COPIRELEM

Commission Permanente des IREM
pour l'Enseignement Elémentaire

PERPIGNAN LA CATALANE
PERPINYÀ LA CATALANA

LES CAHIERS DU FORMATEUR

Tome 1

**Documents pour la formation du professeur d'école.
Présentés au cours du séminaire de Perpignan
les, 10 et 11 Décembre 1997.**

Edité par l'IREM de Montpellier

- 1999 -

SOMMAIRE

INTRODUCTION

La mise en place des I.U.F.M, dans lesquels se sont fondues les Ecoles Normales et les départs en retraite de beaucoup d'anciens professeurs d'école normale, ont entrainé l'arrivée de nouveaux formateurs de professeurs des écoles, pour une grande part issus de l'enseignement secondaire.

C'est tout à la fois pour favoriser l'insertion de ces nouveaux formateurs, en leur proposant des sessions de formation à certains aspects de leur nouveau métier que pour faire partager et transmettre le capital de réflexions et d'expériences sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, issues de la formation à l'Ecole Normale, que la COPIRELEM a décidé d'organiser des séminaires de formation.

Ce document, qui est le premier fascicule d'une série intitulée « Les Cahiers du Formateur », est issu des travaux présentés lors du premier séminaire de formation des nouveaux formateurs, qui a eu lieu à Perpignan, du 8 au 12 décembre 1997.

La COPIRELEM, Commission Permanente des IREM pour l'Enseignement Elémentaire, s'intéresse à la fois aux recherches sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire (enfants de 2 à 12 ans) et à la formation des professeurs d'école.

Elle participe à la diffusion des recherches en didactique des mathématiques, en France et à l'étranger, auprès des formateurs de professeurs, en organisant depuis 1975, des colloques annuels.

Chaque colloque regroupe entre 150 et 200 personnes autour de diverses conférences, différents exposés et ateliers dont les travaux font l'objet d'une publication dans des Actes.

La COPIRELEM remercie l'IUFM de Perpignan d'avoir accueilli ce premier séminaire de formation et l'IREM de Montpellier d'avoir pris en charge la publication de ce document.

Les animateurs de la COPIRELEM.

CONFERENCE

LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES AU SERVICE DE LA PROFESSIONNALISATION DES ENSEIGNANTS

Joël BRIAND
IUFM d'Aquitaine

Résumé : *L'exposé s'adresse à des nouveaux formateurs en IUFM. Il s'agit de faire un tour d'horizon des champs de recherches en didactique des mathématiques qui concernent plus particulièrement les formateurs auprès des professeurs des écoles. Pour approfondir ce thème, nous proposons, à la fin de ce compte-rendu, une bibliographie à laquelle vous pourrez vous référer.*

1. Préambule

Depuis longtemps, philosophes, pédagogues et psychologues se sont interrogés sur les conditions dans lesquelles un enfant acquiert des savoirs.

Plusieurs conceptions sont apparues :

La conception dogmatique qui conduit à des apprentissages par répétitions de textes oraux ou écrits jugés fondamentaux.

La maïeutique de Socrate[1] qui part du principe que tout homme est détenteur du savoir. Le rôle du pédagogue est alors de permettre à ce savoir de se révéler. Socrate comparait son art à celui de Phénarète qui était sage-femme : il ne se contente pas de convaincre son interlocuteur d'ignorance, il lui montre aussi qu'il porte en lui des vérités qu'il ignore. (Voir le texte célèbre dans lequel Socrate amène un esclave de Ménon à découvrir comment on obtient un carré d'aire double de celle d'un carré donné.)

Jean-Jacques Rousseau[2] réagit à l'éducation classique (clarté de l'exposé, mémorisation) principalement diffusée par les institutions religieuses. Élever un enfant, c'est moins lui enseigner quelque chose que le placer dans des situations où il prendra la mesure des difficultés. Il pense que l'autorité n'a pas à intervenir, la nature se chargera elle-même des réprimandes. *« N'offrez jamais à ses volontés indiscrètes que des obstacles physiques, ou des punitions qui naissent des actions mêmes et qu'il se rappelle dans l'occasion : sans lui défendre de mal faire, il suffit de l'en empêcher »*. (Émile, livre III).

Le début du 20ème siècle reprend essentiellement les principes de l'éducation classique. Il s'agit de remplir des têtes vides ou de modeler des esprits encore « mous ». Cette approche conduit à interpréter les erreurs commises comme le signe d'une inaptitude. Dans cette mouvance, naissent les théories béhavioristes [3], thèses selon lesquelles il faudrait s'en tenir à l'étude systématique des comportements et des rapports qui existent entre les stimulations et les réponses de l'organisme. Les travaux de Skinner (1904-1990) développent des théories sur le langage et l'apprentissage fondées sur la thèse selon laquelle la répétition régulière des mêmes stimulations finit par produire des comportements et des savoir-faire.

---

[1] SOCRATE : Théétète.

[2] J-J ROUSSEAU : L'Emile .

[3] Béhaviorisme : - étymologie : de l'anglais behavior qui signifie comportement - C'est au psychologue J.B. Watson (1878-1958) que l'on doit le nom de béhaviorisme.

Plus récemment, les conceptions constructivistes ont largement contribué à mettre en cause ces conceptions antérieures. Piaget en particulier développe l'idée que c'est en agissant que l'on apprend. Les connaissances ne s'accumulent pas comme des strates.

« Les connaissances passent d'un état d'équilibre à un autre par des phases transitoires au cours desquelles les connaissances antérieures sont mises en défaut. Si ce moment de déséquilibre est surmonté, c'est qu'il y a eu réorganisation des connaissances, au cours desquelles les nouveaux acquis sont intégrés au savoir ancien. ».
Dépasser une difficulté cognitive aboutit alors à un nouvel équilibre (principe d'équilibration).

C'est à Bachelard que l'on doit la notion de représentation spontanée à propos de certains phénomènes. Il développe alors l'idée des obstacles qui peuvent être causés par l'existence même de ces connaissances premières. On voit alors que l'erreur prend sa place « naturelle » dans ces nouvelles approches et que « les situations-problèmes présentées aux élèves constituent un levier important pour faire évoluer leurs représentations et leurs procédures. » [4]

Ces dernières théories sur l'apprentissage ont été reprises et complétées par l'idée que l'appropriation collective des connaissances pouvait favoriser les acquis individuels par le rôle des confrontations, des productions d'écrits en particulier.

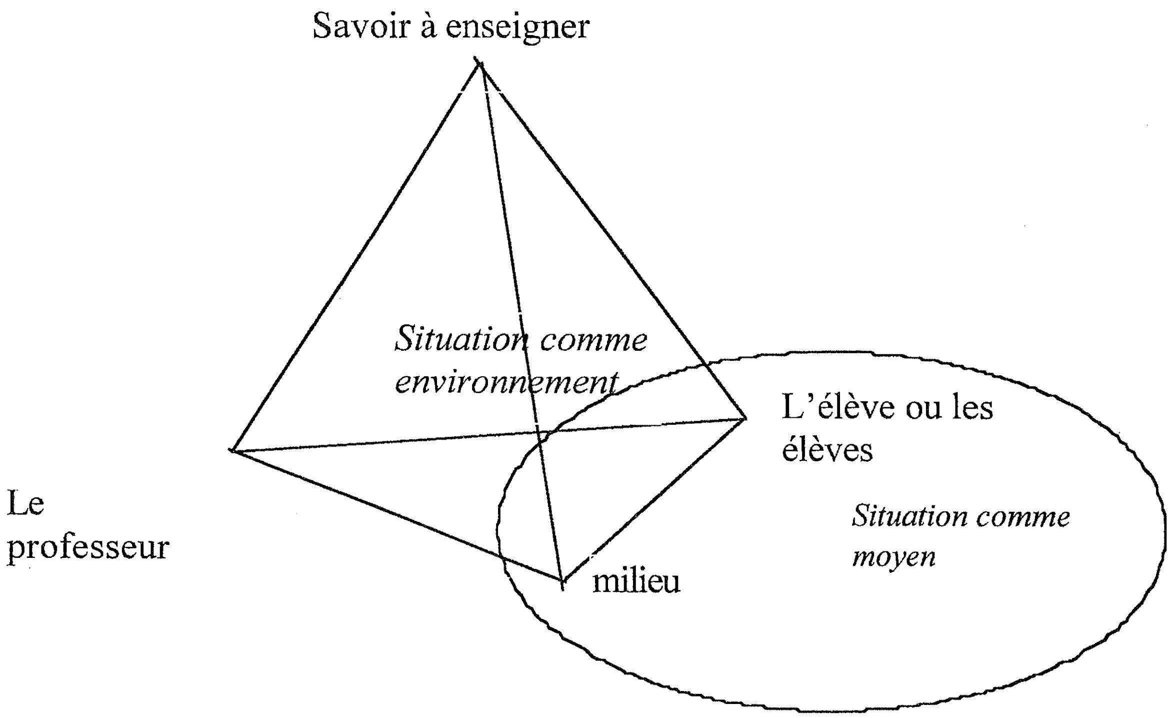
Depuis un vingtaine d'années, de nombreux chercheurs on travaillé sur les conditions d'élaboration, de mise en place, de gestion de situations permettant la construction, par le sujet, du savoir visé par l'enseignant. En particulier, les chercheurs ont étudié le rôle de la communication orale et écrite dans l'activité mathématique en classe.

1.1. Insuffisance de l'analyse selon le schéma : "Élèves, savoir, enseignant"

À première vue, toute action d'enseignement met en jeu trois composantes principales :
- les élèves, pour lesquels la société a défini un certain projet de développement et de formation
- le savoir visé par cette action d'enseignement
- le professeur dont le rôle, dans le système français est d'être un médiateur entre l'élève et le savoir.

...Et une quatrième, le « milieu » (G. Brousseau « Le contrat didactique, le milieu » RDM 1988) qui contribue pour une large part à la mise en scène de l'activité. Nous dirons que le professeur doit considérer les situations d'enseignement comme des milieux, pour l'élève, qu'il doit réguler par des actions, des connaissances et des savoirs spécifiques.

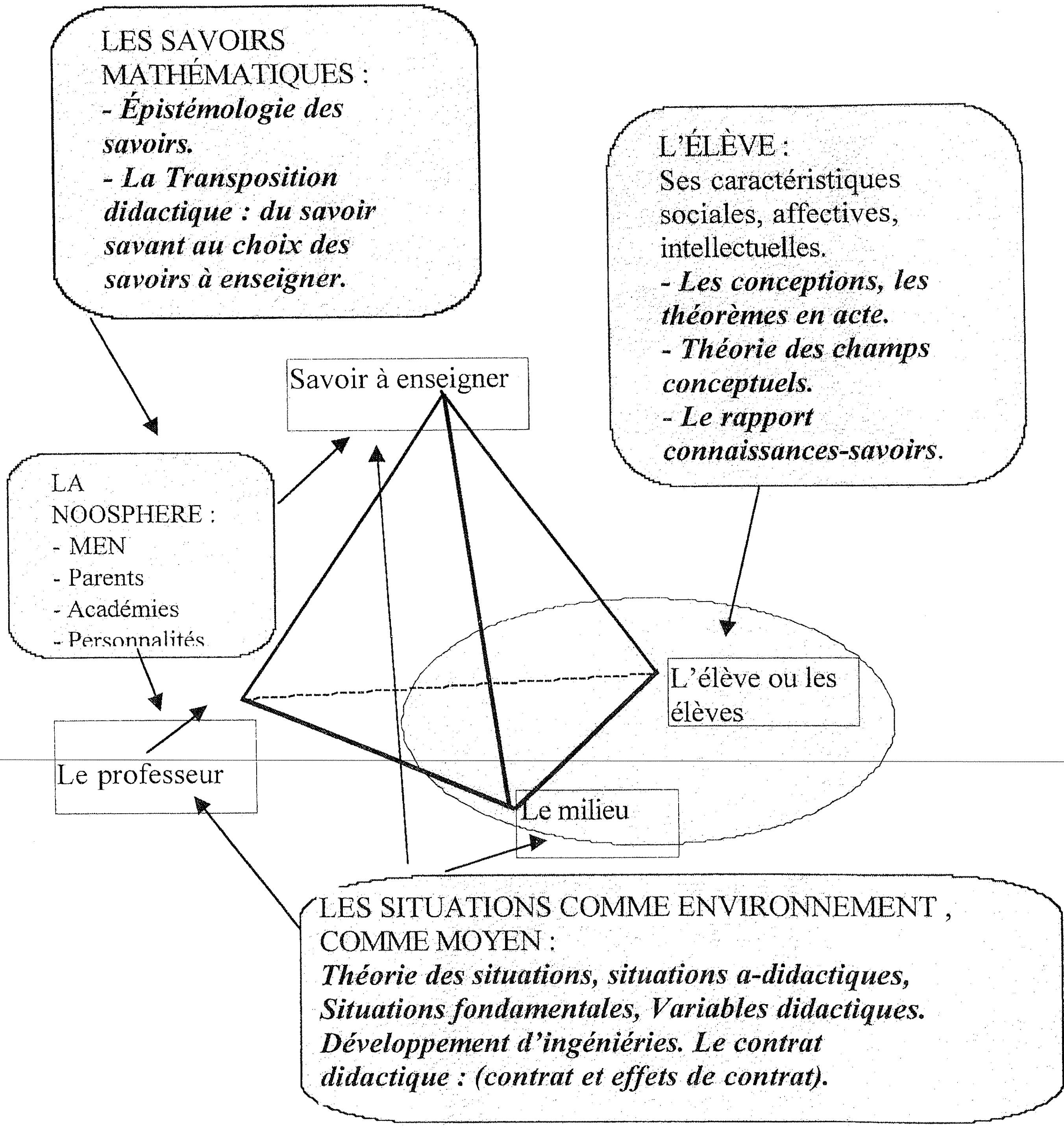
[4] G. VERGNAUD 1981.



1.2. Un système immergé dans un système plus complexe

Cette pyramide n'est pas isolée. Elle est plongée dans un système plus vaste, car le projet d'enseignement dépasse largement le professeur. C'est toute une épistémologie ainsi qu'une société qui participe à sa définition.

Le tableau ci-après montre les secteurs de la recherche en didactique des mathématiques : sont écrits en gras, les concepts ou thèmes principaux de la recherche en didactique des mathématiques.



Deviennent alors objets d'étude :

- la genèse des savoirs dans une société.
- les décisions des responsables du ministère de l'éducation
- l'influence des parents d'élèves, organisés ou à titre individuel (attentes ou images de l'enseignement)

- les rôles des professionnels : enseignants de la discipline au niveau supérieur, professions concernées, etc. La société élabore un projet d'enseignement, impose un certain nombre de contraintes, la plupart d'entre elles implicites.

Enfin, les caractéristiques sociales, affectives, intellectuelles des enfants sont un objet d'étude, pas uniquement d'un point de vue psychologique, mais dans la relation, relativement à un savoir donné, au moment de l'enseignement.

Conclusion : l'organisation d'un enseignement se réfère à au moins trois structurations « déjà là » ou « à construire » :

- Celles des savoirs, qui viennent de communautés qui les produisent.
- Celles des connaissances de l'élève prise en référence à un champ conceptuel.
- Celles imposées par la logique des rapports avec le milieu et du problème qu'il pose à chaque instant ; ces dernières sont modélisées par une « situation ».

2. COMMENT LES DIDACTICIENS DEFINISSENT-ILS ACTUELLEMENT L'OBJET DE LEUR TRAVAIL ?

Il s'agit de *« théoriser l'activité d'enseignement des mathématiques en tant qu'objet original d'études et non pas en tant que simple conjonction de faits théorisables dans des domaines autonomes comme la pédagogie, la sociologie, la psychologie, les mathématiques, la linguistique ou l'épistémologie »* (Brousseau, introduction à sa thèse).

Trois théories principales, contribuent à l'identification de la didactique des mathématiques comme champ théorique.

La **théorie de la transposition didactique** étudie les modifications que les savoirs mathématiques subissent au cours de leur diffusion dans une perspective anthropologique.

La **théorie des champs conceptuels,** qui occupe une place à part (*voir infra*), propose un cadre pour analyser la formation et le fonctionnement des connaissances des élèves.

La **théorie des situations** modélise et classifie les inter-actions entre les 4 sous-systèmes énumérés selon les différentes formes de connaissances, de savoirs, d'apprentissages et d'enseignement.

Nous ajouterons la **théorie de la dialectique outil-objet,** des cadres et changements de cadre. Cette théorie donne une grande importance à la résolution de problèmes, aussi bien dans la construction du savoir que comme critère du savoir.

Ces théories ne sont pas antagonistes. « Elles s'articulent, se complètent et souvent se recouvrent tout en témoignant d'approches différentes ».(G. Brousseau).

La théorie des champs conceptuels occupe une place à part puisque : « elle n'est pas, à elle seule, une théorie didactique » (G.Vergnaud). C'est une théorie cognitiviste. Il s'agit d'une théorie psychologique de la conceptualisation du réel. Sa principale finalité est de fournir un cadre qui permette de comprendre les filiations et les ruptures entre connaissances chez les enfants et les adolescents.

Dans cette théorie, une approche psychologique et didactique de la formation des concepts mathématiques conduit à considérer un concept comme un ensemble d'invariants utilisables dans l'action. La définition pragmatique d'un concept fait donc appel à l'ensemble des situations qui constituent la référence de ses différentes propriétés, et à l'ensemble des schèmes mis en œuvre par les sujets dans ces situations. Le schème est alors une « organisation invariante de la conduite pour une classe de situations ». Il est composé essentiellement d'invariants opératoires de 2 types logiques principaux : les théorèmes en acte et les concepts en acte.

La théorie des situations est *« avant tout un réseau de concepts ainsi que les méthodes de recherches et de protocoles d'expérimentation, appuyés notamment sur l'ingénierie didactique, qu'utilisent et que développent beaucoup de chercheurs en France et au-delà »* (MJ Perrin in « 20 ans de didactique en France » RDM). Pas étonnant que cette théorie puise dans les deux autres à sa façon, c'est à dire d'un point de vue situationniste.

3. STRUCTURATION DES SAVOIRS : LA TRANSPOSITION DIDACTIQUE

Le thème central est celui des savoirs et des institutions : *« un savoir n'existe pas "in vacuo" dans un vide social : tout savoir apparaît à un moment donné, dans une société donnée, comme ancré dans une ou des institutions. »* Y. Chevallard.

- Tout savoir est savoir d'une institution.
- Un même objet de savoir peut vivre dans des institutions différentes.
- Pour qu'un savoir puisse vivre dans une institution, il faut qu'il se soumette à un certain nombre de contraintes, ce qui implique qu'il se modifie.

Yves Chevallard analyse le travail du mathématicien : le mathématicien ne communique pas ses résultats sous la forme où il les a trouvés. Il les réorganise, il leur donne une forme aussi générale que possible.

« Il fait de la "didactique pratique" qui consiste à mettre le savoir sous une forme communicable, décontextualisée ». (Arsac).
L'enseignant fait le travail inverse du mathématicien. Il effectue une recontextualisation du savoir. Il cherche des situations qui vont donner du sens aux connaissances à enseigner.

Pour faire l'objet d'un enseignement un savoir donné subit des transformations inévitables.

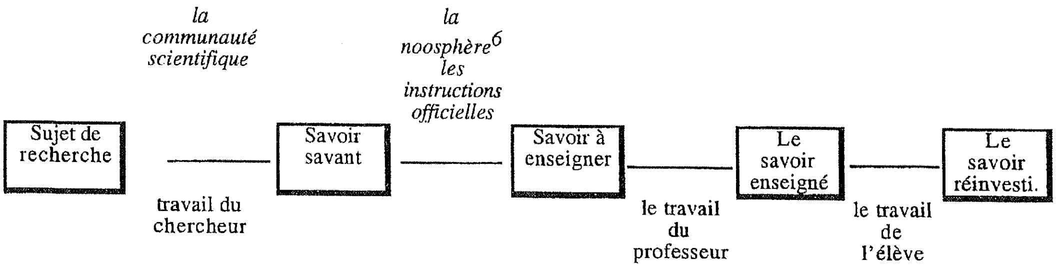
Y. Chevallard a mis en évidence ce phénomène et lui a donné le nom de transposition didactique.

« Tout projet social d'enseignement et d'apprentissage se constitue dialectiquement avec l'identification et la désignation de contenus de savoirs comme contenus à enseigner.[...] Un contenu de savoir ayant été désigné comme savoir à enseigner subit dès lors un ensemble de transformations adaptatives qui vont le rendre apte à prendre place parmi les objets d'enseignement. Le "travail" qui d'un objet de savoir à enseigner fait un objet d'enseignement est appelé ***transposition didactique.*** *»*[5]

Un aspect plus large de la transposition vise la transposition des savoirs d'enseignement aux savoirs enseignés. Cet aspect sera étudié plus tard dans la théorie des situations.

---

[5]CHEVALLARD Yves "la transposition didactique" - éd. La pensée sauvage (1985)



3.1. Domaines de recherches et concepts plutôt liés à la théorie de la transposition didactique

3.1.1 Approche historique : reconnaissance du corpus « mathématiques »

Les mathématiques ne se constituent comme savoir structuré que tardivement, même si les activités que nous reconnaissons comme relevant des mathématiques sont très anciennes. Elles sont enseignées dans les cours de philosophie. Les grands mathématiciens font des travaux pratiques : Galilée construit des machines. Il est ingénieur mathématicien, Descartes (1631) s'intéresse à la construction de machines, Stevin (1586) ingénieur, précepteur de Maurice de Nassau, prince d'Orange, invente le chariot à voile, les nombres décimaux et le système métrique, etc. Le mathématicien travaille alors pour démathématiser dans les pratiques sociales.

3.1.2 Petit à petit on voit apparaître un corpus de connaissances :

Des ouvrages d'enseignement des mathématiques apparaissent. Par exemple, Didier HENRION (1613) édite un manuel de mathématiques « Mémoire de mathématiques recueilli en faveur de la noblesse française ». Et voici la table des matières d'un ouvrage publié par HÉRIGONE (1634-1657)

I-La géométrie.

II-L'arithmétique, le comput[7] et l'algèbre.

III- La table des sinus, des logarithmes avec leur usage pour les calculs d'intérêts et pour la mesure des triangles rectilignes, la géométrie pratique, les fortifications, la milice et les mathématiques.

IV- La sphère du monde, la géographie et l'art de naviguer.

V- L'optique, la catoptique, la dioptrie, la perspective, la trigonométrie, la théorie des planètes.

3.1.3 Engouement

Au XVII° siècle être un honnête homme, c'est se frotter aux sciences. Voltaire a un cabinet de physique. En 1684, PEEPS bourgeois et président de la Royal Society se fait donner des cours particuliers pour apprendre la division. Le livre de la nature est lu par les mathématiques. La bourgeoisie commerçante consomme de l'arithmétique : arithmétique commerciale et les manuels de comptabilité (Legendre, Barême, Irson). De nombreux ouvrages traitent de géométries pratiques, d'autres s'adressent à des architectes. Perspective, optique, pyrotechnique, machinerie, fortifications relèvent alors de la compétence du mathématicien.

[6] La noosphère désigne l'ensemble des personnes ou instances qui, par leur influence ou leur fonction, participent à la définition des programmes. Il ne faut pas y voir que le Ministère de l'Education Nationale. D'autres institutions participent à ces choix : (académies, parents, etc.)

[7] « comput » : le calcul. Vieux mot français qui, récupéré par l'anglais, nous fut restitué sous la forme « computer », que nous avons remplacé par « ordinateur ».

3.1.4 *Aujourd'hui, l'Université fait la différence entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées.*

Cette distinction date du XIX° siècle. Avant, on disait mathématiques mixtes : c'est à dire physico-mathématiques ; d'après l'abbé Bossu, les mathématiques ont pour objet de comparer des mesures, des longueurs.

3.2. Le savoir mathématique

C'est parce que les mathématiques sont ce qu'elles sont, qu'un certain nombre de phénomènes s'y passent, qui ne se produisent pas dans l'enseignement d'une autre discipline. Deux caractéristiques apparaissent essentielles :

- L'opposition outil / objet

Le savoir mathématique constitue un moyen d'agir sur le monde, exemple des numérations ou de la géométrie. C'est aussi un ensemble de connaissances ayant son fonctionnement et son langage spécifiques, se développant grâce à "la curiosité naturelle de l'homme". (Exemple de la géométrie grecque).

- L'opposition savoir universel, impersonnel / objet de connaissance très fortement investi par les sujets (en positif ou en négatif).

Le langage mathématique est dépersonnalisé, c'est un moyen universel de communiquer sur un certain champ. La rigueur est une nécessité intrinsèque aux mathématiques, mais le moment où elle doit intervenir est en discussion chez les mathématiciens eux-mêmes.

Mais l'activité mathématique par excellence est la résolution de problèmes. C'est par elle que le savoir se développe, comme le montre l'histoire, et que les connaissances s'acquièrent. Bien sûr le mot "problèmes" a plusieurs sens. On peut penser que ce n'est pas pour rien que le même mot désigne un certain type d'activités intellectuelles et des moments importants de la vie des hommes. En effet, la résolution d'un problème mathématique, suppose un très fort investissement du sujet, provoquant parfois, à terme, en cas d'échecs répétés, des effets destructeurs sur l'image de soi en mathématiques.

3.2.1 *Qu'est-ce qui conditionne le choix des savoirs à enseigner ?*

Les instructions de 1945 stipulent que l'enfant ne peut pas raisonner avant 12-14 ans et qu'il ne peut donc pas faire de mathématiques à l'école primaire. Il fera donc du calcul. En 1970, dans un ouvrage collectif « la mathématique à l'école élémentaire », M. Glaymann écrit en préambule : « Le rôle de l'école ne peut plus aujourd'hui se limiter à apprendre aux enfants à lire écrire et à compter ».

Dans le paragraphe "Transposition didactique" nous avons parlé des transformations que subit le savoir savant afin de devenir un savoir à enseigner. Mais nous ne nous interrogeons pas souvent sur les raisons des choix de tel ou tel type de savoir à enseigner.

Or, dans la scolarité obligatoire, les contenus d'enseignement évoluent très vite (à l'échelle de une ou deux générations). Qu'en est-il de l'algorithme de l'extraction d'une racine carrée autrefois passage incontournable en classe de troisième ?

Ces contenus sont le résultat de plusieurs phénomènes :

- Des choix délibérés : en France, l'enseignement des probabilités à de jeunes enfants n'est toujours pas d'actualité alors que de nombreux travaux ont montré tout l'intérêt qu'il y aurait à développer cet enseignement.
- Les effets de mode : Actuellement, la géométrie vient à prendre une place démesurée dans l'enseignement. Il suffit de regarder les évaluations nationales pour constater ce phénomène. La proportionnalité est par contre de moins en moins traitée dans la scolarité obligatoire.

- L'évolution technologique : l'arrivée des calculettes et des ordinateurs influence déjà certains secteurs de l'enseignement des mathématiques. L'école primaire veut encore actuellement ignorer cette arrivée.
- Les apports de la recherche en didactique : Depuis 20 ans, l'école élémentaire a profondément modifié certaines approches, en particulier dans le domaine de la construction du nombre et des opérations arithmétiques.

Conclusion :

Imaginer les mathématiques, y compris celles de l'enseignement primaire, comme étant définitivement installées dans leur contenu, comme dans leur approche, est illusoire.

3.3. Travaux et références

Ouvrage sur la transposition didactique d'Y. Chevallard et l'article de G. Arsac dans RDM sur la transposition didactique : G.Arsac et al. (1989), G.Arsac (1992), Y.Chevallard (1985, 1989).

Actuellement, L'équipe d'Y. Chevallard travaille sur la problématique écologique.

« L'étude de l'écologie d'un objet peut amener à prendre en compte des conditions de natures diverses : institutionnelles, mathématiques, didactiques, psychologiques, sociologiques, etc. »

Qu'est-ce qui existe et pourquoi ? mais aussi qu'est-ce qui n'existe pas et pourquoi ? et qu'est-ce qui pourrait exister ? Ces questions qui peuvent sembler naïves s'avèrent fructueuses pour interroger et comprendre le "réel" didactique.

