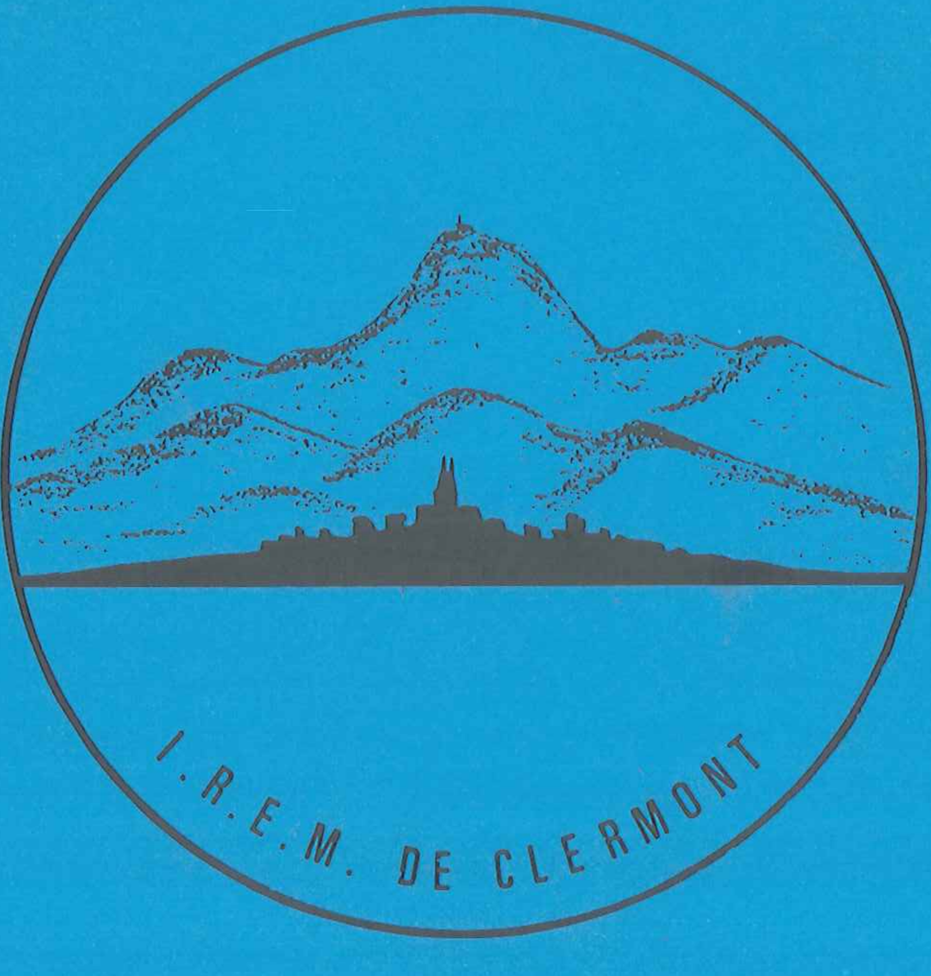
UNIVERSITE DE CLERMONT II
Complexe Scientifique des Cézeaux
63170 AUBIERE

APMEP-IREM
COPIRELEM

7e COLLOQUE
des professeurs de mathématique
d'ECOLE NORMALE



Confolant

2.3.4 mai 1980

S O M M A I R E

Le mot du Directeur de l'I.R.E.M. de CLERMONT-FD

Le Colloque National des Professeurs de Mathématiques des Ecoles Normales a déjà une longue histoire et des traditions bien établies.

Le 7ème Colloque qui s'est tenu du 2 au 4 Mai 1980, pendant une période de congés, a réuni à CONFOLANT 164 participants.

Il intervient au moment où les Ecoles Normales sont en pleine mutation : bien que durement touchées par de sévères réductions d'effectifs, elles doivent assurer une complète rénovation pédagogique et, pour la première fois dans leur longue histoire, ouvrir leurs portes aux Maîtres de l'Université. Le danger serait que cette intervention universitaire soit purement plaquée sur un enseignement ayant par ailleurs sa logique et son architecture, à seule fin de délivrer un diplôme universitaire aux normaliens.

Il me semble que les Mathématiciens, grâce sans doute à un long travail de maturation effectué depuis dix ans dans les I.R.E.M., ont bien compris ce danger et jouent à fond la carte d'équipes pédagogiques associant étroitement dans l'élaboration du plan de formation, les professeurs d'Ecoles Normales, les maîtres d'application, les élèves-maîtres et les universitaires. La présence à CONFOLANT d'une vingtaine d'universitaires est un signe très encourageant. Il est regrettable que le Ministère des Universités n'attache pas assez d'importance à cette formation pour la considérer comme une des nécessités à part entière de l'Université.

La qualité de notre enseignement du premier degré et par là celle de toute notre Ecole dépend pourtant fondamentalement de la formation initiale des instituteurs.

Le sérieux des travaux de CONFOLANT montre que pour leur part, les enseignants de Mathématiques l'ont très bien compris.

P.-L. HENNEQUIN

PROGRAMME DES JOURNEES

VENDREDI 2 MAI 1980 -

9 h	:	Accueil et présentation des Journées
10 h - 12 h	:	Travaux de groupes (B)
12 h 30	:	Repas
14 h 30 - 16 h 30	:	Travaux de groupes (F)
17 h - 19 h	:	Travaux de groupes (B)
19 h 30	:	Apéritif Repas auvergnat Soirée dansante

SAMEDI 3 MAI 1980 -

9 h - 12 h	:	Travaux de groupes (F)
12 h 30	:	Repas
14 h - 17 h	·	Temps libre ou groupe LOGO ou réunion de la COPIRELEM
17 h - 19 h	:	Travaux de groupes (B) Bilan au sein de chaque groupe Rédaction des rapport
18 h 30	:	Réunion des Animateurs et des Responsables de dossiers
20 h 30	:	Repas, puis soirée libre

DIMANCHE 4 MAI 1980 -

8 h 30 - 11 h	:	Assemblée plénière ; bref rapport des travaux des groupes F, suivi d'un débat sur la formation
12 h	:	Repas

GROUPES - TYPE B

N°	Thème
B_A	Approches du nombre
B_B	Géométrie
B_G	Pédagogie par objectifs
B_H	Problèmes et l'enseignement des Math
B_I	Le fonctionnement de l'erreur dans l'enseignement des mathématiques
B_K	Les calculatrices et l'enseignement des mathématiques
B_L	Les jeux et les mathématiques
B_N	Réalisation et conduite d'une leçon
B_O	Rationnels - Décimaux
B_P	Activités sur l'aléatoire

GROUPES - TYPE F

N°	Thème
F_{11}	Ensemble des U.F. de Didactique
F_{12}	U.F. - Math-E.N.
F_{13}	U.F. - Math-DEUG
F_{14}	U.F. - Math-Techno
F_{15}	Evaluation des U.F.
F_3	U.F. de palier
F_4	Exigences préalables aux U.F. de didactique
F_5	U.F. optionnelles
F_7	Relations institutionnelles
F_8	Passé, présent, avenir de la Recherche Pédagogique dans les E.N.
F_9	Ordinateur à l'Ecole Normale

LISTE DES PARTICIPANTS AU COLLOQUE DE CONFOLANT

Académie de BESANCON -		
25 - BESANCON	BETTINELLI Bernard	E.N.F. Fort-Griffon BESANCON
	BETTINELLI Bernadette	- d° -
	PEDROLETTI J.-Claude	- d° -
39 - LONS-LE-SAULNIER	PORCEL Nicole	E.N. du JURA, LONS-LE-SAULNIER
Académie de BORDEAUX -		
33 - BORDEAUX -	BROUSSEAU Guy	I.R.E.M. 351 Cours de la Libération BORDEAUX
	DOMINGOS Luis	- d° -
	RATSIMBA-RAJOHN Harrisson	- d° -
	VINRICH Gérard	- d° -
33 - MERIGNAC	BRIAND Joël	E.N. Château Bourran, Av. de Verdun MERIGNAC
	SALIN M.-Hélène	- d° -
40 - MONTde-MARSAN	TEULE Pierre	E.N. 335, Rue St-Pierre MONT-de-MARSAN
81 - PAU	BERTHELOT René	E.N. 44, Bd J. Sarrailh PAU
Académie de CAEN -		
50 - SAINT-LO	LACHAIZE Bernadette	E.N. 10, Rue St-Georges ST-LO
Académie de CLERMONT-FD -		
03 - MOULINS	ESPALIEU Gérard	E.N.G. 42, Rue du Progrès MOULINS
	FONTVERNE Suzy	- d° -
	SEGAUD Nicole	- d° -
	ZAMMIT Christian	- d° -
15 - AURILLAC	LEYROLLE Roger	E.N. Rue de l'Ecole Normale AURILLAC
43 - BRIOUDE	ESCULIER Auguste	Inspection Départementale de l'Education - BRIOUDE
43 - LE PUY	MIELE Pierre	E.N.M. Avenue de Vals LE PUY
	MAURIN Roger	Ecole Lafayette LE PUY
63 - CLERMONT-FD	BOUCULAT Nicole	E.N.F. , Av. Bergougnan
	DOSSAT Luce	I.R.E.M. Complexe Scientifique des Cézeaux - B.P. 45 AUBIERE
	DESSEUX J.-François	- d° -
	GUILLAUME Marcel	Université de CLERMONT II Complexe Scientifique des Cézeaux B.P. 45 AUBIERE
	HENNEQUIN Françoise	- d° -

Académie de CLERMONT-FD -

63 - CLERMONT-FD	HENNEQUIN Paul-Louis	I.R.E.M. Complexe Scientifique des Cézeaux - B.P. 45 AUBIERE
	HENNETON André	Collège J.-d'Arc Avenue de Grande Bretagne CLERMONT-FD
	NOIRFALISE Annie	Faculté des Sciences Complexe Scientifique des Cézeaux B.P. 45 AUBIERE
	NOIRFALISE Robert	C.U.S.T. Complexe Scientifique des Cézeaux B.P. 45 AUBIERE

Académie de CRETEIL -

93 - LIVRY-GARGAN	DUBOIS Colette	E.N. 45, Av. Jean Zay LIVRY-GARGAN
	LAPORTE Bernard	- d° -
	PAUVERT Marcelle	- d° -

Académie de DIJON -

21 - DIJON	DURIER Roland	I.R.E.M. Faculté des Sciences Mirande B.P. 130 DIJON
	MARCHIVIE François	Université de DIJON
58 - ST-GEORGE-s/ BAULCHE	WOROBEL Michel	Collège ST-GEORGES-sur-BAULCHE
71 - MACON	CHAMPION Claudette	E.N. 9, Rue de Flacé MACON

Académie de GRENOBLE -

38 - GRENOBLE	GUILLERAULT Mireille	E.N. 9, Rue Jean Bocq GRENOBLE
	MARTINELLI Elise	- d° -
	NEYRET Robert	- d° -
	BALACHEFF Nicolas	I.N.P. B.P. 53 X GRENOBLE Cédex 38041
	GUILLERAULT Michel	Université I GRENOBLE
26 - VALENCE	CLAROU Philippe	Lycée C. Vernet 160, Rue Favendines VALENCE

Académie de LILLE -

62 - ARRAS	BETHERMIN	E.N.F. 37 Rue du Temple ARRAS
59 - DOUAI	FOULON Marc	E.N.G. 262? Rue d'Arras DOUAI
	LAISNE Michel	- d° -
	TISON Jeanine	Lycée Châtelet DOUAI
59 - LILLE	BOULE François	E.N. 58, Rue de Londres LILLE
	TISON Pierre	I.R.E.M. Faculté des Sces et Techniques BP 36 VILLENEUVE-D'ASCQ
	MICHEL Annie	Lycée Faidherbe LILLE
62 - VALENCIENNES	DOROBISZ M.-Thérèse	A.F.P.A. VALENCIENNES
	DOROBISZ Richard	Université de VALENCIENNES

Académie de LIMOGES -		
23 - GUERET	BOURDIL Annie	E.N. 1, Av. Marc Purat GUERET
87 - LIMOGES	CATHALIFAUD Robert	E.N. 209, Bd de Vanteaux LIMOGES
	CREPIN Roger	- d° -
	ROUGIER Jeanne	- d° -
Académie de LYON -		
01 - BOURG-en-BRESSE	CHARNAY Roland	E.N. 40, Rue du G^{al} Delestraint BOURG-en-BRESSE
69 - LYON	NOYARIE Danielle	E.N.F. 80, Bd de la Croix Rousse LYON 69001
	GLAYMANN Maurice	Université Claude Bernard LYON I
Académie de MONTPELLIER -		
34 - MONTPELLIER	DESCHAMPS Paul	E.N.I. 17, Rue Abbé de l'Epée 34075 MONTPELLIER Cédex
Académie de NANCY-METZ -		
54 - NANCY	AUBURTIN Mireille	E.N. 2, Rue Paul Richard 54320 MAXEVILLE
	DIDRY Jean-Marie	- d° -
	LAMBERT Jean	- d° -
	SIBILLE Michel	- d° -
55 - BAR-le-DUC	HANSEL Natacha	E.N. Pilviteuil, Ville Haute BAR-le-DUC
	VARIN Bernard	E.N. 16, Rue de la Victoire MONTIGNY-les-METZ
	FISCHER Jean-Paul	- d° -
88 - REMIREMONT	MERLAN Jacques	I.D.E.N. 49, Rue du Canton REMIREMONT
Académie de NANTES -		
49 - ANGERS	CHAUVAT Danièle	E.N. 7, Rue Dacier 49035 ANGERS Céd.
	COROLLEUR Annick	- d° -
	PEAULT Hervé	- d° -
53 - LAVAL	LE POCHE Gabriel	I.D.E.N. - LAVAL IV
72 - LE MANS	DEMARS Suzanne	E.N. 57, Rue de Ballon LE MANS
Académie de NICE -		
06 - NICE	LAPORTE Gérard	E.N.G. 43, Av. Stéphen Liegeard NICE
	COURRIERE Michel	E.N.F. 89, Av. Georges V NICE
	BLANC Michel	Lycée Massena NICE
	SACKUR-GRISVARD Catherine	C.E.S. J.-H. FABRE Bd Henri Sappia NICE
	LEONARD François	I.R.E.M. Université Départ. de Math Parc Valrose NICE

Académie de NICE -		
83 - DRAGUIGNAN	FILIPPI Jean	E.N.M. Avenue A. Gilet DRAGUIGNAN
Académie d'ORLEANS -		
28 - CHARTRES	BEAUFORT Dominique	E.N.M. 1, Rue du M^{al} Leclerc CHARTRES
	TACHET Catherine	- d° -
37 - TOURS	BARSEYMI René	E.N., Fondettes 37230 LUYNES
	JULIEN J.-Claude	- d° -
	GUILLEMOT Marianne	Université de TOURS
41 - BLOIS	AUTEBERT André	E.N. 9, Av. Paul Reneaulme BLOIS
	DUVIALARD Jean	Ecole Annexe M. Rouchette 4, Rue Maurice de Saxe BLOIS
45 - ORLEANS	GOIX J.-Claude	E.N.G. 72, Fg de Bourgogne ORLEANS
	JEROME Guy	E.N.F. 110, Fg St-Jean BP 1949 ORLEANS
	PERNOT Marie-Alice	- d°-
	ROUCHIER André	I.R.E.M. Université d'ORLEANS Domaine Universitaire de la Source
Académie de PARIS -		
	AUBERT Xavier	Inspecteur Général
	ARTIGUE Michèle	I.R.E.M. PARIS VII Univeristé de PARIS VII 2, Place Jussieu Tour 56
	COLLONGE Marie-Pierre	E.N. 56 Bd des Batignolles PARIS (17e)
	TREHARD Françoise	- d° -
	COLMEZ François	Université de PARIS VII I.R.E.M.
	DOUADY Régine	- d° -
	MOTTET Gérard	Direction des Ecole,Ministère de l'Education
	PELE Colette	C.N.D.P. Lycée Gabriel Fauré PARIS 13e
Académie de POITIERS -		
86 - POITIERS	BOROWCZYK Jacques	Université de POITIERS
	DURPAIRE Jean-Louis	I.R.E.M. Av. du Recteur Pineau POITIERS
	RUHABURA Ladislas	- d° -
Académie de REIMS -		
08 - CHARLEVILLE- MEZIERES	BOUSREZ Evelyne	E.N. Rue J.B. Clément BP 221 CHARLEVILLE-MEZIERES
	CHARLOT Guy	- d° -
52 - CHAUMONT	MUNIER Jean-Marie	E.N. 2,Av. du 14 Juillet CHAUMONT
	SIRCOGLOU Basile	- d° -

Académie de RENNES		
22 - SAINT-BRIEUC	LE PEZRON Yves	E.N.F. 21, Bd Lamartine St BRIEUC
	RIMBAULT Claude	E.N.G. 21, Bd Lamartine St BRIEUC
29 - QUIMPER	HUGUET François	E.N.G. 8, rue de Rosmadec QUIMPER
	LE GREVELLEC Lucien	E.N.G. 8, rue de Rosmadec QUIMPER
35 - RENNES	MICHARD Madeleine	Collège de Tinténiac Rue des Trente 35190 TINTENIAC
	GABORIEAU Jean-Pierre	I.R.E.M. de RENNES
	GRAS Régis	Université de RENNES
	GUILLOSSOT Denise	E.N.F. 104, bd Duchesse Anne RENNES
	SAGUERRE Gérard	E.N. 6, avenue de Lattre de Tassigny VANNES
	TRUCHET Jean	E.N. 6, avenue de Lattre de Tassigny VANNES
Académie de ROUEN		
76 - ROUEN	BUISSON-ZIMMERMANN	E.N F. 9, rue de Lille 76044 ROUEN CEDEX
Académie de STRASBOURG		
67 - STRASBOURG	EILLER Robert	E.N.G. 66, avenue de la Forêt Noire 67083 STRASBOURG CEDEX
Académie de TOULOUSE		
81 - TOULOUSE	BEGUE Madame	E.N.M. 4, avenue Raoul Lafagette 09000 FOIX
Académie de VERSAILLES		
78 - VERSAILLES	BOLON Jeanne	E.N.G. 3, bd de Lesseps 78000 VERSAILLES
	DE POSTEL Catherine	E.N.F. 142, rue du Président Roosevelt 78100 SAINT GERMAIN-EN-LAYE
	BERDONNEAU Catherine	Collège A. de Vigny 92 COURBEVOIE
	GAUDELET Nicole	E.N. Hauts de Seine Avenue Pageaud 92160 ANTHONY
	LABRUNIE Nicole	Ecole Mixte Marcel CACHIN 4, Mail des Cuverons 92220 BAGNEUX
	VALENTIN Dominique	E.N. Mixte Avenue Pageaud 92160 ANTHONY
	BONTE Eric	E.N. Mixte Avenue de la Grande Ecole 95027 CERGY
	BRISSIAUD Rémi	E.N. Mixte Avenue de la Grande Ecole 95027 CERGY
	RIVIERE Pierre	C.N.E.P.A.S.E.S. 2, avenue Wilson 95260 BEAUMONT-SUR-OISE

GROUPE BA

APPROCHES DU NOMBRE

ANIMATEURS-RAPPORTEURS :
PIERRE MIELE
MIREILLE AUBURTIN

Nous avons décidé de prolonger le travail amorcé à Bombannes en nous penchant sur le problème de la sensibilisation d'ordre mathématique au sujet du nombre en FP.

I - Différents problèmes se posent :

. Comment présenter ces aspects théoriques de manière
simple
correcte
et en liaison avec ce qui se fait à l'école élémentaire

. Ce qu'on veut faire passer,
1) sensibilisation des F.P. aux 2 aspects :
ordinal
cardinal
et lien entre ces deux aspects

2) Sensibilisation aux notions d'ensembles finis et infinis (utile dans la mesure où la distinction ordinal cardinal sera plus facilement rendue évidente au niveau des ensembles infinis).

. Comment ?

. Et avec quels objectifs ?

Nécessité de donner : - une information aux E. I. pour éclairer, voire compléter l'interprétation du nombre donnée par les I.O.

- une interprétation théorique des difficultés mises en évidence (par les activités proposées par le groupe de Bombannes).

II - Ordinal/Cardinal

Il nous semble que la distinction ordinal cardinal reste souvent floue dans l'esprit des normaliens.

Sans vouloir leur présenter une théorie mathématique élaborée il nous paraît intéressant de leur faire vivre quelques activités qui les amènent à concevoir les caractéristiques particulières de la notion d'ordinal (liée au "bon ordre").

Celles-ci apparaissent plus facilement avec des ensembles infinis.

Nous partons pour cela de l'idée d'"énumération" que nous cherchons à préciser : énumérer les objets d'une collection finie c'est les ranger comme suit :

- on commence par fixer un plus petit élément (le premier),
- on constitue de proche en proche un ordre total en fixant à chaque étape un élément qui viendra juste après le dernier, de ceux qui ont été rangés avant, juste avant ceux qui restent,
- on s'arrête ayant fixé un plus grand élément (qui renseigne en même temps sur le cardinal).
- Si on "compte" de plusieurs manières différentes (on énumère dans des ordres différents), on obtient des ordres isomorphes.

Les exemples proposés ci-après sur des ensembles infinis visent en particulier à préciser les conditions nécessaires pour qu'on puisse parler "d'énumération" et d'ordinal :

Mise en évidence d'un bon ordre. Si l'ordre total suffit pour les ensembles finis c'est que dans ce cas il s'agit toujours d'un bon ordre (existence pour tout sous-ensemble d'un plus petit majorant strict).

Cela se traduit par :

- la nécessité d'un plus petit élément (Cf 2.3 et 2.5)
- la possibilité d'avoir sur un même ensemble plusieurs bons ordres non isomorphes (CF 2.1, 2.2, 2.5).
- L'existence possible mais non nécessaire d'un plus grand élément.

Construire un bon ordre sur un ensemble infini peut-être en outre une activité intéressante (Cf. 2.3, 2.5).

Exemples :

2.1 - On range les naturels selon l'ordre habituel à partir de 1. Le zéro est mis à la fin.

- On a encore un ordre total (mais non isomorphe à $\leqslant$).
- Il y a un "premier" (le plus petit élément) : 1
- A chaque étape du rangement, on adjoint au rangement partiel déjà fait un élément non encore rangé, dont on fixe qu'il sera plus grand que tous ceux déjà rangés et plus petit que tous ceux qui restent encore à ranger ; il y a un "premier"

qui vient juste après, un plus petit majorant strict.

C'est trois points assurent que l'on a une énumération (ici de $\mathbb{N}$), mais elle possède un plus grand élément : zéro.

2.2 - <u>Dans $\mathbb{N}$, on range d'abord les entiers naturels pairs selon la relation $\leq$ habituelle, puis les nombres impairs.</u>

0 2 4 . . . < 1 3 5

une énumération, mais à nouveau, il existe des parties non vides majorées n'admettant pas de plus grand élément.

2.3 - <u>($\mathbb{Z}$, $\leq$)</u> contre-exemple d'une énumération

. . . −2 −1 0 +1 +2 . . . . .

On a un ordre total

- A chaque étape du rangement un plus petit majorant strict (chaque entier relatif a un successeur).
- Mais tout élément de $\mathbb{Z}$ a aussi un prédecesseur ; il n'y a pas de plus petit élément, pas de "premier".

Pour une énumération, il faut un 1er élément. L'énumération a un début, elle commence quelque part.

On peut donc essayer de construire une énumération des éléments de Z.

<u>Exemple</u>

0 −1 +1 −2 +2 . . .

2.4 - <u>Le fait qu'un rangement produise un ordre total et présente un plus petit élément n'assure pas qu'on ait une énumération</u>

On considère tous les mots que l'on peut écrire à l'aide des lettres a et b, avec répétition éventuelle.

Ces mots peuvent être rangés

<u>selon l'ordre lexicographique</u>

a, aa, aaa, ..., aaab,......., aab,......., ab,.......

<u>Selon les 2 critères</u> longueur de l'écriture et ordre lexicographique pour 2 mots de même longueur.

a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, ...

Dans les 2 cas : ordre total
un plus petit élément a

Quel est le premier mot ne contenant pas que des "a" ?

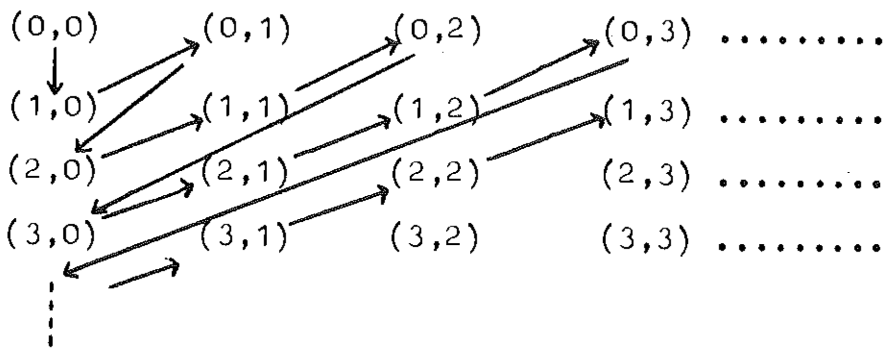
dans le second cas : b

dans le premier cas, il n'y en a pas : à tout mot de la forme aaa... ab, on peut trouver un prédecesseur ne s'écrivant pas qu'avec des "a". Il n'y a pas de plus petit majorant strict à l'ensemble des mots constitués seulement avec des "a".

Dans le second cas, on obtient effectivement une énumération, pas dans le premier cas.

2.5 - De même construction d'une énumération dans N $\times$ N

par exemple celle suggérée par le schéma ci-dessous (reprenant une idée de Cantor).



avec comme questions possibles : Quel est le numéro d'un couple donné ?
Quel couple est rangé le $n^{\text{ème}}$?

Ces quelques exemples peuvent servir à faire prendre conscience des propriétés de ($\mathbb{N}$, $\leqslant$), de ce qu'est une énumération.

Enumérer : c'est constituer un ensemble totalement ordonné dont chaque section commençante (constituée lors d'une étape partielle), admet un premier élément qui la suit.

Dans le cas des ensembles finis : chaque section commençante admet un dernier élément.

Dans le cas des ensembles infinis : l'infinité du nombre des éléments nécessite une infinité de démarches, donc des étapes correspondant à des sections commerçantes sans dernier élément.

Par exemple lorsque l'on ordonne les éléments de $\mathbb{N}$ en prenant d'abord les naturels pairs puis les naturels impairs rangés par la relation $\leqslant$:

0, 2, 4, 8,..., 2n,... <1, 3, 5,...,2 n+1,..., on introduit une section qui n'a pas de plus grand élément (0, 2, 4, 8,...)

et il suit une autre section qui a un plus petit élément.

III - Ensembles finis, ensembles infinis

1 - La distinction fini/infini

Ce qui est essentiel, et cela apparaît sur les exemples : tandis que sur les ensembles finis on a isomorphisme de tous les ordres totaux, dans le cas des ensembles infinis, on peut exhiber des ordres totaux non isomorphes ; certains sont des énumérations, d'autres non (ex : ordre lexicographique).

Le problème qui se pose est comment introduire les notions d'ensembles finis et infinis ?

plusieurs possibilités :

ou (1) un ensemble fini est un ensemble non équipotent à une quelconque de ses parties propres

ou (2) un ensemble fini est un ensemble qui admet une énumération finie.

Enumération finie : ordre total, toute partie non vide a un plus petit élément et un plus grand élément.

Pour deux énumérations (en particulier finies) l'une est isomorphe à une section commençante de l'autre.

Dans l'un et l'autre cas, définir $\mathbb{N}$ comme ensemble des naturels, c'est à dire comme ensemble des nombres d'éléments des ensembles finis permet de montrer que $\mathbb{N}$ satisfait les propriétés dites "axiomes de Péano".

La 1ère définition donne en corollaire (axiome du choix nécessaire).

Toute énumération finie n'est pas isomorphe à l'une quelconque de ses sections commençantes.

On montre par récurrence que tout ensemble fini admet une énumération finie.

La 2ème définition permet de démontrer par récurrence qu'un ensemble fini n'est équipotent à aucune de ses parties propres.

Le premier point de vue est légèrement plus facile que le deuxième ; tous les deux semblent difficiles pour des F.P.

Remarque : il ne nous semble pas très souhaitable d'introduire les ordinaux de Von Neumann (Ermel CP) : méthode élaborée qui ne paraît pas naturelle, et ce n'est pas le plus urgent.

Lien entre ordinal et cardinal

Pour les ensembles finis :

- Tout ordre total sur un ensemble fini est une énumération finie (se démontre par récurrence).
- Deux ordres totaux de supports finis sont isomorphes $\Longleftrightarrow$ Leurs supports sont équipotents. Et ce n'est pas le cas pour les ensembles infinis.

Ordinal : idée de repérage

on repère à partir d'un rangement (se fait par la quantité des repères passés. Ex : le 5ème à partir de la droite).

Le cardinal a un rôle quantitatif (et le décompte se fait aussi par la comptine en rangeant)

Quels exemples proposer aux normaliens pour leur faire sentir ces deux aspects ?

- Lors d'un paiement, l'ordre dans lequel on aligne les pièces n'a aucune importance.
- Pour connaître le nombre de bêtes d'un troupeau, on les fait passer l'une derrière l'autre dans un étroit passage. L'ordre dans lequel elles passent n'a aucune importance. Ce qui nous intéresse c'est de savoir où on s'arrête avec la comptine.
- Situations de rangement, fiches de voeux, ordre de préférence.

Aspects opératoires :

Addition — aspect cardinal : réunion de 2 ensembles disjoints

Addition — aspect ordinal : décompter sans recompter (commencer la comptine avec une collection, la continuer avec une autre collection).

2 - L'existence de différents infinis :

L'exemple suivant a été recherché comme réponse à la question : Est-il possible de montrer qu'il existe différents infinis (dénombrable, non dénombrable)?

On considère les réels appartenant à $[0,1[$, représentés par leur développement décimal illimité. On suppose cet ensemble dénombrable et qu'on les écrit tous de la manière suivante :

$$\begin{array}{llll}
0,a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
0,a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
0,a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
0,a_{41} & a_{42} & a_{43} & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\vdots & & &
\end{array}$$

On considère le développement donné par la diagonale :
par la diagonale :

$$0,a_{11}a_{22}a_{33}\ \cdots\cdots\cdots\cdots$$

A partir de celui-ci, on en construit un nouveau qui n'est pas dans le tableau : on remplace chaque chiffre du développement par son suivant modulo dix. (a_{nn} remplacé par $b_{nn} = a_{nn} + 1 \pmod{10}$).
On n'a donc pas écrit tous les développements des nombres réels de $[0,1[$. C'est que $[0,1[$ n'est pas dénombrable.

ANNEXE

Une définition intuitive, avantageuse et oubliée, de la notion d'ensemble fini

par Marcel GUILLAUME, Université de Clermont II

(Cet article sera publié dans le bulletin de Février 1981 de l'A.P.M.E.P.)

Lors du 7e Colloque national des Professeurs d'Ecoles Normales, qui s'est tenu à CONFOLANT, des 2 au 4 mai dernier, le groupe "Approches du Nombre" s'en est tenu (implicitement) à la définition du nombre entier naturel comme nombre des éléments d'un ensemble fini, et, en ce qui concerne les rudiments sur les ensembles finis, à deux possibilités :

- ou bien, partir de la traditionnelle

Définition 1. (Dedekind, [5]) : Un ensemble est dit fini s'il n'est équipotent à aucune de ses parties propres ;

c'est une voie que nombre de collègues ont bien en mains ;

- ou bien partir de la

Définition 2. Un ensemble est dit fini, s'il admet un ordre pour lequel chacune de ses parties non vides admet un premier et un dernier élément.

Lors d'un échange de correspondance sur la mise au point du rapport du groupe, m'étant livré à quelques vérifications de nos assertions, il m'est apparu que l'emploi des définitions 3 et 4 ci-après rend vraiment facile l'étude des propriétés fondamentales des ensembles finis.

Définition 3 : Etant donné un ensemble E, on dit d'une partie X de E qu'elle est finiment énumérable si et seulement si elle est vide ou telle qu'il existe une partie Y de E, préalablement reconnue comme finiment énumérable, et un élément a de E, tels que $X = Y \cup \{a\}$.

Commentaire : Les parties finiment énumérables de E sont ainsi définies comme constituant une famille $\mathcal{F}_E$ de parties de E, telle que

(i) $\emptyset \in \mathcal{F}_E$,

(ii) $\forall Y \in \mathcal{F}_E \ \forall a \in E \quad Y \cup \{a\} \in \mathcal{F}_E$,

(iii) ("condition de clôture") $\mathcal{F}_E$ est incluse dans toute famille $\mathcal{F}$ de parties de E satisfaisant aux conditions

(i) $\emptyset \in \mathcal{F}$,

(ii) $\forall Y \in \mathcal{F} \ \forall a \in E \quad Y \cup \{a\} \in \mathcal{F}$.

Les conditions (i) et (ii) traduisent le "si" de la définition 3, la "condition de clôture" (iii) est la seule expression possible, à l'aide des concepts de théorie des ensembles, du "seulement si" : si $\mathcal{F}$ est une famille de parties de E satisfaisant aux conditions (i) et (ii), les parties finiment énumérables appartiennent à $\mathcal{F}$, mais une éventuelle partie Z de E, non finiment énumérable, appartenant à $\mathcal{F}$, devra ne pas appartenir à $\mathcal{F}_E$.

Définition 4 : Un ensemble E est dit fini s'il appartient à la famille de ses parties finiment énumérables.

Un fort bref retour à la bibliographie m'a fait constater qu'une idée aussi simple que celle qui sous-tend la définition 3 se trouve déjà dans le 2e volume des Principia Mathematica de Russell et Whitehead [9] (le 2e volume est paru en 1912).

Il est fort curieux qu'elle soit tombée dans l'oubli. Sans doute est-ce dû , pour une part, aux défauts de cet ouvrage : traité en système formel, il est agaçant à lire, en raison de la lenteur avec laquelle il procède (les logiciens d'aujourd'hui, dieu merci, s'occupent d'autre chose que de la production "pas à pas" de démonstrations formelles) ; il souffre aussi d'un excès de symboles définis (certains sont redondants) ; et puis, la façon dont il use des intuitions sur lesquelles repose la "théorie des types" de B. Russell (nous esquisserons plus loin une explication de l'objet de celle-ci) s'est avérée inappropriée au développement des mathématiques, auquel elle donne trop de complexité.

Il n'en reste pas moins que Tarski, dans son mémoire de 1924 sur les ensembles finis [11] , mentionne l'idée, tout en attribuant à Russell et Whitehead la

Définition 5 : Un ensemble E est dit *fini*, s'il appartient à tout ensemble F tel que (i') $\emptyset \in F$ et (ii') $\forall X \in F \; \forall a \in E \;\; X \cup \{a\} \in F$, en bonne place parmi les dix-sept dont il fait état.

Peut-être Tarski lui-même a-t-il involontairement contribué à en détourner l'attention, en mettant l'accent-ce qui est bien naturel ! - sur sa propre définition (6 ci-après), "noethérienne" et par là plus à même de frapper l'esprit des mathématiciens de l'époque ?

Définition 6 : (Tarski [11]) : Un ensemble E est dit *fini* si toute famille non vide de parties de E admet un élément minimal pour l'inclusion.

La contribution de Tarski dans ce mémoire était importante, au moment de sa présentation ; sa rigueur dépassait les usages antérieurs, et c'était la première élaboration *complète* du fondement de la théorie des ensembles finis sur la théorie des ensembles (celle de Zermelo), à partir d'une définition ne recourant ni au bon ordre (comme la définition 2), ni à l'équipotence (comme la définition 1).

Sur l'emploi des ordinaux.

Avec le recul du temps, les spécialistes de théorie des ensembles sont revenus à une démarche inverse, qui consiste à définir le nombre entier naturel comme un ordinal de Von Neumann fini, et l'ensemble fini, comme équipotent à un tel ordinal.

Il existe en effet, parmi les ensembles engendrés à partir de l'ensemble vide par formation des singletons et réunion, des ensembles "qui comptent" , transfiniment : Zermelo les connaissait déjà en 1915 [2] , et c'est en 1925 que Von Neumann [12] acheva d'en élaborer la théorie : ce sont les *ordinaux* dits de Von Neumann. Entre leurs éléments, l'appartenance est un bon ordre, et, afin de les caractériser, il faut conjoindre à cette propriété la "transitivité" (de l'appartenance) : un ensemble est dit *transitif* s'il admet aussi pour éléments les éléments de ses éléments.

Ces ordinaux constituent un outil agréable pour les théoriciens des ensembles ; leurs particularités en raccourcissent et en simplifient l'étude (voir, par exemple, [7]), et fournissent des moyens d'expression commodes. On dit *finis* ceux parmi eux, n'ont aucune section initiale sans dernier élément. On n'a aucune peine à voir que les ordinaux finis constituent un modèle des axiomes de Peano, et ceci, indépendamment des axiomes du choix, de l'infini, et des parties : ainsi, les théoriciens des ensembles les assimilent-ils aux nombres entiers naturels (un des exemples des particularités auxquelles je fais allusion plus haut est que selon cette conception, chaque nombre entier naturel *n* est un ensemble à *n* éléments).

Cependant, le groupe "Approches du Nombre" de CONFONLANT préconise de ne pas recourir aux ordinaux de Von Neumann pour former les instituteurs, parce que ce sont des outils "élaborés", très éloignés des intuitions qui guident les débuts de l'apprentissage des mathématiques ; il faut déjà connaître pas mal de théorie des ensembles pour admettre comme "naturelle" la notion d'ensemble transitif.

Je conjecture, pour ma part, qu'il y a une corrélation entre le type d'une notion (au sens de la théorie des types de B. Russel) et l'effort de contention nécessaire pour l'acquérir. On peut donner une idée de ce dont il s'agit, sans entreprendre de longs développements théoriques, en rappelant cette pratique courante : partant d'un ensemble E, on en note (pas toujours, mais souvent) les éléments par des minuscules $x, y, z, \ldots$, les parties par des majuscules latines $X, Y, Z, \ldots$, les familles de parties par des majuscules de ronde, $\mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{Z}, \ldots$. L'"échelle des types" [3] dont E est l'"univers" en range les éléments dans le type de base (zéro), les parties dans le type aussitôt au-dessus (un), et les familles de parties dans le type encore juste au-dessus (deux).

La conjecture ci-dessus conduit à ranger dans le même ordre les degrés de difficulté d'étude des identités vérifiées par telle ou telle structure algébrique, des propriétés de leurs quotients, et des propriétés des structures topologiques.

