C O P I R E L E M

(Commission permanente des I.R.E.M pour l'enseignement élémentaire)

ACTES

XXIV^{EME} COLLOQUE DES FORMATEURS ET PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES CHARGES DE LA FORMATION DES MAITRES

Impression : IREM Paris VII
Université de Paris VII
Denis Diderot

IREM de Lyon,
IUFM de Lyon,
Centre Local de Saint-Etienne
12, 13 et 14 mai 1997

à Hervé

Nous tenons à remercier:

la Municipalité Stéphanoise,
la M.A.F.P.E.N. de Lyon,
l'I.U.F.M. de Lyon,
son Centre Local de Saint Etienne,
l'Unité de Coordination des mathématiques,

pour l'aide et le soutien qui a permis le bon déroulement du colloque et la publication de ces actes.

Martine et Nadine pour la mise en page.

Mesdames et Messieurs et chers collègues,

La COPIRELEM tient, avant tout, à dédier ce colloque à la mémoire d'Hervé PEAULT.

Hervé nous a quitté le mois dernier, après, comme il est convenu de le dire, une longue maladie. Hervé était professeur de mathématiques à l'IUFM d'Angers et responsable de l'IUFM d'Angers. Il était un membre très actif de la COPIRELEM, souvent appelé pour des missions. Nous appréciions sa rigueur professionnelle et sa chaleur humaine. Nombreux sont ceux, ici qui ont collaboré avec lui. Jusqu'au dernier moment, il a travaillé, apportant en particulier sa contribution déterminante à un tout récent travail d'édition.

La COPIRELEM adresse, à nouveau, toute sa sympathie à sa femme et ses deux fils.

Pour ce XXIV° colloque, qu'il nous soit avant tout permis de remercier :

La municipalité de Saint Etienne pour sa contribution active au bon fonctionnement de ce colloque, L'office du tourisme pour la grande disponibilité de son personnel.

Monsieur le Directeur de l'IUFM de Lyon pour l'aide apportée par l'IUFM et pour sa participation à ce colloque.

Monsieur le Directeur du site de ST Etienne pour sa collaboration efficace.

La Mission académique de formation du rectorat de Lyon pour son engagement dans ce colloque, ainsi que les collègues de l'UCD de mathématiques de l'IUFM de Lyon,

Enfin, je remercie tout particulièrement notre collègue lyonnais de la COPIRELEM Jean-Paul DUPLAY qui a su mener à bien l'imposant travail d'organisation de ce colloque.

Ce colloque est donc le XXIV° colloque organisé par la COPIRELEM. Il est centré sur les savoirs de formation. Cette année, nous sommes 110 participants regroupant toutes les catégories de personnels intervenant dans la formation initiale et continue des professeurs des Ecoles en IUFM ou s'intéressant aux problèmes de l'école élémentaire : Directeurs d'IUFM, enseignant-chercheurs, Professeurs d'IUFM, IEN, IMF, IMFAIEN ainsi que professeurs de collèges et de lycées.

Le colloque annuel de la COPIRELEM est un lieu d'échanges et de réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'élémentaire et maternelle et sur la formation des maîtres. C'est un moment important dans la diffusion des recherches sur la formation, des expériences et des pratiques de formation.

J'en profiterai pour rappeler les missions essentielles de la COPIRELEM :

La première mission de la COPIRELEM est historiquement de coordonner, d'animer et d'impulser les recherches effectuées dans les IREM de France concernant l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire et maternelle.

En fait, son action dans ce domaine s'est élargie : En effet, depuis sa création en 1973, la COPIRELEM a joué un rôle important dans la diffusion, auprès des formateurs du premier degré, des recherches sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Ce furent tout d'abord les recherches effectuées dans les IREM, mais aussi les résultats des travaux de l'INRP. Rapidement, la COPIRELEM a contribué à faire connaître les résultats des recherches universitaires en didactique des mathématiques. Par exemple, depuis le colloque de Chantilly en 1994, nous tenons à réserver une place spécifique à la communication des plus récents travaux de recherche en didactique des mathématiques et voisines. Cette années se sont 7 communications qui vous sont proposées.

Enfin, la création des IUFM, et le souhait de tous, d'y développer des lieux de recherche encourage la COPIRELEM à y apporter sa contribution. Rappelons que ce colloque est aussi l'occasion, pour les enseignants en IUFM engagés dans des recherches de faire connaître leurs travaux.

La deuxième mission se situe en direction des formateurs des professeurs :

Les actes de chacun des colloques constituent un élément essentiel de la mémoire des formateurs de professeurs.

De plus, depuis 6 années, la commission organise un stage national Direction des Ecoles de « production de documents pour la formation des professeurs d'Ecole en Didactique des mathématiques ». 5 brochures témoignent de ce travail et proposent aux formateurs en IUFM des situations de formation facilement utilisable en formation initiale et continue. Ces brochures contribuent à l'intégration des nouveaux formateurs en mathématiques en IUFM. Ces brochures sont diffusées par l'IREM de PARIS VII.

La troisième mission est une action de régulation des actions de formation initiale et continue des professeurs des Ecoles, en particulier dans le cadre des IUFM et des liens avec le Ministère de l'Education Nationale et particulièrement avec la Direction des Ecoles : je prendrais quatre exemples :

- La Commission a engagé une réflexion commune avec la commission inter-IREM premier cycle sur l'enseignement de la géométrie notamment dans le cadre de la liaison école-collège.
- Une collaboration avec la DE, a aboutit cette année à la diffusion du texte COPIRELEM sur « l'enseignement à des élèves en difficulté » dans toutes les circonscriptions primaires de France.

Je rappelle qu'en 1994, sur demande du Ministère, la COPIRELEM avait proposé un texte cadre concernant la formation des professeurs des Ecoles en première année et en deuxième année. Ce texte constitue actuellement une base de travail dans les commissions inter-académiques IUFM qui se sont parfois mises en place à la suite de l'annonce, faite un peu en catastrophe de la mise en place de sujets inter-académiques pour le concours de recrutement des Professeurs des Ecoles. Il servira à l'atelier dit « atelier 0 » dont l'intitulé est « professeurs des écoles : deux années de formation, un concours : arguments pour un contenu spécifique en première année. ». La COPIRELEM souhaite faire progresser la réflexion sur un programme de formation aux mathématiques du futur professeur des écoles.

- Par ailleurs, la COPIRELEM a demandé dès 94 que soient rédigées des annales des sujets de concours de Professeurs des Ecoles. Au delà des corrigés eux-mêmes, il s'agit, par les remarques écrites à partir des sujets, de contribuer à préciser les savoirs de formation et donc, à réguler les actions de formation initiale des professeurs des Ecoles en IUFM.

Pour conclure, je ferai une projection sur l'avenir en me servant de notre histoire : dès le début de l'action des IREM, les recherches sur l'enseignement élémentaire ont été liées à une réflexion approfondie sur la formation des maîtres. C'est essentiellement là qu'ont pris corps les savoirs didactiques et donc les savoirs de formation. La commission avait alors contribué à fédérer les liens étroits qui s'étaient noués entre les IREM et les anciennes écoles normales.

Ces relations se sont maintenues après la création des IUFM et la mise en place de formations diplômantes universitaires en didactique des mathématiques. Il faut les développer et les actualiser. La COPIRELEM s'est assignée pour tâche de contribuer à aider les nouveaux formateurs qu'ils soient issus du secondaire où enseignant chercheurs, en fonction des nouvelles donnes de la formation initiale en IUFM. Il faut, pour cela, des collaborations diverses. Plusieurs signes montrent déjà que nous sommes entendus : Il est, à ce propos, très encourageant de voir les IUFM de plus en plus attentifs à nos actions en y collaborant soit sous forme de mise à disposition de locaux, de personnels, pour l'organisation des colloques et des stages, soit en participant financièrement à nos colloques sous la forme d'ordres de mission.

Je rappelle que ce XXIV° colloque comporte plusieurs types d'activités :

Trois conférences
G.Brousseau : processus de régulation.
G.Guillot : Aspects philosophiques des savoirs de formation.
P.Vermerch : l'acteur à pensée privée : observables, traces, explicitations.

7 communications.
14 ateliers dont l'atelier 0.

Je terminerai en vous souhaitant un bon colloque et un bon séjour à Saint Etienne.

J.Briand & C.Houdement : Co-responsables de la COPIRELEM.

INTEGRATION DES SAVOIRS DE FORMATION LA REGULATION DIDACTIQUE

Conférence de Monsieur Guy Brousseau

1-L'intégration des savoirs et la diffusion des connaisances necessaires aux professeurs impliquent des savoirs spécifiques et l'existence de mathématiciens didactitiens

La conception: Savoir Mathématique "brut" plus experience personnelle plus expérience transmise est insuffisante. Les sources classiques des savoirs ne prennent pas en charge l'intégration des savoirs de formation ou les prennent de façon insuffisante, de sorte que leurs résultats se traduisent pour les enseignants sous la forme d'injonctions, de conditions à satisfaire... dificiles à synthétiser au moment de la formation.

La position même du formateur, n'est pas claire entre celle du présentateur écléctique et exhaustif, celle du novateur, prosélyte, celle du professeur d'une "science didactique" (en formation) et celle du technicien de la formation professionnelle des adutes.

Ma position est claire: l'enseignement des mathématiques est un objet d'études qui réclame des savoirs - en particulier mathématiques - spécifiques. Ces savoirs sont soumis à la dialectique symbolique, ils produisent des objets techniques : les moyens didactiques.

Ils sont l'instrument de rencontre et d'intégration des savoirs d'origine psychologiques, sociologiques, linguistiques, pédagogiques...

Ils sont les connaissances de base des mathématiciens enseignants, qu'ils soient mathématiciens d'écoles, de collèges, de lycées, d'universités, d'IUFM.

Ces savoirs s'articulent principalement sur la discipline, comme les mathématiques appliquées même s'ils se prolongent dans les sciences cognitives.

Les connaissanses professionnelles propres aux IUFM peuvent s'y ratttacher en partie mais elles ne forment pas un savoir à enseigner (aux professeurs). De même qu'il faut armer nos étudiants contre la perméabilité didactique qui consisterait à faire passer sans leur "discours" mathématique les connaissances mathématiques et didactiques des professeurs.

2-L'intéret des modèlisations de situations

La réponse que nous avons tenté d'apporter au problème s'est faite en deux temps.

2.1 la modèlisation des situations à usage didactique.

C'est la partie la plus connue du travail des ces 25 dernières années. Il s'agit de repérer pour les reproduire les conditions spécifiques qui président à la mise en oeuvre (sous forme de décisions, de discours, de preuve ou de réference) d'une connaissance mathématique et à son"acquisition" (apprentissage, repérage, identification, appropriation etc...) indépendamment d'une quelconque intervention didactique

.

Les situations fondamentale,a- didactique

Cette modélisation a permis de redéfinir le rôle des erreurs, de montrer la génèse des obstacles et leur caractère inéluctable,...etc et de faire des calculs d'optimisation sur les variables didactiques de ces situations et des tâches qu'elles déterminent ou provoquent.

2.2 La modélisation des situations d'enseignement: nécessité d'une théorie.

En voulant étendre les principes de cette modèlisation à la situation d'enseignement elle même, nous avons rencontré toute une série de paradoxe : ceux du contrat didactique . Ce qui a justifié une nouvelle forme de modélisation - toujours en utisant simultanément les méthodes de

Turing et celles de P Lorenzer - qui donne des résultats plus étendus, mais surtout qui a justifié pour les études de consistances qu'elles rendaient necessaires la dénomination de Théorie de situations.

3-Les stratégies de diffusions des connaissances.

Il n'est pas dans mon intention de rabacher les bases de cette théorie, bien que je vois ça et là des signes qui montrent qu'elle n'est pas bien comprise. Je voudrais plutôt attirer votre attention sur ce qu'elle permet (ou ce qu'elle vise à permettre) et qui me paraît important : la régulation de l'enseignement des mathématiques, c'est à dire l'établissement de rapports entre les indices (observables) déterminés par les instruments théoriques ou par les modèles - et des décisions didactiques propres à maintenir les conditions didactiques au voisinage des conditions initiales à côté des savoirs d'intégration . La théorie des situations fournit des savoirs de régulation interne.

Pour le montrer prenons les modèles de situation au sens de "rapports didactiques.

3.1. Les stratégies didactiques.

3.1.1. Contrats non didactiques

Une première répartition des responsabilités consiste donc à ce que l'émetteur d'un texte n'ait aucune responsabilité didactique à l'égard du récepteur : il n'est pas chargé de lui enseigner quoi que ce soit, et s'il modifie les croyances` ou les actes du récepteur, c'est en quelque sorte indépendamment de sa volonté, et non pas conformément à un projet quelconque de sa part.

Nous allons ordonner ces contrats en partant du minimum de contraintes pour l'enseignant - qui ne sera alors qu'un émetteur de signaux - et en allant vers des responsabilités toujours plus grandes.

Le contrat d'émission

Le contrat d'émission ne lie pas directement l'émetteur et un éventuel récepteur. L'émetteur délivre un message sans se préoccuper des conditions *effectives* de réception. Nous supposerons toutefois dans la suite de ce texte, que ce message est intelligible (au moins pour une certaine institution) et même qu'il n'est composé que d'énoncés, justes ou faux, mais bien formés.

Dans une situation minimale, l'émetteur pourrait n'être tenu à rien du tout (rien d'autre que ce qui régit la liberté d'expression) et émettre un message inintelligible, même pour lui (l'émission d'un simple brouillage par exemple). Ce contrat limite peut être parfois réellement observé dans des classes : le professeur monologue sans tenir aucun compte de la présence des élèves qui émettent en même temps que lui... du bruit. Ce contrat peut aussi modéliser certaines émissions de télévision ou de radiodiffusion.

- Le contrat de communication

Le contrat de communication est plus exigeant. L'émetteur (par exemple le professeur), prend à sa charge de faire "parvenir" à un récepteur un certain message. Il doit s'assurer de la bonne réception du message (mais non du sens que lui donne le récepteur), et pour cela du bon fonctionnement du canal. Il doit utiliser les répertoires du récepteur (répertoires calligraphiques, phonologiques, orthographiques, grammaticaux, logiques etc.) et au besoin collationner (confronter avec la répétition par le destinataire) ou répéter le message (en particulier à la demande du récepteur). L'interprétation du message est entièrement à la charge du récepteur. Les dysfonctionnements conduisent exclusivement à des mises au point de répertoires.

Les contrats d'émission et de communication sont essentiellement soumis à des contraintes relatives à la forme du message

- *Le contrat d'expertise*

Le contrat d'expertise est plus exigeant, l'émetteur garantit la *validité* de ce qu'il émet. Il peut être tenu par le destinataire d'établir, à la demande, une certaine validité (la vérité, l'authenticité, l'origine etc.) de ce qu'il énonce (par d'autres voies que l'émission elle même : en justice par exemple pour certains types d'informations). Le travail d'un "professeur" qui utiliserait ce " contrat " pour diffuser une théorie mathématique, consisterait à énoncer l'un après l'un après l'autre les " théorèmes " qui la composent, dans un ordre quelconque. Les énoncés, parce qu'ils seraient déclarés implicitement comme " vrais ", deviendraient alors des assertions.

- *Le contrat de production*

L'émetteur garantit *la nouveauté* de son message, la nouveauté ou l'originalité formelle (propriété littéraire ou industrielle) ou la nouveauté du contenu intellectuel et scientifique. Il peut garantir une nouveauté "absolue" (un nouveau théorème) ou seulement une nouveauté pour une institution particulière (pour les élèves d'une classe par exemple).
Il peut n'être pas tenu d'apporter lui même la preuve formelle de la validité de son énoncé, mais seulement des preuves indirectes. Par exemple, l'émetteur trouve toujours les racines de certaines équations, mais il ne publie pas la méthode qu'il utilise. Cette situation s'observe dans la tradition des mathématiques ésotériques.

3.1.2. Contrats faiblement didactiques portant sur un savoir "nouveau"

L'émetteur accepte d'organiser son message en fonction de certaines caractéristiques "théoriques" de son interlocuteur. Il assume certaines responsabilités quant au contenu de ce message, mais aucune quant à ses effets sur le récepteur, même s'il est conscient de modifier son système de décision.

- *Le contrat d'information*

L'émetteur garantit à la fois la nouveauté et la validité de son message. Il accepte d'en rendre compte auprès du récepteur qui devient l'informé, celui qui " achète" l'énoncé parce qu'il est vrai et nouveau.

Dans ce cas l'émetteur doit rechercher l'assentiment de l'informé et, en réponse à sa demande éventuelle, lui fournir certaines " preuves ", ses sources, ses références etc., Il peut même être conduit à justifier systématiquement chaque énoncé.

L'information dialectique

Le " contrat d'information " n'exige pas que les interlocuteurs aient les mêmes références (la même culture, le même système informatique...), mais seulement qu'ils puissent en trouver de suffisantes pour étayer leur propos du moment. Ainsi ce contrat conduit à une construction dialectique de la conviction du récepteur sous le contrôle de ce dernier. Il est l'instrument essentiel de gestion collective de la vérité conformément à la tradition inaugurée en Grèce cinq siècles av. J.C.

Si l'émetteur (par exemple un professeur), veut pouvoir établir à tout moment devant son interlocuteur (ses élèves), la validité de ses énoncés et en garantir la nouveauté, il a intérêt à se référer à une organisation appropriée des savoirs à transmettre : une construction axiomatique par exemple. Il n'a aucune raison de l'exhiber devant son interlocuteur. Les preuves dépendent des connaissances (réelles ou supposées) du destinataire, elles ne peuvent donc pas être fixées a priori en démonstrations standard.

L'information dogmatique

Suivre les méandres des questionnements de l'informé peut apparaître aux deux protagonistes comme une perte de temps. Ils ont alors parfois intérêt à se soustraire au contrat dialectique et à proposer pour l'un et/ou demander pour l'autre de " normaliser" les preuves et de les fournir systématiquement. Le contrat devient un contrat "dogmatique". Dans ce système le professeur se réfère à un système conventionnel réputé notoire, composé d'énoncés acceptés par tous, et utilise des moyens de dérivation réputés sans mystère pour proposer des " démonstrations " pour tous ses énoncés (contestés ou non).

Ce contrat conduit l'informateur à établir dans la théorie à diffuser, un des ordres axiomatiques auquel elle se prête et à s'en servir comme guide d'ordonnancement de ses propos pour économiser des demandes d'explications. L'axiomatique répond ainsi aussi à une contrainte ergonomique. L'informateur doit ici aussi utiliser les répertoires de l'informé (logiques mathématiques et techniques), mais les preuves prennent la forme de démonstrations qui dépendent moins du destinataire et davantage de l'idée que s'en fait l'émetteur. Si ce dernier, à la limite, ne donnait aucune preuve et n'acceptait pas qu'on lui en demande, il reviendrait au contrat d'expertise.

Ici, l'informateur devra reformuler les énoncés pour permettre leur démonstration dans le système qu'il prête à l'informé et à les répartir en deux classes :

- ceux qui appartiennent au répertoire de l'informé (répertoire effectif ou supposé), qu'ils soient évidents comme des postulats, acceptés formellement comme des axiomes ou des hypothèses, ou déjà construits et convoqués au cours de la démonstration comme des lemmes ou des définitions,
- et ceux qui n'y figurent pas et qui sont donc " nouveaux ".

Corollaire: toute communication et a fortiori tout enseignement repose sur un répertoire explicite en partie irréductible au savoir communiqué. Aucun langage ne saurait être totalement auto génétique. Nous rencontrerons plus loin un autre répertoire, celui des connaissances implicites et métamathématiques nécessaires à la compréhension.

Le contrat d'information est celui qui a théoriquement cours dans la communauté mathématique pour la diffusion des résultats.

Les motifs de l'émission n'interviennent pas explicitement dans la régulation du contrat d'information en quelque sorte minimal L'émetteur répond à une demande du récepteur pour une utilisation qu'il ignore, il y a contrôle constant de la compétence de l'émetteur mais pas de celle du récepteur. L'émetteur ne sait pas s'il est vraiment compris, ni même reçu, si le récepteur ne manifeste aucune réaction. L'émetteur écrit ou dit le savoir de son domaine, dans les termes qui lui permettent de l'exprimer. Ces termes lui sont fournis par son institution d'origine. L'informé garde la responsabilité de l'interprétation et de l'usage de ces informations.

Si nous poussons un peu plus loin l'analyse de ce contrat il apparaît une conséquence importante. Le destinataire devrait avoir intérêt à ne demander à l'émetteur que le minimum d'informations qui lui sont nécessaires pour dériver par lui-même les résultats qu'il désire. C'est à lui de limiter " l'achat" de nouveaux énoncés. Cette clause instaure une nouvelle partition dans le corpus des théorèmes à communiquer partition entre ceux qui sont dérivables par le destinataire et selon son opinion et ceux qui ne le sont pas. Bien sûr la dérivabilité dépend des capacités de l'informé et, effectivement, de l'idée qu'il s'en fait, puisque c'est lui qui doit l'apprécier. De même que plus haut on va donc voir s'installer soit une dérivabilité dialectique soit une dérivabilité culturelle imposée.

Les contrats didactiques que nous étudierons plus loin intègrent les contrats non didactiques avec des clauses supplémentaires, ils ne sont que des palliatifs provisoires de celui-ci. Il est clair qu'un enseignement doit tendre à mettre l'élève dans la situation de pouvoir s'informer lui même.

Le contrat d'utilisation des connaissances .

Ce contrat reprend le précédent et lui ajoute une clause supplémentaire : le transfert vers l'informateur de la responsabilité de montrer à l'informé l'emploi et l'utilité des connaissances qu'il propose. L'informateur doit *par conséquent* accompagner le texte du savoir d'un champ d'applications dans lequel ce savoir est supposé jouer un rôle. Ce rôle est variable. Parfois chaque application se déduit du savoir initial qui constitue alors un ensemble de connaissances "suffisantes". Parfois il y est seulement nécessaire, autrement dit l'application ne peut être dérivée, démontrée ou calculée sans qu'il soit fait appel explicitement à ce savoir initial, mais d'autres connaissances sont nécessaires. Parfois encore, il n'est ni nécessaire ni suffisant mais il donne une alternative plus économique à des raisonnements, à des langages ou à des calculs déjà connus.

Il est très important de remarquer que ces relations entre un certain savoir et ses applications sont une fiction, une métaphore. Elles résultent dans les cas les plus légitimes, à la fois de l'histoire, de la tradition, et de spéculations diverses. Rattacher entre elles des connaissances, les appliquer et les adapter à de nouveaux problèmes est le fait de l'activité "historique" aussi bien des hommes que des institutions. Personne ne sait à l'avance quelles seront les applications, les modifications ou le statut d'un savoir dans l'avenir car ces caractères évoluent fortement avec l'histoire. Seules les parties les plus anciennes et les plus stables du savoir peuvent subir ce traitement "didactique" sans recevoir trop d'objections et de contradictions. Pour enseigner un savoir nouveau, il est nécessaire de lui inventer des applications à la portée de l'apprenant. Ces constructions relèvent de l'ingénierie didactique et bien souvent de la fantaisie

Dans le contrat d'information introduit plus haut, l'émetteur de mathématiques doit organiser une théorie qu'il connaît, de façon à pouvoir l'engendrer avec une certaine partie d'elle même, mais il garde "secret" ce rapport et l'élève ignore où vont le mener les énoncés qu'il reçoit. Dans ce contrat-ci le rapport entre la partie générative et le tout engendré devient explicite. Les énoncés donnés comme savoir, restent des théorèmes, mais ceux qui doivent s'en dériver (logiquement ou autrement) changent de forme et de nom. Ils deviennent des questions, des situations ou des problèmes.

Le contrat d'initiation ou de contrôle

L'initiateur détermine un champ de connaissances auquel le récepteur veut s'initier et il lui propose les savoirs nécessaires et suffisants, ou au contraire, il lui propose une collection de savoirs et lui donne un ensemble d'applications "équivalentes" qui le justifient.

Dans les contrats précédents le récepteur devait décider s'il s'estimait suffisamment informé ou si au contraire il voulait davantage d'informations, ou des précisions supplémentaires sur celles qu'il avait déjà reçues. Dans ce nouveau contrat l'informateur prend en charge une partie de cette responsabilité : il donne à l'informé un critère pour déterminer s'il a bien "compris" (et pas seulement reçu) le savoir communiqué. Ce moyen consiste à établir une relation d'équivalence entre deux ensembles d'énoncés, le premier est un ensemble de savoirs communiqués comme tels (par exemples des énoncés d'une théorie), le second est proposé sous forme de questions, d'applications ou de problèmes à résoudre.

En postulant l'équivalence informative des savoirs et des applications l'informateur dit à son informé:

• d'une part que la connaissance des théorèmes sera "prouvée" si le destinataire sait faire la totalité des problèmes proposés,

• d'autre part que pour savoir résoudre tous ces problèmes, il suffit de savoir, et de bien utiliser tel ensemble de théorèmes.

Ainsi l'initiateur montre quels savoirs "se convertissent" en connaissances pour agir dans situations déterminées, et quelles connaissances peuvent se convertir en quels savoirs. Les deux ensembles d'énoncés se justifient mutuellement : les applications légitiment la communication des savoirs, les savoirs prouvent la validité des énoncés obtenus en application.

Mais cette nouvelle clause repose sur une hypothèse dont la validité effective reste à établir. Cette équivalence annoncée est-elle effective? Prenons le cas limite : la donnée du système d'axiomes d'une théorie mathématique suffit à en déterminer tous les énoncés. Il est plus difficile d'affirmer que la démonstration de tous les énoncés d'une théorie implique la connaissance explicite de tel ou tel de ses systèmes d'axiomes. Personne n'osera affirmer que tout mathématicien est capable d'obtenir effectivement l'un à partir de l'autre. L'association de savoirs et d'un champ restreint d'applications "équivalent" est le plus souvent totalement empirique. Elle résulte de pratiques, de conventions et d'habitudes que les travaux actuels de didactique sont loin de pouvoir objectiver.

Théorèmes et problèmes sont des énoncés d'une même théorie, il n'y a pas de différence mathématique entre eux, seulement une différence de forme dictée par une différence de position dans le contrat non didactique d'initiation. Nous verrons plus loin d'autres différences.

Le contrat d'instruction ou de direction d'études

Il s'agit maintenant pour le directeur d'études, en plus de toutes les responsabilités précédentes, d'indiquer *comment* un savoir peut être appris. Il y a là un nouveau pari, une nouvelle fiction, et un nouveau transfert de responsabilité de celui qui devient un étudiant vers son directeur. Ce dernier propose des séries "d'exercices" qui sont supposés permettre d'acquérir les connaissances visées sans passer par la conversion des savoirs. Ces exercices sont des problèmes gradués, si semblables entre eux et si proches du savoir communiqué que la solution de l'un peut être transportée formellement dans un autre. La démonstration prend alors les caractères d'un calcul ou d'un algorithme (toutes les théories mathématiques ne se prêtent pas à ce traitement). L'apprenant peut vérifier qu'il a bien exécuté ou reproduit l'algorithme. Les différences entre les exercices ont pour objet d'illustrer les différents cas possibles et les différentes variantes correspondantes.

Comme plus haut la question de savoir si ces exercices sont effectivement nécessaires et suffisants pour provoquer la "connaissance" visée, cette connaissance se manifestant par la capacité d'établir la preuve de tout théorème du champ présenté comme problème. De plus l'incertitude précédente demeure et même s'accroît, il n'est pas sûr que les connaissances acquises dans ces conditions soit équivalente aux savoirs culturellement correspondants.

Ces exercices permettent toutefois aux élèves d'évaluer leur apprentissage, corriger leurs erreurs de compréhension.

• *Conclusion sur les contrats faiblement didactiques*

Remarquons que jusqu'à présent l'élève a gardé la responsabilité principale, celle de la réalisation effective de la communication qui s'effectue selon un processus dans lequel le diffuseur des connaissances à pris une responsabilité croissante. C'est l'apprenant en effet qui décide de l'usage des moyens mis à sa disposition. Son "instructeur" lui procure les énoncés principaux de la théorie, entourés de lemmes et de corollaires, des problèmes d'application de divers types, des exercices d'exposition ou d'entraînement et des moyens d'évaluation. L'ensemble constitue un moyen fictif mais formel d'instruction mis à la disposition de l'apprenant par l'enseignant. Cette fiction épistémologique fait d'ailleurs partie du savoir communiqué.

Le contrôle exercé par l'apprenant sur son "instructeur" tend à établir une certaine règle d'économie sur la stratégie d'ensemble. Si les messages paraissent à l'apprenant insuffisamment "nouveaux", trop déductibles ou trop évidents, il pousse l'émetteur à augmenter le débit de son message, à le rendre plus informatif, de façon à mieux occuper le temps de la communication. Il exerce une contrainte opposée dans le cas contraire. Ce contrôle limite l'émetteur qui peut avoir intérêt à alourdir son message, à le rendre redondant ou plus complexe etc. ou, au contraire, à le laisser très allusif voire ésotérique. C'est seulement si un contrat échoue que le moniteur peut être conduit à lui en substituer un autre, plus fortement didactique, dans lequel il accepte plus de responsabilité.

Les contrats faiblement didactiques prennent en compte le projet de faire approprier un savoir par un interlocuteur, celui ci étant pris en tant que sujet épistémique, mais non en tant que sujet effectif

Dans les relations didactiques effectives se glissent fréquemment des phases où les responsabilités du professeur et de l'élève se répartissent selon les variantes du contrat faiblement didactique: contrat d'émission ou de communication, pour la forme, contrat d'expertise, de production ou d'information, pour le contenu, contrat d'application, d'initiation ou d'instruction pour l 'usage du message émis.

3.1.3. Contrats fortement didactiques portant sur un savoir "nouveau".

• Généralités sur les contrats d 'enseignement

Il est classique de considérer qu'un contrat d'enseignement met en présence, effectivement ou potentiellement, au moins deux institutions:
• celle qui est enseignée (E-é),
¥ celle qui enseigne (E-a),
mais une analyse convenable doit en considérer au moins deux autres:
• l'institution (M) à laquelle l'enseigné devra s'assujettir à la fin de l'enseignement, alors qu'il ne le pourrait pas avant; elle détermine en fait ainsi la matière de l'enseignement (connaissances et savoirs) et son but réduire le gradient culturel entre les deux institutions E-é et E-a.
¥ l'institution (D), qui décide que l'enseignant doit préparer l'enseigné à entrer dans les pratiques de l'institution M, elle délègue à l'enseignant sa mission et lui donne sa légitimité à décider de l'avenir de l'enseigné.

En fait ces quatre fonctions, modélisées par quatre institutions potentielles peuvent être assumées par des institutions effectives distinctes ou confondues. Par exemple l'autodidacte en assume au moins trois (D, E-é, E-a), pour s'adapter à la quatrième M.

Le contrat d'enseignement stipule essentiellement que l'institution enseignante prend la responsabilité du résultat effectif de son action sur son élève.

• Le contrat didactique strict

Le professeur veut provoquer un apprentissage. Il s'agit donc, pour lui, de modifier les systèmes de décisions de l'enseigné, face à un certain ensemble de situations typiques de M, dans un sens que l'on pense favorable à l'adaptation visée et/ou conformément à un savoir constitué.

Cette modification s'effectue le plus souvent d'une façon indépendante de la volonté de l'enseigné, et qui même peut échapper à son contrôle immédiat. Le cas typique et extrême de la relation didactique est celui où le professeur veut enseigner à son élève un savoir auquel cet élève est complètement réfractaire.

De même le travail culturel peut avoir permis de réduire les conditions d'adaptation à l'institution cible M (connaissances et savoirs) à l'acquisition d'un certain ensemble de savoirs dûment répertoriés. L'enseignant est déchargé de la responsabilité de l'invention de tous les moyens d'adaptation, son contrat d'enseignement se réduit à l'enseignement des savoirs convenus. Ce contrat qui se "déduit" du répertoire des savoirs serait le contrat didactique au sens le plus étroit. On peut montrer que la réalisation effective d'un projet didactique implique la mise en œuvre de situations qui tendent à modéliser le fonctionnement du savoir et des connaissances afférentes (et non transformables ou non transformées en savoirs). Un projet didactique implique un projet d'enseignement mais la réciproque n'est pas toujours vraie.

La modification intentionnelle du "récepteur" n'est pas une communication ni même une argumentation, mais une action. L'enseignant tente de fixer directement les états du système enseigné, au besoin sans passer par son jugement et son agrément. La légitimité de cette action tient à diverses conditions :

• Le savoir communiqué n'est pas une production ou un invention personnelle du professeur. Celui-ci au contraire garantit sa conformité avec le savoir qui a cours dans une institution de référence. Il n'est pas arbitraire. Il a été repéré et déterminé, soit avec l'enseigné, soit avec un tiers responsable.

• Ce savoir n'est pas un simple enregistrement d'informations. Il lui correspond un champ dans lequel les capacités de réponses de l'élève ont été modifiées. L'existence de ces situations dans lesquelles le savoir appris révèle son efficacité permet à l'élève d'objectiver après coup l'assujettissement qu'il a accepté ou subi et de s'en libérer. C'est à dire d'oublier en fait les circonstances de l'apprentissage pour ne plus retenir que le savoir et les conditions de son usage (le milieu).

• L'action s'achève lorsque l'enseigné est supposé capable de prendre ses décisions par lui même (en connaissance de cause). L'assujettissement n'est que momentané.

L'étude théorique générale de ce contrat de ses variantes et de ses avatars peut être trouvée dans les "fondements" et dans les autres textes sur le contrat didactique. Elle ne sera pas reprise ici où il ne s'agit que d'inventorier des stratégies. Mais ces stratégies ont pour objet de contourner les paradoxes fondamentaux et nous allons montrer qu'aucune ne peut y parvenir. Le contrat didactique reste un faux contrat frontalement "intenable".

De plus ce contrat devient tributaire de l'épistémologie du professeur et du contrat social. Nous avons vu plus haut sur quelle fiction épistémologique s'installent les trois derniers contrats. La légitimité "historique' de la position et de la fonction d'un savoir peut-elle servir encore lorsqu'il s'agit de le faire acquérir réellement par un sujet ? Comment peut-on affirmer que ce savoir est effectivement "quivalent à un certain ensemble d'exercices, auquel son acquisition entraînera certainement la réussite ? Les critères empiriques de dépendance entre les acquisitions sont encore extrêmement flous et ceux dont nous disposons vérifient très peu les assertions théoriques.

La transformation de ces applications en exercices d'évaluation par le professeur (évaluation de son enseignement, évaluation du savoir appris, évaluation de l'élève, etc.) et à fortiori en exercices d'apprentissage pose de nombreux problèmes de didactique, d'épistémologie et de psychologie cognitive.

Nous allons examiner différentes stratégies définies par le renvoi de la responsabilité principale à tel ou tel des éléments de la situation didactique, et par les hypothèses épistémologiques qui sont associées à ces contrats.

Le contrat de reproduction formelle

Le professeur s'engage à faire effectuer, par l'élève, et par un moyen quelconque, une tâche qui est reconnue par la culture comme la marque de l'acquisition d'un savoir : par exemple, l'élève dira le texte d'un théorème, écrira la solution d'un problème, reproduira à la demande une activité déterminée. Le moyen par lequel la production de l'œuvre de l'élève est obtenu n'entre pas en compte car c'est l'activité elle même qui est supposée être la source et la preuve de l'apprentissage. Qu'un virtuose ou un peintre génial aient ou non beaucoup travaillé et soient ou non en mesure de commenter leur œuvre n'a pas d'importance.

Ainsi, en mathématiques, l'enseignant peut exiger de l'élève qu'il recopie la correction d'un problème, qu'il récite un énoncé, qu'il imite une procédure, etc. La traduction des ordres du professeur en actes n'exige pas le passage par la connaissance visée. Il serait périlleux sous ce prétexte d'ignorer que ce type de stratégie peut apporter une contribution importante à certains apprentissages. Le fait que ces moyens de reproduction, par imitation, n'exigent pas de formulation de raisons ou d'explications, etc. leur confère des propriétés intéressantes, par exemple pour acquérir "du métier".

L'élève s'engage à effectuer la tâche définie à la condition qu'elle soit complètement réductible au répertoire qu'il possède. Dans ce système l'exécution de la tâche par l'élève n'est pas donc pas l'objet d'un vrai contrat didactique. L'effet didactique de l'exécution de la tâche n'est assuré que par les croyances du professeur ou de la culture. La croyance en ce que l'activité engendre la connaissance (la main façonne l'esprit) a été appuyée par de nombreuses thèses pédagogiques. L'opinion répandue "j'entends, j'oublie; je vois, je comprends; je fais, je retiens" tendrait à faire du contrat de reproduction une panacée. C'est une position bien excessive.

Le contrat d'ostension

Le professeur "montre" un objet, ou une propriété, l'élève accepte de le "voir" comme le représentant d'une classe dont il devra reconnaître les éléments dans d'autres circonstances. La communication de connaissance, ou plutôt de reconnaissance, ne passe pas par son explicitation sous forme d'un savoir. Il est sous entendu que cet objet est l'élément générique d'une classe que l'élève doit imaginer par le jeu de certaines variables souvent implicites. Ce procédé fonctionne assez bien dans la vie courante, pour faire identifier une personne, une espèce animale ou un type d'objet etc. à l'aide d'un répertoire de reconnaissance "universel". Il est en tous cas exigé banalement dans les rapports institutionnels élémentaires.

Le contrat didactique d'ostension repose sur ce succès, mais il est insuffisant pour "définir" un objet mathématique. Par exemple "définir" un polynôme comme une somme de monômes, ou présenter le dessin d'un carré, ou "décrire" un décimal comme un nombre comportant une virgule, ne permet pas de déduire les propriétés caractéristiques de ces objets mathématiques c'est à dire de reconnaître quelles sont les factorisations compatibles avec la structure d'anneau, que l'égalité ou la perpendicularité des diagonales peuvent se déduire d'autres propriétés.

Le professeur l'exigera néanmoins et l'élève s'y pensera tenu, soutenus qu'ils sont par les idées suivantes : le professeur doit utiliser un répertoire de reconnaissance à la portée des élèves, les moyens de reconnaissance "généraux" sont "universels" et donc identiques pour le professeur et pour l'élève qui doivent "voir" la même chose dans les mêmes objets. La base du contrat est donc une hypothèse épistémologique empiriste et réaliste qui arrange apparemment les deux parties. Elle permet au professeur de prétendre communiquer une connaissance en faisant l'économie à la fois des situations d'action où elle transparaît, de sa formulation et de l'organisation du savoir correspondant. Cette présentation ostensive permet d'ailleurs une "familiarisation " avec un objet d'études qui sera supposé être repris et redéfini plus tard. Le pouvoir de "généralisation" prêté à l'élève (et exigé de lui) ne peut fonctionner que dans le cas où il est culturellement et didactiquement soutenu par une fréquentation ou un "frayage" qui crée un domaine et une pratique d'usage commun. Il ne peut pas être mathématiquement justifié.

L'induction radicale exigée par le contrat d'ostension échoue souvent. Le professeur soutient la fiction de sa légitimité et de sa fécondité par des contrats d'analogie. La classe n'est plus suggérée par un mais par plusieurs éléments, dont les propriétés "visibles" communes et leurs variations sont supposées plus "génériques".

Le contrat d'ostension, bien que fondé sur une épistémologie "fausse" est pourtant très utilisé par les enseignants car il fonctionne très bien dans de nombreux cas où une définition mathématique serait trop lourde ou inutile.

Le contrat de conditionnement

La production (obtenue par imitation ou par exécution d'un ordre) d'une tâche n'étant pas le plus souvent une garantie que l'élève peut la reproduire en toute circonstance, l'enseignant est conduit à chercher des conditions qui fonctionneront comme des causes d'apprentissage, indépendamment des savoirs du sujet et de ceux qu'on veut lui enseigner, c'est à dire de ses *raisons de savoir* ce qu'il a appris. Les thèses associationnistes et béhavioristes apportent des justifications à la répétition de situations de reproduction, ou de toute situation didactique, pour en assurer le succès. Plus que d'autres, ce contrat se prête à des usages excessifs car il laisse peu de place a des indices conduisant à sa propre régulation. Si le psittacisme n'a aucune vertu dans le domaine des savoirs, il serait vain de nier la place que peuvent tenir les connaissances ou les apprentissages formels dans le fonctionnement cognitif même le plus évolué. Exiger la "récitation" d'un savoir peut conduire l'élève à des réflexions personnelles intéressantes sur ce savoir. Les connaissances acquises implicitement dans des pratiques répétées ont leur intérêt.

Concrètement le professeur prend à sa charge l'organisation d'une répartition "raisonnée" d'exercices "raisonnablement" répétitifs, et légèrement informatifs et gère le débit en fonction du rendement de son procédé qui est globalement assez faible. Recourir exclusivement aux causes d'apprentissage sans se soucier des raisons de savoir est un procédé désespéré.

Le rôle de l'élève est de se prêter à la répétition. Il peut - et son professeur aussi - croire que le temps se chargera de lui enseigner (de le familiariser avec) ce que ni l'un ni l'autre n'affrontent sur le moment. Le danger vient de ce que ce n'est pas entièrement faux.

La maïeutique socratique

Le professeur choisit des questions telles que l'élève puisse en trouver les réponses avec ses propres ressources, et il les organise de façon à modifier ses connaissances ou ses convictions. Le professeur modifie ses questions en fonction des réponses de l'élève. Mais le choix des questions n'est soumis à aucun contrat didactique, elles peuvent être très ouvertes ou très fermées comme dans le dialogue du Menon, elles pourraient a priori emprunter n'importe quelle voie réthorique et obtenir la "bonne" réponse par des analogies, des métaphores etc. Aussi ce contrat pourrait-il être considéré comme un cas particulier du contrat de reproduction en ce sens que le professeur fait dire à l'élève le savoir qu'il vise à lui transmettre en s'abstenant de le lui dire lui-même. Toutefois le passage des ordres aux questions introduit une grande différence. Tout dépend de l'idée que le professeur se fait du savoir et de la connaissance qu'il en a (l'épistémologie du professeur et ses qualités de mathématicien). Pour Platon, la théorie de la réminiscence assurait que la production d'un indice de savoir était associée à un savoir correspondant parce que ce dernier était "déjà là". En conséquence il est inutile de l'apprendre au sens moderne, "dire" équivaut à "savoir".

Combinée à d'autres conditions, elle est une des sources de certaines formes d'enseignement programmé.

La maïeutique, assez appropriée à un préceptorat se prête beaucoup moins bien à l'interaction entre un professeur et une classe. La maïeutique collective est pourtant très employée et provoque de nombreux effets didactiques plus ou moins négatifs.

Un de ses principaux inconvénients vient de ce qu'elle tend à exclure les interactions du sujet avec un milieu effectif. Toutes les situations "a-didactiques" en particulier les problèmes, sont difficiles à inclure dans une maieutique à cause de la dispersion des réponses et des problèmes qu'ils peuvent soulever.

Les contrats d'apprentissages empiristes

Dans ce cas la connaissance est supposée s'établir essentiellement par le contact avec le milieu auquel l'élève doit s'adapter. La responsabilité de l'apprentissage est renvoyée au milieu et à la nature.

Dans les formes les plus simples la lecture est presque directe, l'élève perçoit en "voyant" la structure (sans processus intermédiaires, ni culturel, ni cognitif). Cette position a été identifiée par Aebli[1] comme un empirisme sensualiste, appuyée sur des théories épistémologiques comme celle de la gestalt ou des traces mémorielles. Jointe à l'idée que la lecture directe peut être aussi immédiate, elle conduit à des stratégies didactique **d'ostension:** le professeur montre un objet et l'élève est supposé y voir les notions, les concepts, les propriétés etc.

Ce que l'élève ne perçoit pas du premier cout, il le découvre et l'apprend par une fréquentation répétée des mêmes circonstances. L'idée que c'est la répétition des contacts directs avec le milieu qui enseigne, conduit à l'apprentissage "par", et au moins "sur" "le terrain" ou par "frayage". Les méthodes Freinet, certaines méthodes actives, ainsi que le constructivime radical, se justifient en partie par des points de vue similaires. Le savoir, quand il n'est pas ignoré, n'est qu'un commentaire, qu'une description de ce que la nature nous enseigne, un raccourci d'action, ou d'apprentissage, ou même un simple moyen didactique.

Les contrats constructivistes

Dans ce nouveau contrat les situations qui conduisent l'élèves à l'apprentissage de connaissances ne sont plus des situations " naturelles". Le professeur organise le milieu et lui délègue la responsabilité des acquisitions. Mais cette organisation est dérivée essentiellement du savoir visé et de la connaissance des processus d'acquisition des élèves et non pas seulement modélisée des situations "de référence" rencontrées dans l'institution cible, ou dans l'institution savante qui produit le savoir. Ce milieu peut d'ailleurs être effectif ou fictif, il est souvent l'un et l'autre suivant diverses conditions ergonomiques. Les savoirs (anciens) ne se manifestent que comme prérequis, c'est à dire comme moyens de formuler les conditions initiales de la situation, l'énoncé du problème, comme moyens d'évoquer la stratégie de base, etc., Le recours à des phases a-didactiques (d'action, de formulation ou de validation) pour faire créer diverses formes de connaissances est un exemple de ce contrat.

---

[1] Aebli, "Didactique et Psychologie" Delachaux et Niestlé 1960

L'élève est supposé rationnel ou au moins cohérent (en particulier, relativement fidèle) et économique. Il s'adapte pour minimiser ses efforts ou ses risques et pour accroître son plaisir, d'où l'idée de représenter ses comportements par des modèles ergonomiques : schèmes ou conceptions calculés. En fait, la cohérence n'est souvent que locale et l'élève s'accommode des contradictions par des assujettissements distincts à des situations différentes. La dévolution de la responsabilité de la cohérence est économisée par la fidélité à un discours cohérent...

La théorie des situations montre le caractère insuffisant de chacun de ces contrats pour construire à la fois un savoir canonique, les connaissances qui l'accompagnent et les pratiques qui caractérisent sa mise en œuvre, au cours de genèses souvent longues. L'enseignant, dans la relation didactique, se manifeste, localement, par le choix, la rupture et le remplacement des contrats suivant des indices et des stratégies de régulation qui échappent pour l'instant à nos moyens d'investigation.

3.1.4. **Contrats basés sur la transformation des savoirs "anciens"**

les savoirs "anciens" dans la relation didactique

Dans les stratégies présentées plus haut, le savoir émis est supposé "nouveau". Le savoir "ancien" ne sert qu'à présenter les conditions de son apprentissage, ou à le construire par superposition et à l'intégrer par une genèse standard donnée par l'organisation culturelle des savoirs. Il correspondrait aux apprentissages que Piaget comparait aux assimilations. Même dans les conditionnements, le savoir n'est pas supposé se modifier au cours des répétitions. Sauf peut être dans certaines interprétations de la maïeutique, la récupération, la correction, le remplacement, la transformation, le rejet des savoirs anciens est à la charge de l'élève.

Dans les types de contrats basés sur la transformation des savoirs anciens, le système didactique accepte de remettre en question l'ordre empirique, l'ordre axiomatique ou l'organisation culturelle standard pour s'adapter à un ordre génétique. Il accepte la réalité des apprentissages par accommodation, l'existence d'obstacles et la nécessité de connaissances provisoires, "transposées" et révisables dans le processus d'enseignement. L'articulation et la genése des savoirs, collective ou personnelle, entre dans la négociation du contrat.

Le système didactique, dans ce type de contrats, accepte au moins une épistémologie selon laquelle la genèse collective didactique des savoirs procède par modifications et par ruptures à l'instar d'une genèse historique et non pas de façon linéaire par simple accumulation de savoirs. Dans un contrat plus complexe, c'est l'adaptation à l'ontogenèse et à la psychologie de l'enfant qui justifie une genèse collective appropriée. Mais les travaux de J. Centeno[2] ont montré que le contrat didactique approprié implique une mémoire didactique du professeur qui lui permet d'utiliser le passé particulier de classes et de gérer l'articulation des apprentissages particuliers en relation avec l'histoire de la classe et des élèves.

L'enseignant prend en compte l'histoire du sujet et la sienne propre, il accepte d'avoir une "mémoire didactique". Dans ce cas un contrat didactique est d'autant plus nécessaire que l'élève a développé son propre rapport au savoir ancien qu'il lui a déjà attribué un sens, une place dans l'établissement d'autres savoirs. La reprise d'un savoir ancien appelle donc une nouvelle répartition des responsabilités entre le professeur et l'élève. Le plus souvent les raisons de la reprise ne sont pas les mêmes pour le professeur et pour les élèves.

La reprise peut être justifiée par des raisons didactiques:
• un échec de l'apprentissage précédent,
• une mobilisation et une adaptation en vue d'apprentissages nouveaux,

---

[2] J Centeno et G Brousseau (ICME Budapest)

• la réorganisation après coup de l'histoire effective de l'apprentissage et des savoirs acquis en une genèse fictive où les causes d'apprentissage sont interprétées en raison de savoir ou par des raisons épistémologiques, sans rapport avec les apprentissages antérieurs,
• une réorganisation de savoirs anciens, un changement de position par rapport à des acquisitions anciennes, une adaptation pour la construction d'un savoir nouveau
• une extension du savoir à des domaines nouveaux de savoir, à des applications qui demandent une adaptation de l'outil appliqué.

Plus concrètement, il convient d'examiner les changements de statuts:
• les transformations des savoirs enseignés en moyens de décision, en connaissances
• inversement les transformations de connaissances développées dans des situations d'action, de communication ou de preuve en savoirs institutionnalisés, organisés de façon canonique.

Les contrats de reprise des savoirs "anciens"

La révélation:

Le savoir ancien n'est évoqué, le plus souvent implicitement que pour servir de décor, de faire valoir, d'antinomie, au savoir nouveau et finalement être "péjoré" ou rejeté.

Le rappel:

Le concept de situation de rappel a été introduit par M.J. Perrin [3]. Le savoir rappelé est supposé être "identique" au savoir convoqué. Les faits principaux et les actions passées sont évoquées, formulées, reconstruites, rationalisées et justifiées après coup dans une situation didactique particulière qui est un des instruments principaux de l'institutionnalisation. L'explicitation des faits connus de tous est théoriquement placée sous le contrôle de la mémoire personnelle de l'élève, mais il est clair qu'il ne peut formuler et rendre public que ce que le répertoire didactique lui autorise. D'un autre côté ces situations de rappel permettent à l'élève de formuler ses observations et ses souvenirs de façon incomplète et allusive puisque leur passé commun met le professeur en mesure de les comprendre. Il se crée ainsi une zone proximale d'apprentissage où les connaissances apparaissent sous des formes provisoires (inévaluables de façon formelle mais perceptibles au professeur) avant leur acquisition sous forme de savoirs.

La reprise:

La forme ancienne est dans ce cas ouvertement mise en cause, dans sa forme : elle fait alors l'objet d'une formulation, ou d'une traduction, ou dans sa constitution même : elle est alors l'objet au moins d'un commentaire, souvent d'une explication [3] , d'une remise en cause, d'une critique, ou même d'un rejet. La reprise place le savoir ancien dans une nouvelle dialectique.

Les inconvénients de l'utilisation bonne ou mauvaise des connaissances anciennes se révèle aux enseignants et aux administrateurs de l'enseignement lors des changements de classe ou de niveaux [4].

3.2 La régulation didactique

3.2. 1. Critique de la méthode des "méthodes"

Qu'il s'agisse de décrire les pratiques effectives des enseignants, ou de leur proposer des moyens d'action, la littérature usuelle le fait presque sûrement sous la forme de 'méthodes'. Peut être est-ce l'effet du désir de rationaliser l'action des professeurs et de la nécessité de réduire la complexité des phénomènes qu'ils ont à prendre en compte.

---

[3] M.J. Perrin, Thèse
[3] M.J. Perrin
[4] J Centeno-G.Brousseau

Ce qui précède tend à montrer cas par cas ce qu'un raisonnement avait déjà établi de façon plus générale en théorie des situations : aucune méthode didactique ne peut résoudre seule les paradoxes fondamentaux et donc aboutir à un apprentissage des mathématiques. Même s'il obéit à des conditions et à des lois générales et collectives, ce dernier s'effectue par un processus historique dans des conditions dialectiques où les ruptures jouent un rôle important. Ainsi le travail didactique du professeur consiste essentiellement à réguler et changer des contrats didactiques de façon à maintenir des équilibres et des conditions optimales et non pas à appliquer contre vents et marées une méthode, aussi sophistiquée soit elle.

En fait les méthodes qui décrivent l'action didactique ne prennent que très peu en compte la régulation du système alors que l'essentiel du travail didactique va consister à maintenir la relation didactiques dans des limites acceptables par rapport à différentes variables. Ces bornes au delà desquelles entrent en oeuvre des corrections spécifiques forment un "polyèdre". La régulation va conduire à l'usage de toutes les méthodes.

Il ne s'agit pas d'affirmer que la régulation des méthodes doit échapper à l'analyse scientifique mais d'orienter la recherche sur un terrain nouveau celui des indices de dérèglements et des moyens de régulation qu'ils appellent. Le fait que ces écarts ne puissent pas être corrigés seulement par une décision à l'intérieur d'une même "méthode" mais par des changements de contrats c'est à dire par des méthodes différentes change la complexité mais pas la nature du problème. Cette orientation pourrait tout de même avoir une conséquence sur la conception que la société se fait de l'enseignant : certains voudraient l'enfermer dans l'application d'une méthode, il semble qu'il faille renoncer à cette image.

3.2. 2. Les objets de la régulation

Ce sont ceux qui ressortent de l'étude précédente. Ils sont très nombreux et peuvent être classés en première approche selon les types proposés par la théorie des situations. Il faut y ajouter toutefois tout ce qui touche aux caractères temporels. Par exemple, certaines variables caractérisent des phénomènes instantanés et relèvent d'une correction continue. Elles contrôlent des vitesses de variation, comme par exemple le débit didactique qui mesure l'apport d'information par les variations de l'incertitude des élèves. D'autres variables concernent un intervalle de temps assez court comme par exemple le temps ou les délais accordés à telle ou telle partie du travail. D'autres enfin concernent des phénomènes cumulatifs ou se déroulant sur un long terme.

Il faut remarquer que les équilibres dont il s'agit ne sont pas pour la plupart identifiables avec le choix d'une valeur moyenne pour une variable déterminée, mais plutôt comme le maintien de relations dialectiques entre des systèmes antagonistes.

Il convient donc d'équilibrer aussi le recours à la mémoire et le recours à la reconstruction instantanée des savoirs, les caractères ancien ou nouveau des connaissances en jeu au cours d'une leçon, et dans cette voie, la répétition ou le rite et la rupture.

Dans le même ordre d'idée, le traitement-immédiat des situations et des apprentissages n'est pas toujours possible, mais la référence et le renvoi à d'autres apprentissages, sous la responsabilité du professeur ou sous celle de l'élève doivent être limités.

Dans la mise en œuvre d'une situation d'action, l'équilibre entre ce qui est effectif et ce qui est fictif ne doit pas être rompu, ainsi que l'équilibre entre le dit et le non dit, ou celui entre les formes procédurales et les formes déclaratives du savoir.

A propos d'un même concept, des connaissances trop nombreuses et trop familières rendent inutiles ou biaisent les savoirs qui sont une autre manière de l'approcher, inversement des savoirs associés à trop peu de connaissances pertinentes ne peuvent fonctionner. Il faut donc maintenir un certain rapport entre ce qui reste historique dans la genèse du savoir, et ce dont la structure est reconnue et institutionnalisée.

Il est aisément concevable que le professeur doit maintenir un gradient didactique suffisant pour permettre un fonctionnement aisé des connaissances de l'élève et une convergence vers les pratiques visées. Cela entraîne le maintien de différences raisonnables entre les divers vocabulaires en présence celui de l'élève (l'ancien et le nouveau), celui du professeur, celui du scientifique (exemple: écart/angle). Ces différences ne doivent être ni trop grandes ni trop petites.

La variété des modes d'expression et le choix des différents langages enseignés pour manipuler une même notion doivent être régulés. Trop de formes d'expression différentes pour une même notion, surtout si elles apparaissent avec des fréquences trop voisines, ne favorisent pas l'usage ni l'apprentissage, contrairement à une croyance didactique très répandue.

Ce contrôle en rejoint un autre, très actuel aussi. Augmenter le "sens" pour l'élève apparaît comme un projet didactique favorable dans tous les cas. Certes la présentation de situations susceptibles de faire apparaître la création et l'usage d'une connaissance comme évidente et naturelle, le rattachement de cette connaissance à d'autres pour mieux la définir ou la comprendre, l'exemple de ses applications multiples, ses traductions dans toutes sortes d'autres langages et toutes sortes d'enrichissements peuvent chaque fois apparaitre localement comme un progrès. Mais l'acquisition de connaissances par des processus basés sur leur sens sont très souvent très coûteuses en temps, l'accumulation des circonstances particulières encombre l'apprentissage et cache les structures. La nature des mathématiques est d'oublier les circonstances inutiles grâce à la formalisation et à la généralisation à bon escient. La recherche du sens doit être corrigée par une autre, celle de la structure, de la théorie, etc. et elle doit en retour contrôler le formalisme de l'enseignement.

Nous ne citerons ici que pour mémoire l'équilibre entre le langage et le métalangage, le recours au contrôle du sens par des moyens exogènes (mnémotechnique, métaphore, etc.) doit être lui aussi mis sous tutelle. Nous avons signalé les mécanismes du glissement métadidactique.

La gestion des motivations, extrinsèque mais surtout intrinsèque des élèves requiert une compréhension profonde du plaisir ou de la peine de l'élève, peut être pas celle, trop intime et personnelle de chaque élève, mais celles, bien réelles, construites dans une petite collectivité par les actions et les réactions communes.

Citons enfin, parmi d'autres, les équilibres entre les types de justifications évoqués par le professeur lors de la correction des erreurs ou des exercices. Selon qu'il veut ou non prendre en charge la correction d'une erreur dans sa stratégie didactique, il attribuera l'erreur à des caractéristiques de l'élève (inattention, n'a pas compris, ne comprendra jamais), à des caractéristiques de l'erreur (correction techniciste: écart avec la norme, la règle est violée), à des particularités de l'apprentissage (échec de la leçon correspondante), ou a des particularités du savoir qui relèvent d'une intervention spécifique. Il n'est pas recommandé de toujours expliquer aux élèves les "vraies" raisons de leurs difficultés ni les arcanes des analyses psycho-didactiques de leur état. La perméabilité didactique dans ce domaine peut avoir les conséquences les plus négatives.

Chaque débordement pour chaque variable possède finalement un prix didactique.

COMMUNICATIONS

LES ENSEIGNANTS FACE AUX RECHERCHES SUR L'ENSEIGNEMENT DES DÉCIMAUX

(à partir de la thèse préparée sous la direction de Gérard Vergnaud et soutenue en novembre 1996)

Jeanne BOLON
IUFM de Versaille

On trouvera ci-après non pas la présentation complète de la thèse mais certains des éléments qui m'ont paru intéressants pour la formation initiale et continue des professeurs des écoles et des enseignants de collège.

Je présenterai successivement la problématique de la thèse, des éléments de méthodologie, quelques résultats concordants et des questions pour la formation et la recherche. Le lecteur curieux trouvera le complément d'informations dans la thèse elle-même[1].

1- Proposer des scénarios pédagogiques et laisser les enseignants libres de les adapter

On sait que l'enseignement des décimaux est difficile : les évaluations faites par la direction de l'évaluation et de la prospective, celle de l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public nous le rappellent régulièrement. Nous disposons par ailleurs de recherches bien documentées sur l'enseignement des décimaux, celles de Guy Brousseau d'une part, de Régine Douady et Marie-Jeanne Perrin d'autre part. Ces recherches reposent sur la méthodologie des ingénieries : elles incluent l'étude des pratiques existantes, l'élaboration de scénarios pédagogiques effectivement conduits dans des classes, la comparaison entre une analyse a priori des effets possibles des scénarios et l'analyse a posteriori après mise en œuvre des scénarios.

Dans le cadre de mon métier de formatrice d'enseignants, j'ai utilisé ces ingénieries comme ressources documentaires pour des ateliers de travail avec des maîtres-formateurs chevronnés. Je n'avais pas l'intention de reproduire avec ces enseignants les conditions de travail qui étaient celles de Guy Brousseau au centre d'observation et de recherche sur l'enseignement mathématique de Talence, encore moins celles de Régine Douady à l'école primaire de Montrouge. Je ne pouvais que faire des propositions, laissant les maîtres-formateurs choisir eux-mêmes ce qui leur paraissait devoir améliorer l'enseignement des décimaux.
La recherche que j'ai conduite a reposé sur ce même principe : j'ai proposé à des enseignants volontaires des aménagements à introduire dans leur enseignement, ces aménagements étant fortement inspirés des ingénieries citées précédemment. Je les ai laissés ensuite libres d'adopter mes propositions, de les adapter ou des les rejeter. Mon propos, dans le travail de thèse, n'a pas été de voir comment les enseignants reprenaient dans leur classe ce qui était proposé dans les ingénieries de Guy Brousseau, Régine Douady & Marie-Jeanne Perrin, car je ne souhaitais pas faire d'observations de classes. J'ai voulu voir ce qui pouvait intéresser les enseignants parmi les propositions faites.

Observant mon propre fonctionnement d'enseignante, je m'étais aperçue que certains articles de revue pédagogique provoquaient chez moi le désir d'essayer des nouveautés, quelquefois en prenant de grandes libertés avec ce que fournissait l'article. Je savais également que je changeais fort peu de choses dans mon enseignement, d'une année sur l'autre. J'ai voulu reproduire un tel processus avec des enseignants volontaires en leur fournissant des informations pour améliorer leur enseignement des décimaux dans un style proche de ce qu'ils auraient pu trouver dans des articles pédagogiques. Je me proposais d'observer d'éventuelles régularités dans les reprises qu'ils en auraient faites.

---

[1] La thèse est diffusée par l'IREM de Paris VII sous le titre : *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches en didactique des mathématiques ? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école-collège.*

J'espérais voir émerger des *points d'ancrage* et des *points de rejet,* que j'ai définis de la manière suivante : les points d'ancrage sont des aspects des ingénieries que les enseignants reprennent facilement à leur compte, sans formation supplémentaire, et dont l'effet positif sur les apprentissages des élèves diminue leur charge de travail ; à l'opposé, les points de rejet sont les aspects de ces mêmes ingénieries dont on constate qu'ils sont étrangers voire opposés aux pratiques ordinaires des enseignants et, en conséquence, probablement très coûteux à mettre en œuvre sans soutien spécifique (textes officiels, campagne d'information...). En quelque sorte, j'ai voulu systématiser une partie de mon travail de formatrice, situé entre pratiques ordinaires et propositions d'améliorations.

2- Des études préalables aux hypothèses et dispositif

Souhaitant partir des ingénieries existantes pour rédiger des suggestions en direction d'enseignants volontaires, je ne pouvais laisser le choix des suggestions au hasard.

J'ai tout d'abord comparé d'une part les ingénieries et les textes officiels sur l'enseignement mathématique depuis le début du siècle, et d'autre part les ingénieries et des manuels de fin d'école primaire et de début de collège. Mon intention était de dégager, par cette analyse a priori, des points d'ancrage et des points de rejet : par exemple, si tel type de problème des ingénieries ne figure jamais dans la liste des problèmes figurant dans les textes officiels, si ce même type de problèmes ne figure pas dans les manuels les plus ouverts à la didactique des mathématiques, il constitue donc un point de rejet.

Pour repérer les points de rejets et les points d'ancrage, je me suis située dans le cadre de la théorie des champs conceptuels. J'ai étudié les types de problèmes associés à l'enseignement des décimaux, des rationnels et de la proportionnalité, les registres sémiotiques associés (écritures symboliques, schémas, graphiques...), les concepts et théorèmes qui permettent le traitement des problèmes. J'ai été amenée à mettre en évidence deux types d'écritures particuliers : l'expression de mesures de grandeurs familières (prix, longueur, masse)[2], les nombres affichés à la calculatrice[3].

L'étude historique des textes officiels a dégagé des points forts.

- Le choix d'enseigner les décimaux avant les rationnels a été fait pour des considérations pratiques (usage social du calcul sur les décimaux).
- La droite numérique (ou la demi-droite numérique), toujours associée aux décimaux, est considérée comme un ensemble de points. L'étude de la proportionnalité entre distance géométrique et intervalles numériques n'est pas mentionnée dans les textes officiels.
- Sauf à l'époque des mathématiques modernes (1970), l'étude des nombres décimaux n'est pas liée à des problèmes d'approximation. L'expression "calcul approché" désigne le calcul d'estimation, sans préoccupation d'écart.
- L'enseignement des fractions semble un moyen d'habituer l'élève au calcul littéral qui fait office d'introduction de l'ensemble des réels.
- Les tableaux et schémas associés à la proportionnalité, introduits à la période des mathématiques modernes, servent d'outils d'organisation de données, rarement d'outils de calculs.
- L'introduction de la calculatrice n'a pas modifié officiellement l'enseignement des techniques opératoires à la main. Le type d'erreurs que son emploi peut provoquer ne fait pas partie des textes officiels.
- La référence aux grandeurs est passée d'une liste précise à des mentions globales : on parle de problèmes d'addition, de soustraction, de multiplication et de division à l'école primaire, de résolution de problèmes concrets au collège. Le traitement des approximations liées aux calculs de multiplication et de division ne figure pas dans les textes officiels.

J'ai étudié également quelques *manuels d'école primaire et de collège* dont les auteurs connaissaient les travaux en didactique des mathématiques[4]. Notons quelques-uns des points qui se sont dégagés en

---

[2] J'avais été alertée par les travaux de Nicolas Rouche sur les grandeurs.

[3] A l'époque des recherches de Guy Brousseau, Régine Douady & Marie-Jeanne Perrin, l'emploi des calculatrices était limité aux entreprises.

[4] *Atout math CM1*, Hachette (1993), *Diagonale CM1*, Nathan (1993), *Cinq sur Cinq sixième*, Hachette (1994)

cumulant les apports de chacun des manuels.
- Les manuels consultés se permettent des libertés par rapport aux textes officiels : par exemple, introduire les rationnels avant les décimaux à l'école primaire.
- Aucun manuel n'étudie le rapport entre ordre des décimaux, addition et écart.
- On ne trouve pas d'étude sur les questions d'approximation pour des grandeurs familières.
- Les tableaux et schémas servent parfois d'outils d'organisation de données et de calcul.

Je disposais également de descriptions concernant des introductions partielles de séquences issues des ingénieries elles-mêmes (Kuzniak, Perrin). Les études préalables et l'analyse de ces introductions partielles m'ont conduite à proposer une série d'hypothèses sur les difficultés que peuvent rencontrer des enseignants dans la reprise partielle de scénarios issus des ingénieries.[5]

- Puisque, dans leur majorité, les enseignants ne prennent pas le risque de tout changer dans leur enseignement, seule peut être envisagée une reprise partielle d'éléments extraits des ingénieries.
- Les enseignants peuvent être rebutés par des questions de lecture : leurs connaissances peuvent être insuffisantes pour interpréter ce qui est écrit ; la présentation rédactionnelle peut être trop condensée et imposer un travail d'interprétation décourageant.
- Les propositions sont contraires aux recommandations officielles (décimaux, avant rationnels).
- Elles utilisent les registres sémiotiques (schémas avec flèches, graphiques) dans des contextes inhabituels.
- L'approximation des ingénieries est un instrument pour résoudre des problèmes, alors que l'approximation est habituellement associée au calcul d'estimation.
- L'ingénierie de Brousseau prend en compte les conflits entre points de vue physiques, technologiques et mathématiques, alors que les grandeurs, habituellement limitées à l'étude des longueurs, aires et volumes, servent à faire exclusivement des mathématiques.
- Dans les deux ingénieries, les points de départ proposent des situations où les concepts nouveaux apparaissent d'abord comme outils avant d'être étudiés comme objet, alors que l'enseignement secondaire fait le plus souvent l'inverse.
- La gestion des situations a-didactiques suppose que l'enseignant sache jouer sur plusieurs modalités d'intervention : encouragement "neutre" dans les périodes de recherche, accueil "neutre" dans les périodes de débat, puis progressivement aide à la structuration, mise en cause des procédés peu efficaces par la recours à de bons contre-exemples), mise en place de règles dont le respect est imposé, exercices d'entraînement. C'est aussi une pédagogie lente dont l'échelle de temps n'est jamais la séance mais plutôt de l'ordre de la semaine, alors que les méthodes habituelles, "impositives", s'organisent sur un temps plus court.

Les propositions que j'ai faites à des enseignants ont été rédigées en fonction des hypothèses ci-dessus. Le lecteur curieux trouvera dans la thèse les transformations que j'ai fait subir aux ingénieries de Guy Brousseau, Régine Douady & Marie-Jeanne Perrin.
Rappelons que je voulais m'adresser aux collègues du primaire et du collège en respectant leur liberté. Il était entendu que les documents écrits qui leur était remis étaient destinés à les aider dans leur travail d'enseignant. Ils savaient également que je ne souhaitais pas organiser de cours autour de ces documents, voulant examiner *a minima* les réemplois partiels de mes propositions. Le modèle théorique que j'ai pris comme référence est celui de la didactique professionnelle (Pastré, Rogalski & Samurçay).

Douze fiches (recto ou recto-verso) ont été distribuées à dix-neuf enseignants d'école primaire et treize enseignants de collège, certaines directement inspirées des ingénieries, d'autres faites pour confirmer les hypothèses décrites ci-dessus. Des entretiens avec les enseignants concernés ont eu lieu en cours d'année (17 entretiens) et en fin d'année (24 entretiens). Les élèves des classes correspondantes ont passé des tests sur les décimaux en septembre 1994 et en juin 1995.

---

et *Apprentissages mathématiques sixième*, Hatier (1991).

[5] On trouvera dans la thèse la position que j'ai prise concernant la question de la reproductibilité des situations (Artigue, Arsac, Balacheff, Mante).

3- Quelques résultats

Les études préalables, les entretiens avec les enseignants et les tests avec les élèves présentent des résultats convergents concernant l'approximation : l'utilisation proposée par les ingénieries est totalement divergente par rapport à celle qui est véhiculée par la tradition scolaire (calcul d'estimation). De plus, les tests avec les élèves ont montré la stagnation des scores dans le calcul de distance entre nombres décimaux dont l'écriture ne peut être associée à des grandeurs familières. En voici un exemple :

Par rapport à 60, situer le nombre le plus proche : 60,3 ou 59,3 (item 35).
Par rapport à 7, situer le nombre le plus proche : 6,9 ou 7,08 (item 36).

Classe	Item 35	Item 36
CM1	66	22
CM2	80	30
6°	74	27
5°	81	29

(résultats en pourcentage)

Les élèves comprennent la question et y réussissent quand il s'agit des nombres décimaux 60, 60,3 et 59,3. En revanche, pour l'item 36, les scores restent faibles pour les quatre niveaux, comme si l'enseignement des décimaux n'arrivait pas à améliorer le traitement de calculs de distance quand le nombre de chiffres après la virgule n'est pas constant.
Cette observation est à rapprocher du manque d'intérêt pour les deux fiches proposées concernant la liaison entre l'ordre et l'addition et la liaison entre division euclidienne et rationnel. Ces fiches étaient la reprise quasiment mot pour mot de séquences extraites des ingénieries. Elles étaient courtes (recto seul), utilisaient comme registres sémiotiques la demi-droite numérique, la notation fractionnaire et décimale. Bien que plusieurs recherches aient montré l'importance de la conceptualisation de la distance sur la droite numérique, il est dans les habitudes enseignantes de ne pas y consacrer du temps, c'est un *point-aveugle* de notre enseignement : or les enseignants de lycée supposent la maîtrise des propriétés correspondantes.

Quelques enseignants se sont montrés intéressés par l'étude de questions d'approximation au sens de distance, à propos de problèmes d'arrondis liés à des grandeurs familières (prix, masses). Mais la majorité des enseignants ne souhaite pas introduire dans leurs cours les fiches sur les différences entre valeurs calculée, valeur utilisée pour fabriquer une grandeur et valeur mesurée.

Les entretiens avec les enseignants ont mis en évidence des ouvertures sur des pratiques peu conventionnelles au collège, comme l'utilisation des rationnels dans un contexte de mesure d'aire ou de longueur, ou encore les questions de modélisation.

4- Des questions pour la formation et la recherche

Les travaux que j'ai conduits avec des enseignants volontaires et bienveillants vis-à-vis des propositions que je leur fournissais m'ont amenée à réfléchir sur l'importance des traditions scolaires. Ce qui est pratiqué depuis au moins trois quarts de siècle continuera à marquer pendant de longues années les usages scolaires, sauf prise de conscience orchestrée au plan institutionnel (textes officiels, stages de formation continue).
A contrario, j'ai observé une perte de la tradition primaire de la maîtrise des usages sociaux liés aux mathématiques : les arrondis des balances automatiques, les à-peu-près des calculatrices, la maîtrise des chiffres significatifs dans l'utilisation pratique des grandeurs, ce sont quelques exemples de thèmes que le système éducatif ne met pas en valeur. Tout se passe comme si l'enseignement mathématique devait être organisé en fonction des propriétés algébriques des décimaux, indépendamment de leur valeur d'usage pratique.

Lors de l'étude des textes officiels, je me suis rendu compte que l'étude des rationnels a toujours fonctionné, sauf à l'époque des mathématiques modernes, comme un marchepied vers le calcul littéral, lui-même tenant lieu de construction de l'ensemble des réels. Est-ce pertinent pour la majorité des élèves? Faut-il prévoir un enseignement spécifique pour les élèves des sections scientifiques des lycées ?[6]

La méthodologie que j'ai utilisée ne m'a pas permis d'examiner l'importance de la gestion des situations a-didactiques. J'avais fait l'hypothèse que les enseignants pouvaient préférer des méthodes apparemment plus courtes, où ils "imposent" le nouveau savoir qu'ils font "appliquer" ensuite. Les réponses qu'ils m'ont faites m'ont convaincue de l'importance de la gestion du temps dans la classe. Ils sont prêts à adopter telle ou telle situation s'ils ont le sentiment qu'elle leur fera gagner du temps. Je me demande s'il ne serait pas utile de travailler en atelier[7] avec eux en priorité les thèmes mathématiques à propos desquels ils ont l'impression de piétiner.

J'ai voulu étudier dans mon travail de thèse la distance entre les propositions pédagogiques qu'on pouvait tirer des ingénieries et les pratiques ordinaires. Pour étudier l'enseignant, je me suis inspirée de la didactique professionnelle, car ce cadre théorique me permettait de tenir compte de la liberté de l'enseignant. Je l'ai considéré comme un professionnel dont les gestes sont organisés par des théorèmes-en-acte reposant eux-mêmes sur un système de concepts. Pour comprendre les règles implicites que se donne l'enseignant, je me demande s'il ne serait pas utile d'étudier ce que l'enseignant considère comme de "bonnes" leçons ou de "bonnes" séquences et de les comparer aux dispositifs proposés dans les ingénieries.

La méthodologie employée dans le travail de thèse reflète mes opinions en matière de formation continue.

Le paradigme "processus-produit"[8] me pose question, bien que ce paradigme corresponde à de nombreuses recherches sur l'effet d'actions de formation continue sur les enseignants.
Je m'interroge également sur le paradigme des études basées sur les représentations. Leurs auteurs décrivent les représentations de la population étudiée en termes de manques ou d'erreurs par rapport à la "bonne" représentation, celle qui correspond à un savoir savant que ne maîtrise pas la population étudiée. On est amené alors à définir des programmes de formation continue qui seraient bien vite encyclopédiques, puisque les enseignants manquent visiblement de connaissances en psychologie, sociologie, didactique des mathématiques...
Ma position idéologique est différente. Je ne suis pas sûre que la formation des enseignants repose uniquement sur un processus de transposition didactique de savoirs savants : par exemple, comment s'exprime, en termes de savoirs savants, le poids des caractéristiques culturelles d'un pays, dont on sait qu'elles marquent la tradition scolaire ? Je préfère me situer dans une approche de type didactique professionnelle, en mettant en relation pratiques, gestes professionnels, outils, discours, tous ces éléments étant organisés et analysés en fonction des problèmes que les enseignants ont à affronter. Pour la formation continue, je préfère commencer par l'étude de thèmes dont les enseignants pourront s'emparer avec facilité et dont ils constateront l'effet positif sur leurs élèves. C'est dans ce sens que je me suis intéressée aux points d'ancrage et aux points de rejets.
Quand les enseignants m'interrogent, le plus souvent je n'ai pas de solution clef-en-main à leur proposer. Bien sûr, le savoir didactique m'aide à analyser leur demande et à élaborer des propositions, mais je ne suis jamais totalement sûre de l'effet de mes propositions, car la didactique n'est pas le seul aspect à prendre en compte : je suis inculte dans tant de domaines ! L'avenir n'est-il pas aux équipes plurielles de recherche[9] ?