4. LA THEORIE DE LA DIALECTIQUE OUTIL-OBJET, DES CADRES ET JEUX DE CADRES.

R. Douady a étudié ce fait suivant : pour un élève, pouvoir passer d'un cadre de résolution à un autre constitue sans aucun doute une étape nécessaire à l'acquisition d'une notion mise en jeu dans un problème.

Reprenons ses définitions :

« Un **cadre** est constitué des objets d'une branche des mathématiques, des relations entre les objets, de leurs formulations éventuellement diverses et des images mentales associées à ces objets et ces relations.[...]. Le **changement de cadres** est un moyen d'obtenir des formulations différentes d'un problème qui sans être nécessairement tout à fait équivalentes, permettent un nouvel accès aux difficultés rencontrées et la mise en oeuvre d'outils et techniques qui ne s'imposaient pas dans la première formulation. »[8]

Cette théorie s'est donc développée en adoptant un point de vue épistémologique qui donne une grande importance à la résolution de problèmes, aussi bien dans la construction du savoir que comme critère du savoir. C'est pour cela que nous plaçons ce travail entre la transposition didactique et la théorie des champs conceptuels.

Citons les travaux de R. Douady sur l'enseignement des décimaux, ceux de M.J. Perrin sur « Les aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème" Thèse Université Paris 7 ainsi que (1989) "Une expérience d'enseignement des mathématiques à des élèves de 6ème en difficultés" *Cahier DIDIREM n° 5* IREM de Paris 7.

---

[8] DOUADY R. "Jeux de cadres et dialectique outil-objet" - RDM vol n°7/2 (1987)

5. LA THEORIE DES CHAMPS CONCEPTUELS [9]

La théorie des champs conceptuels est une théorie cognitiviste qui vise à fournir un cadre cohérent et quelques principes de base pour l'étude du développement et l'apprentissage de compétences complexes, notamment de celles qui relèvent des sciences et des techniques (Vergnaud 1990).

C'est un point de vue résolument psychologique dans le prolongement de l'épistémologie génétique de Piaget. L'originalité de cette démarche est d'avoir permis de développer des outils théoriques prenant en compte une double exigence que G. Vergnaud décrit ainsi :

- Tenir compte des savoirs sociaux constitués.
- Ne pas rester prisonnier de leur description actuelle, de manière à analyser au plus près la formation et le fonctionnement des connaissances des sujets individuels. (G. Vergnaud 1984).

Les concepts mis en évidence :

Théorème en acte : est un théorème jugé vrai par l'élève et utilisé dans l'action. Il permet des prises de décision. Il est plus ou moins implicite. Il a son propre champ de validité, mais il peut produire des résultats faux hors de ce champ de validité.
Les théorèmes en acte sont des invariants de type « proposition ».

- Plus l'aire augmente, plus le périmètre augmente.
- De deux nombres, le plus grand est celui qui a l'écriture la plus grande.
- Mais aussi : 2+7 qui est commuté en 7+2 pour être compté 7,8,9 selon une procédure de comptage continué (F.Conne 1992).

Mise en garde : F. Conne étudie "l'échange didactique" :
« on ne peut pas considérer comme identique [...], un théorème en acte que l'observateur repérera chez un sujet avec un (ou des) savoirs de ce sujet, car cette concordance dont nous avons fait état est le fait de l'observateur, de sa lecture de la situation ».

Concept en acte : est un invariant de type propositionnel, par exemple concept de collection, de cardinal, de transformation.

D'où la définition d'un concept comme « un ensemble d'invariants utilisables dans l'action ». La définition d'un concept fait donc appel à « l'ensemble des situations qui constituent la référence de ses différentes propriétés, et à l'ensemble des schèmes mis en œuvre par les sujets dans ces situations. » (G. Vergnaud). Pour J. Brun, « un schème chez un sujet n'est qu'à l'état de virtualité et c'est l'action en situation qui décidera en quelque sorte de l'individualisation du schème ». (1993).

Ceci conduit donc à la théorie des champs conceptuels : par exemple le champ conceptuel des structures additives est à la fois l'ensemble des situations dont le traitement implique une ou plusieurs additions ou soustractions, et l'ensemble des concepts ou théorèmes qui permettent d'analyser ces situations comme des tâches mathématiques.

5.1. Travaux et références

Comme texte de base, consulter :
- "Théorie des champs conceptuels". RDM 10 2-3(G.Vergnaud)
Champs conceptuels étudiés : structures additives, multiplicatives, équations, symétrie orthogonale.

---

[9] Références principales : G.Vergnaud 1990, J. Brun 1993.

- "Savoir et connaissance" RDM 12/3 pages 222-267.(F. Conne).

5.2. Domaines de recherches et concepts plutôt liés à la théorie des champs conceptuels

5.2.1 Les élèves

Chaque élève présente ses propres caractéristiques personnelles :
- sociales
- affectives
- ntellectuelles

qui conditionnent une partie des moyens dont il dispose pour entrer dans les apprentissages. Exemple du milieu social et de sa relation avec le rapport à ce que veut dire le mot "chercher". Une autre caractéristique propre à chaque élève est l'état de ses connaissances au moment où le professeur s'engage dans un nouvel enseignemement.

5.2.2 Prendre en compte les conceptions des élèves

Exemple pris dans l'intersection de la théorie des champs conceptuels et de la théorie des situations :

En situation de communication, en géométrie, les messages des enfants montrent à l'évidence une lecture des figures qui ne correspond pas à la lecture qu'en font les mathématiciens. Pour autant, les mathématiques ne pourraient elles pas servir à analyser les conceptions des élèves et aider le professeur dans sa tâche ?

Nous allons étudier des messages proposés par des élèves de cycle 3 (CM1) dans une activité de communication écrite en géométrie. Les émetteurs disposent de triangles découpés dans du carton. Ils doivent envoyer un message écrit afin que d'autres élèves (récepteurs) puissent dessiner une figure parfaitement superposable à la figure découpée dans du carton.

Premier exemple :

Pour comprendre ce message, il faut savoir que les élèves peuvent faire faire des navettes aux messages. Ici, la première information envoyée fut : « 12 cm 5 mm horizontale... .15cm 4 mm diagonal ». Les récepteurs écrivent alors : « Ça ne convient pas, il n'y a pas assez de mesure en diagonale », ce à quoi les émetteurs répondent : « Ça ! » :

12cm5mm horizontale →
et 15cm5mm diagonal ↑
et 15cm 4mm diagonal↖ ← ça !

ça ne convien pas il n'y a pas assez de mesure en diagonal !

Observation des récepteurs : Pour construire un triangle, les récepteurs se servent de l'information numérique. Ils construisent un segment de mesure « 12 cm 5mm horizontal », puis un segment de « 15 cm 5mm en diagonal », en respectant autant que faire se peut l'inclinaison évoquée dans le message. Ils constatent alors que le troisième segment (issu de leur construction) n'a pas la même mesure que celui des émetteurs. Ils en concluent alors que les émetteurs ont fait erreur, ce que les émetteurs contestent.

Deuxième exemple :

C'est une forme triangulaire.
les deux grand côté mesure 15 cm et 4 mm.
le plus petit côté mesure 12 cm et 5 mm.

quel est l'épesseur de votre forme? l'épesseur n'a rie à voir avec la figure

vous avez mal mesuré le petit côté. non. Nous trouvons que 13 cm et 1 mm donc c'est faut!

Non se ne pa faut

Observation des récepteurs

La question « quelle est l'épaisseur » signifie « quelle est la hauteur ». Les élèves avaient procédé comme les premiers et avaient eu la même difficulté. Ils cherchaient alors un moyen d'explorer différemment la figure. Les émetteurs ne comprennent pas « épaisseur » comme « hauteur » et les récepteurs doivent alors dévoiler leur problème : « vous avez mal mesuré le petit côté ». Ce qui nous ramène au premier exemple.

Troisième exemple :

message à exploiter en 1

La forme géométrique est comme une équaire
un côté en diagonale de 17 cm et 3 mm
un autre côté plus petit est de 15 cm et 5 mm
et le plus petit côté est de 10 cm et 1 mm
Ils se rejoingnent

Est-ce que le plus petit côté est vraimen de 10 cm et 1 mm
oui

Il se passe le même questionnement chez les récepteurs que précédemment. Dans l'ordre : le message entouré, puis « Est-ce que le plus petit côté est vraiment de 10 cm et 1 mm ? », puis « oui », puis « ils se rejoignent » ajouté au message initial.

Ces productions écrites, pour peu qu'il soit possible à l'enseignant d'observer attentivement ce qui se passe lorsque les élèves écrivent, puis lisent et tentent de construire la figure, montrent que les élèves ont des approches qu'il est important d'étudier : par exemple, chez les récepteurs, une mesure est associée à un seul segment. Cette conception dominante ne pose pas de problème pour construire le premier segment, ni le second. Mais le troisième qui est « déjà là » pose problème ; d'où les échanges. L'enseignement doit donc prendre en charge l'acquisition de savoirs non répertoriés dans les savoirs « officiels » : par exemple, savoir qu'une mesure ne caractérise pas un seul segment.

L'analyse des erreurs des élèves, les hypothèses qui peuvent être formulées sur leur origine et leur prise en compte par l'enseignant sont des objets d'étude de plusieurs équipes, dont l'équipe INRP de didactique des mathématiques. On lira en particulier les travaux de R. Charnay.

6. LA THEORIE DES SITUATIONS

Les questions posées à l'origine furent essentiellement :
- À quelles conditions un savoir peut-il exister ?
- De quel problème est-il le meilleur outil de résolution ?
- Ou dans quelles situations est-il nécessairement mobilisé ?

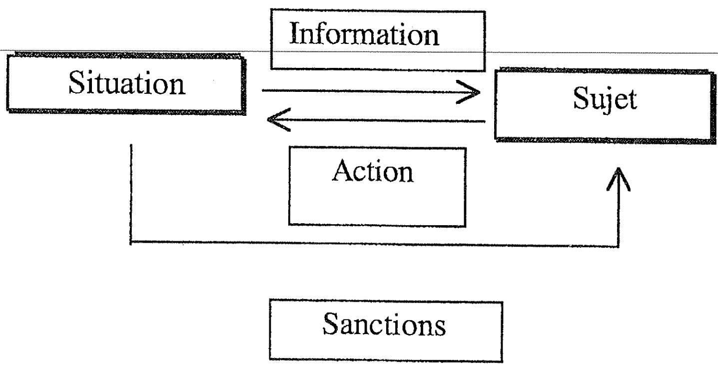
6.1. Les premiers concepts de la théorie (1970-77)

6.1.1 Dialectique de l'action

Elle consiste à placer l'élève devant un problème présentant plusieurs caractéristiques :
- la solution est la connaissance visée ;
- l'élève doit posséder un ou des modèles, plus ou moins perfectionnés, lui permettant de prendre des décisions ;
- la situation doit renvoyer à l'élève des informations sur son action lui permettant de juger du résultat, d'ajuster cette dernière, sans l'intervention du maître.

Cette adaptation se fait par essais et erreurs ; les informations renvoyées par la situation sont perçues par l'élève comme des renforcements ou des sanctions de son action. Un véritable dialogue s'instaure entre l'enfant et la situation. Cette dialectique permet donc d'activer des modèles implicites d'action, c'est à dire non encore formulable par l'élève ni a fortiori organisable en théorie.

Le sujet donne ainsi du sens à la connaissance qu'il fait fonctionner en tant que modèle implicite qu'il a validé empiriquement.



Mais il ne suffit pas alors de l'interroger pour qu'il explicite le modèle ainsi créé, il faut organiser une autre phase.

6.1.2 Dialectique de la formulation

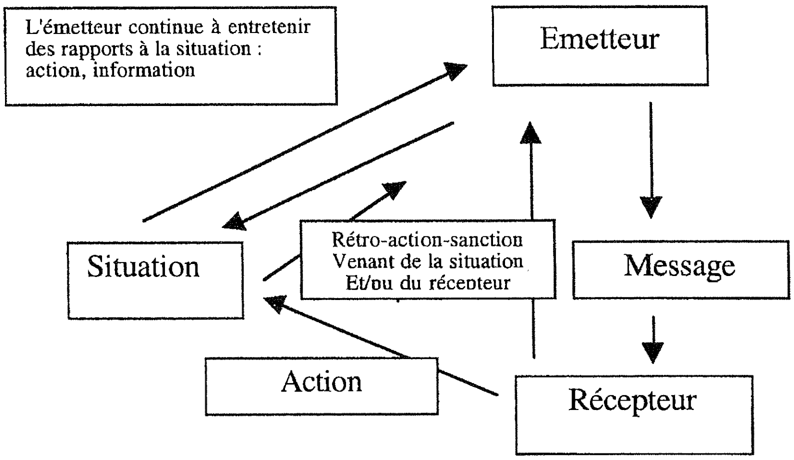
Pour que le sujet puisse expliciter lui-même son modèle implicite, et pour que cette formulation ait du sens pour lui, il faut qu'il rencontre un nouveau problème dans lequel la connaissance va obligatoirement intervenir sous forme d'un langage (écrit ou oral).

Lors de ces situations, l'élève échange avec une ou plusieurs personnes des informations rédigées dans un langage qui sera, lui-même, objet d'étude.

Ainsi, ce type de situations permet d'expliciter des modèles et donc de les formuler à l'aide de signes, de codes et de règles mises au point dialectiquement.

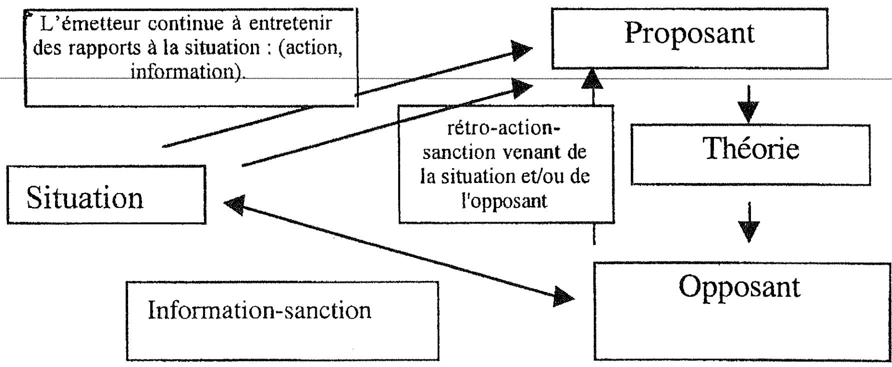
Les situations qui lui sont proposées dans ce cadre, sont dites des situations de formulation.

Les situations dites "de communication" entre élèves en sont un exemple.



6.1.3 Dialectique de la validation

La validation empirique obtenue lors de la dialectique de l'action est insuffisante pour une réelle activité mathématique. Dans cette nouvelle phase, l'enseignant doit construire une situation dont l'objectif est de démontrer pourquoi le modèle créé est valable ou non.



Pour que l'élève construise une démonstration et pour qu'elle ait du sens pour lui, il faut qu'il puisse le faire dans une situation dont l'enjeu est de convaincre quelqu'un d'autre.

Les situations ainsi créées sont des situations de validation.

On distingue des validations sémantiques et des validations syntaxiques :

Par exemple, construire le résultat suivant : 12 + 14 = 26 peut se faire en unissant deux collections d'objets (une de 12 et une de 14) et en recomptant la nouvelle collection.

Dans ce cas, on parlera de validation sémantique.

On peut également procéder de la façon suivante :

$$12 + 14 = 10 + 2 + 10 + 4 = 20 + 6 = 26$$

Dans ce cas, l'élève fait appel à des règles qui ne sont pas issues des objets eux-mêmes, mais d'un langage qui se met en place.

Dans ce cas, on parlera de validation syntaxique.

L'accès au calcul consiste pour une bonne part, à ne plus avoir recours à une validation sémantique au profit d'une validation syntaxique qui reste adaptée à des cas plus généraux (plus grands nombres par exemple). Toutefois le lien entre ces deux types de validation doit rester possible chez un élève qui a besoin de reconstruire du sens.
De plus, demander à un lycéen pourquoi 12 + 14 = 26 paraîtrait déplacé ; ce qui veut dire qu'un tel résultat va, à un moment donné, ne plus être remis en cause.

6.1.4 L'articulation des différentes phases

Il faut bien être conscient que, dans la pratique, ces phases ne se succèdent pas aussi systématiquement. La plupart des séquences de classes qui prennent en compte cette approche vont se caractériser par la présence d'une ou de plusieurs de ces phases.

En particulier, une erreur fréquente est de croire qu'en une séance de travail, ces phases devraient être systématiquement présentes. On peut concevoir une suite de deux ou trois séquences de travail au cours desquelles les seules phases d'action et de formulation sont présentes. Il faut que les élèves aient été plusieurs fois émetteurs puis récepteurs pour qu'ils puissent prendre clairement conscience du problème qui est en jeu.

L'approche par la théorie des situations constitue un modèle théorique qui est une aide précieuse pour décomposer finement les processus d'apprentissage et analyser les phénomènes observés.

6.2. Enrichissement : autres concepts

Les **variables didactiques** : (A. Bessot, F. Richard 1979) en étudiant précisément certaines situations a-didactiques, les auteurs sont amenés à mettre en évidence des éléments de la situation qui peuvent être modifiés par le maître, et qui affectent la hiérarchie des stratégies de solutions par le coût, la validité, la complexité.

Le **saut informationnel** : (JM Digneau 1980) en étudiant les effets de changement de valeur de variables didactiques, l'auteur définit un saut informationnel comme étant un changement de valeur d'une variable didactique à l'intérieur d'une situation, susceptible de provoquer un changement de stratégie.

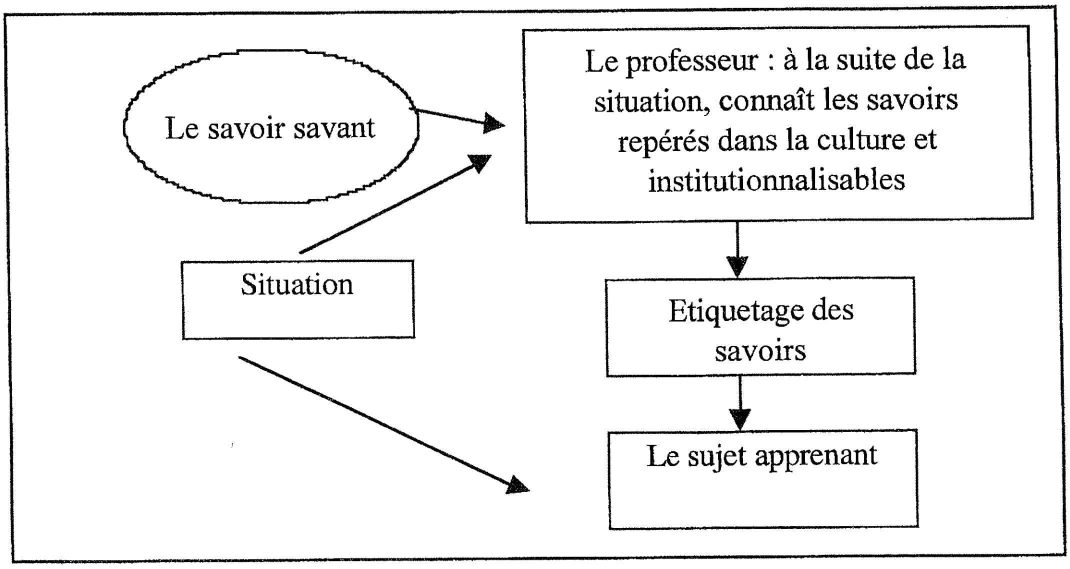
Les **modèles implicites** : les modèles implicites sont ceux à l'aide duquel un observateur formule, prévoit et explique les comportements du sujet placé dans une situation déterminée. Ces modèles implicites sont à mettre en relation avec les théorèmes en actes ou règles d'action de G. Vergnaud, mais ils sont réglés en terme d'action dans une situation.

Les obstacles sont un moyen de porter un autre regard sur les connaissances des élèves :
L'erreur n'est pas seulement l'effet de l'ignorance, de l'incertitude, du hasard, mais l'effet d'une connaissance antérieure qui avait son intérêt, ses succès, mais qui, maintenant se révèle fausse ou simplement inadaptée. G. Brousseau distingue des obstacles d'origines différentes : ontogéniques, didactiques, épistémologiques.

6.3. Petit à petit l'enseignant est pris en compte dans le modèle

6.3.1 L'institutionnalisation

Une situation qui vise l'apprentissage d'une connaissance ne pourra remplir son rôle que si le savoir en jeu est repéré, identifié par l'élève. Certains résultats pourront être rapidement oubliés, d'autres doivent être retenus. L'enseignant a la responsabilité d'organiser cette distinction.



6.3.2 Le contrat et ses effets

Le contrat didactique est le résultat de la négociation des rapports établis explicitement et/ou implicitement entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu et un système éducatif, afin de faire approprier aux élèves un savoir constitué ou en voie de constitution. Il définit les rôles des uns et des autres et la part de responsabilité de chacun dans la gestion des savoirs. Contrairement au contrat pédagogique, l'existence du contrat didactique ne s'impose pas toujours à l'enseignant et encore moins aux élèves. Pourtant le professeur, par son attitude, détermine souvent de façon inconsciente le rapport des élèves au savoir : attente de la parole du professeur, attitude de recherche, contrôle de résultats par l'élève, etc.

Le contrat didactique est déterminant au niveau des apprentissages. La professionnalisation du métier d'enseignant passe donc par son étude afin de permettre des choix réfléchis.

Il est dans la nature de ce contrat de pouvoir s'adapter aux élèves, au savoir en jeu, au moment, et au type de tâche. Dans la phase a-didactique d'une situation, l'élève est responsable des connaissances qu'il mobilise, des stratégies qu'il développe. Dans une situation d'action ou de formulation ou de validation, sa responsabilité n'est pas engagée de la même manière. Par exemple, dans une situation de validation, il doit fournir des preuves, développer des arguments, réfuter des critiques alors qu'en situation de formulation, on lui demande de présenter sa solution, d'expliciter sa démarche. Il n'a pas à convaincre des contradicteurs. Lors de **l'institutionnalisation des connaissances**, le maître reprend le principal rôle dans la gestion des savoirs, il apparaît comme le responsable officiel.

Selon la conception que le professeur a de l'apprentissage, le problème se pose de savoir quelle part du contrat doit être explicitée.
« Pourquoi alors ne pas expliciter le contrat ? Pourquoi ne pas aller jusqu'à le coucher noir sur blanc, de manière à ce qu'il n'y ait plus d'ambiguïté ? Malheureusement cela n'est pas possible,

sauf à éteindre tout processus d'apprentissage, à donner les réponses en même temps que les questions.[10] ».

Si l'objectif du professeur est de laisser à l'élève l'initiative de construire ou mobiliser telle connaissance, la présentation de la situation ne doit pas comporter des indicateurs de cette connaissance. Dans ce cas, la partie du contrat qui identifie le savoir en jeu doit rester dans un premier temps implicite au regard de l'élève.

Ainsi, non seulement, il apparaît nécessaire de maintenir implicites certains aspects du contrat, mais aussi de provoquer des ruptures. Dans une perspective constructiviste, le traitement du savoir en situation de classe, va plutôt reposer sur les ruptures prévues du contrat. Ces ruptures apparaissent nécessaires à l'apprentissage alors que dans une perspective béhavioriste le principal rôle dans la gestion des savoirs est toujours tenu par le maître.

G. Brousseau a mis en évidence les "effets de contrat" qu'il a nommé « effet Jourdain », « effet Topaze ». On se reportera à ses articles.

6.3.3 La mémoire didactique

- La mémoire didactique devient nécessaire dès que l'on veut opérationnaliser celle de contrat didactique. (G. Brousseau, J. Centeno. 1991)
- Je placerai les travaux d'A. Mercier tout près des précédents : à partir de la biographie personnelle de l'élève, A. Mercier montre les effets des contraintes dues au temps didactique sur les savoirs personnels. Il a mis en évidence que « c'est en définitive aux élèves eux-mêmes de constituer - chacun pour soi - les objets ainsi connus en une organisation de savoirs. » On retrouve là, la difficile question de ce qui doit rester in fine sous la responsabilité de l'élève, son jardin secret, là où il **SE** construit, où il assume la responsabilité de la signification des savoirs.

6.3.4 Le professeur comme objet d'étude dans la relation didactique

Le professeur n'est pas un acteur neutre ; Influent sur son enseignement :
- le rapport qu'il entretient avec les mathématiques, par le biais de ses représentations sur ce savoir ;
- ses conceptions de l'apprentissage ;
- l'idée qu'il se fait de chacun de ses élèves, et donc les attentes qu'il développe à leur propos.

Voir, en particulier les recherches de C. Blanchard-Laville et coll : "Variations sur une leçon de mathématiques" éd. L'Harmattan. (1997).

6.4. Connexions avec les autres travaux

6.4.1 Avec la transposition didactique

Y. Chevallard s'intéresse surtout au passage de l'objet du savoir savant à l'objet à enseigner, G. Brousseau s'intéresse plus au passage de l'objet d'enseignement à l'objet enseigné. Idée de produire et de contrôler.
Sujets étudiés : construction des nombres entiers, des rationnels et des décimaux, numération, opérations arithmétiques, géométrie, raisonnement, algèbre.

[10] S. JOHSUA J-J. DUPIN : Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques PUF (1993)

6.4.2 *Avec la théorie des champs conceptuels : confirmer les rôles réciproques des connaissances et des savoirs*[11].

Tout un champ de recherches est ouvert : il s'agit confirmer le rôle des connaissances spontanées dans leur rapport aux savoirs enseignés. Dès lors, la théorie des situations va s'enrichir :

- Harrisson Ratsimba Rahjohn, en travaillant sur l'introduction des rationnels dans la scolarité obligatoire met au point une méthodologie de reconnaissance de l'existence de conceptions chez les élèves.
- A. Rouchier étudie le problème de la conversion réciproque entre savoir et connaissance et le rôle de l'institutionnalisation dans cette conversion.
- Les travaux de J. Briand, M-H. Salin & R. Berthelot, de Pilar Oruz Baguena, montrent que pour acquérir certains savoirs, et non des moindres, l'élève doit mettre en œuvre des connaissances qui ne font pas l'objet d'un enseignement, mais qui sont toutefois attendues par le système.

7. LES RECHERCHES DIDACTIQUES SUR LA FORMATION PROFESSIONNELLE

Elles se situent autour de l'expertise enseignante, des contenus de formation, de la réflexion a posteriori sur la pratique en classe, de l'articulation théorie / pratique, et des formations par la recherche. Citons les travaux de J. Portugais (1992) et les travaux sous la conduite d'A. Robert. Parmi ceux-ci, nous évoquons ceux qui concernent l'enseignement primaire :

---

11 ***Savoir :*** *ensemble des connaissances approfondies acquises par un individu, grâce à l'étude et à l'expérience(Dictionnaire actuel de l'Education Larousse). Cette définition générale est construite autour de l'individu. Elle utilise le terme connaissance. Voici d'autres définitions qui prennent en compte l'aspect social de la définition du savoir :*

Le "savoir" *est l'ensemble des instruments culturels (c'est à dire construits, reconnus et portés par une société importante) de reconnaissance et de traitement des connaissances (identification, communication, organisation et preuve, utilisation, etc.).*

"Les savoirs" *sont les éléments du savoir qui s'expriment sous forme de déclarations et d'énoncés. Dans le milieu scolaire, « culturellement reconnus et identifiés » veut dire considérés comme des pré-requis, comme des objectifs d'enseignement ou comme des éléments culturels directement convocables et utilisables par l'enseignant.*

"Les savoir-faire" *sont des éléments du savoir qui se présentent sous forme de procédures ou d'algorithmes (considérés comme des pré-requis ou comme des objectifs d'enseignement). Par exemple, l'exécution standard d'une multiplication en cours de résolution d'un problème sera un savoir-faire. Dans l'artisanat, l'industrie, on parle du savoir-faire des anciens qui doit se transmettre, qui ne doit pas se perdre, qui est vital pour l'entreprise : dans ce cas, l'idée est que certains savoirs (faire) qui améliorent la réalisation d'une tâche se transmettent sans qu'ils soient officialisés, tout en étant reconnus.*

"Les connaissances" *sont les moyens développés par des individus ou par des institutions pour produire des réponses adaptées à leurs activités. Certaines connaissances sont des savoirs, ou des savoir-faire appliqués, c'est à dire convertis en moyens de décision ou d'action, mais d'autres sont des régularités, des schèmes ou des modèles qui peuvent échapper à l'analyse ou même à la conscience de ceux qui les utilisent et ne sont donc ni des savoirs, ni des savoir-faire.*

Extrait 1: « Lorsque le sujet reconnaît le rôle actif d'une connaissance sur la situation, pour lui, le lien inducteur de la situation sur cette connaissance devient inversible : il sait. Une connaissance ainsi identifiée est un savoir, c'est une connaissance utile, utilisable, dans ce sens qu'elle permet au sujet d'agir sur la représentation ».

Extrait 2: « Dans certaines situations, l'élève a besoin de connaissances que l'école n'enseigne pas, mais qu'il doit pourtant mettre en œuvre pour apprendre le savoir ou pour utiliser ce qu'il a appris. »

Des travaux cherchant à caractériser des formations disciplinaires ou à les évaluer sont menées auprès des professeurs des Ecoles. A. Kuzniak (1994) dégage trois types de stratégies utilisées par les formateurs :

- les stratégies de monstration où le formateur place les formés en observation d'une séance de mathématiques à l'école primaire,
- les stratégies d'homologie où le formateur met en scène du savoir comme il souhaiterait que les formés mettent en scène dans leur propre classe, et
- les stratégies de transposition fondées sur la reconnaissance d'un savoir savant de didactique, où le formateur s'appuie sur ce savoir pour expliciter des choix d'enseignement.

C. Houdement (1995) montre que les choix des formateurs sont influencés d'une part par les connaissances a priori que les formés ont du thème mathématique, d'autre part, par le traitement du thème par les maîtres du terrain.

D'autres recherches (M-L. Peltier (1996), P. Masselot (en cours) permettent de contribuer à se faire une idée de l'impact d'une formation initiale, de la préparation au concours de recrutement des professeurs des écoles, sur les pratiques ultérieures en classe.
De même des études sont menées sur le compagnonnage dans les formations de terrain et sur les principaux déficits des débutants dans leur première classe (D. Butlen 1996).

BIBLIOGRAPHIE

1 - Ouvrages théoriques de référence :

ARSAC G. et coll. (1995) « *Différents types de savoirs et leur articulation* », La Pensée Sauvage, Grenoble.

ARTIGUE M. et coll. (1994) « *Vingt ans de didactique en France* », La Pensée Sauvage, Grenoble.

ARTIGUE, BROUSSEAU, BRUN, CHEVALLARD, CONNE, VERGNAUD (1996) « *Didactique des mathématiques* », Delachaux & Niestlé collection : textes de base en pédagogie.

BLANCHARD-LAVILLE et coll. (1997) « *Variations sur une leçon de mathématiques* », L'Harmattan.

CHEVALLARD Y. « *La transposition didactique* », La Pensée Sauvage, Grenoble.

DUPIN J.J., JOSHUA S. « *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques* », PUF collection premier cycle.

Remarque : ne figurent pas ici les thèses en didactique dont de nombreuses concernent l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.

2 - Ouvrages de formation en didactique des mathématiques :

BRIAND J., CHEVALIER M.-C. (1995) « *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques* » Hatier.

DUBOIS C., FRENICHEL M., M. PAUVERT M. : « *Se former pour enseigner les mathématiques* » A.Colin.

VERGNAUD G. et coll. « Apprentissage et didactique : où en est-on ? » Hachette éducation.

3 -Textes de base :

PERRIN-GLORIAN M.-J. (1993) « *Théorie des situations didactiques : naissance, développement et perspectives* » In « Vingt ans de didactique des mathématiques en France » pp 97-147, La Pensée Sauvage, Grenoble.

ARTIGUE M. (1988) « *Ingénierie didactique* », RDM 9-3 pp 281-308.

BROUSSEAU G. (1986) « *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques* », RDM 7-2 pp 33-115.

~~BROUSSEAU G. (1988) « *Le contrat didactique, le milieu* », RDM 9-3 pp 309-336.~~

BROUSSEAU G. (1994) « *La recherche en didactique des mathématiques* », Rebondir n° 125 mars/avril 1995.

BROUSSEAU G. (1995) « *Qu'est-ce que faire des mathématiques* » revue n° 400 de l'APMEP.

CENTENO J. (1991) « *Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant* », RDM 11 (2-3) pp 167-210.

CONNE F. (1993) « *Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique* » , RDM vol 12/2.3, La Pensée Sauvage, Grenoble.

DOUADY R. (1987) « *Jeux de cadres et dialectique outil-objet* », RDM vol n°7/2.

VERGNAUD G. (1990) « *La théorie des champs conceptuels* », RDM 10/2.3 Grenoble.

4 - Ouvrages COPIRELEM :

Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques disponibles à l'IREM de Paris 7 (5 tomes) **C**ahors 91 / **P**au 92 / **C**olmar 93 / **A**ngers 95 / **R**ennes 96 / Besançon 97.

Actes des colloques annuels de la COPIRELEM diffusés par l'IREM de l'Académie d'accueil (6 tomes) **P**aris 90 / **N**ice et **B**esançon 91/92 / **A**ussois 93 / Chantilly 94 / **D**ouai 95 / **M**ontpellier 96 / **S**t Etienne 97 / **L**octudy 98.

La COPIRELEM contribue depuis 1992 à la parution annuelle des sujets de mathématiques du concours de recrutement des professeurs d'école (ces sujets comportent des questions

didactiques et pédagogiques). Les annales sont publiées avec des corrigés détaillés par l'IREM de Bordeaux I et l'IREM de PARIS VII.

5 - Compte-rendus de recherche I.N.R.P.
I.N.R.P. « Un deux beaucoup passionnément »., I.N.R.P. « En maths peut mieux faire ». Rencontres pédagogiques 12 1986., I.N.R.P. « Chacun, tous, ...différemment » rencontres pédagogiques 34 1995.

6 - Les publications de l'IREM de Bordeaux (Elémentaire), de Paris VII (DIDIREM) entre autres. (demander les catalogues auprès des IREM concernés).

7 - La collection ERMEL

8 - Les revues en France :
Revue de didactique des mathématiques (RDM). Éditions de la Pensée Sauvage. Revue de référence pour tous ceux qui s'intéressent à la didactique des mathématiques.
« Grand N » de l'IREM de Grenoble (Revue de mathématique, sciences et technologie pour les maîtres de l'école primaire).
« Repères-IREM » (revue des IREM)

EXEMPLES DE PRATIQUES DE FORMATION

- **Une séance de travaux dirigés en PE1**

  Ce premier document est la présentation d'une séance de formation en PE1 dont l'objectif est de permettre aux étudiants de s'approprier certains éléments de didactique en étant eux-mêmes placés en situation d'apprentissage puis en analysant le déroulement de la séance.

  Ce document est assorti de productions d'étudiants.

- **Analyse à priori de séquences de formation à propos des décimaux**

  Ce deuxième document analyse des séquences d'enseignement sur les nombres décimaux présentées en première année de formation des professeurs des écoles.

ENSEIGNEMENT ET APPRENTISSAGE EN PE1

Gaby LE POCHE
IUFM de Rennes

1. INTRODUCTION

Contexte

La séance de formation s'est déroulée au cours du premier trimestre de première année, après une dizaine d'heures d'interventions avec le même formateur sur les aspects notionnels de la numération.

Les étudiants ont donc déjà eu l'occasion de se familiariser avec la conception de l'apprentissage qui sera développée et analysée au cours de cette séance.

Objectifs

Objectifs mathématiques

- Déterminer une mesure par commensuration.
- Réinvestir les rationnels dans un contexte de mesure d'aires.

Objectifs didactiques

Les situations illustrent les notions d'appropriation et de dévolution des tâches, de contrat didactique, de validation et de preuve.

Objectifs méthodologiques

La séance met en évidence une certaine conception de l'apprentissage et développe une méthodologie, transférable, du travail par groupe.

L'accent est mis sur des techniques de gestion des différences de rapidité entre les groupes.

Structures pédagogiques

Les vingt-quatre étudiants sont répartis en sept groupes de trois ou quatre personnes constitués par affinité.

Matériel

Deux rétroprojecteurs et deux tableaux de papier (paper-board) destinés à séparer très nettement les activités d'ordre méthodologique de celle d'ordre mathématique.

PHASE 1

Présentation des objectifs et des tâches associées

L'objectif d'ordre méthodologique

Familiarisation, en situation vécue, à une méthodologie conforme à une certaine conception de l'apprentissage.
(conception à laquelle adhère le formateur).

Il est écrit par un étudiant, sous la dictée de l'enseignant, sur l'un des tableaux de papier (il restera présent pendant toute la durée de la séance). Les tâches correspondantes ne sont pas précisées.

La tâche d'ordre mathématique

Mesurer des aires

Elle est décrite de la même façon sur l'autre tableau de papier mais, cette fois, ce sont les objectifs associés qui ne sont pas portés à la connaissance des étudiants.

PHASE 2

Appropriation de la tâche d'ordre mathématique

SITUATION S1 : « la clé à molette » (voir annexe 1)

Matériel

- Une fiche par étudiant.
La même fiche est également placée sur le rétroprojecteur (côté réservé aux mathématiques).
- Un grand tableau mural sur lequel un représentant par groupe viendra écrire sa proposition de résultat (un numéro de référence a préalablement été attribué à chaque groupe).
- Crayons, calques, ciseaux et compas à disposition.

Déroulement

Le professeur donne la consigne suivante :

Il s'agit de calculer la mesure de l'aire de la surface S1 en prenant U1 comme unité. Lorsque les trois personnes du groupe se seront mises d'accord, un représentant viendra écrire le résultat commun sur le tableau préparé à cet effet

Comme prévu, le tableau se remplit rapidement du résultat 8, commun à tous les groupes.

Le professeur fait remarquer que tous les groupes ont produit un résultat, qu'il n'y a pas de divergences, mais que ce résultat reste sous la responsabilité des étudiants et qu'il ne saurait en aucun cas être cautionné par lui.

PHASE 3

3.1. Conception de l'apprentissage

1) Présentation rapide de trois conceptions de l'apprentissage avec le statut de l'erreur qui leur correspond

- la « tête vide »,
- les « petites marches »,
- le « constructivisme ».

Matériel

Un transparent (annexe 7)

2) Le lecteur, désigné, lit les phrases pointées par l'enseignant. Eventuellement, celui-ci les explicite. L'enseignant précise aux étudiants qu'il va tenter de mettre en œuvre une conception de séance s'appuyant sur le « constructivisme » et qu'ils devraient donc rencontrer un ou des obstacles qui pourraient, éventuellement, les déstabiliser provisoirement pour une accommodation future à un niveau supérieur.

3.2. Grille d'analyse

Le professeur présente une « mini-grille » d'analyse d'une situation d'apprentissage.

Matériel
Un transparent (annexe 8)

Le seul point développé est le type de validation recherché. Un lecteur désigné lit les phrases pointées par l'enseignant, celui-ci les explicite.

3.3. Le rôle de l'enseignant

Présentation d'un transparent qui définit le rôle de l'enseignant au cours d'une situation d'apprentissage.

Matériel
Un transparent (annexe 9)

L'essentiel consiste à développer la notion de contrat. Il est ici explicitement passé entre l'étudiant et l'enseignant : chacun connaît le rôle de l'autre.

Le transparent restera projeté durant la durée des recherches et l'enseignant pourra y faire référence.

PHASE 4

Appropriation de la tâche d'ordre mathématique (suite)

SITUATION S2 : « *la cocotte* » *(voir annexe 2)*

Matériel
Identique à celui de la phase 2.

Déroulement
Le professeur donne la consigne suivante :
Calculez la mesure de l'aire de la surface S2 en prenant U2 comme unité.
Après accord dans le groupe, un délégué écrira le résultat dans le tableau préparé à cet effet.

Cette fois, et cela avait été prévu, les propositions s'étalent dans le temps et l'enseignant gère cette différence de rythme en proposant aux plus rapides une situation S3 : « le sphinx » (annexe 3). Le transparent « cocotte » reste cependant projeté durant toute la durée de cette phase.

Après cinq minutes, le dernier groupe écrit son résultat : 16. Celui-ci est encore commun à toute la classe. L'enseignant réitère alors les remarques déjà formulées au cours de la deuxième phase sur l'absence de caution de sa part quant aux résultats trouvés par les groupes.
Remarque : pour cette activité, on peut déjà constater que les procédures se différencient.

PHASE 5

Création d'un obstacle

L'objectif de cette phase est de créer un obstacle qui oblige les échanges au sein de chaque groupe et entre les groupes, obstacle qui exige la justification des procédures.

Matériel

Identique à celui de la phase 2.

5.1. Première étape : les rationnels

Cette première étape vise une « réactivation » des connaissances mathématiques sur les rationnels.

La comparaison des unités U1 et U2 sert de prétexte à l'introduction du rationnel 1/4 : U2 = 1/4 x U1.

Puis, le maître soumet au groupe classe, sous la forme d'un transparent, des exercices issus de la brochure « La machine à partager » de l'IREM de Rouen et présentés sous forme de Q.C.M. (annexe 6).

Quelques difficultés surgiront, mais seront rapidement résolues.

5.2. Deuxième étape : l'obstacle

SITUATION S4 « *le puzzle* » (voir annexe 4)

Déroulement prévu

- Analyse a priori des procédures.

La situation est construite de telle sorte qu'à vue d'œil ou même par découpage, les étudiants proposent les résultats suivants :

C = 1/2 x U4
B = 3/2 X U4
D = (1+1/4) x U4
E = 1 x U4
A = 1/4 x U4

et ceci malgré la précision, donnée plus tardivement par l'enseignant, que le côté du carré de base est égal à 3 fois chaque côté de l'angle droit du triangle rectangle A.

- On espère alors que l'un des groupes d'étudiants proposera de sommer les mesures des aires pour trouver 4,5.

Cela devrait permettre de rejeter les propositions précédentes sans trop de difficultés, car mes$_{U4}$ (A+B+C+D+E-)= 4.

- Dans tous les cas, l'enseignant soumettra à la réflexion des élèves « l'unité manquante » (puzzle de FIBONACCI, nombres 64 et 65, cf. annexe 5).

Les explications provisoires suivantes, en référence avec S4, seront alors fournies par le professeur :

- *En déplaçant les pièces d'un puzzle, celles-ci diminuent.*

Ou

- *La formule donnant l'aire d'un rectangle, apprise à l'école, est fausse.*

Ou

- *Les calculs sur la somme de rationnels sont érronés.*

Cette mise en scène a plusieurs objectifs :

➢ Inciter les étudiants à calculer, si cela n'a pas été fait, la somme des mesures trouvées.

➢ Rendre les affirmations de l'enseignant susceptibles de critiques et développer alors la notion de preuve.

- ➢ Mettre les étudiants devant leur responsabilité d'invalider eux-mêmes leur proposition de solution.
- ➢ Gérer la différence de rapidité, en proposant aux groupes ayant terminé leur travail (y compris la préparation de l'exposé de leur méthode sur tableau de papier grand format) la résolution de l' « énigme de l'unité manquante ». Le choix des nombres est différent de celui qui a été proposé au rétroprojecteur, ce qui rend la tâche d'autant plus difficile.

Si la solution à la situation S4 tarde à venir dans certains groupes, l'enseignant imposera un brassage des groupes n'ayant rien découvert, puis, après un échange, un retour à la composition initiale.

PHASE 6

Retour sur la méthodologie

Objectif

Institutionnalisation locale de quelques notions méthodologiques et didactiques.

Matériel

Divers transparents

Méthode

Questionnement collectif du groupe-classe.

Déroulement

6.1. Le rôle de l'adulte

On étudie ici le rôle de l'adulte au cours des situations d'apprentissage (transparent : annexe 9).

Est abordée la notion « d'histoire de la classe ».

6.2. La mini-grille

La « mi-grille » d'analyse d'une situation d'apprentissage (transparent : annexe 8).

La séance est analysée en fonction des quatre points du document :

- La gestion du temps scolaire.
- Le degré de liberté de l'élève.
- Le rôle de l'erreur.
- La validation.

Les étudiants constatent que les critères d'efficacité pointés dans cette fiche ont été respectés.

6.3. La situation problème

Il s'agit de la situation-problème d'apprentissage (transparent : annexe 10).

Les étapes sont les suivantes :

- L'enseignant développe, à travers le rôle des situations S1 et S2, la notion d'appropriation des tâches.
  Est abordée la fonction spécifique de la situation S3.
- La situation S4 permet de revenir sur la notion d'obstacle qui a été fortement ressentie (transparent : annexe 7).
- Le besoin éventuel d'une évaluation individuelle est évoquée.

6.4. Débat

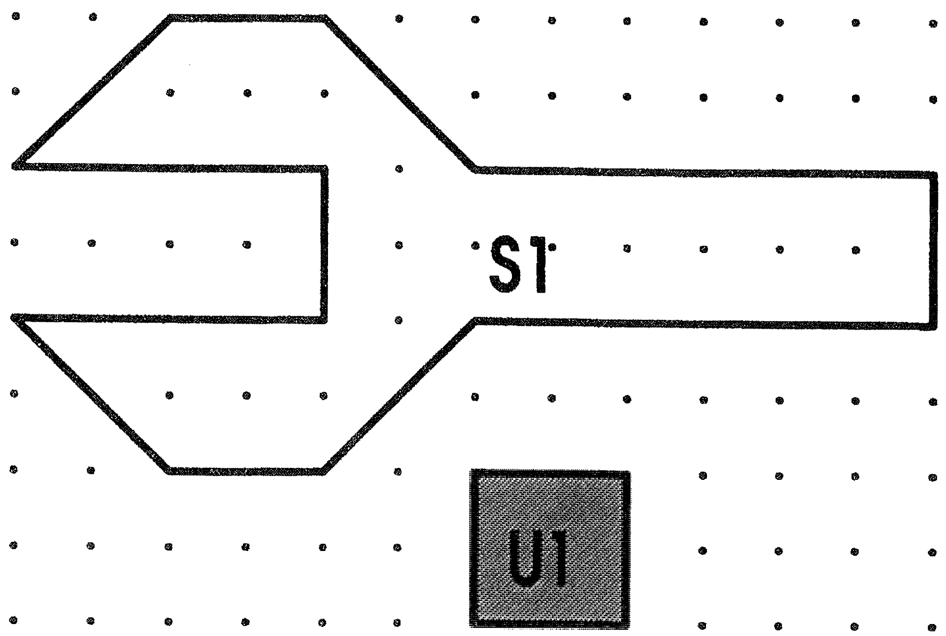
La séance se termine par une phase au cours de laquelle les étudiants se posent de nombreuses questions et amorcent spontanément des discussions.

Les interrogations sont parfois relayées par le formateur au niveau de toute la classe :

- Sur la constitution des groupes : homogènes ou hétérogènes ?
- Sur l'évaluation de type diagnostic.
- Sur la gestion des différents rythmes de travail.
- Sur le rôle affectif de l'enseignant.

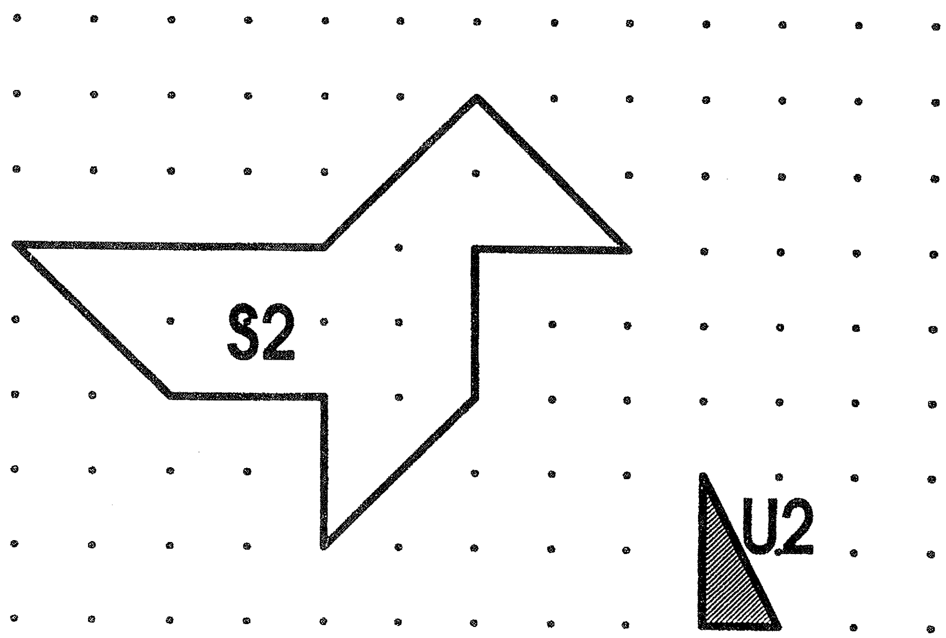
Annexe 1

La clé à molette



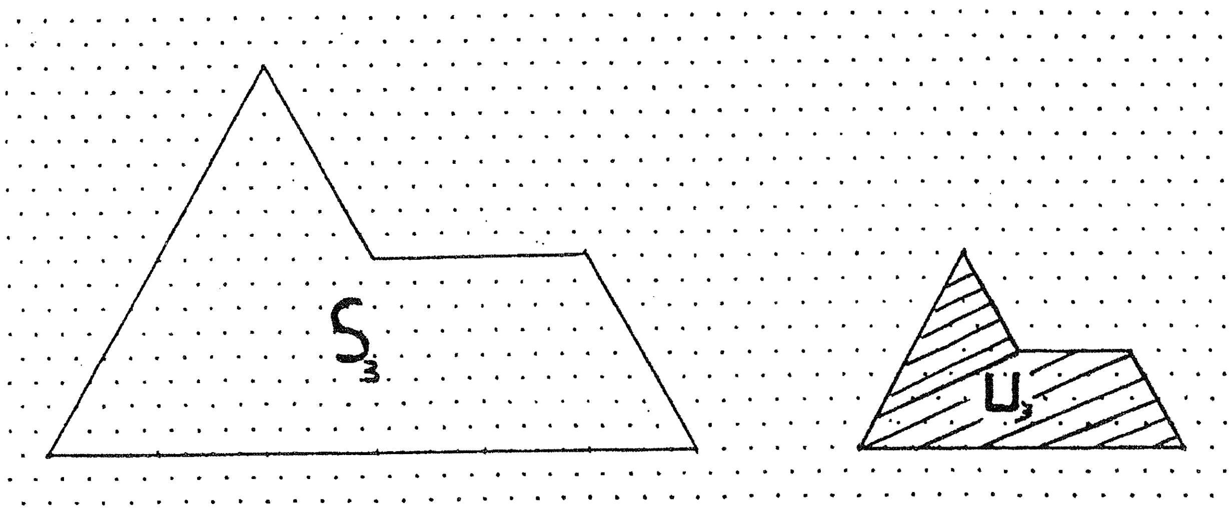
Annexe 2

La cocotte



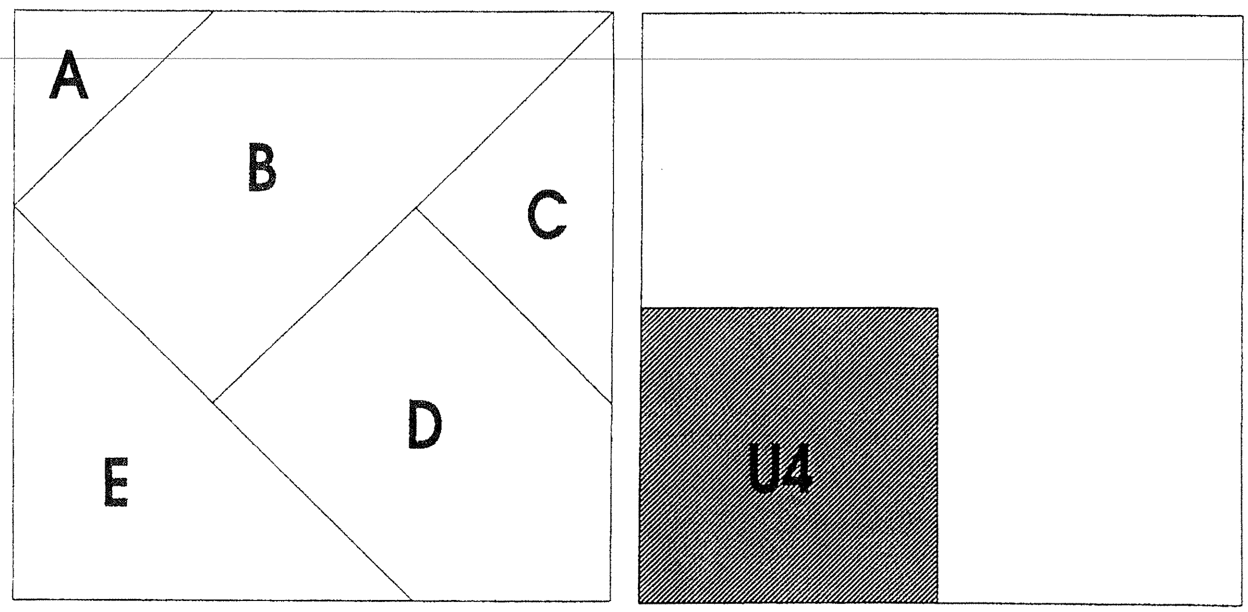
Annexe 3

Le Sphinx

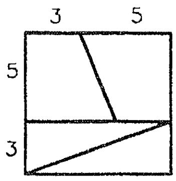


Annexe 4

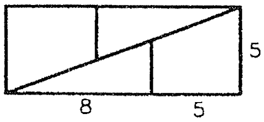
Le puzzle

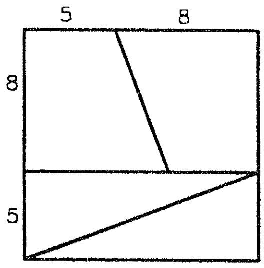


Annexe 5

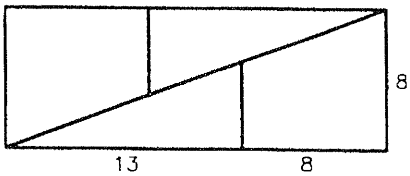


$8 \times 8 = 64$
$13 \times 5 = 65$

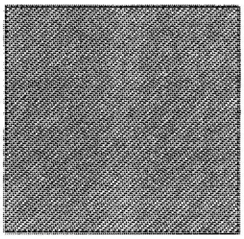




$13 \times 13 = 169$
$21 \times 8 = 168$



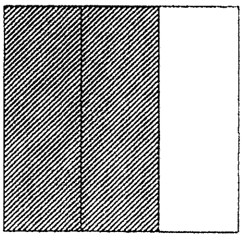
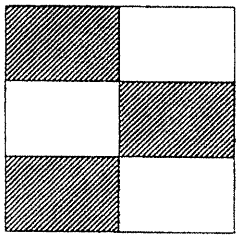
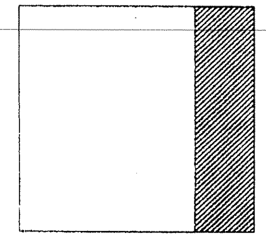
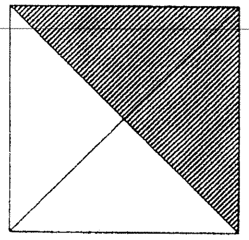
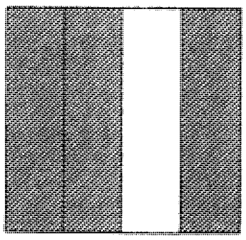
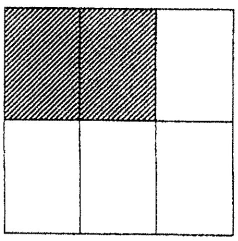
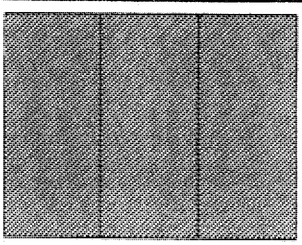
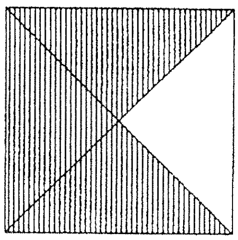
Annexe 6



(extrait de *"La machine à partager"*, publication de l'IREM de Rouen)

Voici la surface étalon. L'aire hachurée est 1.
A toi d'entourer les "bonnes fractions" qui indiquent l'aire hachurée.

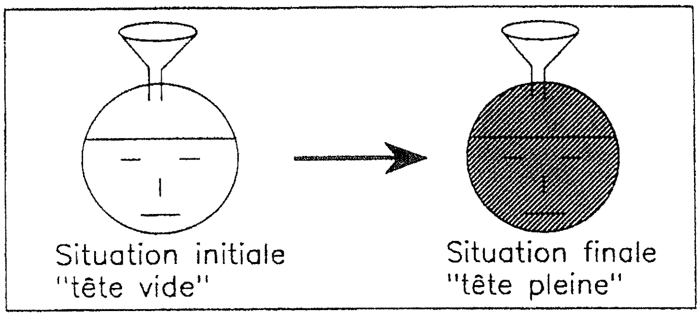
Attention aux pièges !

	(a $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{2}$		(b $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{1}{4}$
	(c $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$		(d $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$
	(e $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$		(f $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{6}$
	(g $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{3}$		(h $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{8}$

Annexe 7

CONCEPTIONS DE L'APPRENTISSAGE — **STATUTS DE L'ERREUR**

CONCEPTION DE LA TÊTE VIDE



limite : entre le sens du message communiqué et le sens que l'élève lui donne il y a une <u>énorme</u> différence.

L'ERREUR EST RÉVÉLATRICE D'UN DYSFONCTIONNEMENT.

ELLE EST SYNONYME <u>D'ÉCHEC</u> (POUR L'ÉLÈVE ET POUR LE PROFESSEUR)

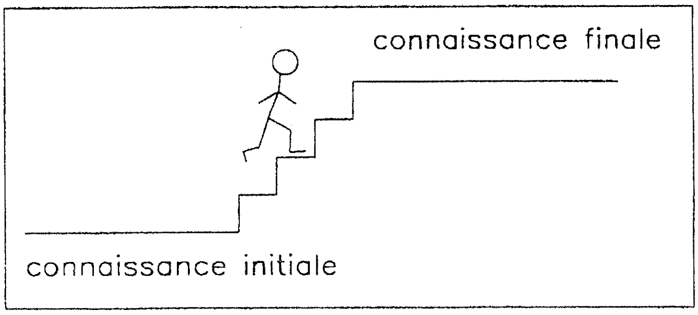
IL FAUT SUPPRIMER L'ERREUR A TOUT PRIX.

ON RÉEXPLIQUE.

SI L'ÉLÈVE FAIT TROP D'ERREURS, IL REDOUBLE.

AINSI IL AURA DE NOUVELLES RÉEXPLICATIONS

CONCEPTION DES PETITES MARCHES

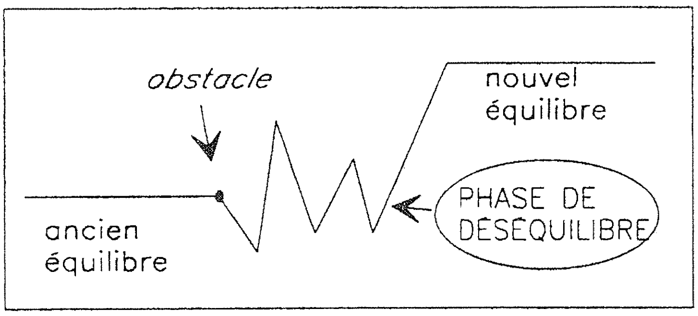


exemple : enseignement programmé (EAO, dérivé de la PAO)
limite : savoir faire les tâches intermédiaires ne signifie pas savoir faire <u>l'intégralité</u> de la tâche

DANS CETTE CONCEPTION, L'ERREUR DOIT ÊTRE ÉVITÉE ET SI ELLE SE PRODUIT, LES CONNAISSANCES DE L'ÉLÈVE NE SONT PAS REMISES EN CAUSE, MAIS C'EST LA PROGRESSION PROPOSÉE QUI NE CONVIENT PAS :

<u>LA MARCHE EST TROP HAUTE</u>.

LE CONSTRUCTIVISME



1) C'est en agissant qu'on apprend
2) L'élève est au centre de l'action pédagogique
3) Il faut qu'il y ait remise en cause des connaissances antérieures pour qu'il y ait progrès
4) Il est souvent indispensable de provoquer des conflits socio-cognitifs.

L'ERREUR N'EST PLUS <u>UNE FAUTE</u>.

QUAND UN ÉLÈVE APPREND, IL EST <u>NORMAL</u> QU'IL FASSE DES ERREURS.

S'IL NE FAIT PAS D'ERREUR, <u>IL N'APPREND PAS, IL SAIT DÉJÀ</u>.

L'ERREUR EST UN <u>MOYEN</u> POUR L'ENSEIGNANT DE MIEUX CONNAÎTRE <u>LES CONCEPTIONS INITIALES</u> DES ÉLÈVES.

L'ENSEIGNANT DOIT CONVAINCRE L'ÉLÈVE QUE <u>SES ERREURS L'INTÉRESSENT</u>.

Annexe 8

PRINCIPAUX INDICATEURS D'EFFICACITÉ D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE

(pour une première analyse rapide en cours de réalisation)

1. La gestion du temps scolaire

- temps d'intervention du maître (temps d'enseignement) :
  il devrait diminuer.
- **temps de recherche** de l'élève (temps d'apprentissage) :
  il devrait **augmenter**

2. Le degré de liberté de l'élève

- **l'enfant met-il en oeuvre ses propres procédures** ou se contente-t-il de suivre mécaniquement les procédures suggérées par le maître ?

  Il devrait y avoir davantage de procédures différenciées de la part des élèves.

3. Le rôle de l'erreur

- le maître permet-il son expression ou la sanctionne-t-elle ?

  Les **erreurs** devraient être **considérées positivement** par le maître (comme le reflet des représentations des élèves).

4. La validation

- le fait de l'enseignant ou une **rétroaction** de l'élève ?

  On devrait constater que la situation proposée est autovalidante ou que les procédures des enfants sont validées au cours d'une interaction entre pairs ou d'un débat scientifique entre différents groupes.

La validation ne devrait jamais être le fait de l'enseignant.

Annexe 9

RÔLE DE L'ADULTE AU COURS DES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

Au cours d'une séance

- Il peut ***rappeler*** aux enfants la ***tâche*** à accomplir
- Il peut leur ***montrer*** ce qu'ils ***savent déjà faire*** en réactivant, au besoin, leurs ***connaissances de niveau inférieur*** (connaissances mobilisables).
- Il peut dispenser des ***encouragements*** (rôle affectif).
- Il peut les ***aider*** à s'organiser, à ***organiser*** leurs recherches, à bien les présenter...
- Lorsque les opinions sont divergentes, il peut ***provoquer un débat*** et il doit alors l'animer.
- etc.

En début de séance

- Il doit rappeler ou faire ***rappeler le contenu de la séance précédente***.

En fin de séance

- Toute séance devrait se terminer par un retour rapide sur ce qui a été vécu et sur ***l'état des travaux en cours***, travaux qui vont éventuellement se poursuivre au cours d'une séance suivante *("histoire de la classe")*

Annexe 10

La situation-problème d'apprentissage (séquence d'apprentissage)

Construction de la situation d'apprentissage

- un objectif obstacle
- face à cet obstacle
  - ⇒ quelles sont les procédures initiales (P.I.) observées ? Évaluation diagnostic
  - ⇒ quelles sont les procédures finales (P.F.) caractéristiques du franchissement de l'obstacle (champ conceptuel) ? Le but à atteindre est d'obtenir la production des P.F. par l'apprenant.
  - ⇒ si P.I. = P.F. l'apprentissage a déjà eu lieu.
- une situation avec des variables de la situation : il faut repérer les variables didactiques (celles qui auront une influence sur les procédures des élèves) au cours d'une analyse a priori.

  Leurs modifications obligeront l'élève à passer de P.I. à P.F.

Différentes étapes

Remarque : une étape n'est pas une séance scolaire, une séquence d'apprentissage peut être constituée de plusieurs séances.

1. Appropriation

- la tâche doit être réussie avec les P.I. (connaissances anciennes de niveau inférieur)
- cela permettra à l'élève de bien intégrer la tâche à réaliser. Il est souhaitable que celle-ci soit auto-validante. On est ici au stade de la compréhension des consignes de travail.

2. Apprentissage

- fixation des contraintes (les changements de valeur de certaines variables didactiques). Elles devraient obliger l'apprenant à ne plus utiliser ses P.I. (inopérantes maintenant) pour inventer les P.F.

3. Évaluation

- avec un dispositif semblable, mais un travail individuel : il faut pouvoir constater que dès la fixation des contraintes l'enfant utilise les P.F.

ANNEXE 4
LE PUZZLE

GROUPE 1

Aire de A (par rapport au côté a)

$$\frac{\frac{1}{3}a \times \frac{1}{3}a}{2} = \frac{1}{9}a^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18}a^2$$

Aire de U_4 : $\frac{1}{2}a \times \frac{1}{2}a = \frac{1}{4}a^2$ (en fonction de a)

Aire de A en fonction de U_4 : $\frac{\frac{1}{18}a^2}{\frac{1}{4}a^2} = \frac{1}{18} \times 4 = \frac{4}{18} = \boxed{\frac{2}{9}}$

Aire de E en fonction de a :

$$\left(\frac{2}{3}a \times \frac{2}{3}a\right) \times \frac{1}{2} = \frac{4}{9}a^2 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{18}a^2$$

Aire de E en fonction de U_4 : $\frac{\frac{4}{18}a^2}{\frac{1}{4}a^2} = \frac{4}{18} \times 4 = \frac{16}{18} = \boxed{\frac{8}{9}}$

Aire de C = $\frac{1}{2}$ aire de E : $\frac{8}{9} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{4}{9}}$

Aire de D = 5 fois l'aire de A :

$$5 \times \frac{2}{9} = \boxed{\frac{10}{9}}$$

Aire de B = 6 fois l'aire de A : $6 \times \frac{2}{9} = \boxed{\frac{12}{9}}$

Aire totale = A + B + C + D + E :

$$\frac{2}{9} + \frac{12}{9} + \frac{4}{9} + \frac{10}{9} + \frac{8}{9} = \frac{36}{9} = \boxed{4}$$

Aire totale égale 4 fois l'aire de U_4

GROUPE 2

ETAPE 1 : Découper le carré gauche en 18 triangles identiques.

d'où $A = \frac{1}{18}$ de 4 u
↳ soit le grand carré

ETAPE 2 : En déduire la valeur de A en fonction de u4

$\frac{18}{18} \to 4$ u

$\frac{1}{18} \to$ A

d'où $A = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$ u4

ETAPE 3 : En déduire les autres valeurs B. C. et D à l'aide de A.

d'où $B = \frac{4}{3}$
$C = \frac{4}{9}$
$D = \frac{10}{9}$
$E = \frac{8}{9}$

GROUPE 3

* on partage le grand carré en 9 carrés égaux.

* même chose pour U_4

* Avec le compas, on reporte les mesures des deux côtés de A, ayant pour origine commune l'angle droit, sur U_4.

* On voit que $A = \frac{2}{9} U_4$.

* On utilise l'aire de A pour calculer toute les autres aires.

<u>ex</u> : aire de $B = 6 \times \frac{2}{9} U_4$

GROUPE 4

. ① On constate que les 2 carrés ont la même aire

- l'aire du 2° carré $= 4\,U =$ aire du 1° carré
- Soit l'aire du 1° carré $= \frac{18}{18}$ ou $\frac{9}{9}$
- la figure $A = \frac{1}{18}$, $B = \frac{6}{18}$, $C = \frac{8}{18}$, $D = \frac{5}{18}$, $E = \frac{4}{1}$

$\Rightarrow 4\,U = \frac{18}{18} = \frac{9}{9}$

$\Rightarrow \frac{1}{18} = \frac{2}{9}\,U$

$\Rightarrow A = \frac{2}{9}\,U$

$B = \frac{12}{9}\,U$

$C = \frac{4}{9}\,U$

$D = \frac{10}{9}\,U$

$E = \frac{8}{9}\,U$

GROUPE 5

Aire fig 1 : $A+B+C+D+E$

On exprime toutes les aires en fonct° du triangle isocèle E (que l'on peut ramener à un carré reconstitué)

<u>Nouvelle unité : E</u>.

$A = \frac{1}{4} E$ (figure reconstituée sur quadrillage)

$B = \frac{3}{2} E$

$C = \frac{1}{2} E$

$D = \frac{5}{4} E$

Aire figure 2 : $4\ U_4$

$$\frac{1}{4} E + \frac{3}{2} E + \frac{1}{2} E + \frac{5}{4} E + E = \frac{18}{4} E = \frac{9}{2} E$$

$\frac{9}{2} E = 4\ U_4$ donc $E = \frac{8}{9} U_4$

$A = \frac{1}{4} E$ donc $A = \frac{1}{4}\left(\frac{8}{9} U_4\right) = \frac{2}{9} U_4$

$B = \frac{3}{2} E$ donc $B = \frac{3}{2}\left(\frac{8}{9} U_4\right) = \frac{4}{3} U_4$

$C = \frac{1}{2} E$ donc $E = \frac{1}{2}\left(\frac{8}{9} U_4\right) = \frac{4}{9} U_4$

$D = \frac{5}{4} E$ donc $D = \frac{5}{4}\left(\frac{8}{9} U_4\right) = \frac{10}{9} U_4$

<u>RESULTATS</u>.

$A = \frac{2}{9}$ $B - \frac{4}{3}$

$C = \frac{4}{9}$ $D = \frac{10}{9}$

$E = \frac{8}{9}$

GROUPE 6

Le puzzle

On considère a, la mesure d'un côté du carré.

- On calcule l'aire de A :

$$\frac{\frac{a}{3} \times \frac{a}{3}}{2} = \frac{a^2}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{a^2}{18}$$

- On calcule l'aire de U_4 :

$$\frac{a}{2} \times \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$$

- On désigne l'aire de A par rapport à l'aire de l'unité U_4 (combien de A sont contenus dans U_4) $\rightarrow x$ fois

$$\frac{a^2}{18} = x \frac{a^2}{4}$$

$$x = \frac{a^2}{18} \times \frac{4}{a^2} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

L'aire de A équivaut à $\frac{2}{9}$ de U_4

- On découpe l'aire de B
  $B = 6A = 6 \times \frac{2}{9} = \frac{12}{9}$
- On découpe l'aire de E :
  $E = 4A = 4 \times \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$
- On découpe l'aire de C
  $C = 2A = 2 \times \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$
- On découpe l'aire de D
  $D = 5A = 5 \times \frac{2}{9} = \frac{10}{9}$

Vérification :

$A + B + C + D + E = 4U_4$

$$\frac{2U_4}{9} + \frac{12U_4}{9} + \frac{4U_4}{9} + \frac{10U_4}{9} + \frac{8U_4}{9} = \frac{36U_4}{9} = 4U_4$$

GROUPE 7

LE PUZZLE

On a divisé le carré unité en 9.

On s'est basé sur A et on a divisé A en deux.

Chaque partie ainsi trouvée représente $\frac{1}{9}$ de l'unité.

Ainsi on a divisé chaque surface en $\frac{1}{9}$ u.

$A = \frac{2}{9}$

$B = \frac{12}{9}$ $E = \frac{8}{9}$.

$C = \frac{4}{9}$ $A+B+C+D+E = \frac{36}{9}$

$D = \frac{10}{9}$

ANALYSE A PRIORI DE SEQUENCES DE FORMATION A PROPOS DES DECIMAUX

Alain BRONNER
IUFM et IREM de Montpellier

1. Objet

Cette étude présente une exploration des différents champs d'investigation pour construire des séquences de formation à propos des nombres décimaux. L'article n'expose pas un exemple de " séquence type " en formation des professeurs-stagiaires (PE2) d'école, mais il s'agit plutôt de dégager les principales variables sur lesquelles il est possible de s'appuyer pour construire des séquences en formation. On pourrait imaginer que, pour construire une séquence idéale, il faille prendre en compte toutes ces variables ; ce n'est, ni nécessairement souhaitable pour certains publics, ni, la plupart du temps, réaliste compte tenu de diverses contraintes, notamment celles de temps et de programmes.

Les supports de l'étude

Pour ce travail, j'ai étudié plusieurs types de documents :

- Les cours ou progressions, proposés par quatre formateurs en IUFM (C. Houdement 1997, M.L. Peltier 1997, G. Lepoche 1997, A. Bronner 1997)[1] ;
- les articles publiés dans certaines brochures de la COPIRELEM (Collectif Colloque d'Angers1995, J. Briand, G. Vinrich colloque de Pau 1992, Muriel Fénichel colloque de Colmar 1993)
- les manuels de formation : " Se former pour enseigner les mathématiques " (tome 3 et 4, Armand Colin) et " Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeurs des écoles " (tome 2, Hatier).

Les différents champs d'exploration

J'ai essayé de dégager les différents champs travaillés en formation sur ce thème Le premier tableau indique les champs étudiés préalablement aux constructions ou aux analyses d'activités de classe. La colonne de droite indique le nombre d'occurrences dans les huit documents consultés[2].

Champs	Présence
Analyse mathématique	8
Analyse historique et/ou épistémologique	6
Analyse cognitive, psychologique	8
Analyse des attentes de l'institution : programmes, instructions, évaluations	4
Analyse de manuels	7

[1] Je tiens à remercier les formateurs qui ont bien voulu me faire parvenir leur cours pour ce travail.

[2] Il semble peu significatif de comparer cette présence des champs d'étude dans des documents qui n'ont pas le même statut ou qui ne s'adressent pas à un même public. Je les présente néanmoins à titre indicatif.

Le deuxième tableau précise les dimensions didactiques travaillées.

Champs	Présence
Explicitation d'hypothèses d'apprentissage ou de macro choix didactiques	**8**
Analyse ou construction d'une progression	**6**
Analyse ou construction d'activités de classe	**8**

2. Analyse mathématique

2.1. Objectifs

La plupart des auteurs souhaitent faire émerger les représentations des professeurs stagiaires à propos des décimaux et des rationnels. Ils envisagent ainsi une mise à jour des connaissances. Ils profitent donc de ce champ pour des mises au points d'ordre mathématique et, parfois, pour une exploration de nombreux aspects ou cadres d'interventions de ces nombres.

2.2. Présentation de quelques dispositifs

La plupart des formateurs conçoivent plusieurs dispositifs s'appuyant sur les connaissances et les représentations des étudiants à propos des nombres décimaux, rationnels, voire réels ou, tout au moins, sur les racines carrées.

2.2.1 Des questions essentielles

Il est possible de s'appuyer sur quelques questions comme : ***Qu'est-ce qu'un nombre décimal ?***

Les réponses (correctes ou erronées) peuvent être classées en cinq catégories (Briand J. et Vinrich G. 1993) :

- Définition basée sur une écriture décimale (*nombre à virgule - avec un nombre fini ou infini de décimales -, deux nombres séparés par une virgule, ...*) ;
- Définition basée sur la place des décimaux par rapport aux entiers (*nombre non entier, nombre entier plus une partie fractionnaire, ...*) ;
- Définition basée sur les fractions (*nombres fractionnaires, nombres fractionnaires se finissant, fractions décimales, ...*) ;
- Définition liée à la division (*résultat d'une division de deux entiers, d'un entier par une puissance de dix, ...*) ;
- Définition liée aux puissances de dix ou la numération (*produit d'un entier par une puissance de dix, sommes de fractions décimales*).

Une autre question porte sur l'intérêt : ***Pourquoi les décimaux sont-ils intéressants ?***

L'intention est ici de faire ressortir, avec les professeurs-stagiaires, que les décimaux permettent de résoudre des problèmes dans lesquels les entiers ne suffisent pas. Ils permettent d'approcher des nombres ou des mesures de grandeurs avec une précision donnée. De plus ils fournissent, d'une part une continuité avec les entiers par leur codage et, d'autre part une extension des algorithmes de calcul sur les entiers à un coût assez réduit.

2.2.2 Des questionnaires ou tests complémentaires

Certains formateurs proposent à leurs professeurs-stagiaires des questionnaires explorant d'autres aspects. On pourra consulter deux exemples en annexe :

Annexe 1 : " Prendre conscience de ses connaissances sur les nombres " (Bronner A.)

Annexe 2 : " A propos des nombres décimaux " (Fénichel M., 1994).
Ces exercices peuvent être analysés globalement en utilisant une typologie de rapports personnels à l'objet " nombre " (Bronner A. 1997). On pourra aussi comparer avec les résultats donnés par Robert Neyret (1995) dans sa thèse.

Certaines difficultés sont souvent repérées : les inclusions et relations entre les différents ensembles ne sont pas maîtrisées ; peu de distinctions sont faites entre nombres et écritures ; les étudiants ont une difficulté à situer les décimaux parmi les autres nombres ; les rationnels et les décimaux sont souvent confondus ; les liens exacts entre rationnels et décimaux ne sont pas établis. Ces études montrent ainsi que, pour un grand nombre d'étudiants, d'une part, les nombres sont rabattus sur les décimaux et, d'autre part, les décimaux sont identifiés à une écriture à virgule.

2.2.3 Synthèse du formateur

Les formateurs insistent souvent sur les aspects suivants :
- les différents types de nombres, les divers ensembles de nombres ;
- les écritures fractionnaires des rationnels et des décimaux ;
- le lien entre les rationnels et, d'une part, la division et, d'autre part, les équations du premier degré à coefficients entiers ;
- la reconnaissance d'un rationnel décimal à l'aide de sa fraction irréductible ;
- les écritures décimales et le lien avec la numération décimale de position ;
- la reconnaissance d'un réel rationnel à partir de l'écriture décimale ;
- la structure d'ordre dense de $\mathbb{D}$;
- la densité de $\mathbb{D}$ dans _Qet dans $\mathbb{R}$.

3. Analyse historique

3.1. Objectifs

Il s'agit de présenter des repères importants de l'histoire des nombres décimaux, voire des rationnels ou des réels, de repérer les difficultés et d'identifier des obstacles épistémologiques à l'émergence des décimaux. Cette étape permet de mettre en évidence les remarques suivantes :
- le sens du décimal vient de la notion de fraction comme chez les mathématiciens arabes du moyen âge ou comme chez Stevin ;
- la notation décimale est une convention qui étend celle sur les entiers et permet une extension peu coûteuse des algorithmes.

3.2. Des dispositifs

En général les formateurs apportent les informations, mais il proposent parfois des lectures d'articles de travaux d'histoire des mathématiques ou de textes historiques.

3.2.1 Des repères importants

On fera d'abord remarquer que, de la notion, très ancienne, de partage de l'unité vont naître des systèmes de numération utilisant les fractions unaires en Egypte et les fractions sexagésimales avec développement chez les Babyloniens. Une extension du concept de nombre aux rationnels et à certains irrationnels apparaît chez les arabes au IXe siècle. Pour ce qui est des premières fractions décimales, après les avoir découvertes en Inde, les historiens les repèrent à nouveau chez Al-Uqlidisi (fin du X$^{\text{ème}}$) et Al Kashi (1427).

On insistera ensuite sur l'apparition tardive de la numération et la notation décimale en Europe (F. Viète 1579, S. Stévin 1585), sur les liens officiels avec le système métrique (lois organiques du 7 avril 1795 et du 10 décembre 1799) et sur la difficulté d'imposition de ce système pour les calculs en France (loi du 4 juillet 1837). Le système métrique devient alors légal en 1840 (IREM de Rouen, 1979). Il faut attendre la fin du XIXe siècle pour que les décimaux soient enseignés à la population dès l'école primaire.

3.2.2 Un exemple de Travail Dirigé : " Etude de LA DISME de STEVIN de Bruges "

Lors du stage d'Angers (COPIRELEM de mars 1995), une étude guidée de la Disme[3] a été proposée par plusieurs formateurs (Briand J, Euriat J, Huet M.L., R. Lecoq, M.L. Peltier, 1996). Les auteurs ont choisi ce texte pour " *son côté très contemporain en ce qu'il répond à une préoccupation sociale, la problématique posée, les procédés d'exposition, les rapports que ce texte révèle entre les savoirs savants et les pratiques sociales* ".

4. Analyse cognitive

4.1. Objectifs

Dans ce champ, le but des formateurs est d'amener les professeurs-stagiaires,

• sur le plan de l'apprentissage des décimaux,
  - à repérer les connaissances des enfants à certains niveaux de classes à propos des décimaux et des fractions ;
  - à mettre en évidence les erreurs souvent observables dans certaines tâches (notamment sur les calculs, la comparaison ou l'encadrement, la résolution de certains problèmes, et la signification de l'écriture décimale) ;
  - à prendre conscience de certaines représentations des élèves à propos des fractions et des décimaux ;

• sur le plan des notions de didactique des mathématiques,
  - à prolonger un travail sur les obstacles épistémologiques ou didactiques, et les processus d'apprentissage ;
  - à se familiariser avec les notions d'objectifs et de variables de test.

4.2. Des supports

4.2.1 Analyse des résultats de tests et d'évaluations nationales Sixième

Je propose en annexe 3 une synthèse de résultats d'élèves à certains tests (APMEP, INRP, Evaluation Sixième, ...). Cette synthèse permet d'avoir une vue globale des compétences travaillées à l'école élémentaire et d'en tirer certaines régularités dans les réponses d'élèves aux exercices types.

Les exercices sont classés en trois catégories (écriture et reconnaissance, opérations, ordre). On peut demander aux professeurs stagiaires de réaliser les tâches suivantes :

- imaginer les intentions des auteurs (si les objectifs ne sont pas annoncés par le formateur) ;
- dégager les variables pertinentes de tests ou des exercices en lien avec les objectifs et les choix faits par les auteurs ;
- analyser les résultats ;
- construire un test à faire passer dans des classes de CM.

---

[3] On pourra trouver une traduction complète de ce texte dans la brochure : Documents pour la formation des professeurs d'école, Tome 4, IREM de Paris VII, Paris.

Cette étude statistique peut être utilement complétée par une analyse de cahiers d'élèves de " l'évaluation Sixième ".

4.2.2 Etude de travaux d'élèves : Rangement des décimaux et addition de fractions

Le sujet CRPE de Poitiers 1992 (Annales de la COPIRELEM 1992) fournit une analyse d'une situation de Math Hebdo CM1 (annexe 4). Le but de ce travail est d'étudier les conceptions des élèves à propos du rangement d'une liste de décimaux. On pourra s'aider des règles implicites sur l'ordre, suggérées par C. Grisvard et F. Léonard (1981 et 1983).

Fénichel M. (Colloque COPIRELEM de Colmar, 1993) propose, à partir du Tangram, des travaux d'élèves sur l'addition des fractions (annexe 5). Les professeurs stagiaires pourront en particulier classer, décrire les réponses et les procédures des élèves, et émettre des hypothèses sur les origines des réponses erronées.

4.2.3 Sensibilisation à des notions de didactique des mathématiques

Le formateur fait une synthèse des conceptions à propos des décimaux (Grisvard et Léonard, 1981 et 1983) et des fractions (Perrin M.J. 1986), et des problématiques de calcul (Bronner 1997). Il profite de ce type de travail pour introduire les notions de *théorèmes-en-acte et d'obstacle*. On mettra en évidence que, dans les productions des élèves, la plupart des erreurs, ne peuvent être considérées comme anodines, dues à l'étourderie. Elles sont souvent liées à des obstacles :

> " *Un obstacle se manifeste donc par des erreurs, mais ces erreurs ne sont pas dues au hasard. Fugaces, erratiques, elles sont reproductibles, persistantes. De plus ces erreurs, chez un même sujet, sont liées entre elles par une source commune : une manière de connaître, une conception caractéristique, cohérente sinon correcte, une " connaissance " ancienne et qui a réussi dans tout un domaine d'actions.* " (Brousseau G. 1983)

5. Analyse des attentes de l'institution

5.1. Objectifs de l'étude

Nous proposons ici d'étudier l'évolution des programmes et instructions officielles d'enseignement, d'identifier ce qu'attend actuellement l'institution à propos des décimaux, notamment de repérer les compétences exigibles en relation avec exercices types, et de dégager quelques lignes directrices d'enseignement. On pourra utiliser les documents suivants :
- les programmes et les commentaires d'accompagnement de différentes périodes (1923, 1945, 1970, 1980, 1995) ;
- des " évaluations nationales " à l'entrée en sixième de différentes années;
- des référentiels de compétences, comme celui de l'IREM de Montpellier (Bellard et al, 1995).

5.2. Evolution des programmes à propos des décimaux

Je rappelle ici quelques repères importants et, pour une analyse plus approfondie on pourra consulter Ermel CM1 (1997) ou encore Neyret (1996) :
- 1887 : Fractions décimales et système métrique ;
- 1923 : Ecritures à virgules et système métrique ;
- 1945 : recodage d'une écriture complexe d'une grandeur ;
- 1970 : la virgule traduit un changement d'unités dans le cas de grandeurs discrètes ;

- À partir de 1980 : les décimaux sont des nouveaux nombres dont l'introduction est motivée par l'insuffisance des entiers pour certains problèmes et en tenant compte de différents cadres.
- À partir de 91 : les cycles et les compétences exigibles par cycle. L'organisation de l'enseignement élémentaire en cycles conduit à un programme en deux éléments :
  - l'une, très succincte, centrée sur les notions mathématiques ;
  - l'autre organisée en compétences à acquérir pendant le cycle.

On peut relever que les objectifs concernant les fractions évoluent souvent (notion de fraction, fractions simples, ...), et laissent la plupart du temps beaucoup d'implicites sur le statut de cet objet à l'école primaire.

5.3. Dispositifs

Il est assez difficile de faire entrer les stagiaires dans une lecture de textes officiels. Cependant des dispositifs spécifiques peuvent être envisagés :

- Analyse et mise en relation des programmes et des instructions avec des exercices de manuels ;
- Détermination des compétences en jeu dans certains exercices à propos des décimaux et des fractions, éventuellement avec l'aide d'un référentiel ;
- Construction d'une typologie des exercices à l'évaluation nationale Sixième (travail sur la signification des écritures, calculs formels - hors contextualisation -, rangement, intercalation, approximation, problèmes faisant intervenir le système métrique, les mesures de grandeurs...).

On notera la diminution des exercices formels dans ces épreuves au bénéfice d'exercices faisant intervenir les grandeurs, ainsi que l'apparition d'exercices sur l'approximation.

5.4. Quelques repères institutionnels

Les études précédentes justifient certains objectifs d'apprentissage à propos des décimaux :

1) Les nombres décimaux sont des nouveaux nombres qui permettent de mieux traiter certaines situations ou problèmes. Ils sont notamment des nombres rationnels. Il faudrait, en particulier, éviter que le nombre décimal apparaisse comme le recollement de deux nombres entiers ou comme un codage différent d'un nombre entier.
2) Ils peuvent s'écrire de plusieurs manières : fractions, fractions décimales, écriture décimale, écritures utilisant les signes opératoires. Pour cela un travail minimum sur les fractions doit être envisagé à un moment ou à un autre. De plus, il est indispensable de (re)donner une signification aux chiffres de l'écriture décimale.
3) On peut comparer les nombres décimaux avec des règles spécifiques. L'ordre n'est pas le même que sur les entiers, tout en le prolongeant. La propriété d'ordre dense de l'ensemble des décimaux la différencie de l'ordre de l'ensemble des entiers : entre deux décimaux on peut toujours en intercaler un autre.
Comprendre, que la longueur de la partie décimale n'est pas un bon critère dans le rangement des décimaux, n'est possible que lorsqu'on a donné une signification aux chiffres situés après la virgule. Il faut souligner la performance du support visuel offert par la droite numérique, même si, par ailleurs, il peut créer des obstacles pour l'apprentissage du Numérique.
4) Les décimaux servent en particulier à mieux repérer les points d'une droite et sont un outil pour les activités de mesure.
5) On peut calculer (ajouter, retrancher, multiplier et diviser) avec les nombres décimaux en utilisant des règles spécifiques qui prolongent celles sur les entiers. De plus, l'extension du sens des opérations sur les décimaux doit encore faire l'objet d'apprentissage.

6) Les nombres décimaux servent à approcher d'autres nombres. Les divisions qui " se finissent " et celles qui " ne finissent pas " doivent être l'occasion d'une réflexion sur ces problèmes d'approximation.

6. Analyse de manuels

6.1. Objectifs

Il s'agit maintenant de poursuivre l'étude de la transposition didactique par une analyse des manuels. Plus spécifiquement, le but est d'étudier et comparer les choix des auteurs dans les activités d'introduction des nombres décimaux en CM1 ou de reprise en CM2. On essaie notamment de repérer les aspects et les significations du décimal, privilégiés par les activités de découverte ou de réinvestissement de chaque manuel en s'appuyant sur les outils mis en place dans les quatre premiers champs d'exploration.

On choisira des manuels présentant des démarches différentes et on dégagera les avantages et inconvénients de chaque démarche. La tâche peut-être plus ou moins ouverte dans la mesure où les critères de comparaison et d'analyse sont donnés, imposés ou à trouver.

6.2. Quelques critères d'analyse

L'analyse des pratiques ou des manuels conduit à prendre en compte certaines questions essentielles pour la construction de la progression et des situations de classe :

- L'étude des rationnels ou de quelques rationnels précède-t-elle celle des décimaux ?
- Si les fractions sont introduites en premier, quels sens et donc quelles situations ont été choisies pour l'écriture a/b ?
Quel est le cadre choisi : mesure de longueurs ; d'aires ; partages ; fonctions numériques ; graduations ?
- Quel est aspect privilégié :
  * l'aspect fractionnement $a/b = a \times (1/b)$;
  * l'aspect commensuration,
  * ou encore l'aspect quotient y tel que $y \times b = a$?
- Quel problème motive l'introduction des décimaux ?
- La séquence comporte-t-elle une ou plusieurs situations de référence ?
- Est-ce que les rationnels et/ou les décimaux sont perçus comme des nouveaux nombres ?
- Comment est introduite l'écriture décimale ? Si les écritures fractionnaires précèdent les écritures décimales, comment est assuré le passage des premières aux secondes ?

Il est essentiel d'introduire un débat sur l'ordre d'introduction des fractions et des décimaux, les manuels privilégiant actuellement l'antériorité des fractions sur les décimaux alors qu'il n'en a pas toujours été ainsi. Il s'agit de montrer les intérêts et inconvénients des différentes approches de façon à ne pas réduire le choix actuel de démarrage par les fractions à une injonction due à une " mode pédagogique ". Si on se réfère au savoir savant constitué, deux " constructions " de $\mathbb{D}$ peuvent être envisagées :

- $\mathbb{D}$ vue comme extension de $\mathbb{N}$, et dans ce cas, la nouvelle structure est en rupture importante avec celle de $\mathbb{N}$;
- $\mathbb{D}$ comme partie de $\mathbb{Q}$, lui-même construit comme extension de $\mathbb{N}$, et dans ce cas, on récupère les propriétés de $\mathbb{Q}$ par restriction : $\mathbb{D}$ dénote par les écritures décimales

finies, et les nombres de $\mathbb{Q} - \mathbb{D}$ sont des idécimaux[4] et ont une écriture décimale illimitée (n'admettant ni la période 0, ni la période 9).

En analysant les options du programme actuel, on s'aperçoit que l'on n'a finalement pas les avantages de l'une des constructions du savoir savant, qu'il faut trouver une voie moyenne difficile à dégager. Si on se réfère à l'apprentissage, des situations basées sur une extension de $\mathbb{N}$ présentent l'avantage de mieux s'ancrer sur les connaissances antérieures. Mais, si les décimaux sont des nombres, outils de codage de situations de mesure ou de repérage comme les entiers, ils doivent aussi apparaître comme des nouveaux nombres permettant de mieux appréhender certaines de ces situations. Il est aussi nécessaire de faire identifier les décimaux comme des rationnels pouvant être représentés par des fractions décimales. Rappelons le concept mathématique de “ décimal ” s'est construit à partir de cette signification.

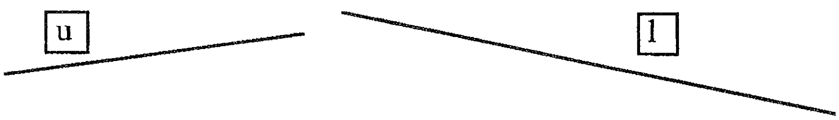
7. Les situations de découverte des fractions

Les situations analysées sont de deux types mais les formateurs proposent généralement une seule entrée, plus rarement les deux.

7.1. Une situation de fractionnement

Un consensus assez large apparaît chez les formateurs pour introduire les fractions à partir d'une situation proposée par M.J. Perrin et R. Douady (1986). Il s'agit d'une situation de communication dans un contexte de mesures de longueur pour mettre en œuvre l'aspect fractionnement.

Une longueur l et une unité u étant données, il s'agit de construire un code permettant de relever ou de tracer un segment de telle longueur :



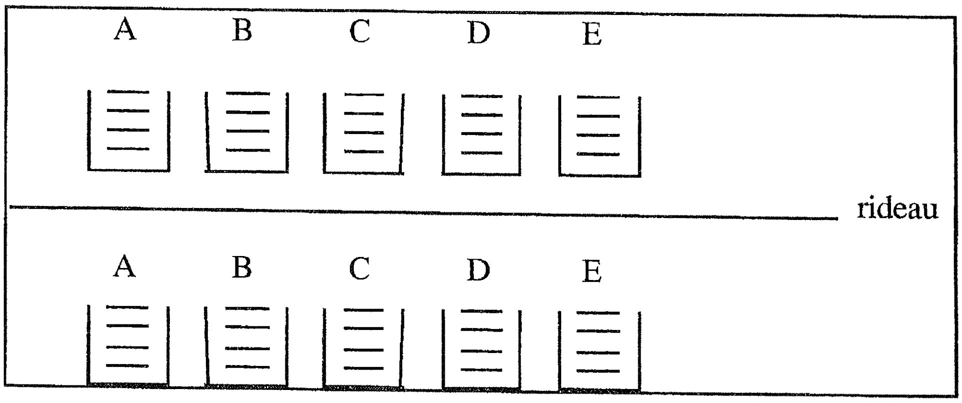
Les principales variables didactiques de la situation sont :

- le support de l'unité (fractionnable ou pliable facilement ou non) ;
- la taille relative de u et de l (u très petit devant l ou non) ;
- la relation entre l et u : si $l = nu + r$, avec n entier et $0 \leq r < u$, r sensiblement nul ou r très petit devant u, ou r sensiblement égal à u, ou r sensiblement égal à une fraction simple 1/2, 3/4, … .

7.2. Une situation de commensuration

Une situation type de commensuration est celle de *l'épaisseur des feuilles de* papier (Brousseau G. et N. 1987). Le contexte est aussi celui des mesures de longueurs : deux collections de 5 tas d'environ 200 feuilles de même format mais d'épaisseurs différentes, séparées par un rideau.

[4] J'ai proposé cette expression pour désigner les nombres réels non décimaux, compte tenu du rôle que joue les nombres décimaux dans le système d'enseignement actuel (Bronner 1997).



La classe est partagée en 2 équipes. Les élèves disposent de moyens de mesurage (règle graduée ou pied à coulisse). Il s'agit encore d'une situation de communication où les élèves doivent trouver un code pour repérer et différencier chaque tas dans un jeu de messages entre les deux équipes. Cette situation est plus délicate à mettre en œuvre que la précédente. Ce type de situation, qui privilégie l'aspect " commensuration " des rationnels, semble moins utilisé dans les pratiques de classe et dans les séquences de formations[5]. Une des raisons est peut-être que certains formateurs, conformément aux programmes, préfèrent les réserver pour la Sixième. Pour une comparaison des deux types de situation, on pourra consulter le travail de Bolon J. (1997).

8. Questions diverses

Il reste des questions importantes à prendre en compte comme la construction de progressions en CM1 et CM2, la répartition CM1/CM2, ainsi que la liaison avec les deux premières années du collège. L'un des aspects non négligeable dans ces choix est sans doute celle de l'importance accordée aux techniques opératoires et à la calculatrice à l'école primaire comme en formation.

Je rappelle qu'après le glissement de la division de deux décimaux vers la sixième en 1980, la multiplication des décimaux ne devient exigible qu'en sixième. Ils ne devraient pas toutefois faire disparaître les problèmes du type " Prix de 0,650 kg de saucisse à 16,80F le kg ", que l'on peut traiter avec les outils de la proportionnalité. On pourra se reporter à l'article " *la multiplication des nombres décimaux est une nouveauté de la classe de 6ème tant du point de du sens que de la technique* " des actes du stage d'Angers (Briand J., COPIRELEM 1996).

Dans ce texte, j'ai esquissé l'étude du thème des décimaux en formation des professeurs d'école. J'ai tenté de mettre en évidence les variables pertinentes de séquences de formation à propos de l'enseignement et l'apprentissage des décimaux en formation des professeurs stagiaires. Ainsi, de nombreux champs et perspectives d'étude et de nombreux aspects des décimaux peuvent être travaillés avec les professeurs-stagiaires. Bien que l'on puisse penser que l'étude de certains champs représente des passages quasi obligés en formation, l'essentiel reste, pour le formateur comme pour l'enseignant, un problème de choix adaptés aux publics en formation.

[5] On pourra voir une situation de ce type dans le cadre des aires déterminées par un puzzle, proposée par Lepoche G. dans cette même brochure.

Bibliographie

APMEP (1979), *Approximations*, brochure Mots IV, APMEP, Paris.

BELLARD N., BRONNER A., CASENOVE B., GIRMENS Y., LARGUIER M., LEWILLION M., PELLEQUER S., REBILLARD E., SECO M. (1995), "*Liaison cycle 3 - 6ème, un outil d'aide à l'analyse des compétences en mathématiques*", Groupe didactique, IREM de Montpellier.

BOLON J.(1993), "*L'enseignement des décimaux à l'école élémentaire*", Grand N n°52, IREM de Grenoble.

BOLON J. (1995), "*Les nombres décimaux à la charnière école-collège : une situation paradoxale*", Qu'est-ce qu'un programme d'enseignement, Hachette Education CNDP.

BOLON J. (1997), "*Comment les enseignants tirent parti des recherches en didactique : le cas des décimaux*" Thèse Paris 5.
BRIAND J., VINRICH G. (1993), COPIRELEM, Actes du colloque du colloque de Pau.

BRIAND J, EURIAT J, HUET M.L., LECOQ R., PELTIER M.L., (1996), "*Etude de La Disme de STEVIN de Bruges*", Documents pour la formation des professeurs d'école, Tome 4. Stage d'Angers, IREM de Paris VII, Paris.

BRONNER A. (1997a), "*Etude didactique des nombres réels : idécimalité et racines carrées*", Thèse, Université J. Fourier, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1980), "*Problèmes de didactique des décimaux*", Recherches en didactique des mathématiques, vol. 1/1, La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1981), "*Problèmes de didactique des décimaux*", Recherches en didactique des mathématiques, vol. 2/1, La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1983), "*Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques*", Recherches en didactique des mathématiques, vol. 4/2, La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU N. et G. (1987), "*L'enseignement des rationnels et des décimaux dans l'enseignement obligatoire*", Brochure de l'IREM de Bordeaux I.

CANU M. et al. (1989), "*Découverte de π au CM2*", Math et info au C.M. tome 1, IREM de Rouen.

CHARNAY R., MANTE M. (1996), "*Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles*", Hatier.

COMITI C., NEYRET R. (1979), " *A propos des problèmes rencontrés lors de l'enseignement des décimaux en classe de CM* ", Grand N n°18, I.R.E.M. de Grenoble.

C.O.P.I.R.E.L.E.M (1986), *Aides pédagogiques de l'A.P.M.E.P pour le CM : Décimaux,* publication APMEP n°61.

C.O.P.I.R.E.L.E.M (1992), *ANNALES 1992, Concours externe de Recrutement des Professeurs d'Ecole*, LADIST, Irem de Bordeaux.

C.O.P.I.R.E.L.E.M (1993), *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*, tome 2, Stage de Pau, IREM de Bordeaux.

C.O.P.I.R.E.L.E.M (1995), *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*, tome 4, Stage d'Angers, IREM de Paris 7.

C.O.P.I.R.E.L.E.M (1996), *La multiplication des décimaux*, Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, tome 5, IREM de Paris 7.

COQUAND M. (1981), "*Les décimaux, Mathématiques pour le cycle moyen*", numéro spécial, Revue Grand N, IREM de Grenoble.

DAHAN A., PEIFFER J. (1986), "*Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*", Points-Seuil, Paris.

DHOMBRES J. (1978), "*Nombre, mesure et continu*", CEDIC Nathan.

DOUADY R. (1980), "*Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire*", Recherches en didactique des mathématiques vol. 1/1, La Pensée Sauvage, Grenoble.

DOUADY R. PERRIN GLORIAN M.J. (1986), "*Nombres décimaux*", IREM de Paris 7.

DUBOIS C., FENICHEL M., PAUVERT M.(1993) "*Se former pour enseigner les mathématique. Tome 3.Numération , décimaux*", Ed.A.Colin, Paris.

ERMEL CM1 (1997), "*Apprentissages Mathématiques et résolution numériques*", Cycle moyen, Hatier, Paris.

FÉNICHEL M., (1994), "*Formation initiale " 24 heures avec les PE2 "*", Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome III, COPIRELEM, IREM de Paris 7.

GRISVARD C., LEONARD F (1981), "*Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs*", Bulletin de l'APMEP n° 327,Paris.

GRISVARD C., LEONARD F (1983), "*Résurgences de règles implicites dans la comparaison de nombres décimaux*", Bulletin de l'APMEP n° 340, Paris.

Groupe HISTOIRE ET EPISTEMOLOGIE des mathématiques (1979), "*Introduction du calcul décimal et du système métrique dans la région de Rouen pendant la révolution*", l'IREM de Rouen.

HOUDEMENT C., PELTIER M.L. (1994), "*La machine à partager, Fractions et décimaux au cours moyen*", I.R.E.M. de Rouen.

HOUDEMENT C, (1997), "*Cours sur les décimaux*", non publié.

I.R.E.M. de Paris 7 (1980), "*Histoire des mathématiques pour les collèges*", Ed Cedic, Paris.

LEPOCHE G., (1997), "*Cours sur les décimaux*", non publié.

NEYRET R. (1979), "*Décimaux*", Grand N n°17, I.R.E.M. de Grenoble.

NEYRET R. (1995), "*Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants ; nombres décimaux, rationnels et réels dans les instituts universitaires de formation des maîtres*", Thèse, Université J. Fourier, Grenoble.

PELTIER M.L (1997), "*Cours sur les décimaux*", non publié.

PERRIN M.J. (1986), *"Représentation des fractions et décimaux chez des élèves de CM2 et de collège"*, Petit x N°10, IREM de Grenoble.

RATSMBA-RAJOHN (1982), *"Deux méthodes de mesures rationnelles"*, Recherches en didactique des mathématiques, Volume 3/1, La pensée sauvage, Grenoble.

ROUCHIER A. et al. (1980), *"Situations et processus didactiques dans l'étude des nombres rationnels positifs"*, Recherches en didactique des mathématiques, Vol 1/2, La pensée sauvage, Grenoble.

STEVIN (1585), *"La Disme enseignant facilement expédier par nombres entiers, sans rompuz, tous comptes se rencontrant aux affaires des hommes"*, Reproduction de textes anciens, IREM de Paris VII.

TANNER M. (1993) *"Le nombre décimal n'existe pas : théorie et applications"*, Grand N n°52, I.R.E.M. de Grenoble.

WARUSFEL A. (1961), *"Les nombres et leurs mystères"*, Points-Seuil, Paris.

<u>Annexe 1</u>

“ Prendre conscience de ses connaissances sur les nombres ” (Bronner A.)

1- Indiquez si les expressions suivantes représentent des nombres et précisez à quels ensembles ces nombres appartiennent parmi $\mathbb{N}$, $\mathbb{D}$ et $\mathbb{Q}$.

$\mathbb{D}$ est l'ensemble des nombres décimaux et $\mathbb{Q}$ l'ensemble des nombres rationnels, c'est-à-dire des quotients de deux entiers.

	3,0001	36/3	8/7	$\sqrt{81}$	$\sqrt{7}$	23,1/1,2	4/0	$\sqrt{-16}$
Existe ?								
$\mathbb{N}$, $\mathbb{D}$ ou $\mathbb{Q}$.								

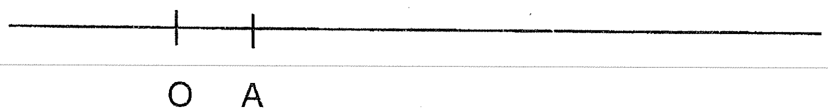
	4,1/1,1	$\sqrt{4,16}$	23,8 + 3/7	0,999....
Existe ?				
$\mathbb{N}$, $\mathbb{D}$ ou $\mathbb{Q}$.				

2- Calculez sans poser l'opération :
2,4 + 5,2 = ; 2,4 x 5,2 =

3- Entourez le plus grand des deux nombres : 15,2 et 15,13

4- Pouvez vous trouver 3 nombres décimaux compris entre 4,32 et 4,35 ?
Si oui : ....

5- Sur la droite munie du repère (O,A) avec la longueur OA comme unité, peux-t-on construire un point B tel que OB = 13/3 cm ?



6- Existe-t-il un carré d'aire 64 cm^2 ? si oui donner la longueur du côté :
mêmes questions avec 17 cm^2 ?

7- Pouvez-vous donner un exemple de nombre décimal, non rationnel ?
Pouvez-vous donner un exemple de nombre rationnel non décimal ?

8- Le quotient de 2 nombres décimaux est-il toujours décimal ?
Le quotient de 2 nombres rationnels est-il toujours rationnel ?

9- La racine carrée d'un nombre entier ou décimal est-elle toujours décimale ?

10- Une unité de longueur étant choisie, la longueur d'un segment s'exprime-t-elle toujours par un nom décimal ? un nombre rationnel ? autre ?

" À propos des nombres décimaux " (Fénichel M., 1994).

A propos des nombres décimaux

Essayez d'aller le plus loin possible dans le choix des exercices suivants. Rédigez-les. Faites le point sur vos connaissances et/ou vos manques à l'occasion de ce travail.

1) Ordonnez : 121,54 - 0,2 - 13,5248 - 98 - 20,32 - 3,32 - 0,002 - 13,401 - 2,18 - 121,0242 - 2,28 - 121,3419.
Ecrivez les règles de comparaison des nombres décimaux.

2) Citez des nombres décimaux, des nombres non décimaux ? Comment caractérisez-vous ces types de nombres ?

3) Citez, si possible 3 nombres compris entre :
- 1,8 et 2,1
- 1,6 et 1,8
- 1,3 et 1,4
- 1 et 1,1

Quelle(s) conclusions pouvez-vous tirer ?

4) Donnez une approximation de $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{256}$, à 10^{-2}, 10^{-4}, 10^{-6} près. Ces nombres sont-ils des décimaux ?

5) La longueur du second côté d'un rectangle d'aire 11 m^2 et de premier côté 5 m mesure-t-elle un nombre entier de mètres ?

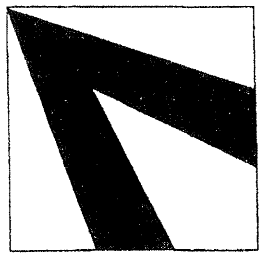
6) Nicolas Oresme a étudié en 1377 la suite des fractions suivantes :
1/2, 2/4, 3/8, 4/16, 5/32, 6/64, ...
a) Quelles fractions a-t-il écrit ensuite ?
b) Quelle est l'écriture décimale des sommes suivantes :
- $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}$,
- $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}$,
- $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\frac{4}{16}$,
- ...

c) Oresme a démontré que ces sommes se rapprochent d'un certain nombre. A votre avis, quel est ce nombre ?

7) Observez ces fractions
- $f_1 = 1+\frac{1}{2}$
- $f_2 = 1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}$
- $f_3 = 1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}$
- $f_4 = 1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}}$

a) Ecrivez les quatre fractions suivantes
b) Donnez une écriture décimale de ces huit fractions avec une machine à calculer. Comparez les à 2.

8) Quelle fraction du carré représente la partie colorée ?



" Synthèse de Résultats d'évaluation "
(Bronner A.)

On prend en compte les tests ou enquêtes suivantes :
AIN : test passé dans le département de l'Ain par 626 enfants répartis dans 39 classes de CM
INRP : Enquête effectuée par l'INRP en 1977 auprès d'élèves de fin de CM2.
EVALUATION 6èME 1991 : Evaluation nationale de la classe de 6ème - septembre 1991.

A) écriture et reconnaissance

Enquête INRP

Exercice : Complète le tableau suivant comme on a commencé :

4,25 m	quatre mètres vingt-cinq centimètres
12,253 m	douze mètres deux cent cinquante-trois millimètres
82,2 m	quatre-vingt-deux mètres deux décimètres
	soixante-treize mètres trente-deux centimètres
16,84 m	
	cent vingt-cinq mètres trois centimètres
1,047 m	
	cent vingt-cinq mètres trois décimètres
0,049 m	

L'exercice complet est réussi par 40 % des élèves.
a) passage de l'écriture en chiffres à l'écriture en lettres :
* Pour 16,84 m l'exercice est assez bien réussi (85 %).
* Pour 1,047 et 0,049 m, donc pour des nombres où il y a un zéro après la virgule la réussite passe à 60 % environ, et il y a 30 % d'élèves qui donnent une écriture correcte mais se trompent d'unité.
b) passage de l'écriture en lettres à l'écriture en chiffres :
* Pour soixante-treize mètres trente-deux centimètres, le nombre est correctement écrit (73,32) par la majorité des enfants ; 5 % font erreur d'unité.
* Pour cent vingt-cinq mètres trois centimètres, 53 % des enfants donnent la bonne réponse et 42 % oublient un zéro ou en rajoutent un.
* Pour cent vingt-cinq mètres trois décimètres, 82 % donnent une réponse correcte, tandis que 12 % ajoutent un ou plusieurs zéros.

EVALUATION 6ème 1991

	Réussite	Erreurs	
Exercice 18 : Complète les phrases ci-dessous a) dans le nombre 124,753 le chiffre des centaines est	61 %	* 7 (sans prise en compte de la virgule).......... * 5 (confusion de la position des centaines et des centièmes)... * autre réponse	16 % 3 % 19 %
b) dans le nombre 180,254 le chiffre des dixièmes est	42 %	* 5 (confusion entre dixième et centième) .... * 8 (confusion entre dixième et dizaine) .... * autre réponse	26 % 12 % 17 %
c) dans le nombre 328,315 le chiffre des dizaines est	61 %	* 1 (sans prise en compte de la virgule) .... * 3 (confusion entre dixième et dizaine) .... * autre réponse	15 % 5 % 17 %
d) dans le nombre 13,456 le chiffre 4 est celui des	42 %	* centaines .... * dizaines .... * autre réponse	21 % 5 % 29 %

Passage entre écriture fractionnaire et écriture décimale :

Enquête académie de Nice

Dans l'académie de Nice une étude faite en novembre 1991 auprès de 320 élèves de collège en proposant l'exercice suivant :

Exercice : Dans la liste ci-dessous, entoure les écritures qui représentent 14/10 :

140 1,40 1 + 4/10 1, 04 1,4 0,14

1 + 4/10 non entouré	1,40 non entouré	1,4 non entouré	0,14 entouré	140 entouré	1,04 entouré
66 %	33 %	29 %	22 %	16 %	4 %

Evaluation fin de Sixième APMEP-1987

Elle porte sur un échantillon représentatif est de 200 élèves.

Item EXB34 : En te servant du modèle suivant : 21 + 1/100 + 4/1000 = 21,014
Écris sous forme d'un nombre décimal : 2 + 5/10 + 7/1000

Réussite : 27 %

Item EXB34 : Ecris sous forme d'une fraction les nombres suivants :
0,1 = ... O,6 = ... 3,7 = ... 0,03 = ...

Réussite à l'ensemble : 34 % (en 1989 : 44 %)

Item EXB35 : Indique quels sont les nombres décimaux représentés par les fractions suivantes :
2/5 = ... 7/4 = ...

Réussite à l'ensemble : 15 %

B) opérations

EVALUATION 6èME 1991

	réussite	**Erreurs**	
Exercice 10 c : Calcule 9,4 - 6,78	Rép : 2,62 54 %	* oubli de la virgule .... * erreurs dans les retenues .... * calcul, à tort, de l'écart entre les chiffres de même position. (par ex 2,78 ; 3,38 ; ...)	18% 6 % 8 %
Exercice 11 : Calcule a) 6,25 + 12,85	Rép : 19,1 ou 19,10 79 %	* oubli de la virgule .... * erreur dans la retenue (18,1) .... * 18,110 (les décimaux sont considérés comme deux entiers accolés)	3 % 6 % 1 %
b) 9,37 - 4,6	Rép : 4,77 54 %	* oubli de la virgule .... * erreur dans la retenue (5,77) .... * partie décimale 31 (par ex 5,31) .... * calcul, à tort, de l'écart entre les chiffres de même position....................................... * autre résultat..	2 % 5 % 4 % 2 % 30 %

Exercice 23 : Calcule b) 11,4 x 5,3	Rép : 60,42 58 %	* oubli de la virgule .... * calcul correcte, mais virgule présente mais mal placée .... * 55,12 (les décimaux sont considérés comme deux entiers accolés)	14 % 7 % 0 %
Exercice 24 : Donne le résultat des multiplications suivantes a) 63 x 10	Rép : 630 94 %		
b) 1,54 x 1000	Rép : 1540 ou 1540,0 69 %	* application de la règle sur les entiers 1,54000 .... * déplacement inexact de la virgule, ex 15,4... * multiplication de la partie entière et/ou de la partie décimale .... ex 1000,54 ou 1000,54000	8 % 8 % 3 %
c)7,14 x 100	Rép : 714 73 %	* application de la règle sur les entiers 7,1400 .... * déplacement inexact de la virgule, ex 71,4 ..... * multiplication de la partie entière et/ou de la partie décimale .... ex 700,14 ou 700,1400	8 % 6 % 3 %
Donne le résultat des divisions suivantes d) 67 : 100	Rép : 0,67 58 %	* 6700 .... * autres réponses .... * absence de réponse..................................	4 % 24 % 14 %
e) 325,6 : 10	Rép : 32,56 62 %	* 3256 .... * autre déplacement de la virgule ex 3,256........ * autre réponse	6 % 4 % 11 %
f) 3000,6 : 1000	Rép : 3,0006 53 %	* 3 .... * déplacement inexact de la virgule .... ex 30,006 * traitement séparé de la partie entière : 3,6 .... * autre réponse .... * absence de réponse	2 % 8 % 5 % 12 % 19 %

C) ordre et encadrement

Test AIN

Exercice 1 : "Sur chaque ligne entoure le plus petit des trois nombres"

Pourcentage de réussite	3,7	7,1	5,1	96%
	5,21	5,15	5,12	97%
	7,3	7,28	7,401	44%
	6,04	6,4	6,44	71%

Si les nombres ont même partie entière et une partie décimale de longueur différente, une analyse plus fine des résultats montre que le plus petit des nombres est celui qui a le moins de décimales :
pour 50 % des élèves à la ligne 3 et pour 30 % des élèves à la ligne 4.

Exercice 2 : Voici une liste de décimaux : 4,25 ; 3 ; 2,7 ; 4,2 ; 3,9 ; 2,12 ; 3,09. Écris ces nombres du plus petit au plus grand dans les cases suivantes

37 % de réponses justes et 63 % erronées réparties comme suit :

a) 23 % (ne rangent pas 3,9)
b) 12,5 %
c) 2 %
d) 4 %

2,7	2,12	3	3,09	4,2	4,25	
2,7	2,12	3	3,9	3,09	4,2	4,25
3	2,7	2,12	3,9	3,09	4,2	4,25
3	2,7	3,9	4,2	2,12	3,09	4,25

Exercice 3 : Place 3,245 dans ce tableau.

2,9		3		3,1		3,2		3,3		3,4	

Même question avec 0,027

	0,001		0,01		0,1		0,1	

71 % des enfants répondent correctement pour le premier nombre et le score descend à 52 % pour le deuxième. Dans ce dernier cas on note que 22 % des élèves situent 0,027 entre 0,001 et 0,01, peut être en tenant compte de la longueur de la partie décimale.

Exercice 4 : Dans les tableaux suivants les nombres sont rangés du plus petit au plus grand. Écris chaque fois un nombre dans la case vide :

3,25		4

5,2		5,3

80 % le font pour le premier tableau et seulement 42 % pour le deuxième.

Enquête INRP

Exercice : Range, du plus petit au plus grand les nombres suivants :
50,327   370,52   5,0273   5,127   3570,12   5,09   50,0992   50,34

*Le quart des élèves (26 %) ordonnent correctement les 8 nombres.
*Beaucoup d'enfants (74 %) ordonnent correctement les nombres d'après leur parties entières.
*Plus du tiers des enfants (37 %) donnent une série où les nombres de même partie entière sont ordonnés d'après le nombre de chiffres de leur partie décimale.

Annexe 4

“ Séquence 14 ” Manuel Math Hebdo CM1

situation-problème

Rangement des nombres décimaux

Ranger des nombres décimaux du plus petit au plus grand est un exercice sur lequel beaucoup d'élèves se trompent. C'est d'autant plus grave que, souvent, ils font toujours la même erreur sans s'en rendre compte.
Dans cet hebdo, je vais te montrer les erreurs les plus fréquentes et t'aider à ne pas les faire.

Dans un CM 2, le professeur a demandé de ranger du plus petit au plus grand les dix nombres suivants :

6,4	6,217	5,8	7,41	6,05	50,3	7	5,5	6,30	5,12

Voici les différents résultats trouvés par quatre élèves.

Karim	Simon	Céline	Luce
50,3	5,5	5,12	7
7,41	5,8	5,5	5,5
7	5,12	5,8	5,8
6,4	6,4	6,05	6,4
6,30	6,05	6,217	50,3
6,217	6,30	6,30	5,12
6,05	6,217	6,4	6,05
5,8	7	7	6,30
5,5	7,41	7,41	7,41
5,12	50,3	50,3	6,217

Sur ces quatre élèves, bien sûr, un(e) seul(e) a le bon résultat. Mais les autres n'ont pas rangé leurs nombres n'importe comment ; ils ont respecté une règle. Malheureusement, ce n'est pas la bonne. Essaie de comprendre ce qu'ils ont fait.
Beaucoup d'erreurs proviennent du fait qu'on oublie que l'on a affaire à des nombres décimaux et qu'on les traite comme des nombres entiers.
Tout irait bien mieux si, avant tout travail sur les décimaux, on pensait à se faciliter la tâche grâce aux écritures équivalentes.

Tu as certainement déjà entendu dire :

- un mètre cinquante
- un kilo cinq cents
- un kilomètre cinq
- un franc cinquante
- un an et demi.

Toutes ces formules, avec des unités différentes, désignent le même nombre, sous des « habillages », des « déguisements » différents mais équivalents.

1,5 ; 1,50 ; 1,500 ; 1 1/2 ; 1,5000... c'est toujours le même nombre. A nous donc, de choisir au mieux. Pour l'exercice précédent, sur les cahiers il y avait intérêt à écrire 6,400 ; 6,217 ; 5,800...

1. Quand on rencontre un nombre décimal, il faut d'abord le situer par rapport aux entiers naturels.

12,7 432 519

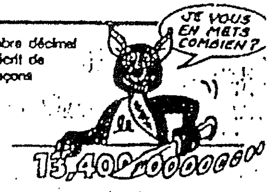
⇩

12,7 432 519

⇩

C'est un nombre compris entre 12 et 13, plus près de 13 que de 12.

2. Un nombre décimal peut être écrit de plusieurs façons différentes.



Quand on veut comparer des décimaux, faire des [...]tions, il faut choisir des écritures commodes.

contrôle

1 Explique comment on doit s'y prendre pour comparer deux nombres décimaux.

2 Range du plus petit au plus grand les nombres obtenus.

7,4 − 5,23
8,9 − 6,345
1,203 + 0,3
19,542 − (8,91 + 7,247)
9,814 − 8,941
(0,319 + 0,137) + (7,841 − 6,73)

3 4 Voici 4 cartons, que l'on peut déplacer :

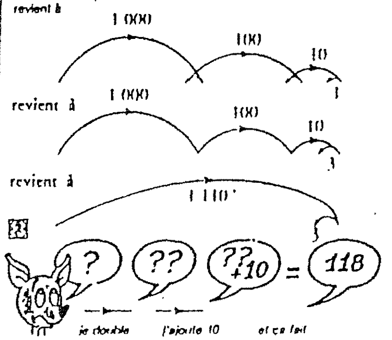
4	,	0	7

Dans cette position, ils affichent le nombre décimal 4,07.

- Trouve tous les nombres que l'on peut afficher en utilisant les 4 cartons.
- Range les nombres obtenus du plus grand au plus petit.

POUR T'AIDER

1 Ce qui est difficile, c'est de se souvenir de tout cela !
Tu peux raccourcir le message en pensant à modifier l'ordre.
Essaie de t'inspirer de ce dessin.



3 La 4e ligne du tableau se lit :
Si l'on a besoin de 4 cahiers
- au *Mini-Bazar*, on doit payer 4 fois 3,50 F, c'est-à-dire 14 F.
- aux *Galeries Printanières*, on doit payer 2 lots à 6,50 F. 13 F.
- au *Mastodonte*, on est aussi forcé d'acheter 2 lots 3 cahiers (1 lot ne suffit pas) ; il faut donc payer 20 F.

C'est d'ailleurs souvent comme cela que les gens achètent [...] que nécessaire ; ce qui mène souvent au gaspillage.

Essaie de trouver des moyens astucieux de remplir le tabl[...] pour gagner du temps et éviter de te tromper.

4 a) Attention : la virgule ne peut être ni en prem[...] position, ni en dernière.
b) On trouve plus d'écritures... que de nombres (!?!?!?!?)
A toi de savoir ce que cela veut dire

Annexe 5

" Tangram et fraction "
Fénichel M (C.O.P.I.R.E.L.E.M 1993)

Tangram et fraction

Compte-rendu d'un travail en CM2

Les enfants avaient à leur disposition un tangram qu'ils pouvaient découper et utiliser pour leurs calculs.

Les questions 1 et 2 ont fait l'objet d'un travail individuel.
Les questions 3 et 4 ont fait l'objet d'une recherche de groupe et d'une "rédaction" individuelle.
La question 4 n'a pas été traitée par tous.

****

1) Quelle fraction du tangram (cf. dessin 1) représente chaque pièce ?

2) Compare $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{16}$.

3) En observant attentivement le tangram, fais les calculs suivants :

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$; $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$; $\frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{8}$

Tu peux découper le tangram et utiliser les pièces.

4) Quelle fraction du tangram représente le bateau suivant (cf. dessin 2) ?

Consigne pour les étudiants

a) Faire une analyse a priori de ce travail en s'aidant des questions qui suivent.

(On précise que c'est un travail proposé au mois de mars en CM2, que les enfants utilisent couramment les décimaux introduits dès le début du CM1 et qu'ils connaissent quelques fractions usuelles.
On a photocopié quelques "constructions" faites par les groupes d'enfants en cours de recherche et dont ils n'ont pas gardé les traces. Elles sont fournies).

a1 - Quels sont les contenus mathématiques précis des activités ?
a2 - Quel est le contexte pour le concept "fraction" dans ce travail ?
a3 - Quels sont les objectifs des activités ?

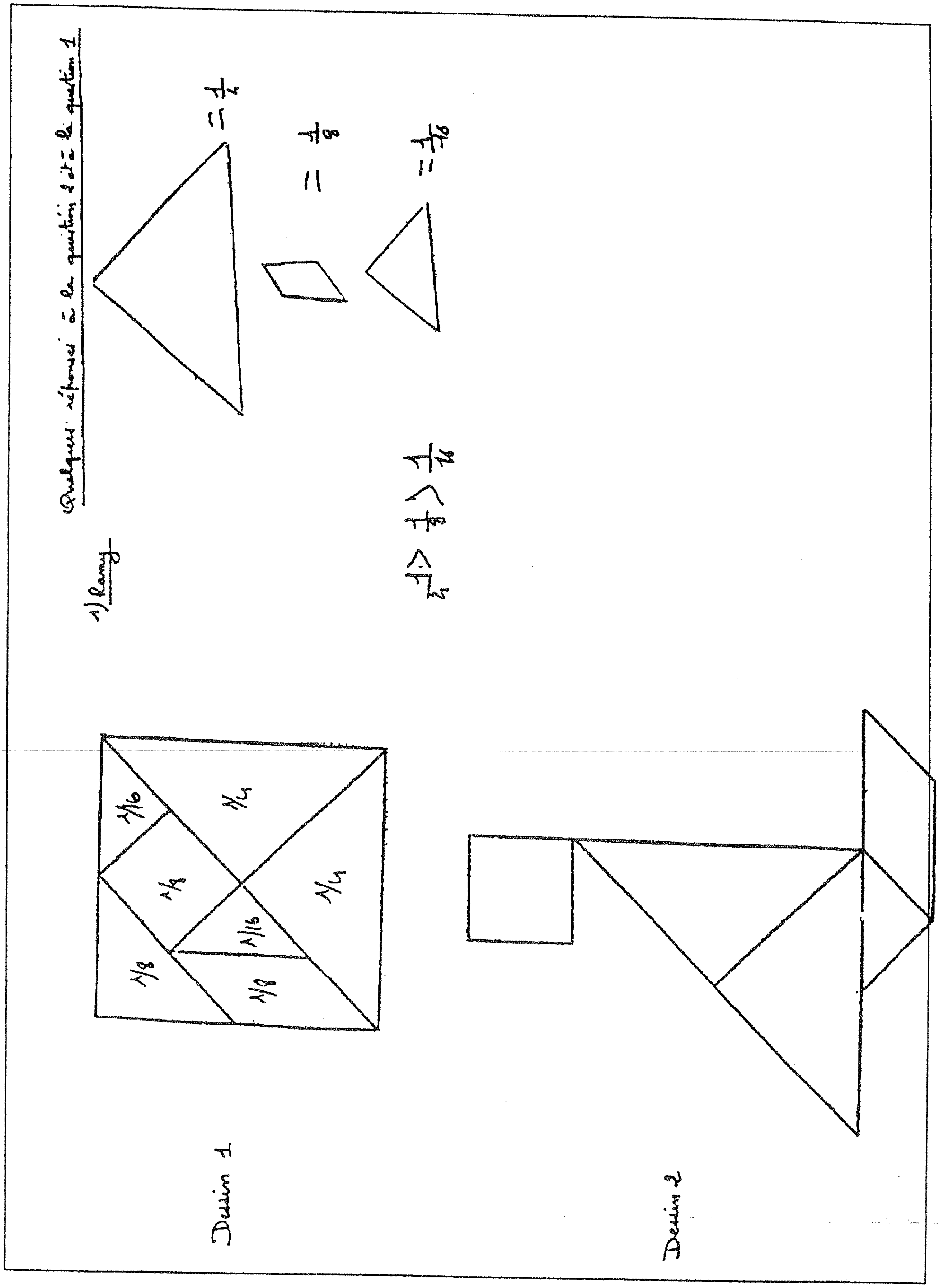
b) Analyser les travaux d'enfants photocopiés

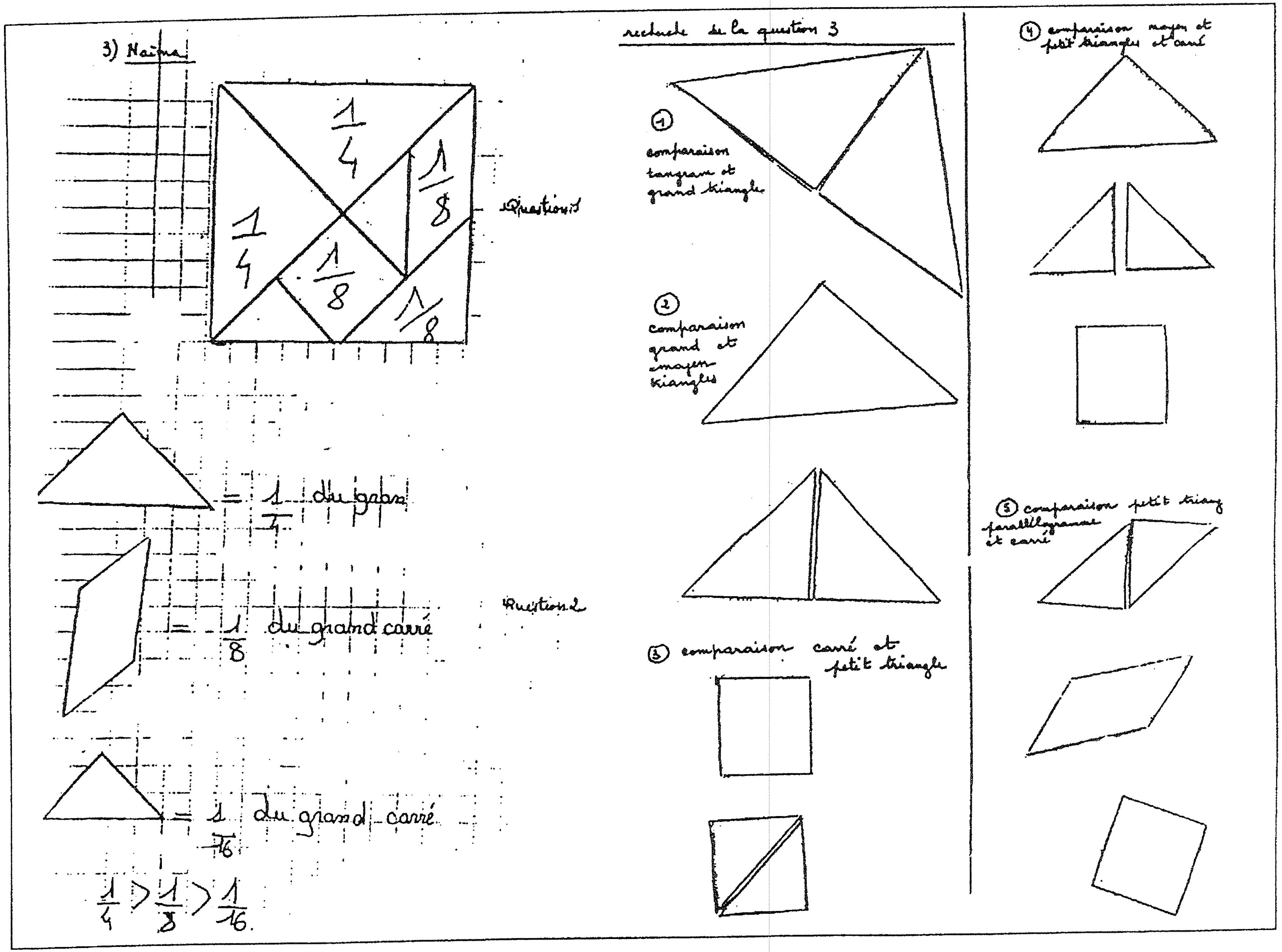
b1 - Repérer les procédures utilisées
b2 - Relever les erreurs éventuelles
b3 - D'après vous, d'où proviennent ces erreurs ?

c) Faire une proposition pour continuer ce travail

(On précise que la recherche a été longue et laborieuse, et qu'un groupe d'enfants n'est pas allé au-delà de :
1/4 + 1/4 = 1/2
Il n'a pas terminé son travail, mais n'a pas écrit d'erreurs).

Annexes liées à cette évaluation : constructions faites par les enfants




3) Naïma
1/4
1/4
1/8
1/8
1/8
Question 1
= 1/4 du gros
= 1/8 du grand carré
= 1/16 du grand carré
Question 2
1/4 > 1/8 > 1/16.
recherche de la question 3
① comparaison tangram et grand triangle
② comparaison grand et moyen triangles
③ comparaison carré et petit triangle
④ comparaison moyen et petit triangles et carré
⑤ comparaison petit triang parallélogramme et carré

1) Samia

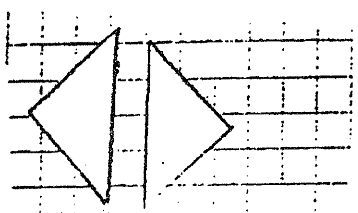
En observant attentivement le tangram complète les égalités :

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1}$

$\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

on a calculé $\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} +$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$



$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8}$

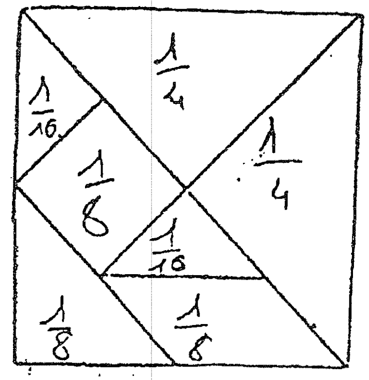
2) Ramy

En observant attentivement le tangram complète les égalité ;

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$ On a calculer $\frac{1}{16} + \frac{1}{16}$ ça fait $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ et $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

3) Kaima



$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

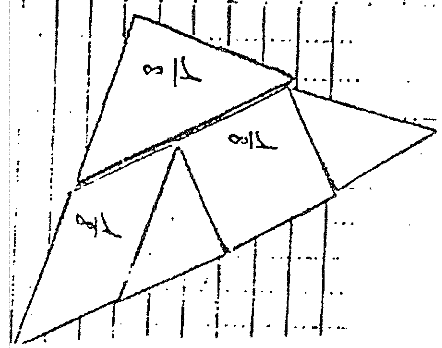
$\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8}$

4) Lahisdile

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1}$; $\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

J'ai d'abord pris toutes les pièces correspondantes à la fraction. Je les ai placé sur le carré et j'ai trouvé $\frac{1}{2}$.



L'EVALUATION COMME OUTIL DE FORMATION

Il s'agit de l'atelier « Prise en compte de l'évaluation dans la formation », ou encore « Évaluation : état des lieux et des possibles ? », piloté par D. Butlen et J. Briand.

Joël Briand présente un travail d'évaluation sur les connaissances numériques à l'entrée au cours préparatoire, commandé par l'I.A. de Bordeaux pour aider à la mise en place d'une évaluation continue tout au long de l'année de cours préparatoire (2$^{\text{ème}}$ année du cycle 2).

Puis **Denis Butlen** donne trois exemples d'utilisation, surtout en formation continue, des évaluations nationales, pour repérer des élèves en difficulté (en CE2 principalement).

Le débat porte en partie sur les évaluations nationales de CE2 et de 6$^{\text{ème}}$, leur nouvelle orientation, sur le fait que souvent elles sont ressenties comme un rituel sans incidence sur les pratiques, mais aussi sur l'intérêt d'avoir ainsi des items de plus en plus intéressants.

Références :

- Document de l'IREM de Bordeaux (1996) sur l'évaluation des connaissances numériques au C.P. :

  « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie du cycle 2 »

- Cf. bibliographie de la contribution de D. Butlen et bibliographie de la contribution de J. Briand.

QUATRE ETAPES POUR UNE EVALUATION CONTINUE EN PREMIERE PARTIE DU CYCLE 2 [1]

JOËL BRIAND
IUFM D'AQUITAINE

1. AVANT-PROPOS

Ce document a été élaboré par une commission du département de la Gironde réunissant IEN, CPAIEN et PIUFM. Son objectif était "d'aider les maîtres dans la mise en place d'une évaluation continue au CP (début d'année, décembre, mars, fin de l'année)", concernant les apprentissages numériques.

Dans la présentation du document, nous annonçons les objectifs suivants :
« Les résultats de ces évaluations, doivent permettre à chaque maître de :
- situer les compétences de leurs élèves par rapport à celles à acquérir au cycle 2,
- bâtir une progression personnalisée et bien adaptée aux enfants.

Cette évaluation fait appel à des activités de type individuel, ou peut se faire au cours d'activité intégrée dans le cours de la classe. »

En fait, notre objectif était de mettre à profit les besoins d'évaluation pour amener les enseignants à mieux se rendre compte de la complexité des connaissances pré-numériques et numériques des enfants entrant au cours préparatoire. En même temps, les exercices proposés étaient aussi une façon souple de faire entrer les enseignants dans des processus d'enseignement nouveaux pour certains, les situations d'évaluation étant dérivées des situations fondamentales du nombre et de l'ordre.

Au delà de ce travail et du succès qu'il a rencontré en Gironde, les retombées furent bonnes pour la formation initiale. En effet, les PE2, en début d'année ont pu aller aider les enseignants des cours préparatoires à faire passer ces évaluations. Ils ont pu ainsi se rendre compte, sur le terrain des connaissances des enfants de cet âge.

Nous ne décrirons pas ici tout le document, mais seulement l'évaluation du tout début d'année et un extrait de compte-rendu d'une évaluation effectuée par une étudiante PE2 dans le cadre de son mémoire.

[1] « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2. Ouvrage réalisé par Mme Vinant, Mme Salin, M. Briand enseignants à l'IUFM d'Aquitaine, M. Hourcau IEN et MM Lalanne et Salissard CPAIEN. IREM de Bordeaux Réédition 1996.

2. L'EVALUATION EN DEBUT D'ANNEE

2.1. Préliminaires

Pour le début de l'année scolaire, nous nous sommes limités au domaine essentiel de la construction du nombre. Les enfants entrant au CP ont des acquis qu'il importe de ne pas sous-estimer, mais d'essayer de délimiter avec précision pour adapter le travail à venir.

Notre objectif, dans ce document, est d'apporter quelques informations sur les comportements des enfants au sujet du nombre et d'aider les maîtres de CP à organiser, pendant les deux premières semaines de classe, des activités numériques pour "faire connaissance" avec les enfants et envisager un apprentissage du nombre qui prenne en compte les savoirs réels.

Il ne s'agit, en aucune façon, de "tests" rigides, dont le maître n'aurait qu'à exécuter les consignes et qui viseraient un "étalonnage" des enfants. Nous proposons un exemple d'évaluation, élaboré à partir des travaux de recherche effectués à l'école Michelet de Talence[2] (et qui s'inscrit dans une démarche dont l'objectif essentiel est que les enfants **donnent du sens** aux connaissances mathématiques).

À partir de cet exemple, c'est à chaque maître de concevoir sa propre évaluation, en apportant les modifications qui lui paraissent opportunes, en fonction de son expérience.

La période favorable nous paraît se situer durant la dizaine de jours commençant l'année scolaire. Une observation aussi fine que possible pourrait commencer dès le 3ème jour de la rentrée (et suivants).

2.2. Les enfants entrant au CP, où en sont-ils exactement ?

Les enfants qui entrent au CP, ont tous à un moment ou à un autre, dans un cadre scolaire ou non, utilisé des nombres : divers jeux numériques, comptines, distribution de cartes, ...
Où en sont-ils exactement ?

2.1.1 La plupart des enfants ont commencé la construction du concept de nombre.

Deux comportements sont significatifs à cet égard :

A - La prise de conscience de l'invariance du nombre d'éléments d'une collection donnée :
On dispose d'une collection de pots de yaourt et de cuillères. Après avoir mis une cuillère dans chaque pot, on sort les cuillères des pots et on les empile,

- vers 4 ans, les enfants estiment qu'il n'y a plus assez de cuillères pour les pots,
- vers 6/7 ans, presque tous pensent que "*c'est toujours pareil*". Le nombre d'éléments d'une collection est maintenant pour eux **un invariant.**

B - La réalisation spontanée d'une correspondance terme à terme pour construire une collection ayant le même nombre d'éléments (couples) ou pour comparer 2 collections.

- placé devant une collection de pots, l'enfant, pour préparer les cuillères nécessaires, réalise une correspondance un à un : "pour ce pot, une cuillère ; pour cet autre pot, cette cuillère, etc.." ;

[2] Dans le cadre du Centre d'Observation et de Recherche sur l'enseignement des mathématiques (COREM)

• placé devant 2 collections de cartes (pour savoir qui a gagné par exemple), l'enfant réalise une correspondance terme à terme pour comparer leurs nombres d'éléments ; par exemple, il aligne les 2 paquets, les cartes de l'un bien en face des cartes de l'autre, ou bien il réalise des couples (une carte de l'un, une carte de l'autre) jusqu'à épuisement d'un des paquets. La réalisation spontanée de ces correspondances témoigne d'une bonne maîtrise de l'équivalence fondamentale :

2 collections A et B ont le même nombre d'éléments	⇔	Il existe entre elles une correspondance terme à terme (bijection)

2.2.2. D'autre part, ils ont tous des connaissances "culturelles" acquises, chez eux ou à la maternelle.

• Ils savent "compter", c'est-à-dire réciter la suite des nombres (comptine) jusqu'à un nombre N. N est, ici, le nombre limite de leur comptine.

• Ils savent lire et "écrire" quelques nombres, c'est-à-dire associer le nom oral du nombre à son écriture en chiffre(s).

2.2.3. Ils savent utiliser ces connaissances à des degrés divers, au fur et à mesure qu'ils progressent dans la construction du concept de nombre. Nous nous limiterons ici à l'utilisation de la comptine.

Au départ, savoir purement rituel, elle prend peu à peu le sens de nombre, tandis que l'enfant devient capable de l'utiliser dans des situations de plus en plus complexes :

- pour trouver le rang dans une suite (aspect ordinal)
- pour dénombrer des collections (aspect cardinal)

A. Utilisation de la comptine pour trouver le rang d'un objet

• L'enfant sait montrer le "5ème" ... le "énième" dans une suite ordonnée.
Nous appellerons O1 le plus grand nombre avec lequel il réussit.

• L'enfant sait dire le rang d'un élément que l'on lui désigne.
Nous appellerons O2 le plus grand nombre avec lequel il réussit.

• L'enfant utilise de lui-même l'ordinal pour résoudre un problème.

<u>**Exemple**</u> : *Un train est à l'arrêt avec une vingtaine de wagons. On cache, une bille dans un wagon sous les yeux de l'enfant. Le wagon va faire un tour, échappant au regard de l'enfant. Quand il revient, ce dernier doit dire dans quel wagon est la bille.*

Pour ne pas alourdir ce travail, nous n'avons pas prévu de déterminer cette capacité de l'enfant à utiliser de lui-même le nombre comme ordinal.

B. Utilisation de la comptine pour dénombrer : c'est cet aspect que nous allons privilégier ici

a) L'enfant sait dire combien il y a d'objets dans une collection donnée.
Nous appellerons C1 le plus grand nombre avec lequel il réussit. En général, ce nombre est tel que $C1 < N$.

Un enfant sait la comptine jusqu'à 11. Mais à partir de 8-9, il n'arrive plus à dire combien il y a de pots.
- soit qu'il ne maîtrise plus la correspondance objet-nombre de la suite ;
- soit qu'il fasse des erreurs d'énumération (il oublie des objets ou en compte certains plusieurs fois).

b) L'enfant, à partir d'une collection ayant beaucoup d'éléments, sait en extraire une collection ayant un nombre donné d'éléments.

Dans la suite du document, nous appellerons C2 le plus grand nombre avec lequel il réussit. En général C2< C1 .

> En effet, il est plus facile de dire qu'il y a "6 cubes" sur la table que de sortir "6 cubes" d'une boîte de cubes. Dans ce dernier cas, il faut garder en mémoire le nombre "6" pendant le comptage et penser à s'arrêter après ce nombre.

c) L'enfant utilise de lui-même le comptage pour résoudre le problème suivant :

"Réaliser une collection ayant autant d'éléments qu'une collection donnée, celle-ci n'étant plus visible au moment de la réalisation".

Exemple : *l'enfant reçoit une collection de pots de yaourt. Il doit aller, à l'autre bout de la classe, chercher exactement les cuillères nécessaires (une par pot).*

On peut distinguer alors 4 niveaux dans la résolution de ce problème qui nous paraît fondamental pour l'apprentissage des nombres.

- **Niveau 1 :** Les enfants les plus avancés comptent immédiatement les pots et vont chercher ce nombre de cuillères. Ils manifestent, là aussi, une bonne maîtrise de l'équivalence fondamentale citée plus haut : ici le but à atteindre est de réaliser une correspondance un à un (une cuillère pour chaque pot) ils en déduisent que le nombre de cuillères est égal au nombre de pots.
- **Niveau 2 :** D'autres enfants, moins avancés, ne comptent pas immédiatement les pots. Ils commencent par ramener "une poignée" de cuillères. Mais s'ils ont l'occasion de faire plusieurs tentatives et de se rendre compte qu'ils ne réussissent pas, en procédant "au hasard", tout d'un coup, l'idée de compter s'impose à eux et ils peuvent alors réussir (si le domaine numérique est adapté à leurs connaissances).
- **Niveau 3 :** D'autres enfants, encore, n'ont pas d'eux-mêmes l'idée de compter (du moins au cours des tentatives que l'on leur laisse le temps de faire) mais en voyant les autres compter, ils sont capables de s'approprier le procédé et de le mettre en œuvre de manière satisfaisante.
- **Niveau 4 :** Les enfants les moins avancés n'arrivent pas à utiliser le nombre, même après que le procédé soit expliqué au cours d'une démonstration collective, ils continuent à aller chercher des cuillères "au hasard" et même si au départ ils comptent les pots, pour faire comme tout le monde, ils ne se servent pas de ce nombre pour aller chercher les cuillères.

Ils ne perçoivent pas encore le nom du nombre comme propriété commune aux collections équipotentes.

Dans les 3 premiers niveaux, nous appellerons C3 le plus grand nombre avec lequel il réussit en comptant. En général C3 < C2. En effet, les deux utilisations précédentes (dire combien il y a d'objets ; prendre un nombre d'objets) sont ici incluses dans une activité globale complexe que l'enfant doit gérer tout seul.

2.2.4. Proposition d'évaluation

Nous proposons de commencer par une situation de classe dans laquelle les enfants ont besoin des nombres pour résoudre un problème.

C3 est évalué au cours de cette première situation

N, C1, C2, O1, O2 sont évalués au moyen de fiches et d'un bilan oral individuel.

Il faut noter que ces différents nombres ne sont pas définis très précisément : il s'agit plutôt d'intervalles dans lesquels on pourra choisir les nombres.

Par exemple, pour une épreuve donnée, l'enfant réussit toujours pour les nombres jusqu'à 8 ; il ne réussit jamais au-delà de 12, mais entre 8 et 12, tantôt il réussit, tantôt il se trompe.

Dans cette évaluation, on notera le plus grand nombre avec lequel il a réussi cette épreuve.

2.3. Le bilan oral individuel

2.3.1. Le contenu

Cinq types d'exercices permettant de renseigner la fiche récapitulative jointe (plus 2 pour les élèves les plus faibles). Il paraît souhaitable avant de commencer l'observation de préparer cette dernière (nom de l'élève, notation de C3, de C'2, de O'1).

Cette fiche est conçue de façon à ce que les résultats obtenus permettent de mieux cibler les questions pour les réponses manquantes.

2.3.2. Le matériel nécessaire

- 30 pots de yaourts
- 35 cuillères dans une boîte ;
- une boîte de cubes (> 60) ;
- 2 plateaux ;
- le train et la ribambelle d'enfants :
  - le train peut être constitué par des boîtes d'allumettes identiques
  - la ribambelle peut être une frise d'une vingtaine de personnes identiques.

2.3.3. La passation

Le maître prend chaque élève individuellement pendant un court moment (5 à 10 min) pour lui faire réaliser un certain nombre des exercices proposés. Bien sûr, il faut renseigner au fur et à mesure la fiche récapitulative.

Il est vraisemblable qu'un élève donné sera amené à venir 2 fois pour poursuivre le travail commencé et parcourir la totalité des exercices. L'idéal serait qu'il ne passe qu'une fois.

2.3.4. Les exercices du bilan oral

2.3.4.1. premier exercice

Objectif : Evaluer N , le plus grand nombre jusqu'où il compte sans se tromper.
Consigne : "Jusqu'où sais-tu compter ?...compte ?"
Remarque : En général, cette épreuve est très rapide, mais certains enfants nous laissent perplexes :

<u>Exemple</u> : Tel enfant compte jusqu'à 29 mais en "sautant" le "11". On le fait recompter : même oubli ! Cet oubli du 11 devra être pris en compte dans les séances ultérieures d'apprentissage, bien que l'enfant commence à comprendre l'algorithme de la suite des nombres.

Dans de tels cas, il faut affiner l'évaluation de N [on pourrait ici, le noter 29 (- 11)].

2.3.4.2.deuxième exercice

Objectif : Evaluer C1 "dire combien il y a d'objets"
Consigne : "Combien y a-t-il de cubes ?"
Passation : Poser sur la table un certain nombre de cubes tel que l'enfant réussisse, tout en restant proche de son maximum pour limiter les essais.
Noter C1 , le plus grand nombre avec lequel il réussit.
<u>Exemple</u> : C3 = 8 ; N = 14
- commencer par 10 cubes, réussite,
- proposer une collection de 14 : échec,
- nouvelle collection de 12 : réussite avec beaucoup d'hésitation ; noter C1 = 12.

2.3.4.3. troisième exercice

Objectif : Evaluer C2 : "extraire un nombre donné d'éléments"
Consigne : Mets "n" cubes sur la table,

Passation : Là aussi, prendre en compte les résultats précédents pour limiter le nombre de questions. On pourrait commencer en partant de N . Selon la réussite ou l'échec, on augmenterait ou on diminuerait pour évaluer C2 , le plus grand nombre avec lequel il réussit.

2.3.4.4. quatrième exercice

Objectif : Evaluer O1 : "montrer le énième dans une suite ordonnée"

Consigne : Montre-moi le "énième" (sur le train ou sur la ribambelle).

Passation : Commencer par N = O1, ou plus si O1 = 9 et que C3 > 9.
Poser la même question en augmentant ou diminuant N , et en alternant la ribambelle et le train.
Noter 01 le plus grand nombre avec lequel il réussit.

2.3.4.6. sixième exercices

Les exercices 6 et 7 ne s'adressent qu'aux élèves qui n'ont pas visiblement compté dans la situation (A).

Objectif : Vérifier la maîtrise de la correspondance terme à terme et ce avec 2 nombres différents.

Consigne : "Prépare les cuillères pour ces pots".

Remarque : Pour gagner du temps, on peut ne pas proposer cette épreuve aux enfants qui ont fait une correspondance terme à terme dans la fiche 1.

Matériel : Devant le maître, un plateau avec n pots devant l'élève, un plateau vide, et à côté la boîte de cuillères.

Consigne : "pose sur ton plateau les cuillères qu'il faut pour en mettre une par pot".
Éventuellement, ajouter : "tu peux bouger les pots si tu veux, mais sans les sortir de leur plateau".

L'épreuve est proposée successivement avec 2 nombres différents
(1) n = C2 (2) n > N ou si N est très supérieur à C1, n = C1 + 5

Ces deux nombres devraient permettre à beaucoup d'enfants d'envisager la correspondance terme à terme au moins une fois. L'expérience montre que les enfants qui sont assez sûrs de leur comptage ne peuvent envisager une correspondance terme à terme qu'avec un nombre assez grand pour les décourager de compter... (n > N) .

D'autres, par contre, peu assurés, sont noyés par un grand nombre mais font spontanément une correspondance dans un domaine où ils savent compter, parce qu'ils la conçoivent mieux.

Il sera particulièrement intéressant d'observer dans cette épreuve les enfants pour lesquels C3 = O .

<u>Exemple</u> : Un enfant compte jusqu'à 7, il réussit à donner 5 cuillères mais dans le problème n'a réussi qu'avec 3 (perception globale).

Avec 5 pots sous les yeux, s'il n'arrive pas à préparer les cuillères, il devra certainement être l'objet, à l'avenir, d'une attention toute particulière (activité de soutien, "aménagement" de l'activité proposée à l'ensemble de la classe, etc.).

2.3.4.7 exercice : L'invariance[3]

Objectif : vérifier si un enfant maîtrise la conservation de la quantité.

Matériel : n pots sur un plateau ; les cuillères sur l'autre plateau ou dans la boîte.

Passage : après l'épreuve précédente (ou directement si elle a été sautée), faire mettre les cuillères dans les pots. Puis, sous les yeux de l'enfant, sortir les cuillères et les empiler "et maintenant, crois-tu qu'il y a assez de cuillères pour ces pots ?"

Noter (soit + , -) (soit 1 , 0) etc. dans la colonne "invariance" suivant que l'enfant répond correctement ou non.

---

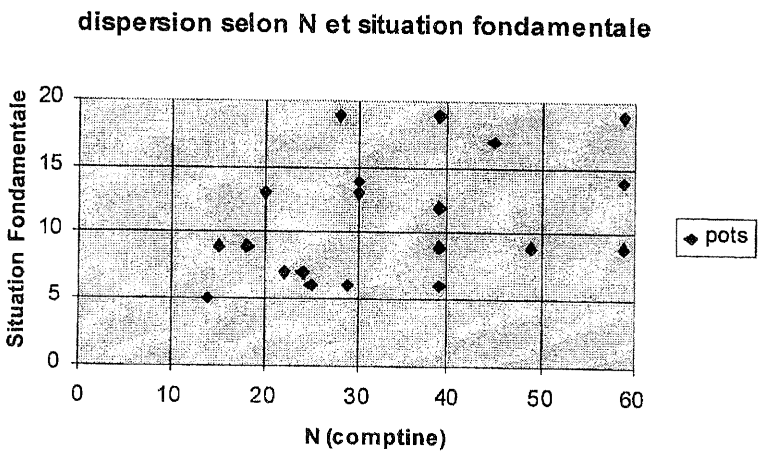
[3] l'invariance : ou maîtrise de la conservation de la quantité.

3. EXTRAIT D'UN COMPTE-RENDU[4]

Voici les résultats d'élèves de CP en septembre (deuxième semaine de classe) :

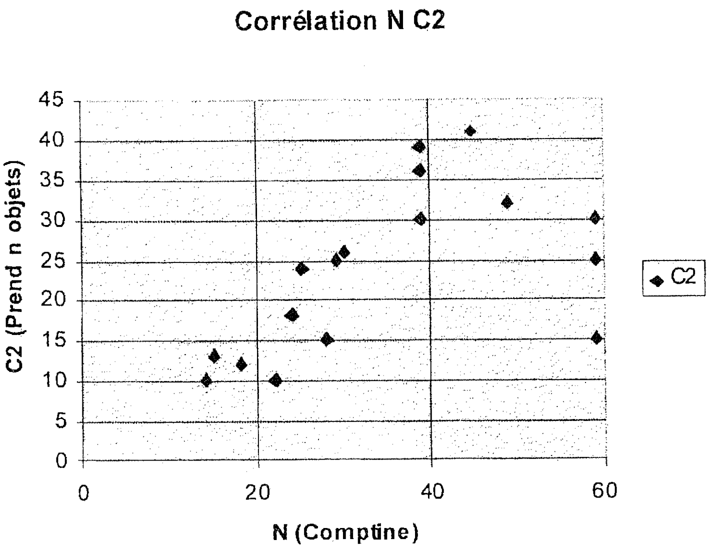
		Jusqu'où sais-tu compter ?	Situation fonda-mentale	Combien y a-t-il d'objets ?	Prends n objets	Montre le n°	Celui là, c'est le combien ?
	Noms	N	pots	C1	C2	O1	O2
1	Alexandre	39	12	16	30	3	6
2	Christelle	39	9	39	36	10	15
3	Damien	14	5	14	10	3	6
4	Paul	25	6	10	24	12	24
5	David	24	7	15	18	15	24
6	Florian	15	9	15	13	3	4
7	Maud	20	13	18		9	6
8	Mylène	45	17	37	41	12	25
9	Sandra	22	7	3	10		5
10	M-Laure	28	19	16	15	6	11
11	Chloé	39	19	35	39	11	8
12	Eugénie	49	9	15	32	15	17
13	Claire	39	6	19		5	6
14	Claire Gu	30	13	26		9	8
15	Cyril	59	19	49	25	5	3
16	Frédéric	30	14	26	26	16	22
17	Marianne	18	9	10	12	4	5
18	Christian	59	14	25	30	18	10
19	Cédric	59	9	18	15	25	17
20	Mathilde	29	6	23	25	4	11

L'analyse de ces résultats permet d'avoir une idée plus précise de la classe, en même temps qu'elle permet d'affiner ses propres connaissances sur le numérique chez des enfants de cet âge.



Ce premier résultat montre que savoir la comptine jusqu'à n ne signifie pas savoir utiliser la connaissance nombre jusqu'à n dans une situation dont il est la solution.

[4] Mémoire PE2 de Nadia Lagurgue - juin 1993 - IUFM d'Aquitaine.



Il y a une corrélation mieux établie entre la comptine et un usage quasi rituel de celle-ci. Toutefois, certains enfants connaissent très bien la comptine et échouent dans le comptage (en général, problèmes de synchronisation entre l'énoncé du mot-nombre et le repérage de l'objet).

EVALUATION ET ELEVES EN DIFFICULTE

Denis BUTLEN,
IUFM de Créteil,
Equipe de recherche DIDIREM, IREM de Paris 7

Résumé : *Il s'agit de la seconde intervention de l'atelier consacré à l'évaluation. Cette contribution comporte un exemple d'utilisation des évaluations nationales pour repérer les élèves en difficultés en mathématiques et deux exemples d'activés en formation continue, sur le diagnostic des difficultés.*

Cette deuxième contribution porte sur deux types d'activités abordant la question de l'évaluation. Notre but est de poser ce problème dans le cadre d'une réflexion sur l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté, en formation initiale mais aussi en formation continue.

Dans un premier temps, nous développons une utilisation possible des résultats des tests nationaux de CE2 : *comment repérer les élèves en difficulté en mathématiques ?*

Dans un second temps, nous décrivons deux exemples d'activités conduites lors de stages de formation continue et destinées à affiner un diagnostic sur les difficultés des élèves.

1. Un exemple d'analyse des tests nationaux d'évaluation CE2 (ou sixième)

Nous reprenons ici une idée développée dans un article publié dans Grand N n°49, pp 49-59, *intitulé « Quelques remarques sur les tests nationaux d'évaluation CE2 - 1989-1990 »*, reproduit en annexe 1.

Il s'agit de faire analyser par des stagiaires (en formation initiale ou continue) les items proposés lors des évaluations nationales CE2 dans le but de construire un outil permettant de diagnostiquer les élèves en grande difficulté en mathématiques.

Nous distribuons aux stagiaires un cahier d'évaluation CE2 ainsi que les résultats nationaux correspondants, publiés par la Direction de l'Evaluation et de la Prospective.

Il s'agit de répondre aux questions suivantes : *« Quels sont les items qui sont réussis par au moins 80% de l'échantillon national d'élèves de* CE2 ? *Quelles sont les connaissances testées à cette occasion ? A quel(s) niveau(x) scolaires sont-elles enseignées ? »*

suivante d'un élève en difficulté en mathématiques de CE2 : c'est un enfant qui échoue massivement aux items réussis à plus de 80% nationalement.

Nos recherches sur les élèves en difficulté ([6], [16]) ont montré que ce type de définition reste efficace pour les évaluations de sixième.

Le recueil, sur plusieurs années, des items correspondants permet ensuite aux maîtres de se construire un outil fiable permettant de détecter les élèves manifestant des difficultés importantes et de prévoir les thèmes des remédiations nécessaires.

Cette étude se poursuit par un exposé du formateur relatant une analyse plus fine de réponses à certains items recueillis auprès d'une classe comportant un nombre important d'élèves de CE2 en difficulté en mathématiques. L'intervention porte notamment sur l'écart entre les performances et les procédures enregistrées dans cette classe et les performances nationales (cf. annexe 1, deuxième et troisième chapitres et [6]).

2. Evaluation et élèves en difficulté, quelques activités en formation continue

Les activités que nous décrivons maintenant sont directement inspirées par les recherches que nous avons menées notamment avec Monique Pezard ([6], [7])

Elles ont pour but d'amener des maîtres de l'école primaire, en formation continue, à se construire des outils plus fins d'analyse des difficultés que les tests nationaux et prendre conscience de la nature de ces difficultés.

La première activité porte sur l'analyse d'un questionnaire destiné à cerner les représentations des élèves sur les mathématiques et leur apprentissage (cf. annexe n'2) et l'impact éventuel sur leur comportement. Le but est de montrer l'importance de ce type de diagnostic pour préciser certains blocages. Une analyse détaillée des réponses apportées par les élèves de la classe de CE2 précédemment citée est ensuite faite.

C'est l'occasion de présenter une étude de certains cas particuliers. Par exemple, celui de Rachid qui n'a pas pu apprendre à faire des multiplications avec un multiplicateur de 2 chiffres car il a consacré l'essentiel de ses efforts à présenter très soigneusement son travail écrit. Centré sur la présentation de ses écrits, y compris au brouillon, il ne peut plus suffisamment réfléchir sur les procédures de calcul à mettre en œuvre.

La seconde activité porte sur l'observation d'élèves en difficulté en train de résoudre un problème.

La seconde activité porte sur l'observation d'élèves en difficulté en train de résoudre un problème.

Selon leur préférence, par groupe de trois, ils vont construire un protocole d'observation portant soit sur la résolution d'un problème relativement complexe, soit sur des exercices de passage de la numération écrite avec des chiffres à la numération écrite avec des mots.

Les problèmes sont les suivants :

« Je pense à Trois nombres qui se suivent, je les additionne, je trouve 108, trouves ces trois nombres. »

« A l'étalage d'un marchand de fruits, il y a trois plateaux : l'étiquette du premier plateau indique 4 oranges pour 8F ; celle du second plateau indique 2 francs pour 3 citrons celle du troisième plateau 4 francs pour 7 poires.

Quel est le fruit le plus cher, quel est le fruit le moins cher ? »

Dans chaque cas, les stagiaires doivent décider à l'avance ce qu'ils vont dire aux élèves (consignes, questions...), les aides éventuelles à apporter en cas de blocage et les moyens de contrôle laissés à la charge de l'élève.

Les tâches sont réparties de la façon suivante : un maître, un observateur du maître, un observateur de l'élève.

Les entretiens sont enregistrés à l'aide d'un magnétophone.

Les stagiaires doivent ensuite présenter aux autres leurs analyses en précisant la nature des difficultés des élèves, leurs manifestations, la pertinence des moyens de détection utilisés, l'impact de l'aide éventuelle apportée.

C'est l'occasion d'apporter un certain nombre d'éléments concernant l'observation des élèves ; en particulier la nécessité de préparer cette observation par une analyse a priori soigneuse. Nous avons souvent noté une certaine réticence des maîtres confirmés à conduire une analyse préalable approfondie, ils n'en ressentent pas le besoin, se contentant souvent d'une analyse de surface, basée sur leur expérience professionnelle.

Au départ réticents, les stagiaires se déclarent par la suite très intéressés par ce type d'activités qui leur permet de prendre du recul par rapport à leur pratiques quotidiennes. Plusieurs d'entre eux déclarent n'avoir jamais observé d'élèves dans ces conditions privilégiées auparavant.

Bibliographie

BAUTIER E., ROBERT A., 1988, "*Réflexions sur le rôle des représentations métacognitives dans les apprentissages des mathématiques*". Revue Française de Pédagogie n'84 p. 13-19, INRP, Paris.

BROUSSEAU G., CENTANO J., 1991, "*La mémoire du système didactique*". Recherches en Didactique des Mathématiques n°11-2.

BRUNER J.S.,1983, "*Savoir-faire, savoir dire*". Presses Universitaires de France, Paris.

BUTLEN D. "*Quelques remarques sur les tests nationaux d'évaluation en CE2*", Grand N n° 49 p. 49-59, IREM de Grenoble.

BUTLEN D., PEZARD M., 1992, "*Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du CP au CM2*". Recherche en Didactique des mathématiques n°12.2.3.

BUTLEN D., PEZARD M "*Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée* ". Grand N n°50 p. 29-58, IREM de Grenoble.

BUTLEN D., PEZARD M. "*Le rôle de l'écrit collectif dans la conceptualisation de notions mathématiques et dans l'acquisition de méthodes de résolution de problèmes numériques*". In rapport d'étape de l'équipe de recherche "Pratiques des élèves et des enseignants en mathématiques", IUFM de Créteil.

CHARLOT B., BAUTIER E., ROCHEX J.Y., "*Ecole et savoir dans les banlieues... et ailleurs.*" A. Colin.

CHAUVEAU G., 1982, "*L'insuccès scolaire. Le rôle des rapports sociaux et culturels*". Psychologie scolaire n°39 p. 21-39.

CHEVALLARD Y., 1988, "*Notes sur l'échec scolaire*". Publication de l'IREM de Marseille n° 3.

HOUDEBINE J., JULO J., 1988, "*Les élèves en difficulté dans le premier cycle de l'enseignement secondaire*". Revue Française de Pédagogie n°84 p. 5-12 INRP Paris.

LAUTREY J., 1980, "*Classes sociales, milieu, familial, intelligence*". Paris, PUF.

PERRENOUD P., 1984, "*La fabrication de l'échec scolaire*". Librairie Droz Genève.

PERRIN-GLORIAN M.J., 1992, "*Aires et surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté, aux niveaux CM2-6ème*". Thèse de Doctorat d'État, Université de Paris VII, février 1992.

PERRIN-GLORIAN M.J. Questions didactiques soulevées à partir d'un enseignement des mathématiques dans les classes faibles. Recherches en Didactique des mathématiques vol. 13 n°1/2. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

PERRIN-GLORIAN M.J., BUTLEN D., LAGRANGE M., 1991, "*Elèves en difficulté en classe de 6ème*". Repères-IREM n°3 p. 97-139, Tropiques Editions, 54700 Pont-à-Mousson.

ROBERT A., ROBINET J., 1989, "*Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement*". Cahier DIDIREM n°3 et 4, IREM de Paris 7.

Annexe 1

QUELQUES REMARQUES SUR LES TESTS NATIONAUX D'EVALUATION CE2 DE 1989 ET 1990

Nous avons été amenés à nous intéresser aux tests d'évaluation CE2 de ces deux dernières années pour deux raisons :

- d'une part, nous avons utilisé ce test comme premier outil de diagnostic lors d'une expérience d'enseignement à des élèves en difficulté de CE2 (école Montaigu de Melun, Seine et Marne), dans le cadre d'une recherche menée à l'IREM de Paris VII ;
- d'autre part, nous avons eu à répondre aux questions soulevées par cette évaluation lors des stages d'instituteurs organisés par l'Ecole Normale sur ce thème.

1. Premier constat issu des résultats des évaluations de CE2 de 1989 et 1990 : essai de définition statistique de l'élève en difficulté au CE2

Analysons les résultats de 1989 et 1990, en particulier déterminons les items réussis à plus de 80% (tableaux 1 et 2). Nous expliquons plus loin les raisons de ce choix.

D'après ces tableaux, nous constatons que les items réussis à plus de 80% portent sur :

- L'écriture des nombres à trois chiffres en lettres et en chiffres : cependant cette écriture ne doit pas comporter trop "d'irrégularités", ainsi en 1990, quatre-vingt-sept et neuf cent soixante-dix sont plus mal réussis que trois cent quarante-deux et six cent sept.
- Le rangement des nombres de deux et trois chiffres par ordre croissant.
- Le placement de nombres sur la droite numérique (représentée conventionnellement sous forme d'une ligne droite).
- La comparaison des nombres écrits sous formes additives ou soustractives simples (notons toutefois que les erreurs sont plus importantes quand les écritures sont "trop proches", trop "semblables").
- Les additions en ligne et sans retenue (87,1%) ou posées avec (77,4%, 79,2%) ou sans retenue (92,7%).
- La reconnaissance et la résolution d'un problème additif comportant deux données (par contre un problème additif comportant trois données n'est réussi qu'à 74,6% en 1989).
- La comparaison de bandelettes en prenant en compte leur longueur.
- Le tracé de dessins simples et conventionnels sur quadrillage, repérages simples sur quadrillage. Il s'agit de tracer sur quadrillage une figure translatée ou compléter par symétrie une figure (ne comportant pas trop d'obliques, 1989) ou encore de décoder, sur quadrillage, un chemin.
- La lecture d'un tableau à double entrée.

Tableau 1 : items de l'évaluation nationale d'octobre 1989, réussis à plus de 80% (d'après le Ministère de l'Education Nationale, Education et formations, évaluation CE2-6ème)

Exercice	Objectif	Activité	item	%
1	Transcrire en lettres des nombres écrits en chiffres et inversement	Transcrire quatre-vingt-quinze Transcrire cinq cent vingt-huit Transcrire 609 Transcrire trois cent quatre	1 2 3 4	86,9% 89,8% 86,5% 91,6%
2	Ranger des nombres	Ranger 78, 89, 56 et 65 du plus petit au plus grand Ranger 876, 867, 856 et 865 du plus petit au plus grand	5 6	95% 88,8%
4	Comparer des nombres écrits sous des formes diverses	Mettre le signe qui convient : > < = 500 + 60 + 5... 565 572 + 84 +... 572 + 118 28 - 14 ... 38 - 14	8 10 11	94,1% 87,3% 84,8%
7	Savoir faire les trois opérations (+, -, x) posées ou en ligne	Effectuer une opération : . addition en ligne 428 + 231 *. 694 + 78 (posée)*	15 *18*	87,1% *77,4%*
10	*Résoudre des situations à une opération*	*trouver le nombre d'élèves dans trois écoles (additif)*	*27*	*74,6%*
14	Ranger des longueurs	Classer cinq bandes de la plus courte à la plus longue	34	85,4%
16	Savoir se repérer et se déplacer sur quadrillage	Tracer, sur un quadrillage, un chemin en respectant un message codé	36	81,1%
20	Achever un tracé	Compléter une figure en observant le modèle	42	83,9%
21	Compléter par symétrie	Tracer le symétrique d'une figure par rapport à une droite	43	81,8%
30	Lire un tableau à double entrée	A partir du tableau de présence au restaurant scolaire, repérer trois informations . information 1 . information 2 . information 3	53 54 55	92,2% 89,8% 87,3%
31	Placer des nombres dans un tableau	Placer dans un tableau trois distances séparant des villes	56	83%

N.B : nous avons retranscrit dans ces tableaux tous les items réussis à plus de 70%, les items réussis dans un pourcentage compris entre 70% et 80% sont écrits en italique.

Tableau 2 : items de l'évaluation nationale d'octobre 1990, réussis à plus de 80% (d'après le Ministère de l'Education Nationale, Education et formations, évaluation CE2-6ème)

Exercice	Objectif	Activité	item	%
3	Construire ou reproduire une figure simple sur quadrillage	Tracer le translaté d'un dessin sur un quadrillage	3	87,3%
5	*Compléter, par pliage (symétrie) une figure dessinée sur quadrillage*	*Reproduire, de l'autre côté de l'axe de symétrie, un dessin représenté sur un quadrillage*	*5*	*73,3%*
6	*Décrire une figure afin qu'un camarade puisse la reproduire*	*Choisir, parmi trois messages, celui qui a permis de réaliser un dessin*	*6*	*76,7%*
10	*Lire l'heure*	*à une heure donnée, associer le bon cadran parmi trois*	*12*	*78,2%*
15	*Utiliser le calendrier*	*Repérer deux informations dans une partie du calendrier de 1990 :* *. trouver la date correspondant au dernier mercredi du mois de septembre* *. quel est le jour correspondant au 6 octobre*	 *20* *21*	 *73,4%* *78,2%*
18	Effectuer les trois opérations (+, -, x), posées	Effectuer des opérations posées . addition sans retenue : 543 + 32 . addition avec retenue : 283 + 497	 26 29	 92,7% 79,2%
20	Calculer mentalement	Effectuer mentalement l'opération suivante : . 24 + 7	37	80,6%
21	Transcrire en lettres des nombres écrits en chiffres et inversement	Transcrire en lettres deux nombres écrits en chiffres . 342 *. 970* et transcrire en chiffres deux nombres écrits en lettres . six cent sept *. quatre-vingt-sept*	 41 *44* 42 *43*	 81,3% *73,6%* 91% *74,2%*
22	Ranger des nombres	Ranger cinq nombres ayant un, deux, ou trois chiffres, du plus petit au plus grand. Ranger cinq nombres compris entre 400 et 500	45 46	91,2% 85,3%
23	Placer des nombres sur la ligne des nombres	ranger des séries de trois nombres sur la ligne des nombres présentée "*de façon habituelle*	48	84,6%
24	Comparer des nombres sous formes diverses	Comparer des écritures numériques présentées sous formes différentes *. 900 + 60 + 16 ... 900 + 70 + 16* *. 348 + 57 ... 210 + 348* . 47 - 12 ...37 - 12	 *49* *51* 52	 *76,3%* *76,5%* 79,6%
26	Lire un tableau à double entrée	A partir d'un tableau à double entrée, identifier trois données : . une case . une modalité en ligne . une modalité en colonne	 55 56 57	 86,2% 83,8% 82,2%

Exercice	Objectif	Activité	item	%
28	Exploiter un document brut	Repérer quatre villes à partir des températures sur une carte météorologique . Donner le nom de la ville où il fait le plus chaud *. Donner le nom de la ville où il fait le moins chaud* *. Donner le nom des villes où l'on a relevé 27 (deux réponses)*	 59 *60* *61*	 81,4% *74,6%* *78,7%*
29	Résoudre un problème à une opération	Résoudre un problème additif	62	82,5%
31	Faire un choix raisonné entre plusieurs réponses à une même question et formuler la justification	A partir de l'extrait d'un catalogue de jouets, additionner mentalement deux nombres et : . situer le résultat par rapport à un nombre donné.	72	90,6%

Il semble que ces items correspondent aux contenus d'enseignement du CP, voire de début de CE1 pour la numération et l'addition.

Le fait d'évaluer des élèves sur des contenus enseignés un ou deux ans auparavant tient compte du temps nécessaire pour que des notions mathématiques soient acquises.

Ceci pourrait laisser entendre qu'un élève de début CE2 doit seulement avoir acquis les notions du programme de CP. La réalité est toutefois plus compliquée. La maîtrise des notions du CP suppose leur réinvestissement dans des contextes plus complexes : la connaissance du modèle additif par exemple, nécessite la reconnaissance de modèles non additifs ; il en est de même pour le tri et sélection de données...

L'analyse des résultats tant nationaux que locaux nous a amenés à formuler la définition suivante : un élève en difficulté générale en mathématiques, en début de CE2, est un élève qui n'a pas acquis certaines notions mathématiques importantes de fin CP, début CE1. C'est donc un élève qui échoue massivement aux items réussis à plus de 80% nationalement.

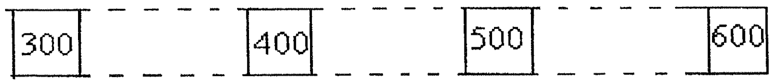
2. Analyse plus détaillée de quelques items numériques ayant un pourcentage de réussite "faible" (moins de 80% de réussite)

2.1. Représentation de la droite numérique

Les performances enregistrées tant en 1989 qu'en 1990 sur les exercices consistant à placer des nombres sur *"la ligne des nombres"* (termes employés dans le compte-rendu ministériel montrent que **les élèves de début CE2 ne maîtrisent que la représentation la plus conventionnelle de la droite numérique** (exercice ci-dessous). Ainsi l'exercice 3 (1989), "droite numérique courbe", de 1989 ci-dessous n'est réussi qu'à 73%, alors que l'exercice n°23.b (1990), «droite numérique linéaire », l'est à 84,6%.

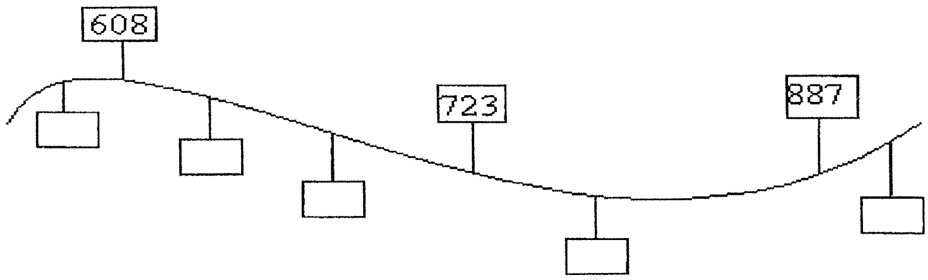
Exercice 23.b (1990)

a. Ecris dans le bon ordre, chaque nombre à la place qui convient : 367, 582, 309



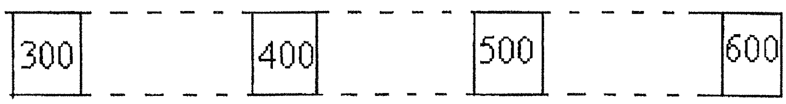
Exercice n°3 (1989)

On a déjà placé trois nombres sur la ligne : 608, 723 et 887.
Place dans les étiquettes ces cinq nouveaux nombres :
624, 904, 783, 642 et 597.



Exercice 23.a (1990)

a. Ecris dans le bon ordre, chaque nombre à la place qui convient : 367, 582, 309



De même, la comparaison des résultats obtenus par les élèves de 1990 à l'exercice 23 ci-dessous montre que les élèves rencontrent plus de difficulté à placer des nombres sur une "bande numérique" (65,3%) que de le faire sur la droite numérique (84,6%).

Une erreur fréquente consiste à placer un nombre par intervalle libre, les élèves respectant en général l'ordre des nombres à placer. D'autres élèves refusent de placer deux nombres dans un intervalle et donc ne placent que deux nombres sur trois

On ne peut seulement expliquer ces erreurs par l'inattention de l'élève. Ce manque de familiarisation avec des représentations diverses de la droite numérique est encore plus important chez les élèves en difficulté ; ainsi le pourcentage d'erreur est nettement plus élevé dans la classe de Melun, le nombre d'erreurs étant le double de celui de la moyenne nationale.

2.2. Calcul mental

Les résultats relevés dans les activités de calcul mental nous semblent faibles.

Les élèves devaient effectuer mentalement certains calculs, la consigne de passation était la suivante :

Dites aux élèves :
"Je vais vous donner cinq opérations.
Calculez dans votre tête et écrivez les résultats."
Dictez chaque opération deux fois. Donnez 20 secondes pour chaque opération et faites écrire le résultat dans la case correspondante.

Cette activité ne se réduit pas à effectuer des opérations en ligne, car les élèves doivent mémoriser les opérations, elles ne sont pas écrites.

L'addition *7 + 5 + 6 + 2* n'est réussie que par 62,8% d'élèves (11,1% de non réponses) ; on relève les erreurs suivantes :

- 19 au lieu de 20,
- oubli du dernier terme : 18 au lieu de 20.

Ces deux erreurs peuvent être dues à l'emploi d'une procédure de surcomptage.

Erreur due à l'importance du dernier nombre énoncé "deux", 22 au lieu de 20 car il faut additionner 2 en fin de calcul, 18 + 2 = 22.

Là encore les erreurs sont plus nombreuses dans la classe de Melun, en particulier le nombre de non réponses est doublé.

Les résultats relevés sur les autres calculs, en particulier sur les calculs "*8 + 7 - 3*" (55,3% de réussite, 12,6% de non réponses) et "*34 - 6*" (49,9% de réussite), montrent que les activités de calcul mental restent difficiles.

Les erreurs les plus fréquentes sont les suivantes :
- *"8 + 7 - 3"*
- erreurs d'une unité dans le calcul (12,2%),
- réponse 15 : non prise en compte du dernier facteur (oubli ou difficulté à traiter une soustraction dans un calcul plus complexe),
- réponse 18 : ajout de trois au lieu de retrait,
- réponse 13 ou 3 : erreur due à l'importance du dernier nombre "trois".

- "*34 - 6*"
- 36 au lieu de 28, erreur due à l'importance prise, en mémoire par, d'une part le "trente" de trente-quatre et d'autre part le dernier nombre énoncé "six",
- 29 au lieu de 28, erreur d'une unité, sans doute due à un décomptage un à un, mal maîtrisé (oubli d'un décompte),
- 30 au lieu de 28, erreur due, sans doute, à une tentative de prendre en compte une décomposition de 6 en 4 +2, *34 - 6 =34 - 4 - 2 = 30 - ? = 30*
- 40 : addition au lieu de soustraction.

3. Analyse des résultats enregistrés aux problèmes numériques

Nous avons déjà souligné dans le premier paragraphe que la reconnaissance du modèle additif et le traitement d'un problème additif comportant deux données semblent assez bien maîtrisés à ce stade (82,5 % des élèves réussissent).

Le test de l'année 89 montre que le pourcentage de réussite est plus faible (74,6%) quand le calcul fait intervenir trois données.

Une bonne compréhension du modèle additif suppose la capacité de distinguer modèle additif et autre modèle, c'est-à-dire modèle multiplicatif ou soustractif.

Analysons les résultats enregistrés à quelques problèmes numériques posés en 1990.

3.1. Problème additif

Exercice 29

a. Pierre a 47 photos de footballeurs.
On lui offre une pochette de 25 photos.
Il a maintenant ______________________ photos.

Nous avons vu que ce problème est réussi par 82,5%.Les résultats sont du même ordre dans la classe de Melun, ainsi :
- sur 23 élèves, 20 font une addition que 18 réussissent.

3.2. Problème multiplicatif

" Le maître a commandé 3 paquets de 25 cahiers et 6 pochettes de feutres pour sa classe.
Combien de cahier recevra-t-il ?"

Résultats :
Juste : 46,2%
Autre résultat : 50,6%
Absence de résultat : 3,2%

Démarches :
Multiplication ou addition réitérée : 44,1%
Démarches incorrectes utilisant la donnée inutile : 15,1%
Autre démarches incorrectes : 12,7%
Démarche non apparente : 28,1%

Ce bilan ne nous donne pas beaucoup d'informations ; en effet nous pouvons seulement en déduire que 15,1% des élèves utilisent la donnée inutile. **Un bilan prenant en compte une analyse des erreurs prévisibles se révèle ici plus pertinent**.

En effet, l'élève répondant 81 (81 = 3 x 25 + 6) ne sait pas trier les données mais a bien reconnu les modèles additifs ou multiplicatifs sous-jacents.

Par contre, l'élève répondant 28 (25 + 3) ne reconnaît pas le modèle multiplicatif du problème même s'il trie correctement les données.

De même une distinction entre procédure additive (25 + 25 + 25) et procédure multiplicative peut donner au maître des éléments de diagnostic sur le niveau d'apprentissage du modèle multiplicatif.

Voici les résultats enregistrés dans la classe de CE2 où nous travaillons (Melun) :

- Elèves répondant correctement à la question posée : 8 sur 23 (34,7%)
    - aucune indication de procédures : 2
    - addition réitérée : 2
    - multiplication : 4
- Elèves ne répondant pas correctement à la question : 13 élèves (56,5%)
- Non reconnaissance explicite du modèle multiplicatif (traitement par une addition non réitérée) : 9 élèves
    - 28 = 25 + 3 : un élève
    - 34 = 25 + 3 + 6 : 6 élèves
    - 31 = 25 + 6 : un élève
    - 35 : pouvant s'interpréter comme 34 à "une unité près"
    - 131 : en fait 31 et 1 de retenue recopié
- Prise en compte d'une seule donnée du problème :
    - 3 paquets : un élève
    - 25 : 2 élèves
    - Autre : 1 réponse difficilement interprétable : 55
- Non réponse : 2 élèves.

- 9 élèves ne prennent pas en compte les bonnes données du problème (40%) dont :
  - 6 élèves additionnant les trois données,
  - 3 élèves ne prenant en compte qu'une seule donnée.

Il faut rajouter à cette liste les erreurs de calculs.

3.3. Problème soustractif

"Lucie veut envoyer une carte de vœux à chacun de ses 32 camarades de classe.
Elle a déjà préparé 10 cartes.
Elle doit encore écrire ____________ cartes."

Le bilan reproduit dans le compte-rendu national est là encore trop succinct :

Résultats	Démarche :
juste : 65,5%	soustraction ou addition à trous : 42,6%
autres résultats : 29,1%	autres démarches : 18,6%
absence de résultats : 5,4%	démarche non apparente : 38,8%

Nous avons, pour notre part, dans la classe de Melun, relevé les points suivants :
- 13 élèves sur 23 (56,5%) réussissent ce problème grâce à une soustraction (12 élèves, 52%) ou à une addition à trou (1 élève).
- 8 élèves (34,7%) font une autre opération dont :
  - 7, une addition (30,4%)
  - 1, une multiplication (cet élève a sans doute essayé de reproduire l'opération faite à l'exercice précédent).
- Un élève propose une donnée tirée de l'énoncé (32).
- Un élève répond en fait à l'exercice précédent.

A cette liste, on peut rajouter :
- les erreurs éventuelles de calcul,
- les écritures du type 10 - 32 = ...,

3.4. Conclusion portant sur l'étude des réponses du CE2 de Melun

Afin d'apprécier la maîtrise du modèle additif, il nous a paru nécessaire de distinguer les élèves l'employant à bon escient et les autres. Ainsi :
- 8 élèves seulement sur 23 (34,7%) reconnaissent à chaque fois le modèle sous-jacent au problème posé (additif, soustractif et multiplicatif).
- 10 élèves sur 23 (43,4%) emploient à tort un modèle additif, parmi ceux-ci, on distingue :
  - 7 élèves qui confondent addition et soustraction,
  - 9 élèves qui confondent addition et multiplication.

De plus, on compte 6 élèves qui font une addition dans tous les cas.

A ces élèves, il faut ajouter les 5 élèves qui "*ne font pas d'opérations*". Ces derniers répondent en citant en général, plus ou moins au hasard, une donnée de l'exercice. Ils considèrent qu'il faut toujours répondre à la question posée, cela fait partie du contrat.

La seule prise en compte de la réussite au problème additif (18 élèves de la classe) ne permet pas de mesurer le niveau de compréhension des élèves sur l'addition. Il faudrait compléter cette analyse par l'étude des autres problèmes où interviennent des calculs numériques.

Depuis deux ans, nous utilisons ces tests nationaux dans les classes en difficulté où nous travaillons, nous constatons des résultats plus faibles que ceux de la moyenne nationale, comme le montre le tableau ci-dessous :

Tableau 3 : résultats comparés, problèmes de 1989

type de problème	soustractif (exercice 10-a)	multiplicatif (exercice 10-b)	additif (exercice 10-c)	mélange de multiplication et addition (exercice 11)	soustractif avec dessin (exercice 12)
résultats nationaux	65,9%	64,4%	74,6%	41%	67,9%
résultats de classe faible	25%	17,5%	25%	22%	37,5%
différence	-40,9%	-46,9%	-49,6%	-19%	-30,4%

4. Etude d'un item de géométrie

Intéressons-nous à l'exercice n°6 (1990) portant sur le décodage d'un message (voir ci-après).

Les résultats nationaux sont les suivants :
réponses justes : 76,7%
réponses fausses : 18,2%
non réponses : 5,1%

Notre classe enregistre des résultats inférieurs, en effet :
- réponses justes : 13 (56,5%)
- réponses fausses 10 dont :
  - 4 élèves cochant le premier message (mauvaise lecture extérieur/intérieur).

- 2 élèves cochant le troisième message (mauvaise lecture des rôles respectifs du cercle et du carré).
- 4 élèves (voir ci-dessous) faisant des erreurs de compréhension de la consigne.

Ces élèves interprètent chaque message comme une consigne et donc reproduisent le dessin correspondant au lieu de cocher une case. Nous avons d'autre part remarquer par la suite que

Ces élèves n'ont pas l'habitude des situations de communication.

5. Conclusion

Nous avons essayé de dégager quelques idées, en particulier :

-1- L'essentiel des items massivement réussis par les élèves de début CE2 porte en fait sur le programme de CP et début CE1.

-2- Les autres notions sont en cours d'apprentissage, en particulier, tout ce qui relève de la multiplication et de la soustraction.

-3- Il nous semble indispensable de faire une analyse détaillée des procédures et des erreurs des élèves. Le maître ne peut se contenter, s'il veut reprendre certaines notions avec ses élèves, d'une analyse aussi succincte que celle exposée dans le document national sur l'évaluation. Une typologie des erreurs en particulier nous semble indispensable. Cette typologie pourrait faire l'objet d'une analyse a priori des items posés.

-4- Nous utilisons depuis deux ans ces tests de début d'année pour organiser des actions de soutien dans une classe particulièrement défavorisée de Melun, nous relevons des résultats nettement plus faibles que ceux enregistrés nationalement. Une analyse fine de cette évaluation est nécessaire pour des élèves de ce type, dans le but de répondre de façon la plus adaptée possible à leurs difficultés.

-5- Il ne faut pas se contenter d'enregistrer des résultats isolés mais procéder à des recoupements d'items, nous avons essayé d'en montrer l'intérêt dans le cas du modèle additif.

Elève n°1

Ces élèves n'ont pas l'habitude des situations de communication.

☒ 1er message : *Dessine un cercle. Dessine un carré à l'extérieur du cercle.*

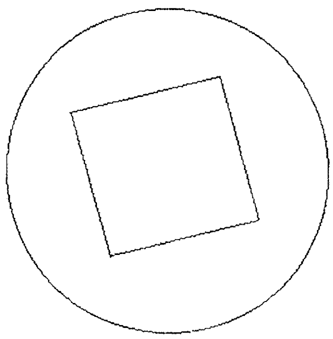
☒ 2ème message :

Dessine un cercle. Dessine un carré à l'intérieur du cercle.

☒ 3ème message :

Dessine un cercle. Dessine un cercle à l'intérieur du carré.

Fais une croix devant le message qui lui a permis de réaliser ce dessin.



Elève n°2

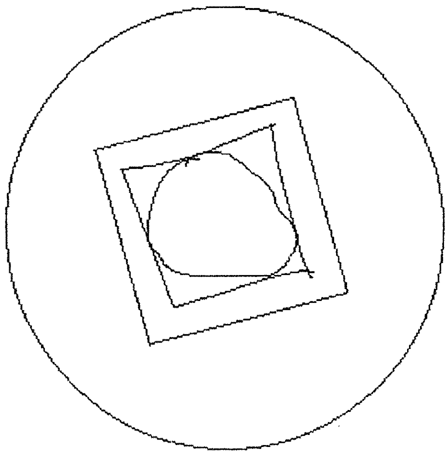
Un enfant a reçu trois messages lui demandant de dessiner une figure.

☒ 1er message : *Dessine un cercle. Dessine un carré à l'extérieur du cercle.*

☐ 2eme message :
Dessine un cercle. Dessine un carré à l'intérieur du cercle.

☐ 3ème message :
Dessine un cercle. Dessine un cercle à l'intérieur du carré.

Fais une croix devant le message qui lui a permis de réaliser ce dessin.



Elève n°3

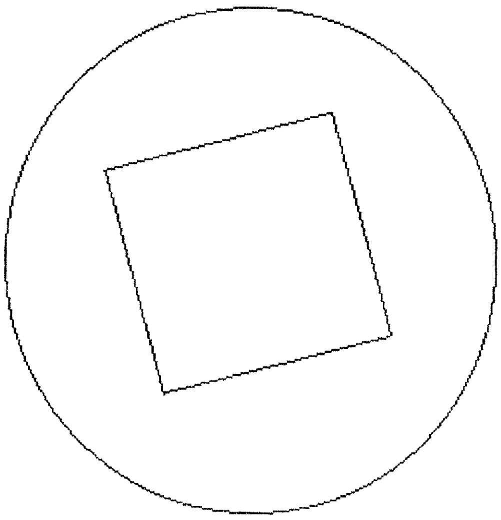
Un enfant a reçu trois messages lui demandant de dessiner une figure.

 1er message : *Dessine un cercle. Dessine un carré à l'extérieur du cercle.*

 2ème message :
Dessine un cercle. Dessine un carré à l'intérieur du cercle.

 3ème message :
Dessine un cercle. Dessine un cercle à l'intérieur du carré.

Fais une croix devant le message qui lui a permis de réaliser ce dessin.



Annexe 2

QUESTIONNAIRE SUR LES MATHEMATIQUES

1) Quelles sont les matières que tu préfères à l'école ? Celles que tu aimes le moins ? Et à l'extérieur de l'école ?

Qu'est-ce que tu fais les jours de congé ?

Y a-t-il autre chose qui te plaît, que tu aimerais faire ?

2) En quoi tu es fort à l'école ou hors de l'école ? Qu'est-ce que tu sais bien faire ?

3) Qu'est-ce que tu aimes en mathématiques ? Qu'est-ce que tu n'aimes pas ? Qu'est-ce qui te paraît facile ? Difficile ?

4) Est-ce qu'il y a des métiers où on se sert des mathématiques ? Quel métier aimerais-tu faire plus tard ?

Est-ce que tu sais quelles études il faut faire pour cela ?

5) Cette année, es-tu content de toi ?

Es-tu content de ton travail ?

As-tu fait des progrès ?

Est-ce que tu comprends mieux ?

Est-ce que tu travailles mieux lus ?

6) Qu'as-tu fait depuis le début de l'année en mathématiques ? (Faire expliciter ce qui est dit ; ex: pour les problèmes, donner un exemple, pour les opérations, dire lesquelles)

7) Qu'as-tu fait avec nous en petits groupes ? Est-ce que cela t'a aidé ?

Penses-tu qu'il y a eu assez de séances ? Devrait-il y en avoir plus ? Moins ?

Penses-tu qu'il vaut mieux que l'aide soit faite par le maître de la classe ou par un autre maître ?

8) Qu'est-ce qui t'a paru le plus facile ? Le plus difficile ?

Qu'est-ce que tu as aimé le plus ? Le moins ?

9) D'après toi, quel est le plus important à faire pour être bon en mathématique on peut suggérer :

- de bien écouter le maître
- de bien apprendre ses leçons
- de se faire expliquer ce qu'on n'a pas bien compris
- de faire beaucoup d'exercices ou de problèmes

- de bien tenir son cahier
- autre.

10) Si tu n'as pas bien compris, on peut suggérer
- je demande au maître d'expliquer à nouveau
- je demande à un camarade
- je demande à mes parents ou à mes grands frères et grandes sœurs
- je révise le cours
- autre

11) Que fais-tu quand un camarade explique ce qu'il a trouvé, ce qu'il a fait ? Est-ce que ça t'intéresse ? Lui poses-tu des questions ?

Est-ce que tu aimes expliquer ce que tu as trouvé ? Préfères-tu que ce soit le maître qui expliquer

12) Est-ce que tu vérifies les résultats que tu trouves dans un problème en classe ? Pendant un contrôle ?

Comment ? En refaisant les calculs ? En cherchant par une autre méthode ? Est-ce que c'est utile ?

13) Comment fais-tu pour chercher un exercice de mathématiques ? Est-ce que tu essaies de te souvenir de la Leçon ? Est-ce que tu cherches dans ton cahier ? Est-ce que tu essaies de te souvenir d'un exercice que tu as déjà fait et qui lui ressemble ? Est-ce que tu cherches seul ou avec des camarades ?

Quand tu ne trouves pas tout de suite, tu cherches pendant combien de temps ?

14) Arrive-t-il qu'un problème de mathématiques ait plusieurs solutions ?
Jamais, quelquefois, souvent ?

Arrive-t-il qu'il y ait plusieurs méthodes pour trouver la solution ? Jamais, quelquefois, souvent ?

PROBLEMES

1) Fais les opérations suivantes :

63	56	108
x38	x 52	x 29

2) Donne cinq écritures multiplicatives différentes du nombre 60

3) Dans une plantation, il y a 13 rangées de 14 sapins combien a-t-il de sapins ?

4) Pierre a acheté 23 bouquets de 12 fleurs Combien a-t-il acheté de fleurs ?
Chaque bouquet coûte 35F, combien a-t-il payé ?

FORMATION A LA PRATIQUE D'ENSEIGNEMENT

Ce document est composé de deux volets :

- **Les gestes professionnels de professeurs d'école débutants**

  L'atelier s'est déroulé en trois parties :

  - Une analyse des principaux passages d'une séance de mathématiques en maternelle (document vidéo de l'IUFM de Rennes, présenté par Gabriel Lepoche), menée par un professeur d'école stagiaire de seconde année ;

  - Une présentation des dispositifs de formation relatifs à l'analyse des pratiques professionnelles des professeurs d'école débutants des IUFM de Bretagne (dispositif « lourd », voir descriptif ci-joint) et de Créteil (dispositif plus « léger », voir article « ateliers d'analyse de pratiques professionnelles en formation initiale des professeurs d'école » de Denis Butlen et Pascale Masselot (Actes du stage national de la COPIRELEM, Rennes, 1996) ;

  - Un exposé présentant les travaux d'une recherche menée par Denis Butlen sur les « gestes professionnels des professeurs d'école débutants et leur mode d'acquisition ».

- **Des textes méthodologiques**

  Les documents présentés sont issus de travaux proposés en formation lors de la deuxième année de formation des professeurs d'école : ils constituent des guides qui peuvent aider les futurs maîtres à penser à tous les aspects de la préparation d'une séance de classe.

LES GESTES PROFESSIONNELS DES PROFESSEURS D'ECOLE DEBUTANTS, LEUