquisition de la conservation des longueurs.

allumettes

ficelle

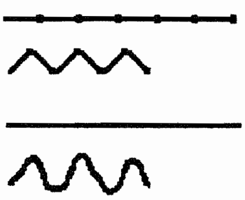


fig. 5 - Induction de la conservation des longueurs (d'après Inhelder & al., 1974)

L'intérêt de ce genre d'expérience est de mettre en évidence des effets, induits expérimentalement, qu'il semble possible d'attribuer à un processus précis et décrit par la théorie (déclenchement d'une équilibration à partir d'un conflit cognitif). Cependant, des critiques (notamment du travail d'Inhelder & al.) sont venues quelque peu minimiser ces résultats et pointer un certain nombre de problèmes qu'on évoquera plus loin.

2 - LOGO

Les situations LOGO ne se présentent pas comme un programme d'éducation cognitive puisqu'elles sont par essence, plutôt orientées vers une découverte autonome de l'enfant. Cependant, il reste intéressant de voir que ces activités reposent sur des principes qui gardent beaucoup de points communs avec ceux de l'éducation cognitive.

Ce n'est sans doute pas par hasard si Papert s'est intéressé à l'idée de micro-monde évoquée plus haut. Lui aussi, profondément imprégné de la théorie piagétienne, comme Piaget, il considère que le sujet est "*le constructeur de ses propres structures intellectuelles*" (Papert, 1981, p. 17-18), essentiellement grâce à l'exploration active de son environnement physique. Partant de là, il va pousser la logique piagétienne jusqu'à inventer des objets, absents de l'environnement habituel des enfants mais dont les caractéristiques soient telles qu'ils puissent susciter la mise en jeu de processus théoriquement favorables au développement.

Ainsi par exemple, dessiner un carré en LOGO, c'est tout d'abord passer d'une activité propre et familière, qu'un enfant d'école primaire réalise quasi automatiquement, à une activité consistant à organiser, dans un langage adéquat, une suite d'instructions données à la machine afin que, dans le respect de ses règles de fonctionnement, sa mise en oeuvre parvienne à produire le tracé attendu. Ce passage du "faire" au faire-faire" (Samurcay

& Rouchier, 1985) est alors supposé engendrer des progrès cognitifs dont on peut penser qu'ils se situent sur plusieurs plans.

2 - 1 - Décentration du point de vue propre

Tout d'abord, en ce qui concerne le niveau de la représentation de l'espace, la "tortue" répondant à des instructions de type "avance" et "tourne à droite" (ou à gauche), boucler le carré suppose une nécessaire *décentration du point de vue propre* (cf. Piaget, Inhelder & Széminska, 1948) pour programmer correctement les changements d'orientation. En effet, le traçage du dernier côté du carré, par exemple, nécessite un renversement complet des relations droite-gauche selon qu'on se situe dans l'espace du sujet qui regarde l'écran ou dans celui (c'est ce qu'il faut faire) de la tortue qui se déplace sur cet écran. En référence à Piaget, qui voit dans ce type de décentration chez l'enfant un indice du passage d'un espace topologique (où seules sont prises en considération les relations de voisinage) à un espace projectif (qui respecte les positions et orientations relatives), une telle activité recèle des potentialités de progrès cognitifs évidentes.

2 - 2 - Conflit cognitif

Deuxièmement, sur le plan de l'activité de programmation, pour programmer correctement les déplacements de la tortue, il y a la nécessité d'acquérir les règles de son fonctionnement qui, non seulement ne sont accessibles au sujet qu'à partir de son expérimentation du dispositif, mais qui en outre sont telles, qu'elles entrent en conflit avec celles que conçoit spontanément l'enfant (Coulet, 1989 ; Coulet, 1994a). En effet, l'instruction "tourne à droite" (ou à gauche) produit un pivotement de la tortue autour de son axe, alors que les changements d'orientation familiers (véhicules, corps propre) s'opèrent en réalisant des trajectoires en arc de cercle. Toujours en référence à la théorie piagétienne, c'est grâce au conflit et à la mise en jeu du processus d'équilibration qu'on peut ici attendre des progrès.

2 - 3 - Prise de conscience

Troisièmement, toujours sur le plan de l'activité de programmation, la nécessité pour le sujet d'expliciter, sous la forme d'un programme, les procédures qu'il utilise familièrement pour tracer un carré, peut être lue (Hoc, 1984) comme le passage de connaissances procédurales (le "savoir comment") à des connaissances déclaratives (le "savoir que"), mettant en jeu la prise de conscience, telle que la définit Piaget en tant que "*conceptualisation des schèmes d'action*" (Piaget, 1974a, p. 261). L'implication du processus d'abstraction réfléchissante décrit dans la théorie (abstraction des propriétés des actions sur les objets plutôt que des propriétés des objets, comme c'est le cas avec l'abstraction simple) jouerait alors un rôle déterminant dans les progrès cognitifs qu'il semble, à nouveau, légitime d'attendre d'une telle activité.

2 - 4 - Anticipation

Quatrièmement, dès qu'on a affaire à une suite d'instructions à organiser dans un programme, il est clair qu'on sollicite une certaine anticipation du but à atteindre, en même temps qu'une planification des actions permettant d'y aboutir. Or, force est de constater qu'une telle démarche est généralement connotée très positivement dans une activité de résolution de problèmes. Sa mise en oeuvre ici, qui passe nécessairement par des essais infructueux (les "bugs" ou erreurs du programme) et par un accroissement d'expertise dans ce que Papert appelle le "*debugging*", apparaît comme une source certaine de progrès cognitifs dont Papert va jusqu'à dire : "*apprendre à passer maître dans l'art de programmer, c'est devenir hautement habile à déceler où se nichent les bugs et à y remédier*" mais c'est aussi et surtout "*se* *lancer dans une étude plus systématique de ses propres stratégies de debugging, avec le ferme propos de les affiner*". Et Papert ajoute que l'enfant peut alors : "*se servir de modèles informatiques tout à fait concrets pour réfléchir sur sa pensée, apprendre comment on apprend et, par là même, s'enrichir en psychologie et en épistémologie*" (Papert, 1981, p. 36). Nul doute qu'on est ici dans le cadre d'une éducation cognitive.

3 - Un programme : Les Ateliers de Raisonnement Logique

Egalement directement inscrits dans la logique des considérations théoriques de Piaget, les ARL constituent probablement l'exemple le plus caractéristique d'un programme d'éducation cognitive fondé sur les concepts de conflits cognitif et socio-cognitif. La démarche adoptée peut être résumée de la façon suivante. Après avoir évalué le niveau initial des sujets sur la base d'épreuves inspirées du modèle piagétien (Test des Opérations Formelles, Echelle Collective de Développement Logique) et d'une épreuve composite tirée de la progression, il s'agit de proposer aux sujets plusieurs séries d'exercices, chacune se référant à une opération logico-mathématique spécifique. A l'issue du programme, on se propose de repérer les évolutions provoquées à l'aide des mêmes épreuves que celles qui ont été utilisées pour évaluer le niveau initial. Pour illustrer les principes mis en oeuvre, il faut encore souligner que chaque séance du programme est composée de 4 phases. Chaque sujet reçoit tout d'abord le contenu de la tâche (il s'agit de tâches papier-crayon) et participe à la lecture collective des consignes (détermination de l'espace problème). Par exemple, dans une série concernant la proportionnalité, la tâche consiste (fig. 6) à trouver lequel des deux poids dessinés de façon symétrique sur le fléau d'une balance, va faire pencher la balance. Puis, dans un deuxième temps, le sujet résout seul le problème posé (mise en oeuvre des outils cognitifs individuels). Pour produire sa réponse, il doit choisir parmi plusieurs réponses (par exemple : "*poids A*" ; "*poids F*" ; "*Ni l'un ni l'autre*" ; "*On ne peut pas savoir*"), la réponse qui lui paraît satisfaisante avant d'avoir à justifier son choix à partir de la consigne "*expliquez votre réponse*".

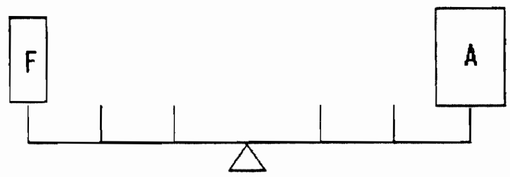


fig. 6 - Exemple de tâche (d'après Higelé & al.)

Au cours de la troisième phase, il y a mise en commun dans le groupe des solutions produites par chacun des sujets. Sous la responsabilité de l'animateur, ces réponses sont donc confrontées les unes aux autres (tentative de mise en jeu de conflits socio-cognitifs) avant que ne soit tentée dans une dernière phase, la généralisation à d'autres situations, des solutions reconnues par le groupe comme les plus pertinentes (recherche de transferts).

Les ARL se présentent ainsi comme une méthode d'éducation cognitive qui vise la construction d'opérations, au sens piagétien (actions intériorisées ou intériorisables, coordonnées dans une structure d'ensemble), grâce à un entraînement à résoudre des tâches censées les mettre en jeu mais aussi, grâce aux conflits socio-cognitifs susceptibles d'émerger des confrontations dans le groupe de solutions différentes.

4 - Un autre programme : Le Programme d'Enrichissement Instrumental (PEI)

A l'inverse des ARL, le PEI de Feuerstein & al. se caractérise par des emprunts théoriques très divers. Il se présente sous la forme d'une impressionnante batterie de problèmes à résoudre (plusieurs centaines d'heures pour la mise en oeuvre totale du programme) dont les contenus (cf., pour une présentation des tâches, Debray, 1989 et figure 7) sont très largement inspirés d'items de tests d'intelligence non verbaux, c'est-à-dire d'épreuves relativement neutres quant à des contenus de connaissances spécifiques. La série de problèmes d'organisation de points (où le sujet doit retrouver une figure donnée dans un embrouillamini de points, dont seulement quelques uns en représentent les sommets à relier) en est une bonne illustration.

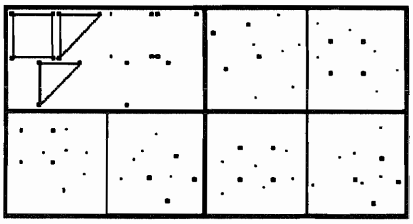


Fig. 7 - Exemple d'épreuves d'organisation de points (d'après Debray, 1989)

Parmi les différents principes mis en avant par les concepteurs du PEI, on trouve en premier lieu l'idée de fonctions cognitives déficientes (il existe dans le programme une liste de ces fonctions) dues à une insuffisance "d'*apprentissages médiatisés*" (apprentissages réalisés avec l'aide d'autrui, généralement, un adulte) permettant à l'enfant, notamment :

a) de s'orienter vers les stimuli adéquats et réaliser des prises d'information correctes,

b) d'élaborer et organiser ces informations (transformations, comparaisons, etc.),

c) de formuler des réponses précises, communicables.

On le voit, le modèle sous-jacent est ici celui des théories du traitement de l'information qui distinguent le niveau des entrées d'informations dans le système ("l'input"), celui de leurs traitements (comparaison, classement, transformations diverses) et, enfin, celui des sorties ("output") qui fournit les résultats des traitements effectués. Par ailleurs, il est aisé de reconnaître l'inspiration de Vygotsky et Bruner sur le plan de la médiation, notamment à travers le concept d'apprentissages médiatisés. Dans la mise en oeuvre concrète d'une séance de PEI, on retrouve les phases principales qui ont été décrites à propos des ARL mais avec une place primordiale accordée à l'activité du médiateur qui doit mettre en oeuvre des critères précis d'apprentissages médiatisés (expliciter pour le sujet la signification de telle ou telle situation, favoriser son sentiment de compétence, contrôler son impulsivité, ...). Quant à la première phase, elle va au-delà d'une simple lecture de consignes puisqu'on demande aux sujets de "réfléchir d'abord" (la première page des cahiers d'exercices porte le slogan : "*une minute, on réfléchit*") pour élaborer collectivement ce que vont être ces consignes. L'objectif de cette activité étant la maîtrise de l'impulsivité, on constate qu'on a affaire ici à des référents théoriques encore différents. C'est également le cas en ce qui concerne la place accordée à la prise de conscience, par les sujets, des éléments constitutifs de leur capacité à évoluer positivement, où la référence à la métacognition (cf. ci-dessous) est assez évidente.

5 - La PNL (Programmation Neuro-Linguistique)

Avec la Programmation Neuro-Linguistique qui semble vouloir pénétrer le champ scolaire (cf. Canal, Papillon & Thirion, 1994), on se trouve confronté à une démarche sensiblement différente des précédentes. Ce qu'on vise ici relève essentiellement de la personne et de ses rapports de communication avec les autres plutôt que de l'éducation cognitive au sens que l'on a donné à ce terme dans ce qui précède. Néanmoins, un certain nombre d'objectifs et de préconisations qui sont avancés par les auteurs peuvent être considérés comme semblables à ceux que l'on trouve dans les programmes classiques d'éducation cognitive. Ainsi, par exemple, propose-t-on (cf. Canal & al., p.89-90) à l'enseignant de "*repérer le ou les systèmes privilégiés de représentation d'un élève*" pour "*aider l'élève à en prendre conscience, élargir le ou les systèmes*" qu'il utilise et cela, en se mettant en siruation de "*se synchroniser (utiliser le même canal sensoriel que l'élève privilégie) et se désynchroniser (utiliser un autre canal) consciemment*". Il est clair que ceci, indépendamment du contenu sur lequel on se centre (le sensoriel, qui reste problématique sur le plan théorique, comme le montre Lieury, 1990 et 1991), relève bien d'une attitude visant à amener le sujet à une prise de conscience de ses propres processus cognitifs. En outre, ce sont ces mêmes processus qu'on cherche à rendre plus performants grâce à une intervention censée être efficace (ici, synchronisation et désynchronisation).

Sur le plan des référentiels théoriques dont s'inspire la PNL, on ne peut qu'être frappé de l'extrême hétérogénéïté de ses emprunts. On y trouve en effet revendiqués pêle-mêle les apports généraux de la linguistique, de la cybernétique, de l'informatique, de la théorie systémique, de la neurobiologie, de la psychologie cognitive, de la psychologie du comportement, etc. en même temps que le recours à tel ou tel cadre plus précis comme, par exemple, la théorie des types logiques de Russel pour une approche des contextes, sans que soient négligés des cadres moins académiques tels que celui de la gestologie définie comme "*science des gestes permettant de décoder les interactions humaines*" (Canal & al., p. 142). Ces nombreux emprunts n'excluent cependant pas des conceptualisations plus spécifiques. Ainsi, la PNL souligne-t-elle l'importance des sens que l'on utilise de façon privilégiée (système VAKOG : Visuel, Auditif, Kinestésique, Olfactif, Gustatif) en relation avec les "métaprogrammes", c'est-à-dire "*l'ensemble des processus que l'individu applique à sa perception de l'environnement*" (Canal & al., p. 87). Elle vise également à développer chez l'enseignant ou chez l'élève, son aptitude à "*établir le rapport*", c'est-à-dire à "*rentrer dans la perception que l'autre a du monde*" (Canal & al., p. 117), réaliser un "*ancrage*" "*(une ancre est "une connexion neurologique entre un stimulus et un état interne ressource (réponse)*" (Canal & al., p. 118), ou encore, opérer un "*calibrage*", ce qui consiste à "*détecter des micro-comportements, des enchaînements que les autres nous offrent en permanence et qui sont des révélateurs de leur état interne (EI) et de leur processus interne (PI)*" (Canal & al., p. 120). Ceci peut par exemple prendre la forme d'une observation des mouvements des yeux selon le modèle fourni (cf. fig. 8) qui "*permet de suivre les séquences qu'effectue une personne pour se souvenir de quelque chose, prendre une décision, etc.*" (Canal & al., p. 120).