---

6 Ces interrogations sont très proches de celles qu'Alain Bronner présente dans sa thèse (1997).
7 C'est-à-dire sur un temps long.
8 Voir Doyle.
9 Comme celle qui a conduit à la publication de l'ouvrage sous la direction de Claudine Blanchard-Laville intitulé *Variations sur une leçon de mathématiques*, L'Harmattan 1997.

Bibliographie

ARSAC, G., BALACHEFF, N. & MANTE, M. (1992), Teacher's role and reproductibility of didactical situations, *Educational studies in mathematics, vol 23, 1*, 5-29.

ARSAC, G. & MANTE, M. (1990), Le rôle du professeur - Aspects pratiques et théoriques, reproductibilité, in *Séminaires IMAG 1988-89*, 79-105, Grenoble: Université Joseph Fourier.

ARTIGUE, M. (1990), Ingénierie didactique, *Recherches en didactique des mathématiques, vol. 9, 3* , 281-308.

BRONNER, A. (1997), *Étude didactique des nombres réels*, Thèse de didactique des mathématiques, Université Joseph Fourier, Grenoble.

BROUSSEAU, G. (1980), Problèmes de l'enseignement des décimaux, *Recherches en didactique des mathématiques, Vol 1, 1,* 11-58.

BROUSSEAU, G. (1981) , Problèmes de didactique des décimaux, *Recherches en didactique des mathématiques, Vol 2,1*, 37-128.

BROUSSEAU, G., & BROUSSEAU, N. (1987), *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, Bordeaux: IREM de Bordeaux.

DOUADY, R. (1980), Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire (enfants de 6 à 11 ans), *Recherches en didactique des mathématiques Vol 1, 1*, 77-110.

DOUADY, R. (1986), Jeux de cadre et dialectique outil-objet, *Recherches en didactique des mathématiques, Vol 7, 2,* 5-31.

DOUADY, R., & PERRIN, M.J. (1986), *Liaison école-collège : Nombres décimaux*, Paris: IREM de Paris VII.

DOYLE, W. (1986), Paradigmes de recherche sur l'efficacité des enseignants, in M. CRAHAY & D. LAFONTAINE, *L'art et la science de l'enseignement : hommage à G. de Landsheere* (pp. 437-465), Bruxelles: Labor.

DUVAL, R. (1991), Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des textes, *Annales de didactique et de sciences cognitives, vol. 4*.(Pp. 163-196)

DUVAL, R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine, Représentations sémiotiques et apprentissages intellectuels,* Berne: Peter Lang.

KUZNIAK, A. (1994), *Étude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré,* Thèse de didactique des mathématiques, Université de Paris VII.

PASTRÉ, P. (1992), Requalification des ouvriers spécialisés et didactique professionnelle, *Éducation Permanente n°111*, *Approches didactiques en formation d'adultes,* 33-54.

PERRIN-GLORIAN, M.J. (1992), *Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-sixième*, Thèse de doctorat d'Etat, Université Paris VII, Paris.

ROBERT, A. (1996), *Une approche de la formation professionnelle initiale des futurs enseignants de lycée et collège en mathématiques : un essai de didactique professionnelle,* Cahier de DIDIREM n° 26, Paris: IREM de Paris VII.

ROBERT, A. (1997), *La formation professionnelle initiale des enseignants de mathématiques : quel problème de didactique ?* document polycopié, Paris: IREM de Paris VII.

ROGASLKI, J., & SAMURÇAY, R. (1992), Formation aux activités de gestion d'environnements dynamiques : concepts et méthodes, *Éducation Permanente n°111, Approches didactiques en formation d'adultes,* 227-242.

ROGASLKI, J., & SAMURÇAY, R. (1995), Modélisation d'un "savoir de référence" et transposition didactique dans la formation de professionnels de haut niveau, in G. ARSAC, Y. CHEVALLARD, J.L. MARTINAND & A. TIBERGHEIN, *La transposition didactique à l'épreuve* (pp. 35-71), Grenoble: La pensée sauvage.

ROUCHE, N. (1992), *Le sens de la mesure*, Bruxelles: Didier/Hatier.

ROUCHE, N. (1994), Des grandeurs aux nombres rationnels, *Actes du colloque inter-IREM de géométrie 1992* (pp. 17-27), IREM de Limoges.

VERGNAUD, G. (1987) , Les fonctions de l'action et de la symbolisation dans la formation des connaissances chez l'enfant, in J. PIAGET, P. MOUNOUD & J.P. BRONCKART, *Psychologie* (pp. 821-843), Paris: Gallimard, Encyclopédie de la Pléiade, série méthodique.

VERGNAUD, G. (1991), La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques, Vol. 10, 2.3,* 133-170.

VERGNAUD, G. (1992), Qu'est-ce que la didactique ? En quoi peut-elle intéresser la formation des adultes peu qualifiés ?, *Éducation permanente n° 111, Approches didactiques en formation d'adultes,* 19-32.

VERGNAUD G. (Ed.) (1994a), *Apprentissages et didactiques, où en est-on ?*, Paris: Hachette-Education.

VERGNAUD, G. (1994b), Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel, in M. ARTIGUE, R. GRAS,, C. LABORDE & P. TAVIGNOT, *Vingt ans de didactique en France, Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud,* (pp. 177-191), Grenoble: La pensée sauvage.

CONCEPTIONS DES FUTURS ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE SUR DESSIN ET FIGURE INTEGRATION DE CABRI-GEOMETRE DANS LEUR FORMATION

Christiane ROLET
IUFM de Lyon et UMR-GRIC, équipe COAST

Ce texte comprend trois parties :

La première partie montre certains problèmes posés par la présence et l'utilisation du dessin dans l'enseignement de la géométrie plane à L'Ecole Primaire et au Collège. Les sujets auxquels nous nous intéressons, littéraires pour la plupart, n'ont pas eu d'autre formation en géométrie plane depuis le Collège et leurs conceptions dépendent donc en grande partie de l'enseignement reçu alors.

La deuxième partie présente l'analyse des conceptions des futurs Professeurs d'Ecole sur dessin et figure. Cette analyse a été faite à partir de deux situations utilisant l'environnement Cabri-géomètre[1] *et a produit des résultats que nous donnerons.*

La troisième partie est la présentation succincte des premiers essais de mise en place, à la suite de ces travaux, d'une formation des futurs Professeurs d'Ecole intégrant l'utilisation de Cabri-géomètre.

I. Dessin et figure dans l'enseignement de la géométrie plane

I.1 Activités géométriques concernées par le dessin

Les activités géométriques peuvent être distinguées en activités relevant d'une géométrie pratique que l'on rencontre à l'Ecole Elémentaire et dans les premières années du Collège, et en activités géométriques relevant d'une géométrie déductive qui prend place au Collège. Les premières, qui font intervenir explicitement le registre figural, peuvent être schématisées comme suit (Fig. 1) :

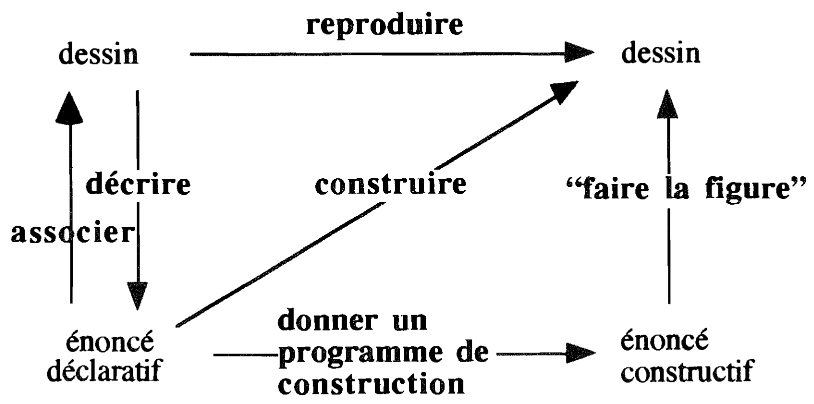


Fig. 1

---

[1] Logiciel développé au Laboratoire de Structures Discrètes et de DIdactique de Granoble par J.M. Laborde, Y. Baulac et F. Bellemain.

Une connaissance minimale du logiciel est souhaitable pour lire les deuxième et troisième parties.

Précisons chacun des termes :

Associer :

il s'agit, à partir d'un nom de figure géométrique ou d'un énoncé déclaratif, de choisir un (ou des) dessin(s) parmi un lot fourni. Par exemple à partir du nom rectangle ou de l'énoncé déclaratif "j'ai au moins 2 angles droits ; je n'ai que 2 axes de symétrie", l'élève doit désigner le (ou les) dessin(s) répondant à la description faite.

Décrire

Il s'agit souvent, à partir de quelques dessins (souvent 1 pour chaque figure géométrique), de remplir un tableau à double entrée avec noms ou codes des dessins fournis comme première entrée et propriétés géométriques comme seconde entrée.

Reproduire

Il s'agit de faire un dessin "à l'identique", le critère de réussite étant la superposition. Les variables de la situation sont nombreuses et changent en passant d'un cycle à un autre, aussi bien en ce qui concerne le support (papier quadrillé ou uni) que les outils autorisés (calque, gabarit, règle non graduée, règle graduée, équerre, compas, etc.)

Construire

Il s'agit pour l'élève d'obtenir une représentation graphique,
- soit à partir d'un énoncé constructif, et alors seul le savoir-faire instrumental est sollicité (à condition toutefois que les instruments autorisés soient précisés...),
- soit à partir d'un dessin éloigné de l'élève (interdisant des manipulations directes et fréquentes) et/ou d'un énoncé déclaratif, et c'est alors l'élève lui-même qui doit passer de l'énoncé déclaratif à un énoncé constructif sans que celui-ci soit toujours demandé.

Depuis quelques années est introduite à l'École Élémentaire la situation dite d' "échange de messages" où un élève reçoit un dessin, doit rédiger un message permettant à un partenaire de le construire, la validation ayant lieu par comparaison du dessin original et du dessin final.

Au Collège les exercices relèvent encore d'une géométrie pratique en continuité avec les activités de l'École Élémentaire. Même en fin de collège, on retrouve dans beaucoup d'exercices la demande de la construction d'une figure avant de faire une démonstration, la démonstration ne devant pas reposer sur la dite figure.

Nous disons que, dans les activités géométriques de l'Ecole et du Collège, il y a *écrasement du spatial* (sous le géométrique) et *ambiguïté dans le statut et le rôle du dessin.*

I.2 Ecrasement du spatial

Il nous semble que la distinction explicite entre propriétés géométriques et propriétés spatiales non pertinentes d'un dessin est rarement travaillée dans l'enseignement. C'est ce que nous appelons l'écrasement du spatial sous le géométrique.

Dans les activités de description et d'association

Dans "associer" et "décrire" les dessins sont fournis par les maîtres et les manuels : ils sont encore bien souvent donnés en un unique exemplaire et stéréotypés (même si le carré a maintenant élargi son domaine de stéréotypie : côtés horizontaux et verticaux, mais aussi diagonales horizontale et verticale) et les nombreuses propriétés spatiales, non pertinentes car propres au seul exemplaire fourni, même si elles ne sont pas données (en général...) sont aussi rarement rejetées.

Dans l'activité de reproduction

Dans l'activité de reproduction, il est fréquent de voir intervenir de façon implicite mais très marquée des propriétés concernant les positions des points et les orientations des segments ; ceci est en particulier évident lorsque le support fourni est du papier quadrillé. Et même si la reproduction demandée ne suggère pas à l'élève de prendre en compte des propriétés spatiales, rien ne lui sera dit si, de lui-même, il le fait. De plus dans la reproduction, les mesures interviennent de façon explicite, alors que leur prise en compte n'est pas toujours pertinente dans les autres activités.

Dans les activités de construction

Dans la construction, la prise en compte par l'élève de propriétés spatiales (outre orientations et positions, les mesures peuvent être dans ce cas-là non pertinentes) ne sera pas "refusée". Les consignes dans ces exercices de construction ne sont pas claires sur la production attendue : "fais la (même) figure" veut-il dire que le dessin produit doit être superposable, semblable, posséder les mêmes propriétés géométriques ? Une des façons les plus simples de travailler sur ces propriétés non pertinentes est d'organiser une situation d'échange de messages. Mais là encore, nous ne sommes pas sûre que maîtres et manuels soient conscients de l'obstacle créé par la présence de ce spatial : ils insistent surtout sur la présence du vocabulaire géométrique et négligent les autres informations.

I.3 Rôle ambigu du dessin

Le dessin a un statut variable d'objet ou d'outil, quelquefois à l'intérieur d'une même tâche. En tant qu'objet, son rôle peut être de donner des informations ou de montrer un savoir-faire. En tant qu'outil, son rôle peut être d'être un moyen de justification, une aide à la conjecture ou à la vérification.

Le dessin, preuve d'un savoir-faire

Il est, comme nous l'avons vu dans les tâches de reproduction et de construction, le but de la tâche. Il a donc ici un statut et un rôle très fort. La validation portera sur une réalisation respectant le contrat et les attentes du maître qui, soit procédera à un contrôle global sur le dessin produit, soit vérifiera l'utilisation effective des instruments fournis. Le type de vérification n'est pas toujours fixé à l'avance et souvent la deuxième vérification n'intervient que si la première ne donne pas satisfaction.

Le dessin, source d'informations

Dans beaucoup de tâches l'objet dessin est présent, non pas dans le but d'en faire une description, mais plus généralement comme source d'informations, comme instanciation de propriétés nécessaires par exemple dans une démonstration. Il est alors une source ambiguë d'informations, puisque selon les cas les informations sont à prendre par simple perception et/ou à relever avec des instruments et/ou à prendre dans un texte. Ainsi, certains exercices donnent un texte et ajoutent la mention "voir figure", sans que l'élève sache si les seules propriétés qu'il doit lire sont celles du texte, le dessin n'étant là que pour l'illustrer, ou si des propriétés d'incidence, d'ordre, etc., sont en prendre en considération. Le dessin est donc soit superflu soit indispensable.

Le dessin, aide à la justification

En tant qu'outil il peut servir à un enseignant pour justifier une propriété géométrique qu'on ne peut pas ou qu'on ne veut pas à un niveau d'enseignement donné démontrer : ainsi la propriété de Thalès est-elle présentée avec "les trois cas de figure", les trois dessins fournis étant censés représenter la classe de dessins associée à la figure géométrique. Par contre, cette même utilisation sera refusée dans d'autres cas qui pour l'élève ne sont pas très différents...

Le dessin, aide à la conjecture et/ou à la vérification

Lorsque les manuels ou les professeurs posent à des élèves la question "Que pensez-vous du quadrilatère ABCD ?", il est clair que ceux-ci lisent la réponse sur le dessin avant de chercher à la démontrer (si toutefois ils en voient la nécessité...). Le dessin sert donc à conjecturer la réponse avant de la démontrer. Du théorème en acte "ce qui est faux sur le dessin est faux dans la théorie", les élèves tirent "ce qui est vrai sur le dessin est vrai dans la théorie" : ils ont souvent raison!

Le dessin peut également permettre à des élèves de vérifier avec une règle graduée la mesure calculée de la longueur de l'hypothénuse d'un triangle rectangle ou de vérifier le parallélisme démontré de deux droites. Ils ont tout intérêt à le faire.

Mais souvent les usages du dessin à de tels propos, conjecture et vérification, restent du domaine privé de l'élève.

L'ambiguïté nous paraît maximale lorsqu'un dessin sert de contre-exemple dans une ostension assumée par un enseignant alors que par ailleurs il demande des justifications théoriques.

II. Analyse des conceptions de futurs enseignants du Primaire

Nous allons dans cette partie donner le cadre théorique que nous avons construit pour mener notre analyse et, après avoir présenté les deux situations mises en place et sans développer ici la méthodologie employée[2], nous donnerons les résultats obtenus.

II.1 Cadre théorique mis en place

Certains mots ont déjà été employés dans la première partie avec leur sens courant. Nous allons préciser ici le sens que nous leur avons donné dans notre étude. Mais le filtre principal à travers lequel nous avons étudié les productions des sujets est celui des contrôles exercés ; nous développerons davantage ce point.

Géométrie pratique, géométrie théorique [*cf.* Balacheff 1992]

Dans une *géométrie théorique* un certain nombre d'objets géométriques et de relations entre ces objets sont donnés au départ, dans un système d'axiomes. Une figure géométrique est spécifiée par un énoncé déclaratif, conjonction de clauses qui sont des propriétés géométriques précédemment définies. Ces spécifications peuvent être faites dans différents types de langage. Dans cette géométrie, on démontre des propriétés en s'appuyant sur des théorèmes précédemment connus et des règles de déduction bien définies. Les résultats tirent leur validité de la théorie et non des représentations graphiques qui peuvent être associées aux objets définis.

La finalité d'une *géométrie pratique* est autre : il s'agit de produire un savoir-faire fait à la fois de programmes de construction et de réalisation effective de représentations graphiques associées à ces programmes de construction. Une géométrie pratique est définie par le lot d'instruments géométriques autorisés et les règles d'utilisation de ces instruments. Ces "règles de l'art" sont explicites ou implicites (dépendant du contrat en cours).

Géométrie théorique et géométrie pratique jouissent d'une certaine autonomie l'une vis-à-vis de l'autre : la géométrie théorique peut se passer de constructions effectives, et la géométrie pratique peut montrer des programmes de construction dont la seule validité est l'efficacité et

2 Nous renvoyons le lecteur curieux à Rolet 1996

une précision acceptable dans le domaine où elle s'insère.

Des liens cependant existent : c'est la géométrie théorique qui permet de démontrer une constructibilité (ou d'en trouver les limites), souvent de déterminer un énoncé constructif, et en tout cas de le fonder. Dans l'autre sens, un dessin géométrique correspondant à une figure géométrique peut être d'une grande aide pour conjecturer et/ou vérifier un résultat de géométrie théorique.

Dessin et figure

Nous avons utilisé dans notre travail les concepts de dessin et figure en les définissant comme suit :

Un dessin est d'une part un objet matériel et d'autre part un des signifiants possibles d'une figure géométrique [*cf.* Laborde & Capponi 1994].

Pour nous, un dessin a des *propriétés graphiques* qui traduisent des propriétés que nous avons appelées :

propriétés géométriques telles que le parallélisme, la perpendicularité, etc.
propriétés spatiales telles que la forme, la position, la taille.

Dans le contexte Cabri-géomètre (ou Cabri en abrégé), les propriétés spatiales ne peuvent être déclarées, elles ne figurent donc pas dans le cabri-énoncé[3] et, même si elles sont présentes dans le premier dessin fait à l'écran, ne le restent pas lors du déplacement des points libres. Les propriétés géométriques déclarées figurent dans le cabri-énoncé et restent présentes lors du déplacement des points libres.

Nous avons appelé *figure* la signification associée au dessin par un sujet. (Fischbein 1993). Ainsi, nous distinguons dans la figure des propriétés spatiales et des propriétés géométriques.

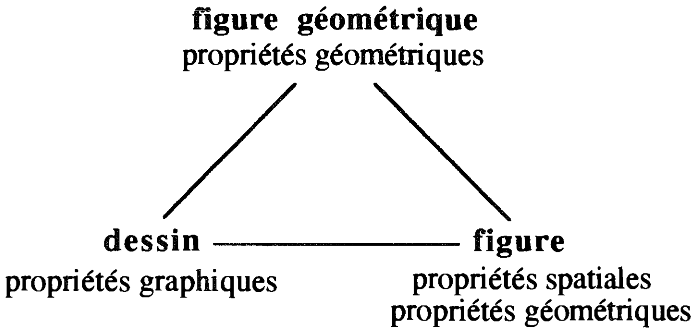


Fig. 2

Types de contrôles

Nous avons repris la notion générale de contrôle dans les travaux de Hoc (1987), Richard (1990) et Schoenfeld (1985).

Dans une tâche donnée, le contrôle s'exerce :
- lors de la planification de la tâche
  dans le choix de buts et de sous-buts
  dans le choix des connaissances à utiliser
- lors de l'exécution de la tâche, dans la mesure de l'écart au but
- lors de la vérification de la solution finale.

En appliquant ceci à une tâche de construction en géométrie, nous obtenons :

[3] Enoncé produit par le logiciel et que l'on peut sortir sur imprimante : suite des commandes utilisées et des valeurs qui leur ont été affectées.

	pendant l'exécution	résultat
connaissances propriétés	propriétés prises en compte, remises en cause, négligées	acceptation ou refus par le sujet en fonction des propriétés
traitements : instruments	programmes de construction instruments utilisés	utilisation d'instruments (matériels ou intellectuels) pour valider le résultat

Nous avons alors distingué 3 types de contrôle possibles dans des phases de construction et de validation de construction :

• *Le contrôle perceptif simple*
- Il s'exerce sur des propriétés spatiales et/ou géométriques.
- Il utilise comme instrument la vue (et éventuellement une règle).

Pour construire un carré un sujet peut placer "à vue" ses points, ses segments, dans des positions privilégiées, respecter parallélisme et angle droit de façon globale, à "main levée" ou en prenant des directions privilégiées. Pour lire un carré, il peut se contenter d'une estimation visuelle, facilitée si le carré est dans une position classique.

• *Le contrôle perceptif instrumenté*
- Il s'exerce sur des propriétés spatiales et/ou géométriques.
- Il utilise comme instruments la vue et d'autres instruments qui peuvent être :
  - calque, gabarit, papier quadrillé, règle graduée
  - ou règle, équerre, compas
  - ou commandes de Cabri, dont le déplacement.

Ces trois lots d'instruments ne sont pas de même nature : le premier lot est peu propice à la mise en valeur de propriétés géométriques ; le second lot bien que fait d'instruments "géométriques" ne nous semble pas garant d'un contrôle ne portant que sur des propriétés géométriques, une équerre pouvant être utilisée comme un simple gabarit ou une règle graduée permettant de placer un point au milieu d'un segment sans savoir qu'il est au milieu ; nous reviendrons sur l'usage des commandes de Cabri.

• *Le contrôle théorique*
- Il s'exerce sur des propriétés géométriques.
- Il utilise comme instruments les démonstrations.

De ces trois types de contrôle nous pouvons dire a priori que :

• Le passage du contrôle perceptif simple et "naturel" au contrôle théorique est
- soit imposé dans des consignes de type "justifier", "démontrer",
- soit propre au sujet parce que le contrôle perceptif simple se trouve être insuffisant
  pour trouver un programme de construction
  pour répondre ou valider une réponse
  pour traiter des cas limites et des "monstres"

(Un monstre est une contradiction, pour le sujet, entre dessin et figure ; ce qualificatif n'a donc rien d'absolu...)

• L'usage du contrôle perceptif instrumenté (avec les instruments habituels que sont règle, équerre et compas) n'est pas garant du passage au contrôle théorique mais son utilisation nous semble être particulièrement intéressante dans une dialectique avec le contrôle théorique, à la fois pour conjecturer, induire la démonstration, vérifier.

II.2 Situations construites et analysées

Les situations ont été construites pour que propriétés spatiales et propriétés géométriques puissent être lues et éventuellement entrer en conflit, pour que les 3 types de contrôle évoqués ci-dessus puissent être exercés dialectiquement.

Nous avons utilisé deux situations d'échange de messages entre 2 étudiants, à partir de constructions faites dans le micromonde Cabri-géomètre. Chacune des situations comportait deux phases :
- la phase d'action où chaque étudiant faisait la construction sur un ordinateur, envoyait ou rédigeait un message pour son partenaire et décodait le message reçu,
- la phase de communication, où les deux étudiants confrontaient leurs productions.

Les travaux des étudiants sur ordinateur ont pu être enregistrés grâce à la commande "Journal de session" et les dialogues ont été enregistrés sur bande magnétique.

Nous avons placé 20 étudiants donc 10 binômes dans chacune des situations.

Redisons que ces situations ne sont pas des situations d'apprentissage, qu'il n'y a pas de "bonne solution" à institutionnaliser, et que dans notre analyse a priori nous n'avions pas prévu le règlement de tous les conflits par les sujets. Ce sont les difficultés et les obstacles des sujets qui nous intéressaient, et nous avions pensé et espéré qu'ils en auraient ! (Nous n'avons pas été déçue...)

Nous présentons simplement ci-dessous les consignes données aux étudiants dans chacune des situations, en donnant les caractéristiques essentielles des problèmes posés.

Première situation :

Le dessin suivant a été donné à chacun des étudiants (Fig. 3) :

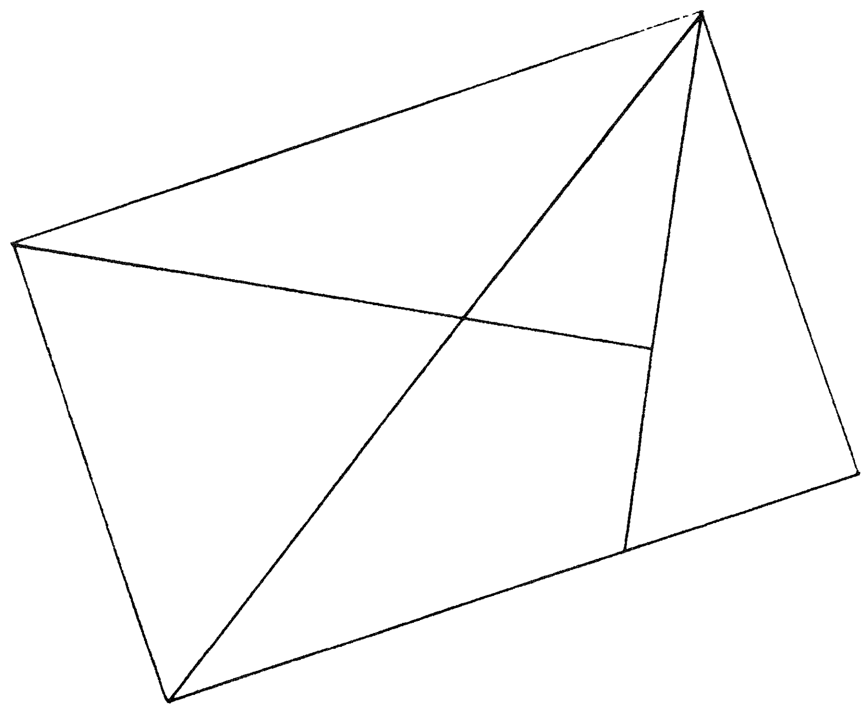


Fig. 3

accompagné de la consigne suivante, manuscrite elle aussi :

> Sur cette feuille se trouve un dessin que vous allez réaliser avec Cabri.
> Chacun d'entre vous donnera l'énoncé produit par le logiciel à son binôme qui devra le décoder.
> Ensemble vous comparerez dans les 2 cas le dessin de départ et celui obtenu par le binôme. Vous déciderez de l'acceptabilité du dessin final et argumenterez votre

décision.

Les principales caractéristiques de cette tâche sont :
- les nombreuses lectures possibles de proriétés (tant spatiales que géométriques),
- les problèmes posés par les compatibilités de certaines d'entre elles, qui pouvaient pousser les sujets cers un contrôle perceptif instrumenté ou un contrôle théorique
- la liberté laissée aux sujets de définir des critères de validité, ce qui permettait d'avoir l'expression de la finalité qu'ils s'assignaient.

Deuxième situation

Le dessin suivant a été donné à chacun des deux étudiants (Fig. 4) :

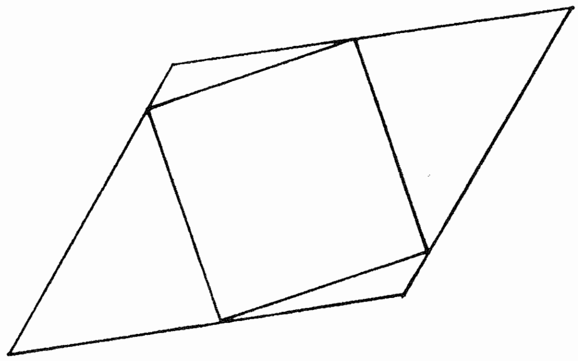


Fig. 4

avec la consigne manuscrite suivante :

Vous allez réaliser ceci avec Cabri (n'oubliez pas la condition de "solidité" lorsqu'on déplace un point de base).
Vous sauvegarderez votre travail puis direz à votre binôme comment vous avez procédé en lui donnant un énoncé.
Vous étudierez l'énoncé de votre binôme et en discuterez la validité avec lui.

Nous étions là devant :
- un éventail plus restreint des lectures : la lecture du parallélogramme et du carré ayant ses sommets sur les côtés du parallélogramme s'imposait de façon assez naturelle
- la nécessité de connaissances théoriques très différentes selon l'ordonnancement choisi pour faire la construction : celle d'un parallélogramme circonsrit à un carré ne requiert pas les mêmes connaissances que celle d'un carré inscrit dans un parallélogramme
- des critères de validité précisés : l'emploi du contrôle perceptif instrumenté était demandé dans la consigne.

II.3 Résultats

Nous ne reprenons pas ici la méthodologie très lourde mise en place pour analyser les sessions et les dialogues. Nous renvoyons le lecteur intéressé à la thèse. Nous présentons simplement les résultats obtenus concernant le rôle du spatial, le rôle de la mesure, le rôle du géométrique dans les conceptions des sujets, et les contrôles exercés sur leurs productions.

Rôle du spatial

Les étudiants prennent en compte de façon très significative les propriétés spatiales du dessin : position des points, orientation des segments[4], clôture du dessin (au sens de Duval 1988)[5]. Elles apparaissent spontanément dans le premier dessin à l'écran, et réapparaissent comme positions d'équilibre lorsque les sujets pratiquent des déplacements. Ces propriétés spatiales, pourtant non transmises dans le cabri-énoncé ou dans la procédure écrite, réapparaissent avec les mêmes stéréotypes dans les décodages des cabri-énoncés ou des messages en provenance des partenaires.

La prise en compte de ces propriétés spatiales est souvent un moyen de régler les conflits : elle est un moyen de faire disparaître les "monstres" et d'obtenir un dessin satisfaisant. Elle devient explicite chez certains sujets qui regrettent le déplacement et voudraient "nommer" leurs points pour les "punaiser". Cette prise en compte s'atténue lorsque le géométrique l'emporte, comme dans la seconde situation.

Nous pensons retrouver, dans cette importance du spatial dans les conceptions de sujets adultes, un effet de l'écrasement du spatial dans l'enseignement qu'ils ont reçu (*cf.* paragraphe I.2).

Ceci nous permet de mettre en évidence un premier obstacle au contrôle perceptif instrumenté offert par Cabri-géomètre dans le déplacement des points libres : en effet, ces propriétés spatiales ne sont pas conservées dans le déplacement des points libres.

Rôle de la mesure

Rappelons que nous avions enlevé du menu de Cabri-géomètre tout moyen de mesurer.

Il est apparu très clairement que les mesures faisaient partie des propriétés des figures pour les étudiants : ils ont quasi unanimement regretté les mesures et il est certain que leur présence aurait fait disparaître la recherche et la prise en compte de propriétés géométriques[6].

Certaines propriétés nous paraissent avoir acquis un statut ambigu : font-elles partie d'une géométrie pratique comportant une règle graduée ou ont-elles un statut de propriétés géométriques ? Sans mesure, certains sujets pensent ne pas pouvoir construire deux segments de même longueur ; la commande "Cercle" est peu utilisée dans ce but et par exemple une part importante des étudiants construit le carré en reliant les quatre extrémités de deux diamètres perpendiculaires d'un cercle. De même, sans mesure, ils pensent ne pas pouvoir placer un point au tiers d'un segment[7].

En conséquence pour la moitié des sujets, une classe de dessins associée à une figure est, dans un premier temps, faite de dessins isométriques. A défaut une classe est faite de dessins homothétiques ou semblables entre eux. Ceci renvoie à l'ambiguïté de la place de la mesure dans l'enseignement : la mesure est souvent employée alors qu'elle n'est pas liée ou nécessaire à la notion travaillée, mais simplement parce qu'elle présente un confort pour le professeur (qui peut plus facilement analyser les dessins produits) et pour l'élève qui est plus sûr d'avoir un "beau" dessin (*cf.* paragraphe I).

Il est certain que nous avons là un deuxième obstacle à l'utilisation du contrôle perceptif instrumenté de Cabri-géomètre puisque le déplacement des points libres ne permet pas de

---

[4] Position des points et orientation des segments sont semblables à celles du dessin fourni ou à celles des stéréotypes : côtés (du rectangle, du parallélogramme, du carré) ou diagonales du carré horizontaux et verticaux.

[5] Dans le cas de Fig. 3 tous les segments sont intérieurs au rectangle ; dans le cas de Fig. 4, le carré est intérieur au parallélogramme.

[6] Dans le cas de Fig. 3, les extrémités des segments intérieurs au rectangle, autre que la diagonale, auraient été placés avec des mesures ; dans le cas de Fig. 4, la solution de facilité aurait consisté à prendre les mesures du parallélogramme puis les distances des sommets du carré aux sommets du parallélogramme.

[7] Notons qu'il n'y a pas eu impact véritable de la formation des futurs Professeurs d'Ecole qui présente cette construction. Nous avons bien là une représentation forte.

prendre en compte les mesures (mais seulement leurs rapports).

Rôle du géométrique

Nous avons retrouvé, comme l'avaient déjà souligné les travaux faits autour de Duval (Duval 1994, Mesquita 1993, Padilla 1992) une relative pauvreté dans la lecture de propriétés géométriques : il y a peu de changements dans les lectures même lorsqu'elles posent problème, peu de relations entre objets un peu "éloignés", pas de propriétés géométriques "superflues"[8].

Le géométrique sert à vérifier la "correction" des constructions : le fait d'avoir construit des objets en utilisant des propriétés géométriques suffit à valider la construction, sans qu'il soit fait appel au déplacement. Nous retrouvons là un contrat classique de l'enseignement de la géométrie au collège : faire un dessin selon les "règles de l'art" (emploi des instruments règle, équerre, compas par exemple) sans réalisations multiples, étude des cas limites ou des "monstres".

D'où un troisième obstacle au contrôle perceptif instrumenté de Cabri-géomètre.

Contrôles exercés sur les résultats

Le contrôle perceptif simple est employé de façon très importante et il est décisionnel dans l'acceptation ou le refus d'une construction.

Le contrôle perceptif instrumenté de Cabri n'est pas utilisé de façon systématique, ni dans le temps au cours de la construction, ni dans l'espace sur tous les points libres. Il est certain que du temps et une intervention didactique sont nécessaires pour entrer dans la "culture du déplacement".

III. Premières utilisations de Cabri-géomètre dans la formation des Professeurs d'Ecole

Forte de ces résultats, nous avons cherché à intégrer l'outil Cabri-géomètre dans la formation des Professeurs d'Ecole, plus précisément dans le module de géométrie de la formation de première année. Les activités habituellement conduites dans le cadre de la géométrie pratique recoivent un nouvel éclairage. Nous sommes cette fois dans un cadre didactique : nous avons exploré les classes de dessins, recherché les conditions limites, imposé le contrôle perceptif instrumenté, réglé par la théorie les conflits éventuels.

Nous allons en présenter quelques unes, menées dans un premier essai d'intégration.

III.1 Spécification des activités géométriques dans l'environnement Cabri-géomètre

Dans l'environnement Cabri-géomètre, les activités décrites au paragraphe I.1 se spécifient comme suit (Fig.5) :

---

[8] Dans la situation 1 sont vues en grande majorité des propriétés de bissectrice, de perpendicularité, de position de point sur un segment ; dans la situation 2, la position de deux sommets de carré au milieu des côtés du parallélogramme n'est jamais remise en cause.

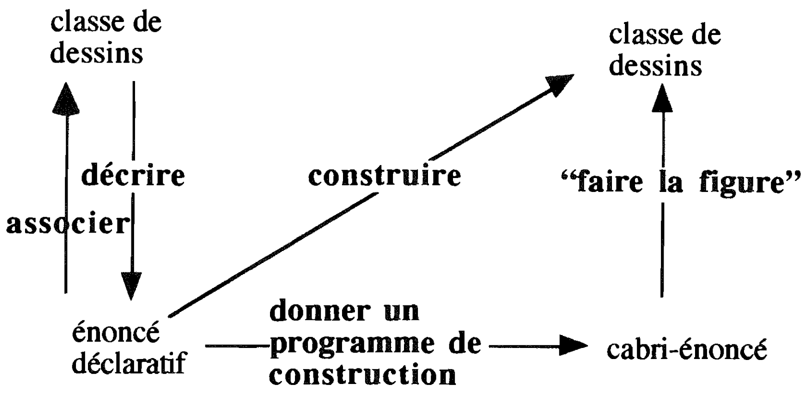


Fig. 5

Dans l'environnement Cabri, la construction d'une figure est validée par la permanence de propriétés dans le déplacement des points libres. La tâche de reproduction (avec conservation des mesures) est donc caduque. D'autre part les tâches ne portent plus sur un dessin mais sur une classe de dessins : ainsi à un énoncé déclaratif ou à un cabri-énoncé est associée une classe de dessins, ainsi la lecture ne porte plus (en principe) sur une seul dessin mais sur une classe de dessins.

Cabri peut également, par l'exploration possible de la classe de dessins associée à une figure géométrique, faciliter les conjectures et les vérifications, la permanence des propriétés lors des déplacements permettant de les inférer ou de les vérifier.

III.2 Types d'activités

Ce qui suit ne constitue pas une liste d'exercices possibles mais plutôt une classification des types d'activités possibles. Les exemples choisis sont ceux qui ont été testés.

Etudier la classe de dessins associée à un énoncé déclaratif

Un objet géométrique est donné à l'aide de propriétés géométriques. Cet objet étant construit dans l'environnement Cabri il est possible de voir la classe de dessins associée à cette définition géométrique.

- Il est ainsi possible de travailler sur la hiérarchie des triangles et de "voir" que dans l'ensemble des triangles isocèles, il y a les triangles équilatéraux ; qu'il y a parmi les triangles isocèles des triangles rectangles ; qu'un triangle rectangle ne peut être équilatéral, etc.
- De même en déplaçant les points libres d'un parallélogramme (respectivement d'un rectangle, d'un losange), on retrouve la hiérarchie des sous-ensembles constitués des quadrilatères particuliers.
- Il est également possible de montrer de façon dynamique le lien entre une figure et sa transformée lorsque l'on déplace la figure, mais aussi le lien entre la transformée d'une figure et la l'instanciation choisie des objets définissant la transformation.

Ces activités permettent d'attirer l'attention des étudiants sur la distinction entre propriétés spatiales et propriétés géométriques, les propriétés spatiales n'étant pas conservées dans les déplacements des points libres. Elles permettent également d'engager une réflexion sur l'influence que peut avoir la présentation graphique d'objets géométriques au tableau ou dans les manuels, et sur la présence de cas limites et de "monstres" dont l'évitement est réalisé grâce à l'ajout de conditions dans la définition des objets libres.

Décrire les propriétés d'une classe de dessins. Faire des conjectures

Un dessin est donné à l'écran. Par déplacement des points libres, il est possible de conjecturer les propriétés de l'objet géométrique.

Par exemple et pour reprendre l'exemple des quadrilatères ci-dessus, l'étude peut porter sur le nombre de degrés de liberté des points définissant un parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré.

Pour donner un autre exemple, évoquons la conjecture sur la position du centre du cercle circonscrit à un triangle : si les étudiants pensent au départ que ce centre est toujours à l'intérieur du triangle (conjecture habituelle qui correspond à un triangle ayant 3 angles aigus), en déplaçant les sommets du triangle, on peut faire la conjecture que ce centre "sort" du triangle lorsque l'un des angles devient obtus. Il est possible dans ce cas précis d'analyser cette propriété surajoutée et de reconnaître là une prise en compte d'une propriété de clôture du dessin.

Il est possible également de reprendre le "célèbre" problème du triangle aplati (4, 9, 5)[9]. Cabri donne 2 résultats différents selon que l'on construit le triangle avec des mesures en ajustant les rayons des cercles, ou que l'on construit des segments de longueurs 4u, 9u et 5u, u étant la longueur d'un segment donné. Dans le premier cas l'imprécision due à la définition des pixels fait que l'on peut avoir 2 solutions, dans le second cas, on a un seul point d'intersection pour les cercles donc un triangle aplati. Cette activité est une très bonne introduction à une réflexion sur le rôle des mesures en géométrie.

Nous avons pu enfin énoncer la propriété de Thalès après l'avoir "vue", faire des conjectures avant de démontrer le théorème de Varignon (nature du quadrilatère joignant les milieux des côtés opposés dans un parallélogramme, dans un rectangle, dans un losange, dans un carré). Les étudiants ont pu situer la conjecture de propriétés par rapport à la démonstration : ils ont pu comprendre ce qu'est le fait de passer d'un contrôle perceptif instrumenté à un contrôle théorique.

Construire dans l'environnement Cabri-géomètre

Les constructions menées dans l'environnement Cabri-géomètre ont amené une étude comparée de différents contextes de géométrie pratique. Nous avons vu l'importance du lot d'instruments fournis et des propriétés utilisables dans un contexte donné. Dans l'environnement Cabri, on ne peut faire de construction valide par déplacement des points libres, en se servant des mesures. Il est par exemple différent de construire le milieu d'un segment selon que l'on dispose d'une règle graduée, d'une règle et d'un compas, des commandes "Droite" et "Cercle", de la commande "Médiatrice" ou encore de la commande "Milieu" dans Cabri!

Il est intéressant d'étudier, dans différents environnements de géométrie pratique dont celui de Cabri, le problème du report de longueur, le problème du partage d'un segment en 3 segments de même mesure, la construction de la médiatrice d'un segment, de la transformée d'une figure etc.

Les constructions sont susceptibles à l'Ecole Élémentaire d'être rédigées. Là encore, Cabri nous a apporté par un travail sur le décodage d'un cabri-énoncé avec apparition éventuelles de cas limites et de monstres dans un contrôle par déplacement des points, et sur la réécriture de ces cabri-énoncés dans un français un peu plus correct et éventuellement avec des conditions supplémentaires.

Il reste encore à construire des activités mettant en place les différents cadres offerts par Cabri et la dynamique des déplacements de points dans des activités que nous menons jusqu'à présent sans le support du logiciel : illustration géométrique de Pythagore, chapitre sur les aires, chapitre sur la proportionnalité entre autres...

III.3 Modes d'utilisation

---

[9] Existe-t-il un triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 9 cm et 4 cm ?
Arsac & al [1992] : *Initiation au raisonnement déductif*, Lyon : Presses Universitaires de Lyon et IREM

Nous donnons ci-dessous les modes d'utilisation que nous avons pu expérimenter en tenant compte des contraintes très fortes auxquelles étudiants de première année et professeur sommes soumis.

Utilisation par l e professeur devant la classe

Le professeur peut, avec un "chariot informatique" composé d'un ordinateur et d'une tablette de rétroprojection, ouvrir des fichiers ou construire devant les étudiants. Cette utilisation convient lorsqu'il s'agit d'illustrer, de montrer une classe de dessins ou de faire faire des conjectures.

Utilisation par un étudiant en classe

Le professeur peut envoyer des étudiants volontaires avec la même tâche de construction que ses camarades ou avec pour mission le décodage d'un énoncé Cabri. La comparaison des tâches dans des contextes de géométrie pratique différents ne peut qu'être profitable à tous. Les étudiants volontaires peuvent être soit des étudiants qui se sentent à l'aise dans le domaine des constructions et écritures de programmes dans le contexte papier-crayon soit être des étudiants habitués au système informatique, curieux de ce logiciel ne leur fait pas peur.

Séance facultative d'initiation et d'utilisation par les volontaires

Le temps très compté des heures de formation, la pregnance du concours font que les utilisations de Cabri manipulé par un expert, dans la mesure où elles éclairent et problématisent des questions du programme de formation sont bien accueillies ; mais le temps et la liberté d'esprit manquent pour une familiarisation prolongée avec le micromonde Cabri. Des séances de travail sur Cabri ne peuvent pour le moment ni être envisagées de façon importante ni être laissées sans encadrement.

Une porte est laissée entrouverte pour les PE2 dans les dernières semaines de leur formation lorsqu'ils ont terminé leurs évaluations disciplinaires, de mémoire, de stages...

Même avec une utilisation limitée à une ostension de la part du professeur et quelques constructions par des sujets isolés, il semble que les étudiants aient pu réfléchir à la présence de propriétés non pertinentes dans des figures géométriques, vu quelques limites du contrôle perceptif simple et l'intérêt d'un contrôle perceptif instrumenté, fait le passage du contrôle perceptif instrumenté au contrôle théorique. Mais nous ne pouvons rien affirmer de ce que serait leur conduite en autonomie et dans d'autres tâches en d'autres lieux. Quel est le degré de contextualisation de leurs acquis ?

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ARSAC G. et coll. (1992) *Initiation au raisonnement déductif au collège,* Lyon : Presses Universitaires de Lyon et IREM.

BALACHEFF N. (1992) *Note pour l'atelier sur le thème "dessin", figure et interface,* Note interne, février 1992.

DUVAL R.(1988) Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* Vol 1, Strasbourg : IREM de Strasbourg, pp. 57-74.

DUVAL R. (1994) Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, *REPERES-IREM* n° 17, pp. 121-138.

FISCHEIN E. (1993) The Theory of Figural Concepts, *Educational Studies in Mathematics* n° 24, pp. 139-162.

HOC J.M. (1987) *Psychologie cognitive de la planification,* Grenoble : PUG.

LABORDE C. & CAPPONI B. (1994) Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en didactique des mathématiques* Vol. 14 (1/2), pp. 165-210.

MESQUITA A. L. (1989) L'influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves : éléments pour une typologie, Thèse de l'Université Louis Pasteur de Srasbourg.

PADILLA SANCHEZ V. (1992) *L'influence d'une acquisition de traitements purement figuraux pour l'apprentissage des mathématiques*, Thèse de l'Université Louis Pasteur de Srasbourg.

RICHARD J.F. (1990) *Les activités mentales : comprendre, raisonner, trouver des solutions*, Paris : Armand Colin.

ROLET C. (1996) *Dessin et figure en géométrie : analyse des conceptions de futurs enseignants dans le contexte Cabri-géomètre*, Thèse de l'Université Claude Bernard, Lyon 1

SCHOENFELD A. H. (1985) *Mathematical Problem Solving*, Academic Press.

UN EXEMPLE D'ACTIVITES MISES EN PLACE À L'ECOLE MATERNELLE DANS LE BUT DE FORMER DES ESPRITS RIGOUREUX ET STRUCTURÉS

Éric Greff
Professeur d'IUFM
IUFM de Versailles
e-mail : greff@ccr.jussieu.fr

Chercheur associé
Laboratoire d'Informatique Fondamentale
Université Paris VI

Résumé

Notre questionnement initial était le suivant : « Peut-on introduire une pensée algorithmique auprès des très jeunes enfants (4-6 ans) ? Peut-on, en tous cas, développer avec eux une série d'activités homogènes qui les aidera plus tard dans leur approche de l'informatique ? ».

La première réponse fut la création et l'expérimentation en classes maternelles d'une progression intitulée « le jeu de l'enfant-robot » dont les objectifs premiers étaient de faire découvrir, d'appréhender et de se familiariser avec des notions que le futur utilisateur averti de l'informatique, informaticien ou non, aura besoin de connaître. Notre méthode n'a pas pour but l'apprentissage d'un langage informatique mais s'appuie cependant sur un langage de commande graphique simplifié. De plus, en étant tour à tour programmeur et programmé, concepteur et exécutant, l'élève s'imprègne peu à peu de notions difficiles et importantes en informatique.

Si les fondements de notre activité et ses référents permanents furent l'informatique, nous nous sommes rapidement aperçus que celle-ci travaillait, de manière plus large, sur nombre de concepts fondamentaux de l'École Maternelle. En effet, s'adresser à un public si jeune nous interdisait de négliger toutes les notions essentielles se rapportant aux apprentissages premiers. Nous avons donc fait en sorte que, de manière plus large, l'élève acquiert des compétences dans les domaines de la motricité, la latéralisation, la construction de l'espace et du temps, la sémiologie de l'image, la communication, la rigueur, la résolution de problème, la représentation de parcours, le monde technologique...

Il nous est apparu que les savoirs que nous mettions en avant dans une « intention informatique » étaient formateurs dans des secteurs bien plus vastes que ceux initialement visés et que l'on retrouvait nombre d'entre eux dans l'enseignement des mathématiques à l'École Maternelle.

1 Introduction

Notre but initial était de mettre en place une série d'activités, en accord avec les « orientations pour l'École Maternelle » faisant travailler les notions fondamentales telles que la rigueur, la latéralisation ou la construction de l'espace et du temps... bref les « apprentissages premiers ».

Nous avons donc tenté d'apporter notre contribution à la question suivante : « Quelles activités peut-on mettre en place à l'École Maternelle dans le but de former des esprits rigoureux et structurés ? »

L'École Maternelle dispose déjà d'exercices répondant à ces objectifs (remise en ordre d'images séquentielles, activités de motricité...) qui sont généralement répertoriés dans les activités mathématiques et qui auraient pu constituer une réponse à nos préoccupations mais c'est la science informatique qui nous a guidé dans le choix du travail que nous avons mis en place. En effet, notre ambition était d'élaborer une progression originale prenant également en compte les fondamentaux de l'informatique.

Nous avons donc créé, non pas un langage informatique, mais un environnement conceptuellement rigoureux permettant l'utilisation des structures algorithmiques de base, environnement que nous avons intitulé le « jeu de l'enfant-robot ». Cependant, nous adressant à des enfants très jeunes, nous ne pouvions pas négliger leur formation en ce qui concerne les apprentissages premiers. Les possibilités d'activités développées à l'École Maternelle étant riches et variées, nous nous sommes donc attachés à relier notre dispositif aux autres notions essentielles, habituellement abordées avec les très jeunes enfants dans le cadre scolaire (la latéralisation, la construction de l'espace et du temps, la représentation de l'espace, la signalétique, le codage).

Les réflexions concernant l'apprentissage de l'algorithmique et de la programmation ont été en permanence les moteurs et les référents de cette progression. D'une part, la programmation impérative constitue l'un de ses points d'ancrage théorique fort. Ainsi, parmi les nombreuses questions ayant pu émerger, l'une des principales est la suivante : « Si l'on considère que l'art de programmer fait essentiellement appel à une structuration particulière de la pensée, peut-on, très tôt dans la scolarité de l'enfant, lui inculquer des notions l'aidant et/ou le préparant à acquérir ce type de structures mentales ? ». D'autre part, au niveau des détails de la mise en œuvre et de la validation, le recours aux fondamentaux de l'informatique nous a toujours été précieux. L'informatique a donc été un guide constant dans l'élaboration de nos activités et nous avons également adopté un point de vue informatique, lorsque nous avons mesuré les effets de notre travail.

Au terme de toutes ces réflexions, nous avons élaboré une progression, destinée à de jeunes élèves ne sachant pas encore lire, conçue pour fonctionner à faible coût dans la classe et sans utiliser ni ordinateur, ni machine d'aucune sorte. Gardant toujours en mémoire que les Écoles Maternelles sont dotées de faibles moyens financiers, d'enseignants dynamiques mais peu (ou pas) formés à l'informatique et d'élèves pleins de bonne volonté mais en cours d'acquisition des « apprentissages premiers », nous nous sommes attachés à créer et à utiliser un environnement à la fois simple et homogène. En janvier 1995, nous avons publié un ouvrage intitulé « Logique et Algorithmes avec les 5/6 ans » [GRE 95 a]. Celui-ci, librement inspiré des expériences de la tortue de sol, se veut une progression pédagogique à destination des enseignants de Moyenne et Grande Section de l'École Maternelle ainsi que de ceux du CP afin qu'ils puissent initier facilement leurs élèves au « jeu de l'enfant-robot ».

2 État des lieux

2.1 Le robot à l'École Primaire

Dans les nouveaux programmes pour l'École Primaire de 1994, l'initiation à la robotique, intégrée au cours de technologie, a disparu. Un matériel trop coûteux et un manque de formation des maîtres sur ce sujet en sont probablement la cause.

Les caractéristiques de ces robots pédagogiques, définies il y a dix ans [BOS 86] avaient pourtant été répertoriées et nous semblent toujours d'actualité :

- exploration de l'espace « à distance », sans intervention corporelle.
- langage de commande logique et précis, passant par un codage.
- anticipation des actions.
- construction algorithmique de chemins.
- socialisation autour d'un objet collectif motivant.
- Prise de conscience intuitive possible de phénomènes complexes comme le lien entre la vitesse, le temps et le déplacement.

Pour illustrer cette partie du programme, le maître pouvait :

- soit utiliser les objets manufacturés : Bigtrak®, Tortue Jeulin®...
- soit concevoir et réaliser des automatismes avec les moyens présents dans la classe.

Dans la majorité des cas, lors de ces dix dernières années, si l'enfant a été mis en contact avec les robots à l'école, c'est par l'intermédiaire de la tortue LOGO. « *Il apparaît que le seul* *objet pilotable extérieur au monde clavier-écran que l'on présente à l'apprenant reste la sempiternelle tortue de sol, seul micromonde dans lequel on puisse lui proposer d'exercer ses talents de découvreur et de modélisateur* » [DEL 92].

S'il est vrai que cette approche de la robotique pédagogique n'a été guère diversifiée, elle a cependant conduit ceux qui l'ont pratiquée à de réelles satisfactions didactiques. « *Cette fois la table est contournée ! Le jouet termine son parcours... et ne peut plus rien faire si les enfants n'interviennent pas. Ceux-ci prennent alors très rapidement conscience du fait que cette machine n'est ni intelligente ni douée de volonté...* » [PIL 84].

Les nouveaux programmes de l'école primaire laissent maintenant peu de place à la robotique pédagogique. Nous souhaitons cependant, pour les raisons évoquées ci-dessus, que notre méthode permette d'aborder la notion didactiquement riche de programmation de robot et donne aux élèves une image plus juste et plus réaliste des êtres cybernétiques que celle présentée dans les médias.

2.2 Des écoles maternelles sous-équipées en informatique

Les écoles maternelles ont été, pour la plupart d'entre elles, « oubliées » par le plan « Informatique Pour Tous » de 1985. Eussent-elles été dotées de nano-réseaux, ces matériels se sont très rapidement révélés peu fiables et obsolètes.

« *Le texte (1986) sur les missions de l'école maternelle fait une place assez mince, dans la rubrique « activités scientifiques et techniques », aux objets informatisés. Le plan d'équipement de ces dernières années a le plus souvent tenu les écoles maternelles à l'écart* » [BOU 88].

Les écoles maternelles ne possèdent donc pas, pour la plupart, d'équipement informatique. Emmener une classe entière en salle d'informatique reste difficile et la structure de l'école n'y permet pas toujours facilement les dédoublements.

L'école maternelle n'est pas riche. Même si elle avait été bien équipée, son budget de fonctionnement ne lui permettrait pas de maintenir à jour un parc informatique récent. « *Les coûts et les charges deviennent rapidement très (trop?) élevés pour les politiques budgétaires actuelles de n'importe quel État. Plus encore si l'on y ajoute l'obsolescence ultra-rapide des matériels* » [LIN 90]. L'introduction d'une méthode nouvelle n'est envisageable que si elle est réalisée avec un matériel de faible coût, sous peine de rester uniquement expérimentale.

Les *Orientations pour l'école maternelle* de 1986 indiquaient cependant que « *des objets informatisés tels que robots pédagogiques et automates (tortue, jouets programmables, ...) peuvent rendre des services à l'école maternelle* ».

La tortue Jeulin qui constituait une possibilité d'aborder l'informatique à la maternelle n'est désormais plus fabriquée. Son prix (environ 6000 F) représentait un obstacle trop important à sa large diffusion. Certes, une commande très massive aurait permis de faire chuter sensiblement ce coût mais il n'y pas eu de réelle volonté politique à ce sujet.

2.3 L'enseignement à l'École Maternelle

À l'École Maternelle, il n'y a pas, à proprement parler, d'enseignement disciplinaire mais une pratique d'activités d'imprégnation qui y prépare. Par exemple, il n'y a pas de cours de mathématiques mais une série de travaux mettant en œuvre rigueur, logique ou numération qui favoriseront, plus tard, l'acquisition de notions mathématiques plus formelles. De la même façon, nous travaillons sur des activités dont nous pensons qu'elles favoriseront, entre autres apprentissages, celui de l'informatique.

Les élèves de Maternelle sont en pleine période de développement. Il serait impensable de les limiter à des activités qui négligeraient l'acquisition de compétences diverses et transversales telles que la motricité ou la latéralisation. Fournir une image plus réelle et plus positive du robot est également l'un de nos buts.

C'est par rapport aux diverses finalités de l'enseignement de l'informatique et à la spécificité de l'École Maternelle que nous nous sommes posés la question suivante : **quelles activités, dans le cadre des apprentissages premiers, peut-on proposer à des élèves de l'École Maternelle favorisant la formation d'esprits rigoureux et structurés ?**

Dans ce but, une série d'activités regroupées sous le terme de « jeu de l'enfant-robot » a été mise en place. Celui-ci consiste, dans un premier temps, à faire jouer physiquement au jeune élève le rôle d'un robot qui doit interpréter et exécuter les cartes-instructions qui lui sont présentées. Dans cette phase du travail, l'enfant recentre, entre autres, ses connaissances sur la réalité de la robotique par rapport à l'image déformée qu'en donnent médias et marchands de jouets. Il apprend notamment que le robot obéit précisément au programme qui lui est fourni et qu'il ne prend pas d'initiative intempestive. Il comprend également qu'un programme est déterministe et que l'ordre dans lequel sont données les instructions est primordial. L'élève, tour à tour programmeur et programmé, appréhende les déplacements du robot selon ces deux axes complémentaires.

Parallèlement, cette activité développe des notions fondamentales à l'école maternelle en travaillant sur la séquentialité, la latéralisation, le repérage dans l'espace et la rigueur par rapport aux consignes données. Divers types d'exercices sont alors proposés aux enfants leur permettant d'utiliser le langage nouvellement acquis afin de résoudre différents types de problèmes liés aux trajets. On demande aussi à l'élève de coder ou de décoder un parcours effectué par le robot ou de l'aider à sortir d'un labyrinthe. On peut également l'engager à reconstituer, pour tout ou partie, le programme lu par un robot dont on connaît les positions et les orientations initiales et finales. On pourra alors introduire la notion de programme « le plus court » ou encore le plus « efficace » et montrer que différents programmes peuvent résoudre un même problème mais que certains sont plus « élégants » que d'autres.

3 Le jeu de l'enfant-robot

3.1 Principe et présentation

Ce travail doit beaucoup à LOGO dont nous avons conservé les notions, à notre sens, les plus intéressantes. En effet, LOGO ayant été largement expérimenté autrefois dans les classes primaires, il existe de nombreux comptes-rendus de pratiques pédagogiques [BEA 85], [HEN 85], [BOU 88] ainsi que des articles de fond [BOS 83], [COM 84], [REG 83], qui permettent d'en isoler l'intérêt tout en rejetant les aspects indésirables. L'informatique de l'enfant-robot est du type « papier-crayon » puisqu'elle n'utilise ni ordinateur ni robot de plancher. Elle se veut économique et facilement réalisable.

La progression emploie un matériel simple, c'est-à-dire un certain nombre de cartes conçues pour être montrées aux enfants lorsqu'ils jouent le rôle du robot, afin qu'ils exécutent les actions évoquées (Avance, Pivote à droite...). Il existe trois manières principales d'utiliser ces cartes :

- En groupe : le maître montre les cartes à un groupe d'élèves qui agit en fonction.
- En trio : un enfant montre les cartes à un autre qui exécute les instructions correspondantes. Le troisième enfant joue le rôle de contrôleur, d'arbitre.
- En solo : l'enfant travaille avec son paquet de cartes. Il dépile ses instructions une à une et les exécute au fur et à mesure.

Un paquet de cartes détermine un parcours précis et constitue donc un « programme » dont chaque carte représente une instruction. À partir de ces éléments de base, se développent plusieurs types d'activités :

- constituer des programmes,
- les faire exécuter par un autre et veiller à leur bonne exécution,
- exécuter un programme soi-même en dépilant son paquet de cartes,
- coder et décoder un parcours précis,
- ...

L'enfant est donc, tour à tour, programmeur et programmé. Dans le premier cas, il assemble les cartes, dans le bon ordre, afin que le robot exécute son parcours-programme. Dans le second cas, il agit à la manière d'un robot et ne se meut qu'en fonction des cartes qui lui sont présentées. Au commencement de l'activité, l'enfant vit les parcours avec son corps sans avoir recours à un objet transitionnel de type « tortue ». Ceci constitue une composante forte de notre travail.

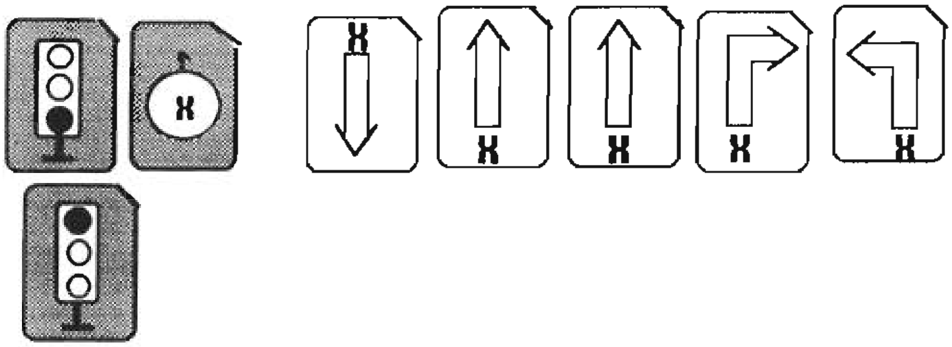
3.2 Des cartes pour programmer

Dans la pratique, c'est un paquet de cartes qui est montré aux élèves. Ils n'en voit qu'une à la fois, celle qui est sur le dessus du paquet. Lorsque l'ordre courant est exécuté, la carte du dessus est rangée sous la pile pour faire apparaître l'ordre suivant.

Il convient de différencier les « délimiteurs », (comme les feux et la base qui ont un statut bien particulier et qui sont utilisées par souci structurel), des cartes « actions », qu'elles soient ou non des cartes de déplacements.

Grâce aux cartes structurelles, tout programme, dans le langage que nous développons, commence par les cartes « Feu Vert » et « Base » et se termine par la carte « Feu Rouge ». On distingue alors convenablement l'en-tête, le corps et la fin du programme.

Voici un exemple de programme :



En-tête Corps Fin

4 Algor le robot

4.1 Présentation

En complément des activités de déplacement corporel, il nous a semblé essentiel de développer des activités de représentation dans le plan. Nous avons donc introduit le petit personnage « Algor » qui se déplace sur un plan quadrillé en obéissant strictement aux mêmes cartes-instructions que l'enfant-robot.

En effet, une fois les premières cartes et les premiers déplacements mis au point, est rapidement apparue la nécessité d'une trace écrite et donc d'un codage de ce travail. « *Le codage intervient surtout dès lors que l'on veut préparer un projet, le communiquer, ou garder la trace d'une réalisation* » [BOU 88].

Celui-ci avait plusieurs objectifs :

- permettre un nouveau type de travail de repérage et d'orientation dans le plan ;
- faire le lien avec le jeu physique de l'enfant-robot et observer les rapports entre la représentation spatiale et la représentation plane d'exercices analogues ;
- permettre à un demi-groupe de travailler de manière autonome sur un support papier tandis que l'autre pratiquerait physiquement le jeu de l'enfant-robot ;
- donner un autre sens et un nouvel intérêt au jeu lui-même en le retrouvant, le compliquant et l'agrémentant sous une forme inédite.

L'idée est donc apparue de dessiner un quadrillage et d'y faire évoluer une « tortue » qui se déplacerait en obéissant aux mêmes cartes que l'enfant-robot, une instruction Avance (ou Recule) correspondant à un changement de case. Ce mobile devait, de plus, être orienté. Ainsi naquit Algor avec ses yeux ronds et son nez pointu.

« *L'image parle à chacun de nous, elle ne nécessite pas toujours des fondements culturels, c'est pourquoi elle parle tellement aux petits enfants* » [SER 93]. Algor avait comme seules contraintes d'être orienté et facilement dessinable. Les élèves l'ont adopté sans difficulté.

L'activité que nous développons utilise principalement trois supports différents de représentations :

- Comme nous venons de le préciser, l'enfant vit le jeu avec son corps en exécutant lui-même (à la place du robot) les différents mouvements que les cartes lui imposent (jeu de l'enfant-robot). Précisons que l'on doit exploiter cette possibilité en toute occasion car « *en cas de difficulté, on a la ressource de jouer à être soi-même la tortue* » [PAP 81].
- L'enfant fait évoluer, sur une maquette (en 3 dimensions) quadrillée, une figurine volumique orientée (cf. figure 1) qu'il déplace en fonction des cartes-instruction rencontrées . Il doit alors se mettre « à la place » de la figurine afin de lui faire exécuter le mouvement adéquat.

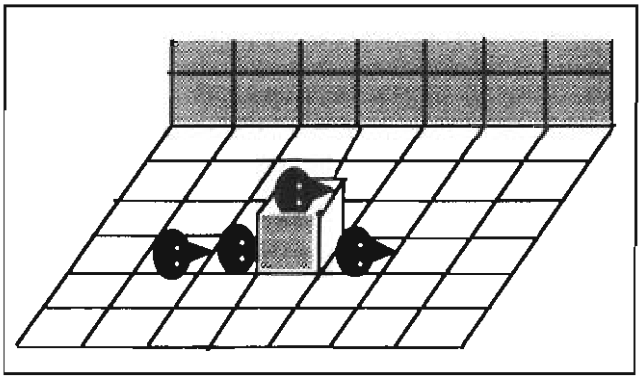


figure 1

- L'enfant fait évoluer, sur une feuille quadrillée, une figurine plane orientée (Algor) qu'il déplace en fonction des cartes-instructions rencontrées. Il est alors confronté à une représentation en 2 dimensions dans laquelle espace et personnage sont schématisés, ce qui constitue pour lui un réel travail d'abstraction (cf. figure 2).

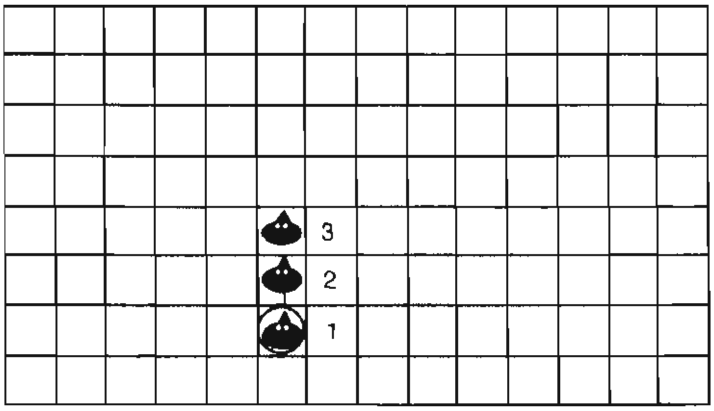
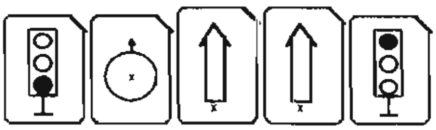


figure 2



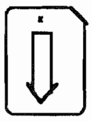
4.2 Algor en représentation

Il a toujours été prévu que le langage, lié au jeu de l'enfant-robot, puisse être utilisé, dans un deuxième temps, pour des représentations écrites. Comme les instructions qu'il utilise sont codées de manière graphique, elle sont dessinées de façon assez simple pour être reproductibles par de jeunes enfants. Algor a lui-même subi cette contrainte.

Algor est donc un être à deux dimensions conçu, a priori, pour se déplacer dans un espace à deux dimensions et pour servir de medium aux représentations écrites des différents parcours exécutés par l'enfant-robot. « *Par le jeu, l'enfant pénètre dans le monde symbolique* » [GUT 72]. Si Algor devait représenter plus analogiquement l'enfant-robot, il faudrait le concevoir en trois dimensions ce qui compliquerait de manière inacceptable les dessins.

Algor et l'enfant-robot sont des personnages proches mais ne sont pas immédiatement assimilables l'un à l'autre. Nous tenons donc à réserver à l'enfant qui se déplace dans sa classe l'appellation d'enfant-robot tandis que nous affectons au petit personnage d'Algor le rôle spécifique et non trivial d'être le représentant (celui qui vient à la place) de ce dernier dans les exercices écrits.

Algor n'est pas un robot, c'est un pion qui se déplace sur un quadrillage en « lisant » les mêmes cartes que l'enfant qui joue le rôle du robot et selon l'isomorphisme :

carte		**enfant-robot**		**Algor**
	<-->	avance d'un pas dans la classe	<-->	avance d'une case sur le quadrillage
	<-->	recule d'un pas dans la classe	<-->	recule d'une case sur le quadrillage

Il n'est cependant pas possible de faire le parallèle entre Algor (on joue à Algor) et des personnages de bandes dessinées ou des héros télévisuels auxquels l'enfant pourrait s'identifier (on joue à Zorro). En effet, ces personnages apparaissent bien, dans ces médias, sur un support en deux dimensions, mais qui donne d'eux une représentation spatiale alors qu'Algor n'existe qu'en dimension 2.

Il n'est pas inconcevable de dire que l'on joue au jeu d'Algor le robot. Bien que l'on y perde un peu en précision, les concepts sont tellement proches que la compréhension demeure. Dans ce cas, l'enfant jouera, en trois dimensions, le rôle du petit personnage dessiné Algor qui est lui-même censé être un robot particulier qu'on ne voit que de dessus.

4.3 Algor et la transposition

Lorsque l'enfant déplace Algor sur le quadrillage, il a en mémoire les déplacements qu'il a lui-même effectués dans la classe. La difficulté consiste alors en la transposition à opérer :

- entre son propre corps et le corps de l'autre,
- entre le corps de l'autre et sa représentation (Algor).

Lorsque les enfants jouent au jeu de l'enfant-robot en trio, celui qui tient le rôle de l'arbitre amorce le travail de la première transposition. En effet, l'arbitre voit la carte qui est montrée à l'enfant-robot et doit vérifier sa bonne exécution. Or, il n'est généralement pas, à ce moment, dans la même orientation que le « robot » (il est souvent placé entre le montreur de cartes et l'exécutant). Il doit donc faire le travail mental de « se mettre à la place de… » afin de pouvoir remplir convenablement sa fonction.

« *L'enfant de moins de six ans, égocentrique, ne peut se placer du point de vue de l'autre ; aidons-le à prendre du recul vis-à-vis des choses et des êtres qui l'entourent. L'entraînement à la décomposition, et à l'analyse, lui permettront cette distanciation* » [COM 84].

Seymour Papert conseille également : « *La marche à suivre est claire : Fais comme si c'était toi la tortue. Vois comment elle doit faire* » et encore : « *Cette méthode (qui contiendra aussi le conseil de « jouer à être soi-même la tortue ») doit tendre à jeter un pont solide entre l'expérience directe de l'individu et l'élaboration de son savoir formel* » [PAP 81].

Il nous semble indispensable que le travail effectué avec le pion Algor sur le quadrillage utilise exactement les mêmes cartes que celles employées dans le jeu de l'enfant-robot. D'une part, il est souhaitable que le langage demeure simple et homogène, d'autre part, cette étape de transposition est indispensable à la construction mentale de la latéralisation.

Dans cette phase de l'activité, c'est Algor qui, aux yeux de l'élève, « effectue » les déplacements bien que ce soit l'enfant qui lise les cartes et pousse le pion du doigt. On aboutit donc à une sorte de symbiose entre l'élève, l'enfant-robot et Algor. « *Ce qui m'intéresse, c'est* *le processus d'invention de ces « objets-pour-penser-avec », des objets qui doivent comporter l'intersection d'une présence culturelle, d'un savoir incorporé et de la possibilité d'une identification personnelle* » [PAP 81].

Monique Linard nous confirme qu'un tel travail « *peut aider à développer le recours à des métaphores anthropomorphiques opératoires qui aident à penser la programmation comme un dialogue avec la machine en recourant à de petits personnages à la fois concrets et imaginaires, tels que la « tortue » ou les « lutins » que l'on peut mettre à son service en leur « apprenant » une fonction précise qu'ils sont toujours prêts à exécuter* ». Elle ajoute également : « *Ce qui distingue donc, pour un système donné, l'imitation de la simulation et du conditionnement - au-delà des processus communs de retranscription et d'activation de représentations internes - c'est essentiellement la capacité d'auto-organisation et d'intégration ainsi que le lieu de l'intention* » [LIN 90].

Outre le fait qu'Algor permet, à bon compte, de multiplier en genre et en nombre les exercices écrits relatifs aux parcours, il nous conduit surtout à travailler sur des problèmes non triviaux de représentation de l'espace. Ce type d'activité permet d'aborder toutes les notions liées aux déplacements dans le plan et surtout à leur schématisation. L'enfant passe donc d'un parcours vécu physiquement et spatialement à sa représentation plane. On pourra alors observer les répercussions de ce travail sur les activités, courantes à l'école maternelle, de repérage sur le quadrillage, le plan de l'école ou du quartier. On s'interrogera également sur l'aide que cette méthode peut apporter au suivi et à la description de parcours ou de lieux.

5 Conclusion

Nous l'avons vu, la série d'activités proposées touche à des domaines habituellement classés parmi les activités mathématiques de l'École Maternelle. Évitons la querelle de savoir si les activités proposées sont du domaine de l'informatique ou des mathématiques. Il est bien trop tôt pour le savoir. Il est ici question d'imprégnation et d'activités préparatoires pour l'avenir. À ce titre, les notions que nous abordons à travers le jeu de l'enfant-robot telles que la construction de l'espace et du temps, la latéralisation, l'algorithmique, la logique, la rigueur… travaillent sur la formation d'esprit logiques et structurés. Que ces esprits structurés s'intéressent ultérieurement aux mathématiques ou à l'informatique ne nous concerne pas ici.

L'École Maternelle permet, dans sa composante mutidisciplinaire, d'accéder à une formation à travers des savoirs qui peuvent sembler au profane éloignés les uns des autres. Ainsi les activités plastiques constituent également un pas vers la pré-écriture, les rituels participent à la construction du temps, et la motricité, en tant que structurante de l'espace, se rapproche des mathématiques. Les formations envisagées contribuent alors à l'acquisitions de savoirs transversaux.

Il se confirme donc, pour conclure, que certains savoirs (tels que l'informatique dans notre exemple) s'associent à des formations qui ne sont pas de leur propre domaine et que, réciproquement, la plupart des formations prodiguées à l'École Maternelle touchent à des savoirs multiples. Finalement, ne pourrait-on pas opposer à la question : « le jeu de l'enfant permet-il de former des esprits strucurés et logiques ? », l'interrogation suivante : « si l'on a besoin de former nos élèves de l'École Maternelle à des activités favorisant la logique, la rigueur, l'algorithmique, la construction de l'espace et du temps, la latéralisation… le jeu de l'enfant-robot ne constitue-t-il pas une des réponses possibles ? ».