Or, on bute sur une complication supplémentaire dans le cas d'un ensemble transitif : dans quel type en ranger les éléments, qui en sont aussi des parties ? Et l'échelle des types dont l'univers est l'ensemble vide assigne à chaque élément d'un ordinal de Von Neumann un type qui lui est propre !

La définition 5 souffre d'un flou analogue quant au type des familles d'ensembles en jeu. Les autres définitions ci-dessus sont nettes quant aux types : les définitions 1 et 2 renvoient aux parties, la définition 6 aux familles de parties, la définition 3 aux familles de parties satisfaisant à certaines conditions.

Un des intérêts théoriques du détour par les ordinaux de Von Neumann est de faire voir que les propriétés reconnues aux ensembles finis par les mathématiciens ont des démonstrations indépendantes, entre autres, de l'axiome de choix (mieux, on établit le principe de choix pour les familles finies : on montre que toute famille finie $(E_i)_{i \in I}$ d'ensembles non vides admet une fonction de choix $\varphi : I \longrightarrow \bigcup_{i \in I} E_i$, telle que $\forall i \in I\ \varphi(i) \in E_i$). Le gros défaut de la définition de Dedekind est qu'elle contraint à faire usage de l'axiome de choix pour établir certaines des propriétés fondamentales des ensembles finis : telles, par exemple, la finitude de l'image d'un ensemble fini par une application, ou encore, celle d'une réunion finie d'ensembles finis.

La définition 2 a le mérite d'être intuitive et de permettre d'établir que les nombres entiers naturels satisfont aux axiomes de Peano, puis de reproduire les mêmes raisonnements qu'à partir de la notion d'ordinal fini (elle se prête aussi à des démonstrations directes des propriétés des ensembles finis, dont certaines sont simples ou assez simples), mais en vue d'établir que les axiomes de Peano sont satisfaits, elle exige un détour par l'étude des sections initiales des bons ordres et de leurs isomorphismes.

La définition 6 n'est pas aussi proche de l'intuition ; elle ne peut être bien admise, c'est-à-dire, opérationnellement comprise, par des débutants, qu'au prix d'une justification prenant quelques temps. De plus, elle souffre d'un défaut analogue à celui de la définition 1 : les propriétés des ensembles finis ne s'en déduisent toutes qu'en utilisant l'axiome des parties.

Sur l'emploi du groupe des définitions 3 et 4.

Il nous reste le groupe des définitions 3 et 4, qui ne sont pas moins intuitives que la définition 2, et rendent sans longs détours les mêmes services que celle-ci : pour le faire voir, nous produisons, ci-après, une esquisse de l'étude des ensembles finis reposant sur ces définitions.

Proposition 1. Si E et F sont des ensembles, de $F \subset E$ résulte $\mathcal{F}_F \subset \mathcal{F}_E$.

Démonstration : $\mathcal{F} =_{Df} \{X \in \mathcal{F}_E / X \subset F\}$ satisfait (i) et (ii) pour F.

Proposition 2. $\mathcal{F}_\emptyset = \emptyset$.

Corollaire. $\emptyset$ est un ensemble fini.

Proposition 3. Si E est un ensemble fini, tout ensemble de la forme $E \cup \{x\}$ est fini.

Démonstration : d'une part, on a $E \in \mathcal{F}_{E \cup \{x\}}$ (définition 4 et proposition 1). Il résulte donc de $x \in E \cup \{x\}$ et de (ii) que $E \cup \{x\} \in \mathcal{F}_{E \cup \{x\}}$.

Corollaire. Toute paire $\{a,b\}$ est un ensemble fini.

Proposition 4. Soient E un ensemble et F une partie de E. Pour que F soit une partie finiment énumérable de E, il faut et il suffit qu'elle soit un ensemble fini.

Démonstration : par la proposition 1, si $F \in \mathcal{F}_F$, on a $F \in \mathcal{F}_E$: si F est finie, elle est finiment énumérable.

Soit $\mathcal{F}$ l'ensemble des $F \in \mathcal{F}_E$ qui sont finies ; par le corollaire de la proposition 2, et la proposition 3, $\mathcal{F}$ satisfait (i) et (ii) pour E ; par (iii) on a donc $\mathcal{F} = \mathcal{F}_E$: toute partie finiment énumérable est finie.

Remarque : le même schéma de démonstration établit toute proposition de la forme :

Toute partie finiment énumérable d'un ensemble E est finie au sens de ...., quelle que soit la définition à laquelle renvoie la locution "finie au sens de..." (par exemple, Dedekind, Tarski,...), car, quelle que soit cette définition, elle se doit d'être telle que

(a) $\emptyset$ est fini au sens de ....,

(b) Si E est un ensemble fini au sens de ...., il en va de même de tout ensemble de la forme $E \cup \{x\}$.

Ainsi, tout ensemble fini admet un ordre dont toute partie non vide admet un premier et un dernier élément ; tout ensemble fini n'est équipotent à aucune de ses parties propres, etc..., et ces propriétés peuvent, à loisir, être utilisées pour simplifier, par rapport au schéma général que nous indiquons plus loin, les démonstrations, non produites, de certaines des propositions énumérées : en effet, ce schéma général est celui qui, une fois établi que $\mathbb{N}$ est un modèle des axiomes de Peano, consiste à déduire toutes les propriétés des ensembles finis de cette seule circonstance ; le théorème le plus difficile selon cette progression est celui qui affirme l'existence et l'unicité d'un "ordre naturel" sur un modèle des axiomes de Peano.

Corollaire : Si E est un ensemble, $\mathcal{F}_E$ est la famille de ses parties finies au sens de la définition 4.

Commentaire : Si, dans la définition 3, nous avions appelé $\mathcal{F}_E$ la famille des parties finies de E, la proposition 4, qu'il n'aurait pas été moins nécessaire de démontrer, aurait dû s'énoncer : "pour que F soit une partie finie de E, il faut et il suffit qu'elle soit un ensemble fini". A première vue, un tel énoncé pose problème ! Problème qui n'est nullement sans solution, et même tout à fait intéressante parce que nous y apprenons sur le langage mathématique. Mais ce problème ne se situe pas dans le droit fil de l'initiation d'un débutant à la théorie de la finitude ; il ne me semble pas que ce soit à ce moment-là qu'il convienne de le poser et de le discuter. Ainsi, adopter dans la définition 3 une qualification différente de "finie" repose avant tout sur une démarche pédagogique permettant d'évacuer ce problème avant que l'on s'adresse à des esprits assez mûrs pour l'aborder. Le choix de "finiment énumérable" a aussi une arrière-pensée pédagogique : montrer au lecteur que nous ne sommes pas si loin de la définition 2 ; et, s'il renonce à celle-ci pour introduire la finitude, au profit du groupe des définitions 3 et 4, mettre en évidence qu'il reste, dans ces dernières, quelque chose de l'idée qui sous-tend la définition 2.

Définition 7 : On appelle nombre entier naturel tout nombre d'éléments d'un ensemble fini.

Commentaire : Ce qui suit s'adapte à tout point de vue sur la notion de "nombre nb(E) des éléments d'un ensemble E "dans lequel vaille la

Proposition 5. Des ensembles ont le même nombre d'éléments, si et seulement s'ils sont équipotents.

Toutefois, nous rappelons au lecteur que nous situons cette étude de la finitude en dehors du cheminement de pensée qui consiste à expliquer les axiomes de Peano, à en fixer un modèle, et à appeler "nombres entiers naturels" les éléments de ce modèle (cette démarche est déroutante pour le débutant générique à qui on "explique" que ce choix peut être "arbitraire" - et à fortiori pour celui à qui cet arbitraire est balancé sans explication - notamment, sans que soit explicitée la démarche par laquelle le modèle appelé $\underline{N}$ est fixé) : nous cherchons, au contraire, à procéder sans avoir à expliciter d'axiomes (ceux de la théorie des ensembles peuvent en la matière être utilisés sans explicitation, bref être tacitement admis comme évidents, et d'autant plus que nous savons pouvoir nous passer de tous ceux dont l'"évidence" a été discutée).

Définition 8. (Frege, [6], 1884) : 0 = nb ($\emptyset$).

Définition 9. (Frege, ibid) : si $\underline{n}$ et $\underline{p}$ sont deux nombres, nous dirons que $\underline{p}$ vient juste après $\underline{n}$ s'il existe un ensemble E et un élément $\underline{x}$ de E, tels que nb(E) = $\underline{p}$ et nb($E \setminus \{\underline{x}\}$) = $\underline{n}$.

Nous noterons cela $\underline{p}$ S $\underline{n}$.

Proposition 6. 0 ne vient juste après aucun nombre.

Proposition 7. La propriété S est univoque en chacun de ses arguments. Les démonstrations reposent sur des propriétés simples et bien connues des bijections.

Proposition 8. La propriété S est fonctionnelle en son second argument : chaque nombre en admet un et un seul autre qui "vient juste après" lui, et qu'on appelle son successeur ; l'application $\underline{s}$ qui, à chaque nombre, associe son successeur, est une injection, à l'image de laquelle 0 n'appartient pas.

La démonstration requiert d'établir qu'étant donné un ensemble E, il existe un objet $\underline{x}$ qui n'appartient pas à E ! Ou, la même chose, pour un ensemble de même nombre d'éléments que E.

On peut remarquer que dans le cas contraire E contiendrait, comme éléments, tous les ensembles, et notamment ceux qui n'appartiennent pas à eux-mêmes ; et donc, comme partie, l'ensemble R des ensembles n'appartenant pas à eux-mêmes, qui donne lieu au paradoxe de Russell [8] : $R \in R \Leftrightarrow R \notin R$.

Ce type de raisonnement s'avérant souvent déroutant pour les débutants, nous en suggérons un autre : une fois établi que $\emptyset \neq \{\emptyset\}$, pour tout $\underline{y} \in E$, on a $\underline{x} = (\underline{y}, \{\emptyset\}) \notin E \times \{\emptyset\}$; or, $E \times \{\emptyset\}$ est équipotent à E.

Proposition 9. Les nombres entiers naturels satisfont au principe de récurrence : si P(x) est une propriété d'un argument $\underline{x}$, telle que

(1) On a P(0), et

(2) pour tout nombre entier naturel $\underline{n}$, de P($\underline{n}$) il résulte P(s($\underline{n}$))

[remarque : on écrit aussi $\underline{n}$+1 au lieu de $\underline{s}$($\underline{n}$) et P($\underline{n}$+1) au lieu de P($\underline{s}$($\underline{n}$))],

alors, tout nombre entier naturel possède la propriété P.

<u>Démonstration</u>. Soient E un ensemble et $\mathcal{F} =_{Df} \{X \in \mathcal{F}_E \mid P(nb(\underline{x}))\}$.
Par (1), $\mathcal{F}$ satisfait à (i), et par (2), à (ii) ; ainsi, par (iii), a-t-on $\mathcal{F} = \mathcal{F}_E$. En particulier, cela s'applique si E est fini : ainsi, tout ensemble fini a-t-il pour nombre d'éléments un nombre possédant la propriété P ; mais il n'y a de nombres entiers naturels que ceux des ensembles finis.

<u>Corollaire.</u> Les nombres entiers naturels constituent un modèle des axiomes de Peano.

Partant de 13, on démontre :

- que pour tout nombre entier naturel $\underline{n}$, les nombres $\underline{s}(\underline{n})$ et $\underline{n}$ sont distincts (récurrence) ;
- qu'il existe un unique ordre sur les nombres entiers naturels (en fait, sur tout modèle des axiomes de Peano), <u>l'ordre naturel</u>, tel que pour tout nombre entier naturel $\underline{n}$, on ait $\underline{n} < \underline{s}(\underline{n}) \nleq \underline{n}$;
- que, pour tout nombre entier naturel $\underline{n}$, les ensembles à $\underline{n}$ éléments sont les ensembles équipotents à l'ensemble $\underline{N}_{\underline{n}}$ des nombres entiers naturels $\underline{p} < \underline{n}$;
- que toute image d'un ensemble fini par une application (en particulier, une partie de cet ensemble) est un ensemble fini ;
- que la réunion de deux ensembles finis est un ensemble fini ;
- que toute réunion finie d'ensembles finis est un ensemble fini ;
- que le produit de deux ensembles finis est un ensemble fini ;
- que le produit d'une famille finie d'ensembles finis existe et est un ensemble fini ;
- que l'ensemble des applications d'un ensemble fini vers un autre existe et est un ensemble fini ;
- que l'ensemble des parties d'un ensemble fini existe et est un ensemble fini,

etc... (bien entendu, les assertions d'existence sont à admettre tacitement lorsqu'on s'adresse à des débutants, et inutiles si l'on se place d'emblée dans une axiomatique où il est admis que tout ensemble admet un ensemble de parties).

Certaines de ces propositions ont des démonstrations directes relativement simples (mais n'établissant pas divers compléments sur les décomptes de nombres d'éléments, qui ont aussi leur intérêt). Nous en esquissons quelques exemples pour les amateurs :

<u>Proposition 10.</u> Soient E un ensemble, et $\underline{f}$ une application définie sur E : les parties finiment énumérables de $Im(\underline{f})$ sont les images par $\underline{f}$ des parties finiment énumérables de E.

Démonstration : la famille $\mathcal{F}$ des parties de $Im(\underline{f})$ images par $\underline{f}$ des éléments de $\mathcal{F}_E$ satisfait à (i) et (ii) pour $Im(\underline{f})$: ainsi $\mathcal{F}_{Im(\underline{f})} \subset \mathcal{F}$. La famille $\mathcal{F} =_{Df} \{P \in \mathcal{F}_E \mid \underline{f}(P) \in \mathcal{F}_{Im(\underline{f})}\}$ satisfait à ces conditions pour E ; ainsi $\mathcal{F} = \mathcal{F}_E$, ce qui entraîne que $\mathcal{F} \subset \mathcal{F}_{Im(\underline{f})}$.

<u>Corollaire.</u> Si E est fini, toute image de E par une application (en particulier, toute partie de E) est finie.

<u>Proposition 11.</u> Soient E et F des ensembles : les parties finiment énumérables de $E \cup F$ sont les réunions d'une partie finiment énumérable de E et d'une partie finiment énumérable de F.

La démonstration passe par la constatation que pour toute $P \in \mathcal{F}_E$, la famille $\mathcal{F} =_{Df} \{Q \in \mathcal{F}_F \mid P \cup Q \in \mathcal{F}_{E \cup F}\}$ satisfait aux conditions (i) et (ii) pour F, donc est égale à $\mathcal{F}_F$.

<u>Corollaire.</u> La réunion de deux ensembles finis est un ensemble fini.

<u>Proposition 12.</u> Soient E et F des ensembles; les parties finiment énumérables de $E \times F$ sont celles dont les deux projections sont finiment énumérables.

Démonstration : dans un sens, on applique la proposition 10, dans l'autre : si $P \in \mathcal{F}_E$, l'ensemble $\mathcal{F} =_{Df} \{Q \in \mathcal{F}_F \mid P \times Q \in \mathcal{F}_{E \times F}\}$ satisfait (i) et (ii) pour F ; car si $Q \in \mathcal{F}$ et si $\underline{y} \in F$, on a $P \times (Q \cup \{\underline{y}\}) = (P \times Q) \cup (P \times \{\underline{y}\})$; or on a $P \times \{\underline{y}\} \in \mathcal{F}_{E \times \{\underline{y}\}}$ par la proposition 10, donc $P \times (Q \cup \{\underline{y}\}) \in \mathcal{F}_{E \times F}$ par les propositions 1 et 11. Ainsi, si $R \subset E \times F$ est telle que $pr_1(R) \in \mathcal{F}_E$ et $pr_2(R) \in \mathcal{F}_F$, on a $R \in \mathcal{F}_{E \times F}$, parce qu'on a $R \subset pr_1(R) \times pr_2(R)$, et en utilisant le corollaire de la proposition 10 et la proposition 4.

<u>Corollaire</u> : Le produit de deux ensembles finis est un ensemble fini.

Remarque : Le lecteur aura peut-être pris garde que les familles de parties d'un ensemble considérées ici sont incluses dans celle des parties finiment énumérables de cet ensemble, ou obtenues à partir d'une telle famille par application du schéma de remplacement. Mais même l'hypothèse qu'une telle famille existe pour tout ensemble n'est pas nécessaire : il suffit de modifier la définition 3 en disant que l'ensemble E sépare ses parties finiment énumérables, lorsqu'il existe une famille $\mathcal{F}_E$ de parties de E satisfaisant aux conditions (i), (ii) et (iii), famille dont les éléments sont alors appelées les parties finiment énumérables de E, et la définition 4 en disant qu'un ensemble est fini s'il sépare ses parties finiment énumérables et est l'une d'entre elles. Les énoncés et démonstrations des propositions 1 à 4 et 9 ci-dessus s'adaptent aisément à cette modification (la proposition 1 vaut alors sous l'hypothèse que E et F séparent leurs parties finiment énumérables, la proposition 4 sous la même hypothèse pour F).

Commentaires : Ce que Russell et Whitehead définissent de façon analogue à la définition 3 est l'ensemble des classes finies d'éléments d'un type, et ils définissent une telle classe comme finie si et seulement si elle appartient à toute famille de classes d'éléments de ce type à laquelle appartient la classe vide, et, en même temps qu'une classe Y et un élément a du type, la classe $Y \cup \{a\}$. La définition 5 remplace les familles d'éléments du type par les familles de toutes espèces (satisfaisant aux conditions (i') et (ii')). La définition 3 interprète le "type" par n'importe quel ensemble et les "classes d'éléments de ce type" par les parties de cet ensemble.

Un autre motif pour lequel il est souhaitable d'user, à un certain niveau, de définitions qui permettent d'obtenir les propriétés des nombres entiers naturels sans faire référence aux axiomes des parties, de l'infini et du choix, est que la théorie des ensembles dont les axiomes sont les axiomes d'extension, d'existence de l'ensemble vide, des paires et des réunions, et le schéma de remplacement, est "équivalente" à l'arithmétique de Peano "du premier ordre", en ce sens qu'un modèle de chacune de ces théories peut être construit à partir d'un modèle de l'autre : elles sont donc, ou toutes deux exemptes de contradiction, ou toutes deux contradictoires.(Nous avons abondamment parlé des modèles des axiomes de Peano. L. Schwartz, dans un article de ce Bulletin [10] , a présenté le modèle imaginé par W. Ackermann ([1] , 1937) de la théorie des ensembles reposant sur ces axiomes, et construit à partir d'un modèle des axiomes de Peano).

BIBLIOGRAPHIE

1. Ackermann, Wilhelm. Der Widerspruchsfreiheit der allgemeinen Mengenlehre. Mathematische Annalen 114 (1937), pp. 305-315.

2. Bernays, Paul. A system of axiomatic set theory II. Journal of symbolic Logic 6 (1941), pp. 1-17.

3. Bourbaki, Nicolas. Elements de Mathématiques. Théorie des Ensembles, chapitre IV, Actualités Scientifiques et Industrielles, Hermann, Paris, 1966.

4. Compte-rendus des discussions du Colloque de CONFOLANT, à paraître -

5. Dedekind, Richard. Was sind und was sollen die Zahlen ? Vieweg, Braunschweig 1888.

6. Frege, Gottlob. Die Grundlagen der Arithmetik, eine logisch - mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl, Breslau, 1884.

7. Krivine, Jean-Louis. Théorie axiomatique des ensembles. Presses Universitaires de France, Paris, 1969.

8. Russell, Bertrand. The principles of mathematics, vol.1. University Press, Cambridge (Angleterre). 1903.

9. Russell, Bertrand, et Whitehead, Alfred North. Principia Mathematica. University Press, Cambridge, (Angleterre) Vol. 1, 1910, vol.2, 1912, vol.3, 1913.

10. Schwartz, Laurent, le modèle d'une théorie des ensembles. Bulletin de l'A.P.M.E.P. 261 (1968) pp. 87-94.

11. Tarski, Alfred. Sur les ensembles finis. Fundamenta Mathematicae 6 (1924) pp. 45-95.

12. Von Neumann, John. Eine Axiomatisierung der Mengenlehre. Journal für reine and angewandte Mathematik 154 (1925) pp. 199-240.

GEOMETRIE

ANIMATEURS :

GENEVIEVE BUISSON-ZIMMERMANN
ROGER LEYROLLE
RAPPORTEUR : ROGER LEYROLLE

Le groupe a continué le travail amorcé à Bombannes (Elaboration d'unités et de modules).

Le nombre important de documents et informations communiqués nous a conduit à envisager une publication séparée de ces différents documents.

Par ailleurs, nous reproduisons ci-après des exemples de thèmes inter-U.F. que nous ont envoyés des collègues.

ANNEXE 1 - Michel BLANC (Nice)

L'élève-maître recherche, à travers l'enseignement donné à l'Ecole Normale, la réalisation de deux types d'objectifs :

- des objectifs de culture personnelle,
- des objectifs de maîtrise professionnelle.

Le rôle du PEN consiste donc, entre autres, à proposer des modalités de travail permettant la réalisation de ces objectifs. Ces modalités doivent en outre permettre d'atteindre les objectifs de formation et les objectifs d'apprentissage définis par le PEN ou les textes règlementaires.

De la formation pédagogique à la pratique pédagogique

Objectifs du PEN

Objectifs des élèves-maîtres	Objectifs de l'instituteur
Modalités de travail à l'EN	Objectifs des élèves
	Modalités de travail en classe

La formation et l'apprentissage des élèves-maîtres s'articule donc autour du

ANNEXE 2 - Michel COURRIERE (Nice)

Géométrie pour les Elèves-maîtres : Formation et apprentissage

Les espaces géométriques :

Exemple 1 de thème inter U.F.

1 - CONTEXTE (U.F. Travail Manuel)
Lors de l'U.F. TMe (qui s'est situé avant l'U.F. Math), les EM ont travaillé sur : fils tendus, réseaux, tissages...
Après observation des travaux (PEN Math + TMe), il a été décidé que l'intervention Math prévue porterait sur les espaces géométriques.

2 - DEROULEMENT (Math dans U.F. TMe : 3 h)
Les différents espaces géométriques ainsi que quelques transformations ponctuelles (connues des EM) ont été présentées et illustrées par 2 exemples :

- déformation de figures sur quadrillage
- images d'un objet sur un écran (faisceaux parallèles ou convergents).

3 - PROLONGEMENTS - EXPLOITATIONS

Ceux-ci sont nombreux et ont été souhaités (après information) par les EM. L'accord des différents formateurs étant acquis, ils seront effectivement réalisés sur l'ensemble de la formation.

A noter que, dans le cadre de la formation en 2 ans certains de ces thèmes (codés*) ont été présentés en cointervention.

a) Transformation et invariant (U.F. Math Deug voire optionnelle).
Il pourra en particulier être intéressant, une figure étant codée sur quadrillage, de transformer ses coordonnées (par des matrices par exemple).

* b) Quadrillage - Transformations de figures simples (U.F. Palier CM).

* c) L'évolution de la conception de l'espace chez l'enfant (U.F. Psycho).

* d) Se situer dans l'espace et l'organiser (U.F. Palier maternelle).

e) Optique : quel montage effectuer pour illustrer tel ou tel espace géométrique (U.F. Math - Techno).

* f) Photos prises de vue.
Utilisation de projecteurs et de la "photo-contact" (U.F. art plastique).

4 - REINVESTISSEMENT (U.F. Didactique math).

A partir de différentes représentations du cube, analyser pour chacune d'elle les invariants du cube conservés ou non.

5 - PROLONGEMENTS

* a) Comment reconnaître qu'un hexamino est un patron de cube (U.F. Math didactique ou Deug)

* b) Les différentes perspectives (U.F. art plastique).

c) (cavalière, linéaire classique, isométrique, axionométrique, curviligne...).

c) Les différents procédés de cartographie (U.F. Eveil).

d) Les plans d'architecte (Intervenant extérieur).

* e) Les patrons de solide (U.F. Palier CE ou CM).

ANNEXE 3 - Michel SIBILLE (Maxéville)

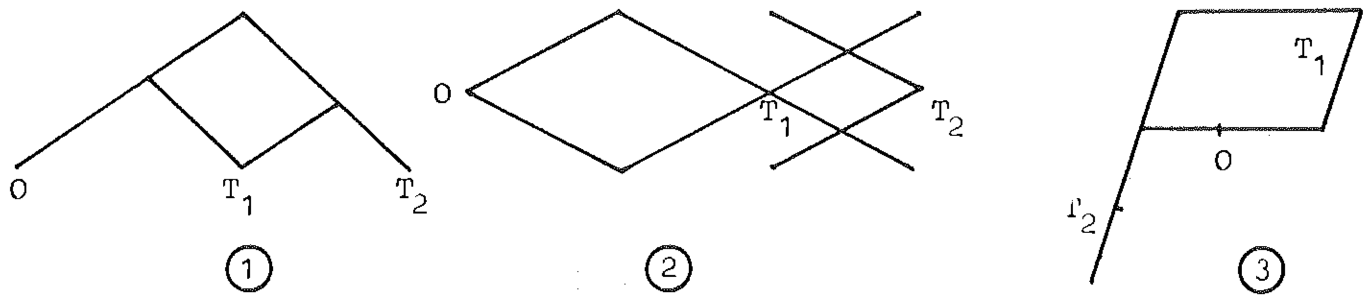
Transformations géométriques

1 - CONTEXTE (U.F. Math-Techno)

Le point de départ de l'U.F. résidait dans l'observation et l'analyse d'objets techniques : machine à coudre-jouet, pantagone, chignoles, crics de voiture, essoreuse à salade.
Les deux premiers objets, de par leurs caractéristiques technologiques, permettaient un rappel et une utilisation du théorème de Thalèseet de l'homothétie.

2 - DEROULEMENT : (à propos du pantographe)

Il existe plusieurs types de pantographes



(O : point fixe centre de l'homothétie ; T_1 et T_2 : traceurs ou pointeurs selon l'usage qu'on en fait).

Les élèves-instituteurs ont utilisé le type 1 mais on pourrait aussi donner les trois modèles simultanément réglés, par exemple , de façon à procurer des rapports différents.
Dans ce cas la démarche suivie s'organiserait ainsi :

1°) Utiliser des appareils du commerce ; le nom de l'appareil n'étant pas fourni, on invite les normaliens à les manipuler et à rechercher des transformés de dessins quelconques, de manière à se faire une idée de la transformation ; ils peuvent soit transformer la même figure avec des appareils différents, soit transformer des figures différentes avec le même appareil.

2°) Décrire la transformation.

3°) Répondre à la question suivante : est-il possible de modifier l'un des appareils pour qu'il effectue la même transformation qu'un des deux autres (c'est-à-dire utilisant le même rapport ?) Comment ?

4°) Réaliser le même appareil (en meccano par exemple).

5°) Effectuer des modifications de l'appareil (déplacement des traceurs...) ; quelles sont celles qui conservent la fonction de l'appareil et celles qui la modifient ? Pourquoi ? On aboutit ici à une explicitation des raisons qui font que le pantographe réalise une homothétie.

6°) Inventer d'autres appareils (translateurs, symétriseurs...).

3 - <u>OBJECTIFS</u>

Etre capable : . de dégager des invariants d'une transformation non explicitée

. de définir les transformations qui réalisent ces invariants,

. de construire ou d'inventer un appareil correspondant.

4 - <u>PROLONGEMENTS - REINVESTISSEMENTS DIDACTIQUES</u>

- Etude plus approfondie des transformations géométriques, groupes de transformations (<u>U.F. de didactique - Math E.N ou DEUG ; U.F. optionnelle DEUG</u>).

- La didactique de la géométrie : utilisation de transformations (par exemple en utilisant le fascicule "A6" de l'I.R.E.M. et du C.R.D.P. de NANCY). (<u>U.F. de didactique - Math E.N. ou DEUG ; U.F. de palier CM</u>).

Point de départ possible

Manipulation d'objets techniques du commerce : pantographe, spirographe, didagraphe, essuie-glace...

<u>U.F. Math-Techno</u>

Informations théoriques

<u>U.F. optionnelle DEUG</u>
(approfondissement)

<u>U.F. de didactique-Math</u>
(transformations géométriques simples ;
si mise à niveau insuffisante)

<u>U.F. Math-Techno</u>
(l'homothétie et le pantograph

Informations didactiques

<u>U.F. de palier CM</u>

<u>U.F de didactique-Math</u>
(à partir du fascicule
"A6" par exemple)

<u>U.F Math-Techno</u>

Construction de matériel didactique (en meccano...)

<u>U.F de didactique-Math</u>

<u>U.F Math-Techno</u>

<u>EXEMPLE 2</u>

BIBLIOGRAPHIE

- A.G. (publication I.R.E.M. - C.R.D.P. Nancy).
- Aide en pédagogie des maths pour les maîtres du C.P. (I.R.E.M. - C.R.D.P. Nice).
- Compte-rendu du Colloque P.E.N. d'Auberive p.172 à 175 inclus.
- ERMEL CE t.1 (O.C.D.L.).
- N nº 11 article de Raymond GUINET "Les géométries".
- B.T. nº ? à propos du didagraphe.

GROUPE BH

LES PROBLEMES ET L'ENSEIGNEMENT DES MATHS

ANIMATEUR-RAPPORTEUR :

ANDRÉ AUTEBERT

I° partie

Sur une dizaine de participants au groupe problème, 4 seulement avaient suivi les travaux du même groupe au cours du colloque 79. Aussi la tentation fut grande de reprendre une discussion générale sur ce qu'on entend par problème, sur ses différentes formes et déviations etc ...toutes questions, ô combien au coeur de notre pédagogie des maths mais questions déjà largement débattues à Bombannes et traitées dans la plupart des documents figurant dans la bibliographie ci-jointe.

Après une lecture du rapport de Bombannes sur l'unité problème, un échange de vues assez informel a néanmoins permis de préciser, d'enrichir et de critiquer quelques points de cette unité problème - laquelle sera reprise dans la 2° partie de ce compte rendu.

Un excellent article du bulletin 323 de l'APM (page 235) :"Quel est l'âge du Capitaine ?" a ensuite permis d'orienter la discussion sur l'attitude des élèves devant un problème et plus particulièrement devant un énoncé du type :

Il y a 7 rangées de 4 tables dans la classe. Quel est l'âge de la maîtresse?

La lecture de cet article ne manque pas de saveur même si les conclusions sont un peu pessimistes. N'oublions pas que le raisonnement d'un élève du Cycle Elémentaire est encore très fragile et que le moindre élément perturbateur le désarçonne. Au CM cela va déjà beaucoup mieux (les résultats du tableau p.236 du bulletin 323 sont significatifs à cet égard).

Autre exemple où l'habillage du même problème mathématique conduit à des résultats très différents suivant qu'on le propose à des élèves habitant une ZUP ou à la campagne.

a) Dans un immeuble desservi par 3 escaliers, le rez-de-chaussée est occupé par des commerces. Il y a 8 étages d'appartements et sur chaque palier donnent 6 appartements. Calculer le nombre d'appartements de plusieurs façons différentes.

b) Quand on expédie les choux fleurs, on met 3 palettes dans la remorque Les choux couronnés sont par caisses de 6, à raison de 8 caisses par palette. Calculer le nombre de choux fleurs...

Avec ces deux exemples bretons (IREM de Rennes), ou d'autres, exemples où l'on retrouve la même structure mathématique, les normaliens peuvent conduire des expériences dans des classes afin de se sensibiliser au choix des situations et des énoncés de problèmes dans le cadre du module (f) "activités pratiques".

Toujours dans le cadre du module (f), une activité pratique a été conduite au cours de la précédente année scolaire par des élèves de FP_2 à partir de l'énoncé suivant tiré du manuel "Mathématique contemporaine "

" Hervé veut calculer la consommation de sa voiture sur une grande distance. Au départ, le plein est fait et le compteur kilométrique marque 7 653 km. En route Hervé fait à nouveau le plein. Le pompiste lui fournit 37,70 l d'essence. A l'arrivée Hervé fait encore le plein, un nouveau pompiste lui fournit 34,30 l d'essence. Le compteur kilométrique marque 8 553 km. Quelle a été la consommation d'essence ? la distance parcourue ? la consommation d'essence aux 100 km ? Le réservoir de la voiture contient 40 l d'essence. Quelle distance Hervé pourrait-il parcourir sans se ravitailler ? "

Ce problème a tout d'abord été proposé dans un bon CM_2. Le 1/3 seulement des élèves ont réussi à calculer la consommation d'essence sans explication complémentaire. (Un passage du même texte dans un CM_2 en mai 80 a donné des résultats légèrement meilleurs : 50% de réussite.)

Vu le faible taux de réussite et à la lumière des difficultés rencontrées par les élèves, les normaliens ont modifié la présentation du texte - la plupart cherchant à illustrer l'énoncé par des schémas et certains par une bande dessinée - le temps a manqué pour tester les nouvelles présentations .

C'est dans une toute autre perspective (voir module e) que se situe l'activité proposée aux normaliens de Grenoble :

" Rechercher le nombre de rectangles formés dans un rectangle donné si l'on trace 2 parallèles aux grands côtés et une parallèle aux petits côtés."

L'objectif est alors d'amener les normaliens à observer et à analyser le comportement d'un individu lorsqu'il se trouve en situation de recherche. A noter que le problème proposé ne requiert ni connaissances mathématiques importantes, ni référence à des situations pratiques.

A noter aussi que si ce genre de problème n'excite pas nécessairement l'imagination de tous nos élèves maîtres, ce texte a suscité la curiosité des participants qui se sont penchés rapidement sur le problème plus général :" et si l'on trace p parallèles aux grands côtés et q parallèles aux petits côtés ?"

Le nombre restreint de séances de travail n'a permis de réfléchir

ni à l'articulation de cette unité avec les autres unités

ni au travail interdisciplinaire souhaitable avec les collègues de Français, TME, Physique, Sciences expérimentales...

Poutant des liaisons sont déjà réalisées dans différentes E.N. Que les collègues intéressés par cette question n'hésitent pas à verser au dossier "problèmes" toute relation sur ce sujet.

2° partie : L'unité problème

Cette partie reprend l'essentiel du document de Bombannes. Il est bien entendu que cette unité est destinée aux formateurs et qu'une remise, des documents cités, aux normaliens ne peut être envisagée sans une information préalable sur les objectifs de leur étude et la manière de s'en servir.

• Module (a) enquête

Pour préparer cette enquête un questionnaire copieux a été élaboré à Bombannes (voir annexe module (a).)

• Module (b) : documentation et analyse de cette documentation

Dans le dossier de ce module devront figurer :

- des extraits des différents textes officiels (programmes, instructions et commentaires depuis I923 ou avant.)

- des problèmes relevés dans des manuels anciens ou archives.

Une analyse comparative du rôle des problèmes, de leur nature ... à travers les textes officiels et les manuels (anciens ou nouveaux) peut conduire à une ou plusieurs typologies permettant d'en préciser, en particulier, l'évolution.

• Module (c) :information

La bibliographie commentée ci-jointe permettra de se reporter aux opinions émises par différents auteurs sur certaines questions soulevées dans les modules (a) et (b).

- Module (d) : synthèse et expérimentation

Cette synthèse a pour objectif de tester la pertinence des informations rassemblées en montant et réalisant une séquence de résolution de problème en classe et en comparant les observations avec les prévisions.

- Module (e) : étude de l'activité de résolution de problème

I) à l'E.N. l'observation peut se faire entre groupes de normaliens (c.f. I° partie)

2) dans les classes.

- Module (g) : exemple de fabrication de problème

Dans ce module seront rassemblés :

I) des exemples correspondant au module précédent

2) des exemples de problèmes posés par des élèves.

Exemple de fabrication de problème à partir d'une situation d'éveil au CM_2 :

Si l'on mélange de l'eau à 20° et de l'eau à 50° on obtient de l'eau à quelle température ?

cette question très ouverte donne tout d'abord des réponses variées suivant que les enfants font référence à leur expérience physique personnelle ou aux stéréotypes mathématiques. On s'aperçoit rapidement qu'il n'y a pas d'opération mathématique permettant de répondre à la question, si l'on n'ajoute pas de renseignements complémentaires concernant les volumes (ou masses).

I00 cm^3 d'eau à 20° et I00 cm^3 à 50°
200 cm^3 à 20° et 200 cm^3 à 50°
autant d'eau à 20° que d'eau à 50°
cela donne toujours...

et si l'on met 2 fois plus d'eau à 50° que d'eau à 20° ? etc...

Finalement les enfants sont arrivés à la traduction suivante :

eau froide $\boxed{10}$ (x2) → $\boxed{VC}$ eau chaude

TA	TB	TC
20°	30°	50°
VA		VC
20	← (x 2)	IO
200		I00

BIBLIOGRAPHIE

I - Etude des comportements

. Hypothèses sur les mécanismes intellectuels en action dans un comportement de recherche	ROYOUX	Bulletin APMEP n° 307
. Les mathématiques et le raisonnement plausible	POLYA	Gauthiers Villars
. Heuristique	IREM Montpellier	avril I975 juin I976
. Un exemple d'observation d'élèves cherchant un problème	Colloque d'Albé	Bulletin inter IREM
. Quelques aspects du sens donné à l'explication en mathématique par les élèves de IO - II ans. (analyse didactique à propos d'un problème de combinatoire)	N.BALACHEFF	Mathématiques appliquées et informatique Université de Grenoble (séminaire de recherche pédagogique n° 7 décembre I979)
. Points de départ (I. Méthodes de travail)		CEDIC
. Combinatoire à l'école élémentaire	AEPLY	Séminaire PEN Orléans I974

II - Typologies

. Le livre du problème fascicule I	IREM Strsbourg	CEDIC
. Math et calcul livre du maître CM	EILLER RAVENEL	Hachette
. Exercices - Problèmes	R.CHARNAY	Grand N (n° 7) CRDP Grenoble
. Liaisons entre les questions d'un problème	Groupe PEN	IREM Orléans

III - Le problème à l'école élémentaire

. Problèmes à l'école élémentaire	CHARNAY	Séminaire PEN Nice I976
. Aides pédagogiques pour le cours élémentaire (chapitre I)	COPIRELEM	Elem Math V APMEP
. Le rôle du problème dans un enseignement mathématique rénové à l'école élémentaire	A.FABRE	Grand N (n° 5)
. Les problèmes, élément de l'enseignement mathématique au CM	RYCKBOSCH	CRDP Grenoble
. Réflexion sur le problème à l'école élémentaire	DANIAU	Grand N n° 6
. Une étude de problème au CM	F.BOULE	Bulletin APMEP n° 3IO

. Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire cycle élémentaire	ERMEL	O.C.D.L. Hatier
. Le problème à l'école élémentaire	SAGUERRE	IREM Rennes

IV - Divers

. Comment poser et résoudre un problème	POLYA	Dunod
. Projet	NUFFIELD	O.C.D.L.
. Acquisition des structures multiplicatives	F.BOULE	Centre CAEI Lille janvier 79

Annexe module (a)

QUESTIONNAIRE

. Quelle est la place de cette séquence ? Par exemple

moment de cette activité	habitude du maître
après une leçon	tous les jours
séance entière consacrée au problème	une fois par semaine
démarrage d'activité en début de séance	chaque fois qu'il y a de nouvelles notions à introduire

. Est-ce que cette activité est explicitement considérée par la classe comme la résolution d'un problème ? (par exemple le mot "problème" est écrit au tableau, sur le cahier, ou prononcé par le maître). Sinon est-ce en accord avec le maître que vous la considérez comme telle ?