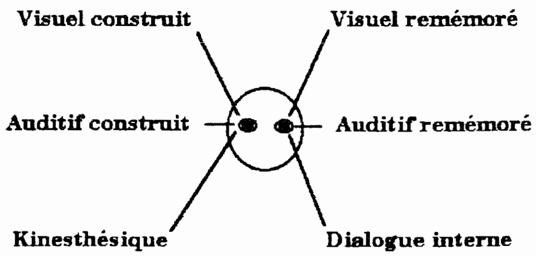


fig. 8 - Schéma du mouvement des yeux (d'après Canal & al., 1994)

On le voit, les objectifs de la PNL sont extrêmement ambitieux puisqu'il s'agit globalement d'adapter ses propres modalités de communication avec celles des autres, à partir de l'appréhension de leurs fonctionnements internes, eux-mêmes repérés grâce à une modélisation (cf., par exemple, fig. 8) ou encore à travers des prises d'information réalisées à l'aide des guides de questionnement préconisés (cf. fig. 9).

Les exemples rapportés ci-dessous concernent respectivement l'identification des "*tris*" (dimensions privilégiées) réalisés par un sujet dans une situation donnée et l'identification du "*système ou du sens privilégié utilisé par chacun, en fonction des contextes, pour entrer en contact avec l'environnement*". Ils sont tous les deux empruntés à Canal & al., 1994, p 88-89.

1) Identifiez ainsi quel(s) type(s) de questions vous aimez poser et à quels types vous aimez répondre
- Où êtes-vous allés en vacances ? (lieu)
- Qui a signé le traité de Versailles (personnes)
- Que voulez-vous ? (information)
- Qu'avez-vous fait pour obtenir un tel résultat ? (activité)
- Préférez-vous un cahier à petits carreaux ou à grands carreaux ? (objet)
- Est-ce que j'ai envie de participer à un PAE ? (expérience)

2) Questionnaire de mise à jour du VAKOG
- Quels sont les mots, phrases et détails que tu retiens dans le cas d'une présentation écrite, orale ou mixte d'une notion ?
- Que vois-tu précisément ,
- Qu'entends-tu précisément ?
- Que ressens-tu précisément ?
- As-tu envie de faire des mouvements ? Si oui, lesquels ?
- Sens-tu des odeurs particulières ? Des goûts particuliers ?

Quand l'élève répond de façon préférentielle dans une modalité, il suffit de mettre une croix dans la case correspondante.

fig. 9 - Guides de questionnement (d'après Canal & al., 1994)

Au regard de ces exemples, il apparaît clairement que les techniques utilisées pour atteindre les objectifs, ainsi qu'un certain nombre de modélisations théoriques avancées semblent relever d'une conception relativement naïve des processus psychologiques mis en oeuvre par les acteurs des situations éducatives. Comment, en effet, ne pas voir quelque naïveté à prétendre (et aucune justification scientifique précise n'est fournie pour étayer ce qui est avancé) pouvoir appréhender les représentations du sujet (ses métaprogrammes), ses modes sensoriels privilégiés ou encore ses stratégies (cf. Canal & al., p. 113) à partir de modèles ou questionnaires du type de ceux qu'on a présentés ci-dessus ? Suffirait-il d'observer quelques mouvements d'yeux et poser quelques questions au sujet pour disposer ipso facto de ses fonctionnements les plus intimes tout en se dotant du pouvoir d'en jouer, comme le laisse entendre la citation suivante ? : "*Les métaprogrammes sont souvent inconscients ; l'art consiste alors à apprendre à les décoder pour jouer avec eux plutôt que d'être le jouet de ceux-ci. Leur recherche est associée avec profit à celle des critères et des croyances des personnes concernées. On accède ainsi à ce qui motive les individus et à la façon dont ils s'y prennent pour satisfaire ce qui compte pour eux.*" (Canal & al., p. 87).

Est-on vraiment, ici encore, dans le cadre d'une approche de type éducation cognitive ?

III - PRINCIPES GENERAUX ET EFFICACITE DES METHODES D'EDUCATION COGNITIVE

Au-delà des exemples ci-dessus, il s'avère important de préciser de façon plus systématique et plus générale ce que sont les principes généraux essentiels des programmes et les mécanismes sous-jacents, tout en essayant de voir ce qu'il en est de leur efficacité.

1 - Les mécanismes associés aux principes de l'éducation cognitive

L'intérêt des modèles psychologiques, en tant que cadres explicatifs, se manifeste clairement lorsqu'il s'agit de comprendre comment peuvent se réaliser les progrès visés par les principes mis en avant en éducation cognitive.

1 - 1 - Prise de conscience des processus cognitifs mis en oeuvre

Un des principes très souvent évoqué vise la centration du sujet sur ses processus cognitifs pour l'amener à mieux connaître son propre fonctionnement. C'est ce que les psychologues appellent le recours à la "métacognition" à la suite des travaux de Flavell sur la méta-mémoire (Flavell & Wellman, 1977 ou, en français, Melot & Corroyer, 1986). Mais on peut également retrouver derrière ce principe les travaux de Piaget sur la prise de conscience (Piaget, 1974a) tout en notant que la distinction qu'il introduit entre "réussir" et "comprendre" (Piaget, 1974b) peut s'avérer d'une grande valeur heuristique lorsqu'on propose des aides à des sujets en situation de résolution de problèmes. Selon les objectifs poursuivis, il peut s'avérer en effet utile de fournir des aides qui ont seulement pour but d'amener le sujet à réussir localement la tâche ou, au contraire, à comprendre l'ensemble des éléments de la situation (Coulet, 1992).

1 - 2 - Les pontages (bridging) entre connaissances

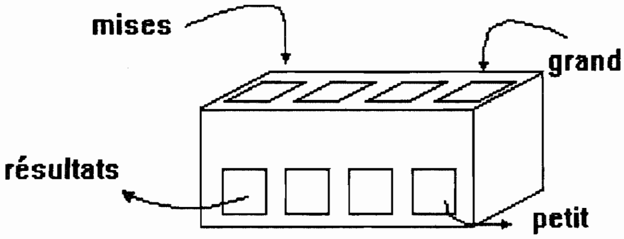
Avec le principe de centration sur les "pontages", qui constitue l'un des axes forts des méthodes d'éducation cognitive, ce sont cette fois les transferts de connaissances que l'on vise plus particulièrement. A ce niveau, les mécanismes cognitifs supposés être mis en oeuvre par le sujet sont généralement décrits de façon relativement vague en termes d'analogies. Pourtant, ce sont probablement des processus différents qui sont sollicités selon que ces analogies concernent respectivement, les situations, les tâches, les objets impliqués par ces tâches, leur contenu, les stratégies ou procédures mises en jeu, etc.

1 - 3 - Les justifications des démarches

En ce qui concerne le principe de centration sur les justifications des démarches du sujet, principe qui suppose l'expression par le sujet des moyens mobilisés au regard des buts, on peut dire qu'il renvoie à la fois, à une organisation de l'activité telle qu'elle est abordée dans une logique moyen-but et au passage par son codage au moyen d'outils symboliques (langage, représentations graphiques, etc.) très marqués culturellement. Clairement, les modèles de référence sont ici de type vygotskien ou brunérien, tels qu'ils ont été évoqués plus haut.

1 - 4 - La génération de règles

Les méthodes d'éducation cognitive font également souvent appel à une forme particulière de sollicitation du sujet auquel on demande de dégager de son activité des règles générales. C'est par exemple le cas dans le cadre des inductions opératoires à l'aide de la "boîte à transformations" mise au point par Paour. Confronté à une tâche qui consiste à introduire dans les cases supérieures de la boîte des objets qui lui sont immédiatement restitués au niveau des cases inférieures mais "transformés" (fig. 10), le sujet doit exprimer des règles de transformation mises en jeu par chacune des cases de la boîte. Ce faisant, on suscite chez lui la mise en oeuvre d'un raisonnement de type inductif qui l'amène à changer de niveau dans la représentation des éléments de la tâche.



Exemple
Ici, la règle à inférer est :
"La case de droite change
la taille"

fig. 10 - La boîte à transformation de Paour (d'après Soavi, 1992)

1 - 5 - La prévisibilité

En mettant l'accent sur la prévisibilité, les méthodes d'éducation cognitive visent essentiellement à faire en sorte que le sujet s'engage dans une démarche de comparaison des résultats attendus et des résultats effectivement obtenus. Ici encore, on peut difficilement ne pas retrouver une référence aux processus anticipateurs du sujet décrits par Piaget mais également, à l'un des éléments constitutifs des schèmes tels que les décrit Vergnaud (cf. Vergnaud, 1991).

1 - 6 - Les échanges interindividuels

Au-delà des aspects qui relèvent directement de l'interaction de tutelle, avec le principe de centration sur les échanges, on a affaire dans de nombreuses méthodes d'éducation cognitive à une démarche qui s'appuie sur le groupe. Les échanges en son sein sont alors conçus de telle sorte que chacun de ses membres puisse y trouver l'occasion de voir ses positions discutées pour, éventuellement, être ré élaborées dans un processus de type conflit socio-cognitif.

1 - 7 - Les aspects conatifs

On évoquera enfin la centration des méthodes d'éducation cognitive sur les aspects conatifs de la conduite (on désigne généralement sous ce terme les aspects non cognitifs : Reuchlin, 1990) pour souligner qu'ils y occupent une place importante. Celle-ci est marquée par des considérations qui touchent indifféremment la motivation (avec notamment, la tentative de développer une motivation intrinsèque plutôt qu'extrinsèque), l'attribution (avec cette fois le souci de développer chez le sujet une attitude le conduisant à "attribuer" ses réussites ou échecs à des causes internes plutôt qu'externes), le niveau d'exigence interne (dont on cherche à faire en sorte qu'il soit le plus élevé possible), etc.

2 - L'évaluation des effets des programmes

Les éléments qui précèdent laissent penser, comme on l'a vu, que des effets massifs peuvent être attendus des différentes tentatives d'éducation cognitive. Or, indépendamment de travaux qui ne sont pas toujours irréprochables sur le plan méthodologique, les résultats obtenus s'avèrent beaucoup plus mitigés qu'on aurait pu le penser a priori ou sur la simple base des considérations avancées par les auteurs de programmes. Ce qui suit a donc pour but de mettre en évidence quels sont les éléments qui peuvent expliquer cette relative déception, tout en s'attachant à dégager quelques uns des problèmes posés par la démarche d'évaluation.

2 - 1 - L'efficacité des apprentissages opératoires

Concernant les apprentissages opératoires (au-delà de leur statut particulier souligné plus haut), les travaux réalisés concluent généralement à la possibilité d'induire, par exemple, l'accession des sujets à la conservation de la longueur, de la substance, du poids, etc. Cependant, toutes les recherches entreprises en référence au modèle piagétien n'obtiennent pas ce résultat (cf. Fortin-Thériault, 1977 ou Lajoie, 1983, cités par Laurendeau-Bendavid, 1985). Inversement, des inductions fondées sur des principes théoriques très différents aboutissent à des réussites similaires. De telles contradictions témoignent de l'existence de plusieurs problèmes qui dépassent très largement le cadre des apprentissages opératoires.

- Problèmes de méthode

A un premier niveau, il s'agit de problèmes d'ordre méthodologiques. Ainsi, par exemple, on a souvent reproché au travail d'Inhelder, Sinclair & Bovet (1974) de ne pas avoir pris la précaution de faire une comparaison entre au moins deux groupes de sujets (les sujets "expérimentaux" qui bénéficient de l'entraînement, d'une part et des sujets "contrôles" qui eux n'en bénéficient pas). De ce fait, il est difficile d'affirmer que les progrès cognitifs enregistrés sont dus à l'entraînement plutôt qu'à une évolution "normale" entre pré-test et post-test. De la même façon, l'identité des épreuves utilisées, à la fois, au niveau de l'entraînement et des pré-test ou post-test, ne permet guère de savoir si les progrès sont dus à une transformation structurale ou plus simplement à un apprentissage de réponses. Le nombre restreint de sujets soumis à l'expérience ne plaide pas non plus en faveur d'une grande généralisation possible des résultats obtenus. On le voit, ces critiques s'inscrivent dans le débat plus général portant sur l'administration de la preuve dans l'évaluation des changements cognitifs.

- Des mécanismes invoqués discutables

A un deuxième niveau, il s'agit du problème de l'attribution des résultats obtenus au mécanisme invoqué sur le plan théorique. D'autres expériences (cf., pour une présentation succincte, Bideaud, Houdé & Pédinielli, 1993, p. 409) ont en effet montré qu'il était possible de produire des effets cognitifs tout à fait comparables à partir d'entraînements reposant, eux, sur d'autres principes que celui du conflit cognitif (par exemple, l'explication, telle qu'on pourrait la donner dans le cadre scolaire). Ainsi, on voit combien il convient de rester prudent quant aux interprétations des phénomènes observés car ce n'est pas parce que les résultats produits sont conformes à ce que prévoit la théorie que pour autant la théorie est valide. Comme on vient de le noter ici, d'autres cadres théoriques restent toujours possibles pour expliquer les mêmes faits.

- Problème d'échelle de mesure

A un troisième niveau, il s'avère encore important de souligner un problème qui se pose avec beaucoup d'acuité dans le domaine de l'éducation cognitive, sans pour autant être souvent mentionné. Il s'agit du problème de l'évaluation du niveau initial des sujets avant toute intervention. En effet, comme le fait remarquer Laurendeau-Bendavid (Laurendeau-Bendavid, 1985), si pour évaluer l'efficacité d'une méthode d'éducation cognitive, on est placé dans la même situation qu'un diététicien qui souhaite évaluer les résultats d'un régime amaigrissant mais en ne disposant pour cela que d'une balance qui permet uniquement de savoir si le sujet pèse plus ou moins de 100 kg, il est clair qu'on risque de tirer d'une telle expérience des conclusions fort peu fiables. Or, il se trouve que dans bien des cas (comme dans le paradigme de l'apprentissage opératoire), c'est d'un instrument à peine moins grossier dont on se sert effectivement, en repérant les sujets sur une échelle à seulement deux ou trois niveaux. A partir de là, on entrevoit toute la faiblesse des modèles théoriques qui ne permettent pas de disposer d'une échelle développementale suffisamment fine pour éviter de telles situations, ce qui indéniablement est le cas du modèle piagétien (Netchine-Grynberg, 1990).

2 - 2 - L'efficacité de LOGO

En ce qui concerne LOGO, les résultats sont là encore assez décevants, surtout si on les rapporte à l'extraordinaire espoir fondé sur les propos de Papert (Papert, 1981). Néanmoins, les travaux réalisés se révèlent d'une grande utilité pour, à l'avenir, éviter le même genre de déception. Sous forme de synthèse des nombreux résultats dont on dispose, Valcke (1991) a procédé à une analyse statistique des résultats produits par 76 recherches réalisées sur une période allant de 1969 à 1989. Au regard de ce travail, on constate en premier lieu que les problèmes méthodologiques évoqués ci-dessus n'épargnent pas les recherches sur LOGO (tableau 1). Celui-ci montre, en effet, que relativement peu de recherches utilisent un groupe contrôle. De plus, lorsqu'elles le font, très peu veillent à ce que ce groupe contrôle ne reste pas sans activité. On sait, en effet que le simple fait de s'occuper des sujets d'une expérience, indépendamment de ce qu'on fait avec eux, peut suffire à modifier leurs performances. C'est l'effet Hawthorne, du nom de la ville, près de Chicago, où un chercheur (Elton Mayo) l'a mis en évidence dans une étude de l'influence de l'éclairement d'un atelier sur la productivité de ses ouvrières.