Bibliographie

[ARS 70] ARSAC Jacques, *La science informatique*, Dunod, 1970

[ARS 91] ARSAC Jacques, *Préceptes pour programmer*, Dunod, 1991

[BEA 85] BEAU DE MOULIN S., *Tortue de sol et apprentissage de symboles en grande section de maternelle*, Colloque "l'enfant et l'ordinateur". Rouen, 1985

[BOS 83] BOSSUET Gérard, *L'ordinateur à l'école*, L'éducateur, PUF, 1983

[BOS 86] BOSSUET Gérard, *L'accord LOGO, Vol. 2,* 1986

[BOS 87] BOSSUET Gérard, *Sécante. Conséquence 1*, Université Paris VI, 1987

[BOU 86] BOULE François, *L'informatique à l'école élémentaire et pré-élémentaire, Grand N*, 1986

[BOU 88] BOULE François, *L'informatique, l'enfant, l'école*, Armand Colin-Bourrelier, 1988

[COM 84] COMBES-TRITHARD Françoise, *Enregistrer, lire, programmer à l'école maternelle*, Armand Colin-Bourrelier, 1984

[DEL 92] DELANNOY Paul, *Revue de l'EPI n°66, Juin 1992*,

[DUC 93] DUCHÂTEAU Charles, *Robotique-Informatique : mêmes ébats, mêmes débats, mêmes combats ?* Actes du 4ème Colloque de Robotique Pédagogique, Liège, 1993

[GRE 95 a] GREFF Éric, *Une année de logique et algorithmes avec les 5/6 ans,* Nathan Éducation, 1995

[GRE 95 b] GREFF Éric, *Comment introduire la pensée algorithmique auprès de jeunes enfants à travers le jeu de l'enfant-robot, Journée sur la recherche à l'IUFM de l'Académie de Versailles*, 1995

[GRE 96 a] GREFF Éric, *Les apports du jeu de l'enfant-robot à la didactique de l'informatique, Actes du 5ème Colloque Francophone de Didactique de l'Informatique,* Monastir, Mai1996

[GRE 96 b] GREFF Éric, *Le jeu de l'enfant-robot : une démarche et une réflexion en vue du développement de la pensée algorithmique chez les très jeunes enfants,* Thèse de Doctorat de l'Université Pars VII, Juin 1996

[GRE 96 c] GREFF Éric, *Le jeu de l'enfant-robot, in* L'École Maternelle Française, n°3, Novembre 1996

[GUT 72] GUTTON Philippe, *Le jeu chez l'enfant*, Sciences humaines et sociales, Larousse, 1972

[HEN 85] HENAFF Françoise, BASTIDE Anne, *Informaticiens en herbe*, École Maternelle Jean de la Fontaine, Meudon, 1985

[LED 83] LEDGARD H.F., *Proverbes de programmation*, Dunod Informatique, 1983

[LIN 90] LINARD Monique, *Des machines et des hommes*, Éditions Universitaires, 1990

[MEY 84] MEYER Bertrand, BAUDOIN Claude, Méthodes de programmation, Eyrolles, 1984

[PAI 88] PAIR Claude, *L'apprentissage de la programmation*, Actes du 1er Colloque Francophone de Didactique de l'Informatique, Paris, 1988

[PAP 81] PAPERT Seymour, *Jaillissement de l'esprit,* Flammarion, 1981

[PEY 88] PEYRIN Jean-Pierre, GUÉRAUD Viviane, *Un jeu de rôles pour l'enseignement de la programmation,* Actes du 1er Colloque Francophone de Didactique de l'Informatique, Paris, 1988

[PEY 94] PEYRIN Jean-Pierre, *Enseigner la programmation : quoi ?, pourquoi ?, comment ?,* Actes du 4ième Colloque Francophone de Didactique de l'Informatique, Québec, 1994

[PIL 84] PILLOT Jacqueline et **Christian,** *L'ordinateur à l'école maternelle,* Armand Colin-Bourrelier, 1984

[REG 83] REGINNI Henry, *LOGO, des ailes pour l'esprit*, Cedic, Nathan, 1983

[SER 93] SERRE-FLOERSHEIM Dominique, *Quand les images vous prennent au mot*, Les éditions d'organisation, 1993

[VIV 82] VIVET Martial, LOGO : un environement informatique pour la formation d'adultes, Actes du Colloque National LOGO, Clermont-Ferrand, 1982

[WEI 93] WEIL-BARAIS Annick, *L'homme cognitif*, Collection Premier Cycle, PUF, 1993

L'ANALYSE DES PRATIQUES DE TROIS ENSEIGNANTS DU 1er DEGRE A L'ISSUE D'UN STAGE DE FORMATION CONTINUE EN GEOMETRIE.

Etudes de cas *

Résumé

La communication analyse, dans un processus de formation continue en géométrie, chez trois enseignants de l'école élémentaire, le rôle joué par des analyses de pratique s'appuyant explicitement sur des concepts de didactique et de psychologie cognitives (situation didactique / situation-problème / variable / phases d'une situation / processus de construction de connaissances).

Ces enseignants ont été observés dans leur classe durant une séance de géométrie, quelques mois après un stage de formation continue et ont été interviewés à propos de la séance menée. L'analyse cognitive des observations montre que les stagiaires se sont recomposés un projet personnel d'expérimentation en classe d'outils didactiques présentés lors du stage de formation. Ils ont modifié leur pratique et leur conception de l'enseignement de la géométrie et ont acquis de nouveaux gestes professionnels. Les débuts de séance permettent font apparaître en particulier des malentendus entre les maîtres et les élèves à propos des activités et de l'apprentissage.

La recherche pose plus généralement la question de l'imbrication chez tout enseignant en formation de trois registres de connaissances: le registre des savoirs (didactique, psychologique, mathématique..), le registre des connaissances de type réflexif sur sa pratique et le registre des connaissances professionnelles qui sous-tendent les gestes professionnels en situation.

MOTS CLES: Analyse de pratiques, Formation des maîtres du 1er degré, Mathématiques, Didactique, Savoirs, Représentations, Gestes professionnels, Dévolution, Apprentissage, Malentendu..

C. Larere
Professeur de mathématiques
à l'I.U.F.M. de Versailles
Centre Antony Val de Bièvre
96 avenue Pajeaud 92160 Antony

C. Aurand
Professeur de mathématiques
à l'I.U.F.M. de Versailles
Centre St-Germain
5 rue Pasteur 78100 St Germain en Laye

* Recherche en cours. Appel d'offres 95-97. IUFM de Versailles : " Formation des maîtres du 1er degré à l'enseignement de la géométrie " - AURAND, C - LARERE, C - VERGNES, D.

I - INTRODUCTION

1.1 Des études de cas

Le sujet de cet article concerne l'analyse qualitative des effets, sur les pratiques d'enseignants premier degré, d'un stage de formation continue de quatre semaines consacré à l'analyse de pratiques de classes en géométrie aux cycles 2 et 3 de l'école élémentaire.
Il s'agit d'une analyse de 3 cas réalisée quelques mois après le stage de formation dans les classes des stagiaires. Cette étude vise à préciser quelles modifications ces enseignants introduisent dans leur enseignement des mathématiques, peu de temps après un stage de formation continue en géométrie, et ceci à trois niveaux :

a) Pour concevoir une séance de géométrie
b) Pour l'animer dans leur classe
c) Pour l'analyser après coup

1.2 Un stage de formation

L'objectif du stage de formation cité n'était pas que les stagiaires se conforment, quelques mois après un tel stage, à un modèle de pratique d'enseignement de la géométrie mais qu'ils entrent dans un processus d'expérimentation personnelle de nouveaux outils d'enseignement des mathématiques, dans un champ de pratiques possibles. Ce stage avait pour but de redynamiser les stagiaires dans leur réflexion sur les pratiques afin de les aider à analyser leurs propres modifications de pratiques en classe, à l'issue de cette formation. Cela suppose que les stagiaires acceptent qu'une partie de leur expérience professionnelle puisse se " mettre en mots ", se communiquer à autrui et donc se décontextualiser.

Pour cela, a été élaboré un scénario original de stage utilisant des concepts et des outils de la didactique des mathématiques et de la psychologie cognitive, comportant cinq types d'activités (Kuzniak, 94) :

a) des activités de " **monstration** " : des séances de géométrie filmées ont été visionnées et analysées.
b) des activités " **d'homologie** " enrichies par la didactique : les stagiaires résolvent des problèmes de géométrie et analysent leur fonctionnement en situation.
c) des activités " **d'institutionnalisation** " : des outils de la didactique et de la psychologie du développement mis en évidence localement dans l'analyse des différentes séances, sont explicités par les formateurs.

d) des activités **d'information d'ordre épistémologique:** apports sur l'histoire de la formation de concepts en géométrie.

e) des activités **d'enseignement** : les stagiaires conçoivent et réalisent des séances en classe (3 séances en CE2 et 3 séances en CM1).

Une place importante est donnée dans ce type de stage à l'analyse didactique de pratiques professionnelles observées ou vécues par tous les stagiaires (à travers des vidéos, des situations d'homologie, et des observations ou des animations de classes).

II - PROBLÉMATIQUE

2.1 Un constat

Les praticiens et les chercheurs savent que l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire est un domaine dans lequel il y a encore peu de travaux (Berthelot R. et Salin M.H., 92 - Fregona D., 94). De plus c'est un domaine dans lequel les professeurs d'école débutants éprouvent de grandes difficultés. Ces difficultés ont différentes causes : manque de savoir savant, difficulté à cerner la discipline scolaire, manque de travaux didactiques ou psychologiques de référence.

2.2 Des questions fondamentales

Qu'est-ce qu'un professeur d'école doit connaître à propos de la géométrie et de son enseignement à l'école pour pouvoir l'enseigner et permettre à ses élèves d'apprendre des concepts dans ce domaine ? Comment travailler en formation continue pour donner aux maîtres des connaissances professionnelles utilisables dans leurs pratiques de classe en géométrie ?

Pour élucider les difficultés que des enseignants débutants rencontrent dans leurs pratiques de classe en géométrie, il est indispensable de s'intéresser aux représentations que chacun élabore à propos de son métier dans cette discipline. Un enseignant, même débutant, a des idées personnelles sur la manière dont il faut enseigner la géométrie et ces représentations influent constamment sur sa pratique professionnelle. Pour Briand S., Chevalier M.C. (1995), " *Il n'y a pas de déterminisme a être un bon ou mauvais enseignant de mathématiques. Toute personne qui a une connaissance théorique correcte d'un objet mathématique devra acquérir des compétences professionnelles pour pouvoir l'enseigner. Le futur professeur construira ces compétences en s'appuyant sur ces représentations initiales et en les faisant évoluer* ".

Le point de vue choisi dans cette recherche est un point de vue cognitiviste qui postule que l'apprentissage de tout individu consiste en une modification des connaissances[1]. Les travaux de C. Vergnaud (1994) ont montré qu'on peut avoir des compétences importantes dans un domaine sans qu'elles soient nécessairement explicitées et que " *pour être peu explicites, les connaissances sous-jacentes à ces compétences n'en sont pas moins précises et opératoires* ". S'approprier des connaissances professionnelles, dans la théorie de la représentation (Vergnaud, 94) c'est, à la fois, se construire des connaissances formées dans l'expérience pratique et s'approprier des connaissances de référence de niveau expert.

Dans la théorie choisie, ce sont des " *invariants opératoires " (concepts en acte et théorèmes en acte),* qui pilotent les comportements, si on appelle " *concepts en acte " : les catégories de pensée du sujet qui permettent de prélever l'information pertinente en situation et " théorèmes en acte " : les propositions tenues pour vraies par le sujet et qui lui permettent de traiter cette information.* Comment sont organisées ces connaissances souvent implicites chez un enseignant ? A quels " invariants " fait-il appel lorsqu'il change de comportement dans une pratique de classe ? Comment en parle-t-il ?

2.3 Des questions de formation

L'approche rationaliste des concepts postule que l'activité du sujet joue un rôle décisif dans la formation des connaissances. Qu'en est-il pour la formation des connaissances professionnelles d'un enseignant ?

L'article s'appuie sur l'hypothèse selon laquelle les décisions que les enseignants réalisent à travers leurs actions d'enseignement en classe enrichissent progressivement leurs représentations et donc modifient leurs comportements, et ceci de trois manières (Vergnaud, 87) :

- par **complexification**, c'est-à-dire par une prise en compte de propriétés et de relations de plus en plus complexes.
- par **exigence de cohérence,** c'est-à-dire par la coordination de champs séparés.
- par **différenciation** à travers une diversification des contextes.

1 Connaissances : (Centeno, Brousseau, 92) " Moyens transmissibles par imitation, initiation, communication, mais non nécessairement explicitables, de contrôler une situation et d'y obtenir un certain résultat conformément à une attente ou à une exigence sociale ".

Nous utilisons ce modèle pour mieux comprendre comment se construisent des connaissances professionnelles chez un enseignant en formation. A travers le stage de formation nous avons cherché à le mettre en situation d'activité, c'est à dire à lui faire choisir des situations d'enseignement en fonction d'attentes et d'anticipations. Puis nous l'avons aidé à décontextualiser ses connaissances en lui permettant de les appréhender avec les outils de la didactique des mathématiques.

Ces nouvelles connaissances sont-elles transférable à d'autres situations d'enseignement ?
Cette étude analyse, dans ce processus de décontextualisation, le rôle joué en formation par des analyses de pratiques, s'appuyant explicitement sur les concepts et les outils de la didactique des mathématiques. L'utilisation et l'explication de certains concepts de didactique dans des analyses de pratiques vont-elles modifier les pratiques des enseignants et leurs représentations ? Et si oui, quels indicateurs choisir pour les décrire ? Quels concepts didactiques choisir pour ces analyses de pratiques ?

Nous faisons l'hypothèse selon laquelle la construction chez un enseignant en formation de compétences professionnelles nouvelles suppose l'articulation de trois registres de connaissances non nécessairement disjoints :

R1 - le registre des **savoirs**[1] **didactique, mathématique, psychologique**, qu'il a acquis par son expérience et sa formation.

R2 - le registre des **connaissances de type réflexif sur les pratiques** qu'il décide d'expérimenter.

R3 - le registre des **connaissances professionnelles** qui guident ses gestes professionnels en situation et ses projets d'action.

Comment s'articulent ces trois registres chez un enseignant ?
Y a-t-il des différences interindividuelles importantes ?
Y a-t-il unicité de ces processus chez un même enseignant quelle que soit la connaissance professionnelle visée ?

Au stade de recherche actuel, nous pensons nécessaire d'analyser en détail par des études de cas la formation de connaissances professionnelles dans un domaine spécifique comme la géométrie avant d'envisager si celles-ci sont transférables à d'autres domaines.

[1] Savoir : le savoir est le produit culturel d'une institution qui a pour objet de repérer, d'analyser et d'organiser les connaissances, afin de faciliter leur communication, leur usage sous forme de connaissances ou de savoirs et la production de nouveaux savoirs (Brousseau, Centeno, 92).

III - METHODOLOGIE

3.1 Un stage de formation en géométrie consacré aux analyses de pratiques

Les **contenus géométriques** abordés durant le stage concernent les différentes propriétés des figures géométriques du programme des cycles 2 et 3 de l'école élémentaire (triangles, quadrilatères, cercle). Ces contenus ont été explicités à l'occasion de la préparation et de l'analyse a posteriori de situations d'apprentissage avec des élèves. Plusieurs types de situations ont été expérimentés : les reproductions de figures complexes, les dictées de figures et les envois de messages, le jeu du portrait (quadrilatères à trouver), les pavages (construction de gabarit, réalisation de pavages), la construction de figures géométriques (à l'aide du logiciel CABRI-GÉOMÉTRE).

Les analyses de pratiques ont été explicitées à l'aide des **outils de didactique** suivants :
Pour *choisir une progression et préparer des séances :*

- notion de " situation-problème " pour introduire un concept
- variable didactique[1] et progression
- analyse a priori d'une situation d'apprentissage (élève, savoir, maître, situation), et formulation du savoir visé et des compétences attendues chez les élèves
- contrat pédagogique et contrat didactique[2]
- présentation des consignes (orales et écrites)
- prise en compte des connaissances des élèves : analyse de stratégies d'élèves de classes de différents niveaux en géométrie
- rapport entre connaissance et savoir. Transformation des " concepts-outils "[3] en " concepts-objets "

---

[1] Variable didactique : élément de la situation qui peut être modifié par le maître et qui affecte des stratégies de solutions (par le coût, la validité, la complexité) (Briand et al, 95).

[2] Contrat pédagogique : constitué de l'ensemble des règles de vie en vigueur dans la classe.
Contrat didactique : est le résultat d'une négociation des rapports établis explicitement et/ou implicitement entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu et un système éducatif, aux fins de faire approprier aux élèves un savoir constitué ou en voie de constitution (Briand, Chevallier, 95).

[3] " Nous disons qu'un concept est un outil lorsque nous focalisons notre intérêt sur l'usage qui en est fait pour résoudre un problème... Par objet nous entendons l'objet culturel ayant sa place dans un édifice plus large qui est le savoir savant à un moment donné, reconnu socialement " (Douady, 87).

Pour *animer une séance*

- dévolution[1] de la situation d'apprentissage aux élèves
- gérer les phases: action-formulation[2] -validation-institutionnalisation
- traiter les erreurs des élèves. (Portugais, 96)
- organiser le travail des élèves (gestion individuelle, en groupes, collective)

Pour *analyser après coup* (analyses du stagiaire)

- les différents modèles d'apprentissage de la géométrie à l'école (Fregona, 94)
- sa propre épistémologie de la géométrie (en particulier les relations entre figure, tracé, dessin) dans la construction des concepts géométriques à travers l'histoire et les cultures.
- ses décisions en classe.
- les effets du stage de formation sur ses conceptions et ses pratiques.
- l'effet de la séance sur les connaissances géométriques des élèves.
- un projet personnel de formation (expérimentation - suivi).

3.2 Trois étude de cas (N, G, F)

N a douze ans d'ancienneté et enseigne en CM1/CM2.
La séance de géométrie consiste en une évaluation diagnostique sur les connaissances de base à savoir, entre autres : droite, demi-droite et segment.
Un travail de groupe est réalisé.

G est presque débutante et enseigne en CE1.
La séance de géométrie consiste à compléter une figure sur quadrillage puis compléter une rosace avec pour objectif, la découverte du compas et des règles de construction du cercle.
Un travail de groupe est réalisé.

F a 19 ans d'ancienneté et enseigne en CE2.
La séance de géométrie consiste à reproduire une figure complexe sur quadrillage en vue d'expliciter sa démarche pour faire utiliser le vocabulaire géométrie. Les élèves travaillent individuellement, puis par deux.

---

[1] On appelle dévolution d'une situation a-didactique l'ensemble des conditions qui permettent à l'élève de s'approprier la situation : enjeu intellectuel et contexte favorable (Briand, 95).

[2] Formulation : phase pendant laquelle le maître " propose des situations au cours desquelles l'élève échange avec une ou plusieurs personnes des informations rédigées dans un langage qui sera lui-même objet d'étude " (Briand et al, 95).
"Phase de validation " : le maître propose une situation dont l'enjeu est de convaincre quelqu'un d'autre (Briand et al, 95).
" L'institutionnalisation est l'acte qui consiste à donner un statut scolaire au savoir produit dans la situation. Il est sous la responsabilité de l'enseignant " (Briand et al, 95).

Nous mettons en parallèle les informations provenant :

(1) de la fiche de préparation de la séance observée.

(2) des notes prises par l'observateur durant la séance.

(3) de la retranscription de l'entretien réalisé juste après la séance.

(4) des fiches de préparation des séances de géométrie réalisées par des stagiaires. durant le stage de formation.

IV - EXEMPLE : LE CAS DE G. CONCEVOIR UNE SEANCE EN CE1.

Quelles propositions G. tient-elle pour vraies à travers ses choix pédagogiques pour concevoir une séance de géométrie en CE1, puis pour analyser sa pratique ?

4.1 Séance de géométrie

Le thème général de la séance de géométrie en CE1 choisie par G., en fin d'année scolaire, est la construction de figures géométriques complexes. Une figure est commencée sur un quadrillage et comporte des cercles de même rayon, disposés régulièrement. L'autre figure dessinée est une rosace sur papier blanc. Ces exercices ont été choisis dans le livre élève : objectif calcul CE1 (Hatier).

4.1.1 Concept géométrique visé et nature de la situation

Dans la fiche de préparation écrite avant la séance, G. note des objectifs " *découverte et manipulation d'un nouvel instrument (tenue du compas)* " et " *étude et découverte des règles de construction d'un cercle* ", mais aucune propriété géométrique n'apparaît. Il n'est pas fait mention de progression. La partie intitulée : " *conclusion-bilan* " comporte deux phrases. L'une est consacrée à la description du maniement du compas pour tracer un cercle et l'autre à une définition du mot diamètre[1]. L'analyse didactique de la tâche de l'élève dans ces deux constructions n'est pas indiquée. Il s'agit en fait pour l'observateur de deux " situations-problèmes ".

En entretien, après la séance, G. précise ses intentions sur deux points : la nouveauté de l'instrument et la mise en mots par le vocabulaire géométrique.

---

[1] " Pour construire un cercle, je dois choisir :
. un point pour le centre
. un écartement de compas qu'on appelle rayon ".
" Les droites qui traversent le cercle et qui passent par le centre mesurent deux fois le rayon et s'appellent diamètre ".

G. dit: " *Le choix du nouvel instrument... j'ai vu que c'était un bon moyen d'exploiter quelque chose de la démarche (de stage) à partir d'un truc vraiment nouveau, jamais utilisé...* ". " *Je cherche maintenant la nouveauté. Il faut que ce soit les élèves qui la découvrent... la notion nouvelle... et non pas moi qui leur dise* ".
G. dit aussi vouloir montrer à l'observateur " *comment cette démarche peut fonctionner sur quelque chose de vraiment nouveau... sans interférence avec ce que les élèves savaient déjà... mais ce n'est pas purement de la découverte parce que, quand je leur dis compas, ils savent ce que c'est, donc si on va par là, ils l'ont utilisé chez eux* ".
La découverte, précise G " *c'est l'utilisation avec moi, à l'école, dans le cadre scolaire* ". Le but de G. c'est " *d'intéresser ainsi les élèves, car s'ils ont déjà vu une procédure (géométrique), cela ne les intéresse plus* ".

Notre analyse :

" **Situation-problème** " a été conceptualisée par G. comme : **situation de découverte pour les élèves d'une procédure de tracé**, *procédure nouvelle pour eux (instrument et dessin) à l'école.* Pour G., les enfants doivent découvrir seuls la bonne méthode, et la principale fonction d'une telle situation est de motiver les élèves. On peut aussi remarquer que pour G., " *découverte* " ne s'oppose pas à d'autres types de situations, comme celles d'entraînement ou de réinvestissement répertoriées durant le stage de formation car dit-elle aussi " *la même situation-découverte est du réinvestissement en même temps* ".
G. a donc choisi d'expérimenter devant l'observateur deux situations-problèmes choisies dans un livre. Sa pratique habituelle a été transformée à travers cette expérimentation d'un des outils didactiques présentés durant le stage. Elle a effectivement pris en compte trois caractéristiques d'une situation-problème : action des élèves, connaissance visée, rétroactions par la situation, mais s'est forgée un **théorème en acte** personnel (différent de ce qui a été formalisé durant le stage) : *le maître ne doit pas intervenir donc c'est l'élève qui va découvrir seul la connaissance visée par la situation.* G. attend donc que cette découverte se réalise chez les élèves et c'est ce qui guide son projet d'action en classe.

4.1.2 Analyse a priori de la situation choisie

Dans la **fiche de préparation** ne sont pas précisées les différentes tâches des élèves ni leur analyse sur un plan mathématique. N'apparaissent pas non plus les différentes compétences des élèves, attendues dans un tel exercice. Le premier exercice est posé comme une " *découverte et une manipulation* " alors que le second exercice (terminer une rosace) est intitulé " *validation* ". Cette fiche comporte cinq parties dans lesquelles sont notées : des consignes, des actions des élèves (" *recherche, mise en commun, mise en mot, explications, construction* "), des actions de G.

(" *observation des stratégies, mise en mot* "), des formulations écrites de procédures de tracé de cercle (" *pour construire un cercle, il faut trouver le centre, il faut trouver l'écartement du compas* " ; " *pour construire un cercle, je dois choisir : un point pour le centre, un écartement de compas qu'on appelle rayon* ", une définition (" *les droites qui traversent le cercle et qui passent par le centre mesurent deux fois le rayon et s'appellent le diamètre* ").

En **entretien**, G. insiste sur l'aspect *outil* du cercle dans ces exercices et sur les mises en mots. Elle critique par ailleurs ce qu'elle a intitulé " *validation* " dans sa fiche de préparation : " *J'aurais dû prévoir une autre forme de validation... peut-être le transparent...* "... " *l'exercice de la rosace, je l'ai appelé validation ; c'est mal mis... Je ne suis pas sûre que cela ait fonctionné comme validation proprement dite de ce qu'on avait écrit, de ce que j'avais écrit pour tracer un cercle* ". G. propose alors une autre " *validation* " à donner aux élèves à travers un nouvel exercice (fictif) qui consisterait à tracer un cercle sur une feuille blanche.

Notre analyse

Préparer une séance, c'est chez G., de notre point de vue, une préparation d'un scénario temporel. A chaque étape sont notés les différents rôles (élève-maître) et les mots et expressions à noter au tableau comme pour un aide-mémoire. Mais aucune analyse didactique des fonctions des phases n'intervient, excepté pour la phase " validation ", qui signifie pour G. : permettre à l'enseignant de savoir, grâce à un nouvel exercice, si l'élève peut réinvestir ce qu'il a appris à travers la situation-découverte du 1er exercice. G. confond " *validation* " dans une situation donnée et exercice de *réinvestissement* à travers une autre situation en vue de valider l'apprentissage visé par la première situation.

C'est, par ailleurs, le point de vue du maître qui est valorisé dans cette préparation. G. est cependant consciente que la démarche expérimentée dans cette séance est nouvelle pour elle et en rupture avec ses anciennes pratiques. " *Avant, sur le cercle... j'aurais certainement sorti la définition du livre et à partir de la définition, on aurait tracé un cercle... mais ce ne sont pas les élèves qui auraient trouvé le milieu du cercle..* ". G. a conceptualisé l'intérêt de faire travailler ses élèves à partir d'une situation-problème pour introduire le concept de cercle afin que les élèves se posent eux-mêmes les questions " *Comment je construis un cercle ? A partir de quoi ? Comment je m'y prends ?* ".

Pour G., cette démarche peut se transférer à tous les contenus d'enseignement (" *en maths, en grammaire, en orthographe, dans les problèmes...* "). Elle insiste cependant plusieurs fois sur l'intérêt qu'elle aurait à avoir maintenant le livre du maître pour comparer sa démarche à celle du livre.

4.1.3 Prise en compte des connaissances des élèves

Les connaissances antérieures des élèves ne sont pas précisées sur un plan géométrique, ni dans la **fiche**, ni en **entretien**, bien que dans la fiche de préparation G. note " *observer des stratégies d'élèves* " durant la phase de recherche du premier exercice.

En **entretien** G. se dit très sensibilisée par la prise en compte des élèves en difficulté, mais refuse l'idée d'une différenciation de la situation de recherche initiale. G. insiste sur l'intérêt qu'elle voit dans le plaisir du groupe d'élèves en difficulté à venir afficher ses résultats au tableau, comme les autres groupes, même si l'enseignant l'a aidé pendant la phase de recherche.
Les élèves de sa classe doivent donc travailler avec les mêmes consignes, le même matériel et à la même vitesse. Les corrections se font exercice par exercice, pour tous les élèves et au même rythme. Elle conclut l'entretien en résumant sa conception de l'enseignement de la façon suivante : " *Ce qui me paraît hyper important dans la démarche que vous proposez en stage, ce que moi je ressens au plus profond par rapport aux gamins, c'est que les enfants en échec, tu ne les vois pas* "... " *c'est la chose la plus gratifiante... le résultat est tellement bénéfique...* ". " *On ne se focalise plus sur ces enfants (en difficulté) ... on les laisse évoluer et être tranquilles ; ils ont leur place, leur rythme ; ils font leurs découvertes...* ". Cette démarche lui paraît plus intéressante pour ces élèves que le cours magistral. " *J'en étais à peu près persuadée mais quand je le fais maintenant (en classe), je le prouve* ".

Notre analyse
G. est plus intéressée par une recherche de similitude entre élèves qu'une analyse de différences. Elle cherche à mettre en place une démarche commune à tous les élèves de la classe, quel que soit leur niveau de connaissances géométriques. Son rôle consiste à observer les stratégies d'élèves et non à les analyser pour mettre en place des dispositifs pédagogiques différenciés adaptés, en début de séance. Elle prévoit aussi dans la fiche de préparation, une première mise en commun (phase II, en début de séance) dans laquelle " *quelques enfants expliquent la façon de faire au tableau* ". Son souci principal est alors que tous les élèves puissent démarrer le tracé mais en envoyant au tableau des élèves montrer aux autres leurs procédures et en les corrigeant au fur et à mesure, elle empêche la situation de fonctionner comme situation d'action. G. n'est pas consciente, à notre avis, de cette rupture de contrat qu'elle introduit ainsi. Elle se défend dans l'entretien : " *d'avoir été plus directive que je ne le pensais ; je voulais être plus neutre mais ce n'est pas tellement possible, pour aller jusqu'au bout* ".

En résumé : G. oscille entre deux attitudes dans sa prévision : *rester neutre pour que les élèves découvrent ou intervenir à travers des mises en mots correctes destinées à faciliter les découvertes de tous les élèves.*

4.2. Effet de stage

4.2.1. Des gestes professionnels nouveaux

G. se considère (**en entretien**) comme n'aimant pas la géométrie et signale " *qu'elle n'aimait pas l'enseigner aux enfants, avant le stage, car elle avait trop de complexes* ". Aujourd'hui elle se dit " *très intéressée par la démarche du stage* " et déclare *avoir changé d'objectif en géométrie.*

Elle prend d'ailleurs, après l'entretien et la discussion avec les formateurs, de nombreuses notes à propos de *gestes professionnels nouveaux* qu'elle ne veut pas oublier : ne pas corriger trop vite au tableau, faire des liens entre les exercices et les annoncer aux élèves, prévoir une argumentation entre élèves, faire reproduire la figure à une autre échelle et discuter pour savoir si c'est juste ou faux, prévoir un exercice d'entraînement après la découverte, réfléchir aux points à donner pour faire reproduire une figure (avec modèle), faire numéroter les différentes " choses " tracées par les élèves, dans l'ordre des tracés, annoncer aux élèves le but et les étapes de la séance.

Notre analyse

G. s'est engagée dans une ***expérimentation personnelle*** de certains outils travaillés en stage de formation. Elle fait des essais, s'attend à certains effets, prend des décisions nouvelles en classe, puis réfléchit sur sa pratique en faisant des liens avec les outils didactiques qu'elle a retenus avant de se projeter dans de nouvelles expérimentations à venir.

Elle s'est recomposé une ***nouvelle conception*** **de son métier d'enseignante**, qui s'exprime avec cohérence. Sa propre relation au savoir géométrique a évolué, selon ses dires, d'une attitude de rejet et de déplaisir à une recherche d'outil : elle éprouve désormais le besoin de lire le livre du maître, de prendre des notes sur les propriétés mathématiques en jeu dans les exercices, d'inventer des variables et de nouveaux exercices.

Elle a aussi acquis de ***nouvelles connaissances professionnelles*** qui lui permettent de prélever des informations en situation de classe ou lorsqu'elle analyse après coup sa pratique[1].
Ces informations influencent ses décisions nouvelles. Des gestes professionnels nouveaux (par exemple : f*aire construire des figures complexes, faire chercher les élèves en groupes, prévoir des formulations des élèves, réaliser au tableau des figures sous la dictée même inexactes, noter au tableau ce qu'il faut retenir, inventer des exemples*), coexistent avec des gestes professionnels plus anciens (faire donner la réponse juste par un bon élève, valoriser et aider les élèves en difficulté, préciser le vocabulaire géométrique...) sans qu'il n'y ait de contradiction explicitée par G.

Le savoir didactique acquis par G. en cours de stage est utilisé pour analyser sa pratique et lui permet de ***décontextualiser certaines de ses connaissances professionnelles*** (phases - validation - variable - situation-problème - analyse de procédures d'élèves). Il restera à vérifier que G. peut ainsi les transférer à d'autres champs (par exemple dans le champ numérique[1]) et que ces transferts sont stables dans le temps.

4.2.2. Modèle d'apprentissage de la géométrie

G. n'envisage cependant pas son rôle dans un processus de construction de connaissances par les élèves. Très centrée sur son rôle d'enseignante, elle expérimente de nouvelles attitudes : *observatrice des procédures, metteur en scène, impresario des élèves, chef d'orchestre...* sans faire nécessairement de lien entre ses attitudes et les tâches des élèves.

Elle ne sait pas non plus comment évaluer les progrès de ses élèves dans cette séance et confond situation d'entraînement et situation de réinvestissement. Pour G., si un élève ne réussit pas à compléter la rosace, c'est qu'il n'a pas compris ce qui a été institutionnalisé après l'exercice 1. La place de l'entraînement dans la construction des connaissances géométriques n'est pas pensée.

Nous faisons l'hypothèse que G. confond les statuts de la figure et du dessin dans l'enseignement de la géométrie. Elle fait réaliser de nombreux tracés aux élèves, accompagnés d'un vocabulaire géométrique précis, et pour elle une réussite par un élève à un tracé associé à une formulation correcte en géométrie est considérée comme la compréhension du concept.

Elle ne peut dans cette conception s'intéresser à la conversion entre ***connaissance géométrique et savoir*** car pour elle la géométrie est fondée sur la connaissance de tracés et non de figures : le cercle est pour G. un dessin, obtenu par imitation grâce au maniement du compas. Le diamètre, a la même forme qu'un " rayon de vélo ". Ces formes ne sont pas des figures mathématiques sur lesquelles on peut raisonner grâce à des propriétés. Il y a confusion à notre avis entre la " connaissance " du cercle et sa reconnaissance perceptive d'une part, et d'autre part la capacité à tracer avec précision un cercle (avec un compas) avec la connaissance du concept (par exemple : comme ensemble de points situés à une même distance d'un point ou comme courbe de courbure constante ou comme figure ayant même " mesure " dans toutes les directions). De même il y a confusion entre un tracé d'un diamètre (avec la règle) et la connaissance des propriétés des diamètres (cordes partageant le cercle en deux parties

---

[1] Recherche en cours 1995-97. I.U.F.M. de Versailles. Il est prévu de comparer deux séances (géométrique et numérique) réalisées à la même période et de venir enregistrer une nouvelle séance de géométrie un an et demi après cette séance.

superposables ou cordes de longueur maximale, ou cordes passant par le centre). De plus les concepts de cercle et de diamètre ne sont pas reliés entre eux à travers des propriétés (recherche du centre d'un cercle si on un diamètre, axes de symétrie du cercle et diamètre). G. relie diamètre à rayon directement sans que diamètre et cercle, ni rayon et cercle ne soient respectivement reliés entre eux. Les travaux de M. Artigue et J.R. Robinet (1986) ont montré que jusqu'au CM1 les élèves éprouvent le besoin de mesurer le rayon, puis le diamètre d'un cercle, pour le faire dessiner à quelqu'un d'autre (dans une situation d'envoi de message) sans faire de lien entre ces deux mesures.

G. ne connaît pas les conceptions du cercle chez les élèves, ni avant la séance, ni après. Elle n'a pu reconnaître chez eux que des procédures de tracé (commencer par tel ou tel élément, vérifier un écartement), sans les analyser comme des connaissances en acte de certaines propriétés géométriques.

Nous pensons que dans la *conception de G. de la géométrie* il y a une relative confusion entre trois niveaux, distincts pour le mathématicien (Artigue, Robinet, 86) :

- celui du **monde réel** (le monde des roues...)
- celui du **modèle mathématique** (cercles, droites, points...)
- celui des **représentations du modèle** (tracés de cercles sur une feuille).

G. fait confiance à la perception des élèves pour valider les procédures, sans production de preuves et ne considère probablement pas la géométrie comme une théorie physique et mathématique modélisant certains aspects du monde environnant.

4.2.3. Une mise en scène "sans mémoire"

Nous avons été frappée par le peu de recours dans cette **séance** (de juin), à une " mémoire de classe ", c'est-à-dire à des moments où l'intervention du maître porte sur un savoir dont maître et élèves se sont déjà occupés dans le passé, alors que G. a consacré plusieurs séances à la géométrie dans les semaines précédentes. Aucune action, aucun contexte, ni aucune représentation graphique ne sont évoqués. Aucun affichage géométrique n'apparaît sur les murs de classe. Les élèves n'ont ni cahier, ni classeur pour noter, corriger et conserver leurs exercices de géométrie. Les exercices sont réalisés sur des fiches photocopiées, non classées et les élèves ne notent aucun écrit personnel dans cette discipline.

Cette mise en scène " *sans mémoire* " (Brousseau, Centeno 92) reflète-t-elle une conception de l'enseignement qui ne tiendrait pas compte de l'histoire des savoirs des élèves dans le processus d'apprentissage ? G. agit comme si, pour elle, tous les apprenants passaient d'une étape à l'autre dans la connaissance géométrique avec un cheminement identique, même si des rythmes peuvent être différents d'un enfant à l'autre. G. cherche à obtenir que tous les élèves agissent et formulent en même temps, sur les mêmes supports et à ce qu'on ne voit pas les élèves en difficulté. Est-elle consciente que les élèves ont cependant des niveaux différents en géométrie et qu'ils sont peut-être arrivés à ces différences par des voies distinctes ? Ses décisions en classe tendent à prouver que G. n'introduit aucune intervention qui puisse amener ses élèves au but fixé, par des chemins différents. La phase d'institutionnalisation en est un exemple : la discussion et les notes du tableau ne portent que sur ce qui est commun à tous (les définitions), sans qu'il n'y ait eu auparavant de privatisation des connaissances. Il n'y a donc pas eu de décontextualisation.

Dans cette épistémologie, G. n'a pas besoin d'analyser les connaissances des élèves, car elle n'envisage pas que les effets sur les élèves, des situations d'apprentissage choisies, dépendent en partie de leur passé et en particulier du passé récent de la classe. Les liens entre les concepts sont entièrement à la charge des élèves et ne font pas partie des objectifs du maître. G. enseigne souvent par des *répétitions* et des *questions* à propos de tracés ; les élèves savent ou ne savent pas répondre mais sont peu sollicités pour une réflexion personnelle s'appuyant sur une connaissance ancienne.

L'outil situation-problème interprété comme une " *découverte du nouveau* " fait obstacle pour G. à l'expérimentation d'un modèle de construction de connaissances par les élèves, comme si une connaissance entièrement nouvelle devait être enseignée indépendamment de tout savoir et de toute connaissance anciens. De même, l'outil d'analyse d'une situation en phases, fait obstacle à la prise en compte par G des procédures différentes des élèves. Pressée par le temps pour faire tout tenir en une séance, G. supprime la phase validation et corrige elle-même, dans un modèle très béhavioriste.

G. a cependant mis en pratique après le stage sa conception de ce qu'est un modèle socio-constructiviste ; elle peut l'analyser, s'autocritiquer sur certains points et affirmer qu'elle a réussi à l'expérimenter. G. est ainsi entrée dans une " action de formation " à travers son comportement (avant, pendant et après la séance). Elle a effectué de nouvelles inférences à partir de ses attentes et de ses essais. Nous avons décrit plusieurs concepts en acte et théorèmes en acte que nous avons inférés de sa pratique et de son discours. Ses représentations de l'enseignement de la géométrie se sont modifiées à trois niveaux : en **changeant de contexte** (reproduction de figures complexes), en **analysant en entretien la cohérence de sa démarche** et en prenant en compte **quelques outils didactiques nouveaux qui modifient sa pratique et sa réflexion.**

V - LES DEBUTS DE SEANCE - Etude comparée des 3 stagiaires (N., G., F.)

5.1 Dévolution : repères didactiques et attentes des formateurs

5.1.1. Introduction

Nous avons été amenées à nous interroger sur les moments de dévolution en début de séance. Pour certains élèves, les tâches prescrites par l'enseignant n'entraînent pas nécessairement les activités prévues ni à fortiori les apprentissages (Robert, 97). Les moments de dévolution ont alors toute leur importance. La prise de conscience de l'existence possible de malentendus entre le maître et l'élève peut permettre de les minimiser.
Voici un exemple de malentendu au collège (ex. cité dans l'atelier n°5 du colloque COPIRELEM 97):
Le professeur attend la justification théorique, à partir d'un théorème vu en cours, pour prouver la construction de la perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné. L'élève répond : "Les deux droites sont perpendiculaires car j'ai bien utilisé l'équerre".

5.1.2. Repères didactiques

A. Robert considère la dévolution comme étant l'un des cinq axes de singularisation permettant de mieux cerner la pratique professionnelle (les autres axes étant : le choix du contenu, la gestion de la phase de recherche, celle de la mise en commun-correction et le mode de gestion de la conclusion).

Selon G. Brousseau (86) : " La dévolution consiste non seulement à présenter à l'enfant le jeu auquel on veut qu'il s'adonne (consignes, règles, but), mais aussi à faire en sorte que l'élève se sente responsable au sens de la connaissance et non de la culpabilité du résultat qu'il doit chercher ".

J. Briand et M.C. Chevalier (95) appellent "dévolution d'une situation didactique", l'ensemble des conditions qui permettent à l'enfant de s'approprier la situation. Des temps de découverte du matériel et des jeux libres, par exemple, sont souvent nécessaires. La dévolution fait appel à la **motivation**.

Pour A. Robert (96), on analyse le moment de dévolution " lorsqu'on se centre sur la situation proposée, notamment pour la gestion de l'a-didactique et le choix des tâches ". L'illusion de la transparence entre les intentions du maître et ce qui est reçu par les élèves est encore grande. Ainsi, A. Robert précise (4) que " la gestion de la dévolution aux élèves est une des grandes absentes dans le second degré ". Elle parle de " **bonne dévolution** " " **quand l'élève est dans le savoir et pas seulement dans l'action** ".L'illusion de la transparence entre les intentions du maître et ce qui est reçu par les élèves, l'amène à parler de **malentendu** entre le maître et l'élève, malentendu qu'il s'agit de repérer et d'analyser.

5.1.3. Attentes des formateurs

Lors du stage de formation continue auquel les stagiaires ont participé, la dévolution a été abordée de trois manières différentes :

* Des débuts de séances ont été visionnés puis analysés.
* Après avoir mis les stagiaires en situation de résoudre eux-mêmes des problèmes, le rôle du formateur a été analysé pour ce qui est de la gestion de la mise en route des situations vécues.
* Des rétroactions ont été faites dans ce sens, à la suite de séances réalisées dans les classes par les stagiaires.

Deux attitudes ont été privilégiées comme le préconise J.PORTUGAIS (95) et G. BROUSSEAU(96):

- s'assurer que les élèves peuvent s'engager dans la tâche,
- ne pas dévoiler la procédure experte. Le maître devra se refuser à intervenir comme proposeur des connaissances qu'il veut voir apparaître.

5.2 Analyse des débuts de séances de géométrie de N., F., G.

5.2.1 Les préparations des séances

Les termes " *discussion* " ou " *découvrir* " sont employés dans les fiches de préparation de séances de N, F, G mais avec des intentions, semble-t-il, différentes. La " *discussion* " porte sur la découverte d'un nouveau matériel (le compas) et " *découvrir* " insiste sur l'appropriation de la situation proposée (figure complexe) du point de vue du contenu géométrique.

Nous pouvons penser que l'intention de réaliser un moment de dévolution existe alors.

5.2.2 Les réalisations en classe

Les maîtres disent la tâche prescrite et organisent tout de suite le travail de groupe. La mise en route se trouve alors principalement centrée sur l'organisation et non sur l'appropriation de la situation par les élèves. N, F, G sont ainsi très occupées par la gestion du travail de groupe, ce qui perturbe les mise en route prévues dans les fiches de préparation.

Un effort particulier est souvent fait chez eux pour rester neutre du point de vue du contenu au tout début de la séance. Cependant, la prise de conscience de malentendus entre l'élève et eux les déstabilisent et les incitent à intervenir collectivement sur le contenu. Ainsi, la gestion de la classe et l'émergence de malentendus font obstacle aux moments de dévolution prévus.

5.2.3 Les entretiens

Les expressions " *motivation des élèves* " et " *rester neutre* " reviennent souvent dans les entretiens. Ils précisent que ce sont des " **idées nouvelles issues du stage** de formation continue ".

Ainsi pouvons-nous faire l'hypothèse, pour le premier degré, comme cela a été fait pour le second degré, selon laquelle " la question de la dévolution aux élèves est aussi une des grandes absentes dans le premier degré ".

Nous pouvons penser que le stage a provoqué chez ces maîtres l'intention de réaliser des moments de dévolution en classe. Cependant les maîtres font remarquer lors de l'entretien, leur difficulté à rester neutres quand leur objectif premier est la réussite de tous les élèves.

5.3 Quelques exemples de " malentendus " observés lors des séances

Il s'agit ici de mieux cerner les décalages pouvant exister entre les attentes du maître au niveau du contenu et l'activité des élèves qui ne reste souvent qu'au niveau de l'action.

5.3.1 Evaluation diagnostique des connaissances de base

*Pour le tracé d'une droite :
Attente du maître : " ligne droite illimitée "
Point de vue de l'élève : " trait de 8 cm "
Tâche effective : ————————

*Pour le tracé d'une demi-droite :
Attente du maître : " droite qu'on ne peut prolonger que d'un côté "

Point de vue de l'élève : " on a tracé une droite puis on a tracé la moitié "
Tâche effective : ——————

Nous interprétons ces faits comme étant des exemples de malentendus entre le maître dont les attentes sont au niveau du concept de droite ou de demi-droite et l'élève qui reste au niveau de l'action " tracer un trait ", " tracer la moitié ". Seule l'explicitation a permis de lever les malentendus.

5.3.2 Analyse de figure

Lors de l'analyse de la figure complexe à reproduire (il s'agit d'une rosace à l'intérieur d'un carré sur papier quadrillé), le maître attend la reconnaissance de figures géométriques de base alors que les élèves analysent la figure en terme de rosace et de pétales. Ces derniers ont du mal à se sortir du registre figuratif pour atteindre le registre géométrique.

La consigne ne précisait pas le registre attendu par le maître. Elle joue un rôle très important pour faire entrer l'élève dans la tâche attendue et minimiser les malentendus. Cela nécessite de la part de l'enseignant une **analyse a priori** approfondie.

VI - CONCLUSION: PERSPECTIVES DE FORMATION

Nous pouvons penser que " malentendu " et " bonne dévolution " sont reliés. Si le maître ne prend pas conscience de ces malentendus, il reste alors dans **l'illusion** du fait que l'élève est en apprentissage. Et nous pouvons nous demander comme G. Guillon: " *le savoir mathématique peut-il résister à l'enseignement ?* ".

La formation continue a un rôle important pour faire prendre conscience de la possibilité de l'existence de malentendus en cours de séances de classe; comme le dit Aline Robert : " *une formation réussie serait une formation qui permettrait de minimiser le malentendu* ". Il s'agirait durant les stages de formation continue de montrer et d'analyser de tels dysfonctionnements dans l'animation de séances de classes mais aussi dans l'animation des stages de formation eux-mêmes.

A l'issue de ce stage de formation continue, certaines **erreurs d'interprétation** des maîtres ont été repérées par les formateurs. Il faudrait poursuivre le suivi pour savoir si ces erreurs sont reproductibles et persistantes (à travers d'autres séances de mathématiques par exemple).Si tel est le cas, il s'agirait alors de véritables " **obstacles** "qui devraient être dépassés, dans une formation professionnelle à plus long terme. Les **rétroactions** que peut apporter le débat avec des formateurs et des collègues à partir de l'analyse des pratiques doivent pouvoir être mises en place dans une formation professionnelle conçue comme un processus régulier, accompagnant les maîtres tout au long de leurs expérimentations personnelles.

Si **former des maîtres c'est les aider à recomposer un projet personnel d'action qui ait du sens pour eux, compte tenu de leurs conceptions et de leurs expériences initiales**, nous pensons nécessaire de leur proposer des analyses de leurs pratiques en classe sur un temps long ainsi que des débats sur les questions professionnelles que ces analyses de pratiques suscitent.

BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE M., ROBINET J., *Conception du cercle chez les élèves de l'école élémentaire*, IREM Paris 7 n° 38 - (1986)(réédition).

BERTHELOT R., SALIN M.H., *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse Université de Bordeaux,(1992).

BRIAND J., CHEVALIER M.C., *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques*, Editions Hatier, (1995).

BROUSSEAU G., *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, Recherche en didactique des mathématiques*, vol. 7/2, Éd. La Pensée Sauvage, (1986).

BROUSSEAU G., *Le contrat didactique : le milieu, Recherche en didactique des mathématiques*, vol. 9/3, Éd. La Pensée Sauvage, (1990).

BROUSSEAU G., CENTENO J., *Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, Recherche en didactique des mathématiques,* vol. 11/2.3, Éd. La Pensée Sauvage, (1992).

BROUSSEAU G., Actes de l'université d'été d'Olivet, (1988).

CENTENO J., *La mémoire didactique de l'enseignant,* Thèse posthume inachevée, LADIST, Bordeaux, (1995).

DOUADY R., *Jeux de cadres et dialectique outil-objet, Recherche en didactique des mathématiques,* vol. 7/2, Ed. La Pensée Sauvage, (1987).

FREGONA D., *Les figures planes comme milieu dans l'enseignement de la géométrie : interactions, contrats et transpositions didactiques*, Thèse Université de Bordeaux, (1994).

GUILLOT G., Aspects philosophiques des savoirs de formation, Conférence Colloque Copirelem St-Etienne, (1997).

HACHE C., ROBERT A., *Comment, en didactique des mathématiques, prendre en compte les pratiques effectives, en classe, des enseignants de mathématiques du lycée ? Une approche à travers des analyses de pratiques ou quelques enseignants de mathématiques dans des séances d'introduction aux vecteurs en classe en seconde*, Cahier de DIDIREM n° 28, (1997).

KUZNIAK A., *Études des stratégies de formation utilisées par les formateurs des maîtres du premier degré*, Thèse Université de Paris 7, (1994).

PORTUGAIS J., *Didactique des mathématiques et formation des enseignants,* Peter Lang, (1995).

PORTUGAIS J., *Formation des maîtres : des conditions nécessaires et suffisantes à la théorisation des phénomènes de formation*, Revue Repères n° 23, Topiques éditions, (1996).

PORTUGAIS J., Repères IREM n° 23, Topiques éditions, (1996).

ROBERT A., *Réflexion sur la formation professionnelle initiale des futurs enseignants de lycées et collèges en mathématiques* : un essai de didactique professionnelle, Cahier de DIDIREM n° 26, (1996).

ROBERT A., *Une approche de la formation professionnelle initiale des professeurs de mathématiques des lycées et collèges*, Revue Repères n° 23, Topiques éditions, (1996).

ROBERT A., *Document de travail interne au groupe de recherche*, (1997).

SAMURÇAY R., ROGALSKI J., *Formation aux activités de gestion d'environnements dynamiques* : concepts et méthodes, Education Permanente n° 111, 1994.

VERGNAUD G., *Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel*, Vingt ans de didactique des mathématiques en France, Ed. La Pensée Sauvage, (1994).

VERGNAUD G., *La théorie des champs conceptuels, Recherche en didactique des mathématiques*, vol. 10/2.3, Éd. La Pensée Sauvage, Grenoble, (1991).

VERGNAUD G., *Les fonctions de l'action et de la symbolisation dans la formation des connaissances chez l'enfant,* in J.P. Laget, P. Mounoud, J.P. Bronckart (eds), Psychologie, Encyclopédie de la Pléiade, Gallimard, Paris, (1987).

VERMERSCH P., *L'entretien d'explicitation en formation initiale et en formation continue,* E.S.F., (1994).

D'une démarche de médiation cognitive en relation avec les apprentissages scolaires

- Marc PROUCHET -
PEMF - IUFM de Lyon

Résumé :
Nul n'est censé ignorer les développements pédagogiques de la perspective cognitive en formation et des polémiques qu'elle soulève[1]. Or, ces intentions d'éducation cognitive, popularisées par les célèbres méthodes d'éducation cognitive[2], se sont principalement et initialement développées dans les domaines de l'Entreprise. Ces méthodes ont rarement dépassé la fonction "orthopédique" et/ou "andragogique" pour adapter leurs démarches et leurs outils au contexte d'enseignement de jeunes élèves ; elles n'ont pas été non plus soucieuses de produire de véritables situations d'enseignement établissant un lien concret entre les actes de pensée et les objets des matières scolaires.
L'intention est ici *de faire part d'une recherche*[3] *menée depuis* 1991 *à l'IUFM de Lyon : elle porte sur la pertinence, la validité et les conditions d'effectuation d'une* ***démarche d'éducation (de médiation) cognitive*** *en lien avec les apprentissages scolaires (cycles 1, 2 et 3).* L'expérimentation est réalisée auprès d'une quinzaine de classes (cycles 1 et 2 et classes d'adaptation). Initialement engagée (en remédiation cognitive et supportée par des "activités minorées") pour des élèves particulièrement résistants aux apprentissages scolaires, elle est maintenant exercée auprès des groupes-classe et au sein même des situations habituelles d'enseignement. Divers outils[4] ont été élaborés pour concevoir (analyse cognitive préalable de tâche, activités prototypiques[5]) et conduire (fiche de route en 5 phases) les séances.

1- Enseigner à penser ?

11. Des constats aux intentions :

- **"Les élèves ne déclenchent pas", "ils ne sont pas en phase", "ils ne font pas de sens", "ils sont passifs", "ils savent plein de choses mais ne savent pas les utiliser", "tu me passes des élèves qui ne savent rien", ...** . Si l'on ne veut pas retenir les seules explications déterministes liées aux facteurs socio-culturels et psychoaffectifs, ces **constats** souvent formulés renvoient à une absence ou une insuffisance ou une inefficacité d'une activité mentale autonome et cohérente avec les contraintes et la nature des tâches demandées.

On en connait les effets diversifiés ... du retrait au rejet ...

---

[1] voir à ce sujet l'article de M. Huteau "L'éducation cognitive" in Sciences Humaines, n° 12, février-mars 1996

[2] entre autres, le Programme d'Enrichissement Instrumental de Feuerstein, les Ateliers de Raisonnement Logique d'Higelé, Activolog, Tanagra, les cubes de Mialet, ...

[3] Participent depuis 1991 à cette recherche (ou ont participé) **professeurs d'IUFM** (maths, français, sémiotique, philosophie, sciences de l'éducation, arts plastiques), **psychologues** formateurs en outils de développement cognitif, **méthodologues** (spécialistes en évaluation), **enseignants maîtres-formateurs** (principalement de cycle 2).

[4] cf. l'ouvrage collectif à paraître à l'automne 97, L. Bélair, P. Ceysson, R. Charnay, J.L Héraud, M. Prouchet et P. Sadoulet, ("Penser pour apprendre ..."), éd. Hatier

[5] Quatre dossiers d'activités ont été créés pour des enfants de 4 à 8 ans : trois d'entre eux portent sur des activités dites détour (thèmes cognitifs : perception-comparaison-classification), l'autre sur des activités mathématiques (numération ordinale -loto).

On en connait aussi les réponses pédagogiques les plus fréquentes : face à ces difficultés, les enseignants recourent le plus souvent à des remédiations en termes de renforcement didactique, de variation pédagogique ou d'entraînement méthodologique. Or, il faut bien reconnaître parfois - et principalement pour les mêmes élèves - la piètre efficacité d'un soutien qui renforce la pression du contenu, les limites d'une pédagogie active plus concrète et la trop grande généralité d'un entraînement méthodologique voulant adapter l'enfant aux tâches scolaires.

- Face à ces constats sans cesse renouvelés, comment l'Ecole se positionne-t-elle aujourd'hui ?

Les récentes injonctions ministérielles (modules au lycée, études dirigées au collège et à l'école élémentaire, nouveaux - et premiers - programmes à l'école maternelle) s'inscrivent bien dans le champ des préoccupations de l'éducation cognitive ! Quelle est cette **intention** ?

. porter l'objet explicite de réflexion et de pratique sur les opérations générales et outils de pensée, activés et développés certes (implicitement, spontanément) par l'apprenant au cours des processus d'acquisition des savoirs

. postuler nécesaire l'intervention pédagogique sur ces processus de pensée pour les "sortir" de leur caractère implicite, visant à améliorer par là-même le fonctionnement mental et à développer les processus intellectuels des apprenants confrontés à la résolution des tâches ou des situations d'apprentissage

Des temps d'apprentissage cognitif spécifiques sont "prescrits". Pourtant - et depuis belle lurette - certains enseignants ambitionnent de développer la capacité à penser ... pour apprendre et savoir, visant explicitement le "savoir-penser", le "savoir-apprendre", le "savoir qu'on sait", ... Ne les entend-on pas d'ailleurs vouloir "travailler sur le fonctionnement du moteur lui-même", "amener les élèves à aller chercher dans leurs valises de connaissances et de compétences ce que les nouvelles situations exigent", "apprendre aux élèves à pédaler et se regarder pédaler", "apprendre à apprendre", ... ? Ces diverses pratiques pédagogiques tentent de mettre à jour - et par là-même de faciliter l'appropriation des connaissances - les processus par lesquels l'élève apprend et construit ses connaissances. J'en veux pour preuves les pratiques méta-cognitives, l'entretien d'explicitation, la gestion mentale, les conseils méthodologiques, les travaux sur les "problèmes ouverts",..., qui postulent que c'est la prise de conscience de l'expérience d'apprentissage qui permet à l'apprenant de transformer ses stratégies spontanées en outils d'apprentissage et donne aux stratégies et aux éléments de savoirs découverts des chances d'être intégrés.

Cette intention d'éducation cognitive est-elle légitime, pertinente ? Si oui, comment la réaliser et l'opérationnaliser ? Développer la faculté de réflexion des élèves, constitutive des acquisitions : oui, mais comment ? N'encourt-on pas des risques ?

12. Les hypothèses :

. *L'on peut faire l'hypothèse que les situations habituelles d'enseignement suffisent à contribuer "par imprégnation" à cet exercice de la réflexion, au sein même des disciplines traditionnelles enseignées.* Les mathématiques, les sciences, l'informatique, la philosophie, les arts et les "humanités" n'offrent-elles pas les moyens d'apprendre à penser, de renforcer le jugement et le raisonnement ? Les situations-problèmes ne sont-elles pas les lieux privilégiés de cet exercice ? Le postulat est ainsi fait d'une mobilisation et d'un développement spontanés, automatiques et naturels par l'apprenant de son activité intellectuelle : les pratiques dominantes d'enseignement la sous-entendent ou la tiennent pour évidente, soit à titre de pré-supposé, soit à titre de résultante. Mais ne posent-elles pas un peu rapidement que ce sont les savoirs qui apprennent aux enfants à penser ? Qu'à travers la transmission des savoirs, elles contribuent à la formation intellectuelle des élèves ? Certes oui, pour ceux qui, momentanément, sont capables d'instituer une distance personnelle et réfléchie avec les savoirs scolaires. Mais pour les autres ?

. *L'on peut aussi faire l'hypothèse qu'une action pédagogique d'enseignement doit être engagée, visant explicitement à provoquer le développement de stratégies que les élèves doivent - mais ne peuvent forcément - acquérir, structurer ou utiliser lorsqu'ils sont confrontés à des*

activités scolaires demandant leur mise en oeuvre. Selon les théoriciens de la médiation[6] (Vygotsky, Bruner), l'activité intellectuelle ne se développe pas d'elle-même par maturation, génération spontanée ou expérience active du sujet avec son milieu, mais se construit dans une interaction engagée par l'adulte - et par la médiation privilégiée du langage - . N'y aurait-il pas lieu d'exercer intentionnellement une action pédagogique sur les procédures constitutives de l'activité de compréhension et de réflexion nécessaires à la maîtrise du savoir scolaire ? Ne reviendrait-il pas à l'enseignant d'étayer ou de construire cette réflexion, de favoriser le développement de cette capacité intellectuelle - certes identique en droit chez tous -mais inégalement disponible pour beaucoup d'apprenants ? On peut avancer que l'enjeu est bien de mettre en place chez l'élève un système de compétences cognitives qui, d'inter-personnelles (processus conjoint avec un enseignant et en situation collective) deviendront intra-personnelles ... pour peu qu'elles soient l'objet d'une méta-cognition et d'une activité de généralisation.
Mais cela repose sur le postulat qu'il existe des compétences cognitives ou des procédures de réflexion identifiables et susceptibles d'être travaillées pour elles-mêmes. Dès lors, des problèmes d'ordre méthodologique, conceptuel et éthique se posent.

13 . Problèmes et autres dérives :

131. Au-delà du danger d'une intervention de l'enseignant pouvant être assimilée à un processus d'influence - voire d'effraction - dans l'intimité intellectuelle et personnelle de l'apprenant,

- une vision techniciste pourrait amener à vouloir doter l'élève d'un savoir-penser généralisable et opératoire. A l'impérialisme des contenus se substituerait celui des opérations mentales, de la méta-cognition. Or, peut-on apprendre à apprendre en marge et indépendamment d'une confrontation au savoir[7] ? Doit-on subordonner le développement des opérations de pensée à des apprentissages formels ? L'apprenant ne risque-t-il pas de recueillir, au titre d'opérations mentales efficientes, qu'un prêt à porter de penser standardisé inapte à recueillir la spécificité des savoirs particuliers ? ***- (fiche PEI points - Noirfalise)-***
Mais peut-on nier l'existence de capacités cognitives transversales aux différentes modalités de la connaissance intellectuelle requise chez l'enfant par l'école ? Car, ce qui est en jeu à l'école, c'est d'une part la constitution de l'unité intellectuelle de l'apprenant à travers la médiation des différents savoirs auxquels il s'initie. D'autre part, la multiplicité des disciplines - défendant chacune leur raison d'être - demande de restaurer ce qui fait l'unité et la cohérence du savoir scolaire fondamental.

- une vision humaniste viserait non pas à remplir, mais à libérer l'intelligence de l'élève, en lui faisant faire l'expérience de la pensée comme fondatrice de toute connaissance. Or, l'acte d'apprentissage scolaire ne peut se réduire à la dimension psychologique d'activité cognitive, aux seuls actes subjectifs de la pensée, car c'est bien l'objet du savoir qui doit piloter le processus d'acquisition et non l'inverse. Si le travail cognitif libère, il ne doit pas devenir "libre" ou tourner à vide, mais rencontrer et reconnaître la contrainte du savoir recherché.
- (élève qui sait ce qu'il faut faire pour lire ...mais qui ne sait pas lire)-

---

6 Ainsi, les pédagogies dites "de la médiation" postulent une action volontariste de l'adulte, nécessaire pour que l'apprenant puisse acquérir le fonctionnement mental indispensable à des acquisitions de caractère abstrait ou notionnel : cet apprentissage ne peut être attendu spontanément, ni par l'effet mécanique du développement, ni par une imprégnation issue de la richesse du milieu, ni comme conséquence de l'action ou de l'expérience de l'enfant. Ces postulats interpellent tout enseignant - de plus ou moins jeunes enfants - qui, par la transmission des connaissances, ambitionne bien leur formation intellectuelle, mais souvent de façon aveugle ou comme un bénéfice secondaire, et donc aléatoire.

7 Le cognitif ne fonctionne pas à vide ! "*L'orientation piagétienne du courant dit de l'éducation cognitive, en mettant l'accent sur les processus généraux de la pensée et de la logique, peut laisser place, si l'on n'y prend garde, à l'idée qu'il existe un raisonnement indépendant des tâches sur lesquelles il est mis en oeuvre*" - Pailhous J. & Vergnaud G. [1989]- *Adultes en reconversion : faible qualification, insuffisance de la formation ou difficultés d'apprentissage ?* Ministère de la Recherche et de la Technologie, La Documentation Française

- A vouloir rechercher ce qui échappe dans le cognitif, ne court-on pas le risque de la dérive scientiste ? Travailler intentionnellement sur le développement des outils de pensée de l'apprenant oblige à reconnaître la spécification de l'entrée choisie ... mais le risque est grand d'assimiler l'acte mental à la seule mise en oeuvre de ces outils cognitifs et de faire de ces derniers le tout de la mise au travail cognitive. "Apprendre, on l'admet facilement, comporte une dimension cognitive : conceptuelle, opératoire et fonctionnelle. Mais comment omettre les dimensions affectives et émotionnelles, motivationnelles, sociales et culturelles que comportent les conduites d'apprentissage ?"[8] L'accent mis sur le plan cognitif et l'acquisition d'une démarche cognitive par l'élève ne doit donc pas éluder et sous-estimer l'aspect relationnel et affectif, le rôle des interactions entre enfants,....
Se préoccuper du sujet en situation d'apprentissage impose une approche du sujet global par la prise en compte de la multi-dimensionnalité des facteurs impliqués dans l'apprentissage.

132. S'il y a lieu d'exercer une intention d'éducation cognitive, doit-elle (peut-elle) être appliquée en situations "décrochées" des séances disciplinaires traditionnelles ou peut-elle être instanciée en leur sein même ?

A quels obstacles se heurte-t-on ?
Il est très difficile (pour l'enseignant et pour l'élève) de travailler les processus de pensée au sein même des situations disciplinaires (français, maths, ...). C'est ce qui conduit les enseignants à provoquer des "détours" sur des situations minorées (prenons l'exemple du cycliste qui gravit une côte ou la descend) pour permettre aux élèves de prendre conscience de leur activité intellectuelle. Si cette prise de conscience est facilitée par le fait que les pré-requis notionnels sont présents (que l'élève n'a pas à lutter pour apprendre des notions nouvelles) il n'en demeure pas moins que les "transferts" (ce qui se "transporte" d'une situation à une autre) semblent peu s'effectuer. En d'autres termes, ce que l'apprenant acquiert dans une situation a bien du mal à se réutiliser dans une autre.
Ce constat ne doit-il pas nous inciter à viser à terme (dans toutes les pratiques d'éducation cognitive) le travail "cognitif" au sein même des situations d'enseignement ? Puissent alors les études dirigées s'inscrire pendant le cours de français, de maths ou d'arts plastiques ! Je sais que cela nécessite une formation des enseignants ... Mais c'est assurément à cette condition que l'éducation cognitive sera revisitée de manière critique et constructive : en cela, je soutiens la thèse que les démarches de médiation cognitive offrent une alternative.

14. L'intention :

Consciente des écueils de la tentation psychologique et pédagogique, quelle démarche libératrice et initiatrice pourrait intéresser l'Ecole, non en tant qu'elle transmettrait des opérations de pensée, mais qu'elle initierait les élèves à une culture de l'acte de connaissance exigé par l'école ? S'il est légitime de fonder espoir en une démarche qui aurait comme objet l'analytique et la pratique de l'acte de connaissance, les activités proposées ne devront pas se réduire à un exercice d'opérations mentales ou de procédures intellectuelles : elles se devront d'introduire plus fondamentalement au sens de l'apprentissage scolaire et à un "discours" qui permet à l'enfant de se poser et de se représenter comme sujet réflexif et distinct - par rapport à de nouveaux objets de savoir et d'expérience -. Si cette médiation peut générer une "méditation" cognitive de l'élève, l'activité réflexive alors exercée autorisera une prise de distance évitant les positions de confusion du sujet avec un objet qui reste incohérent ou, à l'inverse, une extériorité qui ne permet pas la rencontre du sujet avec l'objet d'apprentissage. Il s'agit bien d'un travail sur soi qui s'effectue en complément du travail opératoire sur les compétences cognitives !
Il s'agit donc de penser une démarche de médiation qui ambitionnerait de contribuer à la constitution d'une subjectivité intellectuelle de l'élève :

---

[8] Maryvonne Sorel - Questions de pratique - l'éducabilité cognitive : une nouvelle compréhension des conduites d'apprentissage, juillet 1991

. du sujet cognitif (développant des attitudes mentales vis à vis de situations abstraites et des savoir-faire cognitifs permettant d'analyser et de s'organiser mentalement vis à vis d'une tâche scolaire)

. au sujet intellectuel (disponible au sens et aux propriétés d'un domaine de savoir qui comporte son mode de rationalité propre).

Trois temps[9] de l'activité de réflexion ont été ainsi repérés et thématisés comme objet de réflexion - dissociés ici pour les besoins de l'analyse -:

- un temps dévolutif (rapport de l'enfant à la situation et à la tâche)
analyse perceptive de la situation dans son contexte, reconstruction cognitive des données, du sens, du but de la situation proposée, acheminement progressif vers la constitution d'un sens non directement "sensible" à partir de l'expérience immédiate

- un temps intellectuel (rapport de l'enfant au savoir)
guidage de l'activité intellectuelle appliquée aux caractéristiques conceptuelles du savoir, confrontation de l'élève à la notion, à ses contenus, à ses contraintes

- un temps réflexif (rapport de l'enfant à sa propre activité de réflexion)
prise de conscience du pouvoir de sa pensée, instanciation d'un "espace mental", retour réflexif sur les objets culturels et accès à leur sens

2- De la médiation cognitive ...
... "heur(t)s et malheurs de l'apprentissage"

21. De la médiation cognitive :

Cette expression de "médiation cognitive" paraît bien barbare, voire présomptueuse. Que n'entend-on sur elle ? Que me soit donnée ici l'occasion d'en préciser la nature !

. Le terme "**cognitif**" réfère donc à l'éducation cognitive. Je viens de développer ce point : retenons que ce terme désigne - du point de vue psychologique - l'activité d'élaboration de la Connaissance par le sujet, c'est à dire les processus mentaux qui entrent en jeu dans cette élaboration ; retenons de la psychologie cognitive qu'il désigne les processus internes de la pensée qui interviennent dans la formation de la connaissance chez l'individu et donc chez l'enfant.

Ce terme renvoie à la Connaissance : en ce sens, la mission de l'Ecole est bien de mettre l'enfant en rapport avec la Connaissance. Cela spécifie bien le champ scolaire !

. Le terme de "**médiation**" renvoie à l'idée qu'il faut que quelqu'un (ici l'enseignant) permette, favorise ce contact de l'apprenant à l'objet de savoir scolaire. ("Tout apprenant vit un conflit dans sa relation - plus ou moins difficile - face à un objet de savoir qui lui résiste et le malmène"[10] .) Il y a bien des "choses" que l'apprenant ne peut faire forcément seul, que son naturel l'amène "naturellement" à faire ... et qui l'empêche d'accéder à la Chose à apprendre.

Si toute pédagogie réelle exerce une médiation (le maître étant physiquement et statutairement intermédiaire entre l'élève et le savoir), si toute situation peut être médiatrice (censée provoquer l'apprentissage), tout enseignant n'en est pas pour autant médiateur, toutes les situations ne sont pas médiatisantes. N'en déplaise à M. Jourdain, l'on ne fait pas de la Médiation sans le savoir ! Et c'est bien le rôle du "néo-directif émancipateur" que de favoriser la cristallisation d'une motivation à apprendre sur un domaine jusque là ignoré, d'inciter l'apprenant à se mobiliser avec profit sur des objets dont l'intérêt et le sens ne lui apparaissent pas spontanément. C'est dans cet "entre-deux" reconnu et partagé, dynamique d'attentes positives, que se fonde la médiation cognitive. Son efficacité dépend donc grandement de la qualité de la médiation et de l'investissement du médiateur : elle est donc bien affaire de dispositions, tout

---

9 On voit bien comment les méthodes d'éducation cognitive "évitent, excluent -voire refoulent-" le 2ème temps ...

10 Aumont & Mesnier, "l'acte d'apprendre", PUF, Paris, 1992, p 207

autant que de dispositifs. On perçoit bien dès lors la "qualité" exigée de cette relation entre l'enseignant et l'élève, entre l'enseignant et ses élèves. Mais que mise en garde soit faite ! La médiation - n'en déplaise à certains - ne se réduit pas à cette interaction !

22. Heur(t)s et malheurs de l'apprentissage :

(appui sur transparent heurts et heurts2)

Quels sont ces obstacles naturels qui entravent le cheminement de nos élèves vers la Connaissance scolaire ? Quels en sont dès lors les actes de médiation corrélés ?

221- Médiation ... et intention d'apprendre :

C'est à l'apprenant d'apprendre, de s'approprier les objets de savoirs scolaires contenus dans les situations d'apprentissage. Une évidence, me direz-vous !

Je me hasarderai à avancer que tous les enfants désirent savoir ... mais ne veulent pas forcément apprendre, ne veulent pas forcément faire l'effort pour apprendre, voire ont peur d'apprendre.

Vous avez tous en mémoire des enfants comme Ahmed qui s'interdisaient d'apprendre à lire pour ne pas dépasser le "niveau" de son papa, qui, lui, ne savait pas lire.

Vous avez tous connu des enfants comme ces petits dont parle S. Boimare[11] qui étaient prêts à tout pour savoir, à tout ... sauf apprendre.

Vous avez peut-être été de ceux qui - malgré vous - avez empêché[12] certains élèves d'apprendre. Face à des enfants "déprivés culturels", notre tentation n'est-elle pas de les surprotéger - en les "étouffant" -? Leur permet-on par là-même d'apprendre ?

Peut-on aussi exiger et considérer comme naturelle ou spontanée l'acquisition de savoirs scolaires, sachant que ce sont des savoirs symboliques abstraits qui, ayant leur exigence propre, sont totalement différents des savoirs habituels de la vie courante ? Les savoirs scolaires ne présentent-ils pas ce paradoxe d'être à la fois très (trop) proches et très (trop) éloignés de l'apprenant : à portée de main (écrits au tableau ou sur un livre, sortis de la bouche de l'enseignant), ils exigent néanmoins de l'apprenant une re-construction ("tel un livre - savoir en conserve - qui est mort sans l'effort de pensée du lecteur qui le re-crée"[13]).

Or, comment peut-on savoir sans apprendre ? Peut-on apprendre à la place de l'enfant ? Il revient donc à l'enseignant de développer cette intention d'apprendre, non naturelle chez les apprenants, sans laquelle l'enfant ne peut savoir. Mettre l'élève en mouvement, en activité ... oui, mais comment ? L'envie d'apprendre ne se livre-t-elle pas dans le sens de l'activité que l'élève va appréhender ?

222- Médiation ... et significations de la situation scolaire :

Quel sens trouver dans une situation qui n'en a pas a priori pour l'apprenant ? Quel intérêt porter à une tâche scolaire, au début de sa réalisation, sachant qu'elle contient une logique et un sens implicites qui participent de l'intentionnalité de l'enseignant ?

Tout enseignant fait acquérir des savoirs par le biais de situations. Or, ces situations scolaires sont souvent hors de la réalité, de l'expérience des élèves. Il ne faut pas être grand clerc pour constater que tout enfant apprenant appréhende, investit et signifie la situation scolaire avec son affectif, son expérience préalable. C'est ce que nous rappellent sans cesse nos élèves, les plus jeunes ouvertement d'ailleurs (les autres nous le cachant ou se l'interdisant).

Trouvez-vous étonnant qu'un enfant de 4 ans auquel vous avez commandé des pommes (rien que des pommes) au coin de la marchande vous rétorque le plus spontanément du monde : "je peux pas y aller : j'ai pas de sous (ou j'ai pas de panier) (ou j'aime pas les pommes) (ou j'en

---

[11] S. Boimare - "Pédagogue avec des enfants qui ont peur d'apprendre et de penser", Penser, apprendre, IVème colloque de Bobigny, édition ESHL

[12] J.C Passegand cite un passage de P. Levi qui illustre, au-delà de la relation purement affective, la médiation d'un projet cognitif ... "Henek voulant que Hurbinek parle" in Apprentissages et médiations - carnet n° B4580, CRDP Dijon, 1991, p 38

[13] C. Hadji - "Education et développement cognitif : le temps de l'espérance", in Pédagogies de la Médiation, Chronique Sociale, Lyon, 1990, p 63

achète jamais parce que c'est mon papi qui me les donne de son jardin)" ou ... s'exécutant à votre propos vous ramène des pommes, des poires et des bananes en vous disant :"je t'ai porté des pommes, mais aussi des poires parce que j'en avais envie et des bananes parce que je les aime" ?
Trouvez-vous étonnant qu'un enfant de CE1 de 8 ans, à la vue de boîtes de Vache qui Rit pleines et vides et de portions isolées, s'exclame le plus sérieusement du monde lors de cette séance mathématique ritualisée : "maître, il manque le couteau et des tranches de pain, parce qu'aujourd'hui, on va apprendre à tartiner le fromage" ?