. Le problème est-il posé par le maître ?

. Le problème se dégage-t-il d'un évènement fortuit ou d'actualité ?

. Y-a-t-il un recueil dans la classe à la disposition des élèves, dans lequel ils ont choisi le problème ?

. Le problème est-il inspiré d'une activité récente en mathématiques ou en activité d'éveil ?

. Le problème est-il une variante d'un problème antérieur proposée par le maître ? proposée par des élèves ?

. Quel est le support de l'information ? Par exemple : un énoncé écrit au tableau, polycopié, dicté - une histoire racontée, enregistrée - un dessin...

. Y-a-t-il une discussion dans la classe sur la recherche à mener avant que les élèves se mettent au travail ? Si oui : l'énoncé comportait-il des questions ? sont-elles modifiées ? Les élèves demandent-ils des informations supplémentaires ?

. Les enfants travaillent-ils seuls ou en groupe ?

. L'organisation de la classe est-elle habituelle ou a-t-elle été décidée pour ce problème ? Qui en a décidé : le maître seul ou les élèves ?

. En cas de travail en groupe, si l'un des élèves est plus rapide que les autres que font ses camarades ? le maître intervient-il ? comment ?

. Le travail se fait-il en temps limité ou peut-il se prolonger au cours d'une autre séance si besoin est ?

. Le travail se fait-il en une fois ou est-il entrecoupé de séquences de mise au point collectives ?

. Comment le travail se termine-t-il ? (par arrêt à un signal de ramassage des feuilles, par une mise en commun des résultats - par une correction...)

. Comment le maître surveille-t-il le travail des élèves ? (en passant dans les rangs, en conversantavec certains élèves...)

. Si certains élèves semblent bloqués, le maître leur fait-il des suggestions (dire d'aller voir un camarade - poser des questions - attirer l'attention sur une phrase de l'énoncé - rappeler une activité antérieure - signaler des erreurs ou des maladresses - demander de refaire une partie du travail)

. Si une grande partie ou la totalité des élèves semblent bloqués, que fait le maître ? (donner une partie de la solution - faire exprimer par les élèves ce qui les embarrasse)

. Quels sont les indices qui décident le maître à intervenir soit au niveau de la classe, soit auprès d'un élève ?

. Le cas échéant que fait le maître pour relancer l'intérêt des élèves ?

. Si malgré tout la recherche se bloque, qu'en pense le maître ? Qu'envisage-t-il de faire ?

. Les enfants ont-ils à rédiger une solution ? Sur quel support ? (cahier - classeur - affichage - présentation aux camarades)

. A qui s'adresse la rédaction éventuelle

. Y a-t-il sanction à cette rédaction ? sous quelle forme ?

. La correction du problème est-elle remise à plus tard après le contrôle du travail par le maître ?

. La correction se fait-elle immédiatement ? En une seule fois à la fin du travail ? En plusieurs fois s'il y a plusieurs questions ?

. Au cours de la correction est-il rapporté uniquement des démarches qui ont abouti à une solution ou également des démarches énoncées ou qui ont conduit à une impasse ?

. L'exposé des démarches est-il fait par des élèves ou par le maître ?

. En cas d'insuccès, qui le dit : l'élève concerné ou le maître ?

. Quels sont les moyens [redacted] utilisés pour convaincre un élève de son erreur ? (déclaration autoritaire - recherche de contre exemple - repérage de l'origine de l'erreur) Par qui sont faites ces démarches ? (le maître, des camarades ou l'intéressé lui-même)

. Y-a-t-il une évolution du travail de chaque élève ? Comment est-elle faite ? L'intéressé est-il impliqué dans cette évolution ? En tire-t-il une "leçon" pour l'avenir ? (conseil, nécessité de travailler telle ou telle question...) Est ce un simple constat ?

. Vous est-il possible d'analyser le rôle de l'échec dans la classe sur le plan affectif et sur le plan cognitif ?

. Quels semblent être les principaux objectifs du problème observé ?

pour les élèves :
- apprendre ou s'entrainer à réfléchir et à modéliser ?
- comprendre un énoncé ?
- rechercher les informations pertinentes et les organiser ?
- se préparer à résoudre de véritables problèmes rencontrés dans la vie ?
- apprendre à appliquer un modèle mathématique ou un algorithme ?

pour le maître :
- évaluer l'utilisation d'un outil mathématique ?
- illustrer un outil mathématique ?
- se donner l'occasion d'expliquer quelque-chose aux élèves ?
- démarrer l'apprentissage de notions ou de techniques nouvelles ?

. Au cours de l'activité, les enfants ont-ils eu à prendre des décisions et à faire des choix (de quelle nature ?) ou n'ont-ils eu qu'à se conformer à un travail indiqué dans l'énoncé plus ou moins explicitement ?

. Quelles sont les opinions des maîtres sur les points les plus intéressants étudiés plus haut ? Sont-elles en accord avec vos propres réflexions ?

. Quelles autres observations avez-vous faites ?

GROUPE Bi

LE FONCTIONNEMENT DE L'ERREUR DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHS

ANIMATEURS-RAPPORTEURS :

JEANNE BOLON
M. HÉLÈNE SALIN

C'est la deuxième fois qu'un groupe de travail s'est réuni sur le thème de l'erreur (cf. compte rendu de BOMBANNES 1979).

Le groupe de travail de CONFOLANT a ré-examiné les documents issus de la rencontre de BOMBANNES, s'est entretenu des tentatives faites ici ou là sur le thème de l'erreur avec des normaliens ou des maîtres en recyclage, a confronté ces expériences avec ce qui avait été écrit une année auparavant.

PLAN

I AJOUTS A LA BIBLIOGRAPHIE

II LE GROUPE DE TRAVAIL DE CONFOLANT

III ETUDIER UN TEL SUJET AVEC DES NORMALIENS, DES MAITRES ?

IV SUGGESTIONS DE THEMES DE TRAVAIL

Les parties III et IV reprennent en le modifiant et complétant le compte rendu rédigé à la suite de la rencontre de BOMBANNES.

I AJOUTS A LA BIBLIOGRAPHIE

La bibliographie s'enrichit des références suivantes :

Rubrique II

. Cahier n° 18 de l'IREM de BORDEAUX :

- N.et G.BROUSSEAU : le recueil, le traitement et l'interprétation des résultats de l'école Jules Michelet.
- G.BROUSSEAU : les obstacles épistémologiques et les problèmes mathématiques.
- M.BROSSARD : épistémologie et pédagogie chez BACHELARD.

. Mémoire de Nadine MILHAUD, IREM de BORDEAUX.

. LEPLAT et al.: la formation par l'apprentissage. Paris, PUF, 1970. Col. Sup, le psychologue.

Dans cet ouvrage, on retrouve réunis des articles déjà parus sur les apprentissages sensori-moteurs. Les chapitres I et II montrent les effets de la connaissance des résultats sur l'erreur et sur le guidage dans l'apprentissage. Un résumé de l'ouvrage figurera au dossier (rubrique 2f).

Rubrique III

. INRP,équipe de recherche mathématique à l'école élémentaire : enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.Tome 1 : comportement des élèves.1979.

Cette brochure a été résumée dans la REVUE FRANCAISE DE PEDAGOGIE n° 49.

. BULLETIN APMEP n° 321 : C.MEUNIER et al. : "regard" sur la numération.

. RECHERCHE PEDAGOGIQUE n° 102,1979 : la coordination de l'enseignement mathématique entre le cours moyen deuxième année et la classe de sixième.

Cet ouvrage analyse des problèmes de type additif,des relations d'ordre strict,des problèmes de type multiplicatif.

. BULLETIN APMEP n° 323 et GRAND N n° 319 : l'âge du capitaine.

Comment les enfants sont sensibles à la vraisemblance des résultats.

ERRATA OU AJOUTS DE REFERENCE

Dans le compte rendu de BOMBANNES,certains textes ont fait l'objet d'une mention NP (non publié),alors qu'ils l'ont été depuis.Aussi convient-il de modifier la présentation des textes du dossier de la manière suivante :

. Texte 2b : remplacer 17 par 18.

. Texte 2d : les obstacles épistémologiques.

Il s'agit d'un extrait d'un article de G.BROUSSEAU intitulé "les obstacles épistémologiques et les problèmes mathématiques",paru dans le cahier n° 18 de l'IREM de BORDEAUX.

. Texte 3c : peut-on améliorer le calcul des produits ? de G. BROUSSEAU

Ce texte a paru dans le cahier n° 13 de l'IREM de BORDEAUX.

. Texte 3d : le rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire.

Il est extrait du mémoire de DEA de Marie-Hélène SALIN,IREM de BORDEAUX.

II LE GROUPE DE CONFOLANT

Après avoir relu le compte rendu de BOMBANNES et pris connaissance des tentatives de travail avec des normaliens et des instituteurs en recyclage, il est apparu au groupe que certains implicites devaient être levés et que le travail de réflexion devait être approfondi en particulier dans le domaine épistémologique.

1. Erreur et pédagogie

Nous nous sommes rendu compte que prendre l'erreur comme point de départ d'un apprentissage constituait un renversement des attitudes couramment adoptées à l'école élémentaire. En effet, cela conduit à valoriser une pédagogie au nom de laquelle les enfants sont invités, dans les phases d'apprentissage, à exprimer une conviction personnelle, à s'engager, à propos des résultats qu'ils ont trouvés ou des méthodes qu'ils ont utilisées. Une telle pédagogie est plus délicate à mettre en oeuvre : en particulier, l'enseignant doit être attentif aux différentes procédures adoptées par les enfants. Cela dépasse largement le constat que nous faisions à BOMBANNES du caractère inéluctable de l'erreur dans toute phase d'apprentissage : aussi nous parait-il indispensable de mettre en relief les implications pédagogiques qui sous-tendent un travail sur l'erreur, ne serait-ce que pour prévenir les réactions de rejet que pourraient avoir certains maîtres face à une remise en cause indirecte de leurs comportements spontanés.

Les travaux réalisés en école normale sur le sujet ont montré combien les enseignants sont sensibles à un tel thème : l'erreur fait par les enfants ne devient-elle pas insensiblement l'échec des enfants sinon celui de l'enseignant ? A cette inquiétude, les formateurs ne peuvent toujours répondre, car les recherches dans ce domaine sont encore partielles. C'est pourquoi nous tenons à confirmer ce que nous exprimions à la fin du paragraphe II du rapport de BOMBANNES sur les risques d'un travail sur l'erreur.

2. Erreur, épistémologie et histoire

Les enfants font des erreurs, les adultes aussi... Tant qu'ils ne maîtrisent pas une situation, enfants ou adultes ne peuvent utiliser des procédures adaptées : ils vont répondre, agir sur la situation, en développant des stratégies, en mettant en oeuvre des structures qu'ils possèdent et qui ne sont que partiellement adaptées à la situation nouvelle. .Ces modèles erronés de réponse persisteront tant qu'aucune nécessité n'obligera à les remettre en cause. Ces modèles spontanés ne sont pas indépendants de l'environnement (scolaire ou extra-scolaire) : nous recevons en effet les connaissances à travers de nombreuses pratiques sociales ; il n'est donc pas surprenant de les voir ré-apparaître dans un apprentissage.

Pour comprendre la signification de telle ou telle répétition d'un obstacle épistémologique, nous pouvons interroger l'histoire des sciences : les principaux concepts n'ont été maîtrisés que lentement, leur fonctionnement a précédé leur mise en ordre, avec pour conséquence une notion de rigueur - donc d'erreur - relative et non absolue. Mais cette approche historique est insuffisante : il est nécessaire d'examiner également l'environnement dans lequel l'erreur s'est exprimée,en faisant l'hypothèse que les enfants ne font pas d'erreurs "au hasard",que leurs modèles spontanés de réponse possèdent une cohérence interne.

Il n'est pas toujours facile de reconnaître les règles implicites qu'utilisent les enfants lorsqu'ils commettent des erreurs.Cela relève de recherches pédagogiques faites ou à faire.Ces dernières fournissent un cadre tant psychologique que mathématique.

Le texte qui suit remplace celui de Bombannes.

III ETUDIER UN TEL SUJET AVEC DES NORMALIENS,DES MAITRES ?

1. Un des buts essentiels d'un travail sur l'erreur avec des normaliens ou des maîtres pourrait être de leur faire prendre conscience que l'"erreur est constitutive de la connaissance" (BACHELARD).Dans cette perspective,les erreurs révèlent des conceptions erronées mais cohérentes avec le savoir antérieur : ainsi une majorité d'enfants du CM2 pense qu'entre les nombres 2,755 et 2,756 il n'y a pas d'autres nombres décimaux.

Les erreurs sont donc les manifestations d'obstacles à la connaissance dont on peut essayer de classer les causes.Dans le document 2d du dossier, G.BROUSSEAU propose trois types d'origine,non exclusifs les uns des autres. Les documents cités dans la rubrique III de la bibliographie fournissent des résultats à propos desquels il est fructueux de s'interroger de ce point de vue.

2. Un travail sur l'erreur permet de mettre en évidence les différentes conceptions pédagogiques,leurs conséquences sur la gestion de l'erreur,et donc d'élucider les théories d'apprentissage qui les sous-tendent.On en trouvera des exemples dans le texte 3d et dans le mémoire de DEA de N.MILHAUD.

Il peut être révélateur de faire prendre conscience de la variété des points de vue chez un même enseignant :

- d'une discipline à une autre : on a donné l'exemple d'un maître partant des propositions erronées ou approximatives des enfants,dans le cadre d'activités d'éveil scientifique,les refusant lors d'activités mathématiques;
- d'un enfant à un autre : une erreur peut être considérée comme une faute d'inattention quand elle provient de tel enfant,comme le signe d'une incompréhension chez tel autre ; les décisions du maître varient en conséquence ;
- d'une phase d'une séquence pédagogique à une autre,selon les objectifs poursuivis (voir commentaire de la grille de REIMS,document 1d).

Poser la question "qui valide",c'est-à-dire qui,au sein de la classe, propose des solutions,des démarches,qui détecte les erreurs,c'est aussi mettre en relief les conceptions pédagogiques de l'enseignant.

L'attitude de l'enseignant face à l'erreur est en relation étroite avec sa crainte de l'échec,avec l'importance qu'il accorde au taux de réussite immédiat.La plupart des enseignants y sont très attentifs,l'échec des enfants devenant leur échec.La crainte de ne pas être compris les conduit à modifier les consignes,à les morceller,à rechercher des "béquilles " permettant aux enfants de donner la bonne réponse dans la majorité des cas, sans voir parfois que la séquence était à mettre en cause :dans ces cas,en évitant les erreurs,ils améliorent provisoirement le taux de réussite,alors que les erreurs des enfants leur auraient permis de s'interroger sur leur origine et en particulier sur la pertinence de la stratégie pédagogique adoptée.

Un travail en école normale sur ce sujet n'est pas sans risque.Il peut encourager des généralisations abusives sur le droit à l'erreur,comme celle de ne plus corriger les travaux des enfants.L'attitude d'observation des erreurs des élèves peut devenir contradictoire avec celle de l'enseignant dont le but est de faire réussir les élèves,d'obtenir d'eux qu'ils fournissent un travail avec le moins d'erreurs possible.Travailler sur l'erreur peut déstabiliser les certitudes des enseignants quant à la conception de leur rôle,alors que les recherches actuelles sont loin de couvrir le champ des questions soulevées.

IV SUGGESTIONS DE THEMES DE TRAVAIL

1.Classer des erreurs selon leur type,dans des domaines où la recherche a avancé,de façon à disposer d'un cadre de référence et d'exploitation.Un tel travail peut déboucher sur une refonte d'énoncé,une remise en cause de séquence pédagogique,une recherche des obstacles à la construction de la connaissance.On peut partir des thèmes suivants :

- comparaison des techniques de multiplication Fibonacci et à la Grecque (cahier n°13 de l'IREM de BORDEAUX),
- rangements de décimaux,calculs sur les décimaux (enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire,INRP),
- problèmes de type additif,relations d'ordre strict,problèmes de type multiplicatifs (Recherche Pédagogique n° 102 ,bulletin APMEP n°313),
- vraisemblance des résultats (bulletin APMEP 323 et GRAND N n° 19),
- proportionnalité (bulletin APMEP n° 313).

2. Donner l'occasion aux maîtres d'étudier des erreurs.

On peut s'inspirer des travaux conduits dans les écoles normales de LIVRY GARGAN (Colette DUBOIS), TOULOUSE (Nadine MILHAUD) et BORDEAUX (Marie-Hélène SALIN).Voici une séquence possible :

des maîtres en recyclage recueillent pendant plusieurs séances de suite des travaux d'enfants ; ils interrogent ensuite les enseignants pour avoir toute précision qu'ils jugeraient nécessaire pour comprendre l'orgine des erreurs ; ils élaborent des propositions d'exercices permettant aux enfants de surmonter leurs erreurs ; le formateur fournit des compléments théoriques aussi bien sur le plan mathématique que sur les plans psychologique et épistémologique.

3. Faire vivre aux normaliens et aux maîtres des situations d'apprentissage, (séances de mise à niveau pour les normaliens,transpositions d'exercices scolaires pour les maîtres),de telle sorte que la question "qui valide" soit reposée sous un autre angle.Les formateurs peuvent prêcher d'exemple :il peut être utile de refuser de donner une réponse dans l'immédiat,le groupe restant sur sa faim jusqu'à la séance suivante !

4. Réfléchir sur la manière dont les consignes sont formulées ou les corrections collectives sont conduites,lors de séances dans les classes.

A l'occasion de visites de normaliens,on peut montrer comment des modifications successives de consignes changent la nature de la tâche demandée aux enfants : à l place d'une tâche globale dont l'exécution nécessite la réflexion,les enfants sont mis devant l'obligation d'exécuter une suite de tâches dont ils ne perçoivent pas l'articulation.

Trop souvent,la correction consiste à établir la liste des bonnes réponses.Celui qui sait n'a rien appris de plus ; celui qui ne sait pas ne peut voir pourquoi la réponse des autres est bonne,pourquoi la sienne ne l'est pas,quels étaient les procédés à utiliser pour trouver.Pourtant,lorsque le maître y veille,la mise en commun des résultats et des démarches de résolution donne l'occasion de confronter les idées des uns à l'opinion des autres,de mettre à l'épreuve les raisonnements émis par les autres.

5. Utiliser la grille de REIMS.

La grille de Reims valorise de fait un certain type de pédagogie : celle que nous prônons...Aussi son utilisation est-elle délicate avec des personnes dont les stratégies pédagogiques sont trop éloignées,surtout quand leur statut est moins élevé que celui des formateurs.Les formateurs pourraient commencer par l'appliquer à leur propre comportement,par exemple en enregistrant des séances conduites avec des maîtres en formation continue.

On peut ainsi montrer que les erreurs ne sont pas mises en valeur de la même manière dans une phase d'apprentissage et dans une phase d'évaluation; ou encore,que,dans une phase d'apprentissage,l'enseignant peut être amené à faire jouer un rôle plus important à certaines erreurs,dans l'espoir que les enfants construiront un modèle pertinent,et par contre à négliger d'autres erreurs.

Rappelons que la grille ne convient pas à un enseignement indivdualisé. Par contre,elle pourrait être utilisée dans le cadre d'autres disciplines.

POUR CONCLURE PROVISOIREMENT

Il nous a semblé que nous pouvions travailler sur le rôle de l'erreur sans attendre les résultats de recherche pédagogique,en entreprenant ou poursuivant une réflexion d'ordre mathématique,psychologique ou historique. Nous nous situons dans une perspective où la connaissance n'est pas apprise pour elle-même,mais est acquise,construite "en situation",où les savoirs ou savoir-faire sont appréciés en raison de leur adéquation "fonctionnelle" au problème posé.

L'art pédagogique change de nature : trouver de "bonnes situations", conduire une discussion colletive,savoir à la fois mettre à l'épreuve les propositions de tel ou tel et ne pas faire ressentir l'erreur comme échec...

Nous osons croire que nous ne sommes pas trop ambitieux... et que le dossier initial s'enrichira de toutes vos critiques,vos essais,vos études.

GROUPE BK

LES CALCULATRICES ET L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

ANIMATEUR : ROLAND CHARNAY
RAPPORTEUR : JEANNE BÉGUÉ

A Bombannes, en 1979, le groupe s'était surtout penché sur les activités "mini-calculatoires" possibles avec les élèves de l'Ecole Elémentaire. Deux grands "types" d'activité, liés au statut accordé à la machine, étaient apparus :

- la machine comme outil de calcul
- la machine comme outil didactique, permettant de poser des problèmes, d'aborder et/ou d'approfondir certains objectifs... (Ces deux aspects sont d'ailleurs loin d'être indépendants : au contraire, une dialectique constante s'établit entre eux).

La question de la place et du rôle des calculatrices dans la Formation (Initiale et Continuée) des Maîtres n'avait pu être que soulevée.

A Confolant, afin de poursuivre cette réflexion, les participants ont essayé de voir comment utiliser les calculatrices en Formation des Maîtres, question aux multiples facettes selon le point de vue de départ :

- dans les classes (élémentaires), les enfants vont se servir des calculatrices (avec ou sans le maître) : quelle formation des maîtres est souhaitable pour un "bon usage" didactique des calculettes ?
- des activités mathématiques sont proposées aux Elèves-Instituteurs (diverses U.F.) ou au maîtres : quel(s) rôle(s) peut y jouer la calculatrice ?
- à partir des calculatrices elles-mêmes, quels thèmes mathématiques peuvent être envisagés ?

I/ Quelques remarques préalables

I-1/ Quel que soit l'aspect initial de la question il semble exclu que l'enseignant (élève-instituteur ou maître en place) reste en marge du courant algorithmique actuel, tant au point de vue des méthodes de pensée que pour pouvoir aider l'enfant à répondre aux inévitables questions et problèmes liés à ce nouveau matériel.

I-2/ La machine n'est pas toute-puissante ! Il est nécessaire de connaître ses possibilités, ses limites. Les réactions de la calculatrice (dépassement de capacité, erreurs, ...) font alors problème et impliquent des analyses précises.

I-3/ Pour l'enseignant, la machine ne peut rester la "boite noire". Pour en comprendre le fonctionnement, il est important de réaliser une simulation de la machine : organiser la classe en machine à calculer (chaque personne ou groupe a un rôle déterminé) permet la mise en évidence de programmes, d'organisation des calculs, des divers registres (opérations ; = ; M ; ...) de la machine.

II/ <u>Un premier échange a permis de dégager des exemples de thèmes requérant l'utilisation des calculatrices</u>

II-1/ Dans le domaine numérique ; encadrement de réels, étude de suites,... :
Exemples : • $\sqrt{p}$: détermination par l'algorithme des Babyloniens (ou dit de Newton)

$$(x_o \;;\; \frac{p}{x_o} \;;\; \frac{1}{2}(x_o + \frac{p}{x_o}) = x_1 \;;\; \frac{1}{x_1} \;; \ldots\ldots)$$

• π : méthode des périmètres des polygones inscrits et des polygones circonscrits (R fixe ; on fait varier p et P) ; ou méthode des isopérimètres (p fixé, on cherche R ; on considère le cercle de périmètre p comme la limite de polygones réguliers de périmètre p quand on double le nombre de côtés, d'où calcul des apothèmes et demi-diagonales du carré, puis octogone, ... de périmètre p).

• décimaux, rationnels : recherche de décimales successives...

II-2/ Dans le domaine des statistiques (le volume des calculs à faire conduisait jusqu'alors à écarter ce domaine de travail) :

• étude de la démographie (évolution de la population mondiale ; pourquoi "3 enfants par famille" ? ...)

• climatologie

• coût de la vie (nombreux pourcentages, comparaisons...)

• à propos des dimensions de notre corps (ou autres populations) : taille, envergure ... Y a-t-il correlation entre ces dimensions?

• travaux sur la reconnaissance des formes : par exemple, quel portrait-type d'une feuille de platane (dimensions des nervures, angles ; ...) ? (cf travaux de l'équipe d'Emma Castelnuovo).

• les tables numériques (trigo, log,...) : comment ont-elles été fabriquées (historique et calcul) ?

• les paramètres utilisés en statistique (démythification, interprétation..)

III/ <u>A travers ces activités, quels objectifs didactiques poursuit-on ?</u>

Ces objectifs dépendront essentiellement du "moment" où l'on se servira des calculatrices :

- dans une UF de math obligatoire (EN ou DEUG) ?
- dans l'UF optionnelle ?
- dans l'UF techno ?

En cette période d'adaptation, les conditions d'organisation des UF (contenus, équipes) sont encore très variables d'une E.N. à l'autre et il nous a été difficile d'apporter des "réponses" à la question posée ; ce sont plutôt des remarques, des suggestions de travaux possibles.

III-1/ Quelle que soit l'U.F. (ou l'activité considérée), la calculatrice a un rôle d'"outil de calcul" (obtention rapide de données complexes et/ou nombreuses ; par exemple en techno, étalonner une jauge pour une cuve cylindrique à fuel demande de nombreux calculs). Cette utilisation conduira nécessairement à des réflexions d'ordre mathématique sur le fonctionnement de la calculatrice.

III-2/ Dans les U.F. obligatoires : à l'E.N., un travail à partir des exercices que l'on peut proposer aux élèves de l'Ecole Elémentaire (ou du 1er cycle) conduira à une analyse du numérique, des méthodes d'organisation du travail... Dans l'U.F.-DEUG, les possibilités dépendront du programme fixé en commun avec les collègues de l'Enseignement Supérieur.

III-3/ En option : il est alors évident que dans une activité optionnelle, on puisse aller "plus loin" et aborder des thèmes plus spécifiques.
Un exemple : A propos "Des extensions de la notion de nombre", l'un des problèmes principaux est celui de l'existence de nombres non-rationnels ($\sqrt{2}$ peut se "concrétiser" ; mais $\sqrt{\pi}$? ou $\sqrt[3]{p}$?...). Pour prouver cette existence, on construit des suites adjacentes (voir II-1) : la calculatrice nous permet de faire les calculs rapidement, mais elle a aussi un rôle de conjecture ; on constate qu'une suite croît, que l'autre décroît, que l'écart diminue, la façon dont il diminue... on est alors conduit à démontrer ces propriétés, à montrer qu'elles sont indépendantes du nombre initialement choisi lors de la validation de la méthode et surtout un travail mathématique d'analyse (suites, limites, définition de réels...).
D'autres exemples figurent (nombreux) dans le bibliographie citée.

IV/ <u>Des questions encore</u> :

- calculatrices programmables ou non .
  - les programmables favorisent la recherche du bon algorithme
  - de nombreux calculs sont possibles avec les non programmables (dans certains cas, par ailleurs, à partir d'un certain moment, on sent la nécessité d'une programmable).

De toutes façons, la sensibilisation à la programmation passe par le travail à la calculatrice non-programmable. L'intérêt de l'apport des spécificités d'une calculatrice programmable dépend des objectifs fixés au départ.

• Les activités citées concernent presque toujours uniquement la formation initiale. Nous n'avons pas pris le temps d'envisager l'aspect "Formation continue" (quelles activités ? quels problèmes spécifiques ?...).

V/ Des pistes de réflexion... où ? (quelques éléments de bibliographie)

- Mathématique Elémentaire d'un point de vue algorithmique -Engel- (CEDIC 1979)

A travers des thèmes à caractère ouvert permettant de constuire des activités pour toutes les classes (enseignement secondaire et supérieur), ce livre met, en particulier, en évidence la dialectique entre l'approfondissement expérimental (utilisation des calculatrices ou de micro-ordinateurs) et l'approfondissement théorique.

- Aventures avec votre calculateur -Rade- (CEDIC 1979)

Une première partie expose des situations de recherche (basées sur du calcul numérique et ne nécessitant que les opérations arithmétiques de base. Le mode de calcul dépend du calculateur utilisé). La 2ème partie contient les solutions, la discussion de ces solutions, quelques aspects historiques et un aperçu des prolongements possibles.

- Tentez votre chance avec votre calculateur programmable -Rade- (CEDIC 1978)

Ce livre est une première étape pour introduire les claculatrices programmables dans l'enseignement des probabilités et de la statistique (exercices simulant les expériences aléatoires, suivis d'éléments de réponse, d'historique, d'analyse mathématique...)

- Quelques apports de l'Informatique à l'enseignement des Mathématiques (Brochure APM n° 20)

Exemples et compte-rendus d'expériences (dans les classes) montrant comment l'informatique permet de renouveler l'art du calcul, de modifier notre pédagogie, de nous aider dans l'approche des différentes branches des mathématiques et peut conduire à d'autres formes d'analyse, à d'autres façons de s'exprimer.

- Pour une mathématique vivante en seconde (Brochure APM n° 27)

Activités mathématiques et documents utilisés dans les classes de seconde.

- Calculatrices 4 opérations (Brochure APM n° 31)

"Une brochure à l'usage de tous les maîtres" : calculatrices dans la classe ; pédagogie ; mathématique ; informatique ; autres disciplines et vie quotidienne.

- Dossier "Second cycle" (Bulletin APM n° 323 d'avril 1980)

Exemples d'activités mathématiques - projets seconde)

- Thèmes mathématiques et calculatrices -Didi et Ferrant- (BORDAS)

Collection de fascicules distincts abordant des notions mathématiques classées par thèmes (nombres ; calculs ; analyse ;...) et constituant de plus "une remarquable approche de la programmation sur ordinateur".

- Approximation de nombres réels -I.R.E.M. de LILLE-

Fascicule disponible à la rentrée 1980.

- Mathématiques et calculatrice de poche -G.Noël et J. Bastier- (Editions Technique et Vulgarisation)

Nombreux problèmes pour lesquels la calculatrice est précieuse : racines carrée, cubique, p^{e}... π... ; nombre d'or : programmation ; limites ; probabilités...

Voir aussi la Bibliographie citée dans :

- le Compte-rendu des Journées de Bombannes (p. 118-119)
- la brochure APM "Calculatrices 4 opérations" (travaux belges, canadiens,...).

GROUPE BL

LES JEUX ET LES MATHÉMATIQUES

ANIMATEUR-RAPPORTEUR :
JEAN-LOUIS DURPAIRE

Notre groupe a travaillé à partir de l'unité telle qu'elle a été élaborée au Colloque de Bombannes (voir compte rendu p.121 à 133). Aucun des membres du groupe n'a eu l'occasion d'intégrer l'unité dans des U.F.

Nous pensons néanmoins qu'elle peut fournir une bonne base de travail :

- soit dans le cadre d'Options Jeux
- soit dans des clubs
- soit sous forme de travail personnel dans les U F de Didactique
- soit en U F optionnelle
- également dans des stages de formation continue.

Nous avons poursuivi notre reflexion sur les Jeux, son rôle. Nous avons évoqué un certain nombre d'expériences : par exemple, Club Jeux (voir cahier de l'IREM de Bordeaux n° 15) à l'attention des élèves; ou des travaux faits dans les classes.

Nous avons examiné une chronique d'activités de classe proposée sous le titre "Jeu de Cible" (voir Elem Math V p.12 à 22 ou Grand N n° 19 p.31 à 42).

Y a-t-il réellement jeu ? Quel est le jeu ?

Il semble qu'il intervienne ici uniquement en tant que motivation. Il est écrit dans cet article : " il nous semble important que, dans un premier temps, les enfants jouent effectivement sans se préoccuper de l'exploitation qui peut être faite en classe. Dans un deuxième temps, on leur demande de décrire et commenter leur jeu, et c'est en voulant répondre aux questions qu'ils se posent qu'ils sont ammenés à s'organiser et à prévoir".

Nous avons consacré une partie de notre temps à l'analyse de jeux que l'on trouve dans le commerce, du type casse-tête : exemple cube formé de 27 petits cubes reliés par un élastique. Quel est le rôle de tels jeux dans le développement de l'intelligence de l'enfant ? Comment parvient-on à une solution ? Est-ce du pur tâtonnement ? Une solution étant trouvée, comment la retient-on ? Quel codage est utilisé ?

Après ces réflexions sur la notion de jeu, nous avons situé le problème dans une perspective de formation des maîtres. Les lignes qui suivent ont pour objet de compléter le compte rendu de Bombannes.

Complément au module E "Recherche"

On peut proposer différentes activités au normalien :

- faire fabriquer une fiche de jeu

Les fiches peuvent être de nature très différente selon l'usage que l'on veut en faire. Ces fiches peuvent être destinées à d'autres élèves-maîtres pour leur faire connaître le jeu, elles comporteront dans ce cas des indications sur les objectifs que l'on peut atteindre. Les fiches peuvent aussi être à usage des élèves des maîtres en formation.

Voir en annexe 1 des exemples de fiches élaborées par F. BOULE.

et en annexe 2 une fiche sur l'élasticube élaborée par R. CATHALIFAUD.

et en annexe 5 une fiche sur un jeu électronique Sector et une autre sur un jeu classique, le Solitaire, établies par B. SIRCOGLOU et des stagiaires R 3.

- Observer des enfants jouer dans des situations de classe, jeux proposés par le maître en vue d'un apprentissage ou jeux mis librement à leur disposition dans la classe.

Complément au module C : Module " Réalisation et/ou observation de séquences "

Il faut faire attention de ne pas appeler jeu toute situation. Pour qu'il y ait jeu, il faut qu'il y ait hasard et compétition.

Voici quelques jeux classiques qui nous semblent particulièrement intéressants :

- le Compte est bon :

Ce jeu peut s'organiser de plusieurs manières en classe. Les nombres donnés vont dépendre du niveau, la cible choisie également. Tous les élèves peuvent chercher.

C'est un très bon entraînement au calcul.

Cependant la part du hasard est assez réduite.

Voir à ce sujet Elem Math I p.16 à 23 (Publication de l'A.P.M.)

- le jeu de Pythagore :

Il permet de renforcer ou d'apprendre les tables de multiplication (voir Elem Math II p. 41 à 43).

- Le Mini-Computer de Papy :

Voir annexe 3

- Loto multiplicatif (voir Elem Math II p.44 - 45)

- Jeux de lettres

Rappel du principe de ce jeu :

Un joueur X choisit un mot de 4 ou 5 lettres. Son adversaire doit découvrir ce mot en un minimum de coups en proposant des mots.

Exemple : X choisit VELO

Y propose LOTO - X répond alors 1 qui indique qu'une lettre et une seule est bonne et à la bonne place.

Intérêt de ce jeu :

Ce jeu est intéressant du point de vue du français car il permet d'enrichir le vocabulaire de l'enfant. Il est également intéressant d'un point de vue mathématique car il permet de développer l'esprit logique.

On trouvera des exemples d'exploitations pédagogiques de ce jeu dans la revue A.R.P. (Activités et Recherches Pédagogiques)

consulter le n°7 (Nov.72), le n°15 (Mai 74), le n°19 (Mars 75).

On pourra également consulter le Bulletin inter-IREM spécial heuristique : article de P. Deschaseaux de l'IREM de Nancy.

- Notons aussi une expérience faite en maternelle sur le jeu d'échecs.

Voir annexe 4.

ANNEXE 1

DOMINOS

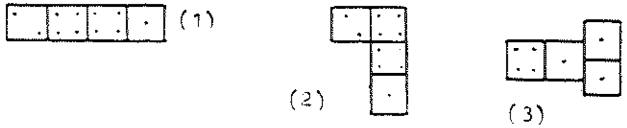
Le jeu de Dominos classique comporte 28 pièces rectangulaires. Chaque pièce porte deux FIGURES parmi celles-ci :

Il y a sept pièces (blanc-blanc, un-un etc...). Pour les autres on peut choisir de sept façons la première figure, de six façons la seconde ; on aura 42 pièces, deux à deux semblables (quatre-trois semblable à trois-quatre etc...).

Donc 21 pièces différentes.

Le jeu utilise la règle de voisinage "D" :

"On place en contact deux carrés revêtus de la même figure".



(1) (2) (3)

Les voisinages (1) et (2) sont corrects.
Dans le cas des pièces doubles, on admet également le voisinage de type (3).

Le jeu classique présente la commodité de faire apparaître les nombres sous des figures très faciles à "lire".

Mais il ne s'agit que de petits nombres ; et chaque nombre n'est associé qu'à une seule configuration.

D'où l'intérêt d'employer des jeux qui :

- utilisent des nombres plus grands,
- sont revêtus de configurations ou d'écritures variées
- utilisent, au lieu de nombres des "patterns" non numériques,
- peuvent recourir à d'autres règles que "D",
- permettent d'employer des parties plus ou moins grandes du jeu complet (jeux "gigognes").

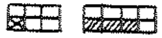
Codages utilisés :

STE	CL	NB
FOR	STG	OPE

Mat	CP	CE1	

STE : orientation
structuration
espace
FOR : configuration
CL : classement
STG : stratégie
NB : nombre
OPE : opérations

DOMINOS "L"

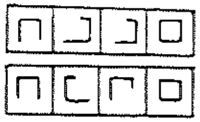


Les figures ne représentent pas des nombres. Il s'agit de patterns plus ou moins complexes. Exemples :

etc...

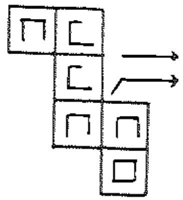
REGLE "DL"

On peut mettre deux carrés en contact si ils portent la même figure, orientée de la même façon.



correct

pas correct

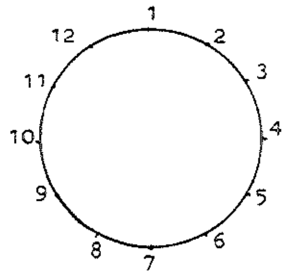


correct
correct

Il est souhaitable de faire obéir la construction de tels jeux aux règles suivantes :

- on peut constituer des chaînes,
- toutes les figures apparaissent aussi souvent.