Tableau 1 - Distribution des études selon leurs choix méthodologiques (d'après Valcke, 1991)

	Oui	**Non**	**Total**
Présence d'un groupe contrôle	49(**64,4 %**)	27 (**35,6 %**)	76
Présence d'un groupe contrôle actif	15(**19,7 %**)	61 (**80,3 %**)	76

Par ailleurs, lorsqu'on s'intéresse aux effets de la pratique de LOGO sur différentes variables telles que : mathématiques, cognition, résolution de problèmes, métacognition, créativité, affectif, social (à la réserve près que de telles définitions restent malheureusement bien vagues !), on remarque que peu d'effets significatifs sont à attribuer à LOGO (tableau 2). Bien que décevants, ces résultats restent malgré tout très intéressants sur plusieurs plans.

Tableau 2 - Effets de la pratique de LOGO sur différentes variables (d'après Valcke, 1991)

Types de variables	**Effets significatifs** (non dus au hasard)
Mathématiques	non
Cognition	non
Résolution de problèmes	non
Métacognition	non
Créativité	non
Affectif	non
Social	**oui**

A un premier niveau, ils mettent en garde contre un optimisme exagéré quant aux possibilités de produire des changements cognitifs dont l'importance serait en mesure de bouleverser (comme l'attendait Papert) le cours du développement.

Par ailleurs, ces résultats sont une confirmation éclatante du fait qu'il n'existe certainement pas une capacité générale à résoudre des problèmes (Crahay, 1987 ; Gurtner, Retschitzki & Léon, 1991). En effet, alors même que c'est l'effet qu'on a le plus souvent attendu et recherché d'une pratique du LOGO, il s'avère que la résolution de problèmes n'est pas améliorée par ce type d'activité. Dès lors, il apparaît difficile d'espérer d'un quelconque programme d'éducation cognitive l'induction d'une telle capacité.

Enfin, si l'on ne trouve pas ce qui était théoriquement attendu, il va de soi qu'une sérieuse révision des modèles théoriques s'impose. A ce niveau, il semble important de souligner la faiblesse des modèles généraux qui ne tiennent pas compte des contenus de connaissances impliqués par chaque tâche ou, tout au moins, par chaque classe de tâches.

2 - 3 - L'efficacité des ARL

En ce qui concerne les ARL, même si les auteurs du programme font état d'effets positifs sur le développement des sujets (cf., par exemple Higelé & Perry, 1991), il s'avère que tous les travaux d'évaluation ne concluent pas de la même façon. A titre d'exemple, la recherche de Chartier & Rabine (1989) fournit des résultats plus décevants. Ces auteurs ont travaillé avec des adolescents âgés de 15;8 ans en moyenne. Trois groupes ont été constitués : un groupe expérimental auquel on propose 11 séances d'ARL, un premier groupe contrôle "actif" (on tient compte ici de l'effet Hawthorne) auquel on propose une activité d'analyse de presse ou d'exploration de différents domaines intervenant dans le choix d'une profession et, enfin un deuxième groupe contrôle auquel on ne propose aucune activité particulière. Le Test des Opérations Formelles est administré en pré-test et post-test afin de saisir les progrès.

Tableau 3 - Scores moyens par groupe (d'après Chartier & Rabine, 1989)

	Pré-test	Post-test
Groupe ARL	16,02	17,15
Groupe contrôle "actif"	14,93	16,32
Groupe contrôle	16,02	16,61

Les résultats (tableau 3), analysés en termes de scores globaux ne font apparaître aucun effet significatif à l'avantage du groupe expérimental comparativement aux deux autres groupes. Cependant, les auteurs soulignent que les animateurs des séances ARL ont, eux, remarqué des changements au niveau des relations entre pairs et avec les adultes ainsi qu'au niveau métacognitif : un changement d'attitude face à la difficulté, une plus grande attention portée au raisonnement et à l'argumentation des résultats. Ces remarques les amènent alors à conclure que l'évaluation des méthodes d'éducation cognitive doivent s'efforcer de prendre en compte plusieurs dimensions d'observation des conduites susceptibles d'être induites.

2 - 4 - L'efficacité du PEI

En ce qui concerne le PEI, là encore, aux résultats positifs enregistrés par les auteurs (cf. par exemple Feueurstein & Jensen, 1989) qui constatent, outre une supériorité des groupes PEI sur les groupes contrôles, une augmentation de la différence à l'avantage des groupes PEI au fur et à mesure qu'on s'éloigne de l'intervention, s'opposent, par exemple, les résultats beaucoup plus nuancés de Loarer, Libert, Chartier, Huteau & Lautrey (1992). Ces auteurs ont travaillé à la comparaison des performances d'un groupe expérimental (soumis au PEI pendant environ 100 heures) et d'un groupe contrôle "actif". La population est constituée d'adultes d'âge moyen 25 ans, en stage de préformation à L'A.F.P.A (Association de Formation Professionnelle pour Adultes). L'originalité de ce travail réside à la fois, dans le grand nombre de précautions méthodologiques (Huteau & Loarer, 1992) prises par les auteurs, le nombre de dimensions évaluées et l'estimation de la taille de l'effet, exprimée par un nombre proportionnel à l'effet.

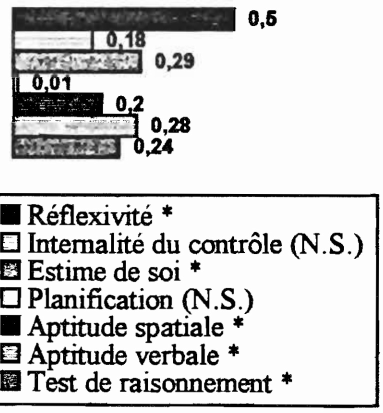


fig. 11 - Amplitude de l'effet à l'avantage du groupe PEI sur différentes dimensions (d'après Loarer & al., 1992)

Les principaux résultats montrent (fig. 11) des différences significatives (* dans la légende) à l'avantage du groupe expérimental ou non significatives (N.S. dans la légende) quant à l'amplitude de l'effet. La figure 11 exprime des effets très contrastés : depuis ceux qui sont quasiment nuls, comme par exemple au niveau de la planification, (pourtant souvent évoquée comme fondamentale en résolution de problèmes), jusqu'aux différences très nettes entre les groupes comme au niveau de la réflexivité (relative au contrôle de l'impulsivité), par exemple. Cependant les auteurs insistent sur le fait que souvent les effets positifs sont limités aux tâches relativement proches de celles du programme et ne se retrouvent plus au niveau des performances relatives à des tâches plus éloignées. De plus, l'effet d'accroissement avec le temps des différences entre les deux groupes (cf. Feueurstein & Jensen, 1989) n'est pas retrouvée dans cette étude. On le voit, ici encore, le PEI ne se révèle pas être, aussi massivement que certains le pensent (cf., par exemple, Debray 1989), à la hauteur des attentes fondées sur lui. Il est cependant capable d'induire d'authentiques changements cognitifs. On remarquera toutefois que, lorsque ces résultats sont encourageants, ils restent malgré tout bien difficiles à comprendre en termes de mécanismes responsables des évolutions enregistrées. Très nettement ici, mise à part la dimension réflexivité, les résultats s'expliquent difficilement à partir des caractéristiques du programme. En particulier, alors que le programme s'efforce de travailler sur la dimension résolution de problèmes, on ne trouve aucun effet sur la planification pourtant, directement sollicitée (par exemple, dans les épreuves d'organisation de points).

IV - NECESSAIRES EVOLUTIONS DE L'EDUCATION COGNITIVE

1 - Analyser encore les pratiques de l'éducation cognitive

L'éducation cognitive apparaît donc, à la fois comme un immense espoir pour des populations en difficulté sur le plan cognitif, mais aussi et en même temps, comme un énorme réservoir de pratiques dont les effets, loin d'être systématiques restent difficilement explicables par les modèles invoqués. Dans ce contexte, il convient de poursuivre l'analyse de ces pratiques pour toujours mieux en saisir (sans passion ou croyance a priori !) les valeurs mais aussi les limites (Paour, Jaume & De Robillard, 1995), grâce à des méthodes rigoureuses d'évaluation. Par ailleurs, il semble utile de prendre en compte les principaux enseignements qu'il est d'ores et déjà possible d'en tirer pour s'orienter vers la recherche de solutions mieux maîtrisées quant aux processus sollicités chez les sujets. Ceci implique certainement l'abandon de modèles trop généraux et trop nombreux pour étayer théoriquement les démarches entreprises.

2 - Travailler sur des domaines de connaissances

Trop généraux ou encore trop hétéroclites, les modèles jusque là utilisés pour étayer les pratiques de l'éducation cognitive s'avèrent peu efficaces pour rendre compte de façon précise des changements cognitifs attendus ou même effectivement provoqués. L'analyse qui précède fournit de nombreux exemples qui permettent d'argumenter dans ce sens. Dès lors, et compte tenu de l'état actuel des savoirs construits par la psychologie - notamment en ce qui concerne les processus et les contenus relatifs à la généralisation des connaissances - l'abandon de tâches "sans contenu" au profit d'une éducation cognitive plus en prise avec des domaines de connaissances spécifiques devrait s'imposer comme une évolution significative des pratiques.

3 - Elaborer de nouveaux modèles

D'autre part, si les principes généraux de l'éducation cognitive, énoncés plus haut, semblent avoir beaucoup de pertinence pour concevoir et réguler la fonction de médiation de manière efficace, nul doute que de tels principes constituent un précieux capital pour toute pratique pédagogique à visée cognitive. Ils représentent d'ailleurs, probablement, l'une des meilleures sources de réflexion dont les pédagogues peuvent actuellement s'emparer pour s'engager sur la voie de la formalisation de leurs pratiques. Cependant, force est de constater que le nombre de ces principes, leur diversité ou encore l'hétérogénéité des modèles théoriques qui les fondent ou les justifient, donnent peu de prise à une vision d'ensemble des processus qu'ils sollicitent chez le sujet. Une autre évolution de l'éducation cognitive devrait donc consister à se doter de modèles théoriques susceptibles d'articuler dans un tout plus cohérent les composantes essentielles de l'appropriation par les sujets de connaissances nouvelles. Sur ce plan, il semble essentiel de s'orienter vers des modélisations comme, par exemple, la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1991), prenant en compte simultanément les organisations cognitives issues de l'*action* (à travers les schèmes mis en oeuvre par le sujet dans son activité autonome) et celles dépendant plutôt des *concepts* (notamment ceux que véhicule le langage adressé à l'enfant mais, aussi et plus largement, la culture à laquelle il appartient). Une recherche que l'on a conduite (Coulet, 1994b) chez des élèves de CE2 concernant la lecture de tableaux à double entrée peut permettre d'illustrer l'intérêt d'une centration sur cette double source des constructions cognitives réalisées à partir de l'action et/ou des concepts. Les 68 sujets de l'expérience ont été confrontés à une tâche de lecture de tableaux à double entrée comportant des doubles marges (fig. 12). Elle consistait pour eux à énoncer les propriétés inscrites dans ces marges (les mêmes propriétés occupaient des places différentes dans les 6 tableaux successivement proposés) pour indiquer à quoi correspondaient les nombres cerclés.

Tableau 1		rouge		bleu	
		mince	épais	mince	épais
triangle	grand	1	40	18	7
	petit	23	35	53	41
rond	grand	13	0	72	26
	petit	4	88	66	54

ig. 12 - Exemple de tableau à double entrée soumis aux sujets

Le relevé de l'ordre d'énonciation de ces propriétés fait apparaître deux grands types de stratégies utilisées par les sujets : une stratégie de cohérence "spatiale" consistant plutôt à parcourir les marges des tableaux toujours de la même manière (ce sont les sujets représentés sur la partie droite de la fig. 13) et une stratégie de cohérence "conceptuelle" consistant plutôt à garder invariant l'ordre d'énonciation des propriétés, quelles que soient leurs places dans les marges (ce sont les sujets représentés sur la partie gauche de la fig. 13). Les scores portés sur la figure 13 prennent en compte les 24 réponses fournies par chaque sujet.

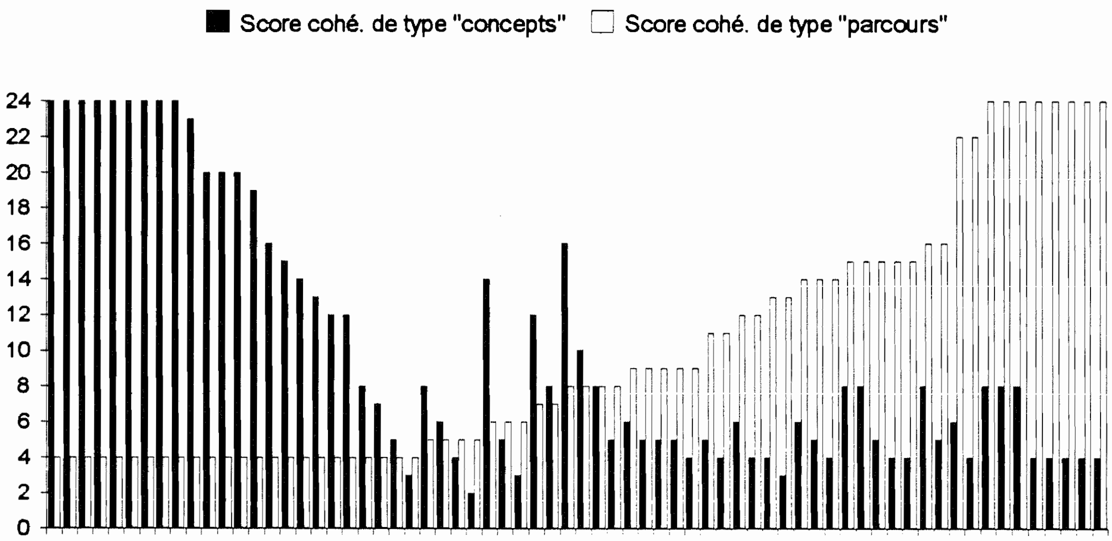


fig. 13 - Rangement des 68 sujets en fonction de leur type de cohérence (spatiale ou conceptuelle)

CONCLUSION

L'éducation cognitive constitue certainement une source d'expériences et d'inspiration non négligeable pour les pédagogues. Ses pratiques ainsi que l'évaluation de ses effets devraient susciter dans l'avenir de nombreuses collaborations entre psychologues et pédagogues. Par ailleurs, parce que les technologies rendent désormais possible d'imaginer des formes de préceptorat à distance, grâce notamment à ce qu'il est convenu d'appeler "les autoroutes de l'information", on peut s'attendre à ce que la problématique de l'éducation cognitive alimente celle des aides cognitives qu'il faudra concevoir puis fournir, en temps réel sur tel ou tel domaine d'activités scolaires ou professionnelles, à des sujets en situation d'apprentissage dans des réseaux informatiques. Relever le défi suppose, là encore, que psychologues et pédagogues collaborent très étroitement pour pouvoir comprendre quels sont les mécanismes impliqués dans les constructions cognitives relatives à tel ou tel domaine (Vergnaud dirait "à tel ou tel champ conceptuel") et, partant de là, être en mesure de fournir un "étayage" (on emprunte volontairement ici ce concept à Bruner) adapté et performant à ces constructions.

Références bibliographiques

BANDURA, A. (1980). *L'apprentissage social*. Bruxelles : Mardaga.

BINET, A. (1909). *Les idées modernes sur les enfants*. Paris : Flammarion.

BRUNER, J. S. (1983). *Le développement de l'enfant, savoir faire, savoir dire*. Paris : PUF.

BRUNER, J. S. (1984). Contextes et formats. In : M. Deleau (Ed.), *Langage et communication à l'âge préscolaire*. Rennes : PUR, 13-26.

CANAL, J.L., PAPILLON, P. & THIRION, J.F. (1994). *Les outils de la PNL à l'école*. Paris : Les éditions d'organisation.