Si toute situation donnée enveloppe plusieurs registres de sens, il faut mettre l'enfant en mesure de les démêler et de les distinguer ; il revient donc à l'enseignant de faire émerger, de prendre en compte et de s'appuyer sur les représentations premières des élèves, pour les conduire - non pas à s'en défaire - mais à les mettre entre parenthèses (l'espace d'un moment) pour permettre la rencontre avec l'objet de savoir inscrit dans la situation. L'on est souvent tentés de les considérer tantôt favorisantes tantôt parasitantes, et de les orienter a priori. Cela paraît doublement dangereux, tant pour ces élèves qui n'osent plus "oser" que pour ceux qui se réfugient dans la devinette ou installent des stéréotypes inducteurs ! A ce sujet, l'on ne saurait trop insister sur l'importance du groupe-classe, garant du "marché du sens".

223- Médiation ... et rencontre de la Chose à apprendre :

Il est facile de médire, d'accuser l'Ecole de tous les maux ... Mais tout de même ...
Que penser de ces élèves de CM2 qui, à la question Qu'est-ce que la grammaire pour toi ? répondent que "la grammaire, c'est dans le cahier rouge" ?
Que penser de ces élèves de seconde qui, à la question Est-ce que stop est une phrase ? répondent qu'"on ne peut pas le dire comme ça, il faut que vous me l'écriviez ... pour voir s'il y a une majuscule et un point" ?
Il semble bien que l'Ecole s'obstine à travailler sur le comment : rien d'étonnant à ce que les élèves éprouvent les pires difficultés à saisir le Sens et les fondements des Choses à apprendre. N'est-ce pas à l'Ecole de rendre les savoirs compréhensibles et signifiants, par l'enseignement de leur émergence, de leur histoire, de leur évolution, de leur constitution ?
Si nous sommes capables de faire partager à nos élèves de 10 ans ce qui unit et sépare dans leur essence une fraction et un nombre décimal (il y a bien du pareil et du différent dans les deux), si nous sommes capables de faire comprendre à nos élèves de 4 ans les raisons pour lesquelles dix[14] s'écrit 10 en faisant découvrir les fondements de la numération positionnelle ... tout comme d'ailleurs l'histoire de notre alphabet, peut-être qu'alors nous aurons enfin compris, nous enseignants, ce que nous tentons d'enseigner. C'est parce que l'enfant seul ne peut accéder à ce qui constitue les objets de savoirs scolaires, ce qui les fonde et qui se cache derrière la fonction ou l'apparence première, que l'enseignant doit exercer une médiation. Mais cela exige un travail didactique certain (définition d'objectifs-obstacles, programmations, ...).
Qu'il me soit aussi donné l'occasion de mettre en garde contre les dérives productiviste et utilitariste auxquelles pourraient conduire certaines pédagogies dites "du projet" - empêchant par là-même tout contact avec la chose à apprendre !

Médiation ... et décrochage de la situation originelle :

Trouvez-vous étonnant qu'un enfant de 4 ans auquel vous commandez des pommes ne réagisse pas à votre consigne et - refusant de l'exécuter - vous dise :"je ne peux pas aller t'acheter des

---

[14] Un élève de 4 ans, voyant son maître écrire au tableau la succession des nombres de la comptine, se leva brutalement pour barrer 10 en disant : "C'est pas dix que t'as écrit ; c'est ça dix (en écrivant le signe Ω à la place de 10)". Amené à s'expliquer sur ce signe, l'enfant fit comprendre à son maître que les 2 chiffres composant le nombre 10 n'avaient aucune raison d'être ... A quoi pouvait bien tenir cette rupture à l'écrit (les 9 premiers nombres n'ayant qu'un seul chiffre) qu'oralement rien n'imposait ?
Comment réagir à un tel acte ? Dire à cet enfant qu'il est trop petit pour comprendre (et qu'il aura le temps de le découvrir à l'école des grands), dire à cet enfant qu'il s'agit de dizaines et d'unités (on perçoit l'énormité de ce propos) ? N'y a-t-il pas lieu d'élaborer des situations pour que l'enfant découvre pourquoi l'homme, un jour, ... Convenez-en ! Il s'agit bien des fondements de la numération positionnelle qui sont habituellement présentés au cycle 3 (numérations égyptienne et babylonienne). Mais n'est-ce pas un peu - ou trop - tard ?
Que l'on ne prétexte pas que cela est impossible ! Sous couvert de J. Bruner, j'avance qu'on peut enseigner bien plus que ce que l'on croit - et à de jeunes enfants -, à la condition expresse de créer les conditions favorisantes pour l'apprentissage. Mais cela ne s'improvise pas ! Il est vrai que les enseignants n'y sont guère préparés !

pommes parce que l'autre fois, tu m'as dit que tu avais beaucoup de travail (faire la vaisselle, planter des clous) ; si tu plantes des clous, j'irai t'acheter ce que tu me dis ... "?
Pourquoi l'enseignant de CE2 reproche-t-il à son collègue de CE1 de n'avoir pas vu avec ses élèves telle ou telle partie du programme ? Ce dernier aura beau se défendre et se justifier : n'empêche que ses élèves semblent ne pas pouvoir re-mobiliser les connaissances et réactiver les compétences. Cela tient au fait que tout apprenant "s'accroche" au contexte de la situation (habillage de l'objet de savoir) et adhère au contexte premier d'émergence de l'acquisition. Ainsi, l'on peut observer chez l'apprenant une fusion - voire une confusion - de la situation et de l'objet de savoir. L'Ecole oeuvre-t-elle explicitement face à cet obstacle ? Puisque cette Résistance est naturelle - mais empêchant ici l'accès à l'objet même de savoir -, n'est-ce pas à l'enseignant d'amener l'enfant à décontextualiser les apprentissages, à appréhender cet objet de savoir enfoui dans la situation présentée ?

Trouvez-vous étonnant que Jean[15] ne puisse naturellement quitter la carton de loto ? N'est-ce donc pas à l'enseignant d'amener les élèves à faire des liens, à généraliser par le développement d'attitudes de transfert, à jongler dans des "régions de sens" ?
Reste que ce travail est extrêmement difficile pour l'enseignant et pour l'élève ...

. pour l'enseignant, car la décontextualisation et la recontextualisation doivent s'exercer sur des procédures et des processus effectivement conscientisés par tous les élèves

. pour l'élève, car il s'agit de considérer la situation d'apprentissage et les tâches qui en résultent comme le prétexte, le moyen et non la fin ou le contenu de l'activité.

Il s'agit bien de favoriser le passage du sens de la situation ... au sens de la tâche ... jusqu'au sens de la Chose à apprendre ... bref, de donner du sens à l'Apprentissage.

224- Médiation ... et méta-cognition :

L'enfant-apprenant n'accède pas naturellement à son activité intellectuelle.
Trouvez-vous étonnant qu'un enfant de 9 ans que vous interrogez au terme de son action de restructuration d'un récit, par la mise en ordre de ses 5 phases, vous réponde : " tu ne vois pas qu'avec mes ciseaux, j'ai découpé la feuille ?" Vous vous attendiez sûrement à bien autre chose!
Tout enseignant s'aperçoit de la difficulté qu'éprouvent les élèves à accéder aux indices de structure, sensibles quasi-exclusivement aux indices périphériques de surface.
Puisque cette Résistance est naturelle - mais obstruant la découverte des processus au profit du produit de l'activité et des conditions d'effectuation de la tâche -, n'est-ce pas à l'enseignant d'intervenir - par rapport à une tâche donnée - non pas seulement sur la nature, le contenu ou la réalisation de la tâche elle-même, mais aussi et surtout sur l'activité que mène l'enfant à travers la réalisation de cette tâche (c'est à dire l'activité mentale, l'activité interne, l'activité intellectuelle) ? N'est-ce pas à l'enseignant d'amener l'élève, par la prise de conscience de son activité intellectuelle, à faire l'exploitation cognitive de son expérience d'apprentissage ?
Reste que le débat pourrait être engagé sur la finalité - et non sur la pertinence - des activités méta-cognitives à l'Ecole ! Que visent-elles à terme ? N'est-ce pas l'automatisation ? Mais il semblerait que l'automatisation n'intervienne que pour les problèmes simples et sans doute pour ceux relevant du domaine de spécialisation du sujet.

3- Et alors ?

Que peut-on dire à ce jour de cette recherche ?
Si elle n'a pu "guérir" tous ses patients (d'ailleurs prétendait-elle trouver le remède miracle à tous les maux des apprenants ?), elle a su reconnaître ses limites mais aussi affirmer ses forces.
Si elle n'a pu convaincre tous ceux qu'elle a rencontrés (d'ailleurs, souhaitait-elle imposer ses vues ?) elle a su intéresser, forcer au respect, revendiquer ses pré-supposés et spécifier ses postures.

---

15 voir exemple de transposition en annexe (loto - classification)

31 - Concernant les enseignants :

. **"Voir l'élève autrement"** : aux dires des enseignants concernés, la confrontation à cette démarche fournit l'occasion d'une élucidation de leurs propres représentations sur la modifiabilité des apprenants (ce qui n'est ni une attitude spontanée ni une activité simple) et d'un travail sur eux-mêmes (sur leurs hypothèses concernant l'apprentissage, le développement, la connaissance et sur l'interprétation des fonctionnements voire des blocages). L'on pourrait même se hasarder à dire que cette démarche leur a permis de "se rééduquer", pour regarder l'élève dans une vision systémique globale autre que celle de la vision scolaire (c'est à dire une évaluation du savoir). Les praticiens s'accordent à dire qu'"ils ne sont plus comme avant". Je vous laisse le soin d'interpréter.

. **"Démarche exigente et dimension de recherche"... pour ne plus se réfugier derrière les "cherche, courage, tu vas trouver !"**
il va sans dire que la réflexion portée sur les actes de médiation contribue au développement d'attitudes nouvelles, modifie considérablement le rapport des enseignants à leur objet d'enseignement. Nous faisons l'hypothèse que cela ne manquera pas de retentir sur les élèves grâce à :

- la réflexion portée sur les savoirs à enseigner **(Alain et les échanges, la notion de choix, de commande, ...)**
- la réflexion portée sur les objectifs-obstacles (conceptions, représentations : **exercices fortifiants super-loto)**
- la réflexion portée sur les opérations mentales **(associons 2 étiquettes)**
- la réflexion portée sur les situations **(le loup et les moutons, le bonhomme Carnaval, ...)**
- l'analyse des conditions d'effectuation de la tâche = l'analyse cognitive préalable de la tâche **(la maison à chiffres, la coccinelle, le cadeau sur l'arbre)**
- l'étude des rapports interactifs et simultanés entre compétences cognitives et connaissances, entre opérations et notions, (encore bien peu questionnés à l'Ecole maternelle) ... **(activités-détour remédiantes : perception-comparaison-classification, les jeux de portrait, de devinettes, les 5 jouets, ...)**
- les choix effectués concernant les objectifs dominants : savoirs, savoir-faire cognitifs généraux, ... **(le super-loto et les 4 cartons, les 6 images)**
- les essais consistant à cerner les conditions de décontextualisation et de recontextualisation (sur les savoir-faire cognitifs généraux) **(loto-Jean-exemple pré-cité)**

32 - Concernant les élèves :

.**"Ils rentrent tous dans la tâche"** : de manière unanime, les enseignants affirment que tous les élèves entrent dans la tâche, qu'ils osent s'y confronter, s'engager dans l'activité. Cette démarche semble donc aménager à l'enfant un lieu de transition, de facilitation. Ainsi, les élèves semblent "mieux armés" pour accéder à l'abstraction conceptuelle. Cette envie de comprendre, cette curiosité intellectuelle, cette intention d'apprendre révèlent une activité modifiante de l'élève, bien différente de ce que nous avions caractérisé d'attitude intellectuelle passive et acceptante. "Nous n'avons plus à gérer l'urgence de la dévolution première ... et cela nous permet d'entrer directement en activité", confient certains enseignants de CP/CE1.

.**"Mes petites filles maghrébines ne rangent plus obsessionnellement la classe"**. Sans vouloir tirer des conclusions hâtives et bien risquées, l'on pourrait faire l'hypothèse que ces élèves de 5 ans ont déplacé leur intérêt, pris conscience de leurs capacités. Cela semble se confirmer lorsqu'on les voit agir (surtout quand on les a connues précédemment) face à une situation nouvelle.

.**"Ils font des liens"**: Il semble que le travail entrepris sur le développement d'attitudes de transfert et sur l'émergence des représentations contribue à favoriser l'exercice d'intentions transversales amenant l'enfant à dépasser les effets de contrat et à jongler dans des "régions de sens" (sens de la situation, de la tâche, de l'activité, rapport au savoir).

. **les élèves dits "super-cognitifs"**: Nous avons pris le parti de proposer des activités-détour (minorées et neutralisées) en parallèle et en complément[16] des situations habituelles et disciplinaires, principalement pour les enfants présentant des difficultés d'apprentissage importantes.
Or, l'on s'aperçoit que ces activités-détour "détournent" certains élèves des objets même d'apprentissage disciplinaire lorsqu'ils s'y trouvent confrontés. Les attitudes de ces élèves (dits "super-cognitifs" car performants en ateliers) semblent fortement contextualisées et dépendantes des situations aménagées par les enseignants : certains élèves (de moins en moins aux dires des enseignants) exercent leurs compétences cognitives sur certaines "régions de sens" qu'ils ont du mal à clore, ouvrir, réouvrir ou mettre entre parenthèses. Force est de constater - et nous nous en doutions - qu'il ne suffit pas que l'élève construise des compétences cognitives. Encore faut-il les exercer sur des objets nouveaux de savoir. L'exercice de pensée intellectuelle ne peut donc s'envisager que comme condition nécessaire - mais non suffisante - de l'acte de connaissance.
Faut-il abandonner les activités-détour ? Faut-il invalider la démarche ? Faut-il revoir (pour certains élèves) le plan expérimental ? Faut-il en déduire que les thèmes cognitifs travaillés (perception-classification) sont inadéquats ?
Nous ne le pensons pas ! Car nous nous apercevons aussi - et en même temps - qu'une forte proportion d'élèves tirent un nouveau et réel profit de leur fréquentation à la Discipline scolaire ; comme si les notions et les savoirs disciplinaires fraîchement maîtrisés se construisaient de manière plus radicale, plus raisonnée, plus réflexive et permettaient par là-même un ancrage profond ; comme si les savoirs scolaires donnaient à ces élèves un pouvoir réflexif nouveau ; comme si ces élèves avaient su et pu profiter de la démarche de médiation cognitive pour construire leurs compétences intellectuelles.
Cela nous laisse à penser que le moment détour et cognitif qu'elle suppose et formalise s'avère indispensable.

. **"Je me suis régalé !"** Ce sont sans doute de tels propos émanant en fin de séance de la bouche de certains enfants - et lancés discrètement aux oreilles des enseignants - qui sont les meilleurs (et les plus beaux) indicateurs. Sommes-nous là dans l'évaluation statistique ? Pourtant ... notre ambition serait de relever des indicateurs concernant la motivation intrinsèque aux tâches scolaires et la pratique de l'effort intellectuel, seules garantes du desétayage.

4- Vademecum :

La médiation est avant tout une exigence : elle doit viser à la libération de l'Autre, de cet Autre qui apprend et que nous avons le devoir d'accompagner dans sa quête. Insister sur les attitudes et les intentions médiationnelles de l'enseignant met ainsi en garde contre le danger de l'acharnement cognitif ou l'atteinte portée à l'apprenant par le non respect de la liberté nécessaire à son fonctionnement intellectuel. L'on voit bien que cette démarche ne peut s'accorder d'une simple succession d'injonctions méthodologiques, qu'elle ne peut être réduite à un prêt à porter pédagogique.

Si elle exige pour être entreprise un ensemble de dispositifs, elle ne saurait s'y réduire : elle se doit de les dépasser pour accéder à l'essentiel : l'installation d'un espace de rencontre, créateur d'une alliance entre un enseignant et un enseigné, générateur de Projet. Car "le

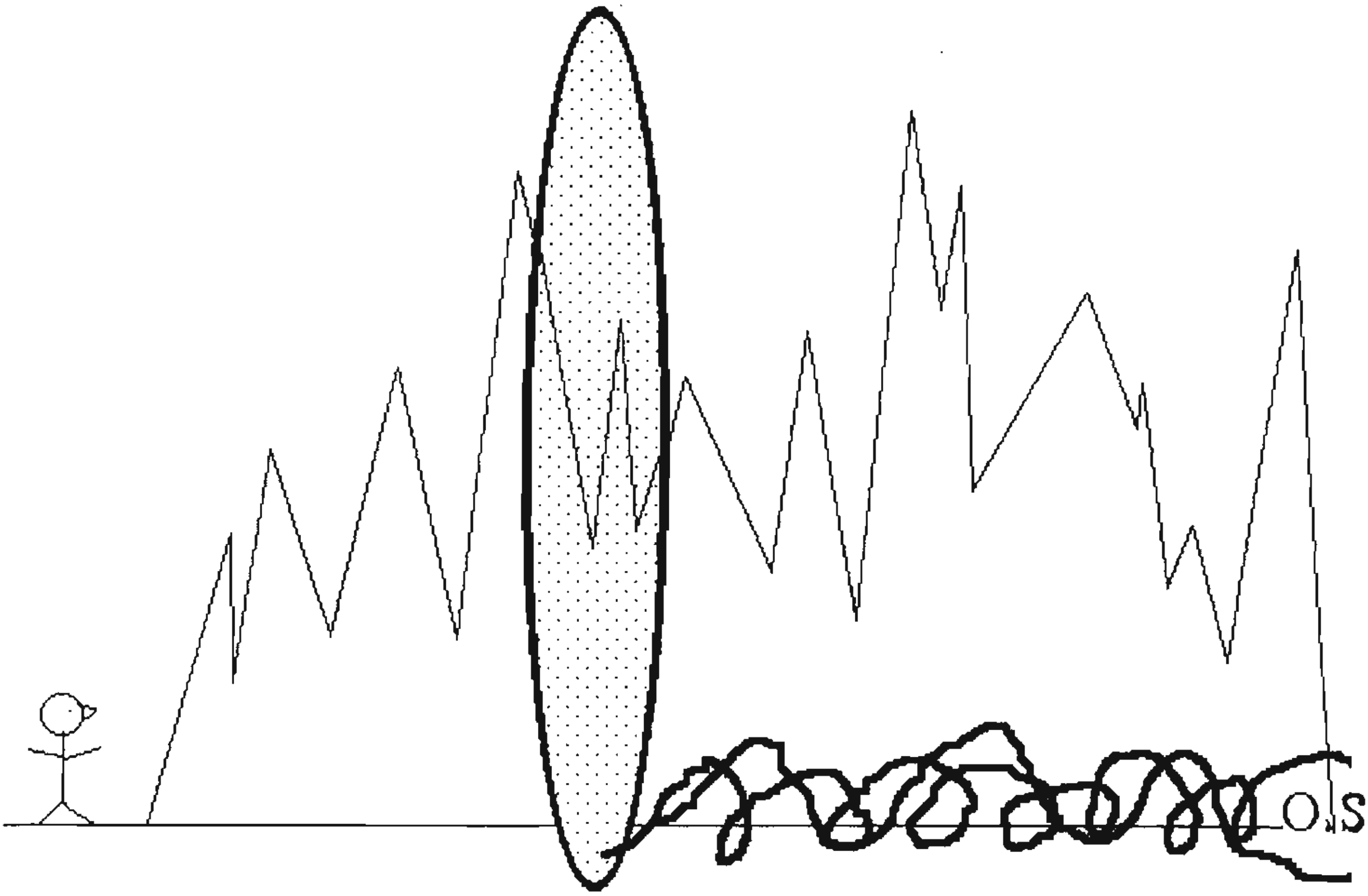
---

16 "Le déplacement de l'intérêt pédagogique et didactique sur les opérations, les conditions fonctionnelles de l'acte mental, sur les capacités d'abstraction ou la mobilisation opérationnelle des idées ne doit pas masquer l'objectif terminal : l'acquisition d'un savoir. Ainsi, les situations décontextualisées qui peuvent être proposées pour procéder aux remédiations et réaliser des progrés cognitifs, ne sont pas une fin en soi mais seulement le moyen de réaliser les apprentissages nécessaires à la construction des connaissances".
Maryvonne Sorel - Questions de pratique - l'éducabilité cognitive : une nouvelle compréhension des conduites d'apprentissage, juillet 1991

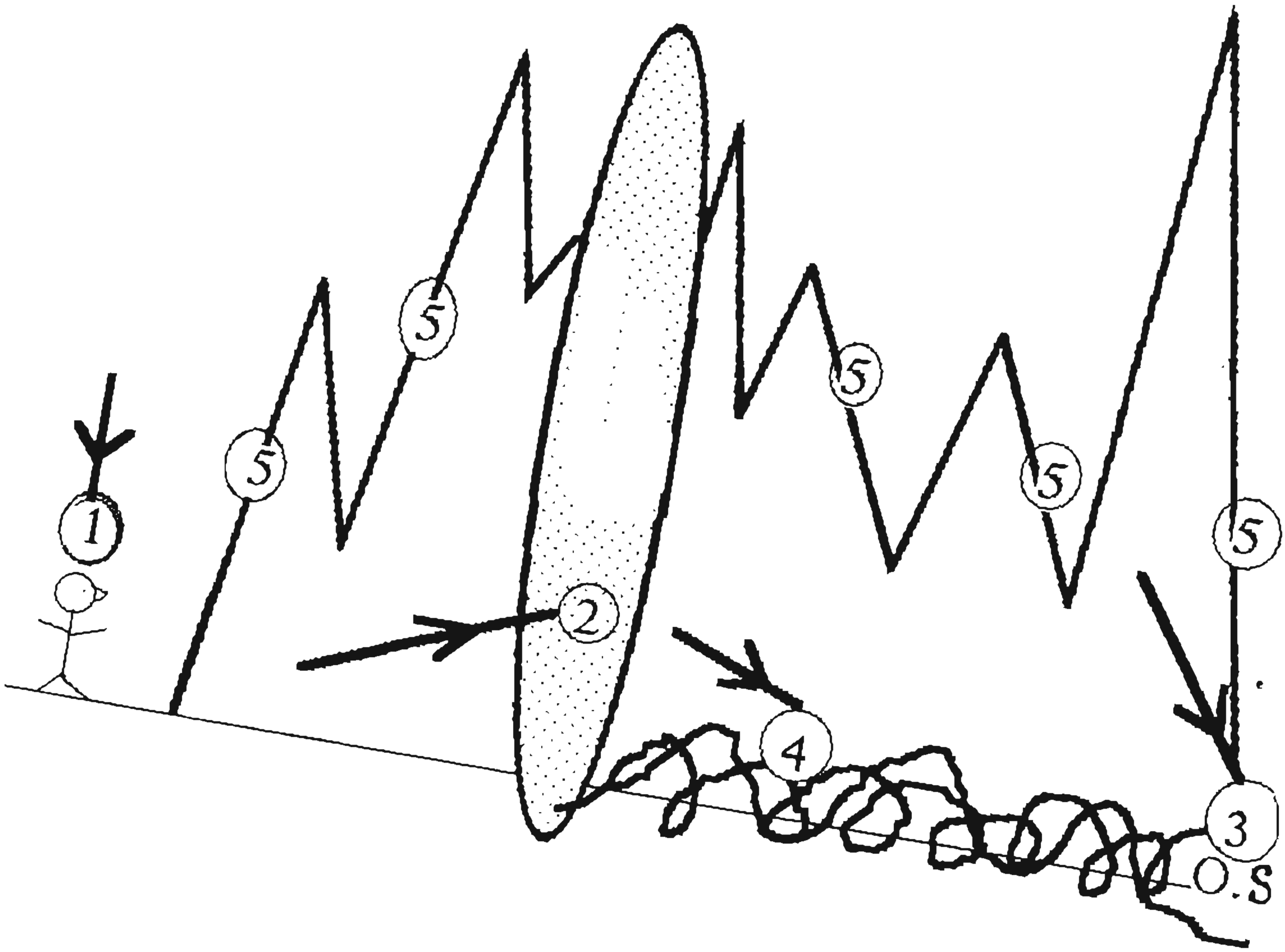
fondement de la médiation est la nécessité de passer par l'Autre pour devenir soi-même. L'homme a besoin d'un espace de médiation où il rencontre l'Autre pour devenir (en acte) ce qu'il est (en puissance).[17] "

Peut-être qu'alors (judicieusement "dosée" au vu de sa complexité et des efforts qu'elle exige tant des enseignants que de leurs élèves), elle ne subira pas le sort immuable réservé aux innovations : servir le plus à ceux qui en ont le moins besoin !
J'ose affirmer que cette démarche n'est pas toute puissance : mais elle n'est pas non plus indifférence. A nous tous de relever le défi !

[17] C. Hadji, Pédagogies de la médiation, op. cité, p 66



HEURTS.


1
5
5
5
5
5
2
4
3
O.S

Niveau : CE1

Objectifs :

A partir du carton de super-loto, le maître (M) essaie de faire "quitter" le contexte à ses élèves (E) ...

55		248		407	505		704	
	104		394		550	641		842
92	140			470	579			892

M : Rentrons dans ce carton de super-loto.

Allons chercher le 394, le 92, le 842.

E : Ah ! Ça, c'est un carton organisé en "familles".

M : Et si maintenant, nous allions au super-marché. *(Le maître montre alors une liste de courses à acheter : pommes, camembert, gruyère, poires, gomme)*

E : Il faut bien repérer les "rayons" de ce super-marché car tout est classé là-bas, comme dans le carton de loto.

M : Allez ! Rentrez dans ce super-marché et organisez-vous pour faire ces courses. *(Les élèves proposent alors d'acheter les pommes et les poires dans un rayon-famille-colonne, les fromages dans un autre rayon et la gomme dans un autre.)*

E : Mais c'est un peu comme à la BCD !

M : Pourquoi ?

E : Parce que les albums ne sont pas dans la même colonne que les documentaires ...

E : Pour se repérer, il y a une fleur !

E : Ah ! S'il pouvait y avoir une fleur aussi dans le Monoprix où va maman ! Maman se ferait moins gronder par papa qui dit qu'elle a bien du mal à trouver les bonnes colonnes - enfin les rayons je veux dire-.

E : Tu sais, maître, je crois que mon dictionnaire est aussi fait comme un carton de loto. Parce que quand je cherche un mot à l'intérieur, je vais dans la colonne de la lettre du début. Et, en plus, dans la colonne lettre, les mots sont rangés dans l'ordre alphabétique ... Dans le carton de loto aussi, les nombres sont rangés à l'intérieur des colonnes, mais pas dans l'ordre alphabétique, dans l'ordre du plus petit au plus grand.

Quant à Jean, il n'a pas pu "gommer" mentalement les nombres . Il est bien loin du super-marché, de la BCD, du dictionnaire, ...

Il est encore dans son carton de loto !

ATELIERS

EXPLICITATION DE SAVOIRS PROFESSIONNELS PAR LES ETUDIANTS DE PREMIERE ANNEE

Henri Patrice Delègue, IUFM Nord Pas de Calais
Alexandre Bendeko Mopondi, IUFM de Bretagne

RESUME : On part du constat que les étudiants de première année ont très peu de temps pour maîtriser les connaissances, et qu'ils ont du mal à donner du sens à ce qu'ils apprennent notamment en didactique. Face à cette situation, les correcteurs adoptent une attitude sévère pour ceux qui font une utilisation incorrecte des termes nouveaux. L'atelier avait pour but de partir de nos attentes lors du concours et de proposer un type d'activité destinée à donner du sens aux savoirs professionnels introduits. Le travail de l'atelier prend appui sur des activités proposées aux étudiants de première année (devoirs écrits et travaux de groupes). Il analyse les difficultés rencontrées à propos de l'utilisation de termes pédagogiques (notion, objectif..) ou didactiques (explications, variables, procédures,...). Ce compte rendu présente à la fois certaines des activités et les réactions du groupe à celles-ci.

Introduction

Nous sommes partis de ce qu'on demande aux étudiants de première année, c'est à dire identifier à travers des situations d'apprentissage et des procédures de résolution:

ï des connaissances mathématiques de niveau collège et lycée;

ï des connaissances mathématiques ne faisant plus l'objet d'enseignement dans le curriculum général (ex: arithmétique);

ï des connaissances didactiques et pédagogiques.

Tout ceci relève d'un enseignement professionnel si l'étudiant comprend qu'il est possible d'articuler ces connaissances avec sa pratique de classe, sinon c'est un savoir académique[1].

Dans la pratique, nous avons des difficultés à analyser les productions des étudiants de première année quand ils utilisent les résultats des recherches en didactique . En effet, si tout se passe bien pour ceux qui maîtrisent l'usage des expressions nouvellement acquises dans les cours ou par des lectures, les étudiants plus moyens commettent des maladresses qui font la joie des conversations entre correcteurs du concours. On observe alors que les examinateurs sanctionnent plus durement un discours didactique incorrect qu'un discours pédagogique plein de bon sens mais flou. En privilégiant cette lecture négative de travaux qui nous renvoient une image caricaturale de notre enseignement, nous risquons d'encourager chez ces étudiants l'idée qu'il n'y a rien à apprendre dans ce domaine mais à cultiver son "bon sens".

Deux questions se posent alors:

- celle des notions, issues de la recherche, qui peuvent raisonnablement être acquises avec sens, compte tenu de la contingence: durée limitée pour un apprentissage entièrement nouveau et sans relais culturel, discours divergents selon qu'il les entend dans une discipline ou l'autre, à l'IUFM ou sur le terrain;

[1]D'autant plus que la pratique des classes rencontrées par l'étudiant ne favorise pas cette reconnaissance professionnelle de ces savoirs.

- celle de nos critères d'évaluation de degrés d'acquisition de ce sens lorsque les étudiants de première année explicitent leurs connaissances nouvelles dans ce domaine.

Première partie: constats à propos du questionnement sur les objectifs

Malgré différentes critiques sur ce genre de sujet[2], on trouve très souvent une question sur l'objectif d'une séance. C'est un thème sur lequel les étudiants de première année entendent des discours extrêmement divers[3], les réponses à ce type de question montrent la difficulté à tenir compte de ces discours. Nous avons pris l'exemple d'un questionnement plus précis où il est question d'identifier la notion mathématique qui peut être l'objet d'enseignement:

(Problème proposé au concours externe de recrutement des PE de l'Académie de Lille, session de 1996 et deux copies de candidats)

"... Pour préparer une séance au cycle 3, on envisage les énoncés suivants :
Enoncé 1 : *Paul et André décident de mettre leurs billes en commun au début de la récréation. Paul a 10 billes et André a 20 billes. A la fin de la récréation ils ont 42 billes et se demandent comment les partager.*
Enoncé 2 : *Paul et André décident de mettre leurs billes en commun au début de la récréation. Paul a 5 billes et André a 25 billes. A la fin de la récréation il ne leur reste plus que 12 billes et se demandent comment les partager.*
Enoncé 3 : *Elodie, Juliette et Hélène décident de mettre leurs billes en commun au début de la récréation. Elodie a 3 billes, Juliette en a 6 et Hélène en a 4. A la fin de la récréation elles en ont 52 et se demandent comment les partager.*
Enoncé 4 : *un magasin décide d'augmenter ses prix : un disque passe de 45f à 47f, une radio de 420f à 435f et une chaîne Hi-fi de 3900f à 4000f. On souhaite comparer ces augmentations.*

a) Quelle notion mathématique peut-on enseigner en exploitant ces situations ? Quel(s) aspect(s) de la notion peut-on mettre en évidence dans cet enseignement ? ..."

Copie 1:
"... La notion mathématique que l'on peut enseigner en exploitant ces situations est la notion de pourcentage, de fraction.
Les aspects à mettre en évidence dans cet enseignement seront
- le calcul d'un bénéfice
- le calcul d'une perte
- le calcul du pourcentage d'augmentation
- partage d'un bénéfice. ... ",

Copie 2:
"... Enoncé 1 : l'énoncé 1 nous invite à faire un partage entre 2 personnages. Cependant ce partage n'est pas pour autant équipotent. En effet le nombre de billes revenant à chacun des enfants n'est pas le même car à l'origine un enfant avait 2 fois plus de billes

---

[2]Ces critiques ont été reprises lors de l'atelier.
[3]Pour un même PE1 entre les diverses disciplines et pour des PE1 d'une même académie entre les divers cours de mathématiques

que l'autre. De plus entre la situation initiale et finale, il y a eu une augmentation du nombre de billes.
Enoncé 2: même que 1 mais avec diminution du nombre de billes.
Enoncé 3: même que 1 mais avec 3 enfants au lieu de 2.
Enoncé 4: comparaison de rapports de nombre d'augmentation de pourcentage.
On voit donc d'après les énoncés que l'on a affaire à des situations multiplicatives ou de divisibilité. On peut donc se servir de ces énoncés pour enseigner la notion de proportionnalité.
De plus grâce à ces énoncés, on peut introduire les tableaux de proportionnalité, la notion de coefficient de proportionnalité mais aussi (et surtout) les propriétés de linéarité de la fonction proportionnalité...".

On constate que les candidats donnent dans leurs réponses:

- l'exposé de la structure mathématique des problèmes proposés et de leurs solutions;
- l'énonciation des procédures que l'on peut attendre des élèves, à ce niveau de l'école (et une référence aux programmes);
- la mention d'algorithmes de résolution qu'ils ont rencontrés au cours de leur scolarité antérieure;
- l'expression de connaissances professionnelles (situations multiplicatives, propriétés de linéarité,..)

Un second travail entre formateurs peut être mené en privilégiant une hypothèse sur l'influence d'une variable de la situation et en préparant un questionnement qui mette en évidence une variation de celle-ci. Nous avons travaillé sur deux exemples de concours blancs académiques (Lille 97 et Rennes 97) qui portaient sur la même situation, avec les mêmes modifications des consignes mais un questionnement différent conduisant à la détermination d'objectifs.

Le débat a porté sur plusieurs questions:

ï qu'est-ce qu'on attend comme réponse de la part d'un étudiant de première année pour une question ouverte? A quels éléments objectifs peut-on confronter cette réponse? qu'est-ce qui nous intéresse, comme mathématiciens, dans les réponses?
ï si la notion mathématique et les procédures d'élèves sont au centre de la définition d'un objectif, comment se positionnent les compétences transversales?
ï quel ordre de questions favorise le travail des étudiants de première année? Par exemple, faut-il toujours leur donner l'objectif pour qu'ils travaillent sur les situations?
ï comment éviter de donner l'impression que l'on apprend en une séance? prendre en compte la durée d'un apprentissages (activités préalables, sommaires, progressions)?
ï comment faire intervenir le dispositif (un énoncé ne porte pas en lui-même la notion d'objectif)?

Quelques éléments de réponse ont été donnés: on attend une réponse cohérente et argumentée; l'argumentation montrant la capacité à effectuer une analyse a priori. Il a donc été émis le souhait que de telles questions soient accompagnées pour les correcteurs d'une analyse a priori la plus complète possible.

Deuxième partie: utilisation de transcription de séances avec des étudiants de première année

Les participants de l'atelier ont débattu d'une séquence réalisée en deux heures et demi en première année à Gravelines[4]. L'idée est d'utiliser une transcription, effectuée dans le cadre d'une recherche en didactique des mathématiques, pour amener les étudiants à s'exprimer à propos des relations entre le maître et les élèves. Il y a une relation entre ce sujet et celui du travail de recherche concerné (cf. bibliographie) par contre les extraits utilisés méritent d'être examinés à nouveau. Les étudiants avaient auparavant résolu des exercices mathématiques relevant de la proportionnalité et analysé leurs propres procédures.
Il est trop tôt pour examiner si les premières réactions de certains étudiants (exprimant leur impression de comprendre l'intérêt et le sens des notions étudiées en didactique) seront suivies d'effet en fin de deuxième année, puisque c'est ce qui nous préoccupe. A l'opposé, certains autres se sont félicités que ce type de travail n'aille pas trop loin "puisque de toutes façons on n'aura pas cela au concours"[5].

[4]successivement à deux groupes de trente étudiants; la séance était initialement prévue pour durer deux heures, ce qui correspondait au temps prévu pour cette partie de l'enseignement.
[5]attitude qui ne leur a pas nui si on en juge leurs résultats au concours (note de juillet 97)

ANNEXE

Documents distribués aux étudiants de première année au début de la séance:

Présentation
Vous trouverez en annexe des extraits de la transcription de plusieurs séances sur la proportionnalité.
Le premier enseignement a eu lieu Dans un CM2 de Bordeaux, le second dans une classe de même niveau à Kinshasa (Zaïre)
Il n'y a pas eu de modification lors des transcriptions des discours; il se peut que vous trouviez des maladresses dans le discours d'un maître (M), mais vous ne vous y attarderez pas car elle ne font pas l'objet de notre travail. D'ailleurs il ne s'agit pas de porter un jugement mais d'analyser les échanges.

Méthode
Le travail que vous devez effectuer est divisé en plusieurs étapes pour vous inciter à relire les annexes et y chercher à chaque fois des informations précises et non pour inventer ce qui s'est passé entre les différents extraits.
Vous aurez, après ce travail, les étapes des progressions et vous pourrez visionner certaines séances.

Détermination de l'objectif principal des séances décrites[6]

Après avoir choisi une démarche (que vous décrirez), mettez-la en œuvre pour déterminer l'objectif principal de chaque séance: dès que votre groupe a décidé de la formulation pour une séance, vous allez l'écrire au tableau. (Vous pouvez ensuite à tout moment y ajouter un rectificatif mais n'effacez pas). *Synthèse*

Etape 1: première étude du questionnement du maître dans chacun des enseignements

Faites une première comparaison, indépendamment de la notion enseignée. Chaque groupe réalise un tableau sur transparent mettant en évidence les différences entre la classe A et la classe B. *Synthèse*

Etape 2: étude des interventions des élèves dans chacun des enseignements

Indiquez ce que font principalement les élèves lorsqu'ils répondent au maître ou lorsqu'ils interviennent à la suite d'un autre élève. Pour vous aider, vous pouvez utiliser certains verbes de la liste non limitative donnée en annexe. Chaque groupe écrit sur transparent . *Synthèse*

Etape 3: exploitation par le maître des réponses des élèves dans chacun des enseignements

Indiquez comment le maître utilise les interventions des élèves
Synthèse

ANNEXE : LISTE INDICATIVE DE VERBES OU D'EXPRESSIONS QUALIFIANT UN DISCOURS
affirmer ; analyser ; commenter ; confronter ; contredire ; déclarer ; décrire ; définir ; donner du sens ; donner une indication ; donner une preuve ; établir un lien ; expliquer ; exprimer son accord/ désaccord ; illustrer ; indiquer ; justifier ; montrer ; rappeler ; réagir ; réfuter ; répéter ; résoudre;...

[6]compte tenu de la contrainte de durée cette étape a été escamotée et même supprimée pour le deuxième groupe.

QUELQUES TRANSCRIPTIONS DE LECONS SUR LA PROPORTIONNALITE.

1.1. COURS MOYEN DEUXIEME ANNEE (école de Bordeaux).

Séance no1

I. L'enseignant commence par mettre le tableau de la recette du gâteau à l'ananas au tableau.

personnes	tranches d'ananas	farine (en g)	beurre (en g)	levure (en g)	sucre (en g)	oeufs	sucre à caramel (en g)
4	8	200	240	12	16	6	100
6							
10							
28							

Il donne la consigne :
"trouvez la recette du gâteau pour 6, 10, 28 personnes. Vous êtes autorisés à ajouter, sur la colonne personnes, les nombres qui vous sont utiles pour trouver ce que vous cherchez."

II. Les élèves(ES) se mettent à chercher individuellement les recettes pour les nombres de personnes donnés. Pendant ce temps, l'enseignant circule pour voir le travail de chacun.

III. Il demande d'arrêter de travailler : moment de mise en commun.
L'enseignant(M) : **chaque groupe va dire ce qu'il a fait** (il envoie un élève du groupe1 au tableau expliquer ce qu'ils ont fait) : 6x8=48 ; 6x200=1200 ; 6x240=1440 ; ..... M : **pourquoi avez-vous fait 6 fois 8 ?** Elève d'un autre groupe : ***trouver 48 tranches pour 6 personnes est invraisemblable car si pour 4 personnes on a besoin de 8 tranches d'ananas, pour 8 personnes on aura besoin de 16 tranches d'ananas. Donc si pour 8 personnes on a besoin de 16 tranches d'ananas, on ne peut avoir besoin de 48 tranches pour 6 personnes.*** M : **dans quel cas aurais-tu fait 6x8 ?** Elève du groupe1 : dans le cas où les 8 tranches étaient pour une personne. Elève d'un autre groupe : on peut trouver pour une personne. M : **comment tu as fait pour trouver pour une personne ?** Cet autre élève est resté sans réponse. M : **le deuxième groupe.** E : comme 6 est égal à 4+2, nous avons décidé de trouver pour 2 ; deux étant la moitié de 4 : 2 ; 4 ; 100 ; 120 ; 6 ; 80 ; 3 ; 50. Pour 6 : 8+4=12 ; 200+100=300 ; ... Elève d'un autre groupe: nous avions dit qu'il ne fallait pas faire l'addition où la soustraction. Par ce qu'on doit changer à chaque fois. A ce moment, il était 11 heures. Les élèves sortent de la classe.

Séance no2 : suite de la première séance.

M : **est-ce que les groupes qui n'avaient pas compris arrivent à comprendre ? ...** silence. **Les représentants de groupes ?** Marie-Louise(M-L) : je cherche pour une personne : 1 ; 2 ; 50 ; 60 ; 3 ; 40. M : **comment tu as fait pour trouver pour 1 ?** M-L : j'ai pris la moitié de deux. M : **fais un petit calcul au tableau.**

M-L : 2 4 100

-1

1

M : pour montrer que l'opérateur écrit au tableau ne convient pas pour tous les nombres, **il écrit au tableau : 2 1**
et pose la question : **comment je passe de 1 à 2 et inversement ?**

M-L : -1 :2

2 1 ; .... après 2 1

+1 x2

M : **est-ce que ces opérateurs** (en parlant d'opérateurs multiplicatif et divisif) **conviennent pour tous les nombres ?** ES : oui.

M-L écrit au tableau : 2

:2

1

M : **est-ce que pour trouver les proportions pour une personne il n'y a pas une autre façon de faire ?**

Un premier élève(E1) : je pars de 4 personnes : 4

:4

1

M : **c'est bien.** Il donne, dans un tableau, la même recette du gâteau à l'ananas pour 4 personnes et la consigne : **trouvez la recette du gâteau à l'ananas pour 9, 10 et 28 personnes. Vous êtes autorisés à ajouter, sur la colonne personnes, les nombres qui vous sont utiles pour trouver ce que vous cherchez.** Les élèves travaillent individuellement sous la surveillance du maître.

M : **vous posez le stylo. Trouvez les proportions pour 10 personnes.** E1 : je multiplie les proportions de 2 personnes par 5, par ce que 10=2x5. E2 : comme 10=4+6, pour trouver les proportions pour 10 personnes, je fais la somme des proportions pour 4 personnes et 6 personnes. E3 : il faut prendre deux fois les proportions pour 4 personnes pour avoir les proportions pour 8 personnes. Donc les proportions pour 10 personnes sont égales aux proportions pour 8 personnes plus les proportions pour 2 personnes.

2x4 personnes

} 10 personnes.

1x2 personnes

E4 : pour avoir les proportions pour 10 personnes, il faut prendre les proportions pour 6 personnes plus 2 fois les proportions pour 2 personnes.

6 personnes

} 10 personnes.

2x2 personnes

E5 : pour avoir les proportions pour 10 personnes, il faut prendre les proportions pour 6 personnes plus une fois les proportions pour 4 personnes.

1x4 personnes

} 10 personnes.

6 personnes

M : **puisque vous faites 4 fois 1, est-ce que vous ne pouvez pas trouver une autre méthode pour trouver les proportions pour 10 personnes ?** E6 : je multiplie les proportions pour 1 personne par 10. M : **est-ce qu'il n'y a pas une méthode plus rapide pour trouver les proportions pour 28 personnes ?** E6 : on part de 1. M : **qu'est-ce qui est le plus commode pour vous ?** ES : c'est le 1. M : **trouvez les proportions pour 9 personnes.** E7: 9 = 10 - 1 ; comme à 10 correspond 20 et à 1 correspond 2, à 9 va correspondre 18. C'est heure de la sortie.

Séance no9.

Voici un puzzle (dessin en carton) ; il a 6 pièces. Vous allez fabriquer des puzzles semblables à celui que je vous montre, ils devront être plus grands, de façon qu'aux 4 cm du côté rouge du modèle, correspondent 7 cm sur votre reproduction.
Vous vous partagerez la tache, chaque groupe reproduisant une seule pièce. Vous reconstruirez ensuite le puzzle avec les pièces que vous aurez réalisées et il devra fonctionner parfaitement. Vous avez le droit de poser des questions.
Les élèves travaillent par groupe de 6. Chaque élève travaille une pièce. E1 : donne d'autres mesures. M : **non. tout est agrandi de la même manière.** E2 : il y a plusieurs manières de transformer 4 à 7 ? M : ... **pas de réponse. Allez y.** Les élèves se mettent à calculer et découper les pièces. Au moment de l'essai dans les groupes, la responsabilité de l'échec est attribuée à l'un ou l'autre du groupe. M : **on arrête de travailler. Qu'un membre de chaque groupe passe au tableau, l'un après l'autre, expliquer ce qu'ils ont fait. Le premier groupe.** E1 : de 4 à 7, il y a 3. A chaque mesure nous avons ajouté 3. M : **vous avez réalisé le puzzle ?** E1 : on a essayé et ça ne marche pas. M : **continuez à chercher. Le groupe 2.** E2 : nous avons remarqué que c'était un carré ; 11 cm de côté. Nous avons ajouté 3 comme ceux du premier groupe. Elève d'un autre groupe : ce n'est pas possible. Car d'un côté on ajoute 3 et de l'autre côté on ajoute 9. Un autre élève : ce n'est pas un carré (il fait les calculs). M : **continuer à chercher. Le groupe 3.** E3 : nous avons ajouté 3. M : **faites pareil. Le groupe 4.** E4 : nous nous sommes dits : 7=(4x2)-1 ; 4 ---- (4x2)-1 ----> 7. Comme ça ne marchait pas, nous avons suggéré de faire comme dans le gâteau.

	4	7
:2		:2
	2	

mais 7 ne se divise pas par 2.

M : **passe au millimètre.**

E4 :

	4	7 cm = 70 mm
:2		:2
	2	3,5 cm
:2		:2
	1	1,75 cm

$$3,5 = \frac{35}{10} \xrightarrow{:2}$$

$$\frac{70}{20} \xrightarrow{:2} \frac{35}{20}$$

$$1 \longrightarrow \frac{35}{20} = \frac{175}{100} = 1,75 \text{ cm}$$

M : **encadrons ça : 1 cm ——> 1,75 cm. Le groupe 5.** E5 : si on avait un autre nombre, on pourrait voir comment passer de 4 à 7. Si non nous aurions pris à chaque fois la moitié : 4+2+1 = 7 ; 5+2,5+1,75 = 9,25. M : **est-ce qu'il y a un opérateur pour passer de 4 à 7 ?** ES : aucune réponse. M : **est-ce qu'on peut dire que ça va marcher ?** E6 : on va faire le calcul des côtés : 4+2+5 = 11 ; 7+3,5+8,75 = 19,25. M : **essayez de trouver ce qui correspond à 11.** E6 : 1 cm --------> 19,25. M : **donc ça marche !** C'est l'heure de la sortie.

1.2. SIXIEME PRIMAIRE (1988-1989) (Kinshasa).

Séance no1

M : **écrit les nombres au tableau : 100 ; 150 ; 200 ; 500. Je voudrais rendre 100 deux fois plus petit, qu'est-ce que je fais ?** E1 : diviser par 2. M : **vous êtes d'accord ?** ES : oui. M : **je voudrais rendre 200 quatre fois plus grand, quelle opération je fais effectuer ?** E2 : multiplication. M : écrit au tableau : 200x4=800. **Je voudrais rendre 150 cinq fois plus petit, combien je vais avoir ?** ES : silence. M : **pour rendre 100 deux fois plus petit, j'ai divisé 100 par 2. Pour rendre 200 quatre fois plus grand, j'ai multiplié 200 par 4. Maintenant....** ES : 30. M : **c'est 30. Je voudrais rendre 500 cent fois plus petit, ça me donne combien ?** E4 : 5. M : **qu'as-tu fait pour trouver 5 ?** E4 : 500 : 100. M : **c'est bien. Je vais dans une alimentation, je vais acheter 40 kg de riz. Qui peut me donner le prix courant ?** E5 : 4000 zaïres(4000z). Les autres murmurent. M : **est-ce qu'on peut l'acheter à ce prix ?** ES : non. E6 : 200. M : **Prenons 200 zaïres** (il met le prix au tableau). **Alors pour 8 kg, combien je vais payer ?** ES : silence. M : **c'est facile!** E7 : 400 zaïres (400 z). M : **vous êtes d'accord avec lui ?** ES : oui. M : **observez. Nous nous trouvons en face de quatre grandeurs :**

4 kg --------> 200 z
8 kg --------> 400 z

Qu'est-ce que j'ai fait pour passer de 4 à 8 ? Ai-je rendu 4 plus grand ou plus petit ? E8 : plus grand. M : **de combien ?** E8 : deux. M : **j'ai augmenté 4 de 2. Qu'est-ce que j'ai fait de l'autre côté ?** E9 : vous avez augmenté de deux fois.
M : **nous arrivons à une observation : quand le nombre de kg augmente, le prix augmente aussi. Ce sont des grandeurs directement proportionnelles** (il met le titre au tableau).
....

Séance no3.

M : **avant de corriger le devoir, je vais mettre les nombres que nous allons faire ensemble; parce que hier nous avions eu des problèmes à résoudre.** Il écrit les problèmes au tableau.

Problèmes

1. 3 cahiers coûtent 60 frs. Combien coûte 1 cahier ?
2. En 3 heures un piéton parcourt 15 km. Combien parcourt-il en 6 heures ?
3. 8 crayons coûtent 72 frs. Combien coûtent 3 crayons ?
Résolution en commun.

M : **déposez tout. Le problème no1, qui peut lire ? Un élève lit. Qui peut encore lire ? Un autre élève lit. Je pense que c'est sans difficulté ?** Es : oui. M : **nous allons raisonner comme la fois passée.** Il écrit au tableau : 3 cahiers -----> 60 frs. **Un cahier doit coûter plus ou moins ?** E1 : moins. M : **Combien de fois ?** E2 : 3 fois moins. M : écrit au tableau, à la suite de ce qu'il avait déjà écrit.

3 cahiers ------> 60 frs
1 cahier -------> 60/3 frs

et ça donne combien ? E3 : 20 frs. M : **il y a des problèmes ?** ES : non. M : **je pense là... tout le monde a compris. On peut passer au problème no2. Qui peut le lire ?** E4 lit le problème. M : **Une autre personne.** E5 le lit. Il lit et demande aux élèves s'ils connaissent le piéton. Tous ont dit oui. Il le relit. **Nous avons ici 3 et nous avons 6 ; on peut remarquer que l'un d'eux est le multiple de l'autre.** .... M : **donc nous sommes là. Que dire des multiples de 3 ?**
E8 : 6 est le multiple de 3. .... M : **6 étant multiple de 3, nous pouvons aussi dire que s'il fait 6 heures là-bas, il fait 2 fois plus de trajet.** Il demande à un élève de dicter ce qu'il doit écrire.

en 3 heures il parcourt 15 km
en 1 heure il fera 15/3 km
en 6 heures il fera 15x6/3 km=30 km.

Qu'est-ce qu'on fait d'abord ? E11 : on simplifie par 3. L'enseignant fait la simplification. M : **vous êtes d'accord avec moi qu'il a fait 2 fois plus ?** .... M : **ce que nous venons de faire s'appelle la règle de trois. Alors pour votre cahier de brouillon,** il écrit au tableau,

Problème

1. Simplifiez: *a.* $\frac{140 \times 273}{3}$ *B.* $\frac{800 \times 25}{50}$

Simplifiez rapidement. Vous pouvez remarquer que là aussi c'est la règle de trois.

....

Séance no8.

Problème : deux garçons pèsent ensemble 63 kg. Le poids du premier est les 3/4 du poids de l'autre. Combien pèse chacun ?

Déroulement :

M : **lisez d'abord le problème ?** Un élève le lit. M : **relisez le problème ?** Un autre le lit. M : **bien. Qu'est-ce que nous allons faire ici ? Qui pèsera le moins ?** E11 : le 2ème. M : **on dit le poids du 1er est les 3/4 du poids de l'autre !** E12 : le 2ème. M : **ça c'est vrai le 2ème !** ES : oui. M : **relis encore le problème ?** Un élève le relit. M : **qui pèsera moins, le 1er ou le 2ème ?** E13 : le 2ème. M : **le 2ème ! Le poids du 1er est les 3/4 du poids de l'autre, c'est que vous ne comprenez pas le problème !** E14 : le 1er. M : **notre unité est égale à combien ?** E14 : 4/4. M : dessine au tableau : /-------/--------/--------/--------/. Pose la question : **la fraction s'écrit ?** E16 : 4/4. M : ajoute à côté du dessin : /--------/--------/--------/--------/ 4 quarts (4/4). Pose la question: **a qui revient cette part ?** .... M : **combien de quarts nous avons au total ?**

E21 : 7/4. M : **avec les 7/4 nous pouvons encore raisonner comme la fois passée. Les 7/4 représentent combien ? Egalent combien ?** Silence ... M : **nous revenons au même raisonnement comme la fois passée !** E22 : 63 kg. M : **7/4 = 63 kg. Qu'est-ce que je vais chercher ?** E23 : un quart. M : **un quart est égal à combien ?** E24 : 63/7. M : **c'est combien ?** E24 : 9. M : **bien, nous avons le poids de 1/4, nous ne cherchons pas pour 1/4 ; pour le 1er qu'est-ce que nous cherchons ?** E25 : 3/4. M : **c'est combien pour 3/4 ?** .... M : **preuve ?** E27 : 27 kg + 36 kg. M : **27 kg + 36 kg = 63 kg.** Il résume la démarche suivie pour arriver au résultat; à la fin, il dit: **c'est compris ?** ES : oui.

....

Document de synthèse établi avec les étudiants à l'issue de l'étude des transcriptions.

La forme du questionnement du maître

Nous avons souligné que:

- Dans l'enseignement A (Bordeaux), il est souvent centré sur les élèves (vous), dans l'enseignement B, il est souvent centré sur le maître (je). Nous y avons vu un premier indice du fait que la responsabilité de l'apprentissage repose sur chaque élève dans A et sur le maître dans B. Dans tous les cas, il est déterminé par l'objectif de la séance
- Dans l'enseignement A, il est guidé par la recherche de la démarche (comment? dans quel cas? pourquoi dois-je faire cela?), dans l'enseignement B, il est guidé par la recherche de la solution (combien? qu'est-ce que je dois faire ici?)
- Dans l'enseignement A (Bordeaux), le questionnement évolue suivant les différentes phases de la séance:
    1. au début, il aide à analyser le problème, à rappeler les informations qui permettent de chercher, à s'assurer que les élèves auront un stratégie, à placer les élèves dans une attitude de contrôle de ce qu'ils vont faire;
    2. au cours du débat, il aide les élèves à formuler leur démarche, il insiste sur une formulation correcte de la démarche, il sert de médiateur entre les groupes,
    3. à la fin les questions sont plus fermées et portent sur la procédure favorisée
- Dans l'enseignement B, il y a peu d'évolution de la nature du questionnement qui suit la résolution collective des problèmes proposés

La nature des interventions orales des élèves

Leur analyse nous sert d'indicateur quant au "suivi" du déroulement de la séance par la classe.

Dans l'enseignement A, au cours du débat, les élèves:

font des phrases

essaient de montrer la logique de leur solution
justifient, exposent leurs calculs
indiquent d'autres possibilités, proposent d'autres méthodes
demandent des informations complémentaires
illustrent par des exemples

dans l'enseignement B, les élèves:

répondent très brièvement,
énoncent la méthode que doit utiliser la classe
ne justifient pas
dictent des réponses
confirment une réponse

L'exploitation par le maître des productions des élèves

Dans l'enseignement B, nous avons trouvé peu d'exploitation des réponses des élèves par le maître; essentiellement, il les utilise pour se rassurer ou s'inquiéter de ce que la classe suit, il élimine les erreurs et les procédures moins efficaces. Les productions des élèves sont l'indication que ses explications ont été bonnes et bien entendues, ce qui est fondamental puisqu'il est seul responsable de l'apprentissage et de la vitesse de progression vers l'objectif.
Dans l'enseignement A, nous avons dit que l'écueil est de laisser la séance se disperser et de ne plus permettre aux élèves d'atteindre l'objectif au risque de ne retenir que la tâche effectuée et les erreurs soulignées.

Comment définir l'exploitation de réponses dans le cas d'un enseignement de type A?

(c'est à dire celui qui est implicitement supposé lors du concours)
L'exploitation des réponses (orales et écrites) des élèves revient donc à organiser une explication/une discussion, à partir d'éléments (procédures, erreurs, résultats) choisis dans le but de conduire les élèves à atteindre l'objectif même s'ils n'ont pas réussi la tâche. Ainsi, nous avons vu que le maître était conduit à:

- inciter les élèves à tester un autre raisonnement que celui de leur groupe,
- inviter les élèves à expliciter ce qu'ils ont fait
- rappeler dans quel contexte on utilise telle ou telle connaissance
- choisir d'exploiter ou non une réponse selon qu'il s'agit ou non d'une erreur prévisible et fréquente ou d'une procédure importante à connaître (favoriser)
- donner du sens à une explication d'élève en s'appuyant sur la justification donnée,
- clarifier l'exposition faite par l'élève pour la rendre compréhensible à tous

Conclusion

On peut se poser plusieurs questions:

1. Qu'est-ce qui va guider le choix entre un enseignement de type A et un enseignement de type B?
2. Qu'est-ce qui va guider le choix des problèmes à résoudre?
3. A quel moment et comment faire varier le questionnement du maître? Comment déterminer les différentes phases d'une séance? Peut-on préparer ce questionnement?
4. Quelles explications doit-on donner? Qui doit les donner (maître ou élèves)?
5. Comment construire "sur le vif" une exploitation des productions/réponses d'élèves?

Bibliographie

Mopondi B. (1986), Problème de sens dans la négociation didactique en vue de l'institutionnalisation d'un algorithme : notion de la proportionnalité au cours moyen. Thèse de 3ème cycle, Université de Bordeaux I.

Mopondi B. (1992), Rôle de la compréhension dans l'apprentissage : notion de proportionnalité en 5ème et 6ème primaire au Zaïre. Thèse d'université, Université de Bordeaux I.

Mopondi B. (1995), Les explications en classe de Mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 15, n°3, pp. 7-52, 1995.

Mopondi B. (1997), Types de déroulements de séquences et la formation professionnelle des professeurs des écoles. Quaderni di ricerca in didattica, n° , pp. - , G.R.I.M., Palermo 1997.

LE RAISONNEMENT ET LES INTERACTIONS ENTRE ELEVES EN SITUATION DE PROBLEME DE RECHERCHE AU CYCLE 3

Monique ARCHER
Monique ROY
Mireille TINLAND
IUFM de Lyon

RESUME:

Durant cet atelier les travaux ont pris appui sur la recherche intitulée «Le raisonnement et les interactions entre élèves en situation de problème de recherche au cycle 3» et menée autour de la problématique « Comment les enfants cherchent-ils un problème? En quoi les interactions entre élèves et les interventions du maître sur les conditions de résolution d'un problème peuvent-elles provoquer un changement de procédure?». Cette recherche a été conduite au sein de l'IUFM de l'académie de Lyon et de l'IREM de Lyon (en collaboration avec une recherche DRED de l'équipe COAST). Elle a abouti à la publication d'un fascicule et d'un montage vidéo disponibles à l'IREM de Lyon.

COMPTE-RENDU DES TRAVAUX DE L'ATELIER:

1-PRESENTATION DE LA GENESE DE LA RECHERCHE:

Dans le cadre de la contribution à la recherche DRED, nos contraintes étaient de recueillir des données audio et vidéo auprès de groupes d'élèves de l'école élémentaire en situation de résolution d'un problème, puis de transcrire certaines de ces données en vue de la constitution d'une banque de données. C'est à partir de ces contraintes d'une part, et d'autre part avec la perspective de nous servir de ces données recueillies pour élaborer une action de formation en direction des PE en formation initiale et des maîtres en formation continue, que nous avons formulé notre problématique et fait le choix de:

-prendre un problème de recherche qui donne lieu à des procédures aussi bien géométriques que numériques

-faire travailler les élèves par groupes de deux et favoriser au mieux les interactions

-prévoir un système d'aides basé sur des modifications des conditions matérielles

ceci dans le but d'observer comment les élèves cherchent un problème et d'identifier ce qui peut faciliter ou provoquer des changements de procédures.

2-L'HISTOIRE DU PROBLEME PROPOSE AUX ELEVES:

Nous sommes parties d'un problème extrait d'un recueil de l'IREM de Lyon (250 problèmes pour nos élèves) dont l'énoncé est :

Combien peut-on découper de rectangles de 5cm sur 3cm dans un carton rectangulaire de 22cm sur 17 cm? Même question avec la condition supplémentaire suivante: on désire découper ces rectangles uniquement à l'aide d'un massicot.

Suite à une étude mathématique élargie de ce problème et en réponse à notre souci d'avoir un problème de recherche adapté à des élèves de CM2, nous sommes parvenues à l'énoncé:

Pierre dit à Marie: «J'ai découpé des petits rectangles de carton de 3cm sur 5cm dans un grand rectangle de 22cm sur 15cm sans qu'il y ait de chutes».
Marie réfléchit et lui répond:
«Tu as raison, et je sais même combien tu as découpé de petits rectangles et comment tu les as découpés».
Qu'en penses-tu?

3-EXPLICITATION DES CONDITIONS DE L'EXPERIMENTATION:

Le visionnement de la bande montrant le travail intégral d'un couple de deux enfants nous a permis de préciser les conditions de passation choisies en nous appuyant entre autres sur l'analyse a priori du problème (cf document 1).

4-PRESENTATION DES CONCLUSIONS DE LA RECHERCHE:

L'observation et l'analyse du travail de neuf couples d'élèves nous avait conduit à élaborer pour chacun d'eux la «trame du déroulement» de la résolution du problème ainsi que l'organigramme de l'enchaînement des procédures utilisées par les élèves. Nous avons été amenées à discuter avec les participants des conclusions de notre recherche.

5-PRESENTATION D'UN SCENARIO DE FORMATION:

A partir des données recueillies nous avions élaboré un scénario de formation destiné aux professeurs d'école (cf document 2). Nous en avons fait une présentation, ainsi qu'une illustration à l'aide de travaux recueillis lors de son expérimentation auprès de professeurs d'école stagiaires de deuxième année, et nous avons soumis ce scénario à la discussion du groupe.

Nous rappelons qu'un fascicule intitulé "le raisonnement et les interactions entre élèves en situation de problème de recherche au cycle 3" et qu'une cassette vidéo sont disponibles auprès de l'IREM de Lyon.

DOCUMENT 1

ANALYSE A PRIORI DU PROBLÈME POSÈ

1 -Les procédures attendues :

Les procédures décrites ci-dessous ne sont, pour certaines d'entre elles, que des procédures partielles qui ne conduiront pas à la réponse complète attendue.

Procédure "aire"

L'élève peut partir sur un calcul d'aires.
Des obstacles surgiront peut-être alors avec la confusion aire/périmètre. Il faudra aussi interpréter le résultat de la division.

aire du grand rectangle: 22 x 15 = 330
aire des petits rectangles : 3 x 5 = 15

Cette stratégie ne fournit aucun renseignement sur la manière dont le découpage est susceptible d'être réalisé. Il est important pour cette procédure que l'énoncé demande "comment" on a disposé les petits rectangles, pour que les élèves ne se contentent pas de cette solution sur les nombres.

Procédures "pavage"

L'élève peut partir directement sur un essai de pavage, sans calculs ou prévisions préalables sur le nombre de petits rectangles solution, ceci en s'aidant de schémas. On peut penser qu'il va alors commencer par un pavage régulier. Ce pavage régulier étant mis en échec, en particulier par l'existence d'une bande restante, il faudra qu'il ait l'idée de varier les dispositions.

Procédure "pavage régulier horizontal", c'est à dire longueur du petit rectangle contre longueur du grand rectangle. Ce pavage permet de placer 4 petits rectangles (de longueur 5 cm) sur la longueur du grand rectangle (22cm). On place 5 petits rectangles (de largeur de 3 cm) sur la largeur du grand rectangle (15 cm). On obtient donc 20 rectangles découpés dans le grand, mais il a des chutes.

L'enfant peut envisager ce pavage mentalement : il effectue alors des calculs qui sont des essais additifs

(5 + 5 +...........= 22 puis 3 + 3 +............= 15) ou sur des multiples (2x5 = 10 ; 3x5 = 15...).

Ces calculs peuvent aussi s'appuyer sur des divisions (22/5 puis 15/3). Il peut effectuer simultanément des dessins en vraie grandeur ou des schémas. Ceux-ci pourront être réalisés sur papier quadrillé ou non. Il peut aussi disposer d'un matériel (un grand rectangle et des petits rectangles) lui permettant de construire réellement le pavage ou au moins d'en amorcer la construction.

Procédure "pavage régulier vertical", c'est à dire longueur du petit rectangle contre largeur du grand rectangle. Ce pavage permet de placer 3 petits rectangles (de longueur 5 cm) sur la largeur du grand rectangle (15 cm). On place 7 petits rectangles (de largeur 3 cm) sur la longueur du grand rectangle (22 cm). On obtient donc 21 petits rectangles découpés dans le grand mais il y des chutes. Comme précÈdemment, et en s'aidant de dessins ou de schémas, l'enfant peut envisager ce pavage mentalement ; il effectue alors des calculs. Il peut aussi disposer d'un matériel lui permettant de construire réellement le pavage ou au moins d'en amorcer la construction.

Procédure " pavage mixte" . Ce type de pavage conduit à la procédure experte qui utilise 4 fois le petit rectangle dans le sens "vertical" et "2 fois dans le sens horizontal" (4x3) + (2x5) = 22

L'enfant peut envisager ce pavage mentalement. Il peut aussi chercher à écrire 22 ou 15 comme somme de multiples de 3 ou de 5.

Par exemple : si on met un côté de 5 cm, il reste 17 cm. 17 n'est pas multiple de 3.
si on met deux côtés de 5 cm, il reste 12 cm. 12 est un multiple de 3.
Il est probable aussi qu'il utilise simultanément un schéma ou un dessin en vraie grandeur.
Il peut aussi disposer d'un matériel qui lui permette d'amorcer ou de réaliser la construction.

2-Hypothèses sur les enchaînements possibles de ces procédures:

Le libellé de l'énoncé est tel qu'une résolution utilisant la procédure "aires" ne peut suffire : Marie affirme "je sais comment tu les as découpés". La réponse à "Qu'en penses-tu?", nécessite donc de savoir comment ce découpage a été fait et contraint l'enfant à passer à une procédure "pavage". L'enfant qui utilise la procédure "pavage régulier horizontal" est relancé dans sa recherche lorsqu'il constate qu'il y a des chutes. Il en est de même pour celui qui utilise la procédure "pavage régulier vertical". Le choix des dimensions des rectangles est tel que les trois procédures "aire", "pavage régulier horizontal", "pavage régulier vertical" conduisent aux trois résultats, 20, 21 et 22 ; cette contradiction permet, elle aussi, de faire rebondir le problème.

3-Les moyens de validation des résultats obtenus:

Résultat 22:

- Par dessin du pavage sur papier non quadrillé, accompagné des calculs qui le justifient
- Par dessin du pavage sur papier quadrillé, dont la réalisation s'accompagne d'un comptage de carreaux. On a donc une vérification numérique du pavage construit.
- Par la réalisation du pavage au niveau du matériel, cette dernière peut en rester au niveau de l'expérience (sans vérification par le calcul).

Autres résultats, en particulier 20 et 21:

Ils seront invalidés par la réalisation du pavage et le constat qu'il reste des chutes, ou éventuellement, qu'il y a un dépassement. Ce constat peut-être vérifié par des calculs.
Dans les deux cas, pour que l'enfant rejette cette solution, il faut qu'il accepte de penser que Pierre et Marie ont raison. La formulation de l'énoncé à été choisie pour que cette affirmation soit suffisamment forte, mais le "qu'en penses-tu ?" laisse cependant une porte ouverte à la contradiction.

DOCUMENT 2

PROPOSITION POUR UN SCENARIO EN FORMATION DE PE

Préalable:
Le travail proposé invite à l'observation fine de ce qui se passe dans un groupe isolé de deux enfants cherchant un problème et recevant éventuellement une aide matérielle minutieusement prévue.
Un maître, dans sa classe, pourra difficilement mener une observation de ce type à cause de la multiplicité des groupes et de la diversité des démarches observables au sein des groupes. De plus le contexte "classe" est différent du contexte "groupe isolé" dans la mesure où des interactions entre les groupes peuvent intervenir.
L'objectif général de cette séquence de formation est de prendre le temps, et de se donner les moyens, de faire une observation et une analyse qui seraient difficiles à conduire dans la pratique quotidienne du métier, mais qui cependant nous amènent à réfléchir sur cette pratique.

Objectifs pour les maîtres:
Apporter des éléments de réponses à:
-faire l'analyse a priori d'un problème et identifier un problème de recherche
-observer et analyser les interactions entre 2 élèves en situation de recherche, et les effets d'une aide limitée à une aide matérielle dans un contexte "hors classe".

Déroulement proposé:

1-Recherche d'un problème

On pose d'abord le problème suivant (cf IREM de Lyon, 250 problèmes pour nos élèves, 1983): *Combien peut-on découper de rectangles de 5cm sur 3cm dans un carton rectangulaire de 22cm sur 17cm?*
Pour ceux qui ont fini, rapidement, on ajoute une contrainte: *On souhaite découper ces rectangles uniquement à l'aide d'un massicot.*
Recherche libre, seul, ou à deux. Communication, confrontation des solutions.

Quelques éléments de solution:
Le calcul utilisant les aires conduit à:
22*17=374
3*5=15 375:15=24,9333....
Donc maximum théorique de 24 petits rectangles

Recherche de solutions par pavage:
Une disposition régulière conduit à 20 ou 21; une disposition irrégulière permet de découper 23 ou 24 petits rectangles (pour 24 nous n'avons obtenu que des solutions non découpable avec un massicot)

2-Essais d'adaptation de ce problème pour des élèves du cycle 3

«Vous trouvez ce problème intéressant mais trop difficile tel quel pour vos élèves. Vous voulez l'adapter pour pouvoir l'exploiter. Quel énoncé proposez-vous à vos élèves? Justifiez votre choix. »
Travail par deux ou trois, puis mise en commun.
Analyse des productions à l'aide de la question «Que vont faire les élèves?»; ce qui devrait permettre de repérer si les énoncés proposés correspondent à des problèmes de recherche.
Bilan sur les différents choix possibles pour les nombres, sur les formulations de l'énoncé qui ont été proposées....

Les différents choix possibles pour les nombres:

division ne se terminant pas — le pavage maxi est possible — exemple 25*17 et 5*3 (solution 28)

le pavage maxi n'est pas possible

division se terminant — le pavage maxi est possible — exemple 22*15 et 5*3 (solution 22)

le pavage maxi n'est pas possible — exemple 15*7 et 5*3 pavage maxi impossible car 7 ne s'écrit pas sous forme d'une somme de multiples de 5 et 3

3- Un exemple avec des élèves de CM2

Présentation de notre énoncé avec analyse du choix des nombres, et analyse de la formulation. Analyse a priori du problème.
Présentation des conditions du recueil des données et des aides choisies.

Réflexion à partir de 2 montages vidéo (ces montages ont été effectués à partir des enregistrements d'origine pour deux couples d'élèves dont l'observation nous a paru significative par rapport à notre objectif).

a) Montage Jonathan-Régis (16min):
On pourra utiliser ce document pour faire retrouver les procédures utilisées par ces deux enfants ainsi que leur enchaînement:

-Visionnement de la bande avec la consigne «repérer les procédures utilisées par les enfants et ce qui provoque les changements de ces procédures»

-Mise par écrit (par deux) de ces observations; confrontation.

-Validation par un second visionnement (moyennant toute coupure et tout arrêt sur image que l'on jugera nécessaire). La trame de déroulement pourra être utilisée pour retrouver l'enchaînement des procédures.

-Analyse des interactions et de l'effet des aides.

b) Montage Aurélie-Emilie (9min):
On pourra cette fois, dans un premier temps, prendre connaissance de l'organigramme de l'enchaînement des procédures et on essayera de repérer cet enchaînement sur le document vidéo. Il

sera utile de pointer le fait que celui-ci permet de retrouver la succession des procédures et ce qui les fait évoluer, mais ne donne pas toute l'information sur la longueur des différentes étapes. Ces précisions pourront être données en se référant à la trame de déroulement.
A l'issue du visionnement, la question de l'efficacité des aides matérielles, dans le cas de ces deux enfants, permettra d'engager un débat sur le rôle et les limites de la manipulation.

DOCUMENT 3

TRAME DE DEROULEMENT

JONATHAN - REGIS

Aide ou intervention du maître	JONATHAN	REGIS	Temps
	Recherche individuelle		0
	Procédure aire (appelée périmètre) avec erreur (15 au lieu de 5)	Procédure pavage régulier horizontal Résultat 20	
	Recherche à deux		5.25
	Reprennent la solution de Jonathan, corrigent l'erreur et trouvent 22 avec la procédure aire		
		Conflit pour Régis entre 20 et 22	
		Dessine le pavage régulier horizontal Envisage la bande restante de 2cm	13.50
	Dessine le même pavage que Régis	Rajoute la bande de 2cm sur son schéma puis sur celui de Jonathan	16.15
		Redessine le même pavage mais dans l'autre sens. Retrouve 20	
		Dit que la division c'est faux, la barre et la fait barrer à Jonathan	
		Le conflit entre le 20 et le 22 resurgit	17.17
	refait la division de 330 par 15 par addition de multiples de 15		
		Evalue l'aire de la bande ($30cm^2$) à celle de 2 petits rectangles	
Donnée du grand rectangle et de 12 petits rectangles	Commencent le pavage régulier horizontal à l'aide du matériel		21.54
		Ecrit on peut placer 20 petits rectangles (sur la feuille de l'énoncé)	23.45
	Défait le pavage horizontal et amorce le pavage régulier vertical Compte qu'il y aurait 21 rectangles		
		Rajoute « ou 21 » à sa réponse écrite	
	Dit « ça dépend comment on les place »		24.48
		Evalue l'aire de la bande restante ($15cm^2$) à celle d'un petit rectangle	

<table>
<tr><th>Aide</th><th>JONATHAN</th><th>REGIS</th><th>Temps</th></tr>
<tr><td>intervention du maître à la demande</td><td></td><td>Demande au maître ce que veut dire il n'y a pas de chutes et répond lui même avec l'aide du maître:
il ne doit pas y avoir la bande de 1 sur 15</td><td>26.58</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>détruit le pavage vertical et amorce un pavage mixte:
5 + 5 + 5 sur le côté de 15
3 + 5 + 3 + 5 + 3 + 3 sur le côté de 22</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">comptent les petits rectangles et trouvent 22</td><td>30.12</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">écrivent tous les deux 22 sur leurs feuilles d'énoncé</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">disent que Pierre a raison sans refaire de vérification par le calcul</td><td>31.36</td></tr>
</table>

ANALYSE DE PRATIQUES PROFESSIONNELLES AU CYCLE EN PE2 UN EXEMPLE DE LIAISON THEORIE-PRATIQUES.

G. Le Poche IUFM de Rennes

RÉSUMÉ : L'atelier se déroule en deux parties. Dans un premier temps, l'animateur se propose de présenter un dispositif de formation original basé sur l'analyse de pratiques de classe - module existant dans tout l'IUFM Bretagne et mis en œuvre de façon spécifique sur le site de Rennes- dans un second temps, les participants au groupe sont invités à prendre part à des travaux pratiques consistant à annoter une production d'un stagiaire relatant le déroulement d'un moment de mathématiques au cycle 1.

I - LUNDI 12 Mai : première séance.
Présentation du dispositif.

ANALYSE DE PRATIQUES EN PE2, DISPOSITIF DE l'IUFM DE BRETAGNE - centre de Rennes

Le centre de Rennes bénéficie de liaisons privilégiées avec l'inspection académique : c'est le centre qui fixe les cycles des bénéficiaires de stages de formation continue, en fonction des impératifs de la formation initiale.

Les deux stages en responsabilité sont répartis, un par semestre, suivant un calendrier semblable. Après une formation de méthodologie, viennent les activités d'analyses de pratiques (4 semaines) puis le stage de pratique accompagnée de deux semaines [1] et le stage en responsabilité. Le stage de pratique accompagnée est fait dans le même cycle que le stage en responsabilité.

Disciplines concernées

En principe, les analyses de pratiques sont faites par les formateurs de psychopédagogie, de français, de maths et d'une discipline autre, ainsi que par des instituteurs ou professeurs des écoles maîtres-formateurs. Dans la pratique décrite, les formateurs de la discipline "autre" n'interviennent pas.

Déroulement d'une semaine-type d'analyse de pratiques

Mardi matin (3 heures) : préparation de deux séances de classe (français, maths), en présence du ou de la titulaire de la classe d'application.

Jeudi matin (3 heure et demie) : réalisation des séances, ceux qui ne conduisent pas la classe enregistrent au camescope ou prennent des notes (guide d'observation) ; réactions à chaud des PE2, neutralité des formateurs.

Jeudi après-midi (2 heures par discipline) : apport d'information les PIUFM sur les thèmes traités -liaison cours et terrain -.

Vendredi matin (3 heures) : analyse des deux séances avec le support de la vidéo.

D'une semaine à l'autre, les séances se suivent : le ou la titulaire de la classe ne traite pas le thème dans l'intervalle.

Productions

Chaque séquence donne lieu à un compte-rendu communiqué aux formateurs par courrier électronique. Les formateurs réagissent en insérant des questions ou des commentaires dans le

[1] Il n'y a pas de stage en collège.

compte-rendu des PE2. Ces comptes-rendus ne font pas partie des éléments individuels d'évaluation.

L'ensemble des **comptes-rendus annotés** constitue une **brochure-mémoire** du travail fait.

Encadrement

Pour un groupe de 24 ou 25 PE2, il y a 5 classes d'accueil. L'encadrement est assuré par les maîtres-formateurs titulaires de ces classes et les 3 PIUFM (psychopédagogie, maths, français). Chaque maître-formateur suit un groupe de 4 ou 5 PE2. Les PIUFM circulent d'un groupe de PE2 à l'autre. La vidéo leur permet de réagir avec pertinence au compte-rendu écrit, même s'ils n'ont pas assisté à la séance.

Les PIUFM fixent les thèmes d'enseignement. En mathématiques, il n'y a pas de thème propre à une classe d'accueil. Les thèmes "tournent".

Les moyens accordés aux PIUFM sont de 8 h x nombre de PE2 / 8.

(résumé de Jeanne Bolon PIUFM Versailles)

Remarque : A la fin de l'atelier distribution d'un exemple de compte-rendu annoté, ceci pour familiariser les membres du groupe au travail qui sera réalisé au cours de la séance du mercredi (voir annexe 2).

II - Mercredi 14 mai : deuxième séance.
Travaux sur les productions annotés des PE2.

Contexte de production de ces documents :

Chaque stagiaire prestataire de la séance en classe est responsable de la rédaction de son compte rendu qu'il effectue à la fin du cycle - préparation, réalisation en classe et analyse.

Il comporte logiquement deux parties : la préparation et l'analyse collective de la séance après réalisation.

Le PIUFM de mathématiques annote la production du stagiaire avant sa diffusion.

2.1 , Première Partie :

Un exemple de compte-rendu a été distribué la veille (voir annexe 2) certains l'ont lu et il y a donc quelques questions auxquelles l'animateur répond.

Une remarque d'ordre général : il faudrait, pour plus de lisibilité des comptes-rendus, un commentaire pour l'ensemble des quatre séances réalisés.

Cette remarque paraît pertinente à l'animateur.

Question sur le matériel : pourquoi tel ou tel objet?

R :[2] il y a un enjeu - du côté des élèves - qui conditionne ce choix : les séances s'inscrivent dans un thème plus général - Lancer Sauter - en motricité.

Les questions sont relatives à la première séance.

Question sur l'alignement :

[2] R : comme abréviation de réponse de l'animateur.

R : on essaie de savoir si des élèves de cet âge perçoivent l'alignement.

Q :[3] L'alignement est-il intrinsèque à la situation? Peut-on ne pas le respecter?

R : on tente de justifier ce besoin d'alignement auprès des enfants.

Q : Comment accepter d'écrire " la séance est un échec"? . A quoi le voit-on?

R : Il y a eu trois heures d'analyse en groupe avant la rédaction du compte-rendu par la stagiaire prestataire, elle en était donc persuadée. Hélas il ne reprends pas avec assez de précisions ce qui a été dit au cours de cette analyse.

Q : Pourquoi l'échec de la séance est-il attribué à l'intervenante et non pas à la conception de la séance?

R : au cours de l'analyse, il a été jugé qu'il s'agissait avant tout d'un problème d'animation, il faudrait revenir à la cassette vidéo pour que vous en soyez vous-mêmes convaincus.

2.2 Deuxième partie : travail collectif sur un compte-rendu non annoté.

(Annexe 1 séance 1 - remarque : les annotations du formateur ne figuraient pas sur le document distribué)

Consigne : par groupe de trois, faire une analyse a priori des annotations que vous souhaiteriez que le PIUFM apporte à ce travail. Vous découvrirez ensuite mes annotations.

Discussion collective :

Annotation : Manque de précisions dans la fiche de préparation.

R : C'est donc l'annotation principale que vous feriez sur ce document.

En fait d'annotations, il s'agit plutôt de questions à l'animateur ou de remarques destinées à l'ensemble du groupe.

A : A-t-on intérêt à construire à l'école maternelle des situations dont le seul objectif est de savoir où en sont les enfants? Les enfants n'ont pas besoin de ces notions.

R : Nous pouvons considérer qu'il est intéressant pour un enseignant de savoir si ses élèves connaissent ou non une notion.

Une remarque d'un collègue : L'âge de la maternelle n'est pas l'âge du diagnostic et de la remédiation. Attention à l'idéologie sous-jacente.

R : Pourquoi remédiation? L'on constatera tout simplement qu'ils n'ont pas appris, et si l'on souhaite faire acquérir la notion choisie l'enseignant mettra en place des situations d'apprentissage ayant cet objectif. Il faut donc entendre diagnostic comme étant destiné à l'enseignant pour éclairer ses prises de décisions.

Cela provoque dans le groupe un débat contradictoire animé autour des évaluations diagnostiques, leur intérêt, leur rôle pour les enseignants.

Q : Problème pour définir un objectif pour une séance, il faut d'abord un projet pour plusieurs séances.

---

[3] Q : comme abréviation de question.

R : Ce n'est pas vrai : s'il faut effectivement un projet pour plusieurs séances - objectif pour une séquence qui se déroulera sur plusieurs séances (unités de temps), le stagiaire doit néanmoins avoir un objectif clairement défini pour une unité de temps : la séance.

Q : Demande de précision sur la description de la tâche :
que dit-on à l'élève? Comment interpréter le "on valide"?
Qui donne le vocabulaire?
R : Ce compte-rendu est effectivement souvent imprécis, mais le formateur ne l'a pas modifié .
C'est un principe de formation, je me contente de l'annoter et de plus mes annotations sont assez ouvertes pour que la réflexion puisse se poursuivre.

Le vocabulaire est donné par le maître.
Le groupe échange sur la différence entre la compréhension du vocabulaire droite-gauche et l'utilisation spontanée de celui-ci.
L'animateur précise que des problèmes émergeront lorsqu'il s'agira de placer les "petits animaux" par rapport aux "grands" car l'orientation propre des "grands" animaux n'est pas clairement mise en évidence par le dessin sur la grande carte.
A ce propos, comme les formés doivent faire leur propre expérience, la situation doit permettre aux stagiaires d'être confronter à des problèmes qu'ils n'auraient pas perçus au cours de la préparation.
Lorsque le formateur PIUFM est présent à la préparation, sa position est donc très délicate : il lui faut savoir ne pas intervenir et pourtant il est présent comme personne ressource pour répondre aux demandes des stagiaires.

Q : La fiche manque de clarté, mais est-ce vraiment très clair dans l'esprit du stagiaire?
Quel est son objectif : objectif de communication? Dialectique entre préparation et déroulement?
R : Les deux objectifs peuvent être assignés : soit pour communiquer et dans ce cas il serait peut-être préférable que le rédacteur de la fiche ne soit pas le prestataire de la séance, soit pour mesurer les écarts entre préparation et déroulement et dans ce cas l'auteur peut évaluer la pertinence de son travail de préparation après réalisation de la séance.
Dans la réalité, le compte rendu est à la charge du groupe de stagiaires, mais c'est le prestataire qui est le garant de la réalisation de celui-ci.
Une remarque : les stagiaires qui ont réalisé ces fiches ont un an de pratique sur le terrain (liste complémentaire) et pourtant celle-ci peuvent être jugées décevantes... mais c'est la réalité, c'est la formation qui doit être améliorée, il n'est pas question de sanctionner le stagiaire.
Il faut tenter de les persuader qu'une bonne rédaction peut apporter des informations aux autres collègues - ceux qui n'ont pas vécus la situation décrite.

2.3 Troisième partie : projection de la vidéo de la séance

Contexte : la rédaction du compte-rendu a été effectuée par le stagiaire prestataire après une heure et demi d'analyse de sa séance réalisée en présence de ses collègues stagiaires et de deux formateurs (l'IMF et le PIUFM prof de psychopédagogie)

J'ai annoté sa production sans avoir assisté ni à la séance, ni à l'analyse mais en ayant la vidéo à ma disposition.

Des remarques formulées par les membres du groupe :
- un risque de cataloguer les enfants en fonction des résultats qu'ils obtiennent.
- il serait intéressant de rechercher les différentes occurrences des mots gauche et droite car la conclusion paraît difficile après une seule situation de ce type.
- mise en évidence d'au moins deux types différents de repérage : par rapport à soi, par rapport à un repère fixe.

Après visionnement, il s'avère que l'analyse mériterait d'être plus fouillée au niveau des notions en jeu
- dans un entretien d'analyse, il y a d'une part une structure globale et d'autre part des éléments très locaux qui tiennent à la situation de communication que l'on vit. Mais, que va en retenir le stagiaire? Cela dépend également de ses priorités personnelles du moment.

D'autres remarques :
- le stagiaire parle tout le temps
- l'enjeu en est-il un pour des enfants de M.S?
- pourquoi récompenser ceux qui réussissent? Peut-être pour être sûr qu'ils ne feront pas n'importe quoi..

2.4 quatrième partie : prise de connaissance des annotations réelles du compte-rendu.

Les réactions :
On ne parle pas de l'investissement humain ou du coût consacré à la fabrication du matériel, pourtant il est très difficile de "démolir" une activité bâtie sur l'utilisation d'un matériel qui a pris du temps de fabrication. Ce temps consacré fait souvent apparaître une analyse pauvre.

R : un investissement important n'est synonyme d'une analyse pauvre, cela dépend de la personnalité des stagiaires, de plus cette fabrication de matériel a été l'une de leurs décisions prise au cours de la préparation.

Q: qu'est-ce qui permet de dire : "c'est une honnête prestation de débutant"?

R : mon expérience et les critères d'analyse que l'on a essayé de dégager au cours de la préparation de la séance.

Q: le document d'analyse est un résumé de l'analyse. N'est-il pas un document privé? Le fait de le rendre public ne fait-il pas apparaître un discours artificiel et un peu censuré.

R : la question reste ouverte, dans le cas présent tous les comptes-rendus sont annotés après réalisation : cela constitue l'une des composantes de mes pratiques de formateur.

Vous remarquerez que le domaine privé au niveau de l'analyse et des commentaires n'apparaît pas de façon évidente.

La séance doit s'interrompre pour des considérations horaires mais tous les participants souhaiteraient prolonger ce genre de débat qui leur paraît très riche. Rendez-vous à l'année prochaine....

(Rédaction effectuée à partir des notes du chroniqueur - Claude MAURIN - PIUFM - Avignon.)

ANNEXE 1

Ecole du Landry (MS)
Mme Brigitte Garel
Stagiaires :
COURTAY Christelle
TREBUTIEN Dominique
LE BOURDAIS Servanne
LECOMTE Patrick

SEANCE 1 :

Situation diagnostique

Les commentaires de G. LE POCHE sont dans ce style.
Absence du formateur, mais vidéo utilisée pour commenter la séance.
Présence de M. Mercier PIUFM Psychopédagogie.

Objectif :

Evaluer les capacités de l'enfant à localiser devant-derrière et gauche-droite par rapport à lui et par rapport à des objets (Diagnostiquer la perpective d'autrui)

Mal formulé: .. un vocabulaire conventionnel pour localiser un objet par rapport à soi et à autrui.

Matériel :

Supports cartonnés (2 jeux) de 12 éléments (6 grands animaux et leurs 6 petits) .
2 quadrillages, avec des couleurs différentes sur chaque côté , de 25 cases (carré de 25cm de côté) .
Fiche de performances pour tous les élèves .

Il manque le document.

2 équipes de 3 enfants .

C'est la structure pédagogique.

Comme il s'agit d'une situation de jeu, il manque l'enjeu.

Déroulement :

Familiarisation

Les enfants se déplacent sur le quadrillage et manipulent les supports .

Diagnostic

On demande aux enfants de se placer sur un côté et de prendre 4 supports (2 grands et leurs 2 petits) . A tour de rôle , un enfant de chaque équipe prend un grand animal .
On lui demande de **se positionner sur une case de son choix** puis de poser son support sur une case voisine (gauche , droite , derrière , devant) .

Bien entendu, c'est le maître qui utilise le vocabulaire qu'il veut tester.

On valide à chaque fois . S'il ne le place pas au bon endroit , il le retire du jeu . Sinon il marque un point et le laisse à sa place .

Dans un deuxième temps , il devra placer les petits supports par rapport aux grands .

J'ai pu constater que le matériel était inadapté. Situer les petits supports (petits animaux) par rapport aux *grands* suppose que ceux-ci *possèdent* eux aussi, comme le corps de l'enfant, *une orientation propre.*

L'équipe qui gagne est celle qui a le plus d'animaux sur son quadrillage .

C'est l'enjeu. Est-ce vraiment intéressant?

Résultats

Les 6 enfants semblent avoir acquis devant-derrière .

Seuls 2 enfants semblent avoir acquis gauche-droite par rapport à eux .

Devant, derrière : c'est également par rapport à soi.

Et par rapport au grand animal (à autrui)? Il n'y a aucun résultat.

Analyse

Il aurait fallu vérifier 2 fois pour réellement évaluer les enfants et ainsi créer des groupes de besoin .

Je suis d'accord car le hasard est élevé (une fois sur deux).

Des problèmes sont survenus au niveau de la consigne procédurale .

Consigne procédurale???

Trop de choses leurs étaient demandés en même temps .

On pourrait d'abord leur demander de mettre les 2 pieds dans une case et de ne plus bouger . On pourrait même leur montrer . Ensuite il serait nécessaire qu'ils regardent toujours dans une direction précise (vers la fenêtre , vers la porte , vers le tableau ...) car un certain mimétisme apparaît lorsque l'enfant est en difficulté .

Et seulement ensuite , on lui demandera de prendre son animal et de le poser au bon endroit .

A expliciter.

Les bandes de couleur ne sont pas adaptées . Il faudrait nommer les enfants et être plus directif afin que les 4 enfants qui regardent ne s'ennuient pas .

Je ne comprends pas.

Le quadrillage était peut-être trop petit . La classe ne permettait pas de s'étendre (salle de motricité) . Attention au choix du matériau qui était du plastique . Il se rétracte et la stabilité des supports est anéantie .

Ok.

Difficultés de noter les performances en même temps .

La notion de jeu est artificielle car l'enjeu n'est pas clair . Il faudrait leur donner le moyen d'évaluer les critères (Que devient l'animal si tu te trompes ou si tu as bon ?)

Moyen d'évaluer les critères ???...Comment peuvent-ils évaluer s'ils n'ont pas la connaissance?

L'absence de performances ne nous renseigne pas sur l'acquisition de ces connaissances

Pourquoi cette différence entre performance et connaissance?

. On aurait pu introduire un deuxième diagnostic de type écrit qui permettrait une comparaison plus fine .

Quel type d'écrit? je ne vois pas. S'il s'agit de situer sur une feuille, c'est un autre problème.

Une comparaison plus fine ???.

SEANCE N°2

Présence du formateur, mais certainement trop courte, car je n'avais pas l'analyse de la première séance.

1 PREPARATION :

Type de situation : situation d'approche
Objectif de la séquence : construction de la perspective d'autrui

Approche pour diagnostiquer comment les élèves se situent par rapport à la perspective d'autrui

Objectif de la séance : acquérir une connaissance déclarative (droite/gauche)

Le vocabulaire - *approche, séquence, séance* - est mal dominé, donc mal utilisé

Nombre d'enfants : 6 MS

Les 6 de l'atelier principal, mais il y a tous les autres. Ce renseignement est superflu.

Structure pédagogique :
atelier principal : un groupe de 6 enfants
3 ateliers satellites

Il manque un renseignement fondamental : s'agit-il des mêmes élèves qu'à la première séance?

Matériel : Etiquettes de couleur
Durée : _ d'heure deuxième partie de la matinée

Déroulement :
Regroupement après la récréation : présentation des ateliers.
Ateliers satellites :-Groupe JAUNE : construire un masque africain en collant des éléments prédécoupés, puis décoration aux feutres (noir, orange, marron).
-Groupe VERT : tracer des routes sur toute la feuille.
-Groupe ROUGE : fabrication de masques en pâte à sel avec ATSEM.

Atelier principal :

J'ai suggéré la situation - *le jeu du train* - qui est issue du numéro 106 (recherches pédagogiques). Voir bibliographie.

Phase d'appropriation collective :
Constitution de deux équipes de 3 élèves
Pour bien distinguer les deux équipes, l'intervenante distribue des étiquettes de couleur (l'équipe des blancs et l'équipe des bleus).
Chaque équipe est constituée de deux élèves qui font le train et d'un élève qui joue le rôle du contrôleur.
L'équipe bleue présente le jeu à l'autre équipe qui observe.
Le train circule pendant qu'un air de musique est donné. A un signal convenu à l'avance (arrêt de la musique, par exemple) le train s'arrête. Il faut s'assurer que le train avance dans la même direction que le contrôleur .
Consigne : « contrôleur, qu'est-ce que les voyageurs du train voient à leur droite (ou gauche) ? »
L'intervenante donne la consigne et lève le bras droit (ou gauche) du contrôleur.

C'est déjà la perspective d'autrui, mais en conservant la même orientation et en gommant au maximum l'handicap éventuel du vocabulaire.

La question posée est la suivante : cette situation est-elle légitime s'il s'agit tout simplement de faire acquérir la connaissance -gauche, droite- comme l'annonce l'objectif de séance?

Par contre, s'il s'agit de diagnostiquer les compétences autour de la perspective d'autrui, le problème est différent...

Afin de valider sa réponse, l'élève contrôleur se place à l'avant du train . Le prestataire va solliciter les enfants voyageurs à indiquer leur accord ou leur désaccord.

Phase d'appropriation individuelle - jeu sans obstacle :

Les deux équipes jouent en même temps .Le déroulement reste le même.
Après chaque arrêt du train, les rôles sont intervertis.

Phase d'apprentissage - jeu avec obstacle :

Il s'agit donc d'une situation d'apprentissage de la perspective d'autrui. Situation qui nécessite des préalables.

Le train part du fond de la pièce .Le premier voyageur du train est face au contrôleur.

Je ne comprends pas la position de ce voyageur. Il manque un schéma explicatif.

Les **voyageurs du train** ne sont **pas dans la même direction** que l'élève **contrôleur.**
Le déroulement reste le même.
Après chaque arrêt du train, les rôles sont intervertis.

Il manque des renseignements pour comprendre la mise en œuvre qui était prévue.

J'ai assisté à la réalisation de la séance.

2 ANALYSE :

La construction des ateliers satellites a été suggérée par l'enseignante titulaire.
Leur déroulement était peu suivi par le prestataire trop occupé par l'atelier principal.

Il faudra s'efforcer d'avoir un regard sur tout le groupe classe. C'est fondamental, mais c'est difficile.

Atelier principal :

Phase d'appropriation collective

Le jeu est vite assimilé par tous les élèves, et ceux qui observent sont très attentifs.
L'élève contrôleur n'avait pas su répondre à la question posée par le maître . Il était donc préférable de reprendre cette activité jusqu'à ce qu'il y ait réussite.

Pas préférable, mais indispensable. Mais je peux légitimement me demander s'il avait la connaissance préalable du vocabulaire -droite, gauche-.

Phase d'appropriation individuelle - jeu sans obstacle :

Le rôle des enfants acteurs et la règle de jeu étaient clairement perçus.
L'intervenante faisait démarrer en même temps les deux trains .Puis, elle interrogeait alternativement chaque contrôleur. Afin de gagner du temps, il était préférable de les interroger simultanément.
La prestataire pouvait donner davantage d'autonomie aux enfants et gérer de loin l'autovalidation : le contrôleur va vérifier seul sa validation.

Vérifier seul pour valider ou invalider sa réponse.

Afin de faciliter cette **distinction** entre la **droite et la gauche**, il faut **leur donner des moyens mnémotechniques** (par exemple : coller une gommette de couleur sur une main...)

Cette distinction : gauche - droite est effectivement fondamentale et doit faire l'objet d'un enseignement par le maître.

Phase d'apprentissage - jeu avec obstacle :

Etant donné que **les élèves ne possédaient pas cette connaissance déclarative** (**droite /gauche**), ce jeu avec obstacle **était inutile**.

Pas inutile mais **inapproprié.**

La gestion du groupe classe a induit l'interruption de l'atelier principal. Bien que gênée de ne pas aller jusqu'au bout de sa préparation, la prestataire s'est sentie obliger d'arrêter cette activité.

Heureusement, c'était la seule décision à prendre.

Il faudra toujours adapter son comportement à la réalité de la classe et oublier sa préparation.

SEANCE N°3

Présence du formateur.

Objectif notionnel :

- Acquérir une connaissance déclarative, un vocabulaire conventionnel (gauche et droite)

Matériel :

- Gommette de couleur (collée sur la main gauche de chaque élève).
- Caissettes.

Tâche de l'élève :

- Identifier sa droite de sa gauche en répondant par un geste moteur à une consigne ou question.
- Verbaliser la position d'un autre élève par rapport à lui.

Déroulement :

Présentation de l'activité :

- Jeu de « JACADI a dit..... ».
- Finalité du jeu : marquer le plus de points pour son équipe.

C'est l'enjeu. Mais qu'apporte-t-il à la situation?

Il n'est pas précisé comment les points sont attribués.

- Les 6 élèves sont répartis en deux équipes

Phase d'appropriation du jeu :

« Vous devez faire ce que dit JACADI. » Les élèves se positionnent en ligne près de l'enseignant.

« JACADI a dit de lever le bras droit. » L'enseignant et les élèves lèvent le bras droit (main sans la gommette). On vérifie ensemble. Même question pour le bras gauche, le pied droit puis le pied gauche.

Bien évidemment la gommette a déjà été collée.

Phase d'apprentissage :

L'enseignant se place face aux élèves et les prévient qu'il ne montrera plus (l'orientation enseignant/ élèves est différent).L'enseignant donne deux ordres différents, un pour chacun des groupes. Les élèves valident ou non la réponse donnée.

"Les élèves valident ": ce choix est mauvais pour ce type de séance. Il s'agit d'un enseignement, par le maître, d'une connaissance qui ne saurait être découverte par les élèves.
Le maître expliquera son jugement en s'appuyant sur la gommette des élèves : question de rapidité.

Nouvelle activité , phase d'appropriation :

L'enseignant se place entre deux élèves, un de chaque groupe. Les quatre autres enfants sont derrière l'enseignant. Il pose la question : « Qui est à coté de toi à ta droite ? »

L'élève interrogé répond, les autres élèves valident ou donnent une autre réponse. **La gommette sert toujours de repère** en cas de nécessité. Plusieurs élèves sont interrogés.

Phase d'apprentissage :

L'enseignant se place face aux élèves. La question est toujours la même. L'enseignant change régulièrement la position des élèves au sein de chaque groupe.

La validation n'a pas été prévue.

ANALYSE DE LA SEANCE

Première activité, le jeu de « JACADI » :

- La présentation de cette phase de jeu a duré trop longtemps : L'enseignant demandait aux élèves de lui présenter leur main gauche pour coller la gommette, mais les élèves ne connaissaient pas leur gauche de leur droite. L'enseignant devait donc coller la gommette directement sur la main gauche en insistant verbalement : « C'est ta main gauche, elle a une gommette pour la reconnaître ! »

- L'enseignant devait aussi être plus directif : « Je suis JACADI, je donne un ordre et vous devez faire ce que je dis ! »

- Dans la phase de simulation, le placement de l'enseignant à côté des élèves était mauvais ; il devait se mettre décalé légèrement devant eux.

Et dans la même orientation.

- Dans la phase d'apprentissage, les élèves ont très vite décroché de l'activité. Le fait de donner deux ordres différents a démotivé les élèves car il y avait un **décalage entre l'action et la validation**, les élèves avaient déjà oublié l'ordre donné au moment de la validation.

Cette séance devait être une séance d'enseignement donc les élèves ne devait pas valider les réponses. C'était l'enseignant qui devait dire : « Oui ou Non, c'est ta main droite ! »

En s'appuyant sur la gommette qui désigne la main gauche.

- De plus, ce jeu devait se dérouler selon **un rythme soutenu**.

Cela multiplie les occasions d'utilisation du vocabulaire.

- Répartir les élèves en deux équipes n'était pas justifié.

C'est le problème de l'enjeu : ici, une compétition entre deux équipes. Hum....

Les élèves devaient tous répondre aussitôt à l'ordre donné et l'enseignant validait ou non immédiatement la réponse.

Deuxième activité :

- Il y a toujours un décalage entre l'action et la validation.
- L'enseignant demandait lors de la validation : « Marie, est - ce - que Nicolas est à ta droite ? ». Nicolas était à la gauche de Marie. Cette double validation n'avait pas lieu d'être puisqu'elle perturbait plus les élèves dans leur apprentissage.

Toujours cette volonté que rien ne soit validé par le maître

Cette deuxième activité ne devait pas commencé puisque le jeu de JACADI ne fonctionnait déjà pas.

Ne pas complexifier une situation alors que la plus simple ne fonctionne pas.

Il faudra apprendre à réguler son action pédagogique en fonction de la réaction de ses élèves.

C'est indispensable.

SEANCE 4

Formateur non présent. Séance visionnée pour mes annotations.

Atelier principal

Nombre d'enfants : 5
Temps : 45 mn

OBJECTIF :Amener les enfants à acquérir une connaissance déclarative :La droite et la gauche.

Tâche de l'élève : Répondre par un acte moteur à une consigne donnée par le maître.

Consigne : « On va faire un jeu pour apprendre sa droite et sa gauche.
Jacadi a dit :Levez la ... ».

Matériel : 6 gommettes, 6 caissettes

Déroulement :
1-Les enfants sont en ligne derrière leurs caissettes. Passer derrière eux et coller la gommette sur la main droite.
Bien préciser à chaque fois : "Je colle la gommette sur ta main droite, la main droite : c'est celle de la gommette."

2- **Phase d'appropriation collective**

Démonstration avec les enfants. Je me place devant les enfants dos à eux.
Pour avoir la même orientation que les élèves.
Jacadi a dit : « ...... » Renouveler 3 ou 4 fois en demandant aux enfants de lever les mains uniquement.

3- **Jeu du Jacadi individuel** :

main droite , main gauche,pied droit, pied gauche...tapez-vous la tête avec la main droite, avec la main gauche, montez sur la caissette, posez le pied droit sur le sol puis le pied gauche, sautez à droite, puis à gauche.

Leur rappeler qu'ils peuvent s'aider de la gommette. Lorsque l'enfant se trompe, je lui montre la main de la gommette pour qu'il comprenne son erreur en reprécisant à chaque fois que la main droite c'est celle de la gommette.

Prolongement : Apprentissage d'une comptine chantée

Tiens voilà main droite, tiens voilà main gauche
Tiens voilà main droite main gauche
Et tiens voilà les deux.

Apprentissage progressif phrase par phrase (à réaliser avec les enfants)

Positionnement en demi-cercle pour que tous les enfants voient.

BILAN-ANALYSE

-Utiliser l'impératif de préférence « Jacadi a dit »plutôt que « Jacadi a dit de »
-3 enfants sur 5 ne pensaient pas au début du jeu à utiliser la gommette. Penser donc à leur repréciser.

Les interventions de la maîtresse, concernant la gommette, ne sont pas assez prégnantes.

-Attention à ne pas valider trop tôt afin d'éviter un mimétisme des autres enfants.

Exact. Il fallait par contre répéter la consigne et faire référence à la gommette.

-Attention à ne pas installer de logique algorithmique dans la succession des demandes de Jacadi.
Exemple :droite,gauche, gauche,droite plutôt que droite,gauche,droite, gauche

Globalement on peut dire que le jeu a bien marché : motivation et dynamisme ont permis à certains enfants de se détacher progressivement de la gommette.

- Comptine chantée : Il aurait d'abord fallu la présenter en entier.
- Aller très lentement car c'est un exercice difficile pour les enfants : en effet ils doivent à la fois mémoriser le texte et l'illustrer par des gestes : double difficulté.

REMARQUE GLOBALE SUR LES 4 SEANCES REALISEES:

Toute séance scolaire n'est pas une séance d'apprentissage et **certaines connaissances ne sauraient être découvertes par les élèves**.
Dans ce cas, elles **doivent faire l'objet d'un enseignement** réalisé par le maître.

ANNEXE 2

APP MATHEMATIQUES Séance n°1

Jeudi 24 Octobre 1996
Classe d' Evelyne Prunera
20MS/ 8GS
Ecole du Chat Perché
Acigné

Professeurs stagiaires:
Florence MESPLEDE
Magali THARAUD
Isabelle TANVE
Béatrice BERTHE
Hélène CHARRIER

Les commentaires de G. LE POCHE sont dans ce style.
Non présence du formateur.

Thème: Structuration de l'espace
Type de situation: Approche
Nombre d'enfants: 8 GS

OBJECTIFS: L'enfant doit être capable de:

1) Réaliser un parcours en respectant une consigne
2) Situer, repérer, placer des objets les uns par rapport aux autres
3) Utiliser les notions de spatialisation correspondant à la situation:sur, par-dessus, sous, dans.

C'est à revoir : Il s'agit ici d'une évaluation, de plus l'activité de reproduction n'est pas intégrée.

Matériel: Matériel ASCO "Gymprojet", en taille réelle et en miniature
Ce matériel contient: tubes, caissettes, planches, plots, bâtons, lattes, cerceaux.

DEROULEMENT

Phase 1

Les enfants découvrent le matériel ASCO grandeur nature, installé auparavant.

Consigne:"Vous allez observer le matériel. Vous regardez bien et vous essayez de me dire ce que l'on va faire avec. Attention, pour le moment, vous ne touchez pas au matériel".

Rapide mise en commun. Un enfant décrit le matériel et les actions induites; un autre enfant simule le trajet.

⇨Amener l'enfant à verbaliser en utilisant les notions de spatialisation.

Phase 2

Les enfants réalisent le parcours.

Consigne:"Vous allez réaliser le parcours. Rappelez-vous bien de ce qu'il faut faire.

Phase 3

Constitution d'une maquette du parcours réel par les enfants. Présentation du matériel "miniature", identique au grand.

Consigne: "Maintenant, vous allez fabriquer le parcours en tout petit, avec ce matériel. D'abord, on regarde le grand parcours. Regardez bien comment c'est fait, car vous ferez le même après.

Les enfants sont invités à réaliser le montage. Ils travaillent ensemble, à 8, ce qui nécessite confrontations, coopérations, interactions.

A 8 : ce nombre me paraît grand pour observer les élèves et leurs éventuels difficultés de reproduction.

Phase 4

Auto-validation du montage réalisé.

Consigne: "Nous allons regarder ce que vous avez fait, et vérifier si tout le monde est d'accord."

En dernier temps, et pour valider la tâche, un enfant prend un playmobil et lui fait faire le parcours.

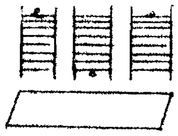
Est-ce vraiment le playmobil qui valide la tâche? ....hum....

⇨ Insister pour que l'enfant verbalise l'action et utilise un vocabulaire adéquat.

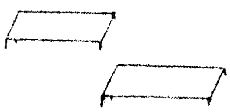
ATELIERS SATELLITES MS

Les ateliers réalisés par les moyens regroupent des activités motrices de réinvestissement.

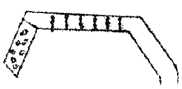
Il y a trois ateliers :



Parcours n°1 :Monter aux espaliers jusqu'en haut, toucher la clochette et redescendre. Toucher la clochette du bas, monter à l'espalier puis redescendre. Exercice à réaliser une fois à chacun des trois espaliers.



Parcours n°2 : Monter sur le banc. Passer sous le banc.



Parcours n°3 : Grimper sur le mur d'escalade, marcher sur le filet, glisser sur le toboggan.

Déroulement : Il y a trois groupes de moyens. Répartir chacun des groupes sur un atelier. Ce sont des ateliers tournants : lorsqu'un enfant a fini un atelier, il passe au suivant.

ANALYSE

☞Importance de la consigne, qui doit être réellement pensée: Pour la première phase, j'ai demandé aux enfants de se déplacer "autour" du matériel. La plupart des enfants se sont contentés de faire le tour du parcours, sans observer. Il aurait été préférable de les asseoir devant le matériel.

☞ Nous n'avions pas assez réfléchi au vocabulaire spatial à utiliser, ce qui a engendré des erreurs. On ne dit pas, par exemple: "marcher dessus" mais "marcher par-dessus"

☞ La consigne de la troisième phase n'était pas claire. Les enfants n'ont pas compris qu'il fallait faire un seul parcours, et ne sont pas parvenus à construire ensemble.

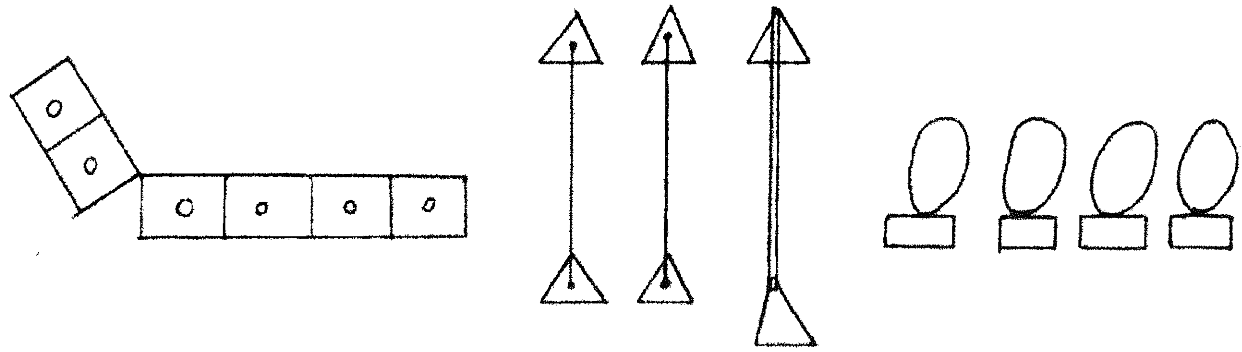
A huit, cela est réellement impossible.

☞ Il aurait fallu une table pour réaliser la maquette, et non pas un tapis, sur lequel les enfants se sont allongés.

Conclusion: 1)Gestion plus dynamique
2) Gestion du matériel
3) Importance des consignes

L'analyse ne me semble pas très fouillée, en particulier l'aspect "didactique"

PARCOURS



COMPTE-RENDU D'UNE SEANCE DE MATHEMATIQUES
à l'école maternelle Le Chat Perché à Acigné
Classe de Mme Prunera (20 MS et 8 GS)

Domaine d'activité : **La structuration de l'espace**

Reproduction d'un parcours

SEANCE N°2

Présence du formateur.

1-Présentation :

Type de la séance : **Situation d'approche**
Structure pédagogique :
_ 2 ateliers satellites avec les MS (2 groupes de 10 enfants)
_ 1 **atelier principal** avec les GS (2 groupes de 4 enfants)

En salle de motricité, les enfants de GS doivent construire, avec le matériel Gymprojet (ASCO), un parcours en miniature qui devra permettre de « lancer » et de « sauter » et qu'ils reproduiront grandeur nature, la maquette restant visible.

Enjeu : Les enfants réalisent le parcours.

Objectif pédagogique : Faire une évaluation diagnostique pour savoir quels critères de géométries topologique et projective les enfants de GS maîtrisent.

Pourquoi pédagogique?

2-Mise en œuvre :

1- Lancement des 2 ateliers satellites :

Pour le premier groupe, il s'agit de se familiariser avec le matériel EDRALUD. La consigne est : « construisez quelque chose avec le matériel ».

Le second groupe effectue un parcours avec un ballon. La consigne est donnée en même temps qu'un enfant réalise le parcours : « Il faut ramper sous le banc, puis marcher sur le suivant, lancer le ballon... ».Les compétences en jeu sont motrices.

2- **Atelier principal** :

Pendant le lancement des deux autres ateliers, les enfants, deux groupes de quatre, se familiarisent avec le matériel gymprojet miniature réparti sur deux tables : cerceaux, plots, caissettes et lattes pour le premier groupe, cerceaux, plots et lattes pour le second. Le matériel est différencié afin d'inciter les enfants à ne pas construire le même parcours .

Regroupement et rappel de la séance précédente :

« La dernière fois, on avait un parcours en grand et on a fait le même en petit. Aujourd'hui, c'est le contraire ».

Puis les huit enfants se rassemblent autour des deux tables avec pour tâche et consigne : « Construire un parcours en petit pour sauter et pour lancer. Avec le petit bonhomme on verra si ça marche et après on le réalisera en grand ».

Dans la première partie, le rôle de la maîtresse est de guider les enfants pour, d'une part, qu'ils ne refassent pas le même parcours qu'à la dernière séance, d'autre part, qu'ils construisent un parcours permettant effectivement de sauter et de lancer et pédagogiquement « intéressant » (ie assez riche).

Intéressant pour l'évaluation.

Dans la seconde partie, le rôle de la maîtresse est d'observer quelles propriétés de géométries topologique et projective de leur construction miniature, les enfants ont respectées dans leur reproduction grandeur nature, en les guidant par des questions (sans donner les réponses !) : « Tu penses que c'est la même chose ?» (cf grille d'observation).

Après la construction des deux parcours, on rassemble les enfants pour que chaque groupe explique à l'autre son parcours et tous les enfants les réalisent.

Ok, pour la préparation qui semble très claire.

3-Analyse critique de la séance :

L'échec de la séance, qui n'a pas été menée à son terme et qui n'a pas rempli son objectif d'évaluation diagnostique, est dû à des erreurs d'animation et une absence de soutien actif du travail des enfants de la part de l'intervenante. Ces problèmes étant fortement liés, l'analyse restera globale.

La constitution des 2 groupes pour les ateliers satellites ainsi que le lancement de ceux-ci a pris trop de temps (à peu près 10 minutes), ce qui fait que la phase de familiarisation avec le matériel gymprojet, pour les grands, s'est éternisée.

Les enfants se sont repartagés le matériel et ont construit le même parcours qu'à la séance précédente .Ils se sont fixés une tâche qui a amoindri l'importance de la consigne, donnée trop tard et que tous n'écoutent pas.

Il est fondamental qu'une familiarisation ne dure pas longtemps sinon, les élèves s'inventent des règles d'utilisation qu'il est ensuite très difficile de modifier.

. Les enfants auraient dû alors, impérativement, défaire leur construction et remettre matériel dans sa boîte. Cela les aurait aidés à s'investir dans la nouvelle tâche.

La consigne est reformulée quelques minutes plus tard, mais, voyant que les enfants ne comprennent toujours pas comment la figurine peut lancer quelque chose, la maîtresse leur demande de construire le parcours en grand et abandonne la contrainte de lancer et sauter. La maquette est alors sans intérêt pour les observations prévues en seconde partie.

De ce fait le projet d'évaluation est donc abandonné.

Il aurait fallu passer beaucoup plus de temps sur la construction de celle-ci et, pourquoi pas, arrêter la séance à la fin de cette première étape .

Jusqu'à présent les enfants n'ont pas été guidés, on aurait pu leur permettre de comprendre la consigne en leur posant des questions : « Le petit bonhomme peut-il sauter ?; peut-il lancer ?; A quoi ça sert ?... ».

Attention à une trop grande neutralité du maître.

La construction grandeur nature s'est ensuite faite là où avait été posé le matériel. Ce n'était pas un endroit très adapté : près d'un mur et trop loin de la maquette. De plus, les enfants sont allés chercher du matériel supplémentaire (celui qu'ils avaient utilisé la dernière fois). La maîtresse ne s'en est pas aperçu et n'est plus intervenu dans leur travail, son attention étant en partie accaparée par les enfants de l'atelier sportif qui s'entre-tuaient dans son dos.

Vers une vision globale de la classe.., c'est toujours très difficile pour un débutant.

Il aurait fallu formuler clairement la consigne : « Je veux que vous construisiez le **même parcours** que le petit » , les guider par des questions : « **Tu penses que c'est pareil ?** », les inciter à faire un va et vient entre la maquette et le parcours.

C'est là le point fondamental de la séance.

. Prendre les enfants à parti individuellement pour ramener le calme à la fin de la séance était mission impossible, il aurait fallu **s'adresser au groupe classe**, taper dans les mains, monter sur la table...

La reprise en main d'un groupe classe : il n'est certainement pas nécessaire de monter sur une table...

GRILLE D'OBSERVATION

	GROUPE 1		GROUPE 2	
	OUI	NON	OUI	NON
Les propriétés de l'espace topologique sont-elles respectées ?				
Continuité - séparation				
Contacts - croisements				
Position relative des objets (entre, à côté...)				
Les propriétés projectives de l'espace sont-elles respectées ?				
Alignement				

Angles				
Position relative des objets en tenant compte de leur orientation (à gauche, à droite, en face...)				
Conservation du nombre d'objets				
Conservation de la Taille des cerceaux				

Bonne grille d'analyse, mais l'angle n'est pas une propriété projective.

Ecole Maternelle "Le Chat Perché" ACIGNE
Classe de Madame Prunera (20 MS et 8 GS)

Professeurs stagiaires : Béatrice BERTHE
Hélène CHARRIER
Florence MESPLEDE
Isabelle TANVE
Magali THARAUD

Domaine d'activité : LA STRUCTURATION DE L'ESPACE

SEANCE N° 3

Présence du formateur.

1 PREPARATION

Type de situation : Situation d'approche

Objectif : Repérer quelles sont les notions d'espace que les élèves conservent

Notions d'espace....à reformuler. "lesinvariants spatiaux" conservés dans les reproductions?..

Tâche de l'enfant : -construire un parcours miniature qui permette en grandeur réelle de lancer et de sauter
-utiliser le bonhomme et verbaliser
-reproduire ce parcours en grandeur réelle dans la salle de motricité

Enjeu : Jouer(lancer, sauter...)

Structure pédagogique : atelier principal : 2 groupes de 4 enfants
3 ateliers satellites

Matériel : Boîte ASCO GYMPROJET triée comme suit :
- un groupe avec : plots, barres, cerceaux un petit cylindre et un bonhomme
- l'autre groupe, avec des caissettes à la place des plots.

Durée : 3/4 d'heure deuxième partie de la matinée

2 DEROULEMENT

Regroupement après la récréation : présentation des ateliers.
Ateliers satellites : -Groupe JAUNE : peindre des formes en pâte à sel pour fabriquer des arbres
- Groupe VERT : continuer la forêt sur la fresque en collant des formes géométriques pour faire les arbres
- Groupe BLEU : graphisme

ATELIER PRINCIPAL :
Les enfants ayant déjà utilisé ce matériel, il n'y a pas de phase de familiarisation.

Ils s'assoient autour de 2 tables sur lesquelles sont placées 2 planches de contre plaqué d'environ 60cm X 30cm. Les 2 boîtes d'éléments sont posées sur 2 autres petites tables.
La prestataire présente ces boîtes aux enfants en précisant qu'il n'y a pas tout à fait les mêmes éléments dedans mais qu'il *ne faut pas les échanger*.

Consigne : Avec ce qu'il y a dans votre boîte, vous allez construire un parcours qui permette de sauter et de lancer. Vous le ferez sur le plateau, ensuite on l'emmènera dans la salle de motricité et vous le referez en grand.
Les enfants commencent le travail après qu'un des leurs ait répété la consigne.

Au cours de cette première phase, les questions ont pour but de faire préciser le parcours en fonction de nos objectifs : - A partir de quel endroit lancera-t-on? Comment peut-on marquer cet endroit avec les éléments de la boîte? *Il s'agissait d'introduire les notions de continuité/discontinuité,contact/croisement etc.*

Fondamental : nous savons ce que nous voulons évaluer, il faut donc que la maquette réalisée puisse permettre cette réalisation ....c'est très délicat à mener......

- Crois-tu que tu pourras lancer par dessus tous ces cerceaux? *Il fallait varier les situations.*

En utilisant le petit bonhomme, les enfants ont mimé le parcours tout en verbalisant.

Pour la deuxième phase de cette activité, nous avons été dans la salle de motricité. Les maquettes étaient placées sur des tables. Au départ les enfants les ont peu regardées, ils les avaient mémorisées. Pour qu'ils vérifient leur parcours, il a fallu les inviter à regarder la maquette à plusieurs reprises : *"Es-tu sûr que c'est la même chose?"*

Rappel de la tâche : le même parcours..

Enfin, dans un troisième temps, ils ont pu expérimenter ces parcours par le jeu.

On leur a demandé de laisser le matériel en place afin de pouvoir remplir les grilles d'observation ci-dessous :

PROPRIETES TOPOLOGIQUES	**CONSERVE**	**NON CONSERVE**
Continuité/Discontinuité	X	
Contact/ croisement	X	
Ouvert/Fermé	?	

Voisin/ Entre	X	
GEOMETRIE PROJECTIVE		
parallelisme	X	
Alignement		X
AUTRES CRITERES		
Distance entre les objets	X	
Nombre d'objets	X	
Taille des objets	X	

VOCABULAIRE ASSOCIE	**UTILISE**	**NON UTILISE**
En haut/En bas		X
Sur/Sous		X
En avant/En arrière		X
Devant/Derrière	X	
Au-dessus/Au-dessous	X	
Dedans/Dehors		X
Entre		X
Gauche/Droite		X

S'agit t'il ici d'une grille d'analyse par enfant? Si c'est le cas le travail par groupe est-il gênant?

3 ANALYSE

Nous n'avons pu observer les propriétés "ouvert/fermé". Mis à part celà, il semble que nos observations confirment la théorie,

C'est intéressant..ouf.. pour la recherche....

à savoir : "(...) les critères topologiques sont les premiers pris en compte par l'enfant lorsqu'il s'agit de reproduction. L'intégralité de critères affines (alignement/rectitude) ou métriques (longueurs et angles) n'interviennent dans la reproduction, probablement pas avant 7 ou 8 ans." *Espace et Géométrie* François BOULE

Ainsi, ils reproduisent sans difficultés les concepts de continuité et discontinuité, ils ont bien repéré qu'une des barres étaient attachée à une extrémité et pas à l'autre; de même en ce qui concerne les concepts contact/croisement et voisin/entre.

Par contre l'alignement ne semble pas intégré. Un des enfants a replacé les cerceaux dans l'alignement du parcours parce que celà le gênait pour lancer, mais il n'avait pas perçu que sur la maquette les éléments n'étaient pas tout à fait alignés.(**l'intervenante non plus, d'ailleurs!**)

Ils ont utilisé relativement peu de mots du vocabulaire associé, l'accent n'a pas été mis sur cet aspect.

Le parcours n° 1 offrait plus de possibilités d'observation : barres à des niveaux différents sur les plots, barres au sol fixées et non fixées pour signifier un emplacement, petit et grand cerceau.

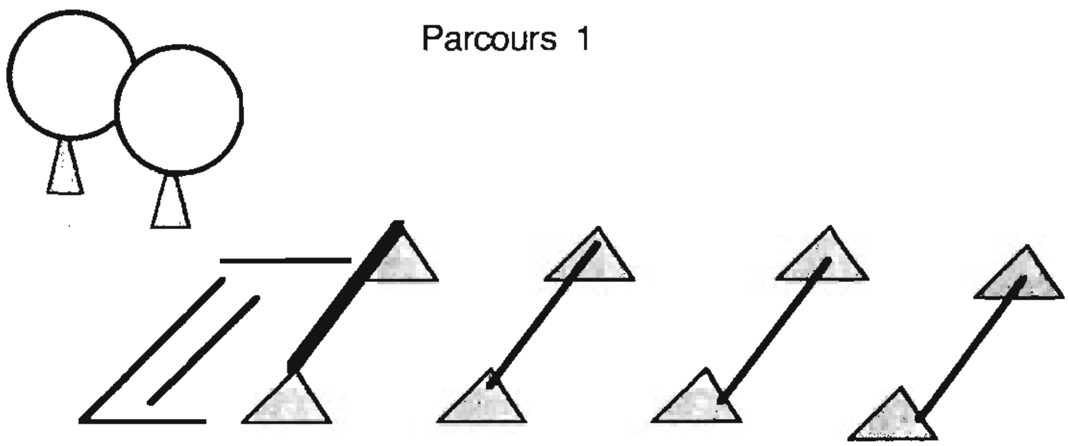
Le rôle délicat du maître était donc fondamental au cours de la réalisation de la maquette

La principale difficulté du deuxième parcours était de reproduire les 2 lattes au sol du point de vue de leur orientation. Certains enfants voyaient une différence entre la maquette et le parcours réel (angle à gauche/ angle à droite) mais ont eu du mal à rectifier.
Ils ne retiennent pas les couleurs comme un critère, elles ne semblent pas non plus leur servir de repères.
Lors de la fabrication des maquettes, les interventions doivent se limiter à poser des questions ("d'où est-ce que tu lanceras?"), pouvant induire des procédures qui permettent les observations qu'on s'est proposé de faire au départ.

Doivent se limiter ... cela peut faire l'objet d'un débat entre nous.

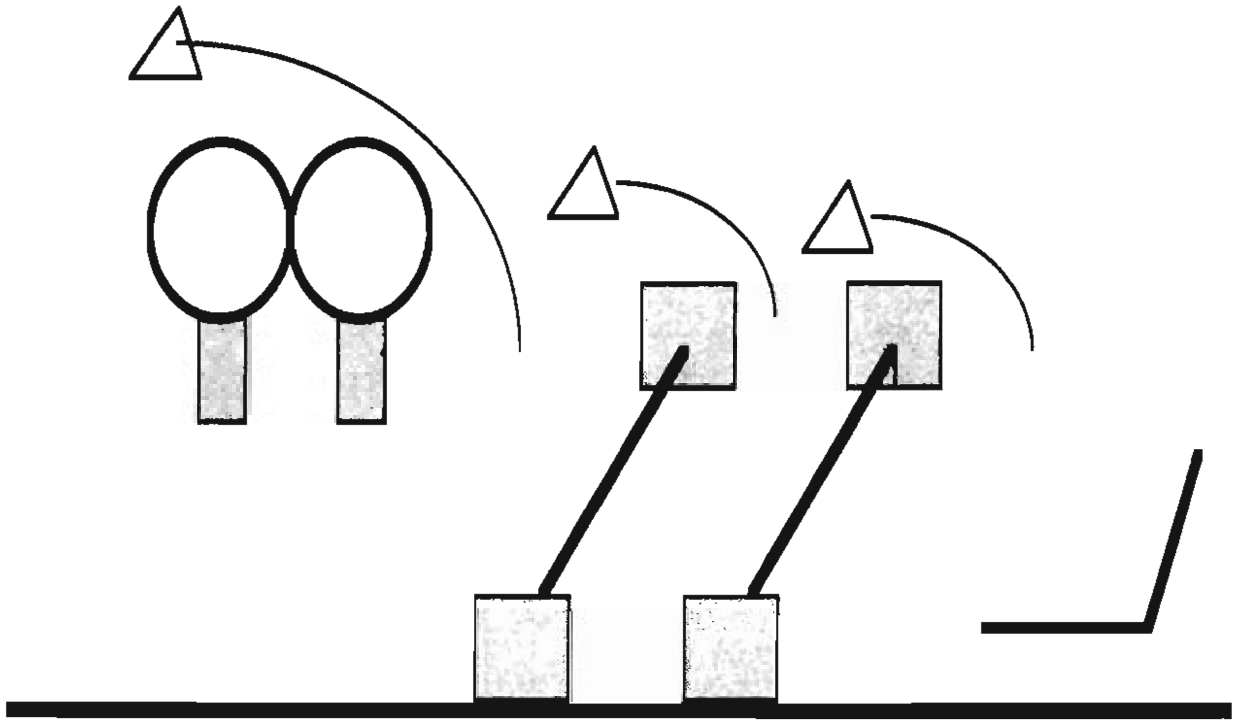
Les ateliers satellites se sont déroulés en présence de l'ATSEM, ce qui nous a permis de faire la maquette dans la classe et non dans la salle de motricité en présence des autres enfants comme lors de la précédente séance. Il n'est pas possible d'envisager de mener une séance comme celle-ci tout en ayant le reste du groupe classe en charge.
La **prochaine séance** pourrait donner lieu à des **apprentissages** à propos des **alignements.**

Parcours 1



PARCOURS N° 2

Lancer : 



SEANCE N°4 Reproduction d'un parcours en différé

Formateur présent à la préparation.

Présentation :

Type de séance : **Situation d'apprentissage**

Structure pédagogique :

- 3 ateliers satellites avec les MS (les mêmes , réalisés par des groupes différents, que ceux faits pendant l'atelier principal de français).
- 1 atelier principal : les 8 élèves de GS répartis en deux groupe de besoin (2X8).

L'enjeu : réaliser le parcours identique à la maquette pour avoir le droit de l'utiliser

Objectif notionnel : Apprendre à percevoir les alignements

Durée : 45 mn

Matériel : matériel Gymprojet (ASCO), matériel en salle de motricité et matériel "miniature" à l'échelle 1/5

Déroulement

Constitution des groupes :

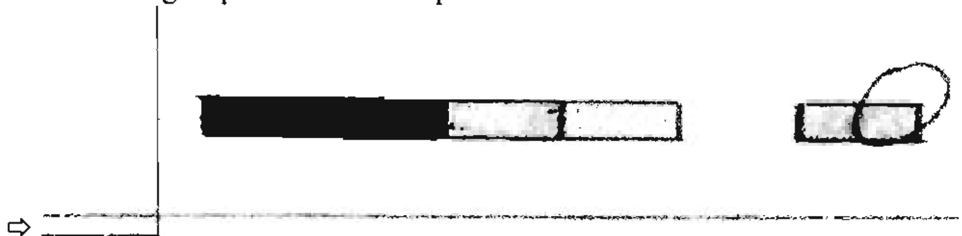
"Nous allons faire deux groupes, un groupe (plus faible) avec Paul, Rose, Kévin, Aude et un autre groupe (plus fort) avec Margaux, Alexandre, Anaïs et Jonathan. Le groupe de Paul vient ici (je leur montre) et le groupe de Margaux vient là (je leur montre aussi)".

I- Appropriation de la tâche

"Aujourd'hui, je vous ai apporté une **maquette**. Avec le **grand matériel**, il faut que vous fassiez **exactement le même parcours**. Je commence votre parcours en posant le cerceau."

- La maquette et le parcours grandeur réelle n'ont pas la même orientation.
- Les enfants réalisent le parcours. Ils font des allers-retours pour vérifier que la maquette et leur parcours sont identiques. Quand ils pensent avoir fini, on approche la maquette du parcours pour valider. S'ils ont réussi, les enfants réalisent le parcours.

⇨ Les deux groupes ont le même parcours.

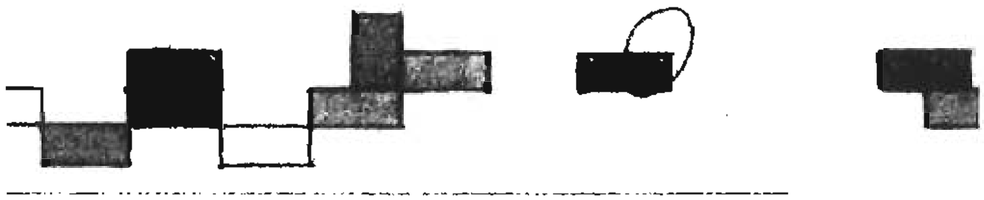


C'est moi qui ai souligné plusieurs passages.

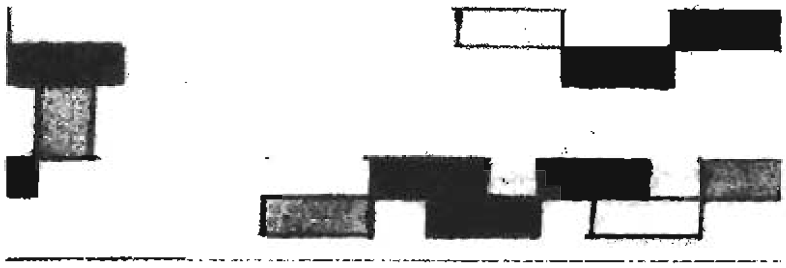
II- Apprentissage

"Maintenant, nous allons faire un autre parcours un peu plus difficile. Vous n'avez pas le même parcours à faire, c'est exprès."

Gpe1 circuit1



Gpe2 circuit 2



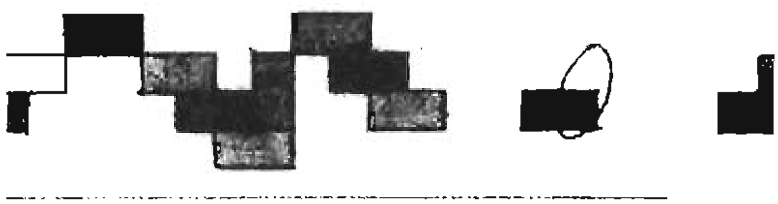
On évite d'induire les alignements avec les couleurs

- Même tâche que lors de l'appropriation (Pour le groupe 2, on ne met pas de cerceau. La prestataire pose une caissette pour commencer le parcours).
- Lorsque l'on approche la maquette, on constate la réussite ou l'échec ; pourquoi ils ont réussi, pourquoi ils ont échoué. Approcher la maquette ne suffira sans doute pas : positionner des bonhommes au bout de chaque alignement (sur la maquette) et poser des lattes sur les caissettes pour vérifier les alignements (maquette et parcours réel).

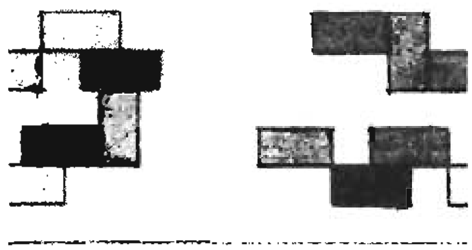
Bien réfléchir au rôle des lattes, il manque un schéma pour voir leur positionnement et pouvoir en débattre.

- S'ils ont réussi, demander à Paul (Gpe1) et à Margaux (Gpe2) -les enfants qui ont le plus de difficultés- de refaire seuls le parcours ; les autres vérifient.
- Les enfants réalisent le parcours s'ils ont réussi.
- Gpe1 : S'ils ont échoué, circuit 2 ; s'ils ont réussi, circuit 2 sans le cerceau.
- Gpe2 : S'ils ont échoué, circuit 2

Gpe1 circuit 2



Gpe2 circuit 2



Remarques : Quand la **maquette** a été **approchée du parcours**, l'**activité** est **terminée.**

En effet , s'ils poursuivent, il ne s'agira plus d'une reproduction que vous avez appelée différée.

Si les caissettes sont espacées, les élèves ne vont pas percevoir l'alignement, c'est trop loin de leur zone proximale de développement. Il faut donc gommer l'aspect distance.

A expliciter : je ne comprends poas vraiment.

On gomme également les phénomènes d'angles pour la même raison

Hypothèses : Le Gpe1 réussira le circuit 1 et aura peut-être plus de difficultés pour le circuit 2 sans cerceau.

Le Gpe 2 va échouer au circuit 1.

Analyse de la séance

Nos hypothèses de départ sont validées puisque le Gpe1 a réussi le premier parcours mais échoué au deuxième (même difficulté sans cerceau) ; il semblerait donc que le **cerceau soit une variable didactique importante.**

Une remarque pertinente.

On ne peut cependant pas tirer de véritables conclusions à partir de ce deuxième parcours car les enfants étaient fatigués et n'avaient plus envie de s'investir : ils avaient déjà réalisé un parcours et estimaient que c'était suffisant, d'autant que le second groupe n'avait toujours pas terminé leur premier parcours.

le Gpe2 a échoué au premier parcours, même après que l'on ait ajouté le cerceau pour les aider. Cet échec était peut-être dû à leur découragement. Ils n'ont pas eu le temps de faire un deuxième parcours après la validation.

Par ailleurs, il semblerait que les enfants perçoivent et sont capables de reproduire les alignements (sauf peut-être Anaïs), leur problème se situerait plus au niveau de la symétrie.

Les passages soulignés restent à approfondir.

Pour la validation, même les lattes sont insuffisantes. La prestataire a dû "découper" le circuit et vérifier partie par partie que le parcours réel était exactement pareil que la maquette. Avec cette procédure, faut-il encore amener les enfants à voir si chaque partie est bien assemblée aux autres de la même façon que sur la maquette. Nécessité donc, d'utiliser les bonhommes et surtout le corps propre de l'enfant , celui ci ayant du mal à se décentrer.

Le corps propre de l'enfant...cela mériterait d'être explicité.

La prestataire n'a pas demandé à Paul de refaire seul le parcours car, pendant la tâche, elle a observé que Paul n'avait pas de problèmes particuliers pour reproduire le parcours. Par conséquent, lui demander de refaire seul n'avait pas vraiment d'intérêt.

Ok

Le groupe de Paul était constitué de seulement 3 individus puisqu'une élève était absente. Ce groupe était beaucoup plus efficace que l'autre.

Je pense également au bien fondé du groupe de trois.

Les interactions entre pairs étaient plus productives à l'inverse du second groupe au sein duquel un élève démolissait ce qu'un autre construisait. De même, Anaïs refusait que ses camarades modifient ce qu'elle avait réalisé prétextant qu'elle était sûre d'avoir raison. Ce groupe avait du mal à s'organiser pour faire avancer la reproduction de la maquette.

Du point de vue de l'animation, il aurait été plus judicieux de faire le parcours plus près de la table sur laquelle étaient posée la maquette, pour éviter une dépense physique inutile (les enfants couraient pour faire le va et viens entre leur parcours et la maquette).

ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES : UN ENGAGEMENT ETHIQUE ET CITOYEN

Philippe Rousseaux,
I.U.F.M. de Lorraine

Résumé : l'enseignement des mathématiques peut disparaître du paysage scolaire. Ce sera même à coup sûr le cas s'il reste ce qu'il est, s'il ne se remet pas vite (très vite!) en cause, s'il décide à son tour de devenir une langue morte. Il ne s'agit pas de revenir à un hypothétique « âge d'or » de l'enseignement des mathématiques qui n'a probablement jamais existé. Non, il s'agit d'avancer, sereinement mais courageusement, vers ce XXIème siècle, en mettant tout simplement un pied devant l'autre, chaque jour. Pour cela, il faut penser, ne pas avoir peur de penser... ne pas avoir peur non plus de se tromper ! Les mathématiques n'auront un sens qu'autant que nous lui en donnerons un, choisis par nous, mathématiciens-citoyens d'une société en projet. En fonction de notre rapport à elles, les mathématiques se feront jeu, expression d'une créativité, imagination et plaisir ou bien ennui, froideur, mécanique implacable et bétonnée, lettre morte... En fonction de notre rapport à elles, les mathématiques s'érigeront en symbole de la Liberté, de la Raison opposée aux croyances, opposée à tout ce qui est un peu flou, à tout ce qui n'est pas solide, à tout ce qui n'est pas défini... ou bien permettra, à l'inverse, d'avoir accès à l'infini, à tout ce qui trouble, à la question de Dieu...

I - TEXTE DE PRESENTATION

« Nous (enseignants et chercheurs) sommes de plus en plus nombreux à penser qu'il faut rénover l'enseignement des mathématiques. Avant de nous poser la question du « comment ? », il sera utile (nécessaire !), et même peut-être suffisant, lors de ce colloque, de poser celle du « pourquoi ? ». Celle du « pour....quoi ? ». En vue de quoi faut-il poursuivre l'enseignement des mathématiques ? Viendra, bien entendu, la question du sens, avec ses trois dimensions, intellectuelle, charnelle et spirituelle. Viendra aussi la question du rapport au savoir mathématique (de l'élève, de l'enseignant, du formateur, du chercheur...). Celle aussi, peut-être, des programmes : quelle « homme » veulent-ils promouvoir demain, quel projet de société ?... En quoi les programmes de mathématiques répondent déjà, ou ne répondent pas encore, à ces questions ? Former à l'esprit critique, savoir faire des choix, valider, convaincre, chercher, raisonner, prouver... quoi de plus important à l'heure (difficile mais ô combien exaltante !) du pluralisme, à l'heure d'un vivre-ensemble à réinventer sans cesse. Notre responsabilité est grande.

I.1 - INTRODUCTION

C'est à partir de la lecture de ce texte de présentation de l'atelier que se sont inscrits les collègues susnommés, curieux, voire intrigués – ont-ils avoué par la suite – face à une problématique encore peu courue dans notre milieu d'enseignants, ou tout simplement dans notre société qu'effraient de plus en plus les questions, si ce n'est ultimes, du moins à forte connotation spirituelle, les questions relatives au sens, les questions sur lesquelles se pencher revient à accepter un probable dérangement de nos habitudes de penser, de notre vision des choses, de notre mode de vie.... de notre mode d'enseignement ! Pour être plus précis sur les motivations des uns et des autres, voici quelques citations tirées de nos conversations. Les participants sont venus à cet atelier car « *il semblait différent* », car les questions qu'il pose leur paraissent « *importantes* » ou « *proches de leurs préoccupations d'enseignant et de citoyen* », car les mots et expressions utilisés dans le texte de présentation ou suggérés par lui ont pu « *faire tilt* » (vivre-ensemble – éthique – faire des choix – projet de société – promouvoir l'humain – la question du sens – le rapport au savoir – la responsabilité – la citoyenneté - ...). Ils sont venus aussi, attirés par « *l'aspect politique* » du questionnement et de l'interpellation, étonnés qu'un tel domaine de réflexion puisse être encore tellement « *en friche* », invités par une prise de conscience d'une certaine « *latence lancinante de ces interrogations en eux* », convoqués par « *leur conscience professionnelle, leur conscience tout court* ». D'autres enfin sont venus pour des recherches « officielles » : un D.E.A. qui « *cherche à cerner les fondements anthropologiques des mathématiques* », une direction de mémoire de D.E.A. qui se penche sur « *les valeurs transmises par l'enseignement des mathématiques, en particulier par la résolution de problème* ».

La tâche ardue qui m'incombe maintenant est celle-ci : faire saisir au lecteur la substantifique moelle des propos échangés durant les deux petites heures attribuées à cet atelier. Deux dérives sont possibles : l'une d'elles consisterait à tout retranscrire (j'ai conservé un enregistrement audio intégral), l'autre à se contenter de délayer plus ou moins le texte « d'accroche » ci-dessus, sans tenir réellement compte de ce qui s'est réellement pensé et dit. La première dérive noierait le lecteur, en le privant du sens (dessus-dessous) des paroles entrecoupées ; la seconde ne ferait que témoigner de mon mépris envers l'autre, obstacle à une pensée linéaire il est vrai, mais obstacle humain vivant, pour lequel j'ai un infini respect, obstacle salutaire à l'enrichissement réciproque, tremplin convergent finalement vers une même quête.

C'est donc entre ces deux eaux là que je dois naviguer. Et il me faudra maintenir le cap de cet humble esquif , tout en m'occupant, avec beaucoup d'attention, de mes passagers. Allez, embarquons ! Bienvenue à tous, et merci de monter à bord.

I.2 DE QUOI PARLE-T-ON ?

J'ai tenu tout d'abord à prévenir les participants de cet atelier que mon point de départ n'était pas du tout de dire que l'enseignement des mathématiques était une chose qu'il fallait défendre, indépendamment de toute réflexion plus globale, indépendamment de tout ce qui se passe dans le monde... Il ne s'agissait pas du tout pour moi de faire simplement le constat qu'il faut enseigner les mathématiques et, qu'à partir de là, il n'est plus de mon ressort de m'occuper des raisons pour lesquelles il faut les enseigner en me posant cette seule question: comment vais-je faire ? Non, je me suis situé clairement en amont de cela : j'ai proposé que nous nous posions la question première du **pourquoi**, celle qui, acceptons le d'emblée, peut nous faire vaciller dans nos certitudes. C'est à cette remise en cause – que je considère davantage comme salutaire que comme mortuaire – que je les ai tous conviés.

C'est en convenant alors de commencer par une méditation sur les cinq mots clefs du titre que nous avons pu nous faire une idée de la manière dont nous allions (voulions) progresser dans notre méditation. Il a donc été question de l'acte d'**enseigner**, de ce qu'il signifie, de ce qu'il implique, de ce qu'il sous-tend comme attitudes possibles, comme attitude souhaitable. Nous y reviendrons. Enseigner, oui, mais pas n'importe quoi : enseigner **les mathématiques** ! Que sont (devenues ?) les mathématiques ? Quels rapports j'entretiens, en tant qu'enseignant, avec elles ? Une première réponse (possible !) à ces questions vient du titre lui-même :

enseigner les mathématiques est un **engagement**, au plein sens du terme, avec tout ce qu'il véhicule comme « don » de soi, avec tout ce qu'il véhicule et donc transmet de ma personne, en dehors même du contenu proprement mathématique. Pas si sûr que cela d'ailleurs que cette transmission de ma personne se fasse *en dehors* du contenu mathématique. Je dirai, dans une première approximation, qu'elle ne s'effectue ni *en dehors* ni *au-dedans* mais *en relation* avec ce contenu. Peut-être qu'en enseignant les mathématiques – mais ce serait bien entendu vrai pour chacune des autres disciplines – je n'enseigne en fait que mon rapport à elles. Avec toutes les conséquences qui s'ensuivent : plus ma relation aux mathématiques sera riche, c'est-à-dire plus le lien sera existant et solide sur de nombreux plans (intellectuel, culturel, spirituel, du plaisir personnel, ...), en d'autres termes plus j'inscris cette « branche » du savoir au cœur de ma vie et de ma compréhension du monde – non pas (surtout pas !) comme régentant le monde mais comme *participant* à la richesse de l'esprit ainsi qu'une branche *participe* à la croissance de l'arbre – plus je verrai augmenter mes chances de « faire passer » quelque chose durant mes cours.

Cet engagement enfin, j'ai voulu plus précisément le qualifier d'**éthique** et de **citoyen**. Car il est évident que cette quête de sens que j'évoquais plus haut ne peut aller sans un retour à une réflexion et à une pratique morales. Notons pour les puristes que les deux mots « éthique » et « morale » signifient exactement la même chose, le premier supplantant aujourd'hui le second trop connoté idéologiquement. Par *morale*, j'entends *morale laïque*, respectueuse de chacun, ayant le souci de l'autre quel qu'il soit, seule morale possible dans une société et un monde pluralistes. Et en tant que citoyen de ce monde, nous ne pouvons plus faire l'économie d'une réflexion sur ce qui se passera en aval de nos décisions d'aujourd'hui, de nos choix, du sens que l'on donne aux choses. En particulier, nous ne pouvons pas ne pas continuer sans cesse à nous questionner sur les conséquences de notre pédagogie (d'enseignant, de formateur ou de chercheur).

C'est bien pour cela qu'être citoyen à part entière (au sens fort) ne va pas de soi. C'est même utopique. Le citoyen est ce que nous devrions toujours vouloir devenir, surtout lorsque nous avons à témoigner de notre foi d'enseignant, et donc de notre dessein d'assurer et d'assumer pleinement ce rôle ; surtout lorsqu'on prend conscience du fait que notre témoignage (plus que nos discours) influencera à coup sûr les nouvelles générations que nous éduquons et formons. Je le disais dans le texte de présentation de l'atelier : *notre responsabilité est grande !*

I.3 - ENTRE TELEOLOGIE ET DEONTOLOGIE

N'est citoyen que celui (ou celle) qui s'inscrit dans un projet, qui en est à la fois co-auteur et co-acteur. Et qui dit *projet* dit *visée*. Cette dimension téléologique ne peut être absente de mon engagement. Ce sera ensuite la morale (ou l'éthique, comme vous voulez) qui, balisant le chemin (dimension déontologique), nous permettra d'avancer. Rien ne sert d'avoir un but si nous ne nous donnons pas les moyens (des règles ? une loi ?) pour tenter de l'atteindre. C'est par le quotidien (en particulier le quotidien de la classe) que passent (parfois trépassent !) nos plus hautes ambitions. Sinon nous risquons bien d'avoir affaire à ce qu'on appelle un projet tiroir : on en parle, on en parle, on l'écrit parfois... puis on le range dans un tiroir. Une simple image : il ne nous viendrait pas à l'idée de faire un long voyage en voiture sans d'abord concevoir l'itinéraire puis, une fois sur la route, sans prendre garde aux fossés, aux arbres et aux véhicules que nous croisons, sans connaître un minimum de règles de conduite. A l'inverse, respecter bêtement une certaine morale, certaines règles, quelques lois, ou se contenter d'appliquer quelques techniques sans se situer dans une dynamique de projet, sans vouloir en connaître l'esprit n'a, à proprement parler, aucun *sens*. C'est le sens que nous donnons à notre action – à nos choix pédagogiques par exemple – qui humanise notre rapport au monde, à la vie et aux autres. Il ne nous vient que très exceptionnellement à l'esprit de conduire une voiture avec tout ce que cela comporte comme règles de vigilance à respecter, sans avoir aucun autre objectif que celui de « bien » conduire : nous conduisons toujours pour quelque chose, déplacement vers un lieu donné, plaisir personnel... Résumons cela en disant que déontologie sans téléologie n'est que ruine de l'âme, alors que téléologie sans déontologie n'est qu'utopie de salon mondain à l'eau de rose. J'ai remarqué bien souvent le nombre effroyable d'enseignants (mais ce ne sont pas les seuls) dévalant à tombeau ouvert l'une ou l'autre de ces pentes désastreuses, à moins que ce ne soit l'une et l'autre alternativement.

II - « POUR...QUOI » ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES ?