Pour ceci, une fois choisis et numérotés les motifs, (p.ex. de 1 à 12), on les dispose sur un cercle :



1ère série :
(1,3), (3,5), (5,7), (7,9), (9,11), (11,1)
2ème série :
(2,4), (4,6), (6,8), (8,10), (10,12), (12,2)
3ème série :
(1,4), (4,7), (7,10), (10,1)
4ème série :
(2,5) etc
5ème série :
(3,6) etc

On peut ainsi jouer avec les 1) et 2) série (12 dominos), ou les séries 3, 4, 5 (douze dominos) ou le jeu tout entier (24 dominos).

Voici (ci-dessous, Annexe 1) à titre d'exemple un jeu constitué à partir de deux "rosaces". L'une comporte les rotations et les symétries de └─ et └┘ . L'autre les rotations de └┘ et └─ , ainsi que ═ , ‖ , □ et ┼ .

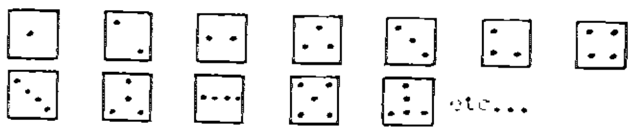
La seconde famille est plus simple (les figures sont plus facilement identifiables). On pourra jouer ensuite avec la 1) famille, puis (s'il y a plus de deux joueurs par exemple) avec les deux familles. On peut également introduire des "doubles".

L'intérêt de ce type de jeu est de faire identifier des configurations, et de les faire reconnaître à travers les rotations ou les symétries que l'on peut leur faire subir. Les variantes sont innombrables et seront choisies en fonction de la difficulté souhaitée.

DOMINOS *

Il s'agit d'un jeu numérique ; une configuration représente un nombre. Mais un nombre peut être représenté par plusieurs configurations. On ne peut faire intervenir ainsi que de petits nombres mais l'intérêt consiste à éviter que la représentation ne se fige.

Exemples :

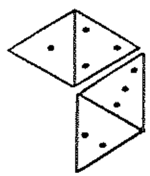


etc...

La règle du jeu est la règle "D" classique.

Remarque : rien n'impose de conserver la forme rectangulaire. On peut imaginer des dominos losanges (triangles équilatéraux accolés).

Exemple :



DOMINOS CHIFFRES

Pour faire intervenir des nombres supérieurs à 5 ou 6, on ne peut faire appel à des configurations, dont l'identification devient rapidement difficile (notons quand même que le système des cartes à jouer permet d'aller jusqu'à dix). Il est également important d'identifier le nombre par son écriture chiffrée habituelle, et de reconnaître rapidement un nombre à travers diverses décompositions.

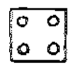
Voici un jeu qui fait intervenir les nombres de 1 à 12. Il est construit par le principe des "rosaces" décrit plus haut. Il se compose de trois familles. La première famille (composée de trois carrés sur la rosace) comporte des écritures chiffrées et des décompositions additives. La 2ème famille (quatre triangles) des décompositions additives et quelques écritures soustractives. La 3ème famille (dodécagone) une addition et une soustraction sur chaque domino. (voir description en Annexe 2).

La règle de jeu est la règle "D" classique.

On peut naturellement enrichir le jeu de nouveaux dominos ou constituer un jeu qui utilise x et : ou les quatre opérations.

DOMINOS "B" *

Ce matériel a pour objet la reconnaissance de patterns comme le dominos "L". Mais alors que ceux-ci mettent seulement en jeu une forme sous différentes transformations, le présent matériel fait aussi intervenir des couleurs.

Tous les dominos utilisent la figure ci-contre 

Les points peuvent être bleus (B), rouges (R), ou orangés (O). On peut convenir qu'une 4ème couleur blanche (Ø) remplace les points absents.

Exemple :

B B R R	4 points coloriés	B B O Ø	3 points seulement

Un carré étant orienté, il y aurait donc 256 configurations différentes (compte tenu des couleurs). Il s'en suit qu'il y aurait 16 "doubles" et $\frac{256 \times 255}{4}$ soit 16320 non-doubles.

Soit un jeu complet de 16448 pièces.

Il n'est donc pas question de le faire intervenir en entier ; on s'en tiendra ici à certains coloriages de toutes les configurations (2,3) et de toutes les configurations (3,4).

configurations à deux points 3 trois points à 4 p.

Il y a donc 16 configurations (2,3) et seulement 4 configurations (3,4).

Le jeu proposé en annexe 4 comporte certains coloriages bleu/rouge de toutes les configurations (2,3) et certains coloriages des configurations (3,4).

Règles d'usage :

On peut envisager pourrce matériel des règles de jeu variées, afin de n'en pas figer l'emploi et d'en graduer la difficulté. Voici quelques exemples :

REGLE "D" :

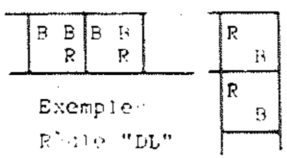
On met en contact deux carrés s'ils portent le même nombre de points (sans tenir compte des couleurs). Cette règle est d'un intérêt évidemment limité, mais peut constituer un préambule à l'emploi de règles plus complexes.

REGLE "DL" :

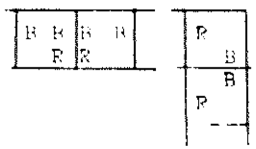
On met en contact deux carrés s'ils portent le même pattern (configuration et couleurs), orienté de la même façon.

REGLE "DLS" :

On met en contact deux carrés s'ils portent deux patterns en miroir par rapport à la ligne de contact.



Exemples
Règle "DL"

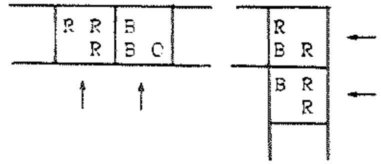


Exemples
règle "DLS"

* sur une idée de M. Lucien BOSO (stage R.P.P. Lille 1980).

REGLE "DB" :

On ne tient compte que des rangées de points qui longent la ligne de contact. Ces deux rangées doivent être identiques.



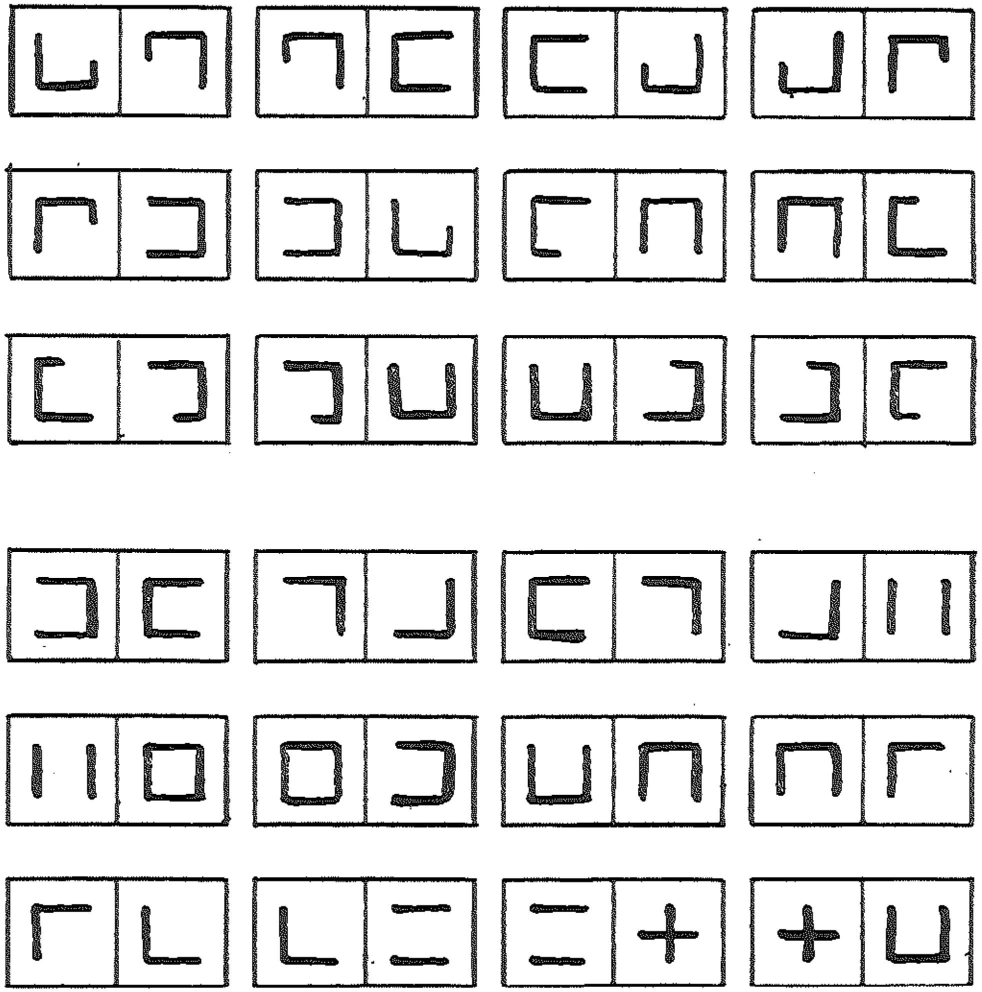
Exemples d'utilisation de la règle "DB" :

On peut naturellement se livrer sur ce matériel à ces activités de description, d'identification, de classement, de différences.

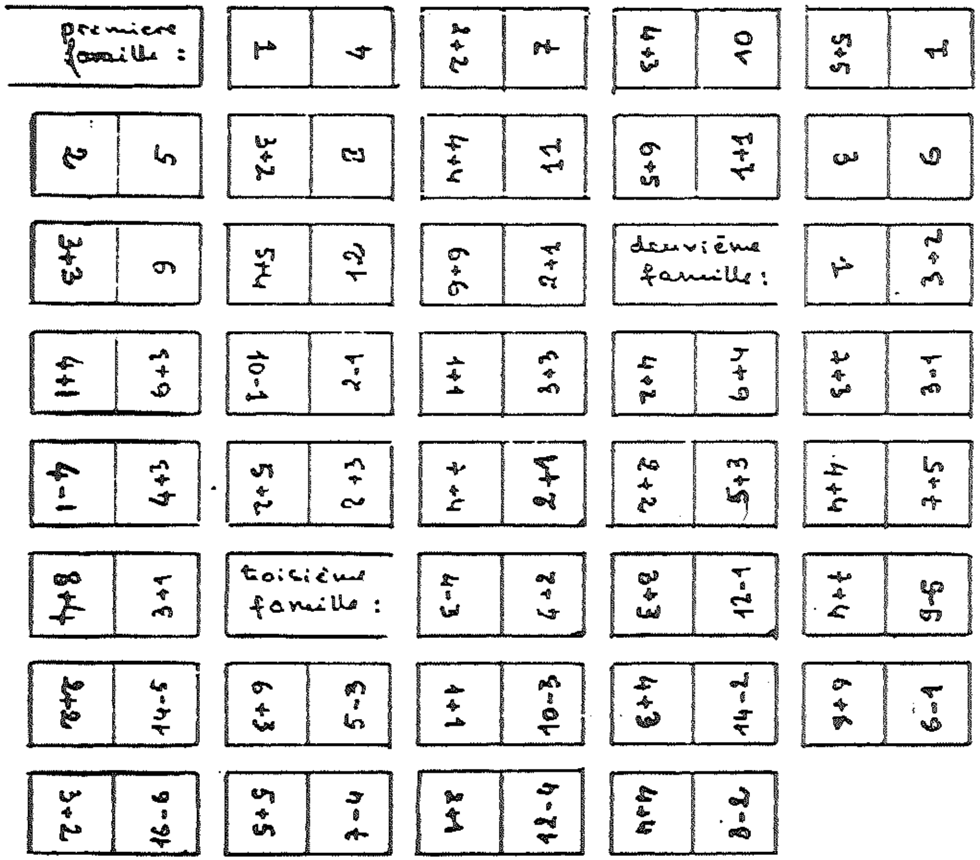
dominos "L"

première famille

seconde famille



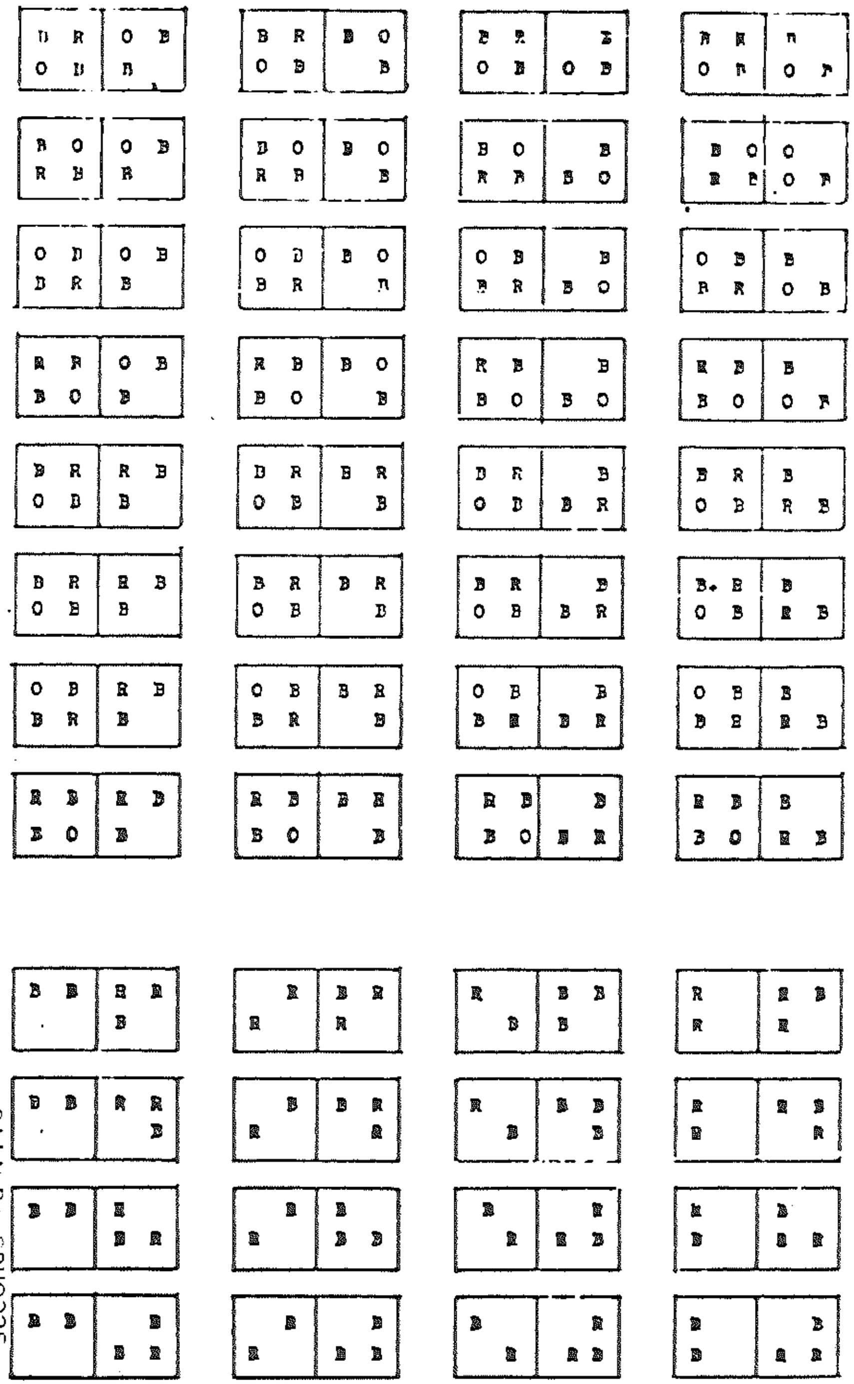
dominos chiffrés



dominos "B"

première famille

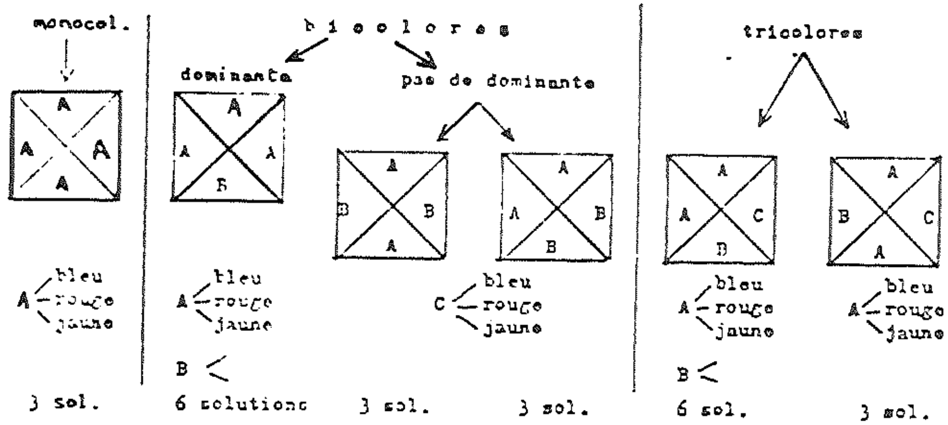
seconde famille



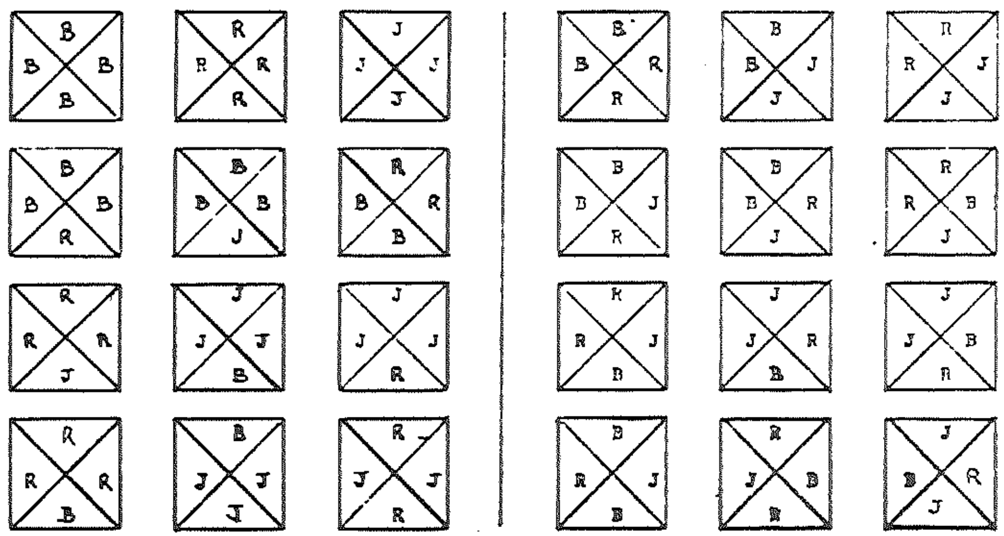
CARRES DE MAC-MAHON

Le matériel est composé de 24 carrés (carton ou bois) divisés selon les diagonales en quatre triangles coloriés. Troi couleurs sont utilisées : Bleu (B), Rouge (R), Jaune (J).

Combien y-a-t-il de façons de colorier un carré ?



Le matériel, composé de toutes ces solutions, est représenté dans le tableau suivant :



Percy A.Mac Mahon, mathématicien anglais (1864-1929)

Ce tableau représente un type de classement possible, mais [o]n peut en imaginer d'autres, ne partant pas du critère initial [n]ombre de couleurs".

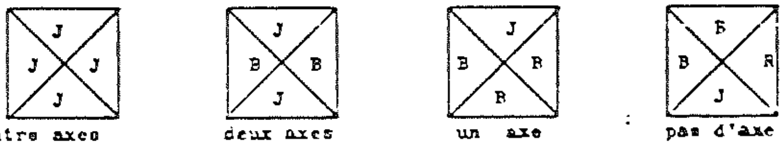
Par exemple :

couleur rouge \ couleur bleue	0	1	2	3	4 fois la couleur bleue
0 fois	1	1	2	1	1
1 fois	1	3	3	1	
2 fois	2	3	2		
3 fois	1	1			
4 fois	1				

Dans chaque case on a porté le nombre de pièces ayant x fois la couleur bleue et y fois la couleur rouge.

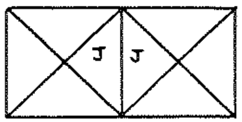
[U]ne fois les pièces numérotées, on pourra reporter dans chaque [c]ase les numéros des pièces qui correspondent à cette case.

[A]utre exemple : nombre d'axes de symétrie



Pour tous les classements considérés ci-dessus, on ob[ti]ent une partition de l'ensemble, mais il existe des classes [a]yant plus d'un élément. Existe-t-il un critère permettant d'ob[t]enir un ordre total ? (c'est-à-dire de RANGER toutes les pièces).

REGLE DE VOISINAGE "V" : On peut accoler deux carrés si les couleurs en contact sont les mêmes.

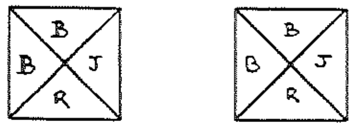


On dispose ainsi d'un jeu, assez voisin du jeu de dominos, que l'on peut développer selon deux directions perpendiculaires.

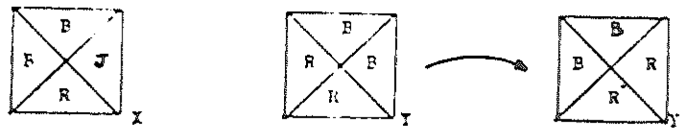
Quelques activités classiques

JEU DE DIFFERENCES (cf. Blocs Logiques)

Les "différences" seront ainsi définies : deux pièces n'ont PAS de différence s'il est POSSIBLE de les disposer de façon qu'elles portent les mêmes couleurs, disposées de la même façon.



Bien entendu, si l'on ne dispose que d'un Jeu de 24 pièces, deux pièces quelconque ont toujours au moins UNE différence; (C'est le nombre minimal qui compte).



Les pièces X et Y n'ont pas deux différences, mais une seule comme on le voit en plaçant Y comme indiqué à droite.

JEU DU PORTRAIT (cf. Blocs Logiques)

Il s'agit d'essayer d'identifier une pièce à l'aide d'un nombre minimal de questions OUI/NON. La recherche des questions pertinentes est plus difficile que pour les Blocs Logiques.

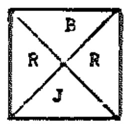
Quel questionnaire pourrait-on envisager ?

BATAILLE

Il faut pour ce jeu convenir d'une "valeur" de chaque pièce.

Exemple 1 : La valeur V est le nombre de couleurs différentes portées par la pièce. $1 \leqslant V \leqslant 3$.

Exemple 2 : On attribue les valeurs suivantes aux couleurs :
J : 0 R : 1 B : 2



V est la somme pour les quatre triangles.
Ici $V=2+1+1=4$ $0 \leqslant V \leqslant 8$

ANNEXE 2

L'ELASTICUBE

I- Quelques observations

On trouve dans le commerce un casse-tête constitué de : 27 petits cubes reliés entre eux par un élastique tendu;le jeu consiste à disposer l'ensemble en un grand cube 3x3x3 qui tienne seul,compte tenu des liaisons établies par l'élastique (qu'on ne peut rompre,bien sûr!).

Les premières réalisations sont souvent le fruit de manipulations faites au hasard ("ça y est!","je suis incapable de dire comment j'ai fait","je ne peux pas le refaire" ...).

Il arrive ensuite un moment où un mode de construction (variable selon les individus) est mémorisé et le casse-tête ne présente plus alors,en lui-même,un grand intérêt.

Que se passe-t-il entre ces deux étapes?

Il est difficile de le savoir car,en général,rien n'est formulé explicitement;cependant,dans beaucoup de cas,une exploration assez systématique est entreprise qui permet de voir puis de pré-voir des impasses ("si je fais ça,je ne peux plus continuer" ...);cela suppose qu'on imagine des suites à donner à telle situation et qu'on relève des incompatibilités entre ces suites possibles et le cube terminé.

Dans tous les cas sont développées,lors de la réalisation de ce casse-tête,des facultés de vision dans l'espace qui n'ont pas trop souvent l'occasion d'être mises en oeuvre.

Un intérêt nouveau peut être suscité si on impose des contraintes supplémentaires;par exemple:réaliser le cube en ne voyant que l'image de l'ensemble dans un miroir; réaliser le cube les yeux fermés; ...

Signalons enfin que les enfants sont souvent plus habiles à réaliser ce casse-tête que les adultes.

II- Quelques exploitations

Ce jeu est-il susceptible d'une exploitation d'ordre mathématique précise?Il n'est pas conçu pour cela mais peut-être peut-on apporter quelques éléments de réponse à cette question?

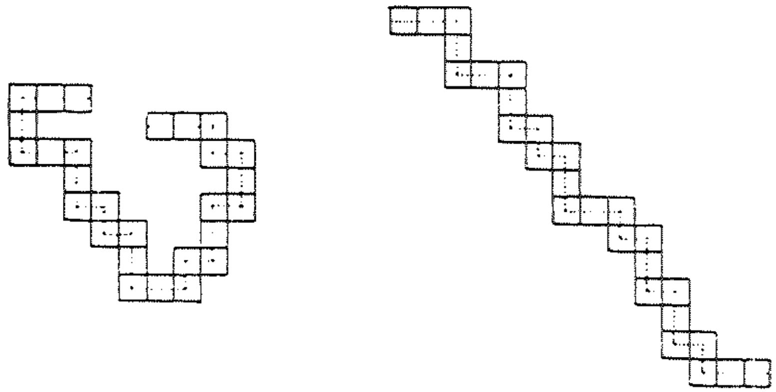
On pourrait sans doute,à ce sujet,évoquer les isométries du cube,des chemins sur un graphe ...;nous nous limiterons, sur ce plan,à quelques observations liées aux représentations, aux codages,d'une part,de la situation initiale (le grand cube démoli),d'autre part,de la solution (le grand cube constitué).Une motivation à cette réflexion peut être trouvée,comme souvent,dans le souhait de vouloir communiquer, transmettre une description du jeu.

1) Représentations,codages de la situation initiale.

Au départ,le jeu se présente sous la forme d'un chapelet de 27 cubes;comment coder ce chapelet?

a) On peut poser le chapelet de manière que les 27 cubes soient à plat sur une table et alors,de dessus,on voit 27 carrés qui peuvent être dessinés sur un quadrillage (de bien des façons!).

Exemples:



Sur ces schémas,l'élastique est représenté en pointillé.

b) Il n'est pas toujours simple de voir que deux représentations du type précédent correspondent à la même situation.

Ce codage est,d'autre part,difficile à transmettre oralement.

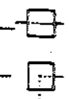
En remarquant que les cubes sont alignés par séquences successives de 2 ou de 3,on peut coder la situation de la façon suivante:

3,3,3,3,2,2,2,3,3,2,2,3,2,3,2,2,3

Notons qu'entre deux séquences consécutives se situe un changement de direction.

c) Si l'on observe que l'élastique traverse chaque cube de l'une des deux façons suivantes:

- ou bien droit,d'une face à la face opposée
- ou bien en tournant à l'intérieur,d'une face à une autre voisine



et si on note D (comme "droit") et V (comme "virage") ces deux manières de traverser un cube,la situation pourra être codée:

DDVDVDVDVVVVDVDVVVDVVDVVVDD

Remarquons que les cubes extrêmes peuvent être traversés D ou V (ou même pas traversés,si l'élastique part du centre!); nous les noterons E (comme "extrémité").D'où le codage:

EDVDVDVDVVVVDVDVVVDVVDVVVDE

qui indique la manière dont est traversé chacun des 27 cubes.

mple 3 : On attribue les valeurs suivantes aux couleurs :

J : I R : 2 B : 3

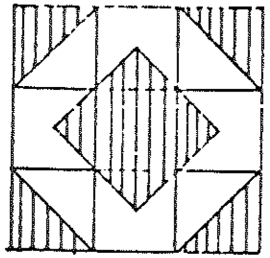
V est la somme des produits des triangles opposés.
Pour la pièce ci-dessus V= (3x1) + (2x2) =7

$$2 \leqslant V \leqslant 12$$

Quelques autres exemples :

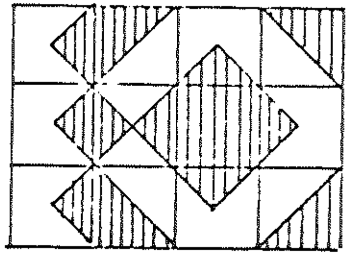
VAGE I :

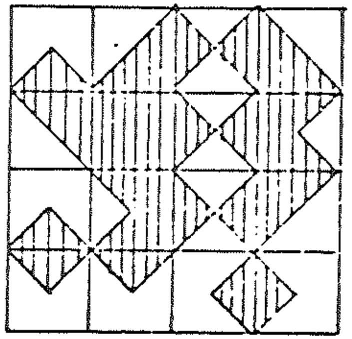
Chaque couleur intervient dans 18 pièces différentes, ur une aire totale de 8 carrés.



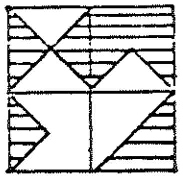
Les zones hachurées doivent être rouges (et elles seulement).
Trouver 9 pièces permettant de réaliser ce modèle (et respectant la Règle "V").

même question :





VAGE 2 :

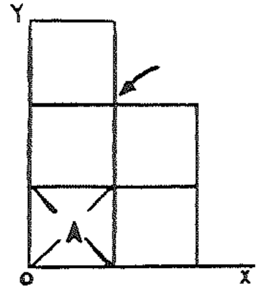


Ce modèle est réalisé en Bleu (hachuré) et jaune. Réaliser le même modèle en remplaçant le Jaune par du Rouge.

RES :

Evaluer les aires hachurées de toutes les figures de tte page. L'unité choisie sera le triangle de base (quart de rré).

DOMINO-PAVAGE

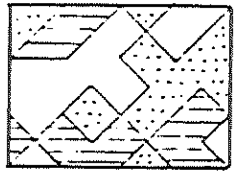


Les carrés sont placés selon la règle de voisinage "V".
-La première pièce posée est en A.
-On ne doit pas sortir de l'angle XOY
-S'il y a un (ou plusieurs) angle(s) rentrant(s) ( ) on doit jouer en priorité dans cet angle (ou l'un d'eux).

PROBLEMES.

Avec les douze carrés bicolores, recouvrir un rectangle 4x3 (en respectant le règle de voisinage "V").

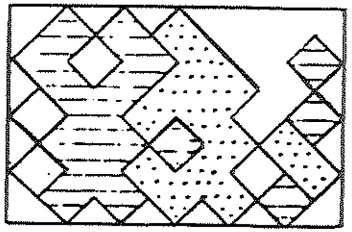
On pourra également dénombrer les zones, et tenter de réduire le plus possible le nombres de zones.



Y a-t-il d'autres pavages à 13 zones ? A moins de 13 zones .

Paver un rectangle 4x6 (en respectant la règle "V" avec toutes les pièces du jeu. Eventuellement : condition supplémentaire, on impose à la bordure d'être toute entière de la même couleur.

Voici une solution :

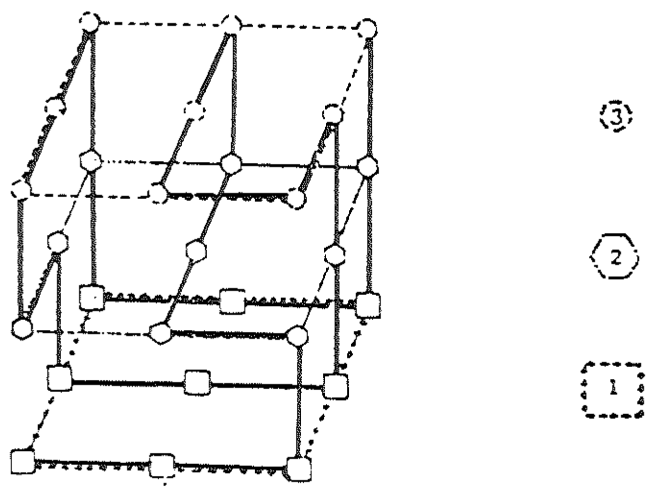


Il y en a, paraît-il, 12260 autres ... *

** cf. Article de P.Subtil, dans "Zoom-Avant" n°10; Juin 1978.Lyon*

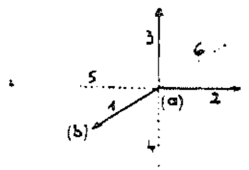
2) Codages d'une solution.

a) Voici la représentation qu'on trouve dans un document de l'IREM de PARIS VII ("Autour du cube",fév.80):



Comment la lit-on?
Que représentent les carrés? les hexagones? les cercles?
Comment est représenté l'élastique?

b) Si nous suivons l'élastique dans le cube construit,nous pouvons considérer que nous passons d'un cube (a) au suivant (b) de l'une des six façons:



que nous noterons:

1:devant; 6:derrière
2:à droite; 5:à gauche
3:au dessus;4:au dessous

Ainsi,enpartant de l'extrémité en bas à gauche du schéma ci-dessus et en conservant l'orientation de l'ensemble,nous pouvons décrire la situation par:

2,2,3,5,6,6,3,1,1,2,6,4,4,5,5,3,1,3,6,6,4,4,2,2,3,3

En associant ce codage d'une solution à celui de la situation initiale,nous obtenons (attention:partir de la même extrémité,sinon ...):

E D V V V D V V D V V V D V D V V V V D V D V D V D E
2 2 3 5 6 6 3 1 1 2 6 4 4 5 5 3 1 3 6 6 4 4 2 2 3 3

III- Quelques prolongements

Nous citerons ici quelques activités à partir d'un matériel conçu selon le même principe que l'élasticube: cubes reliés par un élastique.

1) A partir d'autres chapelets de 27 petits cubes

a) Comment trouver d'autres chapelets permettant de construire un cube 3x3x3 ?

b) Comment reconnaître,démontrer,qu'un chapelet de 27 cubes permet,ne permet pas de construire un cube 3x3x3 ?

c) La construction d'un grand cube,à partir d'un chapelet donné,peut-elle se faire de plusieurs façons ?

d) Proposer un chapelet permettant de construire le cube et comportant:

-le moins de virages possibles;
-le plus de virages possibles;

e) Donner un exemple où le cube du milieu du chapelet peut (ou doit) être au centre du cube 3x3x3.

f) Que dire des exemples suivants?

E D V V D V V D V D V D V V D V D V V D V V V V V D E

E V D V V D V V D V V V V V V V V V V D V D V D V D E

E D V V V V V V D V V D V D V V V V V V V V V V D V E

2) Cubes nxnxn,construits avec des chapelets de n^3 cubes.

a) Cube 2x2x2.

Le chapelet ne peut pas comporter de cube "D";il est de la forme:

E V V V V V V E

Il permet de construire le cube 2x2x2 de plusieurs façons;lesquelles ?

b) Cube 4x4x4.

Un chapelet de 64 petits cubes est ici nécessaire!C'est beaucoup.
Nous en proposons un,aux plus courageux,qui permet de réaliser un cube 4x4x4 :

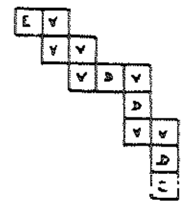
EDDVDVDVDVDVVVDVVDDVDDVVDVVDVVDVDVVVVVVDVVVVVDVVVVDVVDVVVVVVVVV

c) Pourquoi ne vous attaqueriez-vous pas aux cubes 5x5x5 ? 6x6x6 ? ...

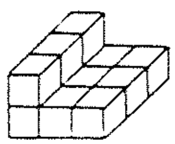
3) Constructions autres que cubiques.

Voici un chapelet de 12 cubes:

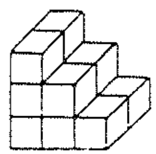
E V V V V D V D V V D E ou bien:



Il permet de réaliser un "rectangle" 3x4 (d'épaisseur 1), mais aussi:



un canapé



un escalier

. . . etc . . .

Réaliser un rectangle 2x4 avec le chapelet de cube 2x2x2.
Imaginer d'autres exemples ...

4) Anneaux de cubes

Il peut être intéressant de nouer les deux extrémités de l'élastique entre elles de manière à obtenir un anneau de cubes (au lieu du chapelet à deux extrémités).

On peut alors se poser les questions des paragraphes précédents.

Etudier, en particulier, la possibilité de construire un cube nxnxn, à partir d'un anneau de petits cubes.

5) Utiliser des petits cubes de différentes couleurs pour réaliser chapelets et anneaux.

Que peuvent révéler certains coloriages judicieusement choisis?

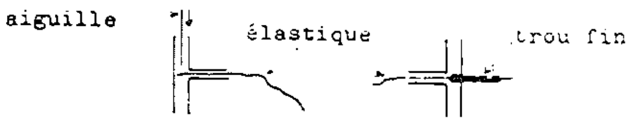
6) Proposer d'autres exercices.

-+-+-+-+-+-+-+-

Remarque: les investigations précédentes supposent que l'on puisse construire son propre matériel.

On peut, pour cela, utiliser des cubes en bois faciles à percer "D" mais plus difficiles à percer "V":

Pour réaliser matériellement les casse-tête ci-dessus, j'utilise des perles cubiques du commerce percées droit (D) et de l'élastique rond (genre "élastique à chapeau"). Les cubes "virage" (V) sont obtenus en perçant un trou supplémentaire, perpendiculairement à une des quatre faces non trouées, en son centre.



virage extrémité (noeud)

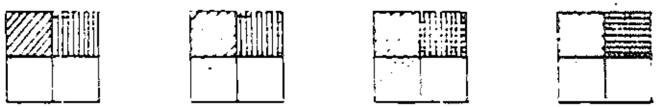
R. CATHALIFAUD
Mai80

ANNEXE 3

LE MINICOMPUTER ~~DE~~ PAPY

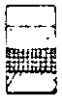
- Description du matériel

3 ou 4 carrés partagés eux-mêmes en 4 carrés de couleurs différentes.

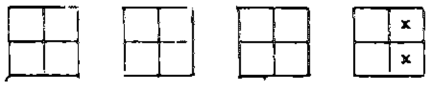


Sur chaque carré on peut poser un ou plusieurs pions :

Un pion posé sur le blanc vaut 1
" " le rouge vaut 2
" " le vert " 4
" " le noir. " 8



- Quelques exemples d'écriture



= 5

= 9

On pourrait ecrire 10 = 

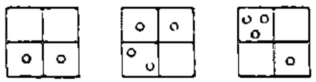
Mais on utilise une autre règle :

10 = 

Ecrire 52, 23, 72, 523, 642... (exercices de codage).

Préparer aussi des exercices de décodage.

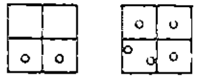
- Quelques jeux de calcul mental



=

- Jeu de Golf

Point de départ : 47, arrivée : 300



= 47

2 équipes "les bleus et les rouges" jouent à tour de rôle. A chaque coup on déplace un seul pion d'une case dans une autre, le premier joueur qui atteint 300 donne la victoire à son équipe.

Remarque : Un code chaque déplacement et on peut discuter des méthodes employées.

- Pions pondérés et pions négatifs

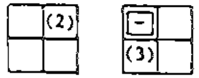
On peut introduire des pions pondérés (2) (3) (4)...(9)

Le pion (3) posé sur le blanc vaudra		3 × 1 = 3
"	Rouge	7 × 2 = 6
	Vert	3 × 4 = 12
	Noir	3 × 8 = 24.

On peut aussi introduire le pion $\boxed{-}$.

Le $\boxed{-}$ posé sur le blanc vaudra		-1
	Rouge	-2
	Vert	-4
	Noir	-8.

Exemples



= (2 × 40) + (1 × -8) + (3 × 2)
= 78

BIBLIOGRAPHIE

- Le minicomputeur de Papy par Mariette Bedoret NICO 25
- Itinéraire mathématique, livre du maître CM TOUYAROT, p. 122-123.

ANNEXE 4

JEUX D'ECHECS

grande section maternelle

Place du jeu d'échecs dans l'environnement de la classe.

A la rentrée de Noël les enfants ont travaillé sur le thème " Les Rois " puis sur les châteaux.

Réalisations en travail manuel, éducation artistique et musicale.

Les enfants de l'année précédente avaient réalisé un jeu d'échecs : quadrillage et pièces en terre cuite mais n'avaient pas eu le temps de jouer.

La maîtresse utilise cette année ce jeu en " activité mathématique ".

1ére phase :

Les enfants prennent connaissance des pièces,

- en les nommant
- en recherchant des symboles pour les désignor par écrit.

le pion   le fou   la tour   la reine   le roi

le cheval

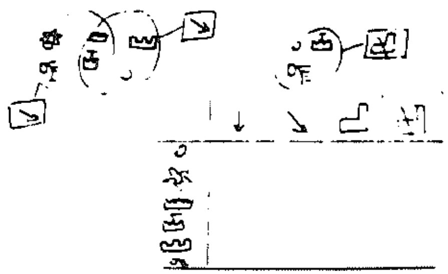
- en recherchant des symboles pour coder leurs déplacements

↓ "tout droit"   ↘ "de travers"   "grands pas"   "à petits pas"

- en faisant des classements selon les propriétés sous différentes formes :

diagramme de Venn

tableau à double entrée



2éme phase : (qui a commencé pendant la 1ére phase)

Les enfants jouent : équipe de six contre équipe de six (tous les enfants jouant à tour de rôle pour son équipe),

- placement correct des pièces au départ (vérification et correction par les enfants eux-mêmes).

- au fur et à mesure que le jeu se déroule, on rappelle les règles de déplacement d'une pièce, les règles de prise d'une pièce.

Le vocabulaire " échec au roi " est employé.

Remarques :

- les enfants cherchent à ne pas se faire prendre de pièces (comme au jeu de dames)

- certains enfants arrivent à " anticiper un coup " en imaginant le déplacement de l'adversaire après leur propre déplacement

- règle à observer après un certain temps : toute pièce déplacée est jouée (obliger l'enfant à une image mentale du déplacement).

3éme phase :

. Des quadrillages plus petits ont été réalisés.

Les enfants ont construit alors des damiers (travail "algorithmique")

. Des pièces en terre cuite ont été fabriquées

Ces jeux figurent dans l'atelier mathématique et les enfants jouent quand ils veulent (sans la prise de la présence de la maîtresse).

La mise en place du jeu d'échecs dans cette classe a permis d'atteindre plusieurs objectifs de différents ordres :

- appréhension de divers déplacements sur un quadrillage (déplacements que les enfants eux-mêmes pensent effectuer dans la salle de jeu)

- observation de règles précises dues au jeu lui-même.

SECTOR

Nombre de joueurs : 1, 2, 3 ou 4

Matériel : jeu électronique Sector de Parker Brothers distribué en France. Les Jeux Milo.

Coût : 270 F

Age : à partir de 17 ans

But du jeu : couler un sous-marin invisible dont les mouvements sont secrètement commandés par un ordinateur.

Règle du jeu : notice fournie avec l'appareil.

On dispose :

- d'un tableau de commande permettant de
  - . faire évoluer des bateaux en distance et en direction,
  - . tirer sur le sous-marin en profondeur et en direction.
- d'un cadran lumineux indiquant sur demande la position des navires et leur distance par rapport au sous-marin
- d'un quadrillage permettant d'inscrire les mouvements des navires et les repères du sous-marin.

Durée du jeu : jusqu'à 2 heures.

Difficultés : règles très difficiles
part du hasard.

Notions mathématiques sous-jacentes :

Quadrillage - Noeuds - Déplacements - Orientation
Déduction.

Stratégie gagnante :

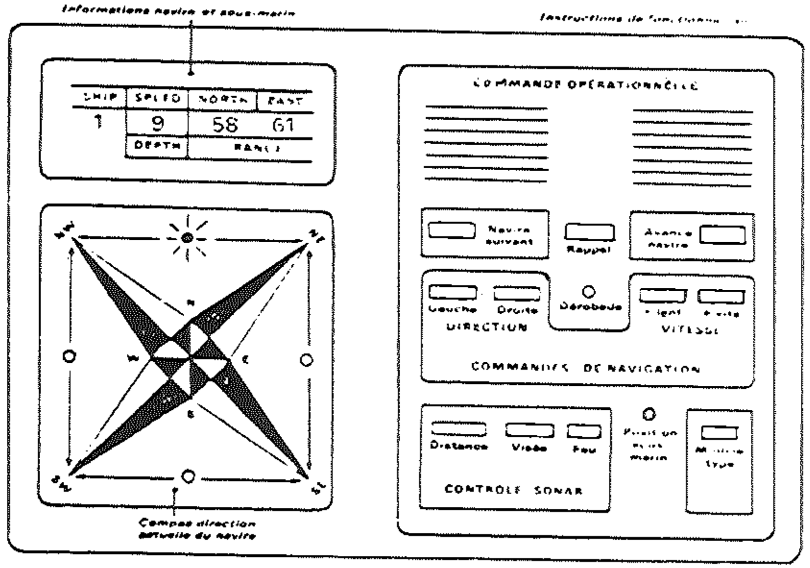
. localiser le sous-marin et déterminer sa direction de déplacement afin de l'approcher à un minimum de 2 cases pour pouvoir le tirer

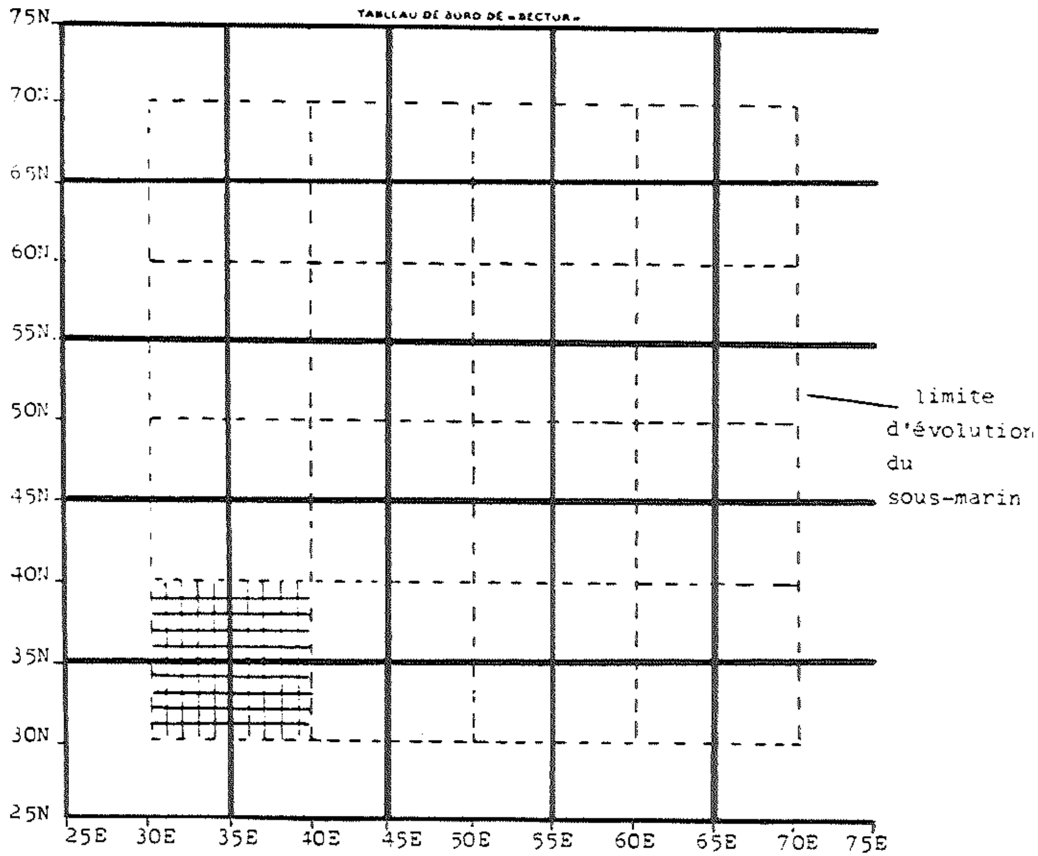
- choisir la profondeur 1 ou 3, le tableau indiquant, en cas de tir raté, la différence entre la profondeur du sous-marin et la profondeur du tir.

Observations après jeu par des élèves :

Règles difficiles nécessitant un minimum d'une heure d'explication.

On peut d'abord faire réaliser les déplacements des navires en fonction d'une position fixe et visible du sous-marin





(non utilisation du tableau de commande) et montrer les différentes manières de calcul des distances.

. puis réaliser les déplacements des bateaux avec un sous-marin visible et mobile.

. enfin faire découvrir les différentes commandes et envisager à partir de là le déplacement invisible du sous-marin en utilisant dans un premier temps le modèle type.

Au cours de la partie, les élèves du CM2 sont très motivés malgré la durée importante de l'introduction et de la partie au cours de laquelle ils n'ont pas réussi à couler le sous-marin.

LE SOLITAIRE

Nombre de joueur : 1

Matériel : 1 plaque d'aggloméré / de contre-plaqué de 33 trous équidistants

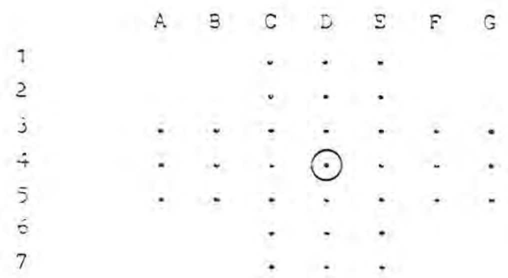
selon le schéma ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G
1			.	.	.		
2			.	.	.		
3	.	.	.	.	.	.	.
4	.	.	.	.	.	.	.
5	.	.	.	.	.	.	.
6			.	.	.		
7			.	.	.		

32 pointes

33 tourillons placés de manière à laisser libre le centre de la plaque.

- construction : relativement facile et peu coûteuse. (carré de 20 x 20 et 3 cm d'épaisseur).
- âge : à partir de 6 ans en aménageant le jeu.
- but : ne laisser qu'un seul tourillon au centre de la plaque.
- règle : les tourillons étant disposés dans tous les trous, sauf dans celui du milieu, le jeu consiste à éliminer progressivement le plus grand nombre possible de tourillons en les "sautant" les uns les autres en lignes droite. Pas de déplacements en diagonales. Commencer en plaçant un tourillon dans le trou du milieu et en éliminant celui que vous aurez ainsi sauté. Continuer de la même façon en essayant de supprimer tous les tourillons.
- durée : un temps certain !
- difficulté : règle facile à comprendre
  but à atteindre : difficile.
- hasard et raisonnement :
  . part du hasard : faible.
  . part du raisonnement : réfléchir longuement et envisager les aboutissants avant de jouer.
- intérêt, impact du jeu :
  jeu de patience
  aide à se déplacer dans le plan
  permet d'objectiver - étude de la symétrie.
- stratégie gagnante :



Jouer :

D6 en D4	B5 — D5	C7 — C5
D5 → B5	F5 — D5	E7 — E5
D4 → D6	D7 — D5	D5 — F5
C3 → C5	E3 — E5	A4 — C4
C4 → C6	G4 — E4	E4 — E6
A5 → C5	C6 — C4	A3 — C3
G3 → E3	F5 — E5	E4 — E4
D3 → B3	C1 — C3	C4 — C2
E1 → C1	C1 — C3	B3 — D3
D2 → D4	D4 — F4	E2 — E4
	F4 — D4	

- variantes :
  . la case vide de départ n'est pas forcément celle du milieu.
  . le tourillon restant ne sera pas forcément au centre de la plaque.
- pédagogie dans la classe :

Le jeu tel qu'il est, est impossible à appréhender dans la classe. Malgré tout, la grille peut servir en supprimant un certain nombre de tourillons.
Par ex :placer 5 tourillons sur la grille (ou 3 ou +) faire chercher une stratégie gagnante, l'analyser, puis proposer des dispositions symétriques de la 1ère :

Ex : a) - avec 5 tourillons placés en : D2.E2.D3.E3.E4.
jouer : D2 → D4 ; D4 → F4 ; E2 → E4 ; F4 → D4.
b) - avec 11 tourillons placés : C1. C2. C3. C4.
E1. E2. E3. E4.
D1. D2. D3.
jouer : D3 → B3, C1 → C3, C4 → C2, E1 → C1,
C1 → C3, B3 → D3 puis comme en a.
c) - avec 17 tourillons placés : A3.A5.B3.B5.C1.C2.C6
D1.D2.D3.E . .E6.F3.F5.G3.G5.
jouer : A5 → C5, C6 → C4, A3 → C3, G3 → E3,
puis comme en b + a.

- intérêt des variantes :
  - permet de faire jouer les plus jeunes (C.P.) avec 5 et 11 tourillons.
  - permet d'appréhender la stratégie gagnante.

N.B. : Il existe de très nombreuses solutions au problème initial.

ERRATA

. Dans le compte rendu de BOMBANNES, supprimer à la page 123 (8éme ligne avant la fin) "de consolidation".

. Dans la bibliographie de BOMBANNES (p.128 à 131)

remplacer GANOWER par GAMOW

VON DOLFT par VAN DELFT

FOURNY par FOURREY

KARDIENSKY par KORDIEMSKY

STEINTAUS par STEINHAUS

CES SAGABIER per CES SAGEBIEN

Compléments à la bibliographie

SAINTE-LAGUE	Avec des nombres et des lignes	VUIBERT
DUMONT-PASQUIS	Mathématiques pour la tête et les mains	CEDIC
Un damier, 50 jeux	Association JEUDI 2n square J. Falek 75010 PARIS	

Jeux de société, à construire CEMEA LYON.

GROUPE BN

LA RÉALISATION ET LA CONDUITE D'UNE LEÇON DE MATHÉMATIQUE

ANIMATEURS : ANNIE BOURDIL
J. MARIE DIDRY
RAPPORTEUR : ANNIE BOURDIL

Dans ce groupe se sont retrouvés quelques participants du groupe de Bombannes et des "nouveaux", (dont Guy BROUSSEAU) dont la venue eut pour conséquence de modifier l'orientation du module choisie à Bombannes.

Les premiers échanges ont porté sur des problèmes de didactique :

Pour la préparation de leçons, on distingue :

1. la préparation directe (problème de technologie de la classe)
2. les phénomènes dans les classes ("théorie de variation des classes"). Exemple : Comment le maître se sert du temps.

Ces études ne jouent pas un rôle directement, mais jouent un rôle le jour où on veut préparer ces séquences.

Quels sont les phénomènes que l'on peut observer ? Quelles sont les variables qui commandent ?

Les essais de reproduction d'une séquence avec des consignes claires, où les maîtres avaient donc trés peu de décisions à prendre, ont montré le "phénomène de vieillissement d'une leçon" pour le maître : Il ne vit plus cette leçon, les enfants non plus.

Le maître ne reproduit pas une situation didactique : quand il reproduit, des décisions sont à prendre en fonction des réactions qui se produisent, et de celles qu'on voudrait voir se produire ; beaucoup de temps serait nécessaire pour tout prévoir.

La classe réalisée, le maître ne pourra reproduire que l'histoire qui s'est produite, car il ne se souviendra pas de l'histoire prévue : c'est donc une fausse reproductibilité car le maître a joué.

Les normaliens ne voient pas cela, mais ceci sera leur métier ; donc il doit y avoir un apport de notre part ; c'est ce qui se passe dans le contrat didactique.

Que vit le maître ? Quel sens cela a-t-il pour lui ?

Qu'est ce qui peut être reproduit, peut varier, est pertinent ou pas ?

On regarde donc les pertinences d'apprentissage, les constructions de situation. L'idée de base est ici : la préparation de classe ; ce phénomène est donc analysé : pour cela les maîtres préparent en 10 minutes la classe (il y a donc une énorme incertitude sur ce qui va se passer), réalisent la classe et essayent d'avoir le plus d'interactions possibles. Les questions que l'on peut se poser sont : qu'est ce que le maître "géré" ? Quand prend-il la décision "d'apporter plus" ? Pourquoi fait-il cela ? pourquoi ce moyen si employé ? Cette question est trop ouverte, d'autres sont posées...

C'est cela les phénomènes de classe : durée, découpage du temps, fréquence d'interventions, combien d'enfants ne comprennent pas. Il faut donc essayer d'optimiser cela avec des réponses courtes.

Il faut répondre à des problèmes de didactique.

Quand on prépare une classe, il faut penser au cadre de la leçon, aux moyens de contrôle :

1. dans quel genre de situations est-il nécessaire d'avoir des connaissances?

2. Sont-elles toujours "bonnes" pour un apprentissage ? Lorsqu'une situation est proposée à un enfant, plusieurs possibilités peuvent se produire :

1. Il la résoud : il se peut qu'il n'a vu le problème (une situation naturelle n'est pas une situation d'enseignement : le sens impose la réponse sans compréhension)

2. Il ne la résoud pas.

Deux possibilités

Il est en difficulté ; un processus d'adaptation commence, il faudra décider de recommencer.

Quand le sujet s'est adapté, il ne le sait pas : pour dire qu'il a appris, il a besoin de savoir qu'il a appris (il est différent de savoir j'avais à faire et je sais le faire ; et savoir qu'on sait faire et qu'on saurait le refaire)

L'enfant s'est donc adapté et aprés cette résolution, son savoir est étiquetté (car le savoir est un objet social et l'activité de solution d'un problème est une activité sociale : j'ai reconnu le problème, je sais résoudre).

Le cas où il ne peut s'adapter, l'enfant identifie un problème. Il ne sait pas résoudre. Ici intervient le contrat didactique du maître qui identifie les "objets" qui vont permettre l'apprentissage ou non. Cette négociation va nécessiter une certaine formulation du problème. Le maître devra former une connaissance à partir des autres. Il faut regarder comment cette négociation se fera ; le contrat didactique est ici important : - ou on arrive à un contrat clair, -ou on prend en charge une négociation didactique à long terme : c'est ici qu'on voit des contrats d'apprentissage à longs termes pour un processus d'apprentissage.

Donc quand on prépare une situation, on va être conduit à prendre des décisions; le sens d'une décision, c'est la liste des comportements envisageables pour lesquels les situations sont choisies : c'est la quantité de décisions personnelles qui est envisagée.

Lorsqu'on fait un apprentissage formel, cela veut dire qu'on n'a pas pu l'apprendre naturellement. On est donc devant une contradiction : Si on s'adapte, on n'apprend pas.

Apprendre : c'est un saut qui fait passer d'une stratégie inefficace à une "qui marche". Pour une leçon, je vais me donner un objectif qui ne doit être atteint qu'avec la connaissance que je veux enseigner : d'où un choix de jeux pour résoudre la situation, jeux où il existe une stratégie, où la connaissance enseignée est la clé et je veux que l'enfant l'apprenne ; puis je m'assure qu'on peut jouer sans savoir (il faut que les solutions soient embêtantes mais intéressantes pour recommencer) ; il faut pouvoir tirer des informations pour pouvoir essayer autre chose, pour donner des indications pour continuer (la stratégie doit être optimale).

Dans quelles situations mettre les normaliens ?

Est soulevé le problème du temps dans la nouvelle formation : 12 semaines ou moins seulement pour l'UF mathématique EN. Qu'a t-il été fait l'année dernière par les PEN, les normaliens devaient repérer ce qui était pertinent ; changer les situations de départ, ceci en 10 minutes. L'objectif étant savoir se servir d'un manuel. L'analyse de la progression était aussi donnée : sa pertinence était regardée. Mais ceci durait 2 heures.

Des séances d'audio-visuel : quand il y a échec devant un problème, qu'est ce qu'on peut faire pour les mettre sur la voie sans donner la solution ? Il a fallu donc d'abord choisir les problèmes, problèmes où il allaient être en échec.

Que peut apporter la vidéo ? Elle a un aspect artificiel, mais cela permet de voir certaines choses que l'on laisse faire et aussi "l'efficacité" d'une préparation ensemble. Cela porte plus sur ce que l'on peut faire avec les normaliens que sur ce qui se passe dans une classe : ceci n'est donc pas sur le même niveau que les phénomènes de classe.

- utilisation de manuels - analyse de séquences en commun.
- moments de 10 minutes dans les classes pour donner les consignes au début d'une séquence.
- des séquences sont faites par les élèves-maîtres, les autres doivent faire une analyse de celles-ci. Discussion ensuite en commun avec le PEN.

Mais le passage, la liaison entre la recherche et la pratique n'est pas simple.

Le problème du module est alors soulevé : devait-il être utilisable pour les normaliens ou les PEN?

Une proposition est faîte : le contenu du module sera relatif à la préparation de la classe, il sera un instrument pour les formateurs.

Sera alors faîte, à partir des désirs des participants, une information sur les niveaux de préoccupation lors d'une analyse de séquence ; une bibliographie utilisable pour ce thème est aussi donnée.

Phénomènes d'enseignement.

Il faut s'accorder sur ce dont on parle. On peut distinguer plusieurs niveaux.

1. Le 1er niveau : il s'agit de description d'un fait ; cela est nécessaire pour savoir de quoi on parle. Pour comprendre ce qui s'est passé, on est obligé de se

référer à un potentiel ; on essaie d'envisager ce qui aurait pu se passer. Ceci est différent, c'est :

2. le 2ème niveau : il s'agit de la compréhension des comportements. Mais la situation ne change pas.

3. Le 3ème niveau : comparaison des méthodes. On essaie d'envisager différentes situations qui vont provoquer des comportements qui vont aboutir à l'objectif d'enseignement. On compare des situations qu'on suppose aboutir à cela. Les situations varient, donc le comportement aussi, mais ce qui ne varie pas, c'est le résultat de l'enseignement.

4. Le 4ème niveau : il s'agit de phénomènes didactiques. La discussion a lieu sur un point qui n'est pas un objet d'enseignement (exemple : la variable temps, comment fonctionne t-elle ,), sur les concepts qui ont permis de construire ces 3 niveaux : notion de contrat didactique, d'erreur...

Perspectives pour l'an prochain.

Les participants désirent maintenir ce thème de travail et décident d'amener du matériau pour l'an prochain.

Bibliographie (sommaire)

1 Livres fondamentaux sur les modèles d'enseignement

- JOYCE : teaching models
- WEIL : models of teaching (1972) (Englewood cliffs New Jersey)
- Journal of children's mathematics behaviour
- Robert DAVIS : personnal's models.
- COLLIN POWER : critical review of science classroom interaction sudies (1977)
  Publications dans une revue anglaise : studies in science education.

Où les trouver : la bibliothèque nationale peut l'indiquer.

2 Selon JOYCE, la classe peut être considérée comme :

Extension du laboratoire d'apprentissage : la classe est conduite comme une découverte.

-AUSUBEL (1970) (GUIDFORD)

- un article récent dans "educational studies of mathematics" (1980) par BAUERSFELD : "Hidden dimensions in the so-called reality of math-classrooms". N° 11-23-41
- Review of educational research N° 480
- CASE (1978) : a developpementaly based theory and technology of instruction.
- BELL : "learning of process mathematics" dans "education studies of math" (N° 10)

MERILL and WOODS : un article sur les stratégies d'instruction publié en 1974.

- ERIC SMEAC : instructional strategies preliminary taxonomy (colombus ohio).

La classe comme lieu d'interaction humaine

- GOOD and BOOPHY : "looking in classroom"

- NASH "classroom observed" (Rowthledge and Kegan Paul London)

- GORDON "Hidden curriculum"

Classe comme contexte d'éducation

Lieu où s'exerce la puissance éducative

- ROSENSHINE AND FURST (1971) "Research in teacher's performance criteria publié dans "teacher education" (prints Hall - Englewood cliffs New Jersey).

GROUPE BP

ACTIVITÉS SUR L'ALÉATOIRE

ANIMATEURS : P.L. HENNEQUIN
JOËL BRIAND
RAPPORTEUR : JOËL BRIAND

Le public visé

- surtout la formation initiale
- Nous n'excluons pas une activité possible dans les classes élémentaires. Des travaux ont déjà été réalisés ce jour, mais les nouveaux programmes n'abordent pas ce thème.

Présentation du sujet

Objectifs : - de comportement :

a) faire découvrir que l'on peut modéliser aussi dans des phénomènes aléatoires. Il est connu que les situations déterministes sont modélisables mais il semble plus surprenant que l'on puisse modéliser des situations aléatoires, sans pour autant tomber dans les abus du 19° siècle qui voulaient modéliser tous les problèmes de sciences humaines jusqu'à et y compris l'existence de dieu !

b) débusquer les idées mal arrêtées ou fausses.

Exemples : "les numéros" "en forme" "du loto".

: la peur d'être le 100ème opéré de l'appendicite lorsque l'on sait que l'opération réussit 99 fois sur 100 et que les 99 précédents ont survécu !

c) démystifier les sondages - prendre du recul - mettre en évidence leur nécessité, leur limite.

- didactiques

a) dans une situation aléatoire, faire des expériences, construire des modèles mathématiques, émettre des hypothèses, décider. Tout cela constitue un type de situation didactique très riche.

b) développer l'attitude scientifique : prise en compte de l'expérience que l'on enrichit par l'intégration des informations successives.

Méthode de Bayes : Probabilité des causes.

Exemple : le diagnostic du médecin se précise par la prise en compte de symptômes de plus en plus nombreux.

Types d'activités

- toutes les activités de type combinatoire
- activités dans lesquelles le modèle probabiliste est unique : il y a un paramètre à retrouver.

Exemple : tous les matériels de jeux.

cf. découvrir le contenu d'une bouteille opaque qui contient un nombre connu de billes et dont on sait qu'il y a des rouges et des noires et dont une seule est rendue visible par retournement de la bouteille (tirage avec remise)

- activité de recueil et d'organisation de données (enquêtes, recensement) et construction d'un modèle aléatoire pas forcément unique
- construction d'un sondage : remplacer un recensement par des sondages.

Ces quatre points permettant d'aborder en tout ou en partie les problèmes

- de choix et quantification des données, l'occasion de la construction des questionnaires
- d'analyse des données
- de décision et de risque.

Exemples d'activités

- Activités d'enquête (dans lesquelles le choix des paramètres n'est pas évident du tout)
  - "Les enfants savent-ils lire en entrant en 6ème ?"
    "opinion des étudiants sur l'I.V.G"
  - Relevés météorologiques

jeux

- Reprendre les jeux de dé (chevalier de Mérée)
  (science et vie spécial "jeux")
- Problème des anniversaires (probabilité de concordance de deux dates à l'intérieur d'un groupe)
- Découverte de contenu de bouteilles (inspirée du R.T.S atelier de pédagogie 1975)
- Mesure des aires à partir de nombres au hasard (aiguille de buffon)
- Diagnostics en toxicologie (P.L Hennequin)

Bibliographie

Histoire des probabilités

- I.E MAISTROV : Probability theory A historical Sketch - ACADEMIC PRESS 1974
- TODHUNTER : A history of the mathematical theory of probability CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS 1865 et CHELSEA NEY YORK 1962
- Dans les 2 tomes de DIEUDONNE - Histoire des Mathématiques - C'est LOEWE qui retrace le travail sur les probabilités
- J.P BENZECRI - Histoire de l'analyse des données.

1) Réunions Inter-IREM avant 1973 :

1.1 - L'enseignement des probabilités - Colloque Inter-IREM - Lyon, mai 1972 (90 p.)

1.2 - L'enseignement des statistiques - Colloque Inter-IREM - Clermont, mars 73 (120 p.)

2) Recherche I.N.R.P. Inter-IREM 73.02.9.01 (1973-1978)

A/ Compte-rendu des colloques

2 A 1 - Paris, avril 1974 (50 p.)

2 A 2 - Clermont, octobre 74 (38 p)

3 A 3 - Toulouse, mai 75 (69 p)

3 A 4 - Lans en Vercors, mars 76 (43 p)

3 A 5 - Eveux, novembre 76 (53 p)

3 A 6 - Belle-Ile, 1977 (90 p)

En liaison avec la recherche I.N.R.P :

Jeanne BEGUE (EN Foix) Statistiques et probabilités au cours moyen

1973-74 première partie IREM de TOULOUSE

" deuxième partie "

Combinatoire au cours moyen (autour du triangle de Pascal)

1974-75 IREM de TOULOUSE

1975-76 (15 CM_1 - 10 CM_2) "

PROBABILITES ET STATISTIQUES A L'ECOLE ELEMENTAIRE - IREM de CLERMONT FERRAND (sous presse)

B/ Analyse de données dans le 1er cycle

2 B 0 - Recherche pédagogiques n° 101, I.N.R.P., 1979 (120 p)

Références des dossiers :

2 B 1 - Climatologie (Bordeaux, Brest, Strasbourg) - I.R.E.M. de Bordeaux

2 B 2 - Climatologie (Brest, Chateauroux, Orléans, Strasbourg) - I.R.E.M. d'Orléans

2 B 3 - Consommation d'eau à Grenoble - I.R.E.M. de Grenoble

2 B 4 - Consommation d'électricité dans le Sud-est de 1971 à 1975 - I.R.E.M. de Lyon

2 B 5 - Consommation d'électricité le 3e mercredi du mois de décembre dans le Sud-est I.R.E.M. de Lyon

2 B 6 - Effectifs scolaires - I.N.R.P. Paris

2 B 7 - Etude de performances sportives - I.R.E.M. de Bordeaux

2 B 8 - Evolution de la population en Gironde et en Dordogne - I.R.E.M. de Bordeaux

2 B 9 - Football - I.N.R.P. PAris

2 B 10 - Immatriculation de voitures dans le département du Rhône - I.R.E.M. de Lyon

2 B 11 - Immatriculation de voitures dans les pays de la C.E.E. - I.R.E.M. de Rennes

2 B 12 - Loire - I.R.E.M. d'Orléans

2 B 13 - Loisirs - vacances - I.R.E.M. d'Orléans

2 B 14 - Mesures de la longueur d'une salle - I.R.E.M. de Bordeaux

2 B 15 - Port de Bordeaux - I.R.E.M. de Bordeaux

2 B 16 - Port de Rouen - I.R.E.M. de Rouen

2 B 17 - Résultats sportifs - I.R.E.M. de Grenoble

2 B 18 - Sondages - I.R.E.M. de Paris-Sud

2 B 19 - Taille d'élèves de 5e d'un C.E.S. d'Orléans - I.R.E.M. d'Orléans

2 B 20 - Taille et poids d'élèves de 5e d'un C.E.S. de Valence - I.R.E.M. de Grenoble

2 B 21 - Taille, poids envergure et résultats sportifs - I.R.E.M. de Rennes

2 B 22 - Taille et poids : croissance de la naissance à 18 ans - I.R.E.M. d'Orléans

2 B 23 - Télévision - I.R.E.M. de Rouen

C/ Calcul des probabilités dans le second cycle

2 C 0 - Recherches pédagogiques n° 104, I.N.R.P., 1979 (80 p)

3) Publications des I.R.E.M.

3 B 1 - BREST - Introduction aux probabilités (J. Bocle), janvier 1978

3 C 1 - CAEN - Pour une initiation à la statistique et aux probabilités (1975)

3 C 2 - CAEN - Probabilités Livres 1, 2, 3, 4.

3 C 3 - CLERMONT - Thèmes probabilisables (1978)

3 D 1 - DIJON - Pages et calculs choisis de Blaise Pascal (1978)

3 G 1 - GRENOBLE - Probabilités 1 (1975) et 2 (1978)

3 L 1 - LILLE - Analyse de la Fiche "La Ville de New-York" (1978)

3 L 2 - LILLE - Bulletin n° 6 - La loterie (p 22 à 33) (1977)

3 L 3 - LYON - Compte-rendu du groupe "Simulation d'évènements aléatoires" (St- Etienne, 73-74)

3 L 4 - LYON - Initiation à la statistique et aux probabilités - Sans tambour ni trompettes - IREM 15 (1979) (p 23 à 30)

3 M 1 - MARSEILLE - Calcul des probabilités et arithmétique (1978)

3 M 2 - MONTPELLIER - Statistique descriptive (1973)

3 M 3 - MONTPELLIER - Probabilités et statistiques, classe de 1ère A,B,C,D,E (1973)

3 M 4 - MONTPELLIER - Probabilités (1979)

3 N 1 - NANCY - La loi binomiale (cours programmé) (1975)

3 P 1 - POITIERS- Sur l'enseignement des probabilités au lycée (C. Bloch) (1975)

3 P 2 - POITIERS- La règle des partis (1977)

3 P 3 - POITIERS - Fiches pour l'enseignement des probabilités (1978)

3 R 1 - RENNES - Eléments de probabilités (R. Gras), mai 1973

3 R 2 - RENNES Vous avez dit graphique (1979)

3 R 3 - RENNES La vente des journaux à St-Brieuc (1978)

3 R 4 - RENNES Le cheptel porcin en Bretagne (2ème AB,T ; 1ère B,G)

3 R 5 - RENNES Activités interdisciplinaires en 2ème AB (Recherche I.N.R.P. 78-02-4-14, Mathématiques et compréhension des processus économiques (I : 1979 ; II : 1980)

3 S 1 - STRASBOURG - Informatique quand tu nous tiens (1976)
BORDEAUX - Cahier n° 11 (1974) et Atelier mathématique R.T.S (1975)

4) Documents publiés par l'A.P.M.E.P.

Brochures :

L. Guerber et P.L. Hennequin - Pour apprendre à conjecturer

4 A 1 - 1/ Initiation à la statistique - 1967 (238 p)

4 A 2 - 2/ Initiation aux probabilités - 1970 (238 p)

4 A 3 - Hasardons-nous (15 articles) - 1976 (218 p)

4 A 4 - Analyse des données - Tome 1 (sous presse)

4 A 5 - " " Tome 2 (en préparation)

Articles du Bulletin de l'A.P.M (dans l'ordre chronologique ; le premier nombre indique le n° du bulletin, le second la page)

4 B 1 - P.L. Hennequin : L'enseignement de la probabilité et des statistiques en première et terminale depuis 1970 - Bilan de l'expérience (280,570)

4 B 2 - C. Boucher : Jeux de simulation (287,9)

3 B 3 - D. Feneuille : Echec ou expérience (287,43)

4 B 4 - L. Schluraff : Apropos de la notion de probabilité conditionnelle (288,234)

4 B 5 - Melle Monsarrat : Elections et mathématiques (290,529)

4 B 6 - P.L. Hennequin : Pour un enseignement de la statistique dans le 1er cycle (290,535) (292,58)

4 B 7 - J.M. Monnez et J.C. Petit : Probabilités et statistiques dans le second cycle (291,716)

4 B 8 - P. Lescanne : Les mathématiques hors de l'école dans les sports et dans les jeux (291,716)

4 B 9 - F. Huguet : Un problème de simulation (291,791)

4 B 10 - R. Gras : A propos d'un problème de simulation (291,794)

4 B 11 - B. Sorin : Analyse probabiliste des tests d'aptitude QCM (295,607)

4 B 12 - J.P. Guichard : Quadrillages et probabilités (295,627)

4 B 13 - J. Badrikian : Simulation (296,865)

4 B 14 - Berthold, Henning, Mangeney : Organisation et réalisation d'une loterie "mathématique" (297,17)

4 B 15 - A. Tortrat : Sur le problème T.C., Paris, Juin 1975 (302,115)

4 B 16 - Régionale parisienne de l'A.P.M.E.P. : Rapport sur le problème de T.C., Paris, Juin 1975 (302,121)

4 B 17 - D. Feneuille, D. Mathieu, Phan Than Lun : Initiation à la méthodologie de la recherche expérimentale ; la notion de plan d'expérience (304,542)

4 B 18 - C. Bloch : Formation initiale des maîtres (305,795)

4 B 19 - A. Tortrat : Sur un exercice de probabilités (306,910)

4 B 20 - C. Bloch : Sur un exercice de calcul des probabilités (307,419)

4 B 21 - P. Clarou et G. Gachet : Approche des probabilités et des statistiques de première A (312,25)

4 B 22 - H. Moritz, M. Blanchard et C. Bloch : Remarques sur le programme de probabilités dans les sections A,B,C,D,E des lycées (312,38)

4 B 23 - C. Estezet : Initiation aux probabilités : une situation ouverte (312,46)

4 B 24 - P.L. Hennequin : Encore quelques ouvertures (312,61)

4 B 25 - G. Rebel : Publicité ! (316,809)

4 B 26 - C. Bloch : Arrêtons les frais (316,812)

4 B 27 - C. Bloch : Jouer au loto suivant Euler (318,223)

4 B 28 - F. Pluvinage : Bases des probabilités concrètes (à paraître)

5) Réunions internationales

5.1 - The teaching of probability ans statistics, Carbondale, mars 1969 ; Wiley, 1970 (374 p)

5.2 - Statistics at the school level (Vienne, septembre 1973) (242 p)

5.3 - L'enseignement des probabilités et des statistiques (Bordeaux, août 1974) I.R.E.M. de Bordeaux (170 p)

5.4 - The teaching of statistics in schools (Varsovie, août 1975)- Edité par E. Breny 1976 (77 p)

5.5 - Approche des statistiques par des enfants de 11 à 15 ans (Grenoble, 6-10 sept. 1976) (51 p)

6) Ouvrages divers en langue française

6.1.1 Bachelard : Le nouvel esprit scientifique (1934)

6.1.2. " L'activité rationnaliste de la physique contemporaine (1951)

6.2 - Boursin : Sondages, statistiques, la forme scientifique du mensonge ? Tchou 197

- A. Engel : L'enseignement des probabilités et de la statistique - CEDIC

6.3.1 Tome 1 (1975) (307 p)

6.3.2 Tome 2 (1979) (386 p)

6.3.3 Mathématique élémentaire d'un point de vue algorithmique - CEDIC (1979)(320 p

6.4 - M. Glaymann et T. Varga : Les probabilités à l'école - CEDIC (1973) (223 p)

6.5 - G. Noel et J. Bastier : Mathématiques et calculatrices de poche - Technique et vulgarisation (1978) (162 p)

6.6 - J. Monod : Le hasard et la nécessité - Le Seuil (1970) (220 p)

6.7 - L. Råde : Tentez votre chance avec votre calculateur programmable - CEDIC (95 p

6.8 - T. Varga, M. Dumont : Combinatoire, statistique et probabilités de 6 à 14 ans - OCDL (1973) (128 + 120 p)

6.9 - I. Xenakis : Musique, Architecture - Casterman (1976) (238 p)

7) Quelques ouvrages en langue anglaise

7.1 - F. Mosteller, Chairman, W.H. Kruskal, R.F. Link, R.S. Pieters and G.R. Rising : The joint committee on the curriculum in Statistics and Probability of the American Statistical Association and the National Council of teachers of mathematics (editors), a series of 4 books ans 4 teacher's manuals :

(a) Statistics by example : Exploring Data (125 p)
(b) " " Weighing chances (145 p)
(c) " " Detecting Patterns (166 p)
(d) " " Finding models (146 p)

Addison-Wesley Publishing Co., Inc., 2725 Sand Hill Road, Menlo Park, California, U.S.A. 1973

7.2 - Judith M. Tanur, F;Mosteller, Chairman, W.H. Kruskal, R.F. Link, R.S. Pieters, and G.R. Rising. The joint Commities on the curriculum in Statistics and Probability of the American Statistical Association and the National Council of teachers of Mathematics (editors), Statistics : A guide to the unknown.(-5? p) Holden-day, Inc., 500 Sansome Street, San Francisco, California, U.S.A. (1972)

7.3 - Revue "Teaching in Statistics" Sheffield - 1ère année (1979)

7.4 - W. Feller : An introduction to probability theory ans its applications - Vol I (1950) (510 p)

8) Histoire des probabilités et de la Statistique

8 a 1 - J.P. Benzecri : Histoire et préhistoire de l'analyse des données - Cahiers de l'analyse des données - 1ère année : 1,2,3,4 - 2ème année : 1 - Dunod 1976

8 a 2 - P. Levy : Quelques aspects de la pensée d'un mathématicien - Blanchard 1970

8 a 3 - M. Loeve : Chapître XII - Calcul des probabilités dans "Abrégé d'histoire des mathématiques" - Jean Dieudonné - Hermann 1978

8 a 4 - P. Raymond : De la combinatoire aux probabilités - Maspero 1975

Textes anciens :

8 b 1 - J. Bernoulli : Ars Conjectandi - Basel 1719 et Blanchard

8 b 2 - I. Bienaymé : Considérations à l'appui de la découverte de Laplace sur la loi de Probabilités dans la méthode des moindres carrés - CRA Sci Paris - t37 p.309, 1853

8 b 3 - C.F. Gauss: Werke - 12 vol. - Göttingen 1870 - 1927

8 b 4 - C. Huygens : Oeuvres complètes - T XIV - M. Nikoff - La Haye, 1888 - 1950

8 b 5 - Laplace : Théorie analytique des probabilités - Oeuvres complètes - Tome 7 Gauthier-Villars, 1886

8 b 6 - A de Moivre : Doctrine of chances - 1718 et Chelsea - New York 1967

8 b 7 - P. de Montmort : Essai d'analyse sur les jeux de hasard - 1708

8 b 8 - B. Pascal : Oeuvres complètes

8 b 9 - D. Poisson : Recherche sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile précédée des règles générales de calcul des probabilités, 1837.

9) Films

a) 16 mm

a-1/ OFRATEME

9 a 1 Hasard et apprentissage (Chantiers mathématiques 71-72 & 72-73) 30 mn

9 a 2 Diagnostics en toxicologie (" " " " "

9 a 3 Etude d'un central téléphonique (" " " " "

9 a 4 L'arbre de Noël (" " 71-72) "

9 a 5 Les croissants du boulanger (" " " "

9 a 6 Convergence de la loi binomiale vers la loi de Laplace-Gauss (Chantiers mathématiques 71-72) "

9 a 7 Premières découvertes des lois du hasard à l'école élémentaire R.T.S 1975

a-2/ Service du film de recherche scientifique

9 a 8 FIPROGRAMME (Centre Condorcet) 1966 - 18 mn

9 a 9 FORMULE MULTINOMIALE (Centre Condorcet) 1966 - 14 mn

9 a 10 INTRODUCTION A LA LOI BINOMIALE (Centre Condorcet) 196[illegible] - 11 mn

9 a 11 INTRODUCTION A LA LOI DES GRANDS NOMBRES (Centre Condorcet) 1966 - 18 mn

9 a 12 LOI ARCSINUS (Centre Condorcet) 1967 - 17 mn

9 a 13 LOI EXPONENTIELLE (Centre Condorcet) 1967 - (1 : 15 mn; 2 : 12 mn)

9 a 14 TRIANGLE DE PASCAL (Centre Condorcet) 1966 - 15 mn

[illegible] 15 Répétition des épreuves et tendances vers la loi normale (Sup-Aero) 9 mn.

b) 8 mm ou Super 8

b-1/ OFRATEME

9 b 1 Schéma de Bernoulli - 1975 - 5 mn

9 b 2 Convergence vers la courbe en cloche, cas symétrique - 1975 - 5 mn

9 b 3 Convergence vers la courbe en cloche, cas disymétrique " "

b-2/ Films mathématiques programmés (Université de Clermont)

9 b 4 Schéma de Bernoulli et loi des grands nombres - 1977 - 15 mn

9 b 5 Convergence de la binomiale vers la courbe en cloche - 1974 - 10 mn

9 b 6 Urne de Polya - 1976 - 15 mn

GROUPES - TYPE F

N°	Thème
F_{11}	Ensemble des U.F. de Didactique
F_{12}	U.F. - Math-E.N.
F_{13}	U.F. - Math-DEUG
F_{14}	U.F. - Math-Techno
F_{15}	Evaluation des U.F.
F_3	U.F. de palier
F_4	Exigences préalables aux U.F. de didactique
F_5	U.F. optionnelles
F_7	Relations institutionnelles
F_8	Passé, présent, avenir de la Recherche Pédagogique dans les E.N.
F_9	Ordinateur à l'Ecole Normale

GROUPE F11

ENSEMBLE DES U.F. DE DIDACTIQUE

ANIMATEUR-RAPPORTEUR :
NICOLE GAUDELET

Au moment de la mise en place de la nouvelle formation des instituteurs, on parle beaucoup de morcellement de la formation. L'objet du groupe était de faire l'inventaire des moyens mis en oeuvre pour assurer une certaine cohérence dans cette formation.

L'analyse des réponses au questionnaire montre qu'il était peut-être prématuré d'envisager cette question, chaque E.N. faisant face en priorité à ses problèmes immédiats de mise en place de chaque U.F.

Envisageons toutefois des critères pouvant intervenir dans la recherche d'une certaine cohérence.

Elle peut être assurée par la constitution d'une équipe de formateurs responsables d'un groupe de normaliens.

Cette équipe existe souvent dans les petites écoles normales du fait du petit nombre de professeurs. Par contre, dans les E.N. plus importantes, les différentes interventions en mathématiques sont rarement assurées par la même personne; il arrive même que 4 personnes différentes prennent en charge l'U.F. math E.N., l'U.F. math-techno., la mise à niveau, et l'U.F. de palier.

Souvent l'absence de moyens ne permet pas les coordinations souhaitables.

Partout où il y a stabilité du personnel d'encadrement d'un même groupe de normaliens, il semble que la formation soit ressentie comme étant plus cohérente, et plus facile à mettre en place.

La répartition des contenus entre les U.F. semble être la règle générale. La formation relative à la plupart des contenus ne dure effectivement que 3 mois et ne bénéficie pas de l'allongement du temps de formation.

Si l'idée de reprise de certains contenus paraît intéressante, elle est difficile à prendre en compte du fait de l'importance -nécessaire- des contenus à aborder et du peu de temps dont on dispose réellement.

L'ancienne formation permettait de mettre en place des activités prises en charge par l'équipe des formateurs et dont les objectifs n'étaient pas propres à une certaine discipline, par exemple, certains objectifs méthodologiques:

- savoir utiliser une documentation
- savoir rédiger un rapport
- savoir élaborer ou utiliser une grille d'analyse de séquence pégagogique
- savoir élaborer des procédures d'évaluation

De telles activités n'apparaissent qu'exceptionnellement, soit par absence d'équipe, soit par manque de temps, soit du fait de l'importance des contenus relatifs aux différentes U.F.

L'organisation actuelle semble favoriser les objectifs de contenus propres à chaque discipline et accentue les difficultés de prise en compte d'objectifs de formation plus généraux.

L'existence d'instances de concertation entre formateurs et élèves-instituteurs est très rare. Dans ces conditions, les élèves-maîtres suivent la formation qui est proposée. Le choix d'un parcours individualisé poserait souvent des problèmes d'organisation insurmontables pour la plupart des E.N.

Il faut toutefois signaler pour une E.N. un rôle de relais entre professeurs et normaliens assuré par les tuteurs.

Signalons enfin des problèmes qui se sont dégagés à travers nos échanges:

-l'évaluation individuelle de chaque U.F. en fin de trimestre est pesante pour les classes qui accueillent les normaliens et pour les formateurs.

-la mise en place d'un travail pluri-disciplinaire,pourtant souhaité,est difficile, voire impossible, faute de temps.

-la continuité pourrait être réalisée dans les U.F. de palier,mais les difficultés de coordination entre les formateurs intervenants dans ces U.F. (I.D.E.N.,C.P.A.I.D.E.N, C.P.E.N.,P.E.N.) sont encore trop importantes.

-le rôle de l'U.F-Univ. par rapport à l'U.F-E.N. est mal défini;comment concevoir l'apport d'un enseignement universitaire,étant donné le niveau des élèves-maîtres en mathématiques? Il en résulte souvent une simple répartition des contenus.En particulier ce qui figure dans le paragraphe "combinatoire" figure toujours dans les contenus de l'U.F-Univ.

Il parait intéressant de définir des objectifs intermédiaires propres à chaque U.F. ,qui ne soient pas exclusivement des objectifs de contenus, et de n'évaluer l'ensemble des objectifs de formation en didactique qu'en fin de formation,ce que ne rend pas possible l'organisation actuelle mise en place dans la plupart des E.N.

GROUPE F12

U.F. MATH - E.N.

ANIMATEURS-RAPPORTEURS :

GÉRARD SAGUERRE
LUCIEN LE GREVELLEC

Après avoir pris connaissance du dépouillement de l'enquête réalisée auprès des E.N. (Voir Annexe I pour ce qui concerne la conception de l'encadrement et l'évaluation - Annexe II pour ce qui concerne les contenus et les types d'activités), le groupe a précisé les objectifs que l'on pouvait fixer à son travail : essayer de présenter quelques exemples d'U.F. Math E.N. parmi lesquels un P.E.N. pouvait effectuer un choix.

Il ne pouvait être question de tout discuter en un temps limité à 5 heures et 3 points ont plus particulièrement retenu l'attention du groupe :
- contenus - activités - travaux des E.M. et évaluation - rôle des intervenants, en particulier psychopédagogues, C.P.E.N. et C.P.A.I.D.E.N. Certains de ces points recouvraient des sujets traités dans d'autres groupes (F 15 - F 16 en particulier) mais il semblait impossible d'éliminer ces points de l'étude d'une U.F. Math E.N.

I- Les contenus -

Dans la grande majorité des E.N., l'absence de contact avec l'Université a conduit pour cette année l'équipe chargée de la conception de l'U.F. (ou le P.E.N. responsable de cette U.F.) à l'organiser sans tenir compte de cette contrainte.

Le groupe est unanime pour considérer que le temps imparti aux mathématiques ne suffit pas à traiter de façon satisfaisante tous les paragraphes du "programme".

- Aussi certains E.N. ont-elles parié sur la possibilité d'un transfert de la part du normalien en centrant l'U.F. sur l'étude approfondie d'un ou deux thèmes et en faisant l'impasse sur les autres : ici on propose un choix d'U.F. centrées sur des sujets, les normaliens choisissant leur U.F. en fonction des thèmes (ou à la tête plus ou moins avenante du P.E.N. !), là, dans le cadre d'une U.F. on laisse choisir au normalien un thème qui sera le centre de son travail à l'E.N.

Le gros avantage est de permettre un travail en profondeur mais des problèmes importants se posent : liaison avec U.F. Math DEUG ? Le transfert se fera-t-il ? Comment un E.M. peut-il choisir en connaissance de cause au début de sa formation ?

- Un autre choix est plus fréquent : c'est l'équipe de conception qui choisit les paragraphes du programme à étudier, ce qui n'interdit pas de laisser chaque normalien étudier, en travail personnel, un sujet de façon plus approfondie. Il y a, là aussi, quelques problèmes : de toutes façons, arrivera-t-on à tout faire ? Lorsque la concertation avec l'Enseignement Supérieur sera établie, comment se fera le choix ? d'une façon "logique" ? en fonction de la spécialisation de l'Universitaire chargé de l'U.F. DEUG, le P.E.N. faisant "le reste" ?

II- Types d'activité et évaluation -

On retrouve à peu près partout les 3 types d'activité classique.

1°/- a) recueil d'informations apportées par le P.E.N. sous forme de "cours" destiné à tout ou partie des E.M. ; fournies par une polycopie résumant ce qui paraît l'essentiel de l'information nécessaire sur un sujet ; fournies par une bibliographie détaillée et précise (on ne se contente pas du titre d'un ouvrage, on indique les chapitr-s ou les pages importants)

b) activité du normalien à l'E.N. : travail sur un thème, par groupe en général, avec l'aide d'une documentation (bibliographie + grille) - exercices "théoriques" -

c) travail dans les classes - On trouve une très grande variété tant dans la façon d'organiser le travail que dans la fréquence de réalisation des leçons.

Voici un exemple assez original :

Travail dans les classes 2 heures par semaine

18 Normaliens répartis en 3 groupes de 6

1 groupe travaille dans un C.P.

- d° - C.E.

- d° - C.M.

Chaque groupe reste dans la même classe durant toute la durée de l'U.F. (6 semaines environ, car la 1ère et la dernière semaine on travaille à l'E.N.). Lors de la première séquence, c'est le C.P.E.N. qui présente sa classe en faisant une courte leçon. Puis, préparation avec les 6 normaliens de l'ensemble des séquences qui consistera en un travail suivi (par exemple, numération en C.P. ...). Les normaliens se répartissent les séquences de façon à ce que chacun ait au moins une fois la responsabilité de la classe.

Lors de chaque séance de travail (2 h), il y a donc une "leçon" faite par un normalien (à laquelle les autres participent également en observant les enfants ou éventuellement en prenant un groupe d'enfants en charge), puis discussion sur la leçon et préparation dans les grandes lignes de la leçon suivante.

A la fin de l'U.F. chacun des 3 groupes communique aux autres le résultat de son travail dans les classes -contenu, difficultés rencontrées, observations).

Le P.E.N., lui, va dans un seul groupe chaque semaine, à tour de rôle

Lorsque les séquences d'activités dans les classes sont liées au thème étudié, le groupe s'est posé la question de choisir entre les ordres possibles a b c, c a b, etc... Il est vite apparu que chacun d'eux avait ses avantages et ses inconvénients, et qu'à la limite, les 6 ordres possibles étaient également défendables ...

2°/- Evaluation - Evaluer quoi ? Cette obligatoire question n'a pas trouvé de réponse satisfaisante, surtout en ce qui concerne les compétences. Peut-on d'ailleurs, au 1/3 de la formation, porter un jugement sur la capacité à enseigner d'un E.M. ?

a) Contrôle des connaissances - L'accord se fait dans le groupe pour penser qu'il est nécessaire. Le contrôle terminal, jouant un rôle de couperet, paraît peu satisfaisant et un contrôle continu permettant de mieux préciser et orienter le travail des E.M. semble indispensable. Mais, ici encore, apparaît la contrainte du temps insuffisant encore rogné par les contrôles.
On rencontre encore des E.N. où les E.M. refusent tout contrôle ou certaines formes : refus de remettre des dossiers - de faire un travail individuel par exemple, mais les situations sont très différentes d'une E.N. à l'autre.
Les modalités de contrôle examinées par le groupe n'ont rien d'original : travail sur table en temps limite - examen de dossiers comportant tout ou partie des rubriques usuelles : notes de cours - travaux personnels - travaux de groupe - préparation de séquences ....

b) Contrôle des compétences - Il ne dépend pas uniquement de l'organisation de l'U.F. Math, mais d'une organisation générale. Ceux qui ont pratiqué "réglementairement" le contrôle de chaque E.M. constatent que la situation est démentielle (surtout avec de gros groupes de plus de 20 E.M. !)

Pour remédier à cela, quelques solutions ont été adoptées ici ou là

- un seul contrôle pour l'ensemble des 4 U.F. Le P.E.N. de math ne voit alors approximativement que le 1/4 des normaliens. Il complète ou non pour les 3 autres quarts à l'aide des préparations des séquences de stage.
- les E.M. ayant été déjà observés dans la partie de l'U.F. qui se passe à l'E.N., on confie aux C.P.E.N. le soin de porter une appréciation sur les E.M. qui ne semblent pas devoir poser de problème, le contrôle ayant lieu sous la forme prévue par les textes simplement pour les autres. Cette façon de procéder ne peut être utilisée que pour les U.F. des trimestres ne comportant pas d'U.F. de palier, puisque dans ce dernier cas, le stage a lieu dans les classes du "terrain" en général.

  Le problème posé par le rattrapage d'une évaluation négative a été évoqué. Si le 3ème trimestre permet d'organiser ce rattrapage pour les U.F. du 2e, la question n'a pas trouvé de réponse pour les U.F. du 3e trimestre.

III- Rôles des psychopédagogues et des C.P.E.N. (ou des C.P.A.I.D.E.N.) dans l'U.F.

- Les situations sont assez diverses.

  Là où le psychopédagogue intervient, il peut le faire saul ou en co-animation, et peut jouer des rôles divers : apport d'information - éclairage différent de celui du P.E.N. de Math sur certains sujets (par exemple : symbolisme) - aide dans le travail personnel ou en groupe - observation des élèves pendant les séquences dans les classes - Dans certaines E.N., son travail dans l'U.F. de math est partie intégrante d'une U.F. de psychopédagogie.

- La participation des C.P.E.N. est parfois régulière : pendant toute la durée de l'U.F. un C.P.E.N. (ou plusieurs) participe aux travaux - parfois elle est épisodique : le C.P.E.N. n'intervient que dans les travaux liés au niveau de la classe qu'il occupe ou simplement lors de la préparation, la réalisation et la discussion de séquences.

  Dans une E.N., la participation des C.P.E.N. à l'U.F. est considérée comme un moyen de formation des C.P.E.N.

- Dans une E.N. où les normaliens travaillent en groupes constitués de façon permanente, le P.E.N. s'occupe d'un groupe, des C.P.E.N. s'occupent des autres. Il a semblé à plusieurs membres du groupe qu'il y avait là un danger de substitution et qu'il fallait manier avec précaution un tel type d'organisation.

Pour conclure, l'impression du groupe sur ses travaux a été qu'ils risquent d'apporter assez peu de choses à d'éventuels lecteurs du compte rendu, mais qu'ils ont été utiles aux participants, cette utilité prenant son origine dans les discussions qui ont accompagné l'étude des divers problèmes posés.

- ANNEXE A -

Analyse du dépouillement de 25 réponses à l'enquête sur l'U.F. Math - E.N.

Il faudrait se garder de croire que cette analyse représente fidèlement la réalité car il est permis de penser que les 25 E.N. qui ont déjà répondu sont probablement parmi celles où la réflexion est la plus avancée et qui ont partiellement résolu les problèmes que pose l'organisation de l'U.F. Math - E.N. D'autre part, certaines réponses semblables en apparence, couvrent vraisemblablment des réalités différentes (exemple : qu'appelle-t-on participation occasionnelle d'un I.D.E.N. à cette U.F. ? Cela peut aller d'une apparition de 2 heures à une présence active d'une quinzaine d'heures).

I- Conception -

1) Dans toutes les E.N. le (ou les) P.E.N. Math a été associé, et c'est heureux, à l'élaboration du projet. Dans 4 E.N. seulement il a été seul à le concevoir. Presque partout ailleurs on trouve avec lui des C.P.E.N., plus rarement des C.P.A.I.D.E.N. Un autre P.E.N., vraisemblablement le psychopadagogue, y a participé dans 11 E.N. ; par contre on ne compte que 2 I.D.E.N. associés et dans 3 E.N. seulement le supérieur. A noter que dans 5 E.N., le D.E.N. est associé à la conception, est-ce au titre de matheux ou de gardien des lois ?

2) Dans la moitié des cas, l'U.F. a été conçue en tenant compte des autres U.F. de math mais non des autres U.F. ni des parcours possibles des E.N. (il est parfois signalé que l'E.N. n'a d'ailleurs pas le choix, le parcours étant unique). Une seule E.N. a conçu son U.F. sans tenir compte d'aucun des 3 éléments du questionnaire, 4 ont tenu compte des trois.

II- Encadrement -

Outre le P.E.N. de Math (ils sont 2 dans 3 E.N.) les C.P.E.N. participent de façon permanente, régulière ou occasionnelle dans toutes les E.N. sauf une, leur nombre varie de 1 à 7.

Dans 13 E.N., le psychopédagogue intervient -dans six E.N., un I.D.E.N.- dans six E.N. (ce ne sont pas les mêmes) un ou deux C.P.A.I.D.E.N., le supérieur n'intervient que dans 2 E.N. Deux cas extrèmes : Une U.F. est assurée par le P.E.N. entièrement seul, une autre est encadrée par 2 P.E.N. Math, 1 P.E.N. psychopédagogue, 3 membres du supérieur, 2 I.D.E.N., 6 C.P.E.N.

La coordination est partout assurée par le P.E.N. math (ou les). Les durées ont été très variables : de 2 heures en tout et pour tout à 2 heures hebdomadaires (il n'est pas indiqué si elles sont comptées dans le service ou non).

Les interventions simultanées sont fréquentes : 15 E.N. les ont pratiquées, 4 les ont également pratiquées mais pour des séances d'application dans les classes. Le plus souvent la co-intervention a lieu avec le P.E.N. math et le P.E.N. psychopédagogue ou avec le P.E.N. math et les C.P.E.N.

III- Evaluation -

- Contrôle des connaissances
  - continue - n'existe pas dans 6 E.N.
    - travail en temps limité dans 11 E.N.
    - dossiers : 4 E.N.
    - travaux personnels non précisés : 4 E.N.

    (plusieurs des 3 derniers points font partie de ce contrôle continu)

    En règle générale c'est le P.E.N. qui contrôle.

  - terminal - n'existe pas dans 5 E.N.
    - devoir en temps limité dans 13 E.N.
    - travaux personnels non précisés : 1 E.N.
    - dossiers : 2 E.N.

    Contrôle du P.E.N. en général.

Deux idées originales -

a)- Deux devoirs surveillés de 3 heures au total ; corrigés par le P.E.N.
3/5 de la note
Travail de recherche - Fabrication de jeux - Résolution d'exercices corrigés par le P.E.N. et un C.P.A.I.D.E.N.
2/5 de la note.

b)- Deux contrôles ponctuels en cours d'U.F. S'ils sont positifs tous deux, la note finale est : $C = \frac{C_1 + C_2}{2}$ sinon l'E.M. subit un contrôle terminal C.

- contrôle des compétences - effectué par le P.E.N. seul ou par un "jury" composé du P.E.N. et d'autres formateurs (C.P.E.N. le plus souvent) et comporte l'examen des préparations de séquences et/ou leur réalisation.

- c'est soit le P.E.N. seul, soit le plus souvent l'équipe des formateurs qui décide de la validabilisation. En règle générale, les insuffisances dans un domaine (connaissances, compétences) ne sont pas rattrapées par des résultats satisfaisants dans l'autre.

Quand à ce qui se passe en cas d'UF déclarée non validable, et ce qui est prévu pour la validation, presque toutes les réponses sont en forme de point d'interrogation.

- ANNEXE B -

Analyse du dépouillement de 30 réponses à l'enquête sur l'U.F. Math - E.N. : Contenus de l'U.F.

- Le chapître "nombres" a été étudié au moins partiellement dans toutes les E.N. ; 3 seulement n'ont pas étudié le paragraphe "nombres naturels" ; 1/3 seulement y inclut l'étude des décimaux ; la moitié y inclut multiples, diviseurs et congruences.

- 19 E.N. étudient le chapître "relations-fonctions", la moitié (8) se limitant au paragraphe "fonctions".

- La combinatoire est abordée (assez peu) dans 3 E.N.

- En géométrie, 9 E.N. en font mais rarement tout (soit géométrie des formes et constructions, soit repérage et quadrillage .

- 2 E.N. seulement abordent la mesure.

- 4 E.N. abordent logique ou structure mais le plus souvent à l'occasion d'autres études et non systématiquement.

- 5 E.N. y ajoutent l'étude des problèmes et 1 l'étude de progression, bien que ces rubriques ne figurent pas dans le questionnaire.

A signaler 2 cas extrêmes :
- Dans une E.N., le contenu est réduit à "numération - opérations".
- Dans une E.N., tout est vu, à l'exception de la combinatoire.

La grande majorité (23) des E.N. a pour programme d'U.F. : Naturels, Numération, Opérations + un petit quelque-chose (combinatoire, un peu de géométrie,...).

GROUPE F14

U.F. MATHÉMATIQUES - TECHNOLOGIE

ANIMATEUR : ROGER CRÉPIN
RAPPORTEUR : ANNIE BOURDIL

Un CPEN, 3 physiciens, 10 mathématiciens composaient ce groupe. Le dossier a été constitué par l'intermédiaire d'un questionnaire ENVOYE aux PEN des écoles normales. Le bilan des réponses reçues (au nombre de 18) fut d'abord fait.

Ce questionnaire comportait 3 parties : conception, encadrement, évaluation.

Conception :

Les différentes personnes associées à l'élaboration du projet, à ses différents stades ont été : toujours le PEN de mathématique, le PEN de physique lorsque le poste existe (par la suite mathématique et physique seront notées M et P) ; quelquefois le PEN de TME ; assez souvent le PEN de psychologie ; un DEN ; pas de CPAIDEN mais présence des CPEN ; les IDEN ont été parfois invités à la conception de l'UF.

Le projet a été conçu et préparé : en tenant toujours compte des objectifs et des activités des autres UF de M, et à 50% de ceux des autres UF ; dans 9 cas sur 10 en ne pensant pas aux différents parcours possibles pour un élève-maître.

Encadrement :

Interventions : Sont intervenus de manière permanente : le PEN de M (certaines fois 2 PEN de M, le second intervenant régulièrement), les CPEN (nombre variant de 1 à 6), le PEN de P lorsque le poste existe ; quand il n'existe pas, il est remplaçé par le PEN de TME (4 fois sur 18) ou le PEN de M le PEN de TME intervenant en permanence ou régulièrement. Le PEN de psychologie intervient régulièrement ou occasionnellement. D'autres intervenants occasionnels : un historien, un ingénieur, un vérificateur des poids et mesures, l'ANSTJ. CPAIDEN et supérieur risquent de participer en 1980 à Nice.

Coordination entre formateurs, formateurs concernés : PEN de M et PEN de P ; 3 fois sur 18 les autres PEN ont été réunis.

Horaire hebdomadaire pour cette concertation : 3 heures.

Coordonnateur de l'UF, son rôle : PEN de M et PEN de P dans 50% des cas ; PEN de M environ 1 fois sur 3 ; PEN de P seul environ 1 fois sur 5.

Interventions simultanées : Certaines ont eu lieu mais tous les PEN le désirent.

Evaluation :

Cette partie a eu trés peu de réponses car, lorsque le questionnaire a été reçu, presque aucune EN n'avait fait l'évaluation de l'UF.

L'évaluation des connaissances s'est faîte ou se fera par un devoir sur table, une partie M et une partie P (jury les PEN).

Le contrôle continu, lorsqu'il existe a les mêmes modalités. Les conditions de validabilité de l'UF sont trés variables : en général, il faut la moyenne.

Un tour de table permit ensuite aux participants de faire connaître leurs questions :

Quels sont les thèmes à traiter ? Quel est l'intérêt des normaliens ? l'impact du contenu ? La place de l'UF dans le parcours du normalien, du groupe normalien ? Quelle est l'organisation des diverses UF ? soutien, mise à niveau en vue de l'UF ? test préliminaire pour l' UF ? Qui fait cette unité ? Faut-il un matériel spécifique ?

Un bilan est donc fait des thèmes étudiés pendant l'UF dans chaque EN. Deux parties sont inscrites dans les textes officiels : étude de l'objet technique et mesure.

Divers fonctionnements sont relevés : - Interventions des PEN de M et de P : l'un traitant la partie "objet technique", l'autre la partie "mesure", interventions avec ou sans concertation, simultanées ou pas.
- Interventions du PEN de M seul (se limitant alors à la géométrie ou faisant avec ses possibilités), ou PEN de M avec PEN de TME, quand il n'y a pas de PEN de P - Interventions quelquefois des PEN de psychologie ; et quelques autres interventions pointillistes ; une fois intervention de l'ANSTJ.

Plusieurs thèmes ont été traités avec les normaliens : - Pour la partie objet technique : engrenages, montages électriques, essoreuse à salade, énergie solaire... Des séquences dans les classes ont été réalisées sur les thèmes : étude de la bicyclette , essoreuse à salade, cers-volants..
- Pour la mesure : aires, longueurs, volume, géoplans, mesures technologiques, activités géométriques...
- L'importance du temps consacré aux 2 parties a été variable.

Des problèmes de matériel se sont posés quelquefois : manque de matériel

Trois sujets ont été ensuite choisis pour la suite des journées :
- Mesure géométrie : doit-on les traiter ensemble ?
- Faut-il inclure dans l'UF, une partie TME ou pas ?
- Faut-il faire la séparation M - P?

<u>Premier thème choisi : mesure</u>

Questions : Comment l'intégrer dans l'UF ? par qui sera traitée cette partie du fait qu'il y aura au programme du CM : longueur, masse, aire ; utilisation d'un formulaire, encadrements - Comment réaliser un travail en commun dans la mesure où les interventions simultanées des PEN sont refusées (10% possible quand le taux d'encadrement est supérieur à 10)

Tous les participants émettent unanimement les voeux suivants :

1. A l'élaboration et la conception, une concertation étroite devrait avoir lieu entre PEN de M et PEN de P.

2. Tous les 2 devraient être coordonnateurs, donc nécessité qu'au point de vue horaire et administrativement les 2 PEN soient sur "le même pied d'égalité".

3. Interventions pendant l'UF : 1/3 Mathématique, 1/3 Physique, 1/3 cointervention. Pour réaliser cela, 1 H. 1/2 année payée pour chacun des PEN, pour cette UF serait souhaitée et apparaît nécessaire.

4. La "connaissance de l'enfant" sera intégrée à chaque UF.

Deuxième thème : géométrie

Doit-elle être traitée dans cette UF ou pas ?

Une remarque est faîte : Il y a eu total moins d'heures de M dans la nouvelle formation (en comptant l'UF-EN et l'UF-DEUG) que lors des 2 ans de l'ancienne formation. Certains ont résolu ce problème en traitant dans l'UF-DEUG les transformations.

Une question est alors posée : Qu'est ce qui paraît, qui est nécessaire en géométrie pour cette UF technologie ? Certaines bases paraissent nécessaires : connaissance des formes planes, les transformations géométriques.

Des conclusions se dégagent : - Des liaisons sont souhaitables entre certaines UF (par exemple TME), les UF étant trop séparées les unes des autres.

- Les parcours divers ne paraissent pas gênants à condition que, certaines parties ayant été traitées dans une UF, on sache que les autres parties seront traitées dans l'autre UF.

Troisième thème : Séparation M-P

Ce thème fut abordé par l'intermédiaire de questions posées par un physicien (noté aussi P) :

1. Les mathématiciens (notées aussi M) que voient-ils, que pensent ils ne pas relever du domaine des P sur la mesure ? Le travail avec les normaliens est différent actuellement : On ne s'intéresse plus seulement au contenu, mais aussi à la démarche. Les normaliens sont mis dans des situations identiques à celles des classes. Un exemple est donné sur des "manipulations" sur les aires : mesures, encadrements à l'aide d'un quadrillage, aires équivalentes. Un problème important est celui des encadrements : divers aspects sont à voir sur des exemples.

2. Et le problème des unités ? Référence est faîte aux normes AFNOR du ministère de l'industrie.

Une question se posa alors : ce travail est-il formateur ou pas ? Ne faudrait il pas plutôt travailler sur les encadrements ?

Un exemple est pris : le langage courant fait donner la taille d'une personne en mètre P : Pourquoi pas en cm ? Car là, on aborde la notion d'ordre de grandeur. Notre taille est de l'ordre de grandeur du mètre. Physiquement c'est un encadrement. M : Utiliser les nombres à virgule noie le problème. Il vaut mieux utiliser les nombres entiers. P : un autre problème important pour nous P, c'est la définition de la grandeur à mesurer. M: Lorsque je veux mesurer quelque chose, je choisis un outil, il existe un outil fondamental (exemple pour les aires : collection de quadrillages), ce n'est pas forcèment l'unité qui est importante. P: Pour nous, pour mesurer, par exemple le diamètre creux d'une bille, un instrument de mesure est nécessaire. Il permet de donner une solution. M : Notre rôle est de créer, pour cet exemple, une image mentale de segment là où il n'y est pas. On ne peut faire de géométrie sans image mentale. Ce qui est important, c'est que chacun doit choisir Pour un même "nom", il faut en donner plusieurs formes et voir celles qui sont possibles. L'image mentale dépend du contexte et de l'objet que l'on donne.

Comment mettre en place les images mentales ?

P : Elles seront liées aux situations proposées : on ne mesurera pas en général le diamètre d'un tuyau, mais on comparera plusieurs diamètres (à l'élémentaire). Peut-être que l'image mentale importe, le problème sera de trouver quelque chose pour faire les comparaisons (par exemple des empreintes). M : Je n'ai pas besoin d'objet matériel. Un instrument fondamental est le géoplan (différent du quadrillage). On se crée des images, on ne peut codifier tout de suite. Au départ le carré est l'image de base ; on privilégie le carré. Le travail sur les représentations est important : De l'objet on passe aux représentations, puis des représentations on passe à l'objet.

En M, que voyez-vous pour la mesure des masses ?

M : L'image que nous avons pour la mesure c'est . Pour la mesure des masses, on revient au nombre : on doit construire un système de masses marquées. La masse pour nous est le report d'une unité. P: Je me sers de la balance, je me sers de l'instrument de l'étude. (Je n'ai pratiquement jamais essayé d'inventer un système d'unités).

Une remarque est faite : le vocabulaire n'a pas d'importance au niveau de l'école élémentaire.

Sur la notion d'incertitude :

P : Les calculs d'incertitude sont mis de côté au bénéfice de l'ordre de grandeur, des chiffres significatifs et aussi de tout ce que l'on peut tirer des calculs de statistiques. Mais pour cela, il faut des conditions trés précises pour les mesures. M : On arrive à l'encadrement mathématique ; et en sciences physiques, la mesure peut être autre à cause de l'instrument. P : La valeur vraie on essaie de l'encadrer. Plusieurs mesures sont faites. Il n'est pas évident qu'avec cela on arrive à un encadrement de la valeur vraie, même si l'appareil est fidèle et précis. M : C'est le problème de communiquer les mesures ; Nous on communique des résultats mais pas forcèment des mesures ; N'est-il pas important de parler de contre-exemples ? P : Toutes les grandeurs sont mesurables dans certaines conditions. Les grandeurs intensives définissent l'état du système (température), les grandeurs extensives peuvent être modifiées sans changer l'état du système. Il y a une différence entre ces 2 types de grandeurs. Pour certaines, on décide d'un zéro arbitraire : C'est le choix d'une origine. L'altitude, l'énergie potentielle ne sont pas mesurables : par contre le denivellé et les variations de température Celsius sont mesurables. Les vitesses s'additionnent pour contre-exemple. M : Un objet a différentes mesures. La connaissance de l'une permet de décrire l'objet. Dans d'autres cas, toutes sont nécessaires. Si on veut construire un objet technique, il faut connaître plusieurs variables. En technologie, quand plusieurs grandeurs interviennent, on fait un compromis.

Conclusion - Proposition -

Des documents manquent sur ces sujets. Les participants émettent le souhait d'existence d'un journal sur le travail avec les normaliens, journal continu qui soit un journal d'échange entre EN.

L'IREM de Besançon, representé par BETTINELLI Bernard et Bernadette, PEDROLETTI J. Claude, est volontaire pour démarrer une revue d'échange des travaux faits dans le cadre de cette UF, sur la formation initiale et la formation continue, en M et M-technologie. Est émis le désir de commencer malgrè le problème de l'aspect financier non résolu.

GROUPE F3

U.F. DE PALIER

ANIMATEUR-RAPPORTEUR :
ELISE MARTINELLI

Notre groupe a centré son travail sur deux points :

A. A partir d'un questionnaire soumis aux participants du colloque, faire le point sur la façon dont les UF de palier ont été organisées dans les différentes écoles normales.

B. Compte-tenu de la diversité des réponses et des difficultés rencontrées dans beaucoup d'EN, tenter de faire quelques propositions sur ce que pourraient être les UF de palier.

A. LE QUESTIONNAIRE

1. Quelles UF de palier sont en place dans votre EN ?
2. Qui sont les coordonnateurs ?
3. Qui sont les intervenants ? Nombres d'heures pour chacun d'eux.
4. Nature des interventions.
5. Contenu des interventions en mathématique.
6. Evaluation.
7. Conception et préparation de l'UF.

1. Quelles UF de palier sont en place dans votre EN ?

Nous avons eu des réponses concernant 35 écoles normales. Parmi celles-ci , cinq n'ont pas mis en place d'UF de palier pendant la première année de formation.

Dans les autres EN, sont organisées une, deux ou trois UF de palier, ce qui nous donne des renseignements plus ou moins précis, sur le déroulement d'une vingtaine d'UF "maternelles" et d'une trentaine d'UF "cycle des apprentissages" ou "CE. CM".

2. Qui sont les coordonnateurs de chaque UF de palier ?

Les réponses sont réparties de la manière suivante :

Pour les UF "école maternelle" :

Le coordonnateur est :
- un IDEN : 10 réponses.
- un PEN et un IDEN associés : 7 réponses.
- un PEN psychopédagogie : 7 réponses.
- un PEN d'une autre discipline : 3 réponses.

Pour les UF "cycle des apprentissages" ou "cycle élémentaire et moyen" :

Le coordonnateur est :
- un IDEN : 14 réponses.
- un PEN et un IDEN associés : 3 réponses.
- un PEN psychopédagogie : 6 réponses.
- un PEN d'une autre discipline : 5 réponses.

On peut constater que pour 60 % des UF répertoriées, le responsable est un IDEN, parfois "associé" à un PEN. (Encore qu'il soit difficile de savoir si cela est possible administrativement).

Certaines réponses au questionnaire manifestent une inquiètude devant une éventuelle "main-mise" des IDEN sur les UF de palier. Ailleurs, il semble qu'une bonne collaboration s'établisse entre les PEN et les IDEN.

3. Qui sont les intervenants ? Nombre d'heure pour chacun d'eux.

Les situations sont extrêmement variées, quatre catégories de formateurs sont citées : IDEN, CPAIDEN, PEN et CPEN.

On a souvent des interventions simultanées des deux formateurs ou plus, ce qui amène à des répartitions horaires totalement différentes d'une école normale à l'autre.

Par exemple, pour une UF "maternelle" à l'EN de Rouen, le professeur de psychopédagogie, coordonnateur de l'UF, assure la totalité des heures (60 heures) et fait intervenir les PEN des autres disciplines à tour de rôle.

Ailleurs, on n'a aucune intervention simultanée, ce qui peut produire le cas extrême de l'EN de Grenoble où la totalité des heures de chaque UF de palier est assurée par l'IDEN coordonnateur, sans aucune participation des PEN.

Dans l'ensemble des réponses, nous avons distingué trois cas :

a) Très peu d'heures sont assurées par les PEN, l'essentiel étant assuré par l'IDEN coordonnateur.

C'est le cas pour 3 UF "maternelles"
4 UF "cycle des apprentissages" et de "CE.CM".

b) La majorité des heures sont assurées par les PEN, mais réparties entre un grand nombre d'entre eux, ce qui amène des interventions de 2 ou 3 heures pour toute la durée de l'UF.

C'est le cas le plus fréquent : 13 UF "maternelles"
et 16 UF "cycle des apprentissages" et "CE.CM".

c) La majorité des heures est assurée par un seul PEN, les autres PEN faisant avec lui des interventions simultanées.

C'est le cas pour 4 UF "maternelles"
4 UF "cycle des apprentissages" et "CE.CM".

Cette répartition se fait lorsque l'UF est organisée autour d'une discipline dominante, ou encore si le professeur de psychopédagogie est très souvent présent pour maintenir une certaine cohésion pendant toute la durée de l'UF.

4 et 5. <u>Nature et contenu des interventions en mathématique.</u>

Nous avons regroupé ces deux questions, les réponses ayant montré qu'elles étaient indissociables.

En effet, le plus souvent le travail pendant l'UF consiste en préparation ou réalisation de séquences dans les classes, le contenu des interventions des PEN étant alors déterminé par cette préparation.

Lorsqu'il s'agit de cours à l'EN, les réponses les plus fréquentes sont :

les programmes des niveaux correspondants à l'UF,
lecture et analyse du programme,
élaboration d'une progression.

- des informations sur un sujet très ponctuel :

Par exemple : calcul mental, la division au cycle moyen, le codage au CP, les problèmes au cycle moyen, la notion de nombre au CP.

Dans la plupart des cas, les réponses signalent le nombre très réduit des heures de mathématique (1h30 à 2h00 pour toute la durée de l'UF) et même assez souvent l'absence totale de mathématique pendant les UF de maternelles.

6. Evaluation.

Nous avons eu peu de réponses à cette question, les collègues de mathématique participent rarement à cette évaluation et ne se sentent pas concernés.

Pour les quelques réponses obtenues, on ne fait apparemment pas de différence entre "connaissance" et "compétence pédagogique".

L'UF est évaluée au cours du stage en situation, par un ou plusieurs formateurs qui assistent à une séquence dans la classe.

Une possibilité nous a paru plus intéressante :

- préparation d'un projet pendant la durée de l'UF puis réalisation pendant le stage. L'UF est alors évaluée sur la préparation et la réalisation de ce projet.

7. Conception et préparation de l'UF.

Nous avons également très peu de réponses à cette question, le PEN de mathématique étant rarement associé à la préparation des UF de palier.

Parmi les réponses, on trouve des exemples de concertations entre tous les intervenants de l'UF, mais on signale aussi quelquefois une absence totale de préparation.

Dans certaines écoles normales, l'emploi du temps de l'UF est établi par l'administration, en fonction des disponibilités horaires de chaque PEN, sans aucune concertation. Plus souvent, c'est le coordonnateur de l'UF qui fait appel aux autres formateurs, lorsqu'il le juge nécessaire.

B. NOS CONCLUSIONS

Il apparait, à travers la diversité des réponses, que la difficulté essentielle, spécifique des UF de palier, soit le danger d'émiettement.

En effet, les formateurs de toutes disciplines, de même que les IDEN, pour la pratique pédagogique, estiment leur participation nécessaire, ce qui aboutit, dans beaucoup d'EN à la situation suivante : un PEN de chaque discipline intervient d'une façon ponctuelle (une séance de deux ou trois heures) pour toute la durée de l'UF. Cette juxtaposition des interventions des différents formateurs est très mal ressentie aussi bien par les normaliens que par les professeurs et risque de manquer de cohésion.

Comment éviter que l'intervention de chaque PEN ne se réduise à un nombre d'heures insignifiant ?

Nous avons retenu quelques idées, proposées dans certaines EN qui permettraient de ne pas tomber dans de tels inconvénients. Il parait possible de centrer une UF de palier sur un thème dominant, variable selon le choix des formateurs. Ceci permettrait à un professeur d'assurer une certaine continuité pendant l'UF, les autres PEN pouvant intervenir en liaison avec ce thème. Par exemple, pour une UF "maternelle", la dominante choisie peut-être la psychomotricité, le professeur d'EPS assurant alors la liaison entre les différentes interventions. Un autre thème choisi pour l'UF "cycle des apprentissages" est "le symbole" thème qui recouvre tous les aspects du codage, en lecture et en mathématique.

Il est possible de trouver encore beaucoup de thèmes d'aspect pluridisciplinaire, comme les activités d'éveil pour l'UF "CE. CM", par exemple.

L'organisation de l'UF de palier autour d'un thème dominant donne ainsi l'occasion d'interventions simultanées sur un sujet qui les justifie.

Une autre forme de travail nous a paru intéressante, il s'agit de préparer, pendant le déroulement de l'UF, le stage en situation que doit effectuer chaque normalien. Chaque normalien doit préparer un projet qui sera réalisé pendant son stage.

Les PEN de chaque discipline peuvent participer à l'élaboration de ce projet, d'une manière assez individualisée, en aidant chaque normalien à cette préparation et en apportant une information sur les différents problèmes soulevés par cette préparation : progression, contenu, méthode pédagogique, etc...

Nous croyons que les UF de palier doivent être le lieu privilégé d'un nécessaire travail d'équipe entre les différents formateurs. Il serait regrettable qu'elles deviennent le domaine réservé de certains ou qu'elles ne soient qu'une juxtaposition des différentes interventions.

Nous pensons que la mise en oeuvre de ces UF est difficile et que les expériences faites dans chaque EN devront être mises en commun pour améliorer ce qui s'est fait cette première année.

GROUPE F4

EXIGENCES PRÉALABLES AUX U.F. DE DIDACTIQUE

ANIMATEURS : MICHEL COURRIÈRE
MICHEL LAISNE
RAPPORTEUR : JEAN LAMBERT

Les travaux du groupe centrés sur les deux thèmes imbriqués :

- tests,
- activités de mise à niveau,

se sont déroulés selon trois phases successives et dépendantes.

A) Tour de table permettant de faire le point et de situer les attentes des participants.

B) Dépouillement, classement d'épreuves ayant servi de tests dans différentes EN.

C) Prospective : quelques idées autour desquelles pourrait se créer une banque de documents. Embryon d'organisation.

Les trois parties A,B, et C seront envisagées ci-dessous.dans leurs contenus arbitrairement regroupés et dans leur articulation telle qu'elle a été perçue par le rapporteur.

A) Les épreuves-tests. Les activités de mise à niveau. Leurs statuts respectifs.

Le tour de table ne traduit que la situation des EN représentées dans le groupe, il sera complété par les réponses au questionnaire envoyé, par les animateurs, avec le dossier d'inscription.

Il apparait que les objectifs assignés aux tests et les procédures retenues pour la mise à niveau ont été variés, voire fortement différentés d'une EN à l'autre.

1) Les tests :

Ont été mis en place dans 16 EN sur 30.

Objectifs :

- Condition d'accès aux UF.
- Ou bien épreuve-miroir permettant aux élèves-instituteurs de se situer.

Exploitation :

Permettant aux PEN d'orienter les activités de mise à niveau, après constat de blocages ou d'insuffisances notoires.

2) La mise à niveau :

Définie autoritairement : les formateurs décident de la nécessité d'une mise à niveau en fonction des résultats.

Ou, au contraire, conçue de manière très libérale, et relevant, alors, du volontariat.

Masse horaire (sur 19 EN) :

entre 10h et 15h : 12 EN

entre 18h et 20h : 2 EN

24h : 1 EN

entre 34h et 36h : 4 EN (dans ce cas on décompte aussi des <u>heures d'entretien</u>)

La mise à niveau est : soit :

- un préalable à l'entrée en UF
- intégrée à l'UF elle-même.

Dans 4 EN tous les normaliens ont suivi les séances de mise à niveau.

Il est apparu que la mise à niveau pouvait avoir un double objectif : permettre l'accès à un niveau minimal que les participants au groupe n'ont pu définir exactement, et d'autre part, modifier la relation aux mathématiques, ou même pallier d'éventuels blocages.

Ces blocages réels ou presumés ne peuvent être considérés sans référence au concours de recrutement : <u>on souhaite la création d'une épreuve permettant de dépister les candidats bloqués</u>.

Les procédures utilisées pour faire évoluer la relation aux mathématiques font souvent appel à des thèmes pris en marge des "mathématiques scolaires" (carrés magiques,...), ceci afin de susciter l'intérêt sans réactiver, pense-t-on, les blocages. Il ne s'agit, en fait, que d'une hypothèse d'école qui mériterait une étude sérieuse.

Rien ne prouve, en effet, que ce choix ne soit pas plus déroutant que rassurant et que l'attente réelle des élèves instituteurs ne soit pas de progresser dans les domaines où ils ont été en échec au cours de leur scolarité dans le second degré. Changer la relation aux mathématiques par des performances différentes ou améliorer les performances antérieures ?

Le tour de table ayant fait apparaître le desir quasi-unanime de s'informer sur le contenu des tests et des activités de mise à niveau, il est décidé de dépouiller, dans un deuxième temps, les épreuves-tests réunies par les animateurs.

B) <u>Analyse d'épreuves-tests passées en 79-80.</u>

Ces épreuves ont été regroupées et classées par thèmes. Les classes sont celles qui figurent au paragraphe C).

L'ensemble de ces tests se trouve dans le document annexe suivant le compte-rendu de ce groupe de travail.

Plusieurs idées ont alors été émises par le groupe, elles concernent la création d'une banque de documents dont l'objectif serait, semble-t-il, double :

- pool d'exercices classés susceptibles de servir de tests et permettant aux PEN de constituer des épreuves.
- recueil d'exercices classés, gradués et organisés (indications pour la résolution, résultats, renvois) donnant aux élèves-instituteurs la possibilité de pratiquer une mise à niveau largement autonome et éventuellement auto-évaluative.

C) Quelques propositions pour la création d'une banque de documents.

- Les sources : nécessité d'établir une bibliographie de base. Celle qui figure dans le rapport de Bombannes, groupe "Jeux et mathématiques" page 128, serait partiellement utilisable une fois expurgée.

Il serait bon que la bibliographie donne, pour chaque document, des références du type : "encore édité", "épuisé" (à ne consulter donc qu'en bibliothèque, etc...)

- Les thèmes : ils sont issus du classement des tests. Leur intitulé est suivi du nom du PEN responsable et chargé de collecter et d'organiser.

I) Géometrie (Jean LAMBERT ENM Rue Paul Richard 54320 - MAXEVILLE)

1- Connaître et maîtriser le vocabulaire des figures géométriques, de leurs éléments remarquables et des transformations.

2- Maîtriser différents systèmes de représentations.

3- Savoir utiliser des théorèmes classiques (Pythagore, Thalès,...)

II) Fonctions numériques (proportions, pourcentages)

(Jeanne BOLON EN 3 Bld de Lesseps 76000 - VERSAILLES)

1- Savoir discriminer les situations de proportionnalité.

2- Maîtriser le langage des fonctions numériques et de leurs representations.

III) Mesure (Michel COURAIERE ENF 69 Avenue Georges V 06052 - NICE-Cédex)

1- Connaître le système métrique.

2- Savoir utiliser les formules.

IV) Ensembles de nombres. Calcul numerique.

(Evelyne BOUTREZ EN Rue J.B. Clément 08000 - CHARLEVILLE-MEZIERES)

V) <u>Arithmétique</u> (Nicole BOUCULAT EN 20 Av. R. Bergougnan 63037 - CLERMONT)

1- Connaître et maîtriser le vocabulaire de l'arithmatique élémentaire.

2- Maîtriser les notions suivantes : divisibilité, nombres premiers, PGDC, PPMC.

3- Maîtriser quelques algorithmes simples (opérations, progressions, relations de récurrence).

VI) <u>Calcul littéral, algèbre, signification d'une formule.</u>

(Jean-Marie DIDRY ENM Rue Paul Richard 54320 - MAXEVILLE)

1- Etre capable d'utiliser une formule.

2- Savoir mettre des situations en équation. Savoir résoudre.

VII) <u>Numération</u> (Jean-Marie DIDRY)

1- Maîtriser les systèmes de numération usuels.

2- Connaître des numérations non décimales.

VIII) <u>Mathématique technologie.</u>

(Michel COURRIERE (Voir plus haut))

IX) <u>Organisation logique de l'information.</u>

(Nicole PORCEL ENM 39015 - LONS-LE-SAUNIER)

X) <u>Calculatrices</u> (Michel LAISNE ENG 44, rue d'Arras 59509 - DOUAI)

"Relations", "Dénombrements" ont été redistribués dans d'autres thèmes et ne constituent pas de rubriques spécifiques.

- <u>Les modalités de travail</u> :

Les participants se sont fixés une année pour constituer la banque de documents au moins sous forme d'une première approximation.

Chaque exercice présenté portera indication de son origine (tel manuel ou tel document) le ou les thèmes concernés et, si possible, les objectifs visés.

SEPTIEME COLLOQUE NATIONAL DES PROFESSEURS D'ECOLE NORMALE (MAI 1980)

ANNEXE au rapport du groupe F_4 :

Classement d'épreuves ayant servi de tests dans différentes E.N. en 1979 80

P L A N du Classement

NUMÉRATION

- Ecrire en chiffres : un milliard quatre vingt mille .
- Ecrire en lettres le prédécesseur de 10^8 .
- Existe-t-il des nombres dont le chiffre des centaines est 2 et dont le nombre de dizaines est 31 ? Justifiez votre réponse.
- En musique, une ronde vaut deux blanches, une blanche vaut deux noires, une noire vaut deux croches. La croche étant supposée désigner l'unité, écrire, en utilisant les signes convenables, les nombres :
  - neuf
  - six
  - quatorze
- La numération utilisée dans cet exercice est-elle une numération de position ?

2. COMBINATOIRE

- Une personne achète trois chiffres en métal pour indiquer le numéro de sa maison. Quel peut être ce numéro si les chiffres achetés sont : 1, 2, 4 ?

- Dans un vivier il y a trois poissons : a, b, c . Une personne pêche dans ce vivier pendant une heure. Trouver toutes les prises possibles.

- Cinq personnes A, B, C, D, E attendent devant un ascenseur qui ne peut en transporter que trois à la fois. Il faudra donc faire deux voyages. Décrire toutes les possibilités.

- Quels sont tous les entiers de trois chiffres que l'on peut écrire avec les symboles : 1, 2, 3 et 4 ?

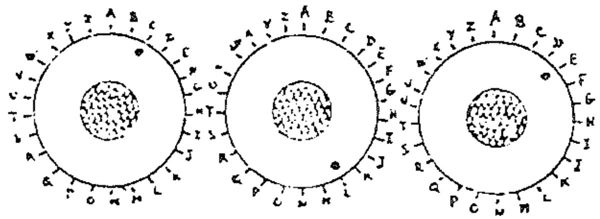
- A partir de 3, 12, 7, former tous les nombres entiers différents possibles que l'on peut obtenir en ayant le droit d'user des quatre opérations et en utilisant chaque nombre une fois au plus.

- 1) On dispose de jetons de trois couleurs différentes. On réalise les agencements de deux jetons suivants : ○◍, ◎○, ◍○. Continuer le travail.
  2) On dispose toujours de jetons de trois couleurs différentes. On se propose de réaliser les agencements de trois jetons. Faites le travail.
  3) On dispose maintenant de jetons de n couleurs différentes. Quel est le nombre d'agencements de $2, 3, \ldots, (n-1), n$ jetons ?

- Une petite fille dispose pour sa poupée d'une robe rouge, d'une robe verte, d'une robe blanche, d'une robe noire, d'un tricot bleu, d'un tricot jaune et d'un tricot gris. De combien de manières différentes peut-elle habiller sa poupée ?

- Les élèves ont découpé des locomotives et des wagons. Chacun prend : une locomotive, deux wagons verts (de deuxième classe) que rien ne permet de distinguer, un wagon jaune (première classe) et un wagon rouge (wagon postal). Ils composent alors des trains en plaçant la locomotive en tête et en la faisant suivre des quatre wagons arrangés d'une certaine façon. A chaque arrangement différent correspond un train différent. Voyez-vous un moyen de trouver tous les trains de façon systématique ?

- Combien existe-t-il de triangles ayant pour sommets trois quelconques des douze points de la figure ?

- 

  Le dessin ci-contre représente le système de verrouillage d'un coffre-fort. Combien y a-t-il de combinaisons possibles ?

- Combien de fois le chiffre 3 est-il imprimé au bas des pages d'un livre, ces pages étant numérotées de 1 à 300 ?

- Combien y a-t-il de nombres entiers compris entre 324 et 648 ?

- Combien faut-il de chiffres (caractères d'imprimerie) pour écrire les nombres de 1 à 150 inclus ?

- Combien faut-il de chiffres 5 pour écrire les nombres de 1 à 99 inclus ?

3. ARITHMETIQUE

3.1. Addition. Soustraction. Multiplication. Division.

- Quel est l'inverse du double du carré de 7 ?
  Quel est le double du carré de 3 ?
  Quel est le carré du double de 3 ?

- La soustraction des nombres naturels est-elle commutative ?

- En utilisant les nombres 3, 4, 5, exprimer que l'addition est associative.

- En utilisant les nombres 3, 4, 5, exprimer que la multiplication est distributive par rapport à l'addition.

- Citer les propriétés de la multiplication et de l'addition que vous connaissez.

- Trouver, sans effectuer le nombre de chiffres du produit :

  $$23578476 \cdot 58321452$$

- Le carré d'un nombre naturel a se termine par 1. Que peut-on dire de a ?

- Quel est le chiffre des unités des nombres : 5^{10}, 19^{11} ?

- Pour chaque anniversaire d'une personne P, on brûle autant de bougies qu'elle compte d'années. Combien de bougies aura-t-on brûlées après le 74e anniversaire ? (c'est-à-dire de 1 à 74 ans inclus).

- Ecrire 75 sous forme de somme de trois nombres consécutifs.

- Ecrire 75 sous forme de somme de cinq nombres consécutifs.

- Trouver trois nombres consécutifs dont la somme est égale à 57 (base 10).

- Trouver le nombre de chiffres du quotient de 169160 par 587 sans effectuer la division. Justifier.

- Effectuer la division de 842 par 24. En déduire, sans calcul, le quotient et le reste de la division de 84200 par 2400.

- Trouver tous les nombres naturels tels qu'en divisant chacun d'eux par 4, on trouve un quotient égal au reste.

- Commenter : $30 : 0$ et $0 : 30$.

3.2. Multiples. Diviseurs. P.G.C.D. P.P.C.M. Nombres premiers. Premiers entre eux.

- Ecrire en extension l'ensemble des multiples de 49 qui sont inférieurs à 400.

- Soit $E = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$

  $A = \{x \in E$, x multiple de $2\}$

  $B = \{x \in E$, x multiple de $3\}$

  $C = \{x \in E$, x multiple de $4\}$

  Ecrire A, B, C en extension :

  A = ...

  B = ...

  C = ...

- Cette année, mon âge est un multiple de 7. L'an prochain, il sera un multiple de 5. Si je précise que j'ai plus de 70 ans et moins de 90 quel est donc mon âge ?

- Trouver tous les diviseurs de 24.

- Trouver tous les diviseurs de 210.

- Trouver toutes les décompositions du nombre 84 comme produit de deux entiers.

- Quel est le plus grand commun diviseur de 40, 400 et 480 ?

- Quel est le plus grand commun diviseur de 40, 500, 480 ?

- Quel est le plus petit commun multiple de 5, 10, 25 ?

- Quel est le P.G.C.D. de 27 et 6 ?

- Quel est le P.P.C.M. de 27 et 6 ?

- Un naturel est premier s'il a deux et seulement deux diviseurs.
  exemple : 3 est premier car il ne possède que deux diviseurs 1 et 3 .
  Ecrire les dix premiers naturels premiers.

- Encadrer les nombres premiers : 2 ; 7 ; 51 ; 91 ; 48 ; 111 ; 57 .

- Le naturel a est premier (ou étranger) avec 18 . Trouver trois naturels pouvant être mis à la place de a .

- Les nombres 210 et 287 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

3.3. *Divisibilité*.

- Le nombre 123456789 est-il divisible par 2 ? par 5 ? par 3 , par 9 ; par 7 ?

- Par quel chiffre faut-il remplacer x et y pour que le nombre 632 xy soit divisible par 2, 5 et 9 ?

- Indiquer les restes dans la division par 2, 3, 4, 9, 11 du nombre 53688876 :

	2	3	4	9	11
reste					

- Vérifier que le naturel 5757 (base dix) est divisible par 101 .
  Montrer que le naturel $\overline{xyxy}$ (base dix) est divisible par 101 .

- Montrer que tout naturel de six chiffres de la forme $\overline{abcabc}$ est divisible par 7, par 11 et par 13 et que lorsqu'on divise ce nombre par 7 , le quotient trouvé par 11 et enfin le dernier quotient par 13 , on trouve le naturel $\overline{abc}$.

◆
▽ ▽

4. ENSEMBLES NUMERIQUES

- Indiquer par oui ou non si le nombre considéré appartient ou non à l'ensemble correspondant :

	naturels $\mathbb{N}$	*entiers* $\mathbb{Z}$	*décimaux* $\mathbb{D}$	*rationnels* $\mathbb{Q}$	*réels* $\mathbb{R}$
$\frac{1}{3}$					
$\frac{4}{5}$					
$\sqrt{2}$					
$0,272$					
$\frac{22}{7}$					
$\frac{14}{2}$					
$-6,5$					
π					
$\sqrt{144}$					
$1,28+5,65$					

- Effectuer la division de 19 par 28 en poursuivant après la virgule. Que remarquez-vous ? Le nombre $x = \frac{19}{28}$ est-il rationnel ? décimal ?

- Rayer les égalités fausses :

  $\pi = 3,14$ $\quad \pi = \frac{22}{7}$ $\quad \pi = 3,1416$ $\quad \frac{1}{2} = 0,50$

  $\frac{1}{3} = 0,3333$ $\quad \frac{1}{5} = 0,2$ $\quad \sqrt{2} = 1,414$ $\quad \frac{11}{33} = \frac{222}{666}$

  $\frac{1}{20} = 0,005$ $\quad \frac{1}{100} = 0,01$ $\quad \frac{4}{3} = \frac{2}{1,5}$

◆
▽ ▽

5. CALCULS NUMERIQUES

5.1. *Calculs sur les naturels.*

- Calculer : $5363 + 27 + 42370 + 255 = \dots$
- Calculer : $(-78 + 271)(48 - 49) - 62(-51 + 49) = \dots$
- Calculer les produits :

  $738 \times 4789 = \dots$

  $12345679 \times 27 = \dots$
- Calculer les sommes :

  $476398 + 6980498 - 14863256 = \dots$

  $1 + 2 + 3 + \dots + 12 + 13 + 14 = \dots$
- Calculer la différence :

  $100054 - 85458 = \dots$
- Calculer :

  $2^3 \times 2^5 = \dots$

  $2^7 \times 5^6 = \dots$

  $(2^2)^3 = \dots$
- Déterminer le quotient et le reste de la division de 9473 par 217 .
- Calculer : $\sqrt{529} = \dots$

5.2. *Calculs sur les fractions.*

- Calculer : $\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) = \dots$

  $14 \times \frac{3}{7} = \dots$

  $\frac{1}{2} \times \frac{4}{7} \times \frac{14}{8} = \dots$

  $\frac{24}{7} : \frac{12}{14} = \dots$

  $\frac{1}{4} - \frac{3}{20} + 3 = \dots$
- Effectuer et simplifier :

  $\frac{3}{34} \times \frac{170}{9} = \dots$ $\quad \frac{35}{4} : \frac{5}{8} = \dots$ $\quad \frac{7}{13} + \frac{74}{39} = \dots$ $\quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \dots$

- On donne les nombres : $a = 3960$ et $b = 675$.
  1) décomposer a et b en facteurs premiers.
  2) simplifier $\frac{a}{b}$.
  3) calculer la somme des inverses des nombres a et b .

Ordre sur les fractions.

- Comparer les fractions $\frac{19}{28}$ et $\frac{133}{196}$; puis $\frac{22}{7}$ et $\frac{355}{113}$.

5.3. *Calculs sur les décimaux.*

- Calculer : $10{,}087 + 1{,}085 + 0{,}07$; $1{,}72 \times 0{,}5009$.
- Calculer : $1234{,}56 - 65{,}4321 = \dots$ $\qquad 29{,}6 \times 0{,}008 = \dots$

  $29{,}6 : 0{,}008 = \dots$ $\qquad 3{,}14 \times (0{,}3)^2 = \dots$

  $\sqrt{0{,}0529} = \dots$
- Calculer les quotients :

  $60 : 0{,}025 = \dots$

  $58087 : 29 = \dots$
- Trouver d tel que : $42 \times d = 1{,}26$.
- Terminer les égalités suivantes en écrivant un nombre entier comme membre de droite :

  $\frac{80}{0{,}025} = \dots$ $\qquad 80 \times 0{,}825 = \dots$

Ordre sur les décimaux.

- Ranger, du plus petit au plus grand, les décimaux suivants :

  1,109 $\quad$ 1,7 $\quad$ 1,07 $\quad$ 1,81 $\quad$ 1,811 $\quad$ 1,1009
- Trouver deux décimaux pouvant s'intercaler entre 1,12 et 1,102 .
- Placer 1 dans la case située sous le plus petit nombre, 2 dans la case du nombre suivant, etc...

1,004	0,1010	0,004	1,0101	0,0007	0,0038	0,00369
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

- Même exercice :

−1,03	1,003	1,029	0,129	−1,29	0,1029	−0,103
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

- Trouver un nombre ayant un chiffre après la virgule et plus grand que 1,9 :

- Comparer les nombres décimaux : a) 3,978 et 5,0012

  b) 3,07591472 et 3,075897

  Enoncer une règle pratique de comparaison des nombres décimaux.
  Intercaler un nombre décimal entre les deux derniers nombres indiqués ci-dessus.

5.4. *Valeurs approchées*.

- Calculer, à 0,01 près, le produit : $1,03 \times 1,03$.
- Calculer, à 0,01 près par défaut, le quotient de 100 par 98 .
- Calculer, à un millième près par défaut, le quotient de 3,55 par 11,3 .
- Trouver une valeur approchée au millième près par défaut du quotient de 3,389 par 47,8 .
- Calculer, à 0,001 près par excès, 25,84 divisé par 47,894 .
- Donner une valeur approchée, à 0,01 près par défaut, de $\sqrt{249}$.
- Donner une valeur décimale approchée, à 0,01 près par défaut, de chacun des nombres ci-dessous :

$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	π

5.5. *Encadrement*.

- On donne : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ $3,141 < \pi < 3,142$

  Encadrer : $\quad < \sqrt{2} + \pi <$ $\quad < \pi - \sqrt{2} <$

- Ecrire un décimal compris entre $\frac{8}{7}$ et $\frac{112,01}{98}$.

5.6. *Recherche d'un algorithme numérique*.

- On vous donne les suites de nombres suivantes ; chercher le nombre manquant, puis donner trois autres termes de chaque suite :
  - 0 ; 1 ; 4 ; $\boxed{}$; 16 ; $\boxed{}$
  - 0 ; 1 ; 3 ; 6 ; 10 ; $\boxed{}$; 21 ; $\boxed{}$
  - 1 ; 5 ; 13 ; 25 ; $\boxed{}$; 61 ; $\boxed{}$
  - 0 ; 1 ; 3 ; 7 ; $\boxed{}$; 31 ; $\boxed{}$
  - 1 ; 0,2 ; 0,04 ; $\boxed{}$; 0,0016 ; $\boxed{}$

6. PROPORTIONNALITE. POURCENTAGES

6.1. *Proportionnalité*.

- Une poule et demie pond un oeuf et demi en un jour et demi. Combien pondent neuf poules en neuf jours ?
- Trouver trois nombres entiers proportionnels à 1, 2, 3 et dont la somme est 66 .
- On sait que 100 litres d'air contiennent 20,8 litres d'oxygène. Combien 4 litres d'air contiennent-ils d'oxygène ?
- Comment est représentée une distance de 2,5 km sur une carte au $\frac{1}{25000}$?
- L'eau, en se congelant, augmente environ de $\frac{2}{23}$ de volume. Quelle est la masse volumique de la glace ?
- Une voiture qui roule à vitesse constante parcourt 70 m en 3 secondes. Quelle est sa vitesse en km/h ?
- Entre Carcassonne et Villemoustausson, il y a 5 km de montée. A l'aller, je roule en bicyclette à 10 km/h . Au retour, je fais du 20 km/h . Pour l'aller-retour, quelle est ma vitesse moyenne ?
- Un mobile est animé d'un mouvement uniforme ; les distances sont proportionnelles aux temps mis à les parcourir.
  - Compléter le tableau suivant :

    On aura intérêt à remplir des lignes intermédiaires ; les calculs effectués seront nécessairement simples (pouvant s'effectuer mentalement).
  - Exprimer la fonction :

    temps (en mn) $\rightarrow$ distances (en km)

temps en mn	*distances en km*
25	12
60	•

6.2. *Pourcentages*.

- Une somme de 400 F est placée à 6,25 % . Quel est la capital au bout d'un an ?
- Combien rapportent 1000 F placés à 6 % pendant deux ans ?
- Une somme A est placée à 8 % . Le capital au bout d'un an est : 810 F .

  A = ...
- Un article coûtait 112 F au 1er janvier 79 . Il coûte maintenant 120 F . De quel pourcentage a-t-il augmenté ?

- Deux téléviseurs de marques différentes valent le même prix (1200 F) .
  A l'occasion de la foire exposition de Rennes, le premier stand affiche : "réduction de [illegible] ". Le deuxième stand, le prix de 1200 F et l'a remplacé par 1128 F .

  1) Quel est le stand qui vend le téléviseur le moins cher ?
     Quelle est la différence de prix entre les deux ?

  2) Quel est le pourcentage de la réduction consentie par le deuxième stand ?

- Un marchand ambulant achète des journaux chez un grossiste à raison de 0,60 F la pièce. Il les revend à raison de 0,80 F la pièce et le grossiste lui reprend les invendus à raison de 0,30 F la pièce. Quel pourcentage des journaux achetés doit-il vendre pour que ses recettes couvrent exactement ses dépenses ?

- On allonge chaque côté d'un carré de 3 % . De quel pourcentage s'accroît le périmètre de ce carré ?

- Un commerçant a réalisé sur la vente d'un objet un bénéfice équivalent à 10 % du prix de vente de cet objet dont le prix d'achat est 1116 F .
  Quel est le prix de vente de l'objet ?

- Un commerçant réalise un bénéfice de 10 % sur le prix d'achat d'un produit. Exprimer ce bénéfice en pourcentage du prix de vente.

- On ajoute 10 % à un nombre, puis on retranche 10 % au résultat. L'avoir a-t-il changé ?

- D'une somme d'argent, on enlève 30 % puis 10 % du résultat. Si on avait enlevé 10 % d'abord puis 30 % du résultat, aurait-on obtenu la même chose ?

- Un jouet coûtait 100 F en 1972. Trois ans plus tard, il avait augmenté de 3 % . Combien coûtait-il en 1975 ? Quatre ans après il a subi une augmentation de 40 % . Combien coûte-t-il en 1979 ? De quel pourcentage a-t-il augmenté en 7 ans ?

- Un produit subit deux augmentations successives qui représentent à chaque fois 10 % de sa valeur. Exprimer, par rapport à sa valeur initiale, le pourcentage d'augmentation qui en résulte.

7. SIGNIFICATION d'une EXPRESSION LITTERALE. CALCUL LITTERAL.

- Pour $a = 7$, $b = -8$, $c = -1$, $b^2 - 4ac = \ldots$
  Pour $a = 15$, $b = -13$, $a^2 + 2ab + b^2 = \ldots$
  Pour $a = -1$, $b = -3$, $c = -1$, $(8bc + a^2)(a - c) - abc = \ldots$

- Compléter le tableau :

a	b	c	$(a \cdot b) + c$	$(a+c) \times (b+c)$
-3	[illegible]	-1		
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$		
0,2	0,3	0,6		
			(*)	(**)

  Que peut-on dire des colonnes (*) et (**) ? Expliquer.

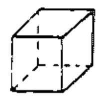
- Le nombre de droites passant par n points (non alignés 3 à 3) du plan est : $\frac{n(n-1)}{2}$.
  En faisant un dessin, vérifier cette formule pour $n = 2$, $n = 3$.
  Quel sera le nombre de droites passant par quatre points ? Le vérifier.

- Le théorème d'Euler affirme que, pour un polyèdre (de l'espace) les nombres, s de sommets, f de faces, et a d'arêtes, sont liés par la formule :

$$s + f - 2 = a$$

  a) Ecrire les valeurs de s , f et a dans le cas des figures ci-contre :

  tétraèdre 

  cube 

  Vérifier l'exactitude de la formule dans ces deux cas.

  b) Un isocaèdre régulier est un polyèdre (régulier, c'est-à-dire inscrit dans une sphère) ayant 20 faces et 30 arêtes ; quel est son nombre de sommets ?

- On définit une suite (u_n) par $u_1 = 1$ et $u_n = \frac{1}{2}\left(u_{n-1} + \frac{2}{u_{n-1}}\right)$ pour $n \geq 2$
  Calculer u_4 .

- Résoudre les équations en u :

$$u^3 + 5u = 0$$
$$au + b = c$$

- Pierre dit : "je vais démontrer que $1 = 2$" :

  "nous avons l'égalité : $a^2 - a^2 = a^2 - a^2$.

  cette égalité est équivalente à : $a(a-a) = (a+a)(a-a)$

  c'est-à-dire, en simplifiant par $(a-a)$, à : $a = a + a$

  ce qui conduit en particulier, pour $a = 1$ à $1 = 2$" .

  Qu'en pensez-vous ?

- On ajoute 1 au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{a}{b}$ $(a > b)$.
  La fraction :

  augmente ☐ diminue ☐ ne change pas ☐

- Trouver le nombre naturel n tel que : $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{42}$.

5. UTILISER - INTERPRETER des REPRESENTATIONS

- Dans une commune, 252 habitants lisent au moins un des deux journaux A ou B . On sait que 125 personnes lisent le journal A et que 153 personnes lisent le journal B . Combien de personnes lisent les deux journaux ?

- 328 personnes ont visité la Suisse ou l'Italie, 163 ont visité la Suisse, 182 l'Italie. Combien de personnes ont visité la Suisse et l'Italie ?

- Le tableau ci-dessous correspond au schéma cartésien de la relation "... est plus âgé que ..." dans l'ensemble des personnes A, B, C, D, E .

  Ranger ces personnes de la plus jeune à la plus âgée.

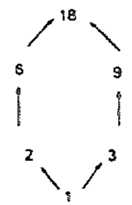
↗	A	B	C	D	E
A				×	
B	×		×	×	×
C	×			×	
D					
E	×		×	×	

- Soient a, b, c, d et e cinq nombres tels que :

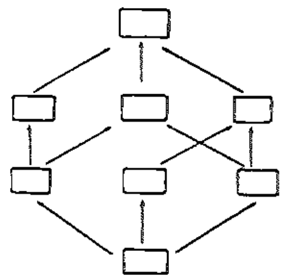
  $d < a$, $a > b$, $c < b$, $d > b$

  Ecrire ces nombres du plus grand au plus petit.

- Le schéma ci-contre représente le treillis des diviseurs de 18 . On précise que, quand un nombre en divise un autre, il y a nécessairement un chemin fléché qui les relie.



  Mettre des nombres dans les cases vides du schéma suivant pour qu'il représente le treillis des diviseurs d'un nombre :



- Le prix d'un voyage (aller) Périgueux-Bordeaux coûte 33 F. Le prix du retour est le même. Un voyageur a le choix entre :

  a) payer à chaque fois.

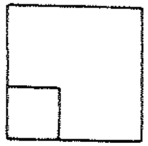
  b) prendre une carte d'abonnement, auquel cas il paye 270 F le premier mois, puis 120 F les mois qui suivent (somme payée en début).

  On supposera que le voyageur fait un voyage par semaine et qu'il y a 4 semaines dans un mois.

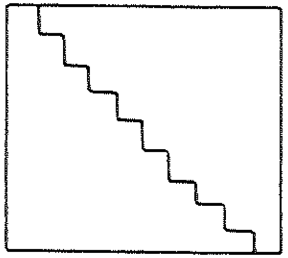
  Représenter graphiquement le prix total payé (pour tous les voyages) en fonction du rang du voyage dans le cas a) et dans le cas b).

  Peut-on déduire de ces graphiques à partir de quand la formule b) est plus intéressante que a) ? Expliquer.

- Indiquer en quoi le schéma ci-contre permet de prouver que si $0 < a < b$, alors $a^2 < b^2$.



- Le calcul habituel de $A = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$ peut s'interpréter géométriquement. En quoi le schéma ci-dessous permet-il de calculer $1 + 2 + \ldots + 9$?



9. MESURE

9.1. Système métrique.

- Effectuer les transformations :

  314,02 cm^3 ou ..... m^3

  2,45 hm^2 ou ..... cm^2

  148,3 mm ou ..... m

- Dans un hm il y a ☐ cm

- Dans un ha il y a ☐ dm^2

- Dans un m^3 il y a ☐ cm^3

- Dans un cl il y a ☐ cm^3

- Combien y a-t-il de cm^2 dans un m^2 ?

- Combien y a-t-il de dm^3 dans un m^3 ?

- Combien y a-t-il de cm^3 dans un litre ?

- Nommer les unités de capacité en les ordonnant des sous-multiples aux multiples de l'unité de base.

9.2. Mesure de longueurs, aires, volumes.

- Formulaire :

  périmètre du cercle $p = \ldots$

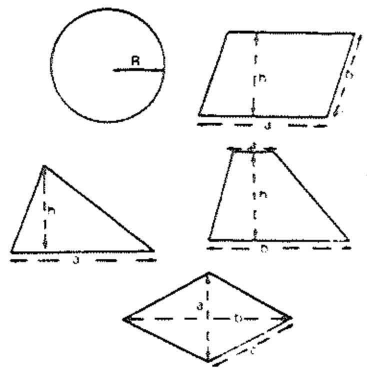
  aire du disque $a = \ldots$

  aire du parallélogramme $S_1 = \ldots$

  aire du triangle $S_2 = \ldots$

  aire du trapèze $S_3 = \ldots$

  aire du losange $S_4 = \ldots$



- Un carré a pour aire 169 cm^2. Quel est son périmètre ?

- Parmi tous les rectangles dont le périmètre mesure 72 cm, quel est celui qui a la plus grande aire ?

- On décuple le rayon d'un cercle donné. Comparer le périmètre (respectivement l'aire) du cercle obtenu à celui (resp. celle) du cercle initial.

- On double l'arête d'un cube. Comparer l'aire totale et le volume du cube obtenu à ceux du cube initial.

- Calculer la longueur commune des arêtes d'un cube dont le volume est égal à 729 dm^3.

- Un bassin a 4 m de long, 2 m de large et 75 cm de profondeur (les parois sont deux à deux perpendiculaires).

  Quel est son volume en dm^3 ?
  Combien de hl d'eau faut-il verser dans ce bassin pour le remplir à ras bord ?

- On dispose d'un aquarium aux dimensions en cm : 45, 50, 65.
  On verse 117 l d'eau dans l'aquarium. Que se passe-t-il ? Aurait-on pu prévoir le résultat par un calcul approché fait mentalement ?

- Donner, en cm^2, les aires des surfaces hachurées suivantes.
  (A l'aide de votre règle graduée, faites vous-même les mesures que vous jugez nécessaires pour effectuer vos calculs).

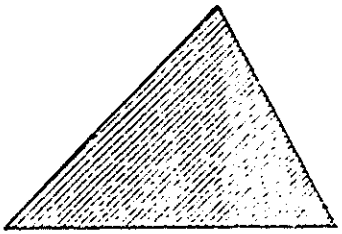


fig 1

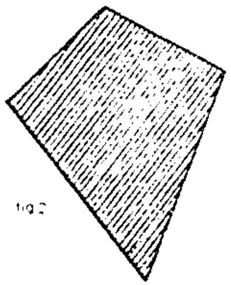


fig 2

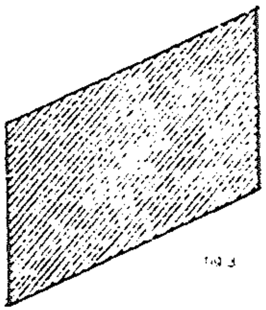


fig 3

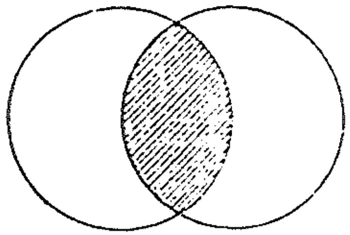


fig 4

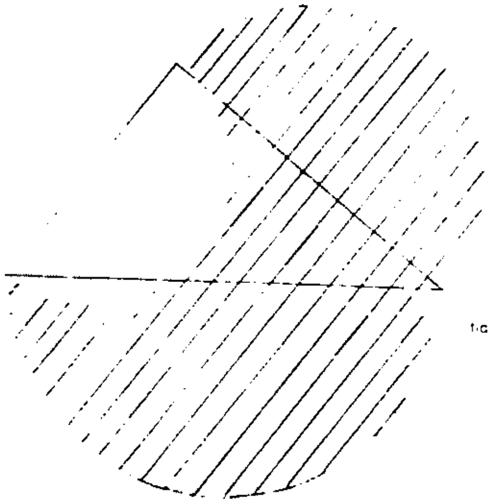
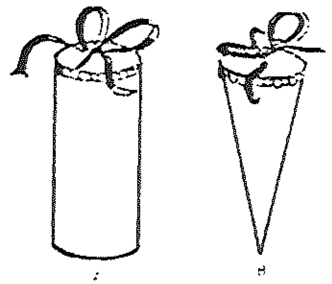


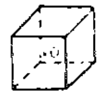
fig 5

- 

  Voici deux boîtes de dragées de même hauteur et dont les deux couvercles ont même diamètre.

  A votre avis, combien de cornets peut-on remplir avec le contenu de la boîte A ?

- Un cube de centre O a un mètre de côté. Calculer le volume de la pyramide de sommet et de base l'une des faces du cube.

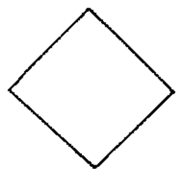


10. GEOMETRIE

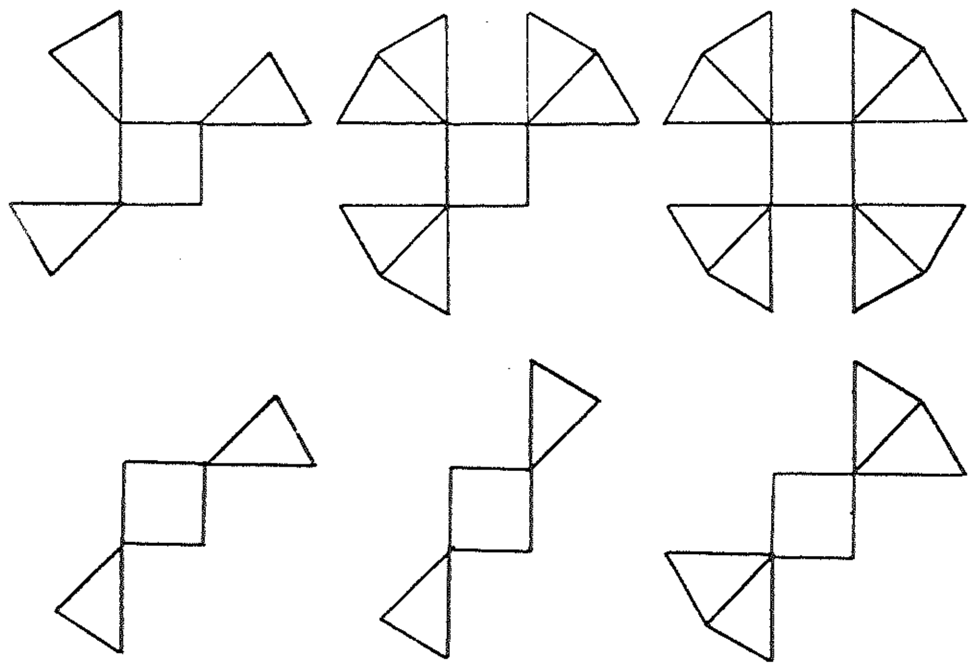
10.1. *Vocabulaire simple : connaissance et maîtrise.*

- Donner deux définitions du losange.

- Quel est le nom de cette figure plane ?



- Pour chaque figure, dire s'il existe ou non des axes ou centres de symétrie. Les dessiner s'il en existe.

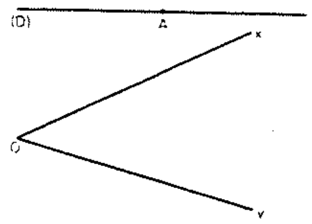


10.2. *Constructions.*

- Peut-on construire un triangle dont les longueurs des côtés soient respectivement 3 cm , 4 cm et 5 cm ? Si votre réponse est affirmative, effectuez et décrivez cette construction. Même question avec les longueurs 3 cm , 4 cm et 8 cm .

- Construisez à la règle et au compas la perpendiculaire en A à la droite (D) .

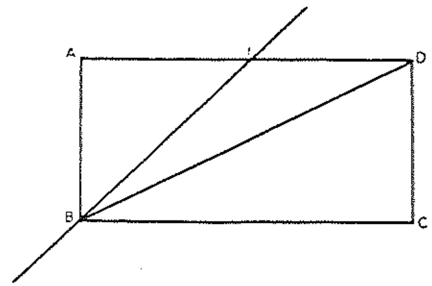
- Construisez à la règle et au compas la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.



- Donnez la définition de la médiatrice d'un segment.

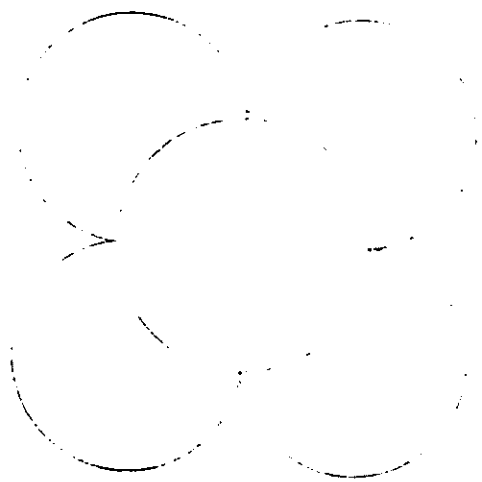
  Construisez, à la règle et au compas, la médiatrice d'un segment donné. Justifiez cette construction.

- Le rectangle ABCD est tel que AD = 2AB . Soit I le milieu de (AD) . Construisez la figure symétrique du triangle ABD par rapport à la droite (BI) . Construisez la figure symétrique du triangle BDC par rapport au point I . Justifiez chacune de ces constructions.

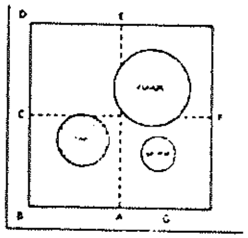


- Nous disons que la figure ci-dessous est un trèfle à quatre feuilles. Les feuilles sont toutes de même taille.

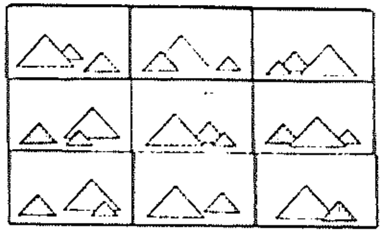
  Construisez, vous aussi, un trèfle à quatre feuilles à l'aide de la règle et du compas. Justifiez chacune des étapes de cette construction.

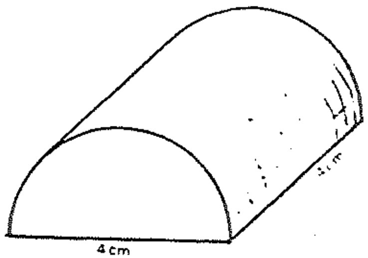


10.3. *Reconnaissance d'un point de vue. Aptitude à la représentation spatiale.*



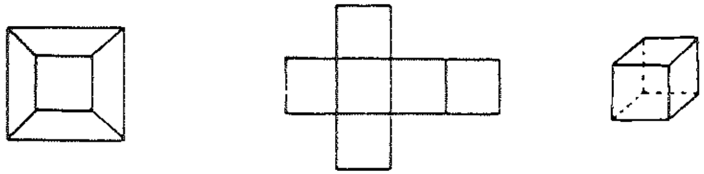
- Cette figure représente, en vue de dessus, trois cônes posés sur une table.
  A, B, C, D, E, F, G sont des observateurs situés autour de la table.
  1) Placer, sur chaque case du tableau ci-dessous où ne figure pas de lettre, la lettre de la personne dont le point de vue offre l'image de la case.
  2) Inversement, placer correctement H et I autour de la table.



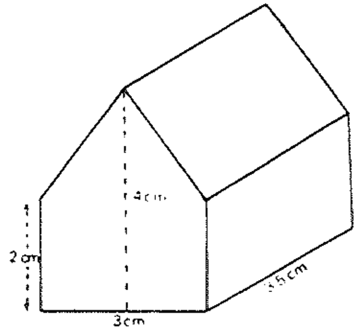


- Donner de ce solide une vue de face, de haut, de profil.

- Voici trois représentations différentes d'un cube :



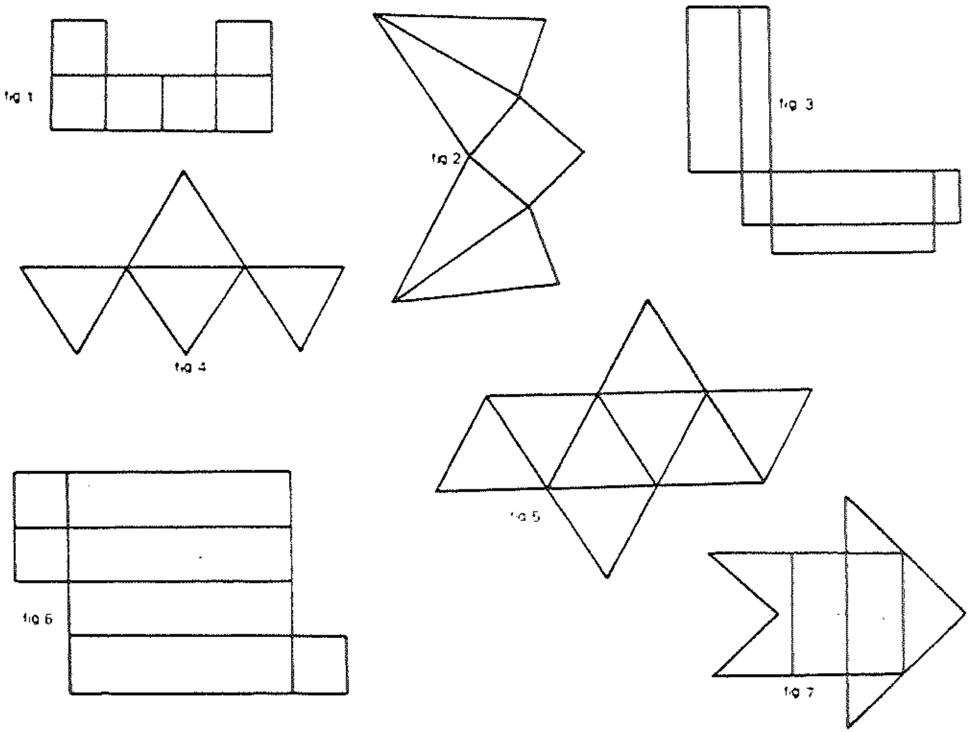
- Donner des représentations analogues pour chacun des solides suivants :
  - pyramide à base carrée
  - cylindre
  - cône



- Voici la maquette d'une petite maison.
  Donner son patron.

- On a donné à des enfants des solides (polyèdres) et on leur a demandé de les découper le long de certaines arêtes afin d'obtenir un modèle plan (ce qu'on appelle patron du polyèdre). Parmi les patrons ci-dessous, certains correspondent effectivement à des travaux d'élèves, d'autres ont été inventés et ne sont pas des patrons de solides.

  Déterminer ceux qui ont été obtenus par les élèves et donner un nom ou une représentation en perspective des solides qui ont été donnés aux élèves.



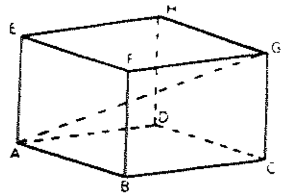
10.4. *Utilisation d'un théorème classique.*

- Un peuplier projette sur le sol une ombre de 27 m . Au même moment, un bâton vertical de 2 m planté en terre, projette une ombre de 5 m . Hauteur du peuplier.

- Les côtés d'un triangle ont pour mesures 12 m , 5 m et 13 m . Ce triangle a-t-il une forme particulière ? Idem pour le triangle de côtés 5 m , 3 m et 10 m .

- Donner, au mm près, la longueur d'une diagonale d'un carré de 35 cm de côté.

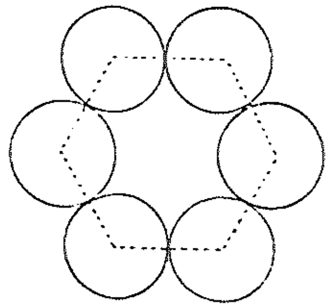
- La longueur de l'arête du cube représenté ci-dessous est désignée par L . Calculer la longueur de la diagonale (AG) . Dites comment vous procédez.



11. MATH - TECHNO

- Les axes de roues dentées de même diamètre sont fixées au sommet d'un polygône régulier.

  Les roues du système ci-après peuvent-elles tourner ?

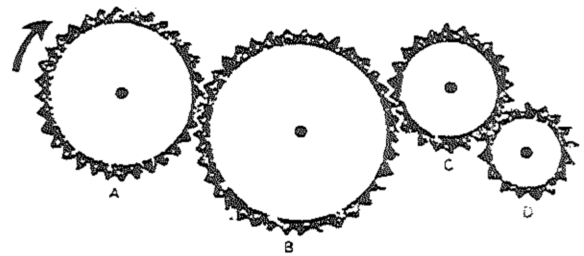


Un système analogue comprenant n roues peut-il fonctionner ?

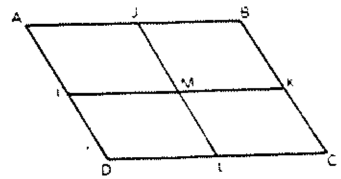
- La roue A tourne dans le sens de la flèche à la vitesse de 600 tours à la minute.

  Dans quel sens tourne la roue D ? (Indiquer à l'aide d'une flèche).

  A quelle vitesse tourne la roue D ?



- Le système suivant est réalisé à partir de barres de meccano :



AB, BC, CD, DA, IK, JL sont des barres rigides.

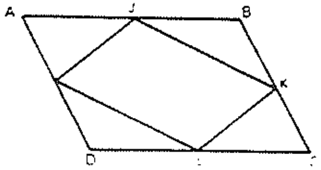
A, B, C, D, I, J, K, L, M sont des points d'articulation possible.

Le système est-il déformable quand on le tient en main ? Justifier votre réponse.

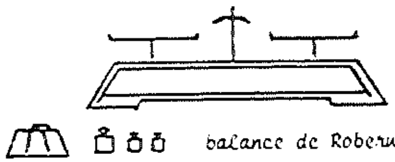
- Même question pour le système suivant :

  - barres : AB, BC, CD, DA, IJ, JK, KL, LI
  - points d'articulation possible :

    I, J, K, L, A, B, C, D

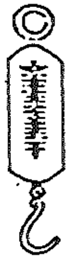


- Voici deux instruments utilisés dans la vie courante pour "peser" les objets.



balance de Roberval

A



peson à ressort

B

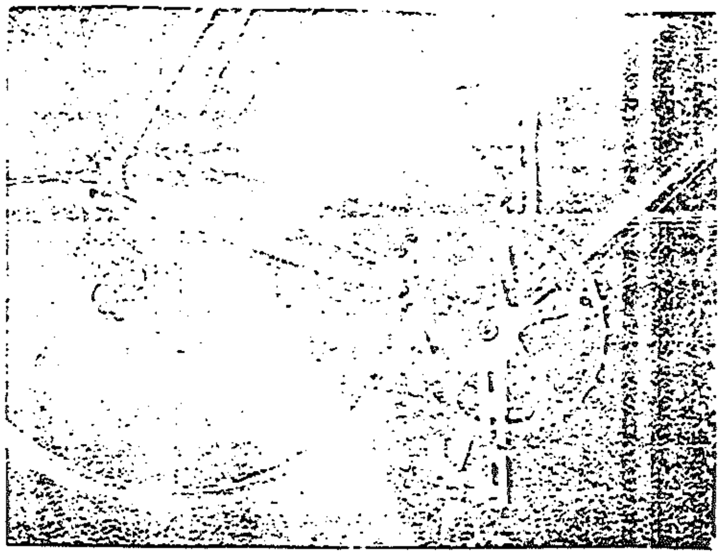
Qu'indiquent les instruments, la masse ou le poids ?

A indique ....

B indique ....

- La chaîne d'un vélo passe sur le pignon de 14 dents et le plateau de 42 dents. De combien avance le vélo quand le cycliste donne un tour complet de pédale ?

  Le diamètre de la roue est de 70 cm .



GROUPE F5

LES U.F. OPTIONNELLES

ANIMATEURS : MICHEL BLANC
ROLAND CHARNAY
RAPPORTEUR : MARCELLE PAUVERT

Après avoir évoqué les différents projets élaborés dans les E.N. (voir annexe) où travaillent les participants de ce groupe, celui-ci formule différentes questions :

- que disent les fiches ministérielles ?
- les U.F. optionnelles, pour qui ?
- quel est leur rôle par rapport au plan de formation du normalien ?

1/ <u>Les fiches ministérielles</u> (Cf Fiche II-4)

Les "unités de formation" distinguent :

a) les 4 U.F. optionnelles du DEUG pour lesquelles 8 groupes de matrices sont prévues

b) 3 U.F. d'approfondissement préparées à l'E.N. toujours dans le cadre des deux dominantes choisies par l'E.I.

"La liste de ces U.F. est arrêtée par le Recteur ; chaque E.N. doit faire des propositions qui dépendent à la fois des intentions des E.I. et des possibilités de l'E.N.. Il n'est donc pas possible d'en dresser une liste... dans l'esprit des présentes recommandations, des suggestions feront l'objet d'une fiche ultérieure."

2/ <u>Les U.F. optionnelles pour qui ?</u>

- Seront-elles un moment où avec les meilleurs E.I. en math, on fera enfin des maths ?
- Est-ce possible avec le jeu des choix : pour chaque E.I., 7 U.F. optionnelles groupées en deux dominantes (4 dans l'une et 3 dans l'autre) ?
- Doit-on les ouvrir à tous les normaliens qui s'y inscriraient en fonction du thème de travail annoncé ?
- Doivent-elles être reliées au plan de formation PEGC où à une licence en sciences de l'éducation ?

Les participants pensent que des réponses à ces questions sont prématurées, qu'il faut avant tout envisager le 3ème point.

3/ Rôle des U.F. optionnelles dans le plan de formation de l'élève-maître

D'une part les U.F. optionnelles ne doivent pas être des U.F. de didactique mais plutôt des U.F. de culture (?), c'est-à-dire des U.F. moins branchées sur l'école élémentaire mais préparées pour les élèves-maîtres : il faudrait que les formateurs cherchent des situations dans lesquelles les normaliens puissent s'investir sans qu'ils aient nécessairement besoin de connaisances préalables (Ex : à partir de jeux mathématiques, jusqu'où peut-on aller ? ; résolution de problèmes du point de vue du normalien...).

D'autre part, les U.F. optionnelles seraient l'occasion de confronter les normaliens aux problèmes de la recherche en didactique, de répondre aux besoins de connaissances sur le processus d'apprentissage, de s'intéresser à ce que font les enfants en situation d'apprentissage, comment apprenent-ils ?

Ceci pourrait être abordé à partir d'exemples :
- le rôle de l'erreur dans l'apprentissage
- le rôle des représentations
- les erreurs dans l'apprentissage des décimaux.

On peut bien sûr envisager d'autres formes d'U.F. optionnelles : les machines, l'informatique,...

ANNEXE - Quelques projets ...

E.N. de NANCY : les universitaires mathématiciens refusent les cours en amphitéâtre.

Projets : 2 U.F. opt. DEUG
- statistique, informatique, algorithmique
- structures algébriques, géométrie

U.F. E.N. - heuristique

E.N. de BOURG

Projets :

2 U.F. opt. DEUG
- I - les problèmes à travers la démarche
  - nombres, étude des nombres premiers nombres de Bernoulli
  - géométrie et groupes de transformation
  - équations et inéquations
- II - exemples de modélisation de situations concrètes centrées sur proba et stat.

U.F. opt. E.N.
- I - conditions didactiques de l'apprentissage
  - rôle des situations
  - rôle de l'erreur
- II - liaison CM-collège

E.N. d'ANGERS

Projet :

U.F. opt. E.N.
- géométrie
- organisation d'ateliers de type math dans une classe de l'école élémentaire
- mathématique et société fonction sociale des maths

Dans les E.N. de la région parisienne, les projets sont peu avancés.

GROUPE F7

RELATIONS INSTITUTIONNELLES

ANIMATEURS-RAPPORTEURS :
JEAN-MARIE MUNIER
JEAN-PIERRE GABORIEAU

Intitulé du groupe : Relations institutionnelles entre les différentes catégories de formateurs (Supérieur, Premier Degré, Ecole Normale)

. Procédures de négociation des conventions avec l'Université.

. Coordination avec les IDEN, CPEN, CPAIDEN et autres intervenants ; les possibilités de constitution d'équipes de formateurs.

. Le Conseil de perfectionnement.

. L'organisation des stages (tutelle et responsabilité).

Le groupe, qui rassemblait une douzaine de personnes, comportait surtout des représentants de deux académies (Reims et Rennes). La photographie de la situation à l'époque était donc très partielle. Par ailleurs, au moment où paraît le compte-rendu des Journées de Confolant, ce rapport est tout-à-fait dépassé, les relations entre les Institutions ou les personnes ayant depuis mai 1980 évolué considérablement (soit dans un sens, soit dans l'autre !).

Le travail du groupe a consisté d'une part à un dépouillement du questionnaire préalable aux journées, d'autre part à un échange d'informations entre les représentants des académies de Reims et Rennes, appuyé sur les situations locales.

Compte tenu des remarques précédentes et de la situation actuelle des Ecoles Normales (pour ce qui est de la deuxième année de mise en place de la nouvelle formation), il y a lieu de lire et utiliser les informations qui suivent avec prudence.

Le questionnaire (partie G)

24 réponses

Informations à la date du 1/4/80

1/ Négociation avec l'Université
- a eu lieu : 21 (pour certaines officieusement)
- n'a pas eu lieu : 3

- à l'initiative : - du Recteur : 12
  - de l'Université : 5
  - de l'E.N. : 1
  - N.R. : 6

Des P.E.N. y participaient dans 16 cas sur 21.

2/ L'U.F. Math constitutive de DEUG

. 2-1 Répartition de la participation des P.E.N. de Math à l'U.F.-DEUG :

Sur 70 heures prévues
- pour 45 heures : 2
- pour 50 heures : 2
- pour 35 heures : 3
- pour 30 heures : 2
- pour 12 heures : 1

Beaucoup de non réponses.
Dans un cas (problème de V.S.), le P.E.N. participe pour 70 heures.

. 2-2 La participation du C.P.E.N., ou de l'I.D.E.N. ou du C.P.A.I.D.E.N. n'est pas souvent indiquée (ou si elle est indiquée, elle n'est pas chiffrée). Pas de réponse pour "Autres intervenants".

. 2-3 Participation de l'Université :

6 réponses seulement :
- Dans 3 cas, c'est le professeur d'Université qui est prévu
- Dans les 3 autres, interventions prévues pour une même U.F., d'un professeur, d'un assistant, d'un maître de conférences et d'un maître-assistant.

La question de l'intervention "faite par une seule et même personne" était sans doute ambigüe et les réponses peu claires.

Le lieu de l'intervention :
- l'E.N. dans tous les cas sauf 2
- 1 cas à l'Université
- 1 cas 50% Université, 50% E.N.

. 2-4 Les effectifs envisagés : de 15 à 111 avec des nuances (possibilité de travaux dirigés avec faible effectif).

3/ L'U.F. optionnelle de math :

- envisagée dans l'E.N. (par sondages) : oui : 8
  non : 3
  N.R. : 13

- éliminée par le Rectorat dans 3 cas
- une réponse seulement pour le pourcentage réservé à l'Université (3 %)

- une réponse seulement pour l'effectif de l'option : "à partir de 5 E.M."

La discussion du groupe :
Nous nous sommes efforcés
1/ de ne pas déborder sur le travail des autres groupes
2/ de ne pas nous substituer aux organisations syndicales.

I - Le processus de négociation avec l'Université

- le rôle de l'E.N.
  plutôt le DEN
  plutôt l'équipe des PEN
  plutôt une politique départementale concertée
- le rôle du Recteur
- le rôle de l'Université
- les problèmes financiers.

. Dans le cas où il y a plusieurs universités, le problème du choix par le Recteur.
. Le problème de "l'individualisation" des contrats (ou des contrats collectifs qui y reviennent).
. Les problèmes de pouvoir et de concurrence entre les parties prenantes.
. Les blocages financiers : les universitaires sont payés en heures complémentaires ; les déplacements (quelquefois très importants).
. La possibilité de concertation entre les intervenants (Universitaires et PEN).
. Le fait que l'Université n'est pas "demandeur" la place en position de force.

La CONVENTION comporte un texte règlementaire et 4 annexes :
1. Horaires et programmes
2. Les grades des intéressés
3. Les modalités du contrôle des connaissances
4. Une partie financière (rémunérations et déplacements).

La discussion de tous ces points ne présente plus d'intérêt aujourd'hui. Elle devrait être actualisée.

II - Les problèmes d'organisation des U.F.-DEUG

- les pourcentages envisagés
- les co-interventions
- les cours de 3 heures
- le rôle des CPEN éventuels
- la détermination des contenus
- le rôle de l'Université dans les stages (qui restent de sa responsabilité)

- le soutien et les groupes de niveau
- les effectifs
- le contrôle (y compris le controle des compétences)
- les relations avec les U.F. de palier
- la possibilité de reprendre des études universitaires et de passer un autre DEUG.

Autant de questions, sur lesquelles chacun ayant décrit la situation dans son E.N., le groupe est resté sans pouvoir vraiment donner les solutions générales.

III - Quelques idées pour avancer

(elles nous paraissent encore d'actualité)

- Dans l'équipe d'encadrement de l'U.F., les universitaires doivent trouver une spécificité universitaire. Faire la preuve qu'on n'est pas remplaçable !

- Pour l'évaluation des compétences, chaque E.M. est à voir au moins une fois
    - soit sur une séquence
    - soit sur un projet (progression)

- C'est le responsable de l'U.F. qui est aussi responsable de sa validabilité (y compris pour la partie "compétences")

- Ceux qui ont la responsabilité de l'action doivent créer des structures de rencontre, de discussion.

GROUPE F8

PASSÉ, PRÉSENT ET AVENIR DE LA RECHERCHE EN ECOLE NORMALE

ANIMATEUR-RAPPORTEUR :

FRANÇOIS BOULE

Plutôt qu'un compte-rendu d'échanges demeurés relativement informels, le texte ci-dessous voudrait proposer quelques éléments de réflexion suscités par les discussions du groupe.

I. FONCTIONS.

a. fonder le discours des formateurs.

L'espoir est mince de fonder théoriquement une pédagogie sur une théorie de l'apprentissage ou de la connaissance, ou une psychologie génétique. Celles-ci fournissent pourtant des concepts importants quoique éventuellement révisables (compte-tenu des conditions de leur élaboration). Ainsi, les découvertes piagétiennes, non plus que le courant des mathématiques contemporaines ne suffisent à fonder théoriquement l'irruption du langage ensembliste dans l'enseignement précoce. La possibilité que cette preuve soit introuvable n'implique pas non plus l'abandon de tel ou tel apprentissage. Puisque de telles réponses définitives ont peu de chances d'exister, il est nécessaire d'intégrer cette problématique à la formation des enseignants; mais pas seulment sous la forme d'un discours critique destiné à montrer ses limites. Elle doit également rassembler le plus possible de données objectives et actuelles sur les conditions d'apprentissage, sur les formateurs, sur les enfants. Faute de disposer de ces données, le discours pédagogique risque de n'être que strictement idéologique ou empirique.

b. faire évoluer la pratique enseignante.

"Tant que les enseignants n'auront pas reçu une large initiation active à la recherche, on ne peut attendre d'eux qu'ils éprouvent et améliorent leurs techniques quotidiennes par une véritable expérimentation. Dès lors quel sens conserve la recherche scientifique si ce n'est celui d'un jeu pour théoriciens ? Il faut donc non seulement revoir la formation des éducateurs, mais les mettre en mesure, tout au long de leur carrière, de se tenir au courant des progrès

pédagogiques et les encourager à en vérifier la valeur."
(G. De Landsheere :Introduction à la Recherche en Education, I976)

c. susciter et affiner le questionnement des normaliens sur les apprentissages.

Toutes les situations d'échec doivent donner lieu à une observation et une analyse attentives, et susciter des méthodes visant à les réduire. Il y a là un champ d'étude assez peu connu et à défricher d'urgence faute de quoi le discours pédagogique se reproduit indéfiniment, assorti éventuellement d'améliorations intuitives, d'initiatives isolées, balloté au gré des aléas de la mode. Ceci suppose chez les normaliens un entraînement à l'observation dirigée, au travail en équipe, le désir et la capacité d'adapter leurs méthodes aux besoins.

II. OBJET.

Les formateurs en E.N. ne disposent pas des moyens théoriques et institutionnels qui leur permettraient de mener des recherches de type fondamental, entreprises par les Universités. Il s'agirait donc de modalités intermédiaires entre la recherche expérimentale fondamentale et le coup- par-coup (observation ponctuelle, construction de séquence...) qui ne permet pas d'amasser un capital organisé de matériaux nouveaux.

a. Recherche-innovation.

Suggérer, diffuser, mettre à l'essai des séquences ou des méthodes nouvelles. Ceci suppose la possibilité d'une diffusion assez large pour la validabilité, et d'un effet en retour.

b. Recherche- développement.

Construction de documents de travail à l'usage des maîtres (épreuves d'évaluation, étude critique de manuels, "aides pédagogiques", progressions...). Ces documents auraient valeur, non de suggestion ou d'essai, mais de synthèse.

c. Prise en compte de l'évolution technologique.

Après le développement des moyens audio-visuels (rétro-projection, CFTV, vidéo...) on assiste à l'irruption des calculatrices et de la micro-informatique sur les marchés. L'Ecole ne peut maintenir imperturbablement les mêmes objectifs et les mêmes techniques d'apprentissage face à cette évolution de l'environnement.

d. Formation d'adultes.

Il existe des démarches spécifiques propres à l' enseignement aux adultes. La découverte de ces démarches est généralement laissée à l'empirisme. Il devrait paraitre utile de s'interesser dans les E.N. plus systématiquement à ce champ pédagogique original. Par ailleurs, la réflexion devrait porter sur la place des formateurs d'E.N. d'une part, des instituteurs d'autre part, dans la formation permanente des adultes.

e. Evaluation de la nouvelle formation.

A l'occasion de la mise en place de la nouvelle formation, la grande diversité et la plasticité provisoire des mises en oeuvre devraient être l'occasion de confrontations entre équipes formatrices, et avec les normaliens, sur l'efficacité actuelle et possible de cette formation. Cet auto-contrôle est indispensable pour impliquer les normaliens dans leur formation, et urgente tant que les pratiques ne sont pas durablement stabilisées.

III. C A D R E .

a; Passé- présent.

Jusqu'à présent les recherches entreprises en E.N. ont été le fait de bonnes volontés individuelles isolées, ou bien ont bénéficié de l'intégration possible dans des structures existant par ailleurs, du type IREM. Dans le premier cas, il est clair que les garanties méthodologiques risquent d'être insuffisantes, et que la reconnaissance de fait de ce que la recherche est (et n'est que) bénévole est fâcheuse. Le second cas, pour fructueux qu'il soit, fait dépendre la recherche des formateurs de structures extérieures aux E.N., dont on sait qu'elles sont rares, et périodiquement menacées. Dans les deux cas les normaliens ne sont pas, ou sont trop rarement associés à ces travaux.

b. Présent-avenir.

L'association de l'Université à la formation des maîtres pourrait faire espérer la création de conditions favorables à la recherche. Les premiers exemples de participation universitaire sont cependant à cet égard assez peu encourageants, à cause de la difficulté de définir cette participation, et à cause du maîgre intérêt porté généralement aux questions didactiques par les universitaires extérieurs aux IREM. Mais on peut penser que la mise en place progressive d'équipes mixtes favorisera une sensibilisation croissante à ces questions.

Il reste à définir le statut de cette recherche par rapport à la formation. A priori le cloisonnement des U.F., la durée réduite de chadune, la fréquence et le volume des évaluations sont peu faverables au développement de travaux organisés de quelque ampleur. Une grande partie de la durée des études semble devoir être consacrée à améliorer le questionnement des normaliens sur l'enseignement élémentaire, à redécouvrir le statut des mathématiques à l'Ecole, à répondre à des demandes nombreuses concernant les apprentissages et leur objet.

Sans devoir renoncer à répondre à ces questions, on devrait pouvoir éviter qu'elles n'envahissent toute la formation et envisager en fin de cursus que les normaliens prennent un peu d'altitude vis à vis des pratiques professionnelles immédiates. Dans cette perspective, la possibilité d'accumuler et d'échanger des matériaux permettrait d'éviter l'émiettement, l'isolement et la répétition indéfinie. Il est tout à fait clair que l'optique d'une recherche est radicalement différente selon que l'on envisage de travailler localement, individuellement, à l'échéance rapprochée d'une évaluation, ou que des échanges nationaux soient organisés. Le projet défini à Bombannes en 79 pour autant qu'il soit emmenagé en fonction des réalités institutionnelles actuelles donne idée de ce que pourraient être ces échanges. Le développement prochain de la micro-informatique pourra sans doute contribuer à faciliter la circulation et le répertoire des travaux entrepris.

Il semble que vis à vis de cette nécessité de communication et d'échanges, le Comité de Coordination des Ecoles Normales, dont Gérard Mottet est venu présenter les réalisations et les perspectives, ait un rôle important à jouer.