CHARTIER, D. & RABINE, P. (1989). Evaluation d'une méthode de remédiation cognitive : le cas des Ateliers de Raisonnement Logique. *L'orientation scolaire et professionnelle*, 18, 2, 127-137.

COULET, J.C. (1989). *Les changements de systèmes de représentation et de traitement dans une tâche d'entraînement à la programmation informatique : étude différentielle chez des sujets de 8-9 ans*. Thèse de Doctorat non publiée, Université de Provence.

COULET, J.C. (1992). Induire des constructions cognitives : une hypothèse fondée sur une typologie des conduites d'apprentissage des règles de fonctionnement d'un mobile programmable. In : J. Drévillon (Ed.), *Les aides cognitives*. Caen : E.P.E.

COULET, J.C. (1994a). Psychologie comparative et étude des différences individuelles : continuité ou rupture ? In : M. Deleau & A. Weil-Barais (Eds.), *Le développement de l'enfant : approches comparatives*. Paris : PUF.

COULET, J.C. (1994b). *Stratégies d'appréhension de données dans un tableau à double entrée chez des enfants de 8-9 ans*. Communication affichée, XIèmes Journées de Psychologie Différentielle, Montpellier.

COULET, J.C. (sous presse). Résolution de problèmes et éducabilité cognitive. In : A. Lieury (Ed.) *Manuel de psychologie de la formation*. Paris : Dunod.

CRAHAY, M. (1987). LOGO, un environnement propice à la pensée procédurale. *Revue Française de Pédagogie*, 80, 37-56.

DEBRAY, R. (1989). *Apprendre à penser. Le programme d'enrichissement instrumental de Feuerstein : une issue à l'échec scolaire*. Paris : éditions ESHEL.

DE RIBAUPIERRE, A. (1995). Potentiel d'apprentissage et contraintes structurales : apports des modèles piagétiens et néo-piagétiens. In : F.P. Büchel (Ed.) *L'éducation cognitive, le développement de la capacité d'apprentissage et son évaluation*. Neuchâtel-Paris : Delachaux et Niestlé.

DOISE, W. & MUGNY, G. (1981). *Le développement social de l'intelligence*. Paris : Inter-éditions.

FEUEURSTEIN, R. & JENSEN, M.R., (1989). L'enrichissement instrumental : bases théoriques, objectifs et instruments. *Psychologie scolaire*, 67, 7-37.

FLAVELL, J.H. & WELLMAN, H.M. (1977). Metamemory. In : R.V. Kail & J.V. Hagen (Eds.), *Perspectives on the development of memory and cognition*. Hilsdale : Erlbaum.

FORTIN-THERIAULT, A. (1977). *Comparaison de deux méthodes d'apprentissage par conflit cognitif*. Thèse de Doctorat non publiée, Université de Montréal.

GURTNER, J.L., RETSCHITZKI, J. & LEON, C. (1991). Du jaillissement à l'épanouissement de l'esprit. In : J.L. Gurtner & J. Retschitzki (Eds.) *LOGO et apprentissages*. Neuchâtel - Paris : Delachaux & Niestlé.

HIGELE, P. (1987). Les activités de remédiation cognitive d'inspiration piagétienne. *Education permanente*, 88-89, 123-127.

HIGELE, P. & PERRY, E. (1991). Ateliers de Raisonnement Logique et transfert à des situations de la vie quotidienne. In : J. Drévillon (Ed.), *Les aides cognitives*. Caen : E.P.E.

HOC, J.M. (1984). Les activités de résolution de problèmes dans la programmation informatique. *Psychologie Française*, 29, 231-234.

HOMMAGE, G. & PERRY, E. (1987). Les ateliers de raisonnement logique : mise en oeuvre, diagnostic, évaluation. *Education permanente*, 88-89, 129-139.

HUTEAU, M. & LOARER, E. (1992). Comment évaluer les méthodes d'éducabilité cognitive ? *L'orientation scolaire et professionnelle*, 21, 1, 47-74.

LAJOIE, M. (1983). *Validation de deux nouvelles épreuves d'opérativité portant sur la notion de conservation*. Thèse de Doctorat non publiée, Université de Montréal.

LAURENDEAU-BENDAVID, M. (1985). L'apprentissage des structures logiques, perspectives d'avenir après 25 années de recherches. *Archives de Psychologie*, 53, 207, 495-501.

LIEURY, A. (1990). Auditifs, visuels, la grande illusion ? *Cahiers Pédagogiques*, 287, 58-62.

LIEURY, A. (1991). La confusion des codes symboliques : verbal et imagé. *Cahiers Pédagogiques*, 291, 57-59.

LOARER, E.(1992). L'éducation cognitive : repères historiques et enjeux actuels. *L'orientation scolaire et professionnelle*, 21, 1, 3-11.

LOARER, E., LIBERT, M.F., CHARTIER, D., HUTEAU, M. & LAUTREY, J. (1992). *L'évaluation du PEI dans les stages de préformation de l'A.F.P.A.* Paris : Service de recherche de l'I.N.E.T.O.P. et Laboratoire de Psychologie différentielle (Université de Paris V) en partenariat avec l'A.F.P.A.

LOARER, E., LIBERT, M.F., CHARTIER, D., HUTEAU, M. & LAUTREY, J. (1995). *Peut-on éduquer l'intelligence ? L'évaluation d'une méthode d'éducation cognitive*. Berne : Peter Lang.

MELOT, A.M. & CORROYER, D. (1986). *L'enfant et la mémoire*. Lille : PUL.

MONTEIL, J.M. & HUGUET, P. (1991). Insertion sociale, catégorisation sociale et activités cognitives. *Psychologie Française*, 36, 1, 35-46.

NETCHINE-GRYNBERG, G. (1990). Les modèles de développement et l'étude du fonctionnement cognitif de l'enfant. In : G. Netchine-Grynberg (Ed.) *Développement et fonctionnement cognitifs chez l'enfant*. Paris : PUF.

PAOUR, J.L. (1987). Quelques principes fondateurs de l'éducation cognitive. *Interactions didactiques*, 8, 45-62.

PAOUR, J.L., JAUME, J. & DE ROBILLARD, O.(1995). De l'évaluation dynamique à l'éducation cognitive : repères et questions. In :F.-P. Büchel (Ed.) *L'éducation cognitive : le développement de la capacité d'apprendre et son évaluation*. Neuchâtel - Paris : Delachaux & Niestlé.

PAPERT, S. (1981). *Jaillissement de l'esprit ; ordinateurs et apprentissage*. Paris :Flammarion.

PIAGET, J. (1957). Logique et équilibre dans les comportements du sujet. In : L. Apostel, B. Mandelbrot, J. Piaget (Eds) *Logique et équilibre*. Paris : PUF.

PIAGET, J. (1969). *Psychologie et pédagogie*. Paris : Denoël Gonthier.

PIAGET, J. (1974 a). *La prise de conscience*. Paris : PUF.

PIAGET, J. (1974 b). *Réussir et comprendre*. Paris : PUF.

PIAGET, J. (1975a). *L'équilibration des structures cognitives, problème central du développement*. Paris : PUF.

PIAGET, J. (1975b). *Où va l'éducation*. Paris : Denoël Gonthier.

PIAGET, J. (1975b). *Où va l'éducation*. Paris : Denoël Gonthier.

PIAGET, J., INHELDER, B. & SZEMINSKA, A. (1948). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Paris : PUF.

REUCHLIN, M. (1990). *Les différences individuelles dans le développement conatif de l'enfant*. Paris : PUF.

SOAVI, G. (1992). Induction opératoire et modification du fonctionnement cognitif. In : J. Drévillon (Ed.), *Les aides cognitives*. Caen : E.P.E.

SOREL, M. (1987). Apprendre peut-il s'apprendre ?, *Education permanente*, 88-89, 7-226.

SOREL, M. (1992). Peut-on classer les méthodes d'éducabilité cognitive ? *L'orientation scolaire et professionnelle*, 21, 1, 75-105.

VALCKE, M. (1991). Méta-analyse des recherches consacrées à LOGO. In : J.L. Gurtner & J. Retschitzki (Eds.) *LOGO et apprentissages*. Neuchâtel - Paris : Delachaux & Niestlé.

VERGNAUD, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10, 2/3, 133-170.

WINNYKAMEN, F. (1982). L'apprentissage par observation. *Revue Française de pédagogie*, 59, 24-29.

LA RÉÉDUCATION MATHEMATIQUE A TRAVERS UNE ÉTUDE DE CAS.

Christiane Peuzet
Département de l'adaptation et de l'intégration scolaire
I.U.F.M. d'Aquitaine

Sommaire de la conférence : pages

LA REEDUCATION MATHEMATIQUE A TRAVERS UNE ETUDE DE CAS

Je vais vous présenter un travail de réflexion sur la rééducation mathématique que j'essaie de formaliser depuis 1994 par une recherche-action que j'effectue au sein du COREM, à l'Ecole Jules Michelet de Talence, dont le Directeur est Guy Bronsseau et la responsable scientifique M. H. Salin.
Après avoir exposé le cadre de cette recherche je présenterai l'observation clinique d'une enfant de CE1 qui a été suivie en rééducation au cours de l'année 1994.

PRESENTATION DU CADRE DE RECHERCHE

OBJECTIFS

Les motivations qui m'ont conduite à engager ce travail concernent trois domaines:

- Le premier est celui du savoir mathématique.

Il s'agit de mieux repérer, analyser, comprendre ce qui est en jeu dans la difficulté d'accès à ce savoir et de rechercher s'il est possible de créer des situations de réappropriation de ce savoir dans le contexte particulier de la relation duelle adulte / enfant. Ceci en référence à la théorie des situations didactiques élaborée par Guy Brousseau.

- Le deuxième domaine concerne la formation des enseignants et plus particulièrement celle des stagiaires du Département pour l'Adaptation et l'Intégration Scolaire.
Mon objectif étant de créer des documents théoriques et pratiques, sous une forme audio-visuelle, pour mieux définir le cadre et le contenu des aides spécialisées en mathématique.

- Le troisième domaine est celui de la rééducation.

La question que je me pose à ce sujet est la suivante:

« *Est-ce qu'il est possible de définir un cadre de la rééducation mathématique en référence au concept de rééducation en vigueur dans l'Ecole ?* »

Cette question a pour origine la différenciation des aides spécialisées dans les RASED (Réseau d'Aides Spécialisées aux Elèves en Difficulté).
Dans ce dispositif il existe deux types d'aides spécialisées:

- L'Aide spécialisée à Dominante Pédagogique qui se pratique avec des groupes d'enfants et qui est destinée à restaurer les compétences cognitives et méthodologiques sous-jacentes aux apprentissages.

- L'Aide spécialisée à Dominante Rééducative, la Rééducation, qui se pratique majoritairement en relation duelle, et qui se centre sur la restauration du désir d'apprendre et de l'estime de soi, l'ajustement des conduites émotionnelles et intellectuelles pour permettre l'investissement du savoir.

Ces deux modalités de l'aide articulent les deux pôles « pédagogie » et « psychologie » mais elles ne leur attribuent pas la même importance.

Ainsi les activités cognitives sont utilisées en Aide spécialisée à Dominante Pédagogique et sont la plupart du temps exclues du champ de la rééducation au profit de médiations éloignées des activités scolaires. La stratégie utilisée en rééducation est celle du détour (jeux sensori-moteur, jeux à règles, jeu symbolique; marionnettes, dessin, pâte à modeler, etc...). On n'affronte pas directement la difficulté scolaire qui est considérée comme un symptôme.

Ce modèle de réponse aux difficultés d'apprentissage est pertinent et opérant pour certains cas. Il est vrai que certains enfants ne peuvent, du moins dans un premier temps, supporter toute sollicitation ou proposition concernant leur difficulté scolaire sans pour autant nécessiter une approche psycho-thérapeutique. Il est vrai aussi que d'autres enfants relèvent clairement de l'approche pédagogique en groupe que propose l'Aide Spécialisée à Dominante Pédagogique. Mais pour d'autres enfants il paraît difficile et réducteur d'appliquer ce modèle.

La confrontation aux élèves en difficulté nous révèle que bien souvent l'origine et la nature de leur problématique scolaire est globale, que les aspects cognitifs et affectifs sont imbriqués de telle manière que l'on ne peut déterminer une prépondérance étiologique de façon manifeste.

Ainsi ces enfants ont besoin d'être aidés dans une prise en compte associée des dimensions affective et cognitive de leurs difficultés.

La rééducation individuelle me semble alors l'indication d'aide la mieux appropriée car seule la relation duelle peut permettre d'assurer l'étayage affectif et cognitif au plus près des besoins de l'enfant.

Ceci me paraît d'autant plus vrai dans le domaine des difficultés en mathématique. La nature même de cette connaissance et de l'apprentissage qui y conduit, c'est à dire construire des concepts en résolvant des problèmes, met en cause l'image de soi plus fortement que les autres apprentissages, car la réalité de la réussite ou de l'échec apparaît plus nettement. Ainsi la réussite renforce positivement sa propre image alors que l'échec peut la remettre en question, surtout quand il intervient sur une estime de soi défaillante.

De ce fait, pour certains enfants, les facteurs affectifs et cognitifs de leurs difficultés en mathématique sont interdépendants.

Il me semble alors que le modèle de rééducation habituel: restaurer un rapport actif au savoir par un travail d'élaboration psychique indépendant de l'activité mathématique est insuffisant à la résolution complète des difficultés.

Aussi je pose comme hypothèses:

- qu'il est pertinent d'utiliser l'activité mathématique comme médiateur de la rééducation sans dénaturer la spécificité de cette dernière.

- que l'utilisation de ce médiateur cognitif - sous certaines conditions - n'entraîne pas automatiquement l'évacuation de la dimension affective du sujet.

- que cette approche rééducative peut avoir un effet de restauration narcissique grâce à la dialectique qui s'instaure entre une confrontation de plus en plus positive avec le savoir mathématique et le sentiment de dépassement de soi qui en découle.

DISPOSITIF

Cette recherche - action s'effectue au COREM où je bénéficie de tout le dispositif de recherche et d'observation qui est mis en place.
Elle s'actualise grâce à la collaboration de deux personnes: Manette POIRSON, psychologue scolaire et Denise GRESSARD, directrice à l'Ecole Elémentaire Jules Michelet, toutes deux chargées de recherche au COREM.

Toutes les séances d'observation et de rééducation que je conduis sont enregistrées en vidéo ce qui permet de recueillir un important corpus pour l'analyser ensuite.

REEDUCATION MATHEMATIQUE : ELEMENTS DE DÉFINITION

OBJECTIFS

OBJECTIF GENERAL :

Restaurer un rapport positif au savoir mathématique

Permettre la construction ou la reconstruction des concepts mathématiques en créant un contexte didactique et un étayage relationnel appropriés.

OBJECTIFS SOUS-JACENTS :

① **Permettre à l'enfant de modifier sa conception du savoir mathématique et de l'apprentissage qui y conduit :**

- rendre cet objet désirable
- faire découvrir le plaisir du fonctionnement intellectuel
- faire expérimenter à l'enfant que ce savoir se construit

② **Aider l'enfant à conquérir les attitudes nécessaires à la construction du savoir mathématique :**

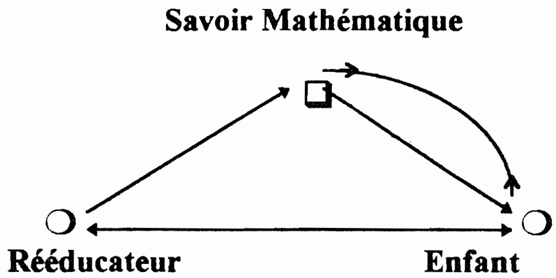
- s'engager activement dans un processus de recherche
- établir un rapport objectif et distancié avec ce savoir

③ **Aider l'enfant à assumer les avatars du processus de construction**
- ébranlement des certitudes
- perte de la « toute puissance » face aux erreurs et aux échecs.

CADRE

Pour atteindre ces objectifs le rééducateur devra créer un espace transitionnel dans lequel une rencontre positive avec le savoir mathématique pourra progressivement se réaliser.

Le schéma suivant permet de représenter le cadre de ce travail rééducatif.



S.M. **E**

□ ←——————→ ○

Cette partie du schéma symbolise la relation entre le savoir mathématique et l'enfant et représente l'objectif final de la rééducation mathématique. Cette relation devra se tisser progressivement au cours de la rééducation pour finir par devenir positive et autonome.

R **S.M.** **E**

○ ——————□——→——————→ ○

Cette partie du schéma symbolise le travail que le rééducateur devra réaliser pour permettre à l'enfant de modifier sa représentation du savoir mathématique et de l'apprentissage qui y conduit et de conquérir les attitudes nécessaires à cette construction (cf. objectifs sous-jacents ① et ②)

S.M. **E**

○ ←——————→ ○

Cette partie du schéma symbolise la relation intersubjective entre l'adulte et l'enfant sur laquelle va prendre appui le processus rééducatif. Cet étayage relationnel permettra notamment à l'enfant d'assumer les avatars du processus de reconstruction (cf. objectif sous-jacent ③)

Chacune de ces relations est bien évidemment en interaction avec les autres. Leur séparation schématique n'a pour but que d'éclairer le propos.

Cet espace transitionnel de la rééducation que j'essaie de créer s'inspire de plusieurs références :

- La théorie psychanalytique pour analyser les composantes de la relation intersubjective et ses effets dans le processus rééducatif.

- Les théories cognitives du développement avec PIAGET et VIGOTSKY.

Même si PIAGET et VIGOTSKY ont des approches divergentes du développement et de l'apprentissage, certains aspects me paraissent pouvoir être complémentaires pour la rééducation mathématique.

Le rôle du rééducateur est double:

- il doit construire les situations favorables à l'émergence des conflits cognitifs, en s'appuyant sur la théorie des situations didactiques pour que l'enfant reconstruise les concepts mathématiques.

- mais il doit aussi apporter l'étayage nécessaire à l'enfant, l'aider à réussir, l'accompagner dans ses tentatives de résolution, pour que l'enfant puisse avoir ensuite un rapport autonome avec le savoir.

Ainsi, le dialogue avec les situations et l'interaction avec l'adulte me semblent revêtir une égale importance pour permettre à l'enfant de dépasser ses difficultés.

Tout le problème consiste à pouvoir équilibrer et ajuster ces deux aspects c'est à dire:

- Permettre que le conflit cognitif soit suffisant pour que l'enfant réorganise ses connaissances à partir de son expérience, mais apporter aussi l'interaction de tutelle chaque fois que cela semble nécessaire.

Nous avons pu observer au cours du travail avec Magali les effets positifs ou négatifs de cet ajustement plus ou moins réussi.

Ces situations proposées, si elles s'inspirent de la théorie des situations didactiques, ne sont pas des situations

d'apprentissage telles qu'elles peuvent être présentées en classe.
D'abord parce que les partenaires sont différents et que l'on ne peut s'appuyer sur le conflit socio-cognitif.
Ensuite parce que la situation est davantage centrée sur la remise en oeuvre d'un rapport efficient avec le savoir que sur la reconstruction d'un concept.

Ainsi, il n'y a pas de progression pré-établie mais un réajustement constant du contenu des situations en fonction des réactions de l'enfant, la visée étant de permettre à l'enfant de réorganiser ses connaissances antérieures à la lumière de ses nouvelles découvertes.

L'étayage de l'adulte n'est pas seulement d'ordre cognitif, c'est un étayage relationnel qui s'adresse à la globalité du sujet.

C'est grâce à la relation inter - subjective entre l'adulte et l'enfant que le processus rééducatif pourra se dérouler.

Pour cela le rééducateur doit avoir une attitude d'acceptation positive de l'enfant et de ses difficultés tout en ayant confiance en ses possibilités de les dépasser.

« *Accepter l'enfant tel qu'il est et lui faire découvrir qu'il peut être autre sans rien abandonner de lui-même* » R. DIATKINE

Le rééducateur doit établir un espace de sécurité pour que l'enfant puisse s'engager avec confiance dans le cheminement difficile d'accès au savoir :

> « *ici on peut essayer, tâtonner, se risquer, se tromper, échouer sans danger* ».

Pour cela il doit être un référent stable et fiable aussi bien sur le plan cognitif qu'affectif. Il doit veiller à garder une implication distanciée, c'est à dire faire attention à ne pas se sentir atteint personnellement par les échecs ou les réactions émotionnelles de l'enfant. Il doit également respecter le rythme d'évolution de l'enfant et ne pas avoir une volonté trop vive de changement.
Il doit aussi savoir s'effacer et favoriser la prise d'autonomie quand l'enfant peut assumer tout seul les situations.
Ceci est valable pour toute approche rééducative.
Concernant la rééducation mathématique il y a un autre aspect très important.
Pour rendre désirable à l'enfant le savoir mathématique il faut que le rééducateur éprouve lui-même du désir pour cet objet, c'est à dire qu'il ait clarifié, si nécessaire, son propre rapport avec les mathématiques.
Il doit montrer par son attitude que l'on peut ressentir de l'intérêt et du plaisir dans cette activité intellectuelle, proposer en quelque sorte un support identificatoire à l'enfant.

Il faut également rendre possible et valoriser ces moments-clé où l'enfant découvre qu'il peut conquérir ce savoir et passer d'un état de soumission à un état de pouvoir. Il faut alors pouvoir éprouver ce sentiment de jubilation avec l'enfant quand il accède à cette découverte.

ETUDE DE CAS

ETUDE ET ANALYSE DES DIFFICULTES

PRESENTATION GENERALE DE LA PROBLEMATIQUE DE L'ENFANT.

Magali est une enfant de CE1 qui a 7 ans et demi quand nous commençons à travailler avec elle en janvier 1994 .

L'approche des difficultés de Magali a été effectuée à partir des observations des maîtres de la classe, du bilan psychologique et du bilan logico-mathématique. Ce dernier s'est déroulé sur quatre séances qui ont été enregistrées, et dont nous observerons deux séquences.

L'aspect dominant de la problématique de Magali consiste en un contraste important entre des potentialités intellectuelles qui s'actualisent parfois de manière remarquable et des performances très moyennes voire insuffisantes notamment dans la construction de la numération et la résolution des problèmes, alors que la pédagogie pratiquée dans l'école est très favorable à la construction du savoir mathématique.

Ses difficultés dans le domaine mathématique ne semblent pas liées à un problème de désir d'apprendre, d'investissement des apprentissages scolaires.

En effet, bien que timide, émotive et réservée sur le plan verbal elle va à l'école avec plaisir, est bien intégrée dans le groupe classe et intéressée par les activités scolaires à l'égard desquelles elle est attentive et concentrée.

Les difficultés semblent liées à une estime de soi défaillante liée à une relation précoce insatisfaisante, qui non seulement inhibe l'action et la parole mais empêche l'enfant d'établir un rapport distancié et objectif avec les situations d'appropriation dans le domaine mathématique.

Ceci se révèle tout au long de l'observation et dans le bilan psychologique ou l'investissement du réel est parfois défensif avec un recours à l'imaginaire.

Ainsi Magali a construit des savoirs hétérogènes dans lesquels des rituels qui n'ont pas de sens cohabitent avec des acquisitions souvent fragiles.

Notre souci était d'observer les procédures de résolution mises en œuvre pour mieux analyser ses difficultés à construire la numération.

ANALYSE DES DIFFICULTES DANS LA CONSTRUCTION DE LA NUMERATION

◆ PRESENTATION DE LA FICHE (VOIR ANNEXE 1)

Il s'agit d'un exercice similaire à celui effectué au cours de l'évaluation collective en classe et auquel elle avait échoué.

◆ ANALYSE DE LA SEQUENCE

• Dénombrement de la collection 113

L'organisation de la collection en paquets de dix qui permet et induit le comptage rapide de dix en dix n'est pas utilisée de manière opératoire.

Elle entoure rituellement chaque paquet de dix et compte les ronds un à un ce qui est source d'erreur : *114 au lieu de 113.* Elle entoure également les trois unités.

Ainsi, entourer les paquets de dix est devenu un rituel vidé de sens.

• Dessin des collections 102 et 78

Elle est capable de lire la symbolisation de l'écriture usuelle: « *102 : 10 paquets de 10 et 2* », et d'effectuer le dessin des collections en utilisant ce modèle. Cependant la prégnance du caractère formel de cette procédure au détriment du sens qu'elle recouvre se révèle au cours de la phase d'analyse de l'erreur et de l'écriture additive des nombres.

• Essai d'analyse de l'erreur: 114 au lieu de 113

- Elle ne peut pas identifier l'erreur : elle n'établit aucun lien entre le dessin des trois unités et l'écriture usuelle.

- Elle ne peut appliquer spontanément le comptage de dix en dix dont elle connaît la comptine jusqu'à cent, là aussi de manière formelle : elle a des connaissances sur les nombres mais elle ne peut les utiliser en tant qu'outils de résolution, et à deux reprises elle comptera les unités comme un paquet de dix.

- Sa difficulté à appréhender le nombre de dizaines dans la collection entraîne une impossibilité à effectuer le lien avec l'écriture usuelle et elle n'est plus capable de dire combien il y a de paquets de 10 dans 103.

- Se révèle aussi une méconnaissance des nombres au-delà de cent:

- dans le comptage de dix en dix elle dit « 200 » au lieu de « 110 ».

- pour écrire le résultat de « 110 + 3 » elle écrit « 103 »

• Ecriture additive des nombres:

113 : « 11 + 3 = »
102 : « 10 + 2 = »

Usage rituel des symboles : elle ajoute « = » aussi à « 70 + 20 + 8 »

Ceci révèle et confirme que le sens de la numération et de sa symbolisation par l'écriture usuelle n'est pas construit et que les énonciations telles que « *102 c'est 10 paquets de 10 et 2* » ne sont que formelles.

Ainsi un des objectifs de la rééducation sera de favoriser la reconstruction de la numération.

• Il faut également prendre en compte son attitude face aux difficultés qu'elle rencontre dans la phase d'essai d'analyse de l'erreur:
Sa difficulté à mettre du sens sur le problème posé entraîne une perte d'autonomie et une incapacité à examiner la situation:
Son regard se rive au, visage de l'adulte au lieu de regarder la fiche comme si: elle essayait soit de décrypter ses attentes, soit de décrypter la solution.

ANALYSE DU RAPPORT AU SAVOIR A PARTIR D'UNE SITUATION PROBLEME.

◆ Présentation de la situation

Il s'agit d'une situation destinée à repérer et analyser les démarches de résolution d'un problème dans laquelle les aspects numériques, situation additive avec des petits nombres, ne constituent pas un obstacle.

Elle comprend trois phases :

1ère Phase : Classification de blocs logiques

Cette phase constitue un préalable à la situation problème proprement dite destiné à familiariser l'enfant avec le matériel logique utilisé en suite.

Blocs à classer (3 critères):
Forme : Rond, triangle, carré
Couleur : Bleu, Rouge, jaune
Taille : grand, petit

2ème Phase : Constitution d'une collection de blocs logiques à partir de la lecture du tableau

Il s'agit de mettre dans une boîte les blocs logiques en fonction des données du tableau.

Trois objectifs :

- Constituer la collection de référence qui permettra d'assurer le feed-back de la situation à la phase 3.
- Observer les capacités de lecture d'unereprésentation symbolique.
- Favoriser l'accès à la phase 3 par les relations établies, entre la représentation symbolique et le matériel concret.

3ème phase : Calcul du nombre de blocs logiques à partir du tableau en fonction d'un critère donné.

La vérification du résultat du calcul s'effectue avec le matériel dans la boîte

◆ **Analyse des phases un et deux**

Au cours de la phase un, la réalisation des classifications a été laborieuse. Magali a eu des difficultés à s'approprier la consigne *« Mets ensemble ceux qui vont bien ensemble »* car elle a assimilé cette opération de classification à celle déjà réalisée au cours d'une autre épreuve (analyse catégorielle de l'EDEI). Ce transfert est compréhensible et même positif ; le problème c'est la grande difficulté de décentration qu'elle manifeste par rapport à cette assimilation et qui l'empêche d'envisager la situation sous un autre angle. De ce fait elle ne pourra réaliser les classifications en fonction des différents critères que sous amorce.

La faible performance à cette épreuve ne correspond pas à des difficultés logiques. Elle est le résultat de la déstabilisation provoquée par la nécessité d'appréhender la situation non pas en fonction de son attente et de son désir mais en fonction d'une réalité extérieure. Comme si le désappointement, la frustration qu'elle ressent à ne pas pouvoir utiliser son modèle entravait toute démarche cognitive.

Au cours de la phase deux elle a des difficultés, au départ, à interpréter la symbolisation des blocs logiques.

Elle introduit un autre critère taille : les moyens, pourtant absents des classifications qu'elle vient de réaliser et essaie de faire correspondre le matériel concret avec la symbolisation en posant un rond sur son symbole : elle a des difficultés à envisager la symbolisation de l'objet indépendamment de son exacte représentation.

Elle parvient cependant au bout de l'activité avec persévérance malgré l'effort de concentration que cela semble lui demander.

◆ Analyse de la phase trois

Transformation de la consigne due à la difficulté à établir un rapport distancié et objectif avec la réalité

Magali compte les carrés bleus au lieu de compter les carrés et elle écrit ensuite « bleu » sur sa feuille.

Après avoir compté les rouges, elle s'attend à compter les bleus, c'est-à-dire à rester sur le même critère. Elle essaie cependant d'intégrer la consigne « compte les carrés » en redisant pour elle-même « carrés ». Le conflit entre son attente et la réalité l'amène à élaborer une consigne intermédiaire « compter les carrés bleus ». Ce qu'elle fait effectivement (2+1=3). Mais lorsqu'elle écrit « bleu » sur la feuille au lieu de « carré » ou « carré bleu » elle révèle à quel point il lui est difficile de se décentrer de son désir initial de compter les bleus.

La charge cognitive et affective qu'entraîne cette situation est telle qu'elle n'est plus disponible pour percevoir tout le sens de mon discours quand j'essaie de rétablir la consigne. ; ainsi elle persiste dans son projet en écrivant « 3 » à côté de « bleu ». Cependant elle est déstabilisée par mon intervention et perçoit qu'il y a un problème ; devant son impossibilité à le résoudre elle régresse sur le sens de la symbolisation du tableau en comptant non plus les nombres mais les symboles :

A ce moment-là je suis moi-même déstabilisée par cette confusion à laquelle je contribue en lui disant « *Alors tu dis qu'il y a 3 carrés ...* »

Cette difficulté de décentration par rapport à ses projections est telle qu'au moment de la vérification elle ne peut même plus envisager la réalité concrète : elle ne « voit » que 2 carrés (bleus). Il me paraît important de souligner ici une double nécessité pour aider Magali à dépasser ses difficultés :

- le feed-back de la situation
- l'accompagnement individuel de l'adulte

Le seul feed-back de la situation, ou le seul étayage de l'adulte ne peuvent permettre de résoudre le conflit. C'est la conjonction des deux qui va favoriser l'émergence progressive du sens.

Au moment de la correction sur la feuille nous voyons encore à l'œuvre la prégnance de l'association qu'elle a effectuée entre les 2 consignes. Elle semble faire le raisonnement suivant : « *puisque « compter les bleus » était erroné c'est donc que « compter les rouges » était erroné aussi* ». Ceci confirme les hypothèses interprétatives de son comportement au cours de cette activité. Magali ne peut intégrer l'information qu'elle reçoit car elle ne correspond pas à ses attentes, à ses désirs, à sa propre représentation de la situation.

Ce n'est pas un problème de compréhension au sens commun du terme. Il s'agit d'une difficulté de décentration par rapport à ses projections subjectives qui l'empêche d'établir un rapport distancié et objectif avec la situation mathématique.

Cette attitude est peut-être à mettre en relation avec les mécanismes de défense qu'elle a mis en œuvre pour protéger une image de soi dévalorisée : c'est-à-dire transformer la réalité source de déception en y projetant ses propres désirs et pensées.

Au cours de la 3ème séquence « compter les bleus » on assiste à l'émergence de la capacité de distanciation.

Elle commence d'abord à effectuer le calcul puis elle demande confirmation

de la consigne « *Combien y a de bleus ?* »
Cela témoigne du fait qu'elle a perçu que son interprétation pouvait être en décalage avec la réalité de la consigne et qu'il est nécessaire qu'il y ait adéquation entre les deux.

<u>Son comportement au cours de la 4ème séquence : « compter les ronds »,</u> consigne qu'elle se donne elle même, révèle l'hypersensibilité au moindre obstacle.

Elle commence à compter les 2 grands ronds bleus mais elle est perturbée par le « O » (zéro) des grands ronds rouges.

Devant cet obstacle conjugué à ses difficultés de calcul elle abandonne l'action de comptage et régresse en dénombrant les symboles.

Au cours de la vérification elle a encore des difficultés à appréhender la réalité concrète en dénombrant 5 ronds au lieu de 7.

Le feed-back de la situation et la réflexion qu'il suscite lui permet de prendre conscience de son erreur et de l'expliciter.

La dernière séquence est réussie sans problème.

Malgré les difficultés que Magali a rencontrées au cours de cette activité et le malaise qu'elles ont pu provoquer il faut souligner l'investissement, la persévérance et la concentration dont elle fait preuve jusqu'au bout.

En conclusion, au cours de cette activité nous voyons à l'oeuvre de façon manifeste la problématique dominante de Magali qui consiste en une difficulté de décentration par rapport à ses projections subjectives qui l'empêche d'établir un rapport distancié et objectif avec les situations problèmes et donc de les résoudre. Ce comportement sera observé à plusieurs reprises au cours des autres séquences d'observation.

Nous constaterons également des difficultés d'organisation des actions qu'elle ne peut planifier ainsi qu'une hypersensibilité aux perturbations ou aux obstacles.

DIFFERENTES PHASES DE L'AIDE

<u>PROJET ET CADRE REEDUCATIFS</u>

En s'appuyant sur son désir de dépasser ses difficultés et sur son investissement dans la relation duelle, il s'agira d'aider Magali à appréhender la réalité du savoir mathématique en lui faisant expérimenter progressivement que la conquête de ce savoir peut être source de satisfaction.

Parmi les objectifs de la rééducation déjà énoncés ceux qui paraissent les plus importants à atteindre pour Magali sont les suivants :

- Etablir un rapport objectif et distancié avec le savoir mathématique.

- Faire découvrir le plaisir du fonctionnement intellectuel.

Concernant les concepts mathématiques il s'agira de l'aider à reconstruire la numération.

Chaque séance de rééducation a lieu une fois par semaine et se déroule en trois temps :

1) Une séquence - jeu où l'adulte et l'enfant ont un rôle équivalent. Il s'agit

d'un jeu de cartes qui fait intervenir le hasard et la stratégie. De ce fait, la partie peut être gagnée aussi bien par l'enfant que par l'adulte.

2) L'activité mathématique à partir d'une situation proposée par l'adulte.

3) Un dessin à deux. Cette dernière séquence permet d'instaurer un espace de rencontre, d'échanges entre l'adulte et l'enfant autre que les mathématiques. Elle favorise l'installation de la relation inter - subjective et permet à l'enfant d'exprimer son imaginaire et de soulager les tensions éventuelles.

Cette séquence, ainsi que le jeu initial ont souvent été indicateurs significatifs de l'évolution de l'enfant.

Au fur et à mesure de cette évolution Magali manifestera de plus en plus d'initiative et de créativité, surtout dans le dessin et apportera des commentaires verbaux complètement absents au début

Je vais présenter l'analyse de quatre séances de rééducation consécutives, situées en début de rééducation, car elles apparaissent comme les plus significatives du processus de changement de Magali aussi bien dans son rapport au savoir que dans la reconstruction de la numération.

Nous avons travaillé au cours de ces séances à partir d'une situation sur la numération dont voici la présentation.

PRESENTATION DE LA SITUATION - NUMERATION

OBJECTIF

- Reconstruire la numération décimale
- Donner du sens à la symbolisation de la numération, c'est-à-dire à l'écriture usuelle.

CONCEPTION DE LA SITUATION

- Matériel

- 5 boîtes

- Dans chaque boîte un certain nombre d'enveloppes (de 7 à 15)

- Dans chaque enveloppe un certain nombre de jetons.

- Pour une même boîte le nombre de jetons de chaque enveloppe est identique.

- Rien n'est écrit ni sur les enveloppes ni sur les boîtes.

Exemple :

Nombre d'enveloppes→ dans les boites

9E	**12E**	**11E**	**7E**	**15E**
1	**3**	**5**	**8**	**10**

Nombre de jetons dans les enveloppes

- L'enfant doit constituer une collection de jetons dont le nombre est donné (désignation écrite et orale) en prenant les enveloppes nécessaires.

La vérification se fait par le dénombrement de la collection constituée.

- **Les boîtes symbolisent le nombre qui préside au regroupement.**

Outre les dizaines et les unités nous avons mis d'autres bases de regroupement pour que l'enfant redécouvre progressivement la spécificité de la numération décimale.

L'objectif final de la situation étant que l'enfant supprime les autres boîtes : la solution optimale pour réussir, quel que soit le nombre demandé , est de se servir des dizaines et des unités.

- **Les enveloppes symbolisent le regroupement.**

Nous avons également mis les unités dans une enveloppe pour symboliser la classe des unités au même titre que la classe des dizaines et ultérieurement celle des centaines.
L'ensemble du dispositif a pour but de favoriser les relations d'équivalence entre les différents niveaux de la numération.

- **Variables didactiques**

On fera varier, dans la progression de la situation :

- les nombres qui président au regroupement pour chaque boîte
- le nombre d'enveloppes dans chaque boîte
- le nombre de jetons que l'on demande.

Ceci en fonction des obstacles que l'on jugera utile de créer pour favoriser la construction de la numération par l'enfant.

ANALYSE DES SEANCES

SEANCE 2
SITUATION NUMERATION
Séquence 1
Nombre d'enveloppes→ dans les boites

15E	7E	11E	12E	9E
10	**8**	**5**	**3**	**1**

Nombre de jetons dans les enveloppes

NOMBRES DEMANDES :
74 - 91 - 103 - 82

L'observation du contenu des boites et leur rangement sont effectués avec aisance et rapidité.

APPROPRIATION DE LA SITUATION :
RAMENER 74 JETONS

- **Modèle implicite de résolution : 7 + 4**

Magali ne peut ni agir ni demander de l'aide verbalement. Son sourire gêné, ses appels du regard en témoignent. La difficulté entraîne une inhibition générale.

Je dois prendre en charge la situation de communication ce qui permet à Magali de dire pourquoi elle ne peut agir « *ya pas de 4 ni de 7* » et de soulager la tension.

Mais cela ne lui permet pas de débloquer l'action malgré les encouragements : elle ne peut envisager un autre modèle de résolution.

- **Etayage** :

J'aide Magali à écrire 74 sous forme additive : 10 + 10 ... + 4

Ceci lui permet de s'engager vers le modèle de résolution.

•Ebauche du modèle de résolution pour les dizaines blocage pour les unités.

Elle retrouve le sourire et réserve 7 enveloppes de 10 mais replonge dans la perplexité car elle ne peut résoudre le problème des unités.

Elle adopte la même attitude que précédemment ; appels du regard, mais avec moins de tension;

Mes interventions l'aident à formuler la raison de son blocage *« y a pas de 4 »* et à proposer une solution *« Est-ce qu'on peut les enlever les enveloppes ? »*

L'échange qui s'ensuit et l'aide que je lui apporte lui permet de résoudre le problème. Au cours de cette phase Magali commence à affronter la difficulté avec plus de dynamisme.

•Vérification

Elle prend en charge la vérification de manière autonome. La stratégie est efficace, la voix et les gestes sont plus assurés. Elle réinvestit le comptage de 10 en 10 avec aisance et se montre capable de relier les écritures usuelles et additives de 74 aux enveloppes qu'elle a ramenées. Le plaisir de la réussite apparaît nettement.

MISE EN ŒUVRE DU MODELE IMPLICITE DE RESOLUTION

•Ramener 91 jetons

Après quelques tâtonnements vers les boîtes 8 et 1 Magali réinvestit le modèle de résolution de manière autonome.

Elle prend en charge la vérification avec assurance, méthode et application.

Toute son attitude exprime la satisfaction d'avoir réussi.

•Ramener 103 jetons

Elle s'engage dans l'action avec entrain.

L'expérience de la réussite et le sentiment de maîtrise de la bonne stratégie renforcent sa position.

De ce fait elle est juste étonnée, mais pas déstabilisée, quand elle constate qu'il manque une enveloppe de 10 en raison d'une erreur de manipulation.

EXPLICITATION PARTIELLE DU MODELE DE RESOLUTION

•Ramener 82 jetons

Le lien entre les 8 dizaines de 82 et la présence de la boîte 8 entraîne une régression au modèle 8 + 2 ce qui montre bien que le modèle de résolution est encore empirique et lié aux circonstances.

A la fin de cette phase apparaît pour la première fois de façon manifeste la distanciation face à l'action et la capacité d'analyser et d'expliciter ses démarches.

Sa première formulation contient beaucoup d'implicite :

« Pasque j'avais compté 8 ; ça faisait 8 et 2 .... et puis j'ai pris 10 »

mais, alors même que je n'en demande pas plus, elle tient à la reprendre et à la compléter en donnant la preuve :

« Pasque si j'avais pris 8 et 2 ça aurait fait 10 »

Ce moment est très important. A travers cet acte de parole Magali révèle et se révèle à elle-même :

- d'une part la capacité de raisonner explicitement sur ses démarches c'est-à-dire d'utiliser la fonction argumentative du langage, elle qui est si économe de ses paroles.

- d'autre part sa capacité à donner du sens à la numération en récusant ses représentations erronées.

Ainsi au cours de cette séance Magali amorce un changement significatif dans son rapport au savoir et dans la construction de la numération dont nous avons surestimé la solidité en préparant la séance suivante.

ANALYSE DE LA SEANCE 3

SEANCE 3
SITUATION NUMERATION
Séquence 2

Nombre de jetons ➔12 10 9 4 1 dans les enveloppes
Nombre carrés ➔15 10 9 2 1 dans les enveloppes

NOMBRES DEMANDES: 83 - 129

Au cours de cette séance nous avons conjugué plusieurs obstacles que Magali n'était pas prête à surmonter.

Nous avons ajouté un autre support matériel : des carrés en papiers, pour empêcher que la construction de la numération soit dépendante d'un seul matériel concret et en vue de l'introduction des centaines.

Nous avons introduit le nombre 129. Jusqu'alors Magali a travaillé soit avec des nombres de 2 chiffres, soit avec un nombre de 3 chiffres n'excédant pas 10 dizaines. Au cours de l'évaluation nous avions observé qu'elle pouvait dire « *102 c'est 10 paquets de 10 et 2* » (modèle qu'elle a appliqué à la séance précédente), mais qu'en revanche elle ne pouvait indiquer le nombre de dizaines pour 113.

De plus nous avons constitué les boîtes avec des nombres pièges en référence à 129 : 12,9,2.

J'ai donné une consigne trop complexe qui a été source de malentendus.

S'est ajouté à cela ma propre difficulté à gérer la situation pour apporter l'étayage cognitif approprié.

Dans la confusion que tout cela a entraîné je n'ai pu identifier sur le champ les différentes stratégies de Magali pour lui apporter l'interaction adaptée. On peut dire qu'il y a eu des déstabilisations contagieuses.

Néanmoins cette séance n'a pas été négative.

Si elle a confirmé les difficultés déjà constatées chez Magali elle a en même temps révélé sa capacité à les dépasser et à poursuivre le changement amorcé à la séance précédente.

Cette séance confirme aussi à quel point la conception de la situation et de ses variables didactiques ainsi que l'attitude de l'adulte sont déterminantes de l'échec ou de la réussite de l'enfant.

DEROULEMENT ET ANALYSE DE LA SEANCE.

- **Rangement des boîtes de jetons - Ramener 83 jetons.**

Ces deux activités sont effectuées avec aisance.

- **Introduction des boîtes de carrés - Rangement des boîtes.**

L'introduction de ce nouveau matériel ne pose pas de problème à Magali. La perturbation surgit au moment du rangement des boîtes qu'elle doit effectuer parallèlement aux boîtes de jetons. Elle s'attend à ce que les nombres des boîtes de carrés soit identiques à ceux des boîtes de jetons, ce qui est effectivement le cas pour trois boîtes (1, 9, 10). De ce fait elle essaie de faire correspondre les boîtes, ce à quoi bien sûr elle échoue. Malgré mes précisions elle reste déstabilisée par le fait que la situation ne corresponde pas à ce qu'elle attendait.

La perturbation que cela entraîne rend difficile le rangement des boîtes qui dans un autre contexte était performant.

Nous retrouvons là sa problématique de décentration que nous avions déjà observée.

- **Ramener 83 carrés**

La stratégie de résolution est correcte mais il y a une erreur de manipulation (9 enveloppes de 10 au lieu de 8) non élucidée. Cela induit un malaise chez Magali et constitue une deuxième perturbation.

- **Consigne complexe - Nombre complexe : 129**

\- La consigne donnée est la suivante :

« *Voilà le nombre de jetons et ensuite de carrés que je voudrais que tu me ramènes (129). Alors tu commences par ce que tu veux : soit les carrés, soit les jetons* ».

\- <u>1er Essai.</u>

Dans un premier temps Magali croit qu'elle doit ramener le nombre avec des jetons et des carrés mélangés. Cette interprétation erronée est due à la fois au peu de clarté de la consigne et à l'attirance effectuée par le nombre 2 de la boîte de carrés, ceci en raison du modèle de résolution sous-jacent qui est le suivant :

● **1 enveloppe de 10 jetons pour le « 1 » de 129**
● **1 enveloppe de 2 carrés pour le « 2 » de 129**
● **1 enveloppe de 9 carrés pour le « 9 » de 129**

J'interviens pour qu'elle ramène un seul matériel mais je ne l'aide pas réellement à sortir de la confusion dans laquelle elle se trouve.

Elle repose les enveloppes de carrés, remplace celle de 2 carrés par 2 enveloppes de 1 jeton et ramène donc 12 jetons.

- Au 2 ème essai elle ramène :

● **10 enveloppes de 10 jetons**
● **1 enveloppe de 9 jetons**
● **un nombre pris au hasard (5) d'enveloppes de 1 jeton**

Elle commence donc à élaborer un modèle de résolution adapté puisque la centaine et les unités sont réalisées en référence peut-être à la désignation orale et au modèle déjà construit pour 103. Ce qui fait obstacle c'est le nombre 2 dont elle ne peut identifier la symbolisation.

La déstabilisation inhérente aux épisodes précédents conjugué à cet obstacle impossible à franchir entraîne ce comportement aberrant de prendre des enveloppes au hasard.

Au cours de la vérification elle réservera 2 enveloppes parmi les 5 enveloppes de 1 jeton en référence sans doute au « 2 » de 129.

- Au début du 3ème essai, la confusion dans laquelle elle se trouve est telle qu'elle recommence à vouloir prendre des carrés à la place des jetons, sans doute attirée par la boîte 2.

En réponse à mes sollicitations, elle s'engage ensuite vers la stratégie de prendre 10 enveloppes de 10 jetons pour la centaine qu'elle commence à exécuter mais le voisinage de la boite 12 (à côté de la boite 10) a l'effet d'un déclic et elle abandonne la boîte 10 pour prendre une enveloppe de 12 jetons. Sans doute a-t-elle pensé qu'elle avait enfin la solution à son problème. Mon intervention inappropriée et l'anticipation du caractère erroné de sa stratégie, qu'elle doit réaliser à ce moment-là, ont un effet de blocage.

Le dialogue qui s'ensuit lui permet d'expliciter la raison de son blocage et de tenter une autre solution.

CP - Quel est le problème dis-moi ?...
Qu'est - ce que tu as pris là, comme enveloppe ?

M - Y en a 12 là.

CP - Y en a 12. Et alors qu'est-ce qui te manque maintenant ?

M - 9.

CP - 9 ?

Magali reste bloquée.

CP - Et alors quel est le problème Magali ? Hein ?

Elle sourit, gênée mais ne répond pas.

CP - Quel est le problème ?

M - ...

CP - Tu ne peux pas prendre 9 jetons ?

M - Si

CP - Si. Et alors qu'est-ce qui te pose problème ?

M - Le 12 et le 9.

CP - Le 12 et le 9 !

M - Parce que ça fait 21.

CP - Eh oui ça fait 21. Donc ça ne va pas marcher si tu me ramènes ça.
Donc il faut trouver une autre solution pour que ça marche.

Bien que convaincue que son modèle de résolution est erroné elle ne peut abandonner complètement sa stratégie. Ainsi elle garde l'enveloppe de 12 mais remplace les 9 unités par 9 dizaines et elle ramène :

- **1 enveloppe de 12 jetons**
- **9 enveloppes de 10 jetons**

Elle semble penser au moment de la vérification de l'enveloppe des 12 jetons que cela ne marchera pas mais elle ne peut le dire et mon attitude, trop rigide, ne lui permet pas de le faire.

Je tente ensuite de l'aider à trouver la solution pour le 4 ième essai, en comptant avec elle, de 10 en 10 à partir de 90 jusqu'à 129.
Elle dit avec le sourire : « ***J'ai envie d'en ramener 20*** » elle ne répond pas directement à ma question qui était « ***qu'est-ce qui manque à 90 pour avoir 129 ?*** » mais elle répond à la question fondamentale qu'elle se pose plus ou moins consciemment depuis le début: « ***A quoi correspond le 2 de 129 ?*** »

Il semble qu'elle ait résolu le problème en analysant la partie « 29 » du nombre en prenant sans doute appui sur la désignation orale, puisqu'elle décide de ramener « 20 et 9 ». La centration sur cette partie du nombre qui l'a aidée à trouver la solution l'empêche momentanément de prendre en compte simultanément tous les paramètres du nombre : elle oublie la centaine.

Au cours de la vérification finale, quand elle ajoute la centaine, son modèle de résolution est : 100 + 20 + 9. J'ai, là encore, une intervention inappropriée en ne l'acceptant pas et en lui imposant mon modèle : 120 + 9 en raison de mon souci de l'amener à appréhender les 12 dizaines de 129. Ce souci était légitime mais prématuré eu égard au lourd contexte de cette séance. Ceci montre bien à quel point il peut être difficile parfois d'être réellement à l'écoute de l'enfant, c'est à dire de pouvoir différer, laisser de côté son propre projet au profit de celui de l'enfant quand cela est nécessaire.

Si elle reprend le modèle que j'ai induit pour les 129 carrés qu'elle ramène sans problème, au cours de la séance suivante elle reviendra à son propre modèle.

Au cours de cette séance l'attitude de Magali révèle son malaise face à toutes les difficultés qu'elle rencontre. Elle parle du bout des lèvres, d'une voix peu assurée. Ses regards et ses postures expriment son attente à mon égard. Elle est aussi aux aguets de mes réactions : elle essaie de repérer à travers mes réactions si elle a réussi ou échoué et comment je vais prendre son échec.
Elle ne peut demander de l'aide verbalement et je dois à chaque fois prendre en charge la situation de communication pour l'amener à exprimer ce qui lui pose problème. Chaque fois que j'interviens sa tension baisse, elle se met à sourire, soulagé sans doute de ne plus être seule face à son problème.

A plusieurs reprises je n'ai pas assuré l'étayage cognitif approprié, en revanche je crois avoir assumé avec sérénité les difficultés de Magali, ayant confiance en ses possibilités de les dépasser ultérieurement.

ANALYSE DE LA SEANCE 4

SEANCE 4
SITUATION NUMERATION
Séquence 3

JETONS	**15 10 9 4 1**
CARRES	**15 10 9 2 1**

NOMBRES DEMANDES :

75 137 127 145 109
NOMBRE PROPOSE PAR L'ENFANT : 159

En raison des congés scolaires et des jours fériés, cette séance s'est déroulée un mois après la précédente.
Eu égard aux difficultés de la séance trois, nous avions décidé de minimiser les obstacles dans le choix des nombres.

Nous observons au cours de cette séance trois phases significatives :

- La première phase est celle de la mise en oeuvre et du perfectionnement du modèle de résolution et de l'expérience progressive de la maîtrise.

- La deuxième phase est celle de l'institutionnalisation de la connaissance sur la numération.

- La troisième phase est celle de la mise en oeuvre maîtrisée du savoir sur la numération au cours de laquelle Magali commence à manifester le plaisir du fonctionnement intellectuel.

MISE EN OEUVRE DU MODELE DE RESOLUTION. EXPERIENCE PROGRESSIVE DE LA MAITRISE.

● **Ramener 75 jetons - carrés.**

Nous commençons avec un nombre facile « 75 » pour lui permettre de se réapproprier la situation. Magali réussit facilement avec les deux matériels successivement. Nous constatons la mise en place d'un rituel qui s'arrêtera après le 5 ième nombre (127 jetons) : elle vérifie le contenu des enveloppes pour les unités mais pas pour les dizaines.

● **Ramener 137 jetons.**

Magali réfléchit longuement derrière les boîtes. Cette attente est différente de celles déjà observées: je ne perçois pas d'appel. Elle réserve les unités, réfléchit encore un moment en regardant l'écriture du nombre et prend 13 enveloppes de 10.

Au cours de la vérification elle sépare les 13 enveloppes de 10: elle compte jusqu'à 100, met ce tas de côté, puis compte les autres « *10, 20, 30* ».

Elle utilise donc le modèle de résolution - fondé sans doute sur la désignation orale - qu'elle avait élaboré pour « 129 » à la séance précédente et non celui que j'avais induit et qu'elle avait repris dans l'instant.

Son attitude est réservée, autonome dans l'action, mais pas encore très assurée et elle reste dépendante de mon approbation.

● **Ramener 137 carrés - 127 jetons.**

Elle réussit avec aisance en utilisant le même modèle de résolution.
100 + 30 + 7.

Au cours des vérifications je la sollicite pour établir les équivalences : 130 carrés / 13 enveloppes, 120 jetons / 12 enveloppes qu'elle parvient progressivement à maîtriser.
Son attitude est de plus en plus dynamique, assurée. Elle est souriante et moins dépendante de mon approbation.

- **127 carrés.**

Elle cesse le rituel de vérification des unités et utilise spontanément le modèle 120 + 7.

INSTITUTIONNALISATION DE LA CONNAISSANCE

En réponse à ma question :

« *Est-ce que tu as besoin de toutes les boîtes pour me ramener les nombres que je te demande ?* »

Elle écarte les boîtes inutiles pour les jetons et les carrés.
Ainsi l'objectif de redonner son statut à la numération décimale est atteint. Cependant le lien entre les boîtes et leur désignation officielle, même s'il est établi empiriquement doit être explicité. C'est l'objet du dialogue qui suit :

CP - Alors qu'est-ce que tu as gardé Magali ?

M - Les « 1 » et les « 10 ».

CP - Tu sais comment on les appelle encore les 1 ?

M - Non.

CP - Comment vous les appelez en classe ?

M - Les unités.

CP- Et les « 10 » vous les appelez comment ?

M - Les dizaines.

A propos de cette phase importante, je voudrais faire deux remarques :

- Il était important que le lien entre les connaissances de la classe et la reconstruction de la numération en rééducation puisse s'établir « officiellement » pour éviter le clivage possible entre les mathématiques en classe et les mathématiques en rééducation.

Par ailleurs, le lien officiel des apprentissages c'est la classe. L'espace rééducatif permet une remise en oeuvre d'un rapport efficient avec le savoir et une réorganisation des connaissances pour que l'enfant puisse bénéficier des apprentissages dans sa classe.
De ce fait l'institutionnalisation des connaissances doit se réaliser en référence à la classe.

- Une deuxième remarque concerne l'utilisation du langage codifié, ici : dizaines et unités. Magali connaissait déjà ces termes mais elle ne les a utilisés que très rarement en rééducation. Ce n'est qu'à partir du moment où elle a reconstruit la numération que ce langage codifié peut être reproposé pour être investi avec tout le sens qu'il recouvre.

MISE EN OEUVRE MAITRISEE DU SAVOIR.

- **145 jetons - 109 carrés.**

Au cours de cette phase le changement d'attitude de Magali face au savoir est nettement perceptible. Elle s'engage avec plus de dynamisme et réussit rapidement la résolution pour les

deux nombres. Elle fait preuve de distanciation par rapport à son action dont elle peut anticiper le résultat avec assurance avant de procéder à la vérification.
Le plaisir de faire fonctionner sa maîtrise du modèle de résolution se manifeste notamment dans ses ponctuations verbales jusqu'alors très rares :

« Bon ! - Alors ! - Voilà ! »

● **Prise en charge de la situation Choix de poursuivre - Choix du nombre 159.**

Avec cette dernière séquence c'est Magali qui gère la situation.
Elle décide de poursuivre l'activité et elle choisit le plus grand nombre de la séance : 159. Le fait de lui avoir proposé d'arrêter ou de continuer, ainsi que de choisir le nombre a été important, non pas pour la construction de la numération puisque l'objectif était atteint, mais pour le renforcement de l'attitude face au savoir et face à l'adulte.
Le lien entre le savoir mathématique et l'enfant se met à exister de façon plus autonome : son attitude révèle une prise de distance par rapport à l'adulte : ses regards et son attention sont davantage centrés sur l'action réalisée que sur les réactions de l'adulte.

En choisissant de poursuivre avec un autre nombre elle fait durer le plaisir de la réussite, de la maîtrise et renforce ainsi, par les bénéfices narcissiques qu'elle en retire, son estime de soi.

ANALYSE DE LA SEANCE 5

SEANCE 5
SITUATION NUMERATION
Séquence 4

Au cours de cette séance nous avons modifié la situation de départ dans la répartition des rôles entre l'adulte et l'enfant. Ce n'est plus Magali qui va chercher les enveloppes; à partir du nombre donné elle doit me dire quelles sont les enveloppes que je dois ramener.

Nous avons introduit cette modification pour deux raisons :

- d'une part pour l'amener à énoncer le nombre de dizaines.

- d'autre part pour lui permettre de prendre en charge la situation en ayant un rôle de « supervision » à l'égard de l'adulte qu'elle fait agir et dont elle contrôle l'action.

Nous avons également proposé des nombres pouvant constituer des obstacles : 120, 172, 315, 273.

EVOLUTION DE LA CONSTRUCTION DE LA NUMERATION.

● Lorsqu'elle donne les consignes à l'adulte elle énonce d'emblée les unités mais les dizaines apparaissent plus progressivement,

156 : « *5 unités et 15 enveloppes ici* »

120 : « *12 enveloppes !* » ... « *des dizaines* »

172 : « *Alors aux unités il en faut 2 et 17 enveloppes aux dizaines* ».

- L'introduction des centaines est investie avec assurance, la présence des autres boîtes (20, 50, 70) s'est avérée superflue.

Nous constatons alors les trace de la difficulté à construire le statut des dizaines qui ne sont pas d'emblée explicitées et toujours prises et vérifiées en dernier pour 124-315-472.

Par exemple : pour 124 elle montre les boîtes correspondantes en disant : « *les unités, les centaines et ça* »

- Pour « 549 » où elle donne les consignes à l'adulte elle utilise l'ordre de lecture du nombre mais elle bute encore sur les dizaines: « *4 dizaines ... 40 dizaines ... non 4* ».

Sa rectification a sans doute été induite par l'expression de ma surprise.

- Elle est capable d'effectuer les équivalences entre les différents niveaux de numération avec de plus en plus d'aisance.

- Les nombres « difficiles » ne lui posent aucun problème.

EVOLUTION DU RAPPORT AU SAVOIR.

Le dynamisme, l'assurance, voire la désinvolture dont elle fait preuve témoignent de son plaisir à maîtriser les stratégies de résolution. Le ton de sa voix, son attitude corporelle, ses accompagnements verbaux et gestuels expriment sa jubilation: son sourire est épanoui, son regard pétillant, son attitude énergique et enlevée, le ton de sa voix assuré.

Elle n'est plus déstabilisée face à des obstacles ou des situations nouvelles:

- l'erreur d'unités à 156
- les nombres difficiles : 120 avec « 0 » unités, 172, 315.
- l'introduction des centaines et autres groupements.

Elle va plus loin dans la prise de risques en se donnant elle-même des défis à dépasser :

- Elle cherche spontanément à reconstituer le nombre 273 à la vérification.
- Pour la vérification des unités de « 129 » elle compte de 2 en 2.
- Elle choisit le nombre « 129 » pour l'exercice le plus difficile puisqu'il n'y a plus de support écrit.

Ce nombre est celui qui avait constitué un obstacle difficile à la séance 3.

Ce choix, conscient ou pré-conscient, est significatif. sans doute a-t-elle voulu prouver et se prouver qu'elle avait vraiment dépassé ses difficultés par rapport à la numération.

EVOLUTION DE LA RELATION AVEC L'ADULTE.

Son rapport à l'adulte commence à changer. La situation de supervision lui permet d'expérimenter un autre rôle, une autre position face à l'adulte, qu'elle investit avec efficacité et plaisir.

Elle me pilote, contrôle mon action, en évalue le résultat avec assurance et une certaine jubilation.

Cela lui permet aussi d'investir la parole différemment et de co-gérer la communication verbale, alors que jusque là elle s'exprimait surtout en réponse à mes sollicitations.

Cette prise de distance et d'autonomie face au savoir, face à l'adulte se manifeste également face au dispositif d'observation : elle ne regarde pratiquement plus la caméra. Ceci est le signe d'une réassurance narcissique qui n'est plus seulement reliée à l'approbation et au regard de l'adulte, mais qui s'enracine dans la prise de conscience de ses nouvelles possibilités, de son pouvoir personnel face aux mathématiques.

En cela Magali progresse vers une relation de plus en plus autonome avec le savoir mathématique.

CONCLUSION

Le travail rééducatif avec cette enfant s'est poursuivi jusqu'en novembre 1994 pour finaliser l'objectif de la rééducation.

L'évaluation finale de la rééducation fait apparaître que :

- Le sens de la numération et de sa symbolisation par l'écriture usuelle est reconstruit. Cette connaissance est reliée aux savoirs antérieurs et à ceux de la classe.

- Le rapport au savoir mathématique est nettement positif :

- L'appropriation des situations - problèmes s'effectue avec engagement, dynamisme, réflexion, autonomie, assurance et responsabilité.
- La capacité d'anticipation et la distanciation qu'elle nécessite est mise en oeuvre de manière efficace.
- Le plaisir du fonctionnement intellectuel se manifeste pleinement : le désir et le plaisir de faire des mathématiques est clairement exprimé : « *j'adore l'école, j'adore faire des maths* ». Magali cherche à dépasser ses limites, n'est plus déstabilisée par les obstacles potentiels et recherche même la difficulté.

- La relation avec l'adulte devient de plus en plus autonome et distanciée. Magali devient capable de co-gérer la communication avec l'adulte et de s'impliquer à part entière en tant que partenaire, aussi bien dans la communication que dans la gestion des différentes activités de la séance.

En conclusion, la différence de comportement et d'attitude qui se révèle à l'observation comparée des premières et dernières séances nous donne à penser que ce travail a permis à Magali non seulement de reconstruire des connaissances mathématiques mais encore de restaurer son estime de soi.

Bilan des enseignants de la classe.

Les résultats des évaluations font apparaître des progrès dans tous les domaines.

L'écart entre la moyenne de l'enfant et celle de la classe (celle-ci restant stable au cours de trois trimestres) est de :

- 5,30 au premier trimestre
+ 0,75 au deuxième trimestre
- 1,50 au troisième trimestre.

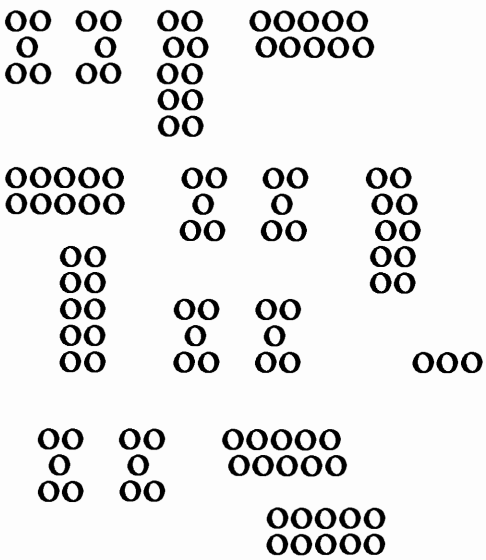
L'attitude face aux situations de recherche s'est améliorée sur certains points : elle s'engage davantage et fait preuve de réflexion. C'est sur le plan psychologique que l'action bénéfique de la rééducation apparaît le plus nettement : l'épanouissement et la prise d'assurance sont manifestes. Outre les effets positifs du travail rééducatif, le fait même de venir en rééducation est vécu par elle - même et les autres enfants comme un privilège ce qui lui donne une valorisation supplémentaire.

Cette évaluation sera confirmée par ses parents qui témoignent de leur satisfaction auprès de la psychologue.

Si le travail réalisé avec Magali permet de conclure positivement sur la pertinence de ce dispositif rééducatif pour cette enfant il reste à l'expérimenter avec d'autres enfants à la fois pour le mettre à l'épreuve et en approfondir les différentes composantes.

ANNEXE 1

FICHE NUMERATION

ECRITURE USUELLE	DESSINE LES JETONS	ECRITURE ADDITIVE
102		
		
		50 + 20 + 8

Le temps et la mémoire dans la classe
Le cas particulier des élèves en difficulté

Gérard Sensevy
Cirade Aix-en-Provence
Université de Provence

Introduction

Je décris ici tout d'abord quelques éléments d'un dispositif, le Journal des Fractions (Sensevy, 1994, 1996) dont la fonction consistait essentiellement à accroître la qualité du travail *épistémologique* de l'élève.

J'essaie ensuite brièvement de montrer comment quelques aspects de ce dispositif pourraient permettre d'envisager un certain type de traitement du cas des élèves faibles.

1. Travail épistémologique et élèves en difficulté

Je définis ici le travail épistémologique de l'élève comme un travail réflexif, déterminé par l'examen et l'étude de ses propres rapports aux objets de savoir qui lui sont inculqués. On sait que l'une des caractéristiques des élèves en difficulté, c'est justement la très petite part de réflexivité présente dans leur activité à l'école.

Je fais alors deux hypothèses :

- l'élève en difficulté est dépossédé, par l'institution-classe et par le processus global d'évaluation, d'un rapport *privé* aux objets de savoir.
- l'élève en difficulté est particulièrement un élève sans mémoire.

Sous cette description, le dispositif décrit dans ce qui suit peut donc s'interpréter comme une tentative pour doter l'élève, et en particulier l'élève faible, d'une *dimension privée* dans ses rapports aux savoirs, que l'étude lui aura fournie, et d'un *passé didactique*.

2. A propos du Journal des Fractions

Dans cette partie, je vais rapidement décrire les idées théoriques sur lesquelles le Journal est bâti, avant de présenter quelques productions d'élèves.

2.1 Aspects généraux

a. Aspect prototypique

Le Journal des Fractions se présente comme une institution-instrument prototype, dans le sens suivant :

- produit par des considérations de type théorique, il est fondamentalement destiné à être modifié, à la fois en fonction de l'évolution de la théorie et sur la base de ses insuffisances propres
- ses rapports avec l'écologie générale des connaissances et des savoirs dans la classe n'ont pas été suffisamment pensés
- il s'est greffé sur une transposition didactique classique, au plan des fractions, ce qui en limite la portée.

b. Le Journal des Fractions voudrait être un instrument (Koyré), c'est à dire un **objet phénoménotechnique**, dont les produits puissent fournir des éléments utilisables pour la théorisation.

c. Le Journal des Fractions constituait également un **dispositif d'apprentissage**, sans atteindre cependant à la complexité d'une ingénierie.

2.2 Le temps didactique et l'étude

a. Déconcertation cognitive et temps didactique (Chevallard, 1986 Mercier, 1992)

Soumis au défilement des objets de savoir, l'élève est, dans le contrat didactique classique, en état de déconcertation cognitive.

Le travail de l'élève est ainsi un travail en temps réel : l'élimination du différé, de l'étude et du travail dans la durée se fait sentir aussi bien dans le manque du travail de la technique, que dans le manque de réflexivité sur ce qui a été appris dans la classe.

Lorsqu'on veut réagir à cet écrasement de la durée personnelle de l'élève en promouvant des activités, celle-ci sont bien vite réduites par la pression temporelle de l'institution-classe.

Le postulat de base est alors le suivant :

pour perdurer, une "activité" doit faire avancer le temps didactique.

b. De l'élève achrone à l'élève chronogène

L'idée est donc de créer dans la classe une institution spécifique du retour sur le travail, et de la reprise, par l'élève lui-même, de ses connaissances, des rapports aux objets institutionnels.

2.3 La mémoire didactique et l'étude

a. Nécessité d'une mémoire didactique (Centeno et Brousseau, 1991).

Dans le contrat didactique classique, le maître peut fonctionner sans mémoire didactique.

Si une part importante de la gestion des connaissances est laissée aux élèves, l'apprentissage ne peut se faire qu'à partir du moment où la continuité entre les divers moments de l'apprentissage, et la connexité entre les connaissances, ou entre les divers statuts d'une même connaissance est au moins temporairement assumée.

C'est dire qu'une certaine historicisation du processus d'enseignement est nécessaire : " ce qui permet d'avoir des connaissances qui peuvent être décrites comme des savoirs immuables, déterminés, est le fait que ces savoirs puissent être l'histoire et la pensée de quelqu'un" (Centeno, 1995, p.196).

b. De l'élève amnésique à celui qui sait se souvenir

L'idée est donc de créer dans la classe une institution ou une certaine forme de travail de la mémoire didactique est dévolue à l'élève.

2.4 Descriptif du Journal des Fractions

Chaque élève a son Journal des Fractions.

- 1) En répondant à certaines questions du maître , les élèves explicitent dans le Journal des Fractions les rapports qu'ils ont à certains des objets d'enseignement dans ce domaine (Productions de première génération).

- 2) Le maître choisit certaines de ces explicitations (Sélection des Productions de Première Génération), qui contiennent en général une question pour ensuite les proposer à la classe entière.

Chaque élève est alors invité à travailler, toujours sur le Journal des Fractions, sur ces productions. (Il fabrique ainsi des Productions de Deuxième Génération).

- 3) Parmi ces productions de "deuxième génération" (productions à partir de productions d'élève) le maître en choisit certaines.
- 4) Ces productions sont soumises à un débat organisé qui réunit l'ensemble de la classe, et sont éventuellement résumées en Propositions.

Les critères du Journal

Critère fondamental : *Faire avancer la recherche mathématique de la classe. Est-ce que, avec ce que je montre, la classe pourra se poser des questions de mathématiques intéressantes?* *Comment ?* *En m'interrogeant moi-même à propos de questions mathématiques : auto-questionnement.* *Critère d'écriture.* *Il faut écrire des mathématiques, en utilisant correctement les symboles mathématiques que l'on connaît.*

2.5 Les effets attendus du Journal des Fractions

1° Partage de l'intention d'enseigner (Mercier)
2° Fenêtre sur les conceptions des élèves
3° Significations partagées par l'ensemble des élèves
4° Travail de la mémoire du système.
Constitution d' emblèmes. Gestes d'indication.
5° Chronogénéité

2.6 Un petit échantillon de productions d'élèves

a. Journal des Fractions.
Discussion : exemples
Voici un exemple de questions posées par les élèves.

1) Lorsqu'on inverse le Numérateur et le Dénominateur d'une Fraction, obtient-on le même nombre. Pourquoi? (Dimitri)

2) Je Divise 7 par 3, j'obtiens 2,3. Donc 2,3. x 3 = 7. Mais lorsque je multiplie à la calculette 3 par 2,3, je n'obtiens pas 7.Qui a juste? La calculette ou moi? (Geoffrey)

3) Je cherche comment passer en multipliant de 24 à 32 et de 32 à 24. Je trouve O,75 et 1,3.Mais je ne sais pas où il faut placer O,75 et 1,3. (Stéphanie)

4) Question de Nicolas : peut-on trouver une application linéaire et sa réciproque facilement avec des nombres décimaux ? Essayez de trouver un ou des exemples qui répondent à la question.

5) Pb de Jean-Marie (Nb premiers).
Comment faire pour trouver les opérateurs qui permettent de passer d'un nombre premier à un nombre premier (par exemple de 23 à 11 et réciproquement) ?

6) Une application linéaire et sa réciproque peuvent-elles avoir toutes deux une partie décimale illimitée (Maud)?

7) Soustraction de Audrey.
2/3 - 2 = ?

8) 2 : 3/4 = 3/8
3/4 : 2 = 6/4
Qu'en pensez-vous ?

b. Je divise 7 par 3

"Je divise 7 par 3, j'obtiens 2,3. Donc 2,3. x 3 = 7. Mais lorsque je multiplie à la calculette 3 par 2,3. je n'obtiens pas 7. Qui a juste ? La calculette ou moi?" (Geoffrey, S1G)

7 : 3 = 2,3. 3 x 2,333 = 6,999
Cela ne peut pas donner 7 puisque dans 2,3. il y a une infinité de 3 donc ça ne donnera jamais 7.
Ex 3 X 2 = 6 3 X 0,3. = 0,9.
6 + 0,9. = 6,9." (Sami, 2G)

"J'ai fait l'expérience :
7 : 3 = 2,333333 x 3 = 7
mais si on fait 7: 3 = 2,3. x 3 = 6,9.
Je pense que c'est le nombre de 3 qui fait 7" (Nicolas, 2G)

"Quand on fait 7:3 = 2,3. donc la calculette sait qu'il y a des 3 à l'infini.
Mais maintenant, si on appuie sur ON/C et que l'on fait 2,333333 on ne peut pas mettre tous les 3 que l'on veut et donc ça donne 6,999999" (Jean-Marie, 2G)

"7/ 3 = 2,3. On ne peut pas calculer quelque chose d'infini . 2,3. x 3 = 6,9.
Il faut faire une approximation: 0,3. x 3 = 0,9. mais on dit que ça fait 1.
ex : 10 : 3 = 3,3. 3.3. x 3 = 9,9.
9,9. ~ 10
La calculette et vous, vous avez tous les deux raisons, suffit d'approximer."
(Hélène, 2G).

c. Emblématisation

"le travail le plus intéressant est celui où au tableau il y avait 29,7 sur 42, et il fallait trouver une approximation. Patrick avait trouvé 0,75. Voici un exemple du procédé :
29,7 / 42 ~ 30 / 40 = 3/4 = 0,75"
(Sarah, 1G)

"Aussi, il y a la méthode de Patrick quand Brigitte a donné des longueurs, il fallait trouver l'ordre de grandeur et je ne le trouvais pas. Maintenant, quand il y a un ordre de grandeur à trouver, je pense à l'idée de Patrick, donc je trouve". (Cécile, 1G)

"C'est la petite anecdote qui s'est passée en dessin : le maître nous donna la division 29,7 par 42 à faire mentalement (et approximativement). Et au lieu de faire la ressemblance avec 3/4, j'ai commencé à faire 30.40. Donc, on pourrait peut-être s'exercer à faire des exercices de ce type. On a une feuille blanche et le maître nous dicte : 22/48 - 13/77 - 0,29/0,38... Ainsi pourrait-on créer un bon exercice de calcul mental qu'on pourrait intégrer dans l'atelier mathématique."
(Maud, 1G)

3. Le cas des élèves en difficulté : quelques éléments de réflexion

a. Par modification du clivage public-privé, on peut permettre à l'élève de "construire du privé". Cela signifie en particulier que le rapport de l'élève aux objets de savoir va pouvoir se libérer un peu du modèle magistral : on sait que les élèves en position basse dans les classements scolaires ont beaucoup de difficulté à construire des connaissances "personnalisées". Dès lors où il devient légitime, dans la classe, de s'interroger et d'étudier sans contrainte immédiate, des éléments réducteurs du contrat didactique peuvent être redéfinis.

b. Par le choix des productions d'élèves en difficulté comme sources d'activité ou comme emblèmes, on peut aider ces élèves à trouver une place dans le fonctionnement de la classe et l'avancée du travail. Ils trouvent ainsi des profits "symboliques" à *prendre part* à l'activité scolaire.

c. Par la "mise en réseau" des élèves avancés avec les élèves en difficulté, ces derniers peuvent recevoir et reconstruire des connaissances. C'est une des fonctions du processus d'emblématisation que le dispositif décrit favorise. La situation de tutorat élève avancé-élève faible est ainsi systématisée et exploitée.

d. La nature du travail accompli dans des dispositifs de ce type oblige les élèves en difficulté à concevoir d'autres rapports, plus "épistémologiques", à la mémoire et au temps. Les connaissances épistémiques, souvent implicites, qui constituent pour une part l'arrière-fond à partir duquel les objets de savoir prennent sens, peuvent être alors rencontrées par ces élèves.

Références

Brousseau, G. & Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactiques des mathématiques,* 11, 2-3, pp 167-210, Ed La Pensée sauvage, Grenoble.

Chevallard Y. (1981). *Pour la didactique,* Marseille, Publications de l'IREM.

Chevallard Y. (1986). Sur la notion de temps didactique, *Actes de la Quatrième école d'été de didactique des mathématiques*, IREM Paris VII

Chevallard, Y. (1990). Sur la déconcertation cognitive, *Interactions didactiques,* n°12, Université de Genève et de Neuchâtel.

Centeno, J. (1995). *La mémoire didactique de l'enseignant,* Thèse Posthume, LADIST Bordeaux.

Mercier, A. (1992). *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique.* Bordeaux, Thèse de Didactique des Mathématiques.

Sensevy, G. (1994). *Institutions didactiques, régulation, autonomie. Une étude des fractions au Cours Moyen.* Thèse en Sciences de l'Education. Université de Provence.

Sensevy, G. (1996). Le temps didactique et la durée de l'élève. Une étude de cas au cours moyen : le Journal des Fractions. A paraître dans *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol 16, n°1, Ed La Pensée sauvage, Grenoble.