II.1 - LE RAPPORT AU SAVOIR

L'enseignement du latin a quasiment disparu de nos établissements. Sans doute n'avait-il pas assez de défenseurs. Sans doute ses défenseurs n'avaient-ils pas assez la foi, ne croyaient-ils pas assez aux vertus pédagogiques et éducatives de cette discipline. Peut-être, faute de s'être davantage questionnés sur le *pour...quoi* de son enseignement, n'ont-ils pas eu le temps de répondre aux attaques de ceux qui ne comprenaient pas son utilité, sa richesse, sa fécondité. Avouons aussi, humblement, étant donné qu'éduquer c'est faire des choix et que le propre du choix c'est aussi d'éliminer, que le latin ne faisait peut-être pas partie des priorités en terme d'éducation.

En sera-t-il de même pour les mathématiques ? On peut penser ici que c'est à craindre ou.... à espérer ! Tout dépendra de notre foi, de la qualité de notre réflexion et de notre pratique quotidienne, référées sans cesse à ce qui nous meut, à ce qui nous fait nous lever le matin, heureux d'aller partager un peu de notre « patrimoine », un peu de notre culture, un peu de notre relation au savoir mathématique, un peu de nous-mêmes... à moins de penser secrètement et parfois inconsciemment que, pour les mathématiques, cela n'en vaut pas la peine... Encore une fois, nous voyons clairement que ce qui est en jeu, en lumière, c'est notre rapport au savoir mathématique plus que le contenu mathématique stricto sensu (« *un peu de latin ne fera pas de mal !* »). C'est cette relation, ce lien, cette tension, cette orientation que nous donnons à notre pratique mathématique et (ou) enseignante qui sera communiquée à ceux devant qui nous témoignons de notre ardeur ou de notre absence d'ardeur. Les publicitaires l'ont compris depuis bien longtemps lorsque, pour vendre un produit, ils nous montrent avant tout le bonheur d'en jouir plutôt que la qualité intrinsèque du produit lui-même !

Enfin, ce qui ne simplifie pas les choses, notre rapport au savoir mathématique se greffe, pour nous formateurs, sur notre rapport à un autre savoir : le savoir *professionnel* de l'enseignant. Mais je vous propose de ne pas nous y attarder pour cette fois. Pourquoi pas l'année prochaine ...

II.2 - DES MATHEMATIQUES POUR QUEL PROJET DE SOCIETE ?

Si l'on en vient donc au « pourquoi » de l'enseignement des mathématiques, c'est-à-dire à la question du « pour....quoi », c'est que nous nous interrogeons sur la direction, sur l'orientation, sur le cap à maintenir, sur l'impulsion fondatrice de notre engagement, bref sur la question du sens. Quel sens donner à l'enseignement des mathématiques aujourd'hui ? Je vous cite maintenant, pour mieux illustrer mon propos, deux textes. Vous connaissez sans doute le premier, tiré du dictionnaire de la pédagogie de F. Buisson, édité en 1890. Lisons le attentivement :

> *Certains disent que l'arithmétique, devant contribuer, même à l'école primaire, à l'éducation générale de l'esprit, tout exercice qui force l'enfant à réfléchir, à chercher, à comparer, à déduire à juger, semble à ce titre être du domaine de l'école primaire..... C'est là, il nous semble, une grave illusion. Il ne faut pas perdre de vue que l'enseignement donné dans nos écoles primaires s'adresse aux masses profondes des populations scolaires rurales, vouées de très bonne heure au travail des champs, et aux enfants des classes ouvrières des villes, que réclament aussi dès l'âge le plus tendre l'atelier, l'usine ou le comptoir.*
>
> *La loi dispense de toute fréquentation scolaire l'enfant âgé de 13 ans; elle l'autorise même à quitter l'école à 11 ans s'il a obtenu le certificat d'études primaires, et personne n'ignore combien peu d'élèves renoncent à ces bénéfices de la loi. La création récentes des cours complémentaires et des écoles primaires supérieures retient bien déjà et retiendra bien plus à l'avenir les esprits les mieux doués dans les établissements scolaires. Mais les conditions mêmes de l'existence ramèneront toujours vers l'âge de 12 ou 13 ans l'immense majorité de nos écoliers au travail physique rémunérateur.*
>
> *Il faut donc tirer le meilleur parti possible de ces quelques années de l'enfance dont nous disposons, et nos programmes doivent avoir en vue l'acquisition la plus prompt et la plus solide des éléments indispensables de chaque science. L'arithmétique ne peut pas faire exception. Avant tout l'enfant doit savoir calculer sûrement et rapidement, et résoudre toutes les questions pratiques qu'il peut être appelé à rencontrer sur sa route pendant sa vie. Tel est le caractère que doivent avoir les problème à l'école primaire;*
>
> *et la marge est grande encore sans qu'on ait besoin de se jeter sur les curiosités de la science, sur les propriétés abstraites des nombres, sur les problèmes fantaisistes et compliqués à loisirs...*

A première vue, c'est hallucinant ! surtout si l'on remarque que notre pratique d'enseignant, voire de formateur (si, si, creusons un peu derrière la façade), repose à 90% encore sur cette conception, sur cette justification, sur ce *sens* là donné à l'enseignement des mathématiques ! Mais ce texte est-il encore valable aujourd'hui ? Peut-il s'appliquer à notre vie quotidienne ? Si certains d'entre vous pensent que oui, seront ils encore aussi affirmatifs si nous nous transportons, pour voir, disons dans 200 ans, au cœur du troisième millénaire ?... Il faudrait être bien *insensé* (littéralement *privé de sens*, oserai-je dire *privé du bon sens* ?) pour continuer à défendre cette vision archaïque du rôle des mathématiques dans l'éducation.... Sauf si l'on ne s'intéresse dans ce texte qu'à une petite phrase qui relativise l'ensemble du discours. Voici cette phrase : « *Avant tout l'enfant doit savoir [...] résoudre toutes les questions pratiques qu'il peut être appelé à rencontrer sur sa route pendant sa vie. Tel est le caractère que doivent avoir les problèmes à l'école primaire* ». Cette phrase permet à l'ensemble du texte de conserver, encore aujourd'hui, toute sa valeur. Car elle nous incite à nous poser une nouvelle question, toujours d'actualité : **quelles sont les questions pratiques d'aujourd'hui (que l'enfant rencontrera sur sa route pendant sa vie)?** On comprend alors mieux la compétence mathématique comme moyen pour l'homme de s'inscrire dans le projet de société, comme moyen de participer à la vie de la cité, comme moyen de vivre sa citoyenneté. Et à l'époque de ce texte (fin du XIXème siècle), il était absolument nécessaire en effet, pour les « *masses profondes* », de loin les plus nombreuses, de « *savoir calculer sûrement et rapidement* », manière la plus certaine de s'intégrer dans un travail, « *aux champs, à l'atelier, à l'usine ou ... au comptoir* » !

Voici maintenant une liste de questions pratiques d'aujourd'hui :

> le chômage, l'exclusion sociale, l'ultra-libéralisme, l'islam et le voile, la laïcité, le Zaïre, le Rwanda, Israël et Palestine, l'individualisme, la solidarité, l'Algérie, le vieillissement de l'Europe, la météo, l'avenir de l'école, l'avenir du service public, la famille, la mort (ça reste un des gros problème de l'homme!), les législatives anticipées, le Front National, l'A.R.C. (recherche contre le cancer), la retraite à 55 ans pour tous, les sans-papier, le référendum niçois pour interdire les autres..., la venue du Pape, la culture bouc émissaire (cf. l'affaire NTM) → la question de la morale, la violence à l'école et ailleurs, les 7 moines assassinés, l'égalité ou l'inégalité des races, les manipulations génétiques, l'euthanasie, la pollution, la vie de Mitterand, les promesses de Chirac, les prouesses de Juppé, le retour de la gauche au pouvoir, etc..., etc..., etc...,

Toutes ces grandes questions d'actualité : il faut bien s'y atteler! Pourtant, avouons-le humblement, on se sent un petit peu dépassé (par leur nombre et leur complexité). Alors en quoi l'enseignement des mathématiques peut-il concourir, peut-il nous aider (sans jouer les Zorros) à y répondre ? Le peut-il ? ma réponse est oui. J'irai même plus loin : si enseigner les mathématiques n'est pas utile à ça, alors remballons nos billes et n'en parlons plus. Le monde peut se passer de nous.

D'ailleurs, outre les grands problèmes que je viens de citer nous avons aussi toute une série de problèmes quotidiens, plus personnels, relevant ou non des mathématiques, mais où il faut bien agir soi-même et donc, la plupart du temps, avoir face à eux une attitude de chercheur :

> faire démarrer sa voiture l'hiver, vivre une scène de ménage, remplir sa feuille d'impôts, bien élever ses enfants, être un bon enseignant, où passer ses vacances?, gérer son temps, savoir faire face à l'imprévu, etc..., etc..., etc...,

Il nous faut là aussi réfléchir, en tant qu'éducateurs, à ce qui nous est nécessaire pour résoudre au mieux chacun de ces problèmes. Quelles compétences faire acquérir? Comment les développer?... L'enjeu est donc (lourde tâche!) de nous demander comment on peut apprendre aux enfants, par les mathématiques (mais pas par elles seules), à avoir une *attitude* face à ces problèmes; face à un problème en général, c'est-à-dire face à une crise. Nous reviendrons sur cette notion de crise.

Vous l'avez deviné, ce n'est pas d'abord le spécialiste des mathématiques qui parle ici, c'est le citoyen, avec à son service le spécialiste. Ne devrait-il pas toujours en être ainsi? Bien entendu, il s'ensuit que ces quelques lignes n'ont absolument pas la prétention d'être un « leçon ». C'est une réflexion, partagée avec d'autres spécialistes-citoyens lors du colloque de Saint-Etienne, réflexion à l'intérieur de laquelle chacun peut se situer *librement*, *également* et *fraternellement* !... Plus qu'une réflexion même, je voudrais plus précisément offrir un simple témoignage de « *citoyen – éducateur – responsable* », expression que j'ai envie de qualifier de « *triple redondance pléonastique* ». Et ce citoyen que je suis ne parvient pas à voir les mathématiques autrement que comme une aide à la formation du citoyen.... ce qui revient à dire qu'enseigner les mathématiques est un véritable engagement social, voire *humanitaire*, de la personne. Ce n'est pas loin de ce que G. Brousseau dit de la didactique : « *une des fonction de la didactique pourrait être alors, contrairement à ce que certains ont insinué, de contribuer à mettre un frein, enfin, à un processus qui consiste à transformer le savoir en algorithmes utilisables par des robots ou des humains sous-employés et à diminuer la part de réflexion noble dans toutes les activités humaines pour en faire dévolution à quelques uns (les chercheurs!). Pour sacrifier au dieu de la soi-disant efficacité, l'enseignement prête son concours aujourd'hui à la réduction algorithmique et à la démathématisation. J'espère profondément que la didactique pourra combattre cette dépossession et cette déshumanisation* ».

Voici maintenant, plus efficace sans doute qu'un long discours pseudo-philosophico-social, un texte anonyme écrit par un proviseur américain qui avait coutume de l'envoyer lors de chaque rentrée scolaire à l'ensemble des enseignants de son établissement :

Cher professeur

Je suis un survivant de camp de concentration.
Mes yeux ont vu ce qu'aucun homme ne devait voir:
des chambres à gaz
construites par des ingénieurs instruits,
des enfants empoisonnés
par des praticiens éduqués.
Des nourrissons tués
par des infirmières entraînées.
Des femmes et des bébés exécutés et brûlés
par des diplômés de collèges et d'universités.

Je me méfie donc de l'éducation.
Ma requête est la suivante:
Aidez vos élèves à devenir des êtres humains.
Vos efforts ne doivent jamais produire des monstres éduqués,
des psychopathes qualifiés, des Eichmann instruits.
La lecture, l'écriture, l'arithmétique ne sont importantes
que si elles servent à rendre nos enfants plus humains.

Permettez-moi de me passer de commentaires.

II.3 - LA « QUESTION » DE L'ENONCE

Une autre citation, très connue dans notre milieu de formateurs, est celle de G. Bachelard dans *La formation de l'esprit scientifique*. La voici : « *Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné. Tout est construit* ». Nous pouvons ainsi observer la nécessité qu'il y ait à la fois des **questions** (de bonnes questions) et des **réponses** (les connaissances) à ces questions. C'est pourquoi il est essentiel de permettre à l'enfant de poser lui-même le maximum de questions à propos d'une situation (questions mathématiques ou non!). Il peut être facilement admis de nos jours que la plupart des réponses aux *véritables* questions que nous nous posons ne pourront être données que par des spécialistes du domaine considéré. Je parle bien de *véritables* questions, et non pas des questions scolaires traditionnelles à propos desquelles P. Meirieu dit: "*l'école est le seul lieu où l'on pose des questions...... dont on connaît la réponse*", ce qui m'autorise à ajouter en forme de boutade tragique qu'avec toutes les questions vraies, et terribles, qui restent en attente cruelle de réponse, c'est un crime de n'en poser que des déjà résolues !...

Je disais donc que seuls les spécialistes sont à même de répondre à la majorité des interrogations qui sont les nôtres aujourd'hui. Or l'école, et plus généralement la scolarité obligatoire, ne forme pas et n'a pas à former des spécialistes. Son rôle premier – je dirai même *son seul rôle* quitte à ouvrir une polémique – est de former des citoyens, des personnes capables de (se) poser des questions, de bonnes questions, et aussi parfois capables de décider de la réponse indépendamment des spécialistes, lorsqu'un choix (éthique ou politique par exemple) est à faire.

Les questions « réservées » des spécialistes, grosso modo les questions scientifiques sont des « *comment?* ». Mais il faut peut-être en amont que chacun soit capable d'abord de poser le « *pour...quoi?* ». C'est une question d'éthique, de citoyenneté, de survie, de vie ou de mort. Je n'exagère pas: les progrès de la génétique, de la neurologie, de la procréation médicalement assistée,... mais aussi tous les jours dans nos classes, les problèmes de mathématiques soi-disant neutres, qui nous transforment petit à petit en consommateurs effrénés, voire en raciste: cf. un problème qu'on a trouvé dans une classe et qui demandait de calculer en combien de temps une chambre à gaz pouvait être saturée par le gaz mortel!!!

Remarque

Nous pouvons observer d'ailleurs que, d'une manière générale, la question « *pourquoi ?* » est une question typiquement mathématique ; il s'agit de la recherche des causes, des liens logiques à l'intérieur d'une théorie. Alors que la question « pour...quoi ? » (en deux mots) est une question typiquement citoyenne, car il s'agit là de la recherche des fins. Si l'on continue, dans l'éducation, à ne pas s'intéresser aux fins, d'autres s'en chargeront, s'en sont chargés (relire cette lettre du proviseur américain !) et s'en chargent déjà (les phénomènes de secte par exemple).

III - Faire des mathematiques

III.1 - Le chercheur est en crise

Faire des mathématiques c'est sans aucun doute tenter de vouloir *résoudre un problème*. Donc celui qui fait des mathématiques est un chercheur. Or un chercheur est quelqu'un qui cherche, et quelqu'un qui cherche est quelqu'un qui fait des choix, qui prend des décisions, bref : un chercheur est quelqu'un qui est perpétuellement en crise (dans son étymologie, le mot *krisis,* qui a donné *crise*, signifie *décision*). Or le mot « crise » est souvent utilisé de nos jours de manière très péjorative (« le monde est en crise », par exemple). Ce qui est vrai, certes. Mais l'expression elle-même est alors loin de tirer profit de toute la richesse du mot « crise ». Car celui-ci est tout simplement, positivement, un appel au rétablissement d'un équilibre après rupture de cet équilibre. Pour employer une image, disons que c'est ce qui nous fait marcher, avancer, continuellement : on met un pied devant l'autre par une rupture de l'équilibre de notre corps. Toute crise sollicite notre liberté : attendre un enfant dans un foyer, ça met en crise. C'est une rupture d'équilibre, c'est une rupture de vie ordinaire. Il va falloir se réajuster à quelque chose de nouveau. Un enfant qui arrive dans une classe, un nouveau collègue, ça met en crise. Au beau sens du terme, c'est-à-dire que cela va provoquer tout le monde à se réajuster. Il faut donc penser. Et c'est insécurisant, totalement insécurisant de penser. Ça va nous mettre en crise, on va forcément vivre une rupture de l'ordinaire.

Il s'agit d'apprendre aux enfants à affronter, plus tard, ces problèmes d'aujourd'hui mieux que nous. Est-ce à nous, me direz-vous, de leur apprendre ça? Je crois que oui. Et nous avons certainement eu des maîtres qui ne nous l'ont pas assez appris... mais je ne parle peut-être ici que de mon expérience personnelle. Leur apprendre la *responsabilité* par exemple, pourquoi cela ne serait-il pas possible aussi lorsque nous leur faisons faire des mathématiques ? Il me semble que les mathématiques peuvent tout à fait concourir à leur apprendre que les problèmes que je rencontre dans ma vie quotidienne ne proviennent pas toujours de la faute des autres, de l'Etat, de Dieu ou que sais-je encore... et que ça peut être de la mienne aussi... J'aurais également pu prendre, à la place de la notion de responsabilité, les notions suivantes, toutes aussi capitales : *la liberté – la citoyenneté – l'intelligence (pour accéder à tout ça)? - la question du "sens" sous ses multiples facettes (trouver du sens, chercher du sens, donner du sens,...) : nous y reviendrons - apprendre à prendre des décisions, à faire des choix, à chercher la vérité: qu'est-ce qui est "bien"?; qu'est-ce qui est "mal"? - la question de l'éthique et de la morale... - le "vivre-ensemble" - la coopération - la solidarité – etc...* Ces mots peuvent tout à fait ne pas rester abstraits, et se vivre dans une classe, y compris bien sûr pendant la séquence de mathématiques, peut-être même surtout pendant la séquence de mathématiques !

III.2 - ESPRIT ET PEDAGOGIE

Vous aurez compris que le fond de mon propos est finalement relatif à **l'attitude** de l'enseignant face à un problème de mathématiques, face à un problème en général. Ce que je dis ici (à ma manière) n'est pas neuf : il s'agit en définitive d'inverser **le fond et la forme**, ou si vous préférez, **le contenu et l'esprit**. Il s'agit de se convertir (chaque jour ! car ce n'est jamais acquis) à l'idée maintes fois entendue – mais apparemment pas assez – que le véritable contenu (c'est-à-dire ce qui, dans nos cours, « passe ») est en fait l'esprit (ou la manière) dont nous essayons de faire passer une notion. Cette notion elle-même (mathématiques par exemple) n'étant que le « visage » (la forme) que prend notre message essentiel.

Autrement dit, si je peux m'exprimer ainsi, vous ne servez pas à enseigner les mathématiques : ce sont les mathématiques qui vous servent, comme je l'ai dit plus haut, à enseigner votre rapport aux mathématiques et, plus loin que cela encore, qui vous servent à **vous** enseigner, c'est-à-dire à enseigner votre personne, ce que vous êtes, au moins relativement au savoir mathématique. La transmission des connaissances n'est que le prétexte à une transmission d'humanité ou bien, cela arrive malheureusement, à une transmission d'inhumanité.

Il suffit d'ailleurs de jeter un regard neuf sur les I.O. de 1995 pour s'apercevoir que petit à petit (je pense que ce n'est qu'un commencement et je m'en réjouis) les « disciplines », en tant que telles (on aura largement le temps d'en former des spécialistes à l'université), disparaissent au profit de notions beaucoup plus générales, touchant l'humain de beaucoup plus près, dans toutes ses dimensions ou presque. L'enseignement veut maintenant aller au cœur des choses, au cœur des problèmes contemporains, au cœur de la vie. Ces notions on les appelle *attitudes, transversalité, éducation (civique), vivre ensemble, agir dans le monde, responsabilité*... Les disciplines qui subsistent deviennent instruments. Réunies, elles articulent les différents pans de l'intelligence que chacune d'entre elles représente (l'intelligence conceptuelle et rationnelle, corporelle, artistique, sociale,...). Elles deviennent outils pour la personne, qui elle-même redevient une fin en soi. Tout cela est encore bien timide mais, pour l'Education Nationale, avouons que c'est un pas de géant.

Tout ce que je dis ici peut paraître à des années lumière de votre attente, de votre questionnement ou de votre point de vue pédagogique. Sans doute m'arrive-t-il parfois, c'est vrai, de gonfler exagérément la dose philosophique nécessaire à la compréhension du discours. Mais il ne peut y avoir de pédagogie sans fondement philosophique. Je fais ici alors le pari que les fondements étant bien assurés, les conséquences pédagogiques qui s'ensuivront ne poseront plus de problèmes majeurs. Pour ma part, je prends toutes ces précautions discursives car j'ai trop peur des pédagogues qui ignorent ce sur quoi repose leur pratique. Ce sont les plus dangereux.

III.3 - INTELLIGENCE ET SENS

« *Avant d'être professeurs de mathématiques, de biologie, d'E.P.S., d'anglais ou d'école, nous sommes prioritairement* ***professeurs d'intelligence*** » (je cite ici de mémoire un extrait de conférence de Ph. Meirieu). En particulier, cette intelligence nous permet de comprendre le monde. Et « *pour un enfant*, dit G. Brousseau, *com-prendre, c'est établir et relier sous sa propre responsabilité des phénomènes ou des faits laissés indépendants* ». Le fait de relier donne un sens. Car relier c'est aussi *souder, faire corps, unir, raccorder, communiquer*, ... Relier a donné *reliure, religion,...* Tous ces termes expriment, nécessitent ou amorcent la question du **SENS**. Il convient donc maintenant de nous interroger sur ce sens, donné ou à chercher, à l'œuvre ou non dans l'activité mathématique. Quel est le sens du mot « sens » ? Ou plutôt, quels sont les différents sens du mot « sens » ? J'en distinguerai trois à partir des questions-supports suivantes : 1) quoi ? 2) comment ? 3) pour...quoi ? qui se déclinent, dans notre métier, ainsi : 1) qu'est-ce qu'on fait quand on fait des mathématiques ? 2) comment on le vit (en classe par exemple) ? 3) à quoi sert cette discipline ? On voit là apparaître les trois sens du « sens » : **1) la signification ; 2) l'incarnation ; 3) la direction**. La signification nous introduit dans la dimension intellectuelle, l'incarnation dans la dimension charnelle (un peu de patience je vais m'expliquer !), et la direction dans la dimension spirituelle.

Lorsque par exemple nous nous demandons ce qu'est (ou ce que peut être un problème de mathématiques) – question nécessaire à l'enseignant puisqu'il a à l'enseigner – nous élaborons **intellectuellement** deux catégories au moins dont l'une sera celle des problèmes de mathématiques. Là, déjà, des choix sont à l'œuvre, et il est probable que nous ne serions pas tous d'accord sur ces choix. Si maintenant nous nous questionnons sur la finalité poursuivie à travers cette activité, c'est-à-dire lorsque nous lui choisissons une direction, un sens, j'ai envie de dire si nous lui donnons une âme, un souffle, un certain esprit (trois mots qui se rejoignent étymologiquement), nous sommes dans la dimension **spirituelle**. Là aussi, désaccord probable... Si enfin, nous nous interrogeons à la fois en aval de notre enseignement des mathématiques, c'est-à-dire après avoir fait classe, sur ce qui a été vécu dans notre corps de chair et dans celui de nos élèves ou étudiants, et en amont, c'est-à-dire avant de faire classe, pour faire le choix du « comment je voudrais vivre cette séquence de mathématiques avec mes élèves », nous participons fortement (très fortement à mon avis) à la dimension **charnelle** du sens que prendra cette activité mathématique pour ces élèves et pour moi-même.

Ce qui me fait dire que cette dimension charnelle est si importante dans le domaine de l'enseignement (comme dans bien d'autres), c'est d'une part évidemment mon vécu personnel en tant qu'élève : la « saveur » (c'est Roland Barthes qui tient beaucoup à cette « saveur » de l'enseignement) que prenait tel ou tel cours ou exercice de mathématiques durant ma scolarité, était soumise à des variables très *physiques.* L'attirance ou la plus ou moins grande sympathie que j'accordais à mon professeur ou à mon voisin, mon état en abordant le cours ou l'exercice (suis-je fatigué ? ai-je bien digéré ? fait-il trop chaud ?...) étaient certainement pour beaucoup dans l'appréciation finale que je portais à ce cours ou à cet exercice. Cette dimension charnelle, j'ai pu en être témoin d'autre part en tant que professeur puis formateur, et ce d'une manière beaucoup plus riche et variée, en cotoyant de nombreux publics pour qui les mathématiques pouvaient être une source de joie – jusqu'au frisson ! – ou bien au contraire une source de détresse (de dégoût !) pour un nombre beaucoup trop élevé d'entre eux à mon avis ! Pensons également à toutes ses expressions du langage courant qui exprime que quelque chose **s'incarne** : *on en a un ulcère à l'estomac - on en rit au larmes - on en a une diarrhée pas possible - on en rougit de honte - on en tremble de peur - on a la gorge serrée d'émotion - on en a la nausée - on est cloué sur place - j'm'en vais en courant* (il y a effectivement des choses que nous vivons qui font que nous avons envie de fuir en courant) – etc... Je vous laisse retrouver toutes ces expressions populaires qui disent cette incarnation du sens. Reconnaissons donc que l'enseignement des mathématiques, comme finalement tout ce qui nous arrive dans la vie, s'incarne dans notre chair la plus charnelle et la plus cachée. Et tirons en les conséquences au jour le jour, dans notre classe. Car le plus important le voici : quand un enfant a zéro en dictée (changeons de discipline pour ne pas faire de complexe !), avant d'être un échec scolaire, c'est d'abord un **événement à vivre**. Chaque discipline étudiée à l'école prend, pour l'élève, un visage ; plus qu'un visage : un corps. Et ce sera un corps chaleureux et accueillant ou un corps glacial ou menaçant. Voici un bout de poème écrit sur le mur d'une classe:

Quand vient l'interro j'ai peur
Quand c'est la note je meurs
10/10
Ce serait fantastique
4 ou 3
J'ai froid.

Pour qu'un enfant écrive cela... c'est que le sens (que prendront les mathématiques ou toute autre discipline lui inspirant ce poème) est véritablement incarné !

III.4 - CONSTRUIRE DU SENS

Citons Roland Charnay : « *L'un des enjeux essentiels (en même temps qu'une des difficultés principales) de l'enseignement des mathématiques est précisément que ce qui est enseigné soit chargé de signification, ait du sens pour l'élève* ». J'ajouterai que, comme le mot sens a plusieurs sens (signification - direction - incarnation), la signification seule n'est pas suffisante. Il faut aussi s'intéresser à la direction (au sens!) qu'on veut donner à notre enseignement: en vue de quoi je fais ça? Pour...quoi? et aussi à *comment ça prend corps en moi et en l'autre quand je suis en train d'enseigner ça.*

Alors je formule tout simplement ce vœu, à titre de premier pas (mais vous avez compris que l'essentiel ne sera pas ici dans le respect d'un *listing* d'instructions ou dans la maîtrise de *techniques*, fussent elles opératoires) : **puissions nous toujours garder vigilance !** Car c'est effectivement plus une question d'éveil que de stockage ! Aiguisons constamment notre attention et celle de notre public. Sur la résolution de problème par exemple, attachons nous dans tous les cas à rester critique par rapport à :

> la situation réelle choisie (la situation réelle peut être de jouer à une situation fictive !)
> le jeu choisi
> le vocabulaire utilisé
> la syntaxe employée
> les éventuelles ambiguïtés de l'énoncé
> l'éthique (l'intérêt à traiter ce problème plutôt qu'un autre)
> est-ce une bonne question? En quoi?
> Pour quoi nous posons-nous cette question (en vue de quoi?)
> etc...

N'est ce pas de cela, en toute honnêteté dont nous aurons besoin à l'avenir ? Enfin ! ! !...

Il est indispensable que tout enseignant, chaque jour, commence sa classe comme si les connaissances qu'il propose à ses élèves étaient découvertes pour la première fois au monde (la façon dont elles vont être aujourd'hui découvertes est d'ailleurs réellement unique et originale) et **comme si cette rencontre était décisive pour... l'avenir de l'humanité!** En fait, l'enseignant, sans mentir, met en scène, joue, la fabuleuse soif de savoir de ceux qui ont fait avancer l'humanité, de façon à communiquer cette soif, par le jeu vivant. C'est pour cela que je crois que c'est dans l'Education Nationale qu'on peut le mieux se rendre compte de l'importance d'une morale de la responsabilité, car, dans une classe, nous avons concrètement devant nous **l'avenir de l'humanité**...

Que nous faut-il faire? me direz vous!

Je vous réponds: « Partagez ce que vous savez, mais surtout la soif que vous avez de ces trésors de connaissances que vous n'avez pas encore, et que vous désirez du fond du cœur (car elles résident toutes au fond du cœur). Et ceci, afin que les élèves, à travers vous, transparents, puissent goûter à cette même joie ».

Je vous réponds aussi: « que vos actes soient le plus possible en accord avec vos paroles. Qu'il y ait synergie totale de l'agir et du verbe ». Autrement dit:

- « soyez perpétuellement en projet,
- en mouvement donc,
- dans une dynamique de vie.
- Ne faites pas semblant, ne mentez pas.
- Soyez pauvres de ce côté là, je veux dire humbles.

- ⊙ En faisant évoluer et grandir sans cesse votre attente (des élèves, du métier, de vous-même, de la vie), entraînez avec vous ces enfants qui ne demandent que cela: **grandir**. »

Prenons courage: que pouvons-nous craindre? Ajoutons nos voix pour crier encore plus fort dans le désert de la démotivation ambiante et presque de rigueur (il n'est pas bien vu d'être un enseignant motivé aujourd'hui, car nous n'avons jamais quitté l'école où le bon élève n'est qu'un faillot).

Enseignant, vous êtes la lumière du monde! Ne vous cachez pas. Soyez généreux. Cherchez, sans forcément trouver; en prenant des risques, nécessairement, si vous cherchez vraiment! Ne restez plus couchés, écrasés par votre ignorance, par la mienne, par les programmes, par l'institution, par les difficultés de la vie, par vos élèves insupportables ou trop endormis... Levez-vous! Les petites étoiles qu'on voit dans la nuit, disparaissent dès que le soleil se lève. Alors permettez moi cette comparaison un peu lyrique mais ô combien vraie: « les étoiles du guide Michelin de la pédagogie disparaîtront quand l'enseignant, tel un soleil, se lèvera. » et là je veux bien jouer pour de vrai la mort du cygne...

Suite à la lecture de ce texte, si vous avez eu le courage de tenir jusqu'au bout, je vous propose de faire en vous-même une minute de silence : non pas pour veiller un mort, mais pour réveiller un vivant.

IV - OUVERTURE (une minute plus tard)

Que de belles paroles ! Ou bien que de sottises ! C'est selon votre bonne foi. Mais après tout, n'avons nous pas magnifiquement entendu parler, grâce aux qualité oratoires de G. Guillot de la glose en pédagogie. Nous avons, nous formateurs, cette tare et cette chance de n'être pas payés pour faire mais pour penser. Penser pour aider nos apprentis professeurs à penser... afin qu'ils aident à leur tour leurs élèves à penser. Il est bien connu qu'une lampe éteinte n'en allumera jamais une autre. Alors j'essaie de ne pas m'éteindre. Je cherche. Oui, je cherche. Je veux simplement témoigner d'une recherche.

La glose, mission permanente Inter-IREM de l'Ecole Elémentaire.

La **G.L.O.P.I.R.E.L.E.M.** est le nouveau sigle que je propose pour notre vénérable assemblée.

EN SIXIEME, QUELS PROBLEMES DONNONS-NOUS EN GEOMETRIE ?

Maryvonne Le Berre, IREM de Lyon
Annick Massot, IREM des Pays de la Loire
Commission Inter-IREM premier cycle

L'atelier s'est déroulé en deux temps. A la première séance, les participants ont été invités à un travail par groupes de trois personnes, à partir de la consigne :

Choisir trois problèmes de géométrie représentatifs de ce que vous donnez chaque année, ou de ce que vous estimez qu'il faudrait donner, en cycle 3 ou en sixième.

Tous les problèmes proposés concernaient l'école. En voici une classification rapide :

Problèmes de construction :

- Il s'agit par exemple de reproduire un losange donné. Les élèves ont à découvrir que la longueur des côtés n'est pas une information suffisante. Le problème est très différent si la figure est donnée sur papier ou s'il s'agit d'un objet de carton, placé à distance. Dans le second cas, on attend que l'élève prélève, à l'aide d'un gabarit, une information sur les angles. Dans le premier cas, on peut s'attendre à différents procédés basés sur la triangulation ou l'inscription du losange dans un rectangle.

- Un autre exemple : placer un disque en carton sur une surface en le centrant sur un point donné de cette surface.
- A propos de la notion de cercle, un participant a évoqué des activités corporelles possibles dès la maternelle, à partir de la notion de même distance à un centre.

Dans tous les cas, les problèmes de construction visent à faire évoluer d 'un point de vue perceptif de la figure à celui liant des éléments de cette figure par un ensemble de propriétés.
Il y a toujours à discuter d'un contrat avec les élèves : le mot "reproduire" est souvent ambigu, le mode de validation est essentiel, ainsi que le fait qu'il soit ou non communiqué par avance aux élèves.

Problèmes sur la relation plan-espace.

- Identification de patrons correspondant à différents solides
- Fabrication d'objets à partir de représentations en perspective (cubes soma) ou de différentes vues.

Il s'agit d'introduire différents points de vue sur un même objet.

Classification d'objets.

Classement de quadrilatères par leur nombre d'axes de symétrie

Programmes de construction de figures

Comme dans toutes les réunions de concertation CM2-sixième, on peut constater que les activités proposées pour l'école ne diffèrent de celles du collège que par un petit nombre de variables, comme le choix d'objets physiques manipulables, plus souvent fait à l'école. Elles anticipent souvent fortement sur les apprentissages ultérieurs. L'emploi des désignations de points, de segments, en principe exclu de l'apprentissage au CM par les instructions officielles, peut ainsi être fortement recommandé par certains.
Lors de la deuxième séance, nous avons présenté une liste de problèmes donnés au cours d'une année de sixième et que nous considérons comme caractéristiques de nos pratiques. Cela a permis une discussion plus approfondie , en particulier sur les exigences différentes qui se manifestent en sixième.

Les problèmes proposés en sixième visent surtout à négocier l'entrée des élèves dans la géométrie déductive : cela se fait au travers de diverses contraintes. Le choix de travailler à partir de problèmes est de justifier ces contraintes par leur intérêt ou leur nécessité. Cela ne va pas toujours sans malentendus ni coups de force ...

Avantages certains : la motivation des élèves, l'appui sur leurs connaissances effectives, la mise en place d'habitudes de questionnement. L'observation n'est pas suffisante. En construisant des figures, en fabriquant des objets, les élèves utilisent des propriétés d'abord implicites, ils mobilisent des connaissances en acte. Une rencontre n'est pas suffisante, il faut une fréquentation de ces propriétés. Mais il faut, aussi, pour qu'elles puissent devenir explicites : cela peut se faire, par exemple, en demandant aux élèves d'expliquer par oral ou par écrit leur construction .

Inconvénients : tout cela prend du temps, il est facile de dériver, de passer trop de temps sur certaines notions au détriment des autres. Le choix des problèmes peut être trop personnel. Certains élèves peuvent rester trop attachés au contexte, à la tâche concrète ...

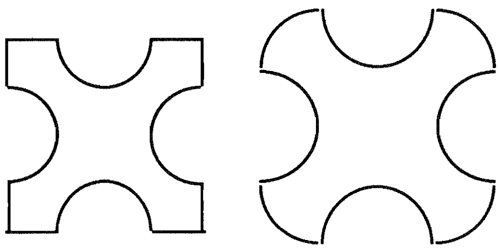
Des problèmes de géométrie ?

Des reproductions de figures

Exemple 1

Figures à reproduire

(vérifier ensuite au calque)

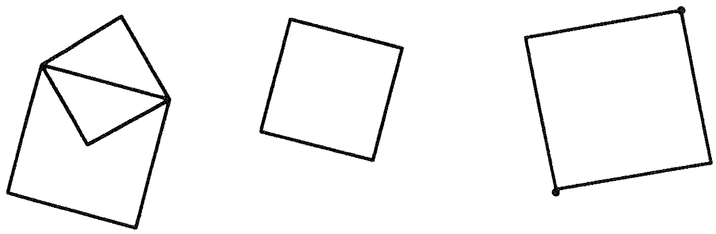


Extrait du " Suivi scientifique sixième ",
IREM Lyon, 1986

Pour reproduire ces figures l'élève doit prendre des mesures sur la figure donnée. La seule difficulté pour la première est d'identifier les diamètres et les centres des demi-cercles. La seconde pose un vrai problème par le fait que l'information prise à vue est le plus souvent fausse : on peut penser au départ que les quatre quarts de cercle ont le même centre, centre de symétrie de la figure, ce qui n'est pas le cas.
La détermination des centres de ces arcs de cercle nécessite une construction géométrique, il faut inscrire le dessin dans une sur-figure, cela après avoir prélevé les informations suffisantes sur le modèle.

Exemple 2

Voici le dessin d'une enveloppe fait de deux carrés. On a commencé deux autres dessins de la même enveloppe. Complète - les.



On a tracé le plus petit carré.
Tu dois construire le plus grand.

On a tracé le plus grandcarré.
Tu dois construire le plus petit.

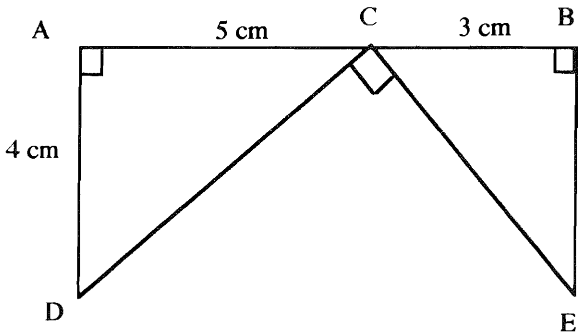
Ces constructions, carré sur côté et carré sur diagonale, posent un problème à beaucoup d'élèves en début de sixième. Ce problème est plus souvent résolu par l'utilisation de la symétrie de la figure globale que par l'appel aux propriétés du carré. La deuxième construction nécessite d'ajouter des traits à la figure.

En début de sixième, il est nécessaire de donner "l'autorisation" d'ajouter des traits, de prolonger ... et d'interdire l'effacement des traits de construction. C'est un des éléments de la distinction figure-dessin.

Voici maintenant une suite de trois constructions proposée en début de sixième.
Quand il est demandé "nature de ...", il y a un implicite: il faut donner le nom "le plus particulier" de la figure considérée. Cela a été expliqué aux élèves.

Une suite de trois constructions :

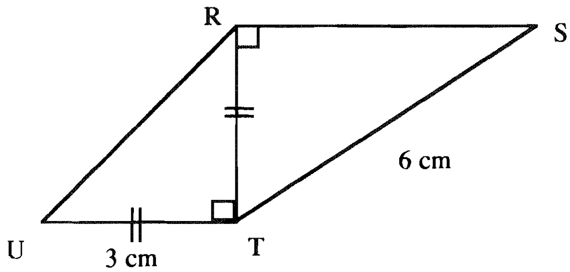
Exemple 3



Nature de ABED. Justifie

Ce problème a été donné en début de sixième après un travail sur perpendiculaires et parallèles (reconnaissance, dessins à main levée, constructions à la règle et à l'équerre et propriétés). Les élèves ont répondu qu'ils obtenaient un rectangle. Ce qui était attendu. En cela, ce problème constitue une **rupture avec le primaire** où on ne s'appuie que sur la figure pour justifier. Là, avec un retour sur les données, il est remarqué qu'on sait que les angles A et B sont droits, on a donc deux droites parallèles. On a donc un trapèze qui a un angle droit, soit un trapèze rectangle. L'enseignant souligne que ABED est peut-être rectangle mais on n'en est pas sûr. On ne peut pas conclure. Pour **justifier,** il faut s'appuyer sur **les données <u>et</u> le cours et se méfier de la figure qui <u>aide</u> mais qui <u>peut être</u> un faux-ami.**

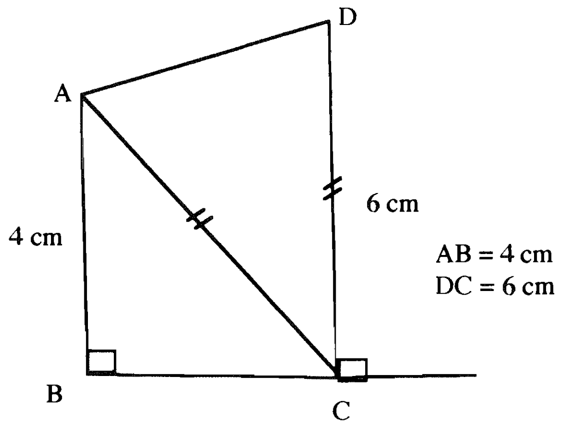
Exemple 4



Nature du quadrilatère RSTU ? Justifie.

Ce problème a été donné (à la suite du premier) parce qu'il fait, **en acte,** redécouvrir le rôle du compas : S est à 6 cm de T. Les élèves ont pris leur règle graduée et ils l'ont faite tourner autour du "zéro" . Pour qu'ils réalisent que leur geste correspondait au rôle du compas, le professeur, au rétroprojecteur, a reproduit ce geste, en faisant des temps d'arrêt.
Lieu d'un point qui est situé à n cm d'un point.
Un point peut être obtenu par l'intersection d'un cercle et d'une droite.
Deux choses nouvelles pour un élève de sixième !

Exemple 5



Nature de ABCD. Justifie.

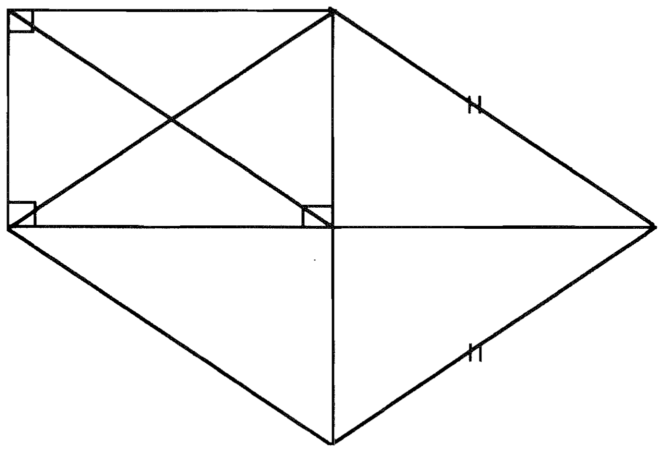
Problème donné à la suite encore. Il demande une analyse de la figure pour voir comment démarrer.
Certains élèves ont démarré par [DC] et, soit ils ont été bloqués, soit ils ont fini par obtenir la figure attendue par tâtonnement.
Il est à noter que des élèves n'ont pas interprété le codage **"II" comme une égalité de longueur mais comme un graphisme à reproduire.**
En arrivant en sixième, les élèves font une lecture perceptive des figures et un apprentissage indispensable en **début de sixième**, est celui du codage.
Ce pro blème réutilise l'utilisation du compas pour obtenir C quand on commence par tracer [AB] puis (BC). C est situé à l'intersection d'une droite et d'un cercle.

Des lectures croisées texte-figure

Exemple 6

Complète la figure ci-dessous, commencée par une personne qui a oublié de mettre les noms des sommets, sachant que :

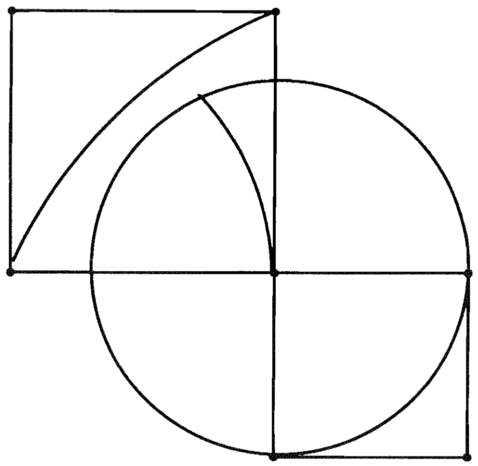
ABCD est un rectangle dont les diagonales se coupent en O.
(BJ) // (OC) (BJ) // (DK) (KJ) // (BD)



A partir de la figure complétée, cite :
- un triangle rectangle :
- un triangle isocèle :
- un trapèze qui n'est pas particulier :
- un parallélogramme qui n'est pas particulier :
- un losange :

Ce problème, donné à la fin du premier trimestre, **a plusieurs solutions mais des possibilités sont à éliminer.**
Il permet de retravailler sur les désignations d'objet, sur les conventions pour placer les sommets d'un rectangle par exemple.
Il oblige à plusieurs lectures croisées entre le texte et la figure et à une analyse de la figure.
La première partie est bien réussie.
Il nécessite d'extraire des **figures simples** d'une **figure complexe.**
Le parallélogramme non particulier et le trapèze posent problème. Ce dernier est dans une position non "habituelle".
Le losange a été reconnu de façon perceptive et la mise en commun a été l'occasion de repérer pourquoi on pouvait affirmer qu'il était un losange.

Exemple 7



Le texte ci-dessous donne des informations sur la figure dessinée ci-dessus.

ABCD est un carré.
AEFG est un carré.
Les points A, B et E sont alignés.
Le cercle de centre A passe par le point O , milieu des diagonales du carré AEFG.
E est le centre d'un arc de cercle passant par F.
C est le centre d'un arc de cercle passant par E.

Place tous les noms de points utilisés dans la description, puis reproduis la figure sur le cahier. Ecris les étapes de ta construction..

L'activité a été conçue pour obliger les élèves à de fréquents allers et retours entre le texte et la figure. Elle vise l'emploi des désignations et du langage géométrique en même temps que l'analyse de la figure. Ce sont les propriétés décrites qui permettent de placer les points, et pour arriver à les placer correctement il faut en particulier identifier sur la figure le centre de l'arc de cercle et le point d'intersection des diagonales du carré
Dans la première partie de l'exercice, c'est surtout ce point O qui pose problème, car il n'est pas marqué sur le dessin.
Dans la reproduction de la figure, assez facilement réussie, une erreur massive concerne l'autre point. La plupart des élèves centrent l'arc au sommet du carré dans lequel il est inscrit.
Pour réaliser le dessin, un grand nombre d'élèves négligent complètement sa description et prennent des mesures sur le modèle. Comme ils apprécient le résultat à vue, ils ne sentent pas le besoin de contrôler à partir de l'énoncé.
Pour obliger les élèves à utiliser les relations entre les éléments de la figure, un changement de dimension serait nécessaire, mais cela enlève un des intérêts qui est le choix d'un ordre de construction.
L'écriture des étapes de la construction est longue et difficile. Un travail collectif oral est préférable pour dégager les différents ordres de construction possibles.

Des programmes de construction

Exemple 8 : La bande dessinée (voir annexe)

A la suite d'un travail oral important sur "la droite (D) est perpendiculaire à la droite (D') en ...", il est demandé d'écrire les différentes étapes de construction d'une figure à partir d'une bande dessinée.
Cette écriture demande de mettre en relation des objets géométriques et permet de travailler sur les mots comme "une, "la", "et"...

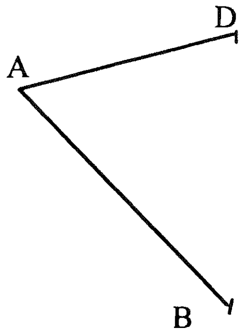
Exemple 9

Construis un trapèze rectangle ABCD tel que :
(AB) // (DC) ; AB = 4 cm ; AD = 3 cm ; BC = 5 cm.
(Fais un dessin à main levée de ce qui est attendu)

Ses diagonales se coupent en O.
Les droites (AD) et (BC) sont-elles sécantes ?

Donné en milieu d'année.
Programme qui demande de savoir ce qu'est un trapèze rectangle, de mettre en relation des éléments et une lecture attentive;
Un tiers des élèves a utilisé (AD) // (BC) au lieu de (AB)//(DC).
Peu d'élèves pensent à prolonger (AD) et (BC).

Exemple 10



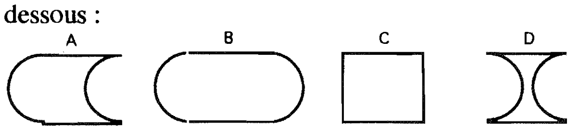
Complète la figure déjà commencée, en suivant le programme de construction ci-dessous :
Trace le parallélogramme ABCD.
Trace le cercle dont [AB] est un diamètre. Il coupe [AD] en E.
La perpendiculaire à (AB) passant par D coupe la corde [EB] en F.
Trace le triangle CDF.
Nature de CDF. Justifie.

Programme difficile qui demande une bonne connaissance du **vocabulaire** nécessaire et une **lecture attentive.**
Il est de plus demandé de tracer une droite qui coupe un objet qui lui aussi est à tracer.
Le triangle CDF est vu isocèle en C ou rectangle en D. **Seule la justification permet de trancher.**
Une justification qui a deux - trois étapes ; c'est difficile en sixième, elle est à adapter en fonction de la classe.
Lors de la mise en commun, les différentes constructions du parallélogramme ont été mises en évidence et cela a été l'occasion, une fois encore de faire **"conscientiser" les gestes effectués et de les associer à des propriétés caractéristiques.**

Des problèmes sur les grandeurs

Exemple 11

Comparer les aires et les périmètres des figures ci-dessous :



Incontournable en sixième : le travail sur la distinction entre aires et périmètres. Les élèves classent correctement, à vue, les aires, mais certains déclarent, par exemple, que les figures A et C ont même périmètre, en s'appuyant sur une transformation qui conserve l'aire.
Le traitement géométrique des longueurs (par report physique) semble peu travaillé à l'école.

Exemple 12

Avec les feuilles de ton cahier de maths, pourrait-on recouvrir les murs de la classe ?

Un travail sur aires et longueurs qui se résout de façon géométrique : combien de feuilles environ permettraient de paver un mur de la classe ? On travaille à la fois l'estimation de grandeurs, les relations entre longueurs et le calcul d'ordres de grandeur.

Exemple 13

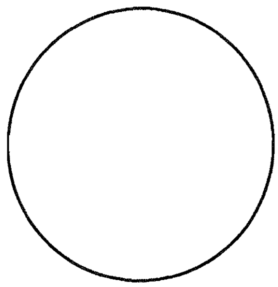
Avec 1 mètre de fil de fer peut-on fabriquer un "squelette de cube" de 9 cm de côté ?

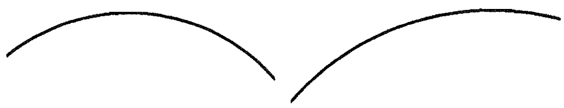
Les élèves savent ce qu'est un cube, mais en l'absence d'objet physique, ils ont besoin d'une représentation pour déterminer le nombre d'arêtes. C'est un schéma du cube qui est visé.

Des problèmes de recherche

Exemple 14

1° En pliant la feuille de papier, déterminer le centre du cercle ci-dessous.
2° Décalquer chacun des arcs de cercle ci-dessous et déterminer une valeur approchée de son rayon.





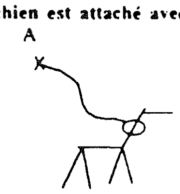
Les élèves trouvent facilement deux axes de symétrie perpendiculaires pour le cercle et assez facilement les autres, mais il y a ensuite blocage pour les arcs qui n'ont qu'un seul axe de symétrie. L'utilisation de “sous-figures” des arcs est une grande découverte, qui ne se fait pas sans l'intervention de l'enseignant.

Exemple 15 : le chien

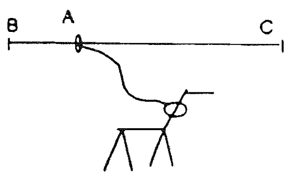
Dans chacun des cas suivants :

" Représente et colorie la surface gardée par le chien.
Puis calcule le périmètre de cette surface." (1 m est représenté par 1 cm).

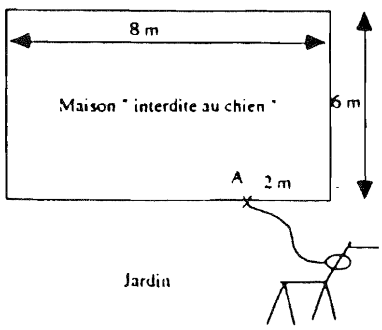
a) Le chien est attaché avec une chaine de 3 m à un poteau A.



b) La chaine du chien mesure 2 m.
L'extrémité A peut coulisser le long de [BC] et BC = 8 m.



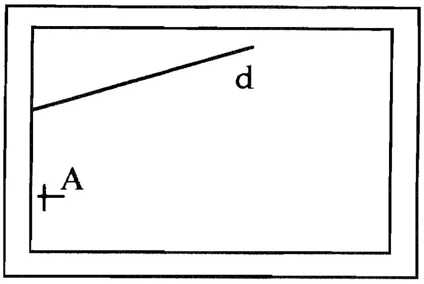
c) La chaine fait 3 m et est fixée en A, le chien ne peut pas rentrer dans la maison.



Activité qui intéresse les élèves, elle leur résiste.
Elle demande de l'imagination.
Il faut se représenter une réalité par un schéma, avec du matériel (carton et ficelle)...
Les élèves font des essais, constatent à partir de leurs schémas que les solutions imaginées sont incomplètes ...
Elle permet de **travailler la notion de périmètre (souvent mal connue**), de disque, de limite de surface, de points à une distancedonnée d'un point donné, sous une autre forme que dans les reproductions de figures...

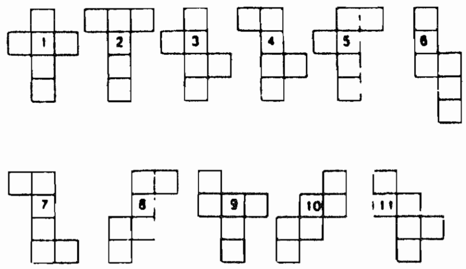
Exemple 16

Le bord du tableau gêne pour tracer la perpendiculaire à la droite d passant par A. Comment faire pour la tracer ?

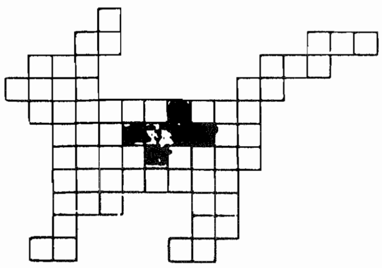


C'est un problème difficile en sixième. Il faut déjà concevoir le résultat ! Passé le premier moment de blocage, les élèves mettent en oeuvre des stratégies diverses mais qui font toutes intervenir le théorème visé : si deux droites sont parallèles ...

Exemple 17 : "Chat alors"
extrait de "Panoramath 96 - Rallye Champagne Ardenne



Mathou est un chat intelligent, construit avec les onze patrons du cube représentés ci-dessus. Nous avons déja placé le n°3. à vous de continuer en indiquant sur la feuille réponse (ci-dessous) la place de chacun avec son numéro.



Ce problème a été donné en club.
Il demande d'anticiper le geste : il faut limiter la méthode par essai-erreur qui devient coûteuse (découpage des pièces...).
Il travaille sur la compétence "imaginer une figure dans une figure".
Il demande de l'observation, de l'analyse et de la déduction.
Il fait travailler sur le spatial : il faut imaginer des pièces positionnées avec un quart de tour par exemple.

Mais les élèves ont-ils l'impression d'avoir rencontré des problèmes ?

On a posé à des élèves d'une classe de sixième la question suivante :

" Cite trois problèmes de géométrie que tu as rencontrés puis choisis parmi ces trois, lequel t'a paru le plus intéressant, en disant pourquoi"

Pour répondre, ils ont demandé à utiliser leurs documents. Leurs réponses :

Les problèmes choisis :

3 ont choisi la bande dessinée,
7, le problème du chien,
1, un vrai-faux,

3, des puzzles (vus en club jeu). Il est à noter qu'un élève n'a choisi que des problèmes vus en club... avec le même professeur qu'en cours ... ! A prendre en compte...
2, "Placer 10 points à 4 cm d'un point A" (dont le meilleur élève de la classe...) et
28/33 ont choisi des programmes à appliquer ou des reproductions de figure à faire ou des constructions quand il y avait des contraintes, à justifier, à découvrir des propriétés, à calculer, à chercher, à être précis ; donc quand il y avait un enjeu. Seuls 5 cas choisis correspondaient à quelque chose de très facile.

J'ai préféré ce problème parce que :

- J'aime fabriquer des volumes, tracer, tracer au compas, chercher, utiliser la logique, avoir de belles figures, être précis dans les constructions, retrouver un programme, calculer le périmètre du chien.
- Je l'avais bien compris, je l'avais réussi.
- j'ai eu du mal à le faire et j'ai du le refaire.
- j'aime trouver des points à + de ... et à - de...
- J'aime les droites, segments et cercle (à partir d'une bande dessinée).
- J'ai appris comment, à partir de figures on peut en construire d'autres.
- Le vrai-faux, car il prévient de fautes que l'on peut faire à l'avenir et nous fait travailler.

Les élèves, en général, semblent bien avoir une idée de ce qu'est un problème : quelque chose qui résiste.

Problème :

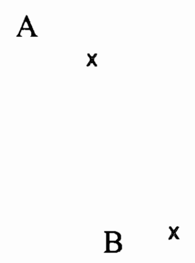
"Question à résoudre, point obscur que l'on se propose d'éclaircir, qui prête à discussion, dans un domaine quelconque de la connaissance. " (Le Robert)

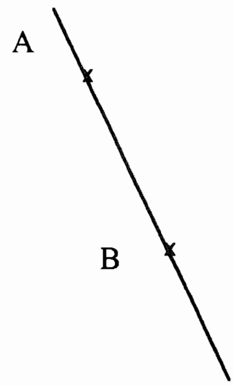
Annexe : exemple 8

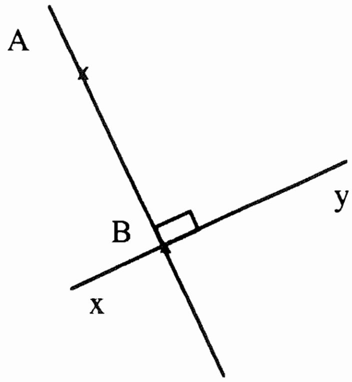
ECRIRE UN PROGRAMME DE CONSTRUCTION

**On a construit les étapes de la figure obtenue à la fin de la page.
Pour chacune des étapes, tu vas donner les consignes de construction.**

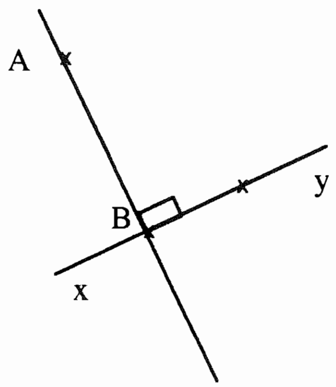
première étape : **deuxième étape :**
troisième étape:

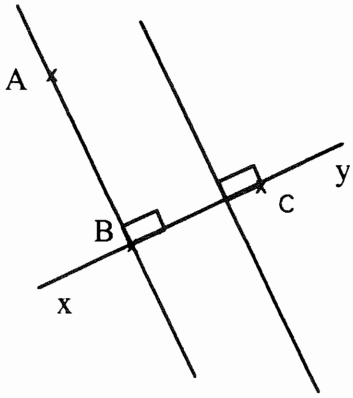


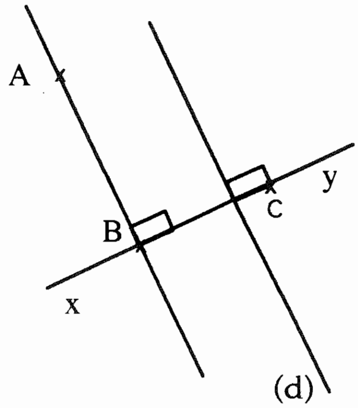




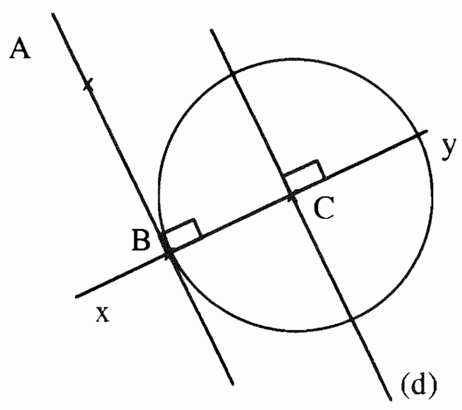
quatrième étape : **cinquième étape :**
sixième étape :



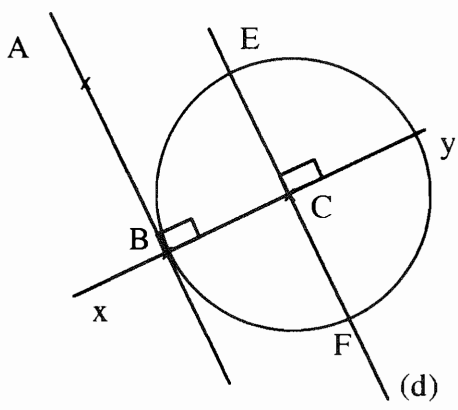




septième étape : **huitième étape :**



C est le centre
du cercle



C est le centre
du cercle

Conceptions d'apprentissage et conduite de classe
Conception et utilisation d'un outil de formation

René Jaffard
Michel Mante

Objectifs de l'atelier :
Approfondir notre réflexion sur la formation des enseignants à partir de la présentation d'un outil de formation (vidéo + livret d'accompagnement) sur les conceptions de l'apprentissage et l'animation de la classe.

Introduction :
Il est bien sûr difficile de rendre compte d'un atelier dont une partie a été consacrée à l'analyse d'un document vidéo. Malgré tout il ne nous semble pas inutile dans un 1[er] temps d'expliciter les présupposés sur la formation des enseignants qui ont présidé à la conception du document de formation avant, dans un 2[ème] temps, de vous le présenter et de mettre en évidence différentes utilisations que nous en faisons. Enfin nous conclurons par une synthèse des réactions des stagiaires avec qui nous avons utilisé ce document de formation.

1 – Notre problématique de la formation :

Toute conception d'un outil de formation nécessite, bien sûr, d'apporter des réponses (explicitement ou implicitement) aux questions suivantes :
- Qu'est-ce que former un enseignant ?
- Comment former un enseignant ?

Ces réponses sont évidemment fonction des caractéristiques du métier d'enseignant. Parmi les nombreuses caractéristiques de ce métier nous en retiendrons trois :

1 - 1: C'est un métier de l'humain qui engage toute la personne :

Métier de l'humain car l'enseignant travaille sur des êtres humains (des élèves), ce n'est bien sûr pas le cas de toutes les professions .

1 - 2 : C'est un métier complexe :

Aucune théorie (la psychologie, la sociologie, la philosophie...) ne peut réduire ce métier à sa seule approche

Cette complexité est liée à divers facteurs :

- la **diversité des tâches** que doit accomplir un enseignant
- le fait que ces **tâches sont souvent à exécuter simultanément**
- le fait que **l'enseignant doit la plupart du temps agir dans "l'ici et maintenant"**,
- le fait que l'enseignant est toujours dans l'**incertitude** quant à l'effet de son action : il est très difficile de rendre mesurable l'effet d'un enseignement,
- enfin ce métier est en **perpétuelle évolution** : évolution des élèves, évolution des objectifs que la société fixe à l'école.

1 - 3 : C'est un métier de prise de décisions

Dans cet univers hypercomplexe **le professeur est amené à prendre de très nombreuses décisions avant, pendant et après son cours en fonction d'informations de nature très diverses qu'il traite.**

Pendant le cours P. Perrenoud parle de plus de 90 décisions (micro décisions) en une heure. D'autres auteurs parlent de deux décisions à la minute [cf. L. Paquay (91)]. Voici quelques décisions que l'enseignant est fréquemment amené à prendre : arrêter une activité et passer à une autre, interroger un élève qui lève le doigt, corriger un travail de recherche, ne pas répondre à la question de cet élève, laisser les élèves chercher un moment de plus, envoyer un élève au tableau, rectifier cette erreur....

Ces décisions sont prises dans l'instant, sans longue réflexion, ni même souvent sans réflexion du tout. **Une bonne partie de ces décisions ne sont pas ou ne sont plus sous le contrôle de la conscience et du choix délibéré**. [cf. E. Charlier (89) ; P.W.Marland (76)]

Le terme **décision**, n'est donc pas bien choisi puisqu'il laisse penser que l'enseignant est conscient de les prendre ce qui n'est pas souvent le cas comme nous venons de le voir. On devrait plutôt parler d'**actes d'enseignement**, actes derrière lesquels l'observateur perçoit une décision.

Certains des actes d'enseignement exécutés par l'enseignant sont, semble-t-il, sans conséquence pour les élèves, c'est à dire qu'ils n'entraînent ni changement de fonctionnement cognitif des élèves, ni changement au niveau du "sens" et de la "fonction" de la connaissance. Par contre, d'autres actes sont lourds de conséquence, même s'ils apparaissent anodins aux yeux des enseignants. Par exemple, la routine fréquemment utilisée par les enseignants, qui consiste à dire, 30 secondes après avoir proposé aux élèves de chercher un problème, " *Çà ne vous fait pas penser à... ?*", transforme ce problème de recherche en problème d'application.
Nous appelons **choix didactiques décisifs** les actes d'enseignement qui amènent un changement cognitif des élèves [G. Arsac ; M. Mante, (88)]. Le fait de décider qu'un acte d'enseignement correspond à un choix didactique décisif est bien sûr fonction de la théorie sur laquelle on s'appuie (Théorie didactique, sociologique, psychologique, ...).

L'enseignant n'est donc pas conscient de la plupart des actes d'enseignement qu'il fait, mais nous faisons l'hypothèse que **ces actes ne sont pas accomplis au hasard, ils sont fonction des représentations que l'enseignant a de l'apprentissage, de la discipline qu'il enseigne, de son rôle dans la classe, des contraintes matérielles qui l'entourent ... ce que nous appelons ses représentations de l'éducation.**

De nombreux chercheurs ont mis en évidence le rôle de ces représentations : J. Nimier (85) s'est intéressé au lien qu'il y a entre la **représentation** qu'un enseignant de mathématiques se fait de la discipline qu'il enseigne et sa pratique pédagogique. En ce qui concerne le lien entre la pratique enseignante et les conception de l'enseignement/apprentissage, de la relation enseignant/élève, enseignant/classe, ... ont été mises en évidence par d'autres recherches [Cf. M.Mante (87) ; A. G. Thompson ; D. Grenier (89) ; A. Robert et J. Robinet (89)].

Dans ce contexte, alors, que signifie former un enseignant ?

Conséquences des caractéristiques du métier d'enseignant pour la formation :

D'une façon générale toute formation d'enseignant a pour but **de faciliter la construction d'une pratique et son évolution pour assurer la réussite du maximum de ses élèves,** en cohérence avec les instructions et finalités institutionnelles.

Comment favoriser cette construction et cette évolution ?

Compte - tenu des caractéristiques évoquées précédemment, il va falloir développer des capacités d'écoute, de communication ...**mais il va aussi falloir aider l'enseignant à être davantage conscient des choix décisifs qu'il prend, à élargir l'éventail des choix qu'il peut faire et à repérer les limites et avantages de ces choix.** En effet s'il n'est pas conscient de ses décisions, s'il n'est pas conscient qu'il peut faire des choix, d'autres choix, il restera prisonnier de ses routines et ne pourra donc pas faire évoluer sa pratique.

Or nous avons vu que ce qui détermine nos actes d'enseignement ce sont les représentations que nous avons de l'apprentissage, de la discipline, du rôle qu'on pense devoir tenir, ...

Donc si on veut aider l'enseignant à faire évoluer ses décisions, élargir ses possibilités de choix, il faut l'**aider à prendre conscience des caractéristiques de sa conception de l'éducation ...** passage obligé pour pouvoir être prêt à en accueillir d'autres. "*Le professeur qui n'a pas pris conscience, du moins en partie, de la représentation imaginaire qu'il a de sa discipline en est entièrement tributaire, il est enfermé en elle, hermétique à celle des autres et en particulier à celle de ses élèves. Inversement, celui qui en a quelque peu conscience, qui a découvert l'existence de représentations différentes de la sienne, en devient moins dépendant, et plus accueillant à celle des autres. Il décuple ses possibilités de communication et l'efficacité de son enseignement*" *[J. Nimier, (85)]*. Ce qu'écrit J. Nimier pour la discipline enseignée peut s'appliquer aux autres conceptions de l'éducation.

Ceci justifie à nos yeux le travail que nous proposons sur les conceptions de l'apprentissage/enseignement et les choix que nous avons fait pour concevoir et utiliser l'outil de formation que nous allons maintenant présenter.

2 – Présentation de l'outil de formation et de son utilisation :

2- 1 : Description de l'outil de formation :

Il est constitué d'une part d'une cassette vidéo (durée 63 min) et d'autre part d'un livret d'accompagnement (55 pages, format A5).

Cet outil de formation a pour objectif tout à la fois de permettre aux stagiaires d'expliciter au moins en partie les caractéristiques des conceptions de l'apprentissage/enseignement auxquelles ils se réfèrent et de les sensibiliser à d'autres conceptions en particulier à l'approche socio-constructiviste en lien avec les formes de conduite de classe[1].

La cassette vidéo[2] est constituée :
- d'une présentation générale (5 min)
- de trois séquences d'enseignement de respectivement 6 min, 5 min et 13 min
- d'un entretien avec les concepteurs qui présentent des éléments d'analyse des séquences vidéo.

Les séquences d'enseignement se sont déroulées dans une même classe de 4^{ème} et correspondent à l'introduction de notions mathématiques pour des élèves de 4ème : les puissances, le théorème de Pythagore, les équations du 1er degré à une inconnue. Nous avons pu constater que le contexte mathématique de ces séquences ne pose pas de difficulté particulière aux stagiaires "non matheux".

Le livret d'accompagnement suggère des scenarii d'utilisation et permet tout à la fois d'élargir l'éventail et d'approfondir la réflexion amorcée à la suite du visionnement de la cassette vidéo.

2 – 2 : Utilisation de cet outil de formation :

[1] En plus de cette approche, une séquence s'appuie sur une approche transmissive de l'apprentissage/enseignement et l'autre sur une approche "behavioriste" .
[2] Ce document a été élaboré dans le cadre d'un groupe de recherche production de l'IUFM de Lyon. Les images des séquences sont des extraits de rushes d'une émission de France 3, le montage du document a été réalisé par le CRDP de Lyon. La MAFPEN de Lyon a participé à sa mise au point.

Cet outil peut aussi bien être utilisé en autonomie qu'en groupe de stagiaires.

Dans un 1er temps avec un public "non matheux" il peut être nécessaire de proposer une remise à niveau concernant les notions abordées. Pour cela on peut utiliser les documents transmis aux élèves dans les séquences vidéo. Avec des enseignants de mathématiques ce 1er temps peut consister à demander aux participants d'imaginer le début du cours qu'il mettrait en place pour chacun des trois thèmes des séquences.

Dans un 2ème temps on propose aux stagiaires de faire une analyse a priori des séquences à partir des documents donnés aux élèves : "que pensez-vous que les élèves vont dire et faire ?"

Dans un 3ème temps, après le visionnement successif des séquences, on propose aux participants de les analyser en sous-groupe à partir de la grille suivante :

	Attitude de l'élève	Attitude de l'enseignant	Fonction des erreurs dans l'apprentissage	Qui valide les productions ?
Séquence (1)				
Séquence (2)				
Séquence (3)				

Ce travail se poursuit par une mise en commun des analyses et un apport théorique sur les caractéristiques, avantages et limites des trois conceptions d'apprentissage/enseignement sous jacentes à chacune des trois séquences.

3 – Conclusion :

De nombreuses utilisations avec des stagiaires de niveaux d'enseignement et de disciplines différents ainsi que des questionnaires proposés à ces stagiaires et à leurs formateurs nous ont permis de tirer le bilan suivant :

- Aspects positifs : Cette situation de formation permet manifestement aux participants tout à la fois de situer leur conception de l'apprentissage /enseignement par rapport aux trois qui sont présentées, de les sensibiliser à l'approche socio-constructiviste et à la gestion de classe qui lui est associée.

  Les stagiaires jugent cette séquence "*très intéressante, riche, instructive*" et estiment "*qu'elle éclaire agréablement le cours de didactique sur les conceptions de l'apprentissage*". Ils apprécient également l'articulation entre l'analyse a priori et l'analyse a posteriori. Enfin beaucoup estime que "*cela leur permet de mieux voir des erreurs à ne pas faire dans le cadre de la gestion d'un travail de groupe*".

- Les points négatifs : Des participants regrettent que dans la séquence 2 on ne voit pas suffisamment ce que font les élèves, on retrouve également des critiques communes à tous les documents vidéo : "*la caméra nous oblige à voir ce qu'elle veut*", "*la pression de la caméra sur les élèves*".

Le travail sur les conceptions de l'apprentissage/enseignement est un moment important dans la formation des maîtres. L'outil qu'on vous a présenté peut faciliter ce travail en lien avec d'autres outils : analyse comparative de préparation de séquences visant les mêmes objectifs pédagogiques, mise en situation réelle d'apprentissage des participants, ...

Il est possible de se procurer ce produit de formation en écrivant à :
Monsieur René Jaffard
IUFM de l'Académie de Lyon
5, rue Anselme – 69317 LYON Cedex 04

Prix de vente : 1 (cassette + livret) : 250 FF ; 3 (cassettes + livrets) : 600 FF

Bibliographie :

ARSAC G., MANTE M. (1988) Le rôle du professeur, aspects pratiques et théoriques, reproductibilité. Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique 1988-89. Grenoble IMAG - CNRS, 79 - 105.

CHARLIER E. (1989) Planifier un cours. Ed. De Boeck.

CRAHAY (1989) Contraintes de situation et interactions maître-élève, changer sa façon d'enseigner est-ce possible ? in Revue Française de Pédagogie n°88.

DEVELAY M. (1994) Peut-on former des enseignants. Ed. ESF.

GRENIER D. (1988) Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en 6ème. Thèse, Université Grenoble I.

HUBERMANN M. (1986) Répertoires, recettes et vie de classe : comment les enseignants utilisent l'information. In "L'art et la science des enseignants". Bruxelles, Labor, 151-183.

MANTE M. (1987) Argumentation et preuve au collège. Mémoire de DEA de didactique des disciplines scientifiques. Université Lyon I.

NIMIER J. (1985) Les maths, le français, les langues, à quoi ça me sert ? Ed. CEDIC NATHAN.

PAQUAY L. (1991) La formation méthodologique des futurs enseignants in Les didactiques (Actes du colloque organisé pour le 150 ème anniversaire de L'École Normale Libre de Braine-Le-Comte). Ed. Ph. Jonnaert (Bruxelles).

PERRENOUD P. (1983) La pratique pédagogique entre l'improvisation réglée et le bricolage. Essai sur les effets indirects de la recherche en éducation. In "Éducation et recherche" n° 2.

PERRENOUD P. (1985) Enseigner agir dans l'urgence, décider dans l'incertitude. Ed. ESF..

ROBERT A., ROBINET J. (1989) Représentation des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement. In "Cahier de DIDIREM n° 1 - IREM PARIS VII.

LE PLAISIR DE CHERCHER

Pierre Eysseric
I.U.F.M. Centre de Draguignan
IREM de Nice

L'objet de cet atelier était la présentation d'une expérimentation que je pilote depuis 5 ans dans quelques classes des écoles primaires du Var: la mise en place d'un lieu et d'un temps pour le plaisir de chercher en mathématiques. Nous présenterons d'abord le dispositif que nous avons essayé d'expérimenter, puis, après un bref historique du projet, nous analyserons quelques unes des difficultés rencontrées et le décalage entre le dispositif projeté et les réalisations actuelles. Enfin nous envisagerons les perspectives de ce travail à travers un certain nombre de questions qu'il reste à approfondir pour améliorer le fonctionnement de ces activités de recherche en classe et mieux comprendre leur impact sur l'ensemble des apprentissages et en particulier celui des mathématiques.

1 Présentation du dispositif.

Nous souhaitons commencer par une description du dispositif tel qu'il a été projeté et nous examinerons plus loin les écarts entre celui-ci et les réalisations dans les classes. Il s'agit de transposer dans les classes de l'école primaire un style de travail, celui des chercheurs en mathématiques. L'image de cercles concentriques centrés sur l'enfant (ou sur le chercheur) permet une description assez simple de cette transposition.

1.1 De la recherche à la publication.

Le premier cercle est constitué par l'enfant et son sujet de recherche, c'est à dire une question qu'il se pose, qui rentre dans le champ des mathématiques et à laquelle il a envie de pouvoir répondre; le sujet peut être proposé par l'enfant ou par un tiers (l'enseignant par exemple) mais dans tous les cas l'élève doit se l'être approprié et se sentir responsable de la recherche d'une solution au problème posé.

Le deuxième cercle comprend deux ou trois élèves: ceux qui ont le même sujet de recherche ou des copains avec lesquels on parle librement de son travail; son équivalent dans la communauté scientifique, ce sont les collègues du laboratoire, ceux que l'on accroche au détour d'un couloir ou devant la machine à café pour leur faire part d'une idée, d'une question, d'un obstacle rencontré, d'un article intéressant, ... Ce cercle, bien que très informel, n'est pas sans importance; c'est un espace de liberté: on peut travailler seul mais on a aussi le droit d'échanger avec d'autres, de parler sans contraintes de son travail; cela a une incidence non négligeable sur l'implication des enfants dans l'activité de recherche et la découverte du plaisir de chercher.

Le troisième cercle, c'est la classe (les élèves et leur enseignant) qui fonctionne ici un peu comme un laboratoire avec son directeur de recherche. Après un temps de recherche plus au moins long les enfants vont devoir présenter leur travail à toute la classe; on peut arriver avec des solutions à proposer mais aussi avec des questions restées sans réponse, sur lesquelles on ne parvient plus à avancer. Dans ce cas on explique ce que l'on a essayé, les impasses dans lesquelles on s'est retrouvé et chacun peut intervenir pour proposer de nouvelles pistes ou pour critiquer ce qui a été fait. A l'issue de ce débat deux situations peuvent se présenter: soit on estime que les idées échangées permettent de se remettre au travail sur ce sujet, soit on aboutit à un constat collectif d'impasse et on décide de se documenter ou de renvoyer la question au quatrième cercle (un référent mathématique extérieur à la classe qui peut être un chercheur ou un professeur de mathématiques). Lorsque par contre, l'enfant estime avoir résolu le problème qu'il s'était posé, ses solutions sont soumises à la critique sans pitié des autres élèves et de l'enseignant si cela est nécessaire; il s'agit donc de convaincre toute la classe de la valeur des réponses proposées. Si le travail présenté est accepté, validé par la classe, il va pouvoir sortir de celle-ci, être publié; cette publication pourra prendre des formes diverses: affichage dans le couloir, article dans le journal de l'école, fax adressé à une autre classe pratiquant la recherche en mathématiques, courrier envoyé à un chercheur correspondant de la classe, ... On entre alors dans le quatrième cercle, mais avant d'en arriver là plusieurs allers et retours entre le premier et le troisième cercle sont souvent nécessaires et il n'est pas rare qu'un enfant arrivé convaincu d'avoir une excellente réponse doive à l'issue d'une discussion parfois acharnée convenir qu'il doit se remettre à l'ouvrage. On a, par exemple, le cas de cet élève de CM2 qui est arrivé un jour devant ses camarades très fier de sa découverte et persuadé de convaincre tout le monde. *« Il y a une infinité de fractions, et je vais vous le prouver » a-t-il déclaré et il a alors entrepris de dessiner au tableau un grand carré. « Je le partage comme ça, on a 1/2; je recommence et j'ai 1/4. »* Et il continue ainsi jusqu'au moment où son carré est entièrement couvert de craie blanche; il conclut alors en disant: *« et etc, on peut toujours repartager et donc, les fractions, c'est infini! »* Le résultat est alors vivement contesté par deux élèves qui pensent qu'on ne peut pas continuer: le carré est tout blanc, il n'y a plus rien à partager. L'élève reprend son argumentation mais ne parvient pas à les convaincre. Le maître conclut alors la discussion en renvoyant chacun à la recherche: *« Il faut que vous retravailliez là-dessus; lorsque vous aurez quelque chose de neuf, vous revenez en parler. »* La semaine suivante l'élève a affiné sa démonstration; il reprend comme la première fois, mais avant que tout le tableau ait blanchi, il s'arrête et leur dit: *« Vous voyez ce petit carré. Bon, je l'agrandis, je fais un zoom comme pour les photos et je recommence le partage et comme ça, je peux toujours continuer! »* Cette fois tout le monde est convaincu mais les deux contestataires veulent tout de même intervenir: en cherchant des arguments pour convaincre la classe que leur copain avait tort, ils sont parvenus à la même conclusion que lui mais d'une autre façon. *« Quand on écrit les fractions 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, ... on multiplie le nombre du bas par deux et cela nous chaque fois une nouvelle fraction; comme on peut toujours recommencer et remultiplier par deux, et bien on voit que les fractions, c'est infini! »* Tout le monde étant d'accord, on décide de mettre ces deux argumentations au propre et de les afficher dans le couloir. Dans ce troisième cercle le rôle de l'enseignant comme directeur de recherche est fondamental: c'est lui qui régule les échanges, qui gère les allers et retours entre recherche et communication jusqu'à la validation d'un résultat à publier ou au constat qu'on ne sait pas et au recours à une aide extérieure.

Le quatrième cercle est extérieur à la classe: à l'origine du projet, c'était un chercheur, un spécialiste des mathématiques auquel on peut envoyer les travaux de la classe (des résultats, mais aussi des questions restées sans réponse), quelqu'un d'extérieur à la classe, à l'école et qui peut être le garant de la qualité mathématique des travaux réalisés et ainsi autoriser leur publication. En fait on verra que dans la pratique les choses se sont souvent passées différemment, ce quatrième cercle se traduisant surtout par la publication , la communication hors la classe des travaux de recherche des enfants.

Enfin le dernier cercle est le congrès annuel des enfants chercheurs: tous les ans les enfants qui ont fait au cours de l'année scolaire des travaux de recherche en mathématiques viennent les présenter au cours du congrès Maths en Stock. Lors des premiers congrès les effectifs étant peu nombreux la présentation prenait la forme de communications orales. Avec entre 300 et 450 participants aux derniers congrès Maths en Stock, nous avons privilégié la communication par voie d'affiche et l'organisation d'ateliers de recherche en mathématiques. Ce congrès est un peu l'aboutissement du travail de toute une année tout en étant aussi pour certains enfants un tremplin vers d'autres recherches à travers les sujets découverts au cours de la journée. C'est une sorte de fête des mathématiques et l'engouement des enfants surprend souvent les parents accompagnateurs. *« Ils sont fous; c'est leur sortie de fin d'année, on leur fait faire des maths toute la journée, et en plus, ils sont contents! »,* nous a dits l'un d'eux.

1.2 Un lieu et un temps pour le plaisir de chercher en mathématiques.

Après cette description des différentes étapes de la recherche en classe, revenons sur quelques mots clefs qui permettent de mieux comprendre les activités proposées.

"Un lieu".

Les recherches en mathématiques se déroulent dans la classe, avec l'enseignant de celle-ci. Il ne saurait être question pour nous de transférer cette activité en dehors de la classe et de faire une sorte de club mathématique, ou de la confier à un intervenant extérieur. Les ateliers de recherche en mathématiques (que nous désignerons par ARM dans la suite du texte) doivent faire partie du travail de la classe et ne pas se situer à côté. Dans la mesure où nous espérons un impact des ARM sur les apprentissages en mathématiques des enfants, leur immersion dans les activités ordinaires de la classe nous semble fondamentale. Nous voulons éviter de produire un dédoublement des mathématiques dans la tête des enfants: d'un côté, les "maths sympa" du club math ou de l'intervenant extérieur, et de l'autre les "maths rasoir" de la classe, du maître ou de la maîtresse. L'unité de lieu est une condition nécessaire au maintien de l'unité des mathématiques.

"Un temps".

Les ARM sont un des moments de l'activité mathématiques des enfants dans la classe; un moment important, mais un moment limité: selon les classes, les ARM représentent en moyenne entre 30 min et 1 h par semaine. L'ARM, lieu d'apprentissage d'une démarche, doit avec et non remplacer l'apprentissage des savoirs figurant au programme de mathématiques de la classe. L'objectif à terme est de faire évoluer l'image que les enfants ont des mathématiques et de leur permettre d'aborder dans un autre état d'esprit les apprentissages plus classiques.

"Le plaisir".

Nous voulons faire découvrir aux enfants des mathématiques qui peuvent être source de plaisir au même titre que la lecture, la musique, la peinture, ... Cette découverte passe par la liberté: peut-il y avoir plaisir si on fait des mathématiques parce qu'on y est contraint? Et la question peut légitimement être posée du caractère obligatoire ou facultatif de cette activité. Nous avons choisi de proposer les ARM à tous les enfants pour deux raisons. D'une part, un enfant ne peut découvrir qu'il est possible de chercher en mathématiques et d'y trouver du plaisir, si on ne lui en offre pas l'opportunité; d'autre part, cela nous semblait indispensable pour ne pas isoler les ARM des autres apprentissages. Mais par ailleurs nous ouvrons malgré avec les ARM un espace de liberté dans la classe du fait que nous nous affranchissons pour un temps de la contrainte des programmes, et que l'enfant a le libre choix des problèmes qu'il va chercher à résoudre: il n'est confronté qu'à des questions qui ont stimulé sa curiosité et qu'il se pose réellement.

"Chercher en mathématiques".

Après l'évocation de l'espace de liberté des ARM, voici deux mots qui fixent le cadre, l'objet du travail. Tout est possible; la seule contrainte est de chercher et de le faire dans le champ des mathématiques. Mais tous les acteurs de l'ARM (élèves, enseignant, chercheur) ne mettent pas les mêmes réalités derrière ces mots et tout au long de l'année, le contenu des ARM va être l'objet d'une négociation dans la classe. *« Est-ce bien de la recherche? Sont-ce des mathématiques? »* Ces deux questions reviendront sans cesse dans la bouche de l'enseignant comme dans celles des enfants. Par un processus analogue à celui fonctionnant chez les personnages mis en scène par Imre Lakatos dans Preuves et réfutations au sujet des polyèdres convexes, les enfants vont, tout en pratiquant la recherche en mathématiques, faire évoluer leur définition de celle-ci. Cette négociation permanente est un élément fondamental pour comprendre l'impact des ARM sur l'ensemble des apprentissages à l'école (les élèves manifestent dès le démarrage d'un ARM leurs conceptions à la fois des mathématiques et de la recherche, et c'est la pratique de la recherche en mathématiques qui va les conduire progressivement à réviser celles-ci) et l'investissement des enfants dans ce type d'activité (beaucoup d'enfants se remettent à exister en tant que sujet face aux mathématiques, ce dont ils ne soupçonnaient plus la possibilité); nous essayerons d'illustrer cela sur quelques exemples dans la troisième partie.

1.3 Comparaison avec d'autres dispositifs.

Le dispositif qui nous a sans doute le plus influencé lors de la conception des ARM est certainement celui de Math en Jeans (acronyme de "Méthode d'Apprentissage des THéories mathématiques en Jumelant des Etablissements pour une Approche Nouvelle du Savoir") et on pourra trouver de nombreuses ressemblances entre les ARM et les recherches en mathématiques proposées aux collégiens et aux lycéens dans le cadre des actions "Math en Jeans". Cependant dès le début nos deux dispositifs se sont différenciés sur un point important: comme nous l'avons écrit plus haut, les ARM sont intégrés dans le fonctionnement ordinaire de la classe et sont proposés à tous les élèves de celle-ci, alors que jumelages "Math en Jeans" concernent un groupe d'élèves volontaires et se déroulent en général dans l'établissement, mais en dehors des heures de cours.

D'autres dispositifs ont en commun avec les ARM l'objectif d'initier les élèves à la démarche scientifique; leurs approches de celle-ci diffèrent: l'utilisation de situations-problèmes insiste sur le franchissement d'obstacles et, si la recherche tient une place importante dans ce dispositif, c'est parce qu'elle doit permettre la construction de nouveaux savoirs mathématiques par les enfants; la résolution de problèmes ouverts (cf. travaux de l'Irem de Lyon) est elle davantage centrée sur la recherche: faire des essais, conjecturer, produire des contre-exemples, valider une conjecture, ... ; enfin, le débat scientifique (cf. travaux de Marc Legrand, Irem de Grenoble) met lui l'accent sur la négociation de la preuve, de la validation. Les ARM empruntent beaucoup à chacun de ces dispositifs, mais leur spécificité réside surtout dans la volonté de transposer dans la classe le travail du chercheur en mathématiques, en se centrant sur le processus plus que sur les résultats.

Terminons ce panorama des dispositifs qui nous ont inspirés en citant les "chantiers" et les "coins" mathématiques expérimentés depuis plus de dix ans en Suisse romande par nos collègues du Groupe de travail pour l'Etude et la Recherche de Moyens d'Enseignement et d'apprentissage de l'IRDP. Ici encore, "apprendre à chercher" est l'objectif central, mais on peut noter deux différences fondamentales avec les ARM: la recherche est en général beaucoup plus cadré quant à son contenu qui doit rester dans les limites du programme de la classe et il n'y a pas de mise en contact des élèves avec le monde de la recherche en mathématiques.

2 Historique du projet.

2.1 Les débuts.

C'est dans une école de Draguignan utilisant les techniques Freinet que l'expérience a débuté au cours de l'année scolaire 91/92; elle concernait alors les soixante élèves du cycle 3 de cette école qui ont pendant un an effectué des recherches sur le thème des nombres et correspondu avec un chercheur de Jussieu. Pour une relation plus complète du travail réalisé au cours de cette première année, je renvoie à la lecture de [Eysseric & al 96].

A partir de l'année scolaire 92/93 et pour une durée de 4 ans, le projet a obtenu le soutien de l'IUFM de Nice par l'intermédiaire de son Département Interdisciplinaire d'Etudes, de Recherche et de Formation. Durant cette deuxième année, les classes du cycle 3 de l'école F.Mireur de Draguignan étaient toujours les seules concernées par les ARM; leur thème de recherche était cette fois la géométrie et une vidéo [Eysseric & al 93] a été réalisé afin de présenter la démarche à d'autres enseignants. Enfin pour la première fois, un congrès a rassemblé au centre IUFM de Draguignan les enfants chercheurs: ce fut la première édition de Maths en Stock avec 70 élèves participants.

2.2 Expérimentation et formation.

Durant cette deuxième période (de fin 93 à juin 96), notre travail s'est articulé autour de deux axes principaux: diversifier les terrains d'expérimentation et les stabiliser; intégrer les ARM dans la formation initiale et continue des instituteurs et professeurs d'école.

2.2.1 La diversification des terrains d'expérimentation.

Celle-ci s'est réalisée par deux canaux: d'une part, l'organisation en novembre 93 d'un stage de formation continue dont l'objectif était d'initier des enseignants volontaires à la pratique des ARM et d'autre part un appel à volontaires lancé en mai 94 dans les différentes circonscriptions du Var, suivi de plusieurs conférences pédagogiques chez les IEN qui ont bien voulu nous inviter. L'organisation chaque année du Congrès Maths en Stock (120 participants pour la deuxième édition à Draguignan en avril 94, 220 pour le troisième congrès à Toulon-La Garde en juin 95 et plus de 300 à Draguignan en juin 96), la mise en relation des classes avec des personnes ressources (professeurs ou chercheurs en mathématiques) et en particulier, la collaboration de Y. Lafont, chargé de recherche au CNRS, qui a passé quatre journées dans des écoles de la circonscription de St Maximin (interview du chercheur par les enfants, animation d'ateliers de recherche, ...) ainsi que nos nombreuses visites dans des classes pour assister aux

ARM et en enregistrer le contenu ont contribué à la stabilisation d'un noyau d'une dizaine d'enseignants qui pratiquent maintenant les ARM dans leurs classes depuis 3 ou 4 ans.

2.2.2 L'intégration dans la formation.

Dés le début nous avons intégré la formation dans notre projet autour des ARM. En effet, c'est à grâce à un stage de formation continue de deux fois une semaine (novembre 93, puis mars 95) que nous avons pu commencer à étendre l'expérimentation à un plus grand nombre de classes. Ces stages avaient plusieurs objectifs: initier les enseignants à une pratique personnelle de la recherche en mathématiques; les familiariser avec les ARM par des visites de classes, ainsi que des séquences de recherche avec des enfants; réfléchir ensemble aux difficultés liées à la mise en place de ces ARM ainsi qu'à leur incidence sur les apprentissages des élèves; permettre à chaque enseignant de construire son projet d'ARM pour sa classe.

C'est dans le même esprit qu'un module de formation d'une semaine a été proposé en 96 et 97 à quelques PES volontaires.

Enfin il faut signaler dans ce volet formation les huit mémoires professionnels réalisés entre 95 et 97 par des PES sur le thème des ARM; une publication actuellement en préparation fera une synthèse de ces travaux.

2.3 L'association Maths en Stock.

La nouveauté de l'année 97 a été la constitution en association loi 1901, cadre juridique qui devrait nous faciliter la recherche de subventions et assurer l'autonomie financière du projet. Les deux objectifs principaux de l'association demeurent l'expérimentation avec le suivi des 20 à 30 classes qui pratiquent les ARM dans le Var, et la formation initiale et continue. Par ailleurs, un autre axe de travail pour maths en Stock est la communication: diffusion de nos travaux via des publications et/ou des interventions dans des colloques, communication entre les classes pratiquant les ARM (publication des actes des Congrès Maths en Stock, utilisation d'internet, ...).

3. Du projet aux réalisations.

3.1 Une situation didactique inhabituelle.

Dés que nous avons présenté les ARM à des enseignants de l'école élémentaire afin de les expérimenter ailleurs qu'à l'école F.Mireur de Draguignan (cf. stage de formation continue de novembre 1993,...) nous avons été confrontés à un double mouvement qui peut paraître a priori paradoxal: d'une part un engouement pour ce type d'activité et d'autre part la crainte de s'y lancer. Et parmi les enseignants qui pratiquent actuellement les ARM dans leur classe, il y en a beaucoup qui ont hésité parfois plusieurs années avant de se lancer, remettant sans arrêt au mois ou à l'année suivante (cf. témoignage de P.Châtard en annexe). La peur de se retrouver face à des problèmes de mathématiques posés par les enfants et auxquels ils ne sont pas capables de répondre est un argument fréquemment avancé par ceux qui ont envie de commencer mais n'osent pas franchir le pas, ce qu'ils résument souvent en disant: *"nous ne sommes pas assez bons en mathématiques pour faire cela!"*. Le manque de temps est aussi souvent invoqué, en particulier par des enseignants qui ont essayé les ARM, puis ont arrêté:

"c'est très intéressant, mais le temps n'est pas élastique, on ne peut pas tout faire...". T.Assude, dans son mémoire professionnel de professeur des écoles [Assude 97], tente d'expliquer ces réticences par rapport à la temporalité du dispositif. Dans les situations didactiques traditionnelles l'enseignant a la maîtrise complète du temps; en particulier, il sait toujours ce qui vient après, le déroulement des séquences et des apprentissages étant régi par un texte du savoir délimité par des programmes officiels et des manuels. Or la grande nouveauté dans les ARM, c'est qu'il n'y a pas de texte du savoir a priori, car ce qui est au centre de l'activité, ce n'est pas un savoir à construire, mais un style de travail (celui du chercheur en mathématiques). La conséquence en est une forte déstabilisation de l'enseignant qui ne peut plus maîtriser le futur, connaître la suite des événements, ce que T.Assude exprime ainsi: *"l'enseignant doit accepter le partage des responsabilités et la co-production du texte du savoir"* et cela lui permet d'énoncer *"cinq règles qui permettent de négocier le contrat de recherche et par là de faire avancer le temps de recherche:*

Règle 1: on est co-responsable de la recherche du groupe.
Règle 2: on se pose des questions et on étudie des problèmes.
Règle 3: on communique l'état d'avancement de nos recherches.
Règle 4: on doit aboutir à un produit fini.
Règle 5: les travaux doivent être validés par la classe (l'enseignant inclus)."

[Assude 97]

3.2 Qu'est-ce qu'un sujet de recherche?

L'action de chercher en mathématiques est-elle caractéristique des ARM? Nous allons répondre par la négative à cette question. La pratique des ARM et l'analyse de celle-ci nous a conduit à bien distinguer ce que nous appellerons un sujet de recherche d'un problème de recherche ou de la phase de recherche d'une situation d'apprentissage.

Dans cette dernière contrairement aux ARM, c'est le texte du savoir à construire qui est premier; il y aura dans les phases de recherche d'une situation didactique réinvestissement mais pas apprentissage de la démarche de recherche. Par contre, lorsqu'un problème de recherche est proposé à des élèves, l'objectif est bien de leur apprendre à chercher et cela par le biais de la résolution d'un problème précis posé par l'enseignant.

Dans les ARM nous voulons transposer le plus complètement possible la démarche du chercheur; or il nous semble que celle-ci commence souvent par la formulation du problème. C'est ce qui nous conduit à opposer le sujet de recherche au problème de recherche. Dans un cas il s'agit de se poser des questions auxquelles on essayera ensuite de répondre sur un sujet que l'on choisit ou qui nous est proposé, dans l'autre on doit répondre à une question posée par un tiers. Confondre les deux aurait deux conséquences non négligeables:

1) restreindre très fortement l'espace de liberté des ARM;

2) occulter l'aspect "formulation d'un problème" de l'apprentissage de la démarche de recherche.

A ce propos il est important de remarquer que la différence entre un sujet et un problème de recherche ne se situe pas au niveau formel. Un sujet de recherche peut très bien être dévolu à la classe par l'intermédiaire d'un problème de recherche s'il est clair pour tous les acteurs que l'on attend pas seulement la solution du problème mais toutes les questions qu'il peut conduire à se poser. De même, certaines circonstances peuvent entraîner la fermeture d'une situation de recherche qui sera alors perçu comme un problème ordinaire. Nous en avons fait récemment l'expérience avec un groupe d'adultes: aussitôt le sujet exposé, un des participants a formulé sa question, et en raison de la personnalité de celui-ci et de sa situation dans le groupe, sa question s'est imposé au groupe comme la question à laquelle chacun devait répondre, entraînant chez certains un blocage du à la disparition d'un espace de liberté: ils ne se sentaient plus autorisés à poser leurs questions et, comme la question posée ne les intéressait pas, ils rejetaient l'activité.

3.3 Comment démarrer la recherche dans une classe.

Tous les enseignants ne démarrent pas la recherche dans leur classe de la même façon. Les témoignages recueillis et les observations réalisées depuis cinq ans nous permettent de proposer une classification de ces démarrages par rapport au degré d'ouverture de la situation de départ.

3.31 Ouverture totale.

Elle est en général le fait d'enseignants aguerris qui ne redoutent pas la non maîtrise du temps. Ce fut le cas d'une enseignante qui, au retour du stage de formation continue de novembre 93, a expliqué aux enfants de son CE2 les raisons de son absence d'une semaine et leur a dit qu'elle avait fait de la recherche en mathématiques; puis elle leur a proposé d'en faire autant et l'ARM a démarré ainsi avec cette seule consigne: tout est possible à condition que ce soit des mathématiques et qu'on cherche. Un autre exemple nous est fourni par une maîtresse de CE2 qui a elle commencé en distribuant à ses élèves une photocopie du sommaire d'un ouvrage intitulé "Contes de Provence" et avec la consigne: *"à partir de ce document, vous allez faire des recherches en mathématiques!"*. Dans un cas comme dans l'autre on a été très rapidement confrontés à des enfants qui faisaient des opérations ou qui se posaient des petits problèmes ayant la forme de ceux résolus en classe au cours des semaines précédentes. Ainsi les élèves manifestaient d'entrée leur représentation des mathématiques et le processus de négociation évoqué en 1.2 était lancé par des remarques de certains enfants: *"est-ce de la recherche?, ..."*.

3.3.2 Situations ouvertes encadrées.

Il s'agit alors de proposer une situation aux enfants et de les amener à poser leurs questions. En général, un travail important sera fait avec la classe pour trier les questions de mathématiques et celles qui, sans être pour autant inintéressantes, relèvent d'un autre champ disciplinaire, ce qui est de la recherche et ce qui n'en est pas.

Quelques exemples:

* Un enseignant de CE2 a proposé la situation suivante: *"on jette trois dés"*, puis il a demandé aux élèves de rechercher toutes les questions que l'on pouvait se poser; celles-ci ont alors été inscrites au tableau et, dans une phase collective, on a trié les questions, ceci conduisant à donner une première définition de la recherche en mathématiques. Enfin les enfants ont été invités à choisir une des questions dont il avait été décidé collectivement qu'elles entraient dans le champ de la recherche et des mathématiques, puis à essayer de la résoudre seul ou en groupe de deux ou trois.

* La même démarche peut être envisagée avec d'autres situations comme: *"on a des pièces de 1F, de 2F et de 5F"*, ...

* Dans un CE1/CE2 on a proposé le sujet suivant: "*on choisit un nombre de trois chiffres; avec ces trois chiffres ordonnés du plus grand au plus petit, on obtient un nouveau nombre; avec ces mêmes trois chiffres ordonnés du plus petit au plus grand, on en obtient un deuxième; on calcule la différence des deux puis on recommence toutes les opérations, mais cette fois à partir du résultat obtenu, ... on observe et on se pose des questions!*". Un groupe de cinq ou six enfants s'est passionné sur ce sujet durant plus de six mois. Ils ont conjecturé des résultats, tenté d'avancer des explications, élargi le problème aux nombres de 2, puis 4, 5 et même 6 chiffres; ils ont fait un très grand nombre de soustractions, mais cela n'était pas gratuit; cette situation avait aiguisé leur curiosité sur les nombres; ils découvraient des phénomènes qu'ils avaient envie d'explorer, de comprendre et les opérations réalisées servaient à cette exploration.

3.3.3 Manipulation d'un matériel.

C'est sans doute le démarrage le plus fréquent dans les classes. Le passage par la manipulation d'un matériel permet dans un premier temps d'occulter la représentation dominante des mathématiques (*"faire des mathématiques, c'est faire des calculs"*), mais au cours des phases de communication, à travers des remarques comme: *mais est-ce que c'est des mathématiques?"*, ... , le débat sur les représentations des mathématiques et de la recherche resurgira.

Voici quelques uns des matériels qui ont été utilisés: jeux de stratégie, machines à calculer, ficelles et noeuds, motifs géométriques à reproduire, solides à construire, machines à jetons reproduisant le fonctionnement d'un ordinateur, ... Nous renvoyons à une publication ultérieure pour une description plus détaillée des travaux de recherche effectués par les enfants à partir de ces matériels. Mais une difficulté spécifique à ces points de départ mérite d'être signalée: il arrive que des enfants s'enferment dans la manipulation, jouent sans jamais faire de recherche en mathématiques; comment faire évoluer alors la situation?

Une première réponse peut être apportée par l'intermédiaire des phases de communication au cours desquelles chaque enfant devra exposer le résultat de son travail et affronter le regard critique de ces pairs; c'est souvent à travers les questions que les autres vont lui poser au sujet de ses manipulations que l'enfant va être conduit à quitter le stade du jeu pour véritablement chercher. Mais on peut aussi se demander si cette manipulation, ce jeu n'est pas lui-même un élément important de la recherche: rendre le sujet suffisamment familier pour pouvoir ensuite le questionner. Cela pourrait expliquer le fait que certains enfants aient besoin de manipuler plus longtemps que d'autres avant de passer à une "véritable recherche", les matériels proposés étant plus ou moins connus de certains enfants. Le chercheur ne passe-t-il pas lui aussi parfois beaucoup de temps à se familiariser avec son sujet avant d'être capable de formuler la question qu'il va essayer de résoudre? Et un observateur extérieur pourrait dans ces moments croire qu'il ne fait rien, car effectivement il ne produit rien, il n'y a aucune matérialisation de son travail. Certains enfants dont nous pourrions être tenté de dire qu'ils ne font rien ne sont-ils pas un peu dans la même situation?

3.3.4 Questions fermées non traditionnelles.

Il s'agit essentiellement de problèmes ludiques extraits de rallyes mathématiques, qui, bien que généralement fermés, peuvent facilement déboucher sur une situation ouverte: une fois la question résolue (ou parfois avant même qu'elle le soit) la curiosité est aiguisée et on a envie d'aller plus loin, de se poser d'autres questions.

3.4 La communication dans les ARM.

Lors du premier contact avec les ARM, la plupart des observateurs néophytes remarquent surtout la phase d'action: la ruche bourdonnante des enfants effectuant leurs recherches en mathématiques. Et lorsqu'ils tentent de transposer l'activité dans leur classe, ils se limitent à reproduire celle-ci. Mais très rapidement, et c'est ce qui est unanimement ressorti du stage-retour de mars 95, l'activité ainsi mise en place ne les satisfait plus; ils ont l'impression de tourner en rond. En analysant ensemble ce sentiment de frustration ils ont alors pris conscience de l'importance de cette phase de communication qu'ils avaient jusqu'ici négligée parce qu'elle est coûteuse en temps, moins ludique et nécessite une organisation rigoureuse. En effet c'est la communication plus que l'action qui constitue le véritable moteur de l'ARM: la communication favorise le processus de négociation évoqué en 1.2 et l'évolution des représentations des enfants à propos de la recherche en mathématiques; c'est la communication qui permet, au travers des réactions suscitées, de relancer une recherche qui piétinait; enfin quelle signification peut avoir l'action de chercher si on n'a pas le projet de communiquer à autrui le résultat de son travail. La communication doit donc déjà exister "en projet" au moment de l'action (cf. Règles 3,4 et 5 proposées dans [Assude 97]); c'est elle qui va réguler l'ensemble du processus de l'ARM et la mise en place de celui-ci nécessite donc l'organisation par l'enseignant de cette communication des recherches dans sa classe (exposés, affiches, journaux, congrès, ...). On trouvera dans [Marill 96] (mémoire professionnel de PE) quelques analyses détaillées du rôle de la communication dans les ARM.

Enfin la communication des résultats des recherches hors la classe est en général l'occasion de réorganiser les savoirs produits, ce qui représente une part importante du travail des chercheurs.

4. Perspectives.

Après avoir évoqué dans le paragraphe précédent les points sur lesquels l'analyse des ARM a le plus avancé, il nous reste à faire un inventaire non exhaustif de questions encore très ouvertes sur les ARM. Pour beaucoup d'entre elles, nous avons des intuitions de réponses, quelques témoignages qui confirment des intimes convictions, mais le travail réalisé est encore insuffisant pour fournir des réponses bien étoffées et argumenterais. Ces questions sont ici, comme au cours de l'atelier, livrées en l'état afin de mieux situer l'avancement de notre réflexion et de susciter d'éventuelles réactions susceptibles de faire progresser celle-ci.

4.1 A quoi servent les ARM?

Y a-t-il un impact réel sur les apprentissages? sur la façon d'aborder les mathématiques? les problèmes? De nombreux témoignages nous font penser que oui (cf. annexe). Des enfants en particulier qui auparavant se plaçaient en position d'attente dès que l'enseignant annonçait un problème de mathématiques, se mettent à chercher (sans forcément trouver), à essayer de faire quelque chose pour résoudre le problème. Mais une étude plus scientifique de cet impact reste à faire.

4.2 Le plaisir de chercher: réalité ou fantasme?

Là aussi tous les témoignages concordent, mais il faudrait réaliser une étude comparative avec les enfants ne pratiquant pas les ARM, reprenant et améliorant celle amorcée dans son mémoire professionnel par V. Monteil [Monteil 95].

4.3 Les ARM: obligatoires ou facultatifs?

Nous avons dit plus haut dans quel sens (et pourquoi) nous avons tranché cette question, mais peut-être faudra-t-il se la reposer si on va un jour au delà du stade de l'expérimentation. La question peut alors rebondir à un autre niveau, celui de l'enseignant: jusqu'ici tous les enseignants qui ont pratiqué les ARM étaient volontaires; le dispositif qui a fonctionné ainsi peut-il survivre si l'ARM est imposé à chaque enseignant comme une activité du programme parmi d'autres?

4.4 La recherche oui, mais pourquoi en mathématiques?

Qu'est-ce qui peut justifier le fait de réaliser un apprentissage de la démarche scientifique par le biais de recherches en mathématiques? Le contenu des recherches ne doit-il pas être élargi aux sciences? à d'autres disciplines? Comment situer le travail organisé dans les ARM par rapport à d'autres initiatives comme celle de G.Charpak avec "La main à la pâte"?

4.5 La mémoire du travail de la classe.

On a pu remarqué que, selon les classes, la mémoire du travail d'une séquence sur l'autre est organisée différemment: certains laissent cette mémoire entièrement à la charge des élèves, d'autres à l'opposé conservent l'ensemble des brouillons de recherche des enfants avec la date et le nom des auteurs. T.Assude dans son mémoire professionnel [Assude 97] a amorcé une étude du fonctionnement de la mémoire dans les ARM, mais ce travail encore embryonnaire mériterait d'être repris et complété.

4.6 Le rôle du chercheur.

Jusqu'à ce jour seule l'école F.Mireur a pu fonctionner avec un chercheur durant une année (91/92) suivant le dispositif projeté. Depuis deux ans Y.Lafont vient passer une journée dans deux écoles du département, mais nous ne sommes pas parvenus à mettre en place une communication régulière entre le chercheur et les classes pratiquant les ARM. Plus généralement nous n'avons pas et nous n'aurons jamais un chercheur pour chaque classe, alors... qui peut remplacer le chercheur et être cette personne-ressource, spécialiste des mathématiques, garante de la qualité mathématique des recherches effectuées? Un professeur de mathématiques? Un conseiller pédagogique spécialiste des mathématiques? ... Ces différentes pistes ont été envisagées et demandent à être approfondies, mais un élément important est apparu: on ne peut remplacer le chercheur que par quelqu'un qui a lui-même une expérience, une pratique de la recherche. Sinon on risque, si l'on n'y prend garde, d'assister à un recadrage des ARM vers la production d'un texte du savoir au détriment de la démarche de recherche. En bref il nous semble que le chercheur (professionnel) ne peut être remplacé que par un chercheur (éventuellement amateur).

4.7 La formation.

La formation à la pratique des ARM a pour l'instant été réservée à quelques volontaires qui avaient été informés de l'expérimentation. Mais la place à donner à ce dispositif dans le cadre de la formation des professeurs des écoles, mais aussi des professeurs des lycées et collèges reste à réfléchir. En parallèle, c'est plus généralement la place d'une initiation à la recherche dans la formation des enseignants, tout comme les liens entre le monde de la recherche et celui de l'éducation qui sont à repenser, ou à penser.

Bibliographie:

Arsac G. & al [1991]: *Problème ouvert et situation-problème.* Irem de Lyon.

Assude T. & al [1995]:*La question de la "transposition du sens".* Actes de SFIDA 4, IMa-CNR,Genova, IV p. 15 à 20.

Assude T. [1996]: *Styles de travail: relations entre l'éducation mathématique et l'épistémologie,* in Actes de l'Université d'été européenne, histoire et épistémologie dans l'éducation mathématique, vol. II, p. 389 à 395.

Assude T. [1997]: *L'atelier de recherche mathématique: problèmes de temps et de mémoire,* Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Audin P. et Duchet P. [1989]: *La recherche mathématique à l'école: "Math en Jeans",* Séminaire de didactique des disciplines scientifiques, LSD2-IMAG, Grenoble.

Audin P. et Duchet P. [1989]: *1000 classes, 1000 chercheurs: 1 millième,* APMEP, Paris.

Bachelard G. [1938]: *La formation de l'esprit scientifique,* PUF, Paris.

Baruk S. [1985]: *L'âge du capitaine (de l'erreur en mathématiques),* Seuil, Paris.

Bassis H. [1984]: *Je cherche donc j'apprends,* GFEN, Messidor, éditions sociales.

Bkouche R., Charlot B. & Rouche N. [1991]: *Faire des mathématiques: le plaisir du sens,* Armand Colin, Paris.

Boulanger P. [1984]: *La fête des petits matheux,* Tomes 1 et 2, Belin, Paris.

Brousseau G. [1986]: *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques,* RDM, Vol. 7-2, p. 83 à 115, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Charnay R. [1992]: *Problèmes ouverts, problèmes pour chercher,* Grand N, n° 51, p. 77 à 83.

Chevallard Y. [1985]: *La transposition didactique,* La Pensée Sauvage, Grenoble.

Cohen G. & al [1995]: *Récré-Maths,* Editions Pôle, Paris.

Dossier: *"Culture mathématique et enseignement"* [1991], Cahiers pédagogiques n° 299.

Eysseric P. & al [1993]: *Le plaisir de chercher,* document vidéo, IUFM de Nice, Service audiovisuel du centre de Draguignan.

Eysseric P.[1994]: *Le plaisir de chercher,* journal de liaison entre les ARM, n°1 (oct.-nov. 94), IUFM de Nice, centre de Draguignan.

Eysseric P. & al [1996]: *Le plaisir de chercher,* in Le plaisir de chercher et autres textes ..., IUFM de Nice.

Floridi C. [1996]: *Pour une pratique des problèmes ouverts: un exemple en classe de CE1/CE2,* Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

GERME [1988]: *Modalités pour une pratique autonome des mathématiques,* IRDP, Neuchâtel.

Groupe "Jeux et Maths" [1982, 1985 et 1990]: *Jeux 1, 2 et 3,* Brochures APMEP n° 44, n° 55 et n° 78, APMEP, Paris.

Groupe "Jeux et Maths" [1995]: *Fichier Evariste,* Brochure APMEP n° 98, APMEP, Paris.

Lakatos I. [1976]: *Preuves et réfutations,* Hermann, 1984, Paris.

Lang S. [1984]: *Serge Lang fait des maths en public,* Belin, Paris.

Lang S. [1984]: *Serge Lang, des jeunes et des maths,* Belin, Paris.

Legrand M. [1989]: *Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport à une communauté scientifique,* RDM, Vol. 9-3, p. 365 à 406, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Legrand M. [1993]: *Débat scientifique en cours de mathématiques,* Repères Irem n° 10, Topiques éditions.

Legrand P. & al [1988]: *Table ronde sur la curiosité en mathématiques,* bulletin vert APMEP, P. 151 à 170, Paris.

Lohou-Delvoye [1995]: *Le contrat didactique dans l'apprentissage de la résolution de problèmes,* Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Margolinas C. [1993]: *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques,* La Pensée Sauvage, Grenoble.

Marill F. [1996]: *La communication dans la recherche mathématique à l'école,* , Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Monteils V. [1995]: *Le plaisir de chercher,* , Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Nimier J. [1976]: *Mathématique et affectivité,* Stock, Paris.

Nimier J. [1985]: *Les maths, le français, les langues ... à quoi ça sert?,* Cedic Nathan, Paris.

Petroff G. [1995]: *Recherches en mathématiques d'enfants du cycle 3: essai d'élaboration d'un document cadre pour la mise en place de cette activité dans les classes,* , Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Polya G. [1962]: *Comment poser et résoudre un problème?,* Editions. J. Gabay 1989, Paris.

Reboa P. [1995]: *La recherche en mathématiques au cycle 3 et la démarche scientifique,* , Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Sensevy G. [1996]: *Le temps didactique et la durée de l'élève. Etude d'un cas au cours moyen: le journal des fractions,* RDM, Vol. 16-1, p. 7 à 46, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Van der Meer R. & Gardner B. [1994]: *MATHS,* Seuil, Paris.

Zagdoun-Dantzer S. [1996]: *Comment surmonter les obstacles que pose la mise en place d'activités de recherche mathématique au cycle 3?,* Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Annexe:

Témoignage de P.Châtard, PEMF à l'école J.Ferry de Draguignan (CM2)

Cela fait deux ans que mes élèves et moi-même avons le plaisir de faire de la recherche en mathématiques. J'ai eu peu de mal à convaincre mes élèves mais, en ce qui me concerne, il m'a bien fallu une année avant de vraiment me lancer!

La première chose que j'ai pu remarquer, c'est que le concept de recherche doit d'abord être construit par le maître lui-même, puis par les élèves. Il ne peut se lancer dans cette activité que s'il a une représentation lui permettant d'organiser son travail. Les élèves eux ont à peu prés le même cheminement: d'abord déroutés, ils se rattachent au mot "mathématiques" en faisant des opérations, mais très rapidement passent à des résolutions de problèmes où l'on cherche. Mais est-ce bien de la recherche? Ils ne se privent pas d'ailleurs de poser plein de questions au maître afin de savoir si ce qu'ils font, c'est de la recherche.

Une fois cette étape passée (elle peut durer plus d'un mois), les enfants rentrent plus facilement en recherche. Diverses situations peuvent être proposées: situations semi-ouvertes à partir de documents, thèmes précis ou situations ouvertes liées à un contenu déjà étudié (par exemple: recherche sur les fractions) ou liées uniquement à la discipline (recherche en géométrie). Ce qui est le plus frappant, c'est l'endurance des enfants pendant ces activités à long terme. On peut l'expliquer par le fait que la recherche leur permet de donner libre cours à leur curiosité (qui n'est bien souvent contentée que très partiellement à l'école). Par l'exploitation de cette curiosité, la recherche amène les enfants à ressentir le besoin de bien structurer leur travail, de penser et d'agir avec rigueur. La communication à la classe des "trouvailles" est alors un moment très fort où tous les aspects de leur production vont être analysés, passés au peigne fin; c'est la classe qui valide ou ne valide pas une recherche, c'est elle qui met en évidence les faiblesses, les qualités, les pistes à explorer. L'enseignant doit alors se forcer à n'intervenir qu'en temps qu'animateur.

J'ai pu remarquer qu'après trois mois de recherches le contrat didactique dans la classe se trouvait transformé: les élèves abordent les apprentissages avec plus de rigueur, d'endurance; leur vision globale des problèmes est plus juste; les entrées dans les résolutions sont plus rapides, plus efficaces; leur esprit critique se développe et est toujours justifié; la fonction structurante de l'écrit est fortement ressentie. On peut aussi parler d'une contamination des autres disciplines tant au niveau des contenus (les élèves se lancent parfois dans des recherches en physique) que des procédures et des savoir-faire disciplinaires (expression orale: techniques pour convaincre, expliquer, démontrer, contrer, ...; expression écrite: idem mais avec en plus un souci de rigueur dans la présentation, de mise en page liée à la communication des recherches au groupe).

Enfin, pour conclure, la recherche transforme aussi les pratiques du maître, lui ouvre l'esprit, lui montre que les élèves évoluer avec un minimum d'assistance, d'étayage, que c'est la démarche qui est essentielle et non pas seulement les contenus ou le programme. En perdant un peu de temps, on peut passer du stade où l'enfant agit parce qu'il est élève à celui où il agit parce qu'il a un projet, la possibilité d'aller au bout de sa curiosité parce qu'il sait qu'il peut chercher seul, agir seul, trouver seul avec un réel optimisme scolaire. Pour avoir la confiance des autres, il suffit de la leur donner ...

LA GÉOMÉTRIE À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE: TEXTES ET CONTEXTES DE SON ENSEIGNEMENT DANS LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE AUX XIX^e ET XX^e SIÈCLES

Josiane Hélayel
IUFM de Versailles, centre Antony Val de Biévre.

Résumé :
Les deux séances ont été consacrées à une réflexion, à partir de documents, sur la nature, le statut, la place de la géométrie dans l'institution scolaire, à l'aide de leur histoire au cours des XIX^e et XX^e siècles. Les questions essentiellement abordées : présence ou non , dans les programmes, de la géométrie (du mot lui-même) , de ses applications , de ses liens avec le travail manuel et le dessin, traitées historiquement à l'intérieur d'un exposé ont abouti à une réflexion contemporaine.

Sur quinze compte-rendus d'ateliers figurant dans les actes du XXIII^e colloque inter-IREM, six concernent directement l'enseignement de la géométrie. Pour contribuer à la réflexion sur ce sujet « d'actualité » retenu chaque année par un grand nombre de participants, j'ai choisi une approche historique participant au débat autour de questions souvent posées : fait-on de la géométrie à l'école ? comment passer de la géométrie concrète à la géométrie déductive ?

I- Apparition de la géométrie dans les programmes de l'école.

Dans la loi sur l'instruction primaire du 28 juin 1833, on trouve :
Article I : « *L' instruction primaire comprend, outre l'instruction morale et religieuse, la lecture, l'écriture, les éléments de la langue française et du calcul, le système légal des poids et mesures.* »
On voit apparaître pour la première fois l'enseignement du système métrique grâce auquel les enfants seront confrontés à des objets géométriques: Guizot expose les motifs politiques de cette introduction le 2 janvier 1833 en ces termes :
« Par l'enseignement de la lecture, de l'écriture et du calcul, il pourvoit aux besoins les plus essentiels de la vie; par celui du système légal des poids et mesures et de la langue française, il implante partout, accroît et répand l'esprit et l'unité de la nationalité. »
L'introduction du système légal des poids et mesures dans les programmes de l'école nous fournit un remarquable exemple du lien qui existe entre contenus de l'enseignement et société: si les contenus de l'instruction primaire augmentent ce n'est pas seulement pour satisfaire la curiosité des enfants ou participer plus efficacement à leur éducation, c'est surtout une nécessité sociale correspondant à un besoin du moment. En effet au début du siècle les systèmes de

mesures variaient d'une région à l'autre. L'enseignement du système métrique à l'école est donc un vecteur essentiel de l'unification nationale.

Par rapport aux textes de 1808 s'ajoutent « les éléments de la langue française » d'une part, le système métrique, d'autre part. Avec Guizot, c'est une innovation décisive qui s'introduit à l'école primaire; d'un enseignement formel et mécanique du lire-écrire, on passe non seulement à un apprentissage de la grammaire et de l'orthographe, mais aussi à l'étude de règles de syntaxe et à l'analyse logique. De même, du seul « compter », on passe à de nouveaux apprentissages élargissant le champ des compétences visées en mathématiques.

La Loi du 28 juin 1833 précise le contenu de l'instruction primaire dans ses deux sections: élémentaire et supérieure. Pour la première fois dans des instructions officielles apparaît le mot « géométrie » mais dans le seul programme des écoles primaires supérieures et dans ses termes: « éléments de la géométrie et ses applications usuelles spécialement le dessin linéaire et l' arpentage. »

Dès le 25 avril 1834 dans le « statut sur les écoles primaires élémentaires communales » le programme officiel de l'école élémentaire comprend obligatoirement l'étude du système légal des poids et mesures et laisse une possibilité d'enseignement du dessin linéaire.

Avec Guizot apparaît donc un élargissement des matières enseignées sous forme de prolongements possibles dès l'école élémentaire.

Parallèlement à cette possibilité d'élargir les programmes de l'école primaire, on assiste à l'apparition de « notions de géométrie: angles, perpendiculaires, parallèles, surfaces des triangles, des polygones, du cercle; volumes des corps des plus simples » dans les programmes des brevets de capacité pour l'instruction primaire supérieure (16 juillet 1833).

Malgré tout le programme de 1833 ne répond pas complètement aux finalités professionnelles de l'enseignement primaire tel qu'il est conçu par la bourgeoisie. L'enseignement de l'agriculture n'y figure pas, alors que la plupart des élèves sont de futurs paysans. Les futurs ouvriers ne reçoivent pas non plus une formation professionnelle adaptée : les écoles primaires supérieures se développent lentement et ne correspondent pas toujours aux désirs des familles car elles allongent la durée de la scolarité. C'est pourquoi dans la circulaire du 28 décembre 1838 le ministre de l'Instruction Publique envisage d'ajouter au programme de l'école primaire élémentaire des notions de sciences physiques, d'histoire naturelle, de géométrie :

« On ne peut dès à présent fixer d'une manière définitive les matières d'enseignement qui devront être données dans toutes ces écoles, cet enseignement devant être approprié aux besoins des localités. En principe les écoles primaires élémentaires pourront comprendre, outre les matières déterminées par la loi :

Des notions de sciences physiques et d'histoire naturelle applicables aux usages de la vie, et notamment à l'agriculture et à l'industrie;

Les éléments de géométrie et ses applications usuelles;

le dessin linéaire, avec ses diverses applications;

L'arpentage. »

La Loi Falloux (mars 1850) représente une diminution par rapport aux programmes de 1833 y compris pour les contenus mathématiques. Malgré d'âpres discussions à l'Assemblée, le minimum indispensable obligatoire reste limité à : instruction morale et religieuse, lecture, écriture, éléments de la langue française, calcul et système légal des poids et mesures. A ce minimum, peuvent s'ajouter des matières facultatives dont l'arpentage, le nivellement, le dessin linéaire. Le mot « géométrie » n'apparaît plus. Les matières facultatives autorisées sont à déterminer en rapport avec les besoins locaux. Il ne s'agit donc jamais d'introduire un enseignement de la géométrie favorisant la réflexion des élèves, aidant au développement de leur intelligence. Ce que l'on concède volontiers à travers l'arpentage ou le dessin linéaire se borne à un apport de connaissances pratiques estimées indispensables aux besoins locaux de l'agriculture ou de l'industrie. En effet, la valeur essentielle des connaissances décernées par l'école primaire aux enfants du peuple destinés à vivre de leurs mains reste l'application aux besoins et aux devoirs de leur vie future.

La loi Falloux constitue dans le domaine des programmes scolaires un net recul par rapport aux lois Guizot. L'instruction religieuse et morale est privilégiée, l'enseignement doit permettre avant tout la conservation du système social.

Mais cette politique autoritaire de l'Empire sur les programmes de l'enseignement entrave le développement économique attendu. Cette contradiction engendre de nouveaux débats sur le sujet de 1850 à 1870. Les instituteurs eux-mêmes demandent un accroissement des matières d'enseignement. C'est Victor Duruy (1863) qui va ouvrir une brèche dans l'édifice de la loi Falloux. Désormais les maîtres pourront, dès l'école élémentaire, enseigner le dessin d'ornement, les langues vivantes, la tenue des livres et les éléments de la géométrie.

J'ai proposé aux participants une série de documents pour appuyer l'exposé :

-Exposé des motifs de la loi sur l'instruction primaire, 2 janvier 1833, Guizot.

-Rapport à la chambre des Pairs sur le projet de loi de l'instruction primaire, 21 mai 1833, Victor Cousin.

-Loi sur l'instruction primaire, 28 juin 1833, Guizot.

-Débat à la chambre des députés du 29 avril 1833 autour du projet de Guizot, extraits concernant la géométrie.

-Chronologie , « l'Ecole en France », XIX^{e}-XX^{e} siècle, Pierre Albertini.

II- La trilogie, tête-oeil-main

La deuxième séance a démarré autour des programmes de 1887 qui précisent que les connaissances enseignées à l'école assurent à l' enfant « tout le savoir pratique dont il aura besoin » agissent sur ses facultés, forment son esprit et constituent une véritable éducation. Des changements accompagnent cette nouvelle finalité attribuée à l'école primaire; en particulier, une rubrique « géométrie » apparaît dans les trois niveaux.

L'enseignement de la géométrie fait donc officiellement partie du programme de l'école primaire à la fin du XIX^{e} siècle mais les instructions suggèrent qu'il doit rester « pratique » et très lié à celui du dessin.

À ce propos, nous avons effectué une lecture collective de la rubrique « géométrie et dessin géométrique » de l'article « mathématiques » écrit par Carlo Bourlet dans le Dictionnaire de la Pédagogie de Ferdinand Buisson (1911). Dès le deuxième paragraphe, l'esprit dans lequel doit être enseignée la géométrie à l'école est clairement précisé : « *Un tel enseignement doit être essentiellement pratique, et à ce titre il est inséparable de son application la plus immédiate, le dessin géométrique.* »
Il est ardemment conseillé aux maîtres de laisser de côté les définitions car « *le plus souvent les définitions que répètent machinalement les petits enfants sont ou fausses, ou inintelligibles pour eux.* » Les programmes sont d'ailleurs établis par niveau et en concordance avec ceux de dessin et de travail manuel, une leçon de géométrie se traitant par le maître dans le même esprit qu'une « leçon de choses », la fabrication des objets en bois, terre ou carton étant le point de départ. Il s'agit donc d'une géométrie concrète, palpable, relevant d'une démarche « intuitive » . Au niveau des Écoles Primaires supérieures et des Écoles Normales , Carlo Bourlet préconise « *Cet enseignement, aussi bien que celui des écoles primaires, visant une utilisation pratique, il y a lieu d'abandonner la géométrie classique d'Euclide pour lui substituer une géométrie tout aussi rigoureuse mais plus réelle et plus franchement expérimentale.* »
D'autres documents sont ensuite lus et des discussions s'engagent autour du passage de la géométrie concrète à la géométrie pure, savante (?).
-Tableau de concordance des programmes de Géométrie, de Dessin et de Travail manuel. (1896)
-L'Enseignement du travail manuel, A. Audran, Inspecteur d'Académie
-L'Enseignement de l'arithmétique et de la géométrie à l'école primaire, F.Vintejoux, 1887.

À partir des instructions de 1887, l'enseignement de la géométrie prend donc sa place à tous les niveaux de l'école primaire, mais il devait être « intuitif et pratique ». Il s'agissait réellement à l'école de « faire » de la géométrie, cette action se définissant à travers le dessin et le travail manuel, la géométrie semblant alors être une « charnière indispensable dans la trinité pédagogique oeil-tête-main. Ce statut était étroitement dépendant des finalités officielles de l'école primaire, ces finalités ne changeront qu'avec l'ouverture du secondaire aux enfants du peuple et une réelle démocratisation de la société.

Conclusion

Cet atelier a permis aux participants de replacer les contenus et les démarches de l'enseignement de la géométrie dans les contextes historiques et politiques correspondants.
S'il a laissé apparaître une certaine permanence des débats autour de cet enseignements, il a mit en évidence le décalage des situations.

AU CŒUR DE LA GÉOMÉTRIE, LE PARALLÉLOGRAMME.

Bernard Bettinelli,
IREM de Besançon

RÉSUMÉ : *La place fondamentale, mais non toujours reconnue, de cette figure plane dans les démonstrations, en particulier au Collège.*

1 L'origine du langage géométrique

Si on ouvre les « Éléments » d'Euclide, à la première page du Livre 1, on trouve une longue liste de définitions qui constitue le langage que le grand Géomètre va utiliser tout au long de son œuvre. En voici quelques-unes :

10 - Lorsqu'une droite tombant sur une droite fait deux angles de suite égaux entre eux, chacun des angles égaux est droit ; et la droite placée au-dessus est dite perpendiculaire à celle sur laquelle elle est placée
20 - Les figures rectilignes sont celles qui sont terminées par des droites
21 - Les figures trilatères sont terminées par trois droites
22 - Les quadrilatères, par quatre
23 - Les multilatères, par plus de quatre
24 - Parmi les figures trilatères, le triangle équilatéral est celle qui a ses trois côtés égaux
25 - Le triangle isocèle, celle qui a seulement deux côtés égaux
26 - Le triangle scalène, celle qui a ses trois côtés inégaux
27 - De plus, parmi les figures trilatères, le triangle rectangle est celle qui a un angle droit
30 - Parmi les figures quadrilatères, le quarré est celle qui est équilatérale et rectangulaire
31 - Le rectangle, celle qui est rectangulaire et non équilatérale
32 - Le rhombe, celle qui est équilatérale et non rectangulaire
33 - le rhomboïde, celle qui a ses côtés et ses angles opposés égaux entre eux et qui n'est ni équilatérale, ni rectangulaire
34 - Les autres quadrilatères, ceux-là exceptés, se nomment trapèzes
35 - Les parallèles sont des droites, qui, étant situées dans un même plan et prolongées à l'infini de part et d'autre, ne se rencontrent ni d'un côté, ni de l'autre

On peut découvrir que le langage actuel est en grande partie fixé dès cette époque :
• La droite est ce qu'on nomme aujourd'hui segment,
• La première grandeur définie est l'angle de deux lignes, et la première configuration particulière, l'angle droit, qui utilise une notion d'égalité non précisée (superposition),
• les classes de triangles et de quadrilatères sont désignées, mais définies de manière exclusive (Le rectangle, celle qui est rectangulaire et non équilatérale). Certains mots ont changé, en particulier le rhombe est devenu losange (vers 1 300), mot formé à partir de «losa» devenu lauze, qui désigne les pierres plates dont on recouvrait les toits des maisons,
• Le parallélogramme quelconque est désigné du mot « rhomboïde », c'est-à-dire « faux-losange » et que le mot *parallélogramme* n'y figure pas.

Cependant, en feuilletant le Livre 1, on le voit apparaître, après la construction de la parallèle à une droite donnée passant par un point donné (qui se fait par l'intermédiaire de deux triangles isométriques formant un parallélogramme !), à la proposition XXXIV :
« Les côtés et les angles opposés des *parallélogrammes* sont égaux entre eux, et la diagonale les partage en 2 parties égales. »

Ceci veut dire que ce mot englobe toutes les familles de quadrilatères qui ont leurs côtés opposés parallèles : carrés, rectangles, rhombes et rhomboïdes.

On peut faire une autre constatation, en comparant les classes de triangles et celles de quadrilatères : Euclide (et nous à sa suite !) désigne les classes de quadrilatères par des noms (carrés, rectangles, ...) , alors qu'il différencie les triangles par des adjectifs (triangles *rec-*

tangles, *isocèles*, ...) : ne serait-ce pas un indice des qualités premières des parallélogrammes, dont celles des triangles et polygones se déduisent ?

2 Position du problème

Les figures planes sont utilisées depuis la Maternelle dans des jeux de mosaïques, puzzles, ... et les plus simples sont reconnues globalement : carrés, rectangles, losanges, ronds,... Les petits refusent souvent d'appeler « triangles », des triangles quelconques : beaucoup réservent ce nom aux triangles équilatéraux ou isocèles. Les premières distinctions sont donc faites sur des critères de symétries (orthogonales).

Lorsqu'on veut faire des dessins géométriques, les outils qui me semblent premiers sont ceux qui permettent une reproduction conforme des figures : les gabarits. L'avantage des gabarits - et en même temps leur inconvénient - est de porter en eux la forme qu'on désire produire, et donc de ne servir qu'à elle. Leur usage nécessite, de ce fait, l'emploi de toute une « boîte à outils » de gabarits différents. Cette boîte à outils devient plus souple quand on commence à découvrir que les formes contenues ne sont pas indépendantes et qu'on peut se servir des unes pour dessiner soit les autres, soit des figures non contenues. Par exemple, on peut faire un carré avec un losange ou un octogone régulier avec un carré. En procédant ainsi, on prend petit à petit conscience que chaque figure possède un grand nombre de qualités cachées, communes avec d'autres figures, et qu'elles entretiennent des « liens de famille ».

Voici un autre élément de réflexion : on présente souvent les figures simples (en particulier les différentes classes de parallélogrammes) à l'aide d'une liste de propriétés de mesures (un losange est un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur, des diagonales perpendiculaires, ...). L'élève du Primaire devra comprendre qu'on différencie l'une d'elles pour définir, et les autres comme conséquences non équivalentes en général dans une liste où toutes les propositions sont de même nature ; celui du Collège aura à faire un retournement de pensée important en triant ce qui est caractéristique parmi toutes ces propriétés. Souvent, il vérifiera un excès de ces propriétés avant d'oser donner la classe de la figure, et cela mérite que nous y accordions une grande importance car c'est à peu près la première forme de démonstration qu'il rencontre : *si je sais que ..., alors je peux affirmer que c'est un ...*

Pour toutes ces raisons, j'aimerais proposer une présentation des figures planes à l'aide de définitions dynamiques qui se décrivent en termes de mouvements propres et de reproductions et non par une liste de propriétés de mesure, propriétés que l'élève découvrira lui-même à travers les actions caractéristiques.

Voici quelques propositions qui me semblent répondre à cette question :

3 Reconnaissance des invariants

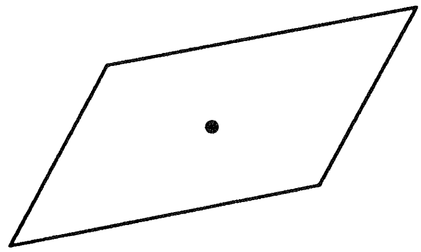
3.1 Le jeu des traces

Wheeler en 1970 proposait de découper au cutter une figure dessinée sur carton et d'essayer de la replacer dans le trou ainsi formé. Chaque famille intéressante a ses propres façons de se replacer. Plus simplement, en disposant de figures matérielles, on peut, au crayon, tracer le contour de chacune et la placer et replacer pour qu'elle se superpose à sa trace, en analysant les mouvements permis.

Les mouvements les plus faciles à repérer sont les retournements (demi-tours dans l'espace qui correspondent aux réflexions du plan) qui permettent de replacer :

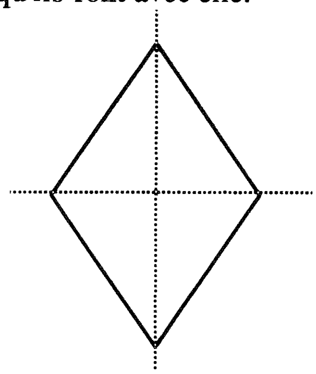
- un losange, en le retournant autour des diagonales
- un rectangle, en le retournant autour des médianes
- un carré, en le retournant autour des médianes et des diagonales.

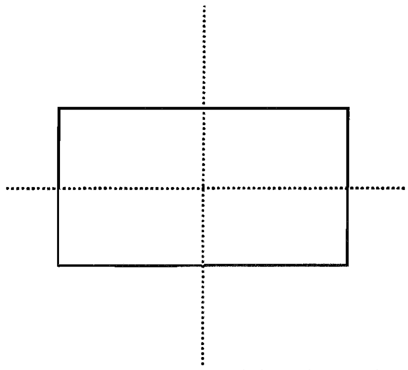
Les rotations qui transportent chaque côté sur le suivant dans les polygones réguliers (et donc dans le cas du carré) sont, elles aussi, familières. Par contre, il est beaucoup moins naturel de penser à faire exécuter un demi-tour « complet » à un parallélogramme (symétrie centrale) pour le replacer « tête en bas ». *Et c'est cependant l'invariant commun à tous les parallélogrammes, particuliers ou non.*



Il est facile de découvrir, en retournant un losange dans sa trace, que ses 4 côtés ont même longueur, ou que chaque diagonale est bissectrice des angles au sommets qu'elle partage et aussi médiatrice de l'autre :

- par l'un des retournements, les côtés « supérieur » et « inférieur » s'échangent (donc ont même longueur) ; par l'autre, c'est les côtés « droit » et « gauche ».
- de même les petits secteurs formés par une diagonale dans chaque secteur au sommet qu'elle découpe, s'échangent 2 à 2, ainsi que les 2 segments découpés sur l'autre diagonale et les angles qu'ils font avec elle.





Mais en retournant un rectangle dans sa trace, chaque secteur prend la place des 3 autres et ils font le même angle, mais faut-il savoir que la somme des angles de tout quadrilatère est 360° pour pouvoir affirmer qu'il a 4 angles droits ?

Pour que cette analyse soit plus facile, on peut charger le gabarit de différents repères :

- un dessin figuratif non symétrique (animal ou personnage) collé sur les deux faces par transparence, et qui va se retrouver retourné de droite à gauche ou de haut en bas, ou tourné « les quatre fers en l'air »,
- des lignes colorées sur les côtés ou les diagonales, pour voir où elles vont et affirmer que des segments qui prennent la place l'un de l'autre on même longueur (par exemple un polygone régulier a tous ses côtés de même longueur ; un rectangle a deux diagonales de même longueur, un losange a ses 4 côtés de même longueur, ...)
- de petits secteurs circulaires colorés pour voir comment ils s'échangent et donc ont le même angle (deux secteurs opposés d'un parallélogramme, les secteurs découpés par une même diagonale d'un losange, les secteurs aux sommets des polygones réguliers, ...)

L'idée d'agrandissement est elle aussi porteuse d'un grand nombre de renseignements faciles à lire :

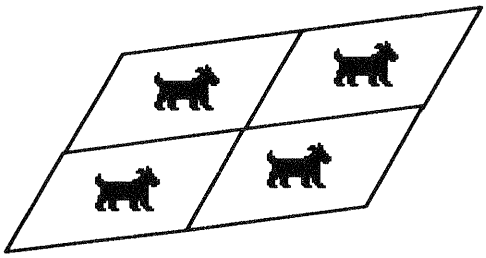
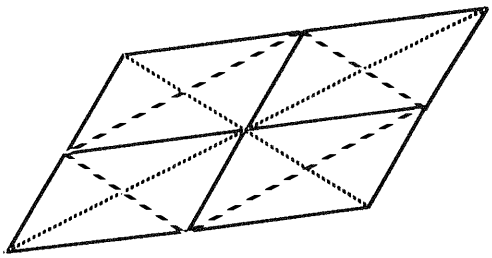
3.2 Agrandissements « par translations » et parallélogrammes

D'où viennent les particularités des parallélogrammes ? du parallélisme de ses côtés, bien sûr ! et comment faire intervenir ce parallélisme dans un jeu de manipulation ?

C'est en essayant de répondre à cette question que j'ai découvert un fait simple mais étonnant :

Je peux agrandir un parallélogramme - particulier ou non - et doubler ses dimensions en glissant un gabarit le long de ses côtés, et ce sont les seules figures (pas seulement quadrilatères, mais surfaces compactes) auxquelles je peux appliquer ce procédé.

Et voilà, en termes de transformations, une autre caractérisation des parallélogrammes !

Une première chose saute aux yeux : j'ai placé les 4 secteurs autour du point central et ils remplissent le plan, c.-à-d. : la somme des 4 angles de tout parallélogramme est 360°.

Une deuxième : les côtés opposés se sont recollés en glissant et sont donc parallèles et de même longueur.

Une troisième : les diagonales du grand parallélogramme sont formées chacune de 2 exemplaires d'une diagonale du gabarit, donc se coupent en leur milieu

Et d'autres encore : les secteurs opposés se retrouvent au centre, opposés par leur sommet, les autres diagonales du gabarit forment un nouveau parallélogramme joignant les milieux des côtés du grand, ...

On peut remarquer que ce pouvoir particulier des parallélogrammes de se doubler par translations est le même que de pouvoir paver tout le plan par translations (d'où la notion de domaine fondamental ou parallélogramme translatable dans l'étude des pavages).

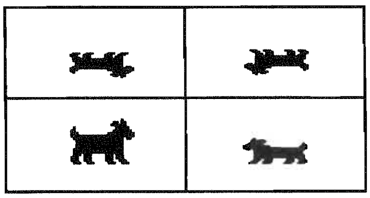
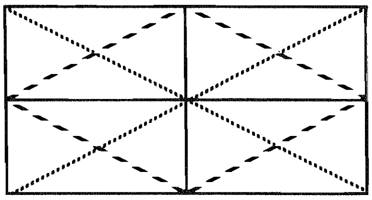
Y aurait-il alors un agrandissement particulier rendant compte de la particularité des rectangles ?

L'agrandissement « par translations » est toujours possible **parce que tout rectangle est un parallélogramme** et c'est donc un moyen de le faire admettre comme élément de cette famille. Mais le même grand rectangle peut être construit en retournant le gabarit successivement autour de chacun de ses côtés. Et cette fois les qualités qu'on lui découvre par ce nouveau procédé sont celles qui lui sont particulières :

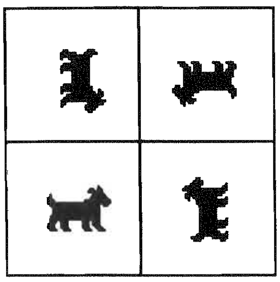
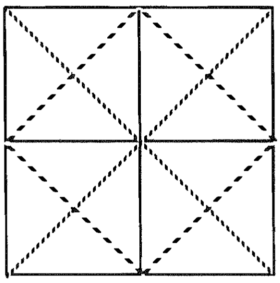
• D'abord, on voit que c'est le même secteur qui remplit 4 fois le secteur plein central, et donc : chaque angle est le quart de cet angle plein, soit ce qu'on nomme angle droit (comme dans le pliage en 4 de la feuille de papier).

• Ensuite, c'est la même diagonale qui construit les 2 diagonales du grand rectangle par son double : donc elles ont même longueur (et même milieu).

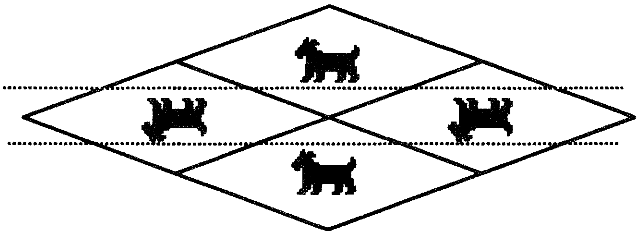
• Enfin l'autre diagonale construit un losange joignant les milieux de ses côtés.

Et de même, peut-on agrandir un carré d'une manière qui lui est propre ? Par quarts de tour autour d'un de ses sommets, bien sûr ! Les résultats qui s'en déduisent sont comparables à ceux qu'on obtient par quarts de tour à l'intérieur de la trace.

Et pour les losanges, qu'en est-il ? Il y a aussi un type d'isométries qui lui est propre : des symétries glissées d'axes passant par les milieux de 2 côtés consécutifs. Elles ne sont ni connues, ni simples à utiliser ; mais heureusement pour nous, comme je l'ai décrit plus haut, le jeu des traces, dans leur cas, nous donne tous les renseignements que l'on peut désirer. En particulier, les deux diagonales le partagent en 4 triangles, deux à deux juxtaposés et symétriques.



(On peut remarquer que pour tous les parallélogrammes, il existe encore une autre façon de se déplacer dans son double : par demi-tours autour des milieux des côtés jointifs).

Il n'est pas très « naturel » de définir une figure par rapport à son agrandissement (de rapport 2) ; je vais donc plutôt comparer la figure à une partie propre capable de produire la figure complète par certaines transformations.

4 Propriétés de mesures et « classements inclusifs » des quadrilatères

En exploitant conjointement les 2 méthodes de découverte décrites plus haut : jeu des traces et agrandissements, les propriétés des parallélogrammes qu'on enseigne au Collège sont accessibles directement par les étudiants. Si un côté vient sur un autre par glissement le long d'une règle, ces 2 côtés sont parallèles ; si un côté prend la place d'un autre par un mouvement quelconque, ils ont même longueur ; si un secteur prend la place d'un autre par un mouvement quelconque, ils ont même angle.

Quelles propriétés fondamentales des différentes familles de parallélogrammes ne peut-on découvrir, soit par l'une, soit par l'autre de ces 2 dynamiques, soit par les deux ?

Les propriétés-outils utilisées implicitement dans cette démarche sont les suivantes :

- Conservation des longueurs et angles par les translations, réflexions et rotations,
- L'image de toute droite par une translation ou une symétrie centrale est une droite parallèle.

On peut remarquer que le jeu des traces sert aussi à trier les polygones réguliers et à découvrir leurs propriétés, puisqu'ils sont les seuls polygones invariants par une rotation amenant un côté sur un côté consécutif. Et c'est ainsi qu'avec ses quarts de tour, le carré est comme on l'écrivait avant : un quarré ou **quadrilatère régulier**.

Doit-on demander à nos élèves de toujours disposer de figures gabarits ? Certainement pas, et à l'image des enfants qui tournent naturellement la feuille pour se mettre dans l'axe d'un losange, nous devons leur proposer une action symbolique, par la pensée, directement sur de dessin, dès qu'ils en ont conscience.

C'est en voyant dans leur tête tourner et retourner les figures qu'ils auront des critères intérieurs de la vérité de leurs propositions.

5 Définitions dynamiques

Parmi les figures planes, une définition dynamique $\mathcal{D}$ et une propriété de reproduction $\mathcal{P}$ (par isométries) sont intéressantes pour les classes de parallélogrammes et les polygones réguliers. Elles peuvent avoir la forme suivante :

- $\mathcal{D}$: Un **parallélogramme** est un quadrilatère invariant (c.-à-d. qu'il revient dans sa trace) par demi-tour (symétrie centrale).

  $\mathcal{P}$: On peut partager tout parallélogramme en quatre parties par des parallèles aux côtés passant par le centre. Il est engendré à partir de l'une d'elles par des translations[1].
- $\mathcal{D}$: Un **rectangle** est un quadrilatère invariant par réflexions autour de ses médianes (droites passant par les milieux de côtés opposés).

  $\mathcal{P}$: On peut partager tout rectangle en quatre parties par ses médianes et il est engendré à partir de l'une d'elles par des réflexions.
- $\mathcal{D}$: Un **losange** est un quadrilatère invariant par réflexions autour de ses diagonales.

[1]On peut faire le rapprochement avec les notions de domaine fondamental et de motif minimal d'un pavage du plan.

T: On peut partager tout losange en quatre triangles par ses diagonales et il est engendré à partir de l'un d'eux par des réflexions.

• *D*: Un **carré** est un quadrilatère invariant par un quart de tour (rotation à droite ou à gauche de 90°).

T: On peut partager tout carré en quatre parties triangles ou quadrilatères et il est engendré à partir de l'une d'elles par quarts de tour répétés.

• *D*: Un **polygone régulier** est un polygone qu'on peut tourner dans sa trace pour amener un côté sur le suivant.

T: On peut partager tout polygone à n côtés régulier en n triangles et il est engendré à partir de l'un d'eux par rotations répétées de $\frac{1}{n}$ tour.

Tout triangle est un « demi-parallélogramme » : tout parallélogramme se partage en deux triangles symétriques par rapport à son centre par l'une ou l'autre des diagonales ; tout triangle peut être « doublé » de 3 façons en un parallélogramme par demi-tour autour du milieu de chacun de ses côtés.

Pour les différentes classes de triangles - leurs définitions se réfèrent aux précédentes :

• Un **triangle isocèle** est un « triangle demi-losange ».
• Un **triangle rectangle** est un « triangle demi-rectangle ».
• Un **triangle isocèle rectangle** est un « triangle demi-carré ».
• Un **triangle équilatéral** est un « triangle régulier ».

Ces propriétés des parallélogrammes et des polygones réguliers sont fonctionnelles. J'ai montré qu'elles permettent la découverte des propriétés de mesures ; elles donnent aussi celles des triangles :

• par exemple, la somme des angles d'un parallélogramme est naturellement de 360° puisque les quatre secteurs se placent au centre de l'agrandissement par translation ; donc la somme des angles d'un triangle est moitié, soit 180°, celle d'un quadrilatère, 360° parce qu'il se coupe en deux triangles, ...

• Un parallélogramme qui s'inscrit dans un cercle est un rectangle. Donc un triangle qui s'inscrit dans un demi-cercle est un triangle demi-rectangle.

Ces propriétés sont aussi indépendantes : un losange ou un rectangle reconnu par ses réflexions caractéristiques , un carré par son quart de tour sont tous trois des parallélogrammes puisqu'ils s'agrandissent aussi par translations. De même, un carré est un rectangle car ... ; un carré est un losange car ...

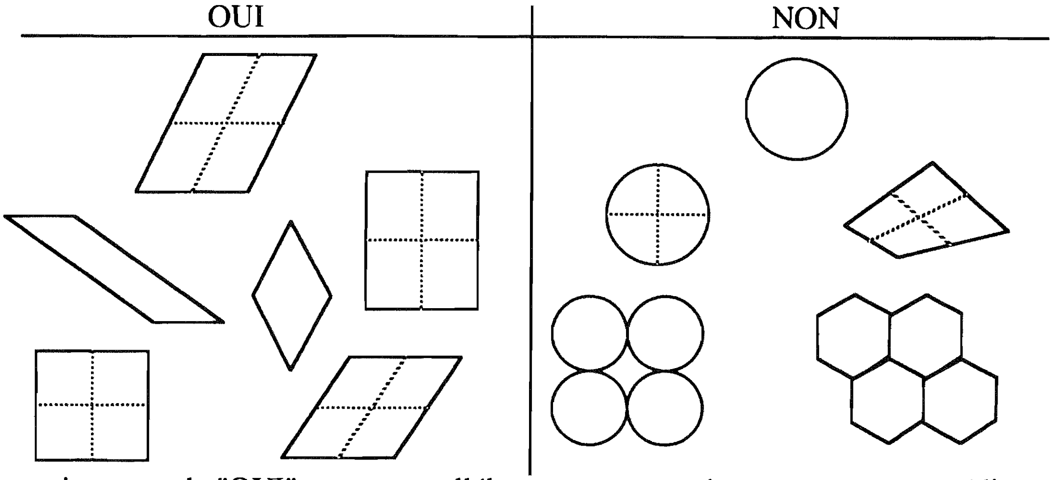
Une question se pose au sujet de ces définitions : doit-on les transmettre ou peut-on les faire découvrir par les élèves ? Le fait d'avoir utilisé les isométries dans la construction de dessins complexes ne suffit pas à en prendre conscience, mais en donne la chance. Les images mentales laissées par ces dynamiques peuvent permettre, au moment opportun, de découvrir les qualités de conservation qui leur ont donné ce nom.

La qualité « être un rectangle, parallélogramme, polygone régulier, ... » n'est jamais le propre d'une figure particulière, mais d'une famille infinie. Et pour qu'un élève ait la chance de découvrir cette qualité, il doit exercer sa sagacité sur un grand nombre d'exemples de deux familles complémentaires : celles qui la possèdent et celles qui ne la possèdent pas.

Le travail remarquable de Britt-Mary Barth donne des moyens de découverte que je vais esquisser sur l'exemple de la définition des parallélogrammes :

L'objet d'étude est inconnu, donc n'a pas encore de nom ; et pour éviter que le nom crée une image fausse préétablie, appelons-le « la chose ». Dans un premier temps, il s'agit de donner la règle du jeu :

« Je vais vous présenter des objets séparés en 2 familles par un critère que j'ai en tête et que vous allez découvrir. La première contient les exemples "OUI", qui vérifient tous le critère ; l'autre contient les "NON" qui ne le vérifient pas. Vous allez essayer de deviner ce critère. Toutes les idées seront notées au tableau. Elles seront ensuite rayées si elles ne sont pas un attribut essentiel de tous les "OUI" ».



Le premier exemple "OUI" sera un parallélogramme partagé en quatre par ses médianes ; le premier "NON", un cercle. Chacun tente une distinction que l'enseignant écrit.

Les exemples "OUI" et "NON" seront ensuite choisis pour confirmer ou infirmer les hypothèses jusqu'à l'obtention d'un critère ou d'une liste de critères tous vérifiés par tous les "OUI" ; jamais totalement par chaque "NON". Les questions posées par l'enseignant forceront les élèves à affiner leur analyse : Est-ce que ce critère est vérifié par *tous* les "OUI" ? ; Voyez-vous une autre *propriété commune* à *tous* les "OUI" ? ; Est-ce que cet exemple "NON" remet en cause certains critères énoncés précédemment ?

L'auto-évaluation consistera ensuite, pour chacun, à dessiner une chose ; l'enseignant saura si le critère est intégré en totalité ou si de nouveaux exemples ou un retour sur ceux qui sont présentés est nécessaire.

La difficulté est d'avoir présente une batterie significative d'exemples "OUI" et "NON" et de les donner au bon moment pour faire sentir l'adéquation ou la non-adéquation d'une hypothèse. Les exemples doivent présenter au départ une opposition franche ; puis, petit à petit, permettre de cerner le concept. Dans l'exemple, si c'est la qualité « avoir 4 figures » qui est tentée, l'exemple "NON" sera formé de 4 parallélogrammes en ligne ; si c'est « être formé de 4 figures superposables », l'exemple sera un "NON" formé de 4 cercles de même rayon ; si c'est « être formé de 4 rectangles ou de 4 parallélogrammes, l'exemple "OUI" sera formé de 4 carrés ...

Le nom de la chose sera enfin donné : *parallélogramme.* Mais, à travers cette démarche, se dessine la prise de conscience des propriétés communes à tous les parallélogrammes et permet d'institutionnaliser la définition dynamique qui contient en elle toutes les propriétés.

6 Propriétés caractéristiques

A partir des actions propres à chaque famille de parallélogrammes, on peut :

• dresser la liste écrite de ses propriétés,

• sur une fiche identité contenant une liste préétablie de propriétés, cocher des cases "Vrai" ou "Faux" pour une figure donnée

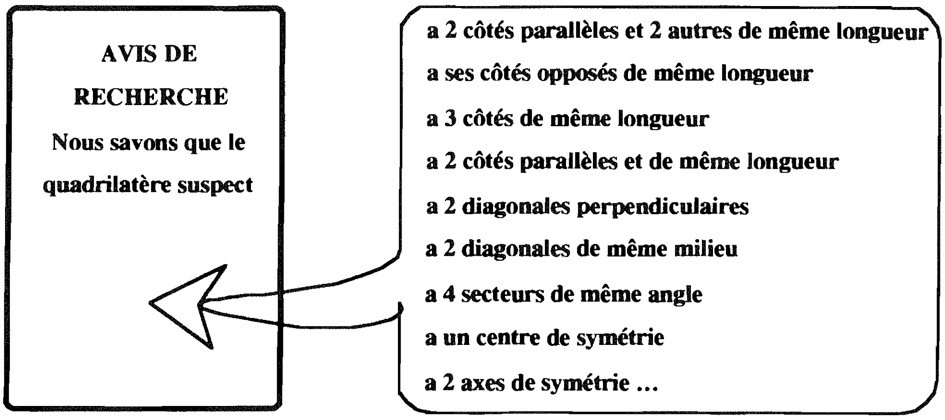
L'action réciproque, qui demande de savoir choisir parmi la liste des propriétés de mesure, lesquelles - ou quels sous-ensembles desquelles - permettent d'étiqueter la figure dans une famille, doit être abordé avec des activités adaptées, afin d'en permettre la prise de conscience.

La première consiste à se construire un quadrilatère (par exemple tendu sur un géoplan), à dresser une liste ou à cocher une fiche identité correspondante et à demander à une autre personne de construire une figure qui possède toutes les propriétés. On ne peut retrouver une copie conforme, mais si les propriétés sont pertinentes, le modèle et la copie auront des caractéristiques communes.

Pour aller plus loin, j'ai essayé de construire un jeu de cartes (*Avis de recherche*) où une propriété de mesure est inscrite. (Le nom de ce jeu inclut une part de mystère, comme dans une enquête policière où on dispose d'indices souvent insuffisants, parfois suffisants - parfois contradictoires - pour découvrir un coupable). Comme l'inspecteur, on essaie de trouver - ou construire - la figure inconnue à travers les indices recueillis [1].

---

[1]Voir les documents (manuel et cahiers) accompagnant la Moisson des Formes.



Plusieurs types d'actions sont possibles :

• A partir d'une figure, un « codeur » trie les cartes qui sont vraies ; le « décodeur » tire successivement des cartes et essaie de bâtir une sorte de « portrait-robot » de la figure à découvrir. Certaines cartes donneront des indices nouveaux, d'autres n'apprendront rien de plus.

• Avec le même départ, le codeur insère un « faux-témoignage » (incompatibilité). Le but est de trouver le « faux-témoin ».

• Par un tirage aléatoire dans l'ensemble des cartes, on peut chercher à construire une figure. Il est important alors de reconnaître les « faux-témoins ».

• Les cartes du jeu peuvent aussi être classées et rangées :

• Classées par piles donnant des informations équivalentes.

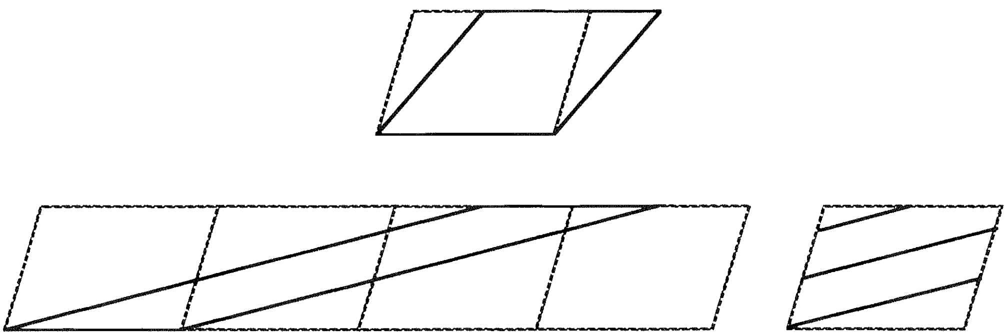
• Piles rangées lorsque les informations sont rangées par implication.

7 Aire des parallélogrammes

On présente toujours l'aire à partir des rectangles. Il est vrai que lorsque les dimensions d'un rectangle sont entières, on peut le quadriller et calculer ses carreaux par un produit. On peut prolonger cette action sur papier millimétré pour sentir que le produit des mesures (à une décimale) donne encore le nombre de carreaux. Mais passe-t-on un jour aux réels ? montre-t-on qu'un rectangle dont les dimensions sont 1 et $\sqrt{2}$ (pire : $\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$) a une aire $\sqrt{2}$?

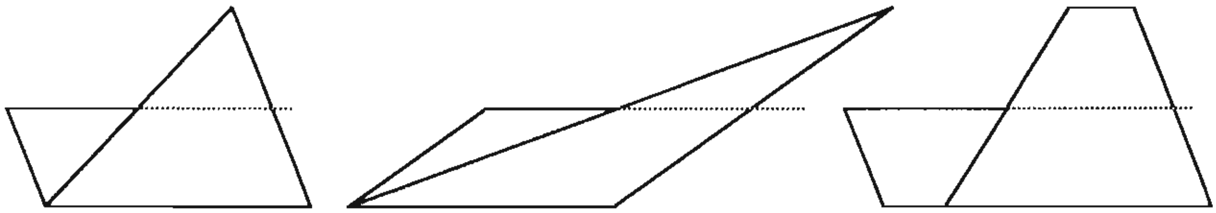
L'important n'est pas de posséder une formule, mais de comprendre l'aire, donc de savoir quelles transformations conservent l'aire. En particulier, tout découpage et réorganisation des pièces, chacune par une isométrie, permet de passer d'une figure à une autre de même aire.

Lorsqu'on a deux parallélogrammes de même base et même hauteur, on peut toujours découper l'un et reformer l'autre par puzzle.

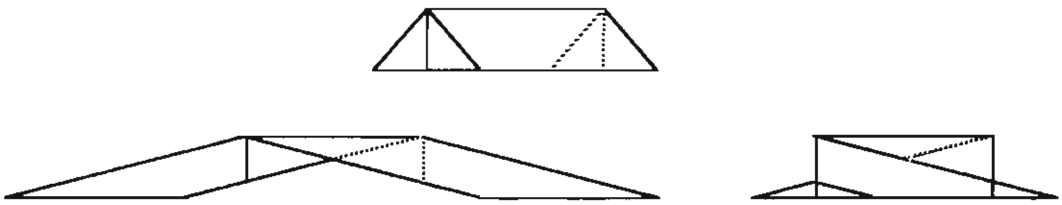


Comme un triangle n'est autre qu'un demi-parallélogramme, on peut aussi passer d'un triangle à un autre de même base et même hauteur par découpages.

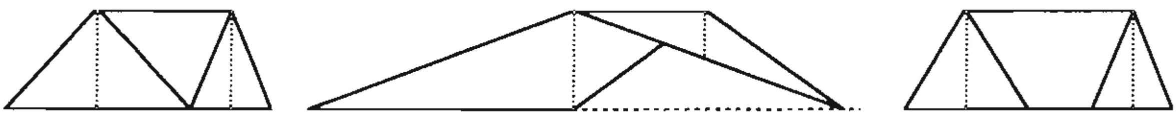
Le trapèze est une autre forme de demi-parallélogramme ; et on peut aussi passer d'un trapèze à un autre de même base et même médiane par découpages.



Le cas des pliages peut être associé : on peut plier en deux un parallélogramme pour amener une base sur l'autre, et en repliant les petits triangles isocèles, en faire un rectangle de même base, hauteur moitié, en double couche. On le peut de deux façons, même si parfois il faut replier un côté sur le prolongement de l'autre : le repliage des triangles se fait en plusieurs fois, et le parallélogramme « s'enroule » en un rectangle de même base, hauteur moitié, en double couche.

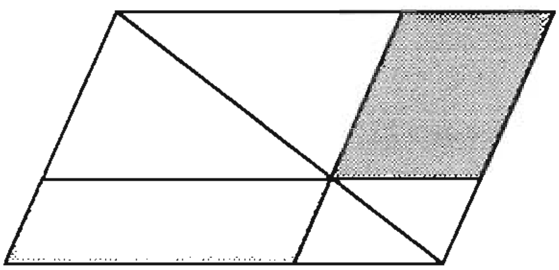


Et comme un triangle ou un trapèzes ne sont que des demi-parallélogrammes, on peut aussi plier un triangle et un trapèze en un rectangle en deux couches superposées.



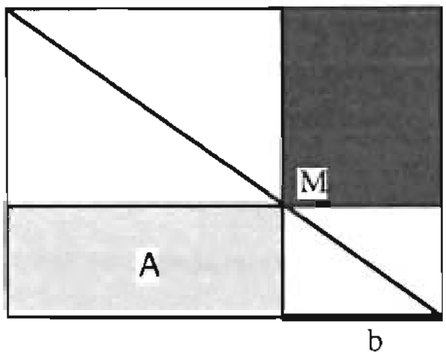
On trouve chez Euclide (Livre 1, Prop. XCIII) une remarquable propriété des parallélogrammes qui n'est pas souvent exploitée :

« Lorsqu'on coupe un parallélogramme par une parallèle à chacun des côtés passant par un point d'une diagonale, les deux parallélogrammes non coupés par la diagonale ont la même aire ».

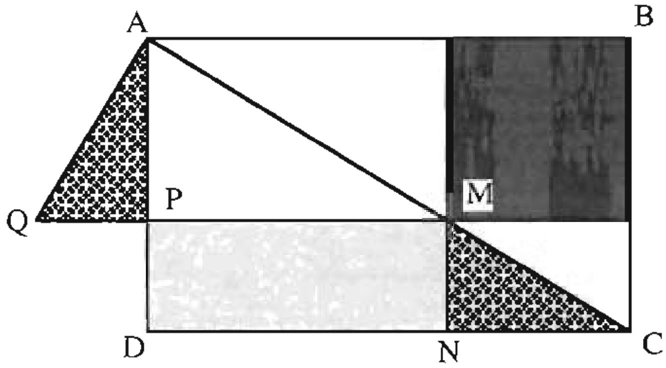


C'est facile à comprendre, puisque la diagonale coupe trois parallélogrammes chacun en deux triangles de même aire ; les deux plus grands contiennent chacun une moitié de chacun des petits et un parallélogramme complet.

Cette configuration, qui généralise celle de la définition donnée plus haut d'un parallélogramme, permet de construire un parallélogramme de même aire et même base qu'un parallélogramme donné. Par exemple, pour un rectangle donné, on peut utiliser cette construction pour obtenir un rectangle de base une longueur donnée et de même aire.



On peut aussi partir de cette configuration pour justifier, sans le recours au théorème de Pythagore ou à la propriété de la hauteur d'un triangle demi-rectangle, la construction d'un carré de même aire qu'un rectangle donné (ou un parallélogramme, triangle, trapèze, ...). Ce carré existe car on peut faire tourner une droite autour du sommet M du rectangle donné ; la variation continue des deux dimensions du rectangle supérieur permet de prendre conscience de ce passage par un équilibre des deux dimensions.



Si on suppose le problème résolu et que le rectangle de diagonale [MB] est un carré, alors NC = PA et on peut (par rotation) construire un triangle APQ isométrique à CNM. L'angle ABC est droit (somme de deux angles complémentaires dans le triangle demi-rectangle ADC) ; donc AQM s'inscrit dans le cercle de diamètre [QM]. Inversement, si A est ainsi construit le rectangle supérieur est carré. En observant le triangle AQM, rectangle en A, on reconnaît la construction d'Euclide.

8 Démonstrations

On trouve de nombreuses utilisations des parallélogrammes dans les démonstrations du Collège :

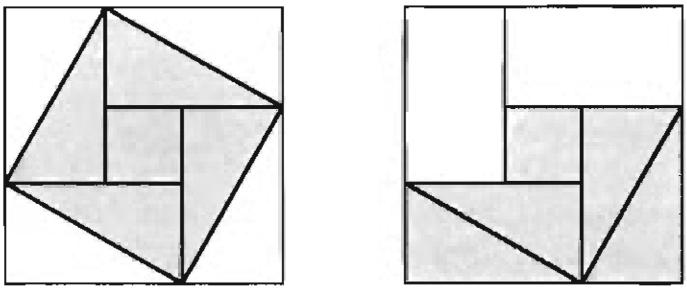
- théorème « des milieux », qui est une autre lecture de la définition donnée ici d'un parallélogramme,
- somme des angles d'un triangle (cité plus haut),
- équivalence des propriétés caractéristiques des différents parallélogrammes,
- triangle inscriptible dans un demi-cercle (appelé théorème de Thalès par les Allemands),
- distributivité de la multiplication des réels par rapport à l'addition,
- identités remarquables, ...

Mais les plus remarquables certainement, concernent les deux théorèmes piliers de l'enseignement de la géométrie au Collège : les théorèmes de Pythagore et Thalès. Pour le premier, on ne compte plus les démonstrations, tellement elles sont nombreuses ; parmi les plus classiques, le « Pont aux ânes » montre que l'aire du carré de l'hypoténuse est ... en l'entourant de triangles. D'autres, comme Bhaskara, ont réussi à couper ce carré et à regrouper 5 pièces en la réunion des deux carrés des côtés du secteur droit.

Pour unifier ces points de vue, il me paraît souhaitable de changer l'énoncé du fameux théorème en :

«Dans tout rectangle, le carré de la diagonale est égal à la somme des carrés de deux côtés consécutifs ».

Sous ce point de vue, la démonstration est limpide : tout rectangle permet, par quatre reproductions, de construire le carré[1] de (a + b). La construction du carré de côté c saute aux yeux. Si on fait abstraction des lignes intérieures à ce carré, on voit le « Pont aux ânes » ; si on fait abstraction des lignes intérieures à ce carré, on voit la démonstration de Bhaskara. Mais surtout, les angles droits des rectangles nous assurent qu'on peut les associer deux par deux par des translations ; et qu'il suffit donc - dans le sens qu'on veut - de faire glisser deux triangles intérieurs par ces translations pour transformer ce carré de c en la réunion des carrés de a et b.



Ce n'est pas une illustration, mais une vraie démonstration : il est clair que **tous** les rectangles permettent cette construction ; il n'est pas nécessaire de vérifier per des mesures que les pièces s'emboîtent, car dans tous les cas les rectangles se déduisent par translations, donc leurs moitiés aussi. Et tout est tellement montré par ce mouvement des deux triangles, qu'il est difficile d'imaginer plus simple et plus clair.

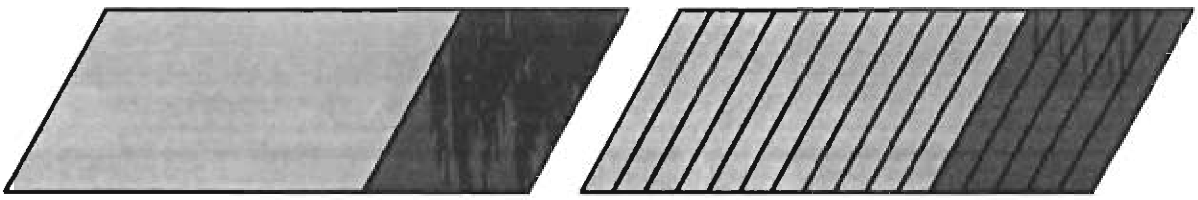
Le théorème de Thalès constitue la seconde implication de l'aire des parallélogrammes dans une démonstration fondamentale ; et c'est plus étonnant encore car si le théorème de Pythagore s'exprime comme une relation entre surfaces (carrés), celui-ci se sert de rapports de longueurs. Le raisonnement comprend deux parties :

1) *Le rapport des aires de deux parallélogrammes de même hauteur est égal au rapport des longueurs de leurs bases.*

C'est le point essentiel. De façon rigoureuse, il comprend deux temps, mais seul le premier est envisagé au Collège :

• Le rapport des longueurs des bases est rationnel. Ce qui signifie qu'il existe une unité qui mesure chacune en nombre entier ; et si on représente ces mesures, on peut construire un parallélogramme ayant pour base chaque unité. A chaque unité de la base correspond un « petit parallélogramme » ; ils se déduisent les uns des autres par translation et ont donc la même aire. Donc le rapport des deux aires est celui des bases, car les aires sont mesurées - par les mêmes nombres - en ces « petits parallélogrammes ».

• Le rapport des longueurs des bases est irrationnel. Dans ce cas, on peut faire appel aux approximations décimales de leurs mesures ; pour chaque sous-graduation en longueur correspond une sous-graduation en « petits parallélogrammes ». Et le résultat est encore vrai.[2]

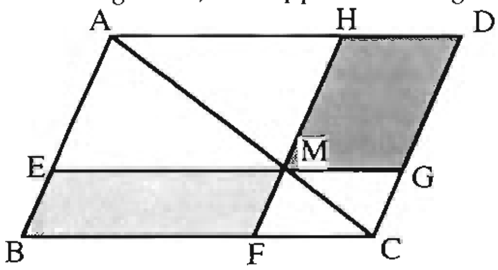


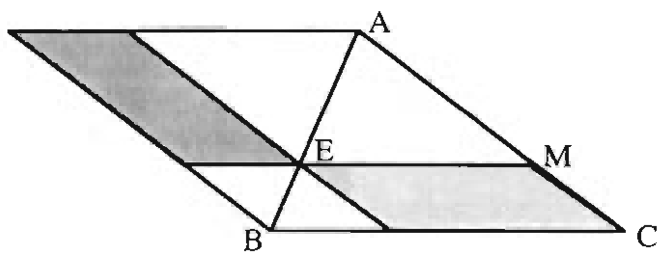
Cette prise de conscience essentielle - contenue dans la formule apparemment anodine de l'aire d'un parallélogramme : $\mathcal{A} = b.h$ - étant acquise, le théorème de Thalès lui-même devient limpide. Il peut prendre plusieurs formes :

[1]Figure très souvent utilisée par Diophante dans « Les Arithmétiques » pour transformer un produit (vu comme aire d'un rectangle) en la différence de deux carrés.

[2]On notera que ce résultat contient la possibilité de définir la multiplication scalaire des vecteurs, puisqu'il garantit l'indépendance par rapport aux bipoints qui les représentent.

2) *Dans la figure du parallélogramme coupé par des parallèles aux côtés passant par un point d'une diagonale, les rapports des segments découpés sur les côtés sont les mêmes.*





$\frac{AE}{EB} = \frac{AH}{HD}$ ou $\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD}$ ou ...

La première proportion se traduit en : $\frac{\mathcal{A}(AEMH)}{\mathcal{A}(EBFM)} = \frac{\mathcal{A}(AEMH)}{\mathcal{A}(MGDH)}$ qui résulte de l'égalité des deux aires grisées.

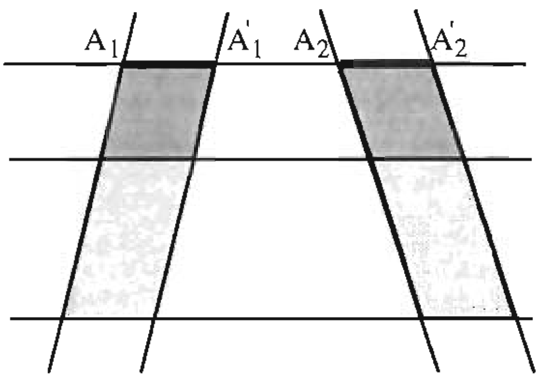
Si on observe maintenant un triangle ABC sous forme d'un demi-parallélogramme de base [BC], et si on le coupe par une parallèle à (BC) passant par E, on a : $\frac{AE}{AB} = \frac{EM}{BC}$ et comme on peut le compléter d'une seconde manière en un parallélogramme de base [BC], on a aussi : $\frac{AM}{AC} = \frac{EM}{BC}$; c.-à-d. le théorème de Thalès dans le triangle.

2 bis) *Si 3 parallèles distinctes sont coupées par une sécante quelconque, le rapport des longueurs des segments découpés sur la sécante est indépendant de celle-ci.*

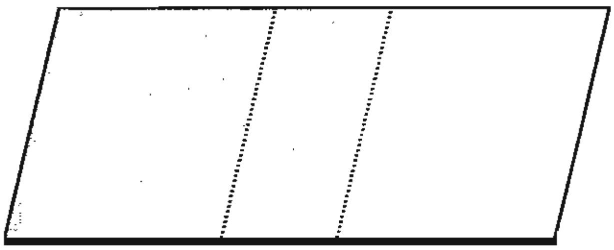
Ou : si on prend deux sécantes Δ_1 et Δ_2, les rapports sont les mêmes. Pour le voir, il suffit de construire une parallèle Δ_1' à Δ_1, Δ_2' à Δ_2 telles que (par exemple) $A_1A_1' = A_2A_2'$ et de remplacer les rapports de longueurs par les rapports des aires des parallélogrammes.

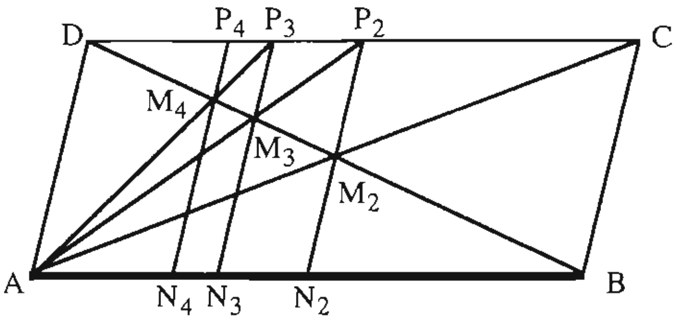
Le reste est clair puisque les parallélogrammes grisés ont deux à deux la même aire.

Le théorème de Thalès tient alors au fait que les aires de deux parallélogrammes de même base et même hauteur sont égales ; ce qui était le premier résultat donné sur les aires !



Pour terminer avec le théorème de Thalès, version parallélogramme, chacun sait utiliser sa règle et son compas pour construire un segment qui soit le $\frac{1}{n}$ (en longueur) d'un segment donné. Voici un moyen remarquable, si on dispose d'une règle (non graduée) et d'un gabarit de parallélogramme (ou de triangle quelconque, de trapèze, ...).





Sur le segment, on construit un parallélogramme par glissement du gabarit sur la base. On trace la diagonale [BD] et on construit, par récurrence, les points M_i, N_i, P_i ($M_0 = B$; $N_0 = B$; $P_0 = C$), M_i, N_i et P_i étant alignés sur une parallèle à (AD) - qu'on trace avec le gabarit - et M_{i+1} à l'intersection de (AP_i) et (BD). En utilisant le théorème de Thalès dans les triangles $AM_{i+1}B$ et $DM_{i+1}P_i$, on a : $\frac{M_{i+1}B}{DM_{i+1}} = \frac{AB}{DP_i}$. Si l'hypothèse de récurrence est : $AB = i.DP_i$, alors : $M_{i+1}B = i.DM_{i+1}$, donc : $DB = (i + 1).DM_{i+1}$ et par projection parallèle sur (AB) suivant (AD), $AB = (i + 1).AN_{i+1}$ ou $AB = (i + 1).DP_{i+1}$.

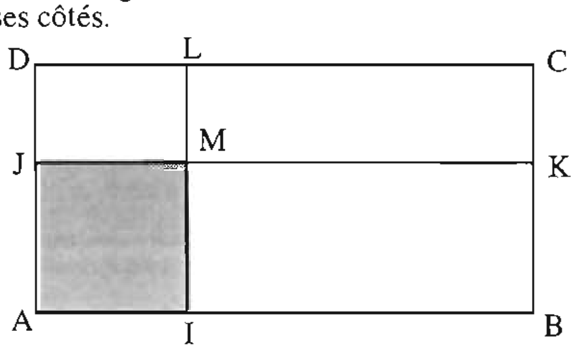
Ce qui démontre que, pour tout i, $AN_i = \frac{1}{i} \cdot AB$.

9 Aires et produits de nombres réels positifs

J'ai dit au début qu'on prend en général la formule d'aire des rectangles comme base parce qu'on l'a vérifiée dans le cas de deux mesures entières dans un quadrillage. Mais le passage à des mesures réelles n'est pas évident. Mais la propriété fondamentale qui nous a servi à transformer le théorème de Thalès en rapports d'aires :

«*Le rapport des aires de deux parallélogrammes de même hauteur est égal au rapport des longueurs de leurs bases* »
permet aussi de comprendre ce résultat.

Pour exprimer l'aire d'un rectangle de dimensions a et b réelles, on place un carré unité à l'intérieur et on prolonge ses côtés.



Avec les notations de la figure, AI = 1, AB = a ; donc $\mathcal{A}(ABKJ) = a$. AJ = 1, AD = b ; donc $\frac{\mathcal{A}(ABCD)}{\mathcal{A}(ABKJ)} = b$, ou $\mathcal{A}(ABCD) = b.a$

Si on commence par comparer les rectangles AIMJ et AILD, on obtient : $\mathcal{A}(ABCD) = a.b$

On a ainsi exprimé l'aire du rectangle par le produit des 2 réels et la commutativité de ce produit.

10 Conclusion

J'ai montré dans l'atelier les utilisations essentielles des parallélogrammes décrites ci-dessus, en particulier au Collège, et comment on peut les faire découvrir et expérimenter par les élèves. Beaucoup d'autres exemples nous montreraient que le rôle des parallélogrammes est universel :
• en géométrie plane, bien sûr, on peut voir l'action particulière des losanges dans les constructions aux instruments (règle et compas, règle à deux bords parallèles seule) ; celle des carrés, leur rôle pour introduire de nouveaux nombres ($\sqrt{x}$), pour comprendre l'irrationalité de $\sqrt{2}$; celle des parallélogrammes en général dans la construction des vecteurs et de leurs opérations.
• en algèbre aussi, dans la compréhension de la distributivité de la multiplication des réels par rapport à l'addition, dans l'établissement des identités remarquables et dans l'introduction de la résolution des équations du second degré.
• dans l'espace, ensuite, car leur simplicité dans les relations d'aires permet d'établir des relations de volumes des prismes (2 prismes de même base et même hauteur ont même volume) et surtout, parce qu'un pavé (parallélépipède rectangle) a un groupe de déplacements associé à ceux de ses faces rectangles, on peut utiliser les rectangles pour démontrer que tout pavé se partage en 3 pyramides de même volume ... et donc en déduire le volume des pyramides.
Tout cela demande une place que ce document ne peut fournir et composera le prochain cahier de la Moisson des Formes.

Pour terminer, cette figure dont le nom est difficile à prononcer par de jeunes bouches, qu'on ne montre longtemps que sous ses formes symétriques (rectangle, losange ou carré), cette figure discrète qu'on retrouve chaque fois qu'on veut comprendre vraiment un résultat géométrique (même si elle ne s'impose pas comme dans les théorèmes de Pythagore et Thalès), cette figure déformable et indéformable à la fois qui introduit la mobilité de l'algèbre en géométrie par le calcul vectoriel, est bien le cœur qui fait vivre et apprécier la plus ancienne de nos sciences et mérite qu'on l'observe et l'admire et qu'on capte ses secrètes pulsations.

Bibliographie

PEYRARD, *Les œuvres d'Euclide*, trad., Librairie Blanchard [1966]

D. WHEELER, *Mathématiques pour l'École élémentaire*, . OCDL [1970]

B.-M. BARTH, *L'apprentissage de l'abstraction*, RETZ [1987]

B. BETTINELLI, *La Moisson des Formes* (livre et matériel) [1994] ; 5 cahiers (*Le dessin géométrique avec la Moisson des formes, niveaux 1, 2, 3* [1995] ; *Mesures* [1996] ;*Géométrie au Collège*, [98], 1 rue de la Perrouse 25 115 POUILLEY LES VIGNES

De la reformulation à l'équivalence logique un chemin pour la compréhension et la structuration des concepts.

Francis Reynès
Collège Grand Air ARCACHON
I.R.E.M. D'AQUITAINE

Sur le plan de de l'assimilation des savoirs, la reformulation est l'une des clefs de la compréhension : en effet, un concept ne prend son sens et son efficacité qu'en liaison avec d'autres, et la reformulation permet d'exprimer et de tisser ces liens, s'avérant ainsi un moyen privilégié pour la construction du sens et la structuration des connaissances.

Sur le plan de l'élaboration du raisonnement, il est très fréquent qu'une "simple" reformulation d'une question ou d'un énoncé suffise à "débloquer" la pensée et à lui conférer une mobilité opératoire grâce au changement de point de vue ainsi réalisé.

Nous allons illustrer cela à l'aide d'exemples de situations rencontrées en 4ème–3ème mais qui sont transférables en amont comme en aval.

Deux concepts me semblent primordiaux à installer à l'issue du cursus du Collège : l'égalité (des dénominations d'objets) [1] et l'équivalence logique (des propositions). En effet, chacun correspond à l'un des deux domaines de sens des écritures mathématiques et participe de façon essentielle à leur gestion mentale et à leur structuration. Chacun joue un rôle déterminant dans la construction et la corrélation des schèmes fondateurs du savoir mathématique, qui sont enracinés dans le "sens commun" et la "logique naturelle". Remplacer "maman" par "ma mère" ou "Paris" par "la capitale de la France", c'est déjà faire la substitution par égalité qui conduira à remplacer 15/21 par 5/7, $x + 2x$ par $3x$, $\sqrt{64}$ par 8, etc. Remplacer "Pierre est plus grand que Jacques" par "Jacques est plus petit que Pierre", c'est déjà effectuer la substitution par équivalence qui conduira à remplacer $x + 13 = 7$ par $x = 7 - 13$ ou $3xm = 5$ par $m = 5/3$.

D'ailleurs, **égalité et équivalence sont indissolublement liées par la propriété de substitution puisque le remplacement, dans une proposition, d'une dénomination par une dénomination égale fournit une proposition équivalente.**
Exemple : $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$ donc $x^2 - 4 = 0$ équivaut à $(x + 2)(x - 2) = 0$.

Bien entendu, la similitude de fonctionnement de ces deux concepts est source de confusion, ce qui conduit certains à proscrire l'usage du mot "équivalence". Ignorer les symptômes ne soigne pas la maladie : par exemple, la confusion bien connue entre "aire" et "périmètre" ne se dissipe pas en étudiant les deux concepts séparément : tout au contraire, et puisqu'ils sont liés, convient-il de les mettre en scène conjointement pour pouvoir révéler à la fois ce qui les relie et ce qui les différencie. Et pour le mot j'en appelle à la cohérence : si l'on refuse d'appeler un chat un chat, alors il faut bannir de son vocabulaire tous les "c'est-à-dire", "autrement dit" et autres "à savoir"... Dans les premiers temps, il ne faudra pas s'affoler de trouver des "*phrases égales*" ou des "*nombres équivalents*" :

[1] cf. "Le concept d'égalité, clef ou verrou" *petit x* n° 35

après tout, il y a bien pire, on le sait d'expérience... Mais au moins aura-t-on les moyens de faire rectifier ces confusions par une analyse du langage utilisé : les écritures sont-elles des propositions, des phrases, ou bien des dénominations d'objets (mathématiques) ?

En tout état de cause, et dans la mesure où le concept d'équivalence est tout aussi fondamental et tout autant employé que celui d'égalité, je ne vois pas au nom de quoi on lui refuserait le droit de se montrer tout aussi explicitement.

La mise en œuvre de toute définition et de toute notation exige l'utilisation de l'égalité et de l'équivalence : appeler "médiatrice de [E F]" l'ensemble des points équidistants de E et de F ne sera utile que si l'on sait **traduire** : " LE = LF " par " L est un point de la médiatrice de [E F] ". Noter "1/m" l'inverse d'un nombre m ne prend son sens que par la suite de **traductions** : t est l'inverse de m équivaut à t x m = 1 , autrement dit t = 1/m . Il est facile de multiplier les exemples.

Au niveau du Collège, il n'est évidemment pas question de donner une définition rigoureuse du concept d'équivalence. Mais on dispose de suffisamment d'exemples "élémentaires" pour l'approcher : il n'est, à ce niveau, qu'une première spécification mathématique du "*autrement dit*" du langage courant : deux propositions sont équivalentes lorsqu'elles expriment la même idée, traduisent la même situation. $12 = 5 + 7$ équivaut à $5 = 12 - 7$. A, B, C sont alignés équivaut à (A B) = (B C). $12 = 3 \times 4$ équivaut à $4 = 12 / 3$. $F \in [K L]$ équivaut à $KF + FL = KL$. Etc.

L'un des buts de l'apprentissage mathématique est précisément d'enrichir le répertoire des propositions équivalentes, car **plus on dispose de moyens différents d'exprimer une idée, mieux on la domine, donc mieux on est capable de l'adapter à la situation dans laquelle on se trouve, au problème que l'on a à résoudre.** Il est facile de constater que la majorité des blocages au démarrage d'une activité de démonstration provient de l'incapacité à remplacer la question posée par une question équivalente, c'est-à-dire à changer de point de vue. Cela est particulièrement flagrant lors des "changements de cadre" :

(A B) // (E F) équivaut à pente de (A B) = pente de (E F), **d'où :** $K \in$ (E F) équivaut à (K E) = (E F), autrement dit (K E) // (E F), autrement dit pente de (K E) = pente de (E F).

A titre d'illustration, voici une liste (non exhaustive !) de propositions équivalentes qui devrait pouvoir être connue et reconnue comme telle en fin de troisième puisque "toutes les notions utilisées sont au programme" (mais fait-il partie du "programme" d'apprendre à les relier ? Il est permis d'en douter.) :

Le triangle RST est rectangle en R

$(RS) \perp (RT)$

$\widehat{SRT} = 90°$

R est un point du cercle de diamètre [ST], (sauf S et T)

R est le projeté orthogonal de S sur (TR)

R est le projeté orthogonal de T sur (SR)

SR est la distance de S à (TR)

TR est la distance de T à (SR)

(RS) est tangente en R au cercle de centre T et de rayon TR

(RT) est tangente en R au cercle de centre S et de rayon SR

$$TR^2 + RS^2 = TS^2$$

R est l'orthocentre du triangle RST

L'aire du triangle RST = RS x RT / 2

La possibilité de traduire, d'exprimer d'une autre façon, n'est pas un luxe mais une nécessité : j'insiste sur ce point car il me paraît crucial. D'autre part il est tout aussi indispensable de comprendre que la possibilité de traduction provient de la liberté de RE-dénomination des objets, et qu'elle est donc indissolublement liée au concept d'égalité. Pour s'en convaincre voici deux exemples "élémentaires" :

1) Définition : la différence de t et de m est le nombre qu'il faut additionner à m pour égaler t.
Notation : ce nombre s'écrit "t – m".

Ce qui précède permet d'écrire : $(t - m) + m = t$. Non seulement cela ne permet d'écrire rien d'autre, mais cette formulation n'est d'aucune utilité, pire elle fige la pensée, bloque toute possibilité de mobilité conceptuelle ! **Ce n'est que la RE-dénomination de ce nombre et l'équivalence obtenue par substitution qui vont amener à la mobilité opératoire** : je décide d'appeler "d" ce nombre déjà appelé "différence de t et de m", c'est-à-dire que "je pose : $d = t - m$". Alors "d est la différence de t et de m" signifie, par définition, que $d + m = t$, (ce que l'on obtient en remplaçant "t – m" par "d" dans l'égalité donnée au début) et se traduit littéralement par : $d = t - m$.

Autrement dit : $d = t - m$ équivaut à **$d + m = t$**.

Alors, définissant la soustraction comme l'opération qui, à deux nombres "t" et "m" pris dans cet ordre, fait correspondre leur différence "d", on obtient le **lien de réciprocité indispensable à la "réversibilité opératoire" :**

$$d \underset{-m}{\overset{+m}{\rightleftarrows}} t$$

1 bis) Idem, à un isomorphisme près, avec quotient et division.

2) Notation **:** si $m \geq 0$, le nombre positif qui a pour carré m se note $\sqrt{m}$.

D'où : si $m \geq 0$, $\sqrt{m} \geq 0$ et $(\sqrt{m})^2 = m$. **Et c'est tout, et c'est inutilisable !**

Il faut "poser" : "$r = \sqrt{m}$" pour pouvoir traduire : "r désigne le nombre positif qui a pour carré m" par : "$r \geq 0$ et $r^2 = m$".

Autrement dit : $r = \sqrt{m}$ équivaut à **$r \geq 0$ et $r^2 = m$**

C'est cette équivalence, et elle seule, qui permettra , par exemple, de résoudre des équations du genre : $\sqrt{(2x - 5)} = x + 3$.

* * *

On sait que, sur le plan cognitif, le raisonnement par analogie précède le raisonnement par déduction logique. Les notions de "cause" et de "conséquence", ainsi que la construction du lien de nécessité qui les unit fonctionnellement, sont caractéristiques du "stade formel". La notion de "déduction logique" est encore plus abstraite, plus formelle. Le concept d'"équivalence de propositions" est alors particulièrement bien adapté à la **transition** vers ce stade formel : en effet, son **mode de fonctionnement** est analogue à celui de l'égalité (on peut toujours remplacer une proposition par une proposition équivalente) alors que son champ d'application est d'une autre nature, d'un "type logique" (cf. B. Russel) de degré supérieur puisque situé au niveau des **relations entre objets** et non plus à celui des dénominations d'objets. Il est incomparablement plus facile d'accès et de maniement que le redoutable concept d'implication, même (surtout ?) lorsque ce dernier se cache sous le voile du "si ... alors ...", tant on sait bien que, dans le langage courant, ce dernier sous-entend le plus souvent sa réciproque et fonctionne donc implicitement comme une équivalence !...

Bien entendu, cette présentation "synthétique" du concept d'équivalence engendre un obstacle didactique : il faudra un jour le "casser" puis le "recoller" pour devenir capable de le (re)considérer comme la conjonction de deux implications réciproques. Un tel objectif pourrait être visé à la fin du cursus du Collège si l'équivalence était abordée sans hypocrisie ni terreur dès la classe de sixième. Je reviendrai sur ce point un peu plus loin.

Une méthode extrêmement générale et polyvalente est celle que j'ai baptisée "**N.T.R.C.**" car elle se décompose en quatre étapes : **N**ommer, **T**raduire, **R**ésoudre, **C**onclure. Deux exemples algébriques :

1) Démontrer que soustraire un nombre revient à additionner son opposé.

N : soit $\mathbf{d} = k - u$ (dénomination du "résultat" de la soustraction proposée)

T : $d = k - u$ équivaut à $d + u = k$ (définition de la différence de k et de u)

R : $d + u = k$ équivaut à $d + u + (-u) = k + (-u)$ (propriété de l'égalité)

autrement dit $d + 0 = k + (-u)$ (définition des opposés)

ou enfin $d = k + (-u)$

C : $d = k - u$ **et** $d = k + (-u)$, **donc** $\underline{k - u = k + (-u)}$,

autrement dit soustraire u revient à additionner –u.

2) Démontrer que diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse

Idem, à un isomorphisme près.

Certains collègues pensent que de telles démonstrations sont trop difficiles pour la majorité des élèves de 4è. Après dix ans de recherche et d'expérimentation je répondrai ceci :

1) Depuis un certain nombre d'années, la démonstration a déserté l'Algèbre, ce que j'estime fort dommageable à son enseignement : elle tend à se réduire à un recueil de recettes d'où le sens et la cohérence sont absents.

2) De telles démonstrations ne sont pas du tout hors de portée d'un élève "standard" de quatrième, à condition qu'il y ait été préparé depuis la sixième par la mise en place progressive et l'utilisation explicite des concepts d'égalité et d'équivalence, de façon à être habitué à nommer et à reformuler.

3) De semblables démonstrations sont indispensables à la prise de conscience de la cohérence interne de l'Algèbre, car ce sont elles et elles seules qui permettent de ressentir les "règles de calcul" d'une part comme des nécessités intrinsèques (donc indéniables et incontour-

nables), d'autre part comme des "rails de sécurité", des points d'ancrage sûrs auxquels il est toujours possible de se référer en cas de doute, et non pas comme des diktats "parachutés" et d'autant plus ressentis comme arbitraires que leur génèse reste occultée.

4) Ces activités sont de véritables recherches, d'authentiques "explorations" qui conduisent à des "découvertes" : il s'agit de trouver comment ça marche !

Par exemple une écriture telle que 7/(–5) n'a, à priori, guère de sens pour les élèves, ce qu'ils manifestent clairement en demandant si l'on ne pourrait pas "mettre le signe moins ailleurs"... Question pertinente mais qui n'a pas de sens algébrique, et qu'il faut donc repenser, reformuler, pour pouvoir la traduire d'une façon utilisable en Algèbre.

5) Ces activités installent peu à peu une véritable **méthodologie**, ce qui est le plus sûr moyen d'éviter la "course aux recettes" dont nous sommes les témoins affligés (et quasiment impuissants vue l'idéologie que trahit le "programme officiel", car le problème n'est pas de "rendre les mathématiques plus concrètes" — par définition toute tentative dans ce sens est vouée à l'échec — mais de susciter, rendre intelligible, opérationaliser les processus d'abstraction puis le fonctionnement des concepts ainsi imaginés).

6) Cela étant, il me semble que n'importe quelle démonstration habituellement demandée en Géométrie est autrement difficile que celles proposées ci-dessus. Et il y en a d'encore plus faciles, ce qui ne les empêche pas d'être riches de conséquences. Exemple : <u>Démontrer que a x(–b) = – (axb)</u>

N : ici, tout est déjà fait ...

T : ax(–b) est-il l'opposé de axb ?

R : pour le savoir il faut, "par définition", calculer la somme des deux nombres :

$$a\,x(-b) + axb = a\,x(-b + b) = ax0 = 0$$

C : la somme est égale à zéro, **autrement dit** les deux nombres sont opposés, **autrement dit** chacun est l'opposé de l'autre, en particulier a x(–b) est l'opposé de axb, **ce qui s'écrit** : <u>ax(–b) = –(axb).</u>

7) L'assurance de la validité des **lois** ainsi découvertes et la pratique de la substitution et de la traduction, permettent d'**interpréter** et de **spécifier** ou d'**étendre** les résultats obtenus.

Par exemple "Tx(–M) = (–T)xM = – (TxM)" veut aussi dire que "l'opposé d'un produit se réalise en remplaçant **un** (et un seul) facteur par son opposé", ce qui sera utilisé plus tard sous la forme :

$$x - 2 = -(2 - x), \text{ donc } (x-2)^2 + (2-x)(x+5) = (x-2)^2 - (x-2)(x+5).$$

En remplaçant M par 1 on obtient Tx(–1) = –T , ce qui signifie que l'opposé d'un nombre c'est son produit par –1.

En remplaçant T par –M on obtient $(-M)^2 = M^2$, ce qui signifie ...

***

Cette méthode "**N.T.R.C.**", abondamment utilisée en Algèbre, ne lui est pas exclusive. Elle est également très efficiente en Géométrie. Trois exemples :

1) <u>La concourance des médiatrices d'un triangle ABC.</u>

N : soit K le point d'intersection de la médiatrice de [A B] et de celle de [B C].

T : K est un point de la médiatrice de [A B] équivaut à KA = KB

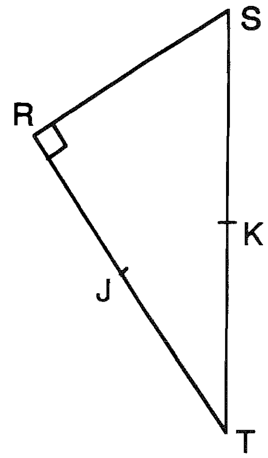
K est un point de la médiatrice de [B C] équivaut à KB = KC

R : KA = KB **et** KB = KC, **donc** KA = KC (propriété de l'égalité)

C : KA = KC équivaut à K est un point de la médiatrice de [A C],

autrement dit la médiatrice de [A C] passe par K.

2) Situation : le triangle SRT est rectangle en R.
Question : le milieu de l'hypoténuse est-il le centre de son cercle circonscrit ?



N : Soit "K" le milieu de [S T].

T : K est-il le centre du cercle circonscrit au triangle SRT ?
autrement dit K est-il le point de concours des médiatrices du triangle ?
autrement dit K est-il le point d'intersection de **deux** médiatrices ?

On est ainsi **conduit** à considérer deux médiatrices :
celle de [S T], puisqu'elle passe par K,
celle d'un autre côté, par exemple [R T].

N : Désignons par Δ la médiatrice de [R T] et par J son milieu.

T : $\Delta \perp (RT)$ **et** Δ passe par J.

R : 1°) $\Delta \perp (RT)$ **et** $(RT) \perp (RS)$, **donc** $\Delta \, // \, (RS)$.
2°) Δ passe par le milieu "J" de [R T] **et** $\Delta \, // \, (RS)$, **donc** Δ passe par le milieu de [S T] (théorème de la projection d'un milieu), **autrement dit** Δ passe par K.

C : K est donc le point d'intersection de la médiatrice de [S T] et de celle de [R T].

3) Données : Une droite Δ, un point B sur Δ, un point E n'appartenant pas à Δ.
Problème : Définir un cercle passant par E **et** tangent en B à Δ.

N : Soit A le centre du cercle cherché (peu importe qu'il existe ou non, l'avenir le dira !)

☞ La définition de A suffit à définir le cercle puisqu'on sait qu'il doit passer par E : la connaissance de A entraîne donc celle de AE, c'est-à-dire du rayon.

T : un cercle de centre A passe par E et B équivaut à AE = AB, autrement dit A est sur la médiatrice de [E B].

le cercle de centre A passant par B est tangent en B à Δ équivaut à $(AB) \perp \Delta$ et $B \in \Delta$ autrement dit A est sur la perpendiculaire en B à Δ. (C'est cette dernière reformulation qui est la plus difficile à faire exprimer !)

R : Puisque $E \notin \Delta$, alors (EB) et Δ sont sécantes (en B). Or deux droites respectivement perpendiculaires à deux droites sécantes sont elles-mêmes sécantes. Donc la médiatrice de [E B] et la perpendiculaire en B à Δ sont sécantes.

C : Leur point d'intersection est le point A cherché. Il est donc unique.

REMARQUES :

1) On retrouve, avec l'équivalence, la même difficulté de substitution qu'avec l' égalité : les élèves ont du mal à "abandonner" une formulation au profit d'une autre, précisément parce qu'ils n'ont pas encore une mobilité d'esprit suffisante et qu'il n'est pas immédiat de comprendre le profit qu'on peut en retirer.

2) Dans la plupart des situations, il est clair que l'activité de traduction par équivalence (reformulation des données, reformulation de la question) est plus fréquente, primordiale, décisive que celle de "pure" déduction (qui est même parfois très réduite) et que c'est elle qui rencontre le plus de difficultés.

Pour "ouvrir" le concept d'équivalence il faut évidemment étudier des contre-exemples. Deux propositions équivalentes doivent être vraies "en même temps" (et tout autant fausses "en même temps", ce qui suppose que l'on ait auparavant compris et utilisé le fait que, si deux propositions sont équivalentes, alors leurs négations le sont également... Soit dit en passant, cela ouvre une voie vers la contraposition...). Pour justifier la non-équivalence il est donc nécessaire (et suffisant) de fournir une situation où l'une des propositions est vraie "pendant que" l'autre est fausse. On peut commencer avec deux propositions "qui n'ont rien à voir", du genre "il pleut" et "il fait nuit", mais ce qui pose problème est évidemment le cas où "il y a une relation mais pas équivalence".

La "vie quotidienne" offre une mine de questions : "Il pleut" est-il équivalent à "le ciel est nuageux" ? "Je roule à 150 km/h" est-il équivalent à "je suis en infraction avec le code de la route" ? "Je suis malade" est-il équivalent à "j'ai de la fièvre" ? Etc.

L'utilisation de l'égalité donne des implications trivialement vraies alors que leurs réciproques ne le sont pas toujours : si a = b, alors $a^2 = b^2$, mais ... Si A = B, alors (AE) = (BE), mais ...

L'étude des caractérisations des "figures usuelles" est également riche d'enseignements logiques : tout carré est un losange, mais ... Tout triangle équilatéral est isocèle, mais ...

Alors il deviendra possible de reconsidérer des équivalences déjà connues et de les reconnaître comme des conjonctions d'implications réciproques.

Cela dit, lorsqu'une propriété peut s'énoncer en une équivalence, je ne vois pas l'intérêt de distinguer systématiquement "énoncé direct" et "réciproque", comme d'aucuns s'acharnent à le faire par exemple pour le théorème de Pythagore... Il me semble nettement plus pertinent de pointer la distinction entre les propriétés qui s'expriment par une équivalence et celles qui ne peuvent s'exprimer que par une seule implication.

REMARQUE :

Dans un tel contexte, il semble difficile de faire l'impasse sur une étude minimale du rôle de la conjonction "**et**" ainsi que de celui de la conjonction "**donc**" :

d'abord pour les distinguer, ce qui n'est pas évident car :

1) si "P" et "P⇒Q" sont vraies, alors "Q"est vraie (modus ponens), donc "P et Q" est vraie,

2) si "P et Q" est vraie, alors "P ⇒ Q" est vraie.

Cela rend très malaisée la distinction cruciale entre "nécessité logique" et "coïncidence" : il faut en effet comprendre qu'**une coïncidence se constate alors qu'une causalité se construit** ;

ensuite parce qu'un grand nombre de déductions usuelles ont la structure "(R **et** S), **donc** T".

Est-il besoin de préciser qu'une telle étude n'est sérieusement envisageable qu'au travers d'une collaboration avec le professeur de français ?

* * *

C'est la production de "traductions équivalentes" qui tisse peu à peu un réseau où les significations peuvent circuler, se rencontrer, interférer, se connecter, permettant ainsi au sens de se construire et de s'installer (cf. le "graphe de connaissance" et les "grumeaux de savoir" de Gérard KUNTZ, REPERES n° 18). Cela ne sera réalisable que lorsqu'on abandonnera le quantitatif pour le qualitatif, l'accumulation inconsidérée de "savoirs" éparpillés, et donc promis à l'évaporation, au profit d'une structuration relationnelle dense de concepts fondamentaux en nombre optimum : l'équivalence logique est évidemment de ceux-là puisqu'elle est un outil essentiel de cette structuration.

INTEGRATION DES SAVOIRS DE FORMATION

"LE DEVOIR D'INQUIETUDE"

Conférence de Gérard GUILLOT
I.U.F.M. de Lyon

L'ambition très modeste du professeur de philosophie que je suis, est de contribuer à votre réflexion et de proposer certains questionnements relatifs aux savoirs de formation en jeu dans l'enseignement des mathématiques.

Philosophie et enseignement des mathématiques

Dans la littérature de référence, il est souvent fait mention de la "philosophie des mathématiques". La question est ici de savoir s'il existe des philosophies caractérisées par leur champ de référence : philosophie des mathématiques, philosophie de l'éducation, philosophie de la musique etc. Le souci philosophique peut-il être déterminé par les objets auxquels il s'applique ? Ou bien n'existe-t-il pas une réflexion philosophique, partageable par tous, qui s'applique à ces divers univers de référence sans pour autant devenir une philosophie spécialisée ? En effet, considérer que la démarche philosophique se spécialise et se sectorise remet en cause l'unité du questionnement de l'essentiel. Or la philosophie, sans vouloir la définir ici de manière réductrice, consiste en l'exercice rationnel de la réflexion sur le sens des objets qu'elle interroge. Philosopher c'est s'efforcer de penser et de juger par soi-même. Le souci de l'autonomie, cher aux éducateurs et aux enseignants que nous sommes, est ainsi au coeur de la réflexion philosophique. Une finalité directrice de l'enseignement est de combattre la dépendance envers les préjugés, les dogmatismes et les conditionnements. L'esprit a vocation à s'émanciper par l'apprentissage et la réflexion. Une telle émancipation a peut-être comme condition une culture générale intégrative des savoirs spécialisés. Une des questions importantes aujourd'hui est de se demander si la culture générale, au sens classique du terme, doit faire une place, voire toute la place, à des cultures, au sens ethnologique, telles que : culture professionnelle, culture mathématique, culture d'entreprise etc. L'emploi du mot culture au pluriel risque de conduire à une confusion avec l'ensemble des représentations afférentes à tel domaine, avec ses habitus et son idéologie. Philosopher sur les mathématiques n'est pas seulement chose mathématique.

Pour une critique du savoir pur

L'enseignement des mathématiques génère des savoirs scolaires dont l'articulation au savoir savant pose problème. Cet enseignement met également en oeuvre des savoirs impliqués : savoirs d'ordre didactique, savoirs d'ordre épistémologique, savoirs psychologiques, savoirs professionnels, savoirs de formation ; ces savoirs relèvent-ils du savoir mathématique ? Une architecture pédagogique élaborée à partir de tels savoirs est-elle cohérente et homogène ? Un glissement abusif ne s'opère-t-il pas ici qui confère une parenté épistémologique discutable ? L'usage de ces savoirs impliqués n'est pas sans effets sur le savoir mathématique. Ne risquons-nous pas de développer une glose, voire une gnose, autour de l'objet mathématique ? Les savoirs impliqués ne se réduisent-ils pas à des "discours sur" ? Si le registre de ces préoccupations a un sens, la question se pose des conditions de sa validité et de sa pertinence.

L'émergence de ce type de discours se constitue en réponse à des attentes qui s'expriment et à des besoins supposés. Nous sommes ici au coeur du traditionnel problème de formation : comment devenir un professeur enseignant les mathématiques ? Les solutions apportées par de nouveaux pans didactiques des sciences de l'éducation sont-elles de véritables solutions conceptuelles ou bien ne se réduisent-elles pas à l'habillage élégant d'un pragmatisme réactualisé ? Peut-on penser, modéliser, théoriser un tel pragmatisme ? Le paradoxe semble parfois exister d'une alliance "contre nature" entre une perspective constructiviste et une pratique comportementaliste. C'est bien l'acquisition d'une geste professionnelle qui est censé fonder l'efficience du futur enseignant. Bref, il s'agit de savoir ce qu'il en est de la légitimité et du statut du "surplus pédagogique" nécessaire à l'enseignement des mathématiques. En quoi le savoir enseigné est-il héritier de l'histoire des mathématiques, en quoi est-il redéfini par sa périphérie ? Pour le dire autrement, le savoir mathématique peut-il résister à l'enseignement ?

De l'impossibilité d'enseigner les mathématiques

L'enseignement du savoir mathématique peut prendre deux formes : celle de sa diffusion scientifique et celle de sa vulgarisation pédagogique. La diffusion suppose des prérequis qui interdisent tout exotérisme au-delà d'une petite communauté spécialisée. L'enseignement paraît davantage relever de la vulgarisation. De nombreux travaux s'intéressent au statut et aux conditions de la vulgarisation scientifique. L'enseignant serait-il un spécialiste de la vulgarisation ?

La vulgarisation requiert un aménagement didactique et pédagogique assorti d'un inévitable déficit de complexité et de signification eu égard au savoir de référence. Du point de vue des théories de la rationnalité limitée, il est dans ce cas nécessaire de définir un niveau d'approximation utile. Un savoir savant ne peut peut-être pas s'enseigner sans cesser d'être savant ni peut-être sans cesser d'être un savoir. L'idéalité et l'architectonique de l'objet mathématique exposent radicalement son enseignement à des limites problématiques. Le souci d'une pédagogie efficace s'accompagne du postulat de l'accessibilité future de l'élève au savoir mathématique seulement préfiguré. L'enseignement serait ainsi l'antichambre d'un apprentissage éventuel. La question se pose également de la consistance et de la pertinence d'un programme d'enseignement. Un suffisant isomorphisme existe-t-il entre le savoir à enseigner et le savoir enseigné ?

Quand on n'est pas spécialiste d'un domaine, et même peut-être quand on l'est, le savoir acquis demeure lacunaire. Si nous sommes honnêtes, pour nous retrouver ici ensemble nous avons dû "réussir" scolairement : avons-nous pour autant véritablement appris tout ce qu'on nous a enseigné ? Un élève est souvent en posture d'élaborer un opportunisme adapté de réponse aux attentes supposées de ses enseignants. C'est la mise en cohérence subjective de nos fragments de savoir qui nous permet éventuellement un itinéraire satisfaisant. C'est sans doute la raison pour laquelle le travail didactique nous conduit à vouloir analyser les représentations des étudiants et des stagiaires. La maîtrise des règles du jeu scolaire risque d'occulter la fréquentation de l'objet du savoir. Comment concilier la réalité fragmentaire des apprentissages avec le désir encyclopédique d'enseignement ? L'enseignement semble affaire d'allusion, d'illusion et d'élision. Aussi n'est-ce pas une exigence majeure de formation continue que d'interroger nos propres représentations et les évidences formatives et évaluatives qu'elles cautionnent ?

Savoir et information

Il est peut être important de repenser la nature de ce qu'un élève apprend. La matière effectivement travaillée par l'élève ce sont des informations: informations orales de l'enseignant, supports pédagogiques écrits et visuels, manuels, ressources documentaires, nouvelles technologies de l'information et de la communication. Une connaissance peut-elle se résoudre en termes d'information, et son acquisition en termes de traitement des informations ?

Je lisais ce matin dans un quotidien, à propos de la "victoire" de l'ordinateur sur le champion d'échecs Kasparov, ce titre : "l'homme est-il foutu ?".
Sous le mythe de l'homme dépassé par ses machines, quels faits sont à prendre en considération ? L'ordinateur et le logiciel utilisés se caractérisent par une mémoire et une vitesse de traitement de l'informaton supérieures à celles de l'homme mais aussi et surtout par la capacité stratégique d'analyser le jeu de l'adversaire au fur et à mesure, d'opérer des choix et de prendre des risques. La machine, "ignorante" de son fonctionnement, se montre efficace. Cet exemple ici caricaturé conduit à se demander si l'intelligence stratégique n'est pas déterminante et suffisante pour un apprentissage réussi. Le problème est posé du statut de la connaissance par rapport à l'information. Le "plus" d'une connaissance maitrisée par rapport à une information détenue est-il de l'ordre de procédures d'agencement et de maillage de cette information ? La question est d'importance pour penser les enjeux et les finalités de la formation des enseignants.

Recherche et formation ou l'enseignant est une personne

Il apparait essentiel de situer le point de vue depuis lequel nous enseignons et nous formons. Enseigner c'est être à la fois dans l'objet à enseigner et dans l'ergonomie du contexte utilisé. Comment faire coexister en nous, et donc dans la formation, deux points de vue et deux niveaux d'exigence qualitativement différents ? Cette articulation peut être pensée soit depuis un de ces deux points de vue soit depuis un troisième point de vue hypothétique qui reste à définir. A cet égard la notion de didactique générale demeure problématique. Entre la didactique de la discipline et les pratiques sociales de référence, les liens ou bien le liant restent à penser et à opérationnaliser.

Jusqu'où les recherches en sciences de l'éducation et en didactique doivent-elles déterminer les évolutions de l'acte d'enseigner ? Les savoirs de formation sont à définir par rapport à des recherches avec lesquelles ils ne se confondent pas. Un enseignant doit choisir ses certitudes provisoires. Il doit donc accepter et assumer ses incertitudes : son devoir de légitime inquiétude n'est pas pour autant l'exercice trop fréquent d'une culpabilité inhibitrice de l'action. Jusqu'où la recherche peut-elle, et doit-elle, réduire ici l'engagement de la responsabilité personnelle de l'enseignant ?

Par rapport aux savoirs de formation, trois directions existent :
1- le savoir fonde la capacité à enseigner.
Selon Aristote, relayé par la tradition universitaire, savoir c'est savoir enseigner. En ce sens un savoir maîtrisé est un savoir communicable. Si le partage du savoir est donné avec sa maîtrise, pourquoi sa transmission demeure-t-elle opaque et la pédagogie une perpétuelle inquiétude ?
2- la transposition didactique constitue un champ spécifique.
Le travail de l'enseignant requiert une véritable entreprise de traduction et de vulgarisation. La formalisation de la méthode et des règles a vocation à tenir ensemble la rigueur des contenus et l'égalité des chances en matière pédagogique.
3- le savoir est une pratique sociale.
La question du sens ne peut pas faire l'économie de l'étude des conditions de production du savoir dans la communauté scientifique comme dans la classe. Un savoir est produit dans un contexte d'intérêts, de passions et de pressions. La sociologie des sciences se développe et remet en cause une approche épistémologique idéelle.

Ces trois options sont-elles exclusives ou bien à articuler -et comment ? Si nous nous plaçons du côté de l'élève, les trois fonctions respectivement correspondantes de l'enseignement : transmission, transposition et socio-construction semblent indissociables. Nous developpons actuellement de nombreux savoirs spécialisés sur l'enseignement qui génèrent de multiples questions sur leur légitimité propre et leur spécialisation même. L'engagement rationnel et subjectif de l'enseignant dans son actualité pédagogique est ainsi nimbé d'une multitude d'interrogations et de soupçons.

Le risque est de perdre de vue l'essentiel : ce risque est facilement transférable aux élèves... Quand la surcharge le dispute à la fragmentation, l'exercice de la réflexion personnelle est obscurci. Ce n'est sans doute pas un hasard si aujourd'hui le souci du sens est réaffirmé avec vigueur. Recherche et formation des enseignants sont à penser dans une articulation plus pertinente.

Liste des participants

Archer Monique	IUFM 5 rue Anselme 69317 Lyon cedex 4
Arhel Daniele	IUFM Centre d'Etiolles-Evry Domaine du Saulchoir 91450 Soisy/Seine
Aubertin J Claude	IUFM 57 Ave de Montjoux 25000 Besançon
Aucagne Jacques	IUFM 1 rue du Marechal Leclerc 28000 Chartres
Aurand Catherine	IUFM St Germain en Laye 5 rue Pasteur 78100
Barth Christian	IUFM Route des Mines 07000 Privas
Berthelot René	IUFM 44 Bd Sarrailh 64000 Pau
Bertotto Anne	Maternelle Pileu 48 Ave des Tilleuls 91300 Massy
Berttinelli Bernard	IUFM 57 Ave de Montjoux 25000 Besançon
Blanchard Mahia	IUFM Rue du College BP129 59820 Gravelines
Boissard Vincent	IUFM 62 Rue V. Faïta 30033 Nimes cedex
Bolon Jeanne	IUFM BP 815 78008 Versailles cedex
Bonnet Nicole	IUFM 3Bd St Exupery 58000 Nevers
Bourelly Josette	IUFM 62 Rue V. Faïta 30033 Nimes cedex
Bourguet Michel	IUFM 62 Rue V. Faïta 30033 Nimes cedex
Bourhis-Lainé Françoise	IUFM 2rue du Facteur Cheval 91011 Evry Cedex
Bouvard Françoise	Ecole Annexe II 20 rue Margurerite 26000 Valence
Bregeon J Luc	IUFM 42 rue du Progrès 03000 Moulins
Briand Joêl	IUFM BP 219 33021 Bordeaux cedex
Brissiaud Remy	22 bis rue des frères Bolifrand 95220 Herblay
Brousseau Guy	IUFM 49 rue de l'Ecole Normale BP 219 33200 BORDEAUX cedex
Bugnon J Pierre	Secteur des Mathématiques 22ch. de Pinchat 1227 Carouge Geneve CH
Butlen Danis	IUFM 3 rue de Belle Combe 77000 Melun
Carral Michel	21 rue Rémuzat 31000 Toulouse
Cathalifaud Robert	IUFM 209 Bd de Vanteaux 87036 Limoges cedex
Cauvas Mado	IEN 1 rue de Montpellier 9100 Massy
Chevalier J Louis	IUFM 2 Ave J. Isaac 131000 Aix en Pce
Colonnad'istria Catherine	Ecole Pasteur Place Pasteur 03800 Gannat
Coppé Sylvie	IUFM 5 rue Anselme 69317 Lyon cedex 4
Debard Yvette	IUFM 90 rue de la Rchelandière 42023 St Etienne cedex
Delègue Henri	IUFM Rue du College BP129 59820 Gravelines
Delhaye Dominique	IUFM Outreau 35 rte de Calais 622000St Martin Boulogne
Dossat Luce	IUFM 36 Ave J. Jaures 63407 Chamalières cedex
Duplay Jean Paul	IUFM 5 rue Anselme 69317 Lyon cedex 4
Dussuc M Paule	IUFM 40 rue Gl Delestraint BP 123 01004 Bourg en Bresse cedex
Duvert Remi	IUFM 3 rue Bossuet 60000 Beauvais
Euriat Jacqueline	IUFM rue Kennedy 88025 Epinal cedex
Eysseric Pierre	IUFM BP 143 Ave Gilet 83004 Draguignan cedex
Farge Collette	IUFM 30 Ave M. Berthelot 38100 gGrenoble
Fermaud Ariane	IUFM 2 Ave J. Isaac 131000 Aix en Pce
Filippi Jean	IUFM BP 143 Ave Gilet 83004 Draguignan cedex
Fremin Marianne	IUFM 96 rue A Pajeaud 96160 Antony
Gerome Evelyne	Ecole Melle Dolto 17 rue des Grèves 03000 Moulins

Girard J Claude	IUFM 90 rue de la Rchelandière 42023 St Etienne cedex
Gispert Hélene	IUFM 45 Ave des Etats Unis 78000 Versailles
Godinat Françoise	IUFM 24 rue des Moreaux 89000 Auxerre
Greff Eric	IUFM 45 Ave des Etats Unis 78000 Versailles
Grimaud Martine	College A. France 87 Limoges
Grugeon Brigitte	IUFM 3 rue R. Salengro 93350 Le Bourget
Guillot Gérard	IUFM 5 rue Anselme 69317 Lyon cedex 04
Helayel Josiane	IUFM 96 rue A. Pajeaud 92160 Antony
Hervieu Claudine	IUFM 18 rue de la Délivrance 14053 Caen cedex
Houdement Catherine	IUFM BP 18 76131 Mt St Aignan cedex
Huet M Louise	IUFM 57 rue de Biallon 72016 Le mans cedex
Huguet François	UFM 8 rue de Rosmadec 29191 Quimper cedex
Jaffard René	IUFM 5 rue Anselme 69317 Lyon cedex 4
Kelhetter Alain	IUFM 7 rue Dacier BP 3522 49035 Angers cedex 01
Kritter Chantal	IUFM d'Etiolles 91450 Soisy/Seine
Kuzniak Alain	IUFM 17 rue de la cote Blaneche 27000 Evreux
Lamant Mireille	IUFM 49 rue de l' EN 33021 Bordeaux
Larere Christiane	IUFM 96 rue A. Pajeaud 92160 Antony
Latour Jacky	IUFM 5 rue Anselme 69317 Lyon cedex 4
Leberre Maryvonne	IREM 43 Bd du 11 Novembre 69622 Villeurbanne Cedex
Lebreton Jean Claude	14 Ch de Maison Vert 41120 CELLETTES
Leduc Christian	IUFM "Le Moulin" Fg de Paris BP311 59304 Valenciennes cedex
LePoche Gabriel	IUFM 51 Bd de Chateudun 800044 Amiens cedex
Loiseau Bruno	IUFM "Le Moulin" Fg de Paris BP311 59304 Valenciennes cedex
Mallen-Dontenwil Anne	Ecole d'application Repères Sud 70000Vesoul
Mante Michel	IUFM 24 rue A. De Musset 69628 Villeurbanne cedex
Marie Marie Denise	IUFM Morne Ferret BP 399 97159 Pointe à Pitre
Masselot Pascale	IUFM 3 rue de Belle Ombre 77008 Melun cedex
Massot Annick	Collège la Renetière Bd Pasteur 44980Ste Luce /Loire
Massot Christian	Collège la Renetière Bd Pasteur 44980Ste Luce /Loire
Maurice J Jacques	IEN 35 rue J Nardi Tain l'Hermitage 26600
Maurin Claude	IUFM 140 rte de Tarascon BP 871 84083 Avignon cedex
Metenier Gisele	Ecole Mlle des Cladets 03400 Yzeure
Millet J Luc	IUFM 209 Bd de Vanteaux 87036 Limoges cedex
Mondon Marc	IEN Ecole du Parc Rue des Minimes 42110 Feurs
Mopondi B. Alexandre	153 rue St Malo 35043 Rennes cedex
Morillon J Paul	IUFM 2 rue du Tronquet BP 18 76131 Mt St Aignan cedex
Mul Andre	IUFM 45 Ave des Etats Unis 78000 Versailles
Normand Catherine	IUFM rue de la cote Blanche 27000 Evreux
Nowak M Thèrese	Lycée A. Camus 32 bis rue de la Loire Firminy 42700
Paillet Michele	IUFM 56 Bd des Batignolles 75017 Paris
Pean Danielle	IUFM Centre Launay Violette BP 12227 44322 Nantes cedex 03
Pedroletti J. Claude	IUFM 57 Ave Montjoux 25000 Besançon
Pelletier Marie Lise	IUFM Haute Normandie BP 18 76131 Mt St Aignan Cedex
Perrin Marie Jeanne	IUFM 37 rue du Temple 62022 Arras
Pezard Monique	IUFM 3 rue de Belle Ombre 77008 Melun cedex

Philippe Bernard	IUFM rue Th Ribot BP 4502 22045 St Brieux cedex 2
Porcel Nicole	IUFM 23 rue des Ecoles 39000 Lons le Saunier
Prouchet Marc	IUFM 5 rue Anselme 69317 Lyon cedex 4
Ranc Genevieve	2rue de Montpellier 91300 Massy
Rauscher Jean Claude	Clg Schongauer 67540 OTSVALD
Reynes Francis	Collège Grand Air Ave du Dr Lorenz Monod 33120 Arcachon
Rimbault Caude	IUFM rue Th Ribot BP 4502 22045 St Brieux cedex 2
Robert Ghislaine	IUFM 3 rue Bossuet 60000 Beauvais
Rolet Christianne	IUFM 5 rue Anselme 69317 Lyon cedex 4
Rousseaux Phillipe	IUFM Ave Kennedy 88000 Epinal
Roussignol Nelly	IUFM Route de Brèvannes 94861 Bonneuil cedex
Roy Monique	IUFM 5 rue Anselme 69317 Lyon cedex 4
Salin Marie Helene	IUFM BP 219 33021 Bordeaux cedex
Souché Christiand	Fac de Sciences Ave de l'Université 64000 Pau
Souny J Guy	IUFM Ave M. Pinat 23000 Gueret
Tardy Claire	IUFM 90 rue de la Rchelandière 42023 St Etienne cedex
Taveau Catherine	IUFM Créteil 45 rue J Zany 93000 Livry Gargan
Tinland Mireille	IUFM 90 rue de la Rchelandière 42023 St Etienne cedex
Tisseron Claude	IREM 43 Bd du 11 Novembre 69622 Villeurbanne Cedex
Verseille Brigitte	44 rue de Verdun 92160 Antony
Vincent Jean	IUFM 1 Bd V. Hugo 51037 Châlon en Champagne cedex
Worobel Michel	IUFM 24 rue des Moreaux 89000 Auxere

Sommaire

Titre

Actes du XXIVème colloque des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres

Auteurs

Ouvrage collectif, à l'initiative de la COPIRELEM, issu du 24 ème colloque (Saint-Etienne, 12,13 et 14 mai 1997)

Date de publication

Avril 1998

Résumé

Ces actes regroupent les textes des 2 conférences, des différentes communications ainsi que les comptes-rendus des travaux des ateliers.

Mots-clés

École élémentaire - Formation des maîtres - Didactique des mathématiques - Professeurs des écoles - formation initiale - formation continue

Éditeur : IREM
Directeur / Responsable de la publication : Régine DOUADY
Dépôt légal : avril 1998
ISBN : 2-86612-173-2
IREM Université - Paris VII - Denis Diderot
Tour 55-56 - 3ème étage - Case 7018
2, place Jussieu - 75251 PARIS Cedex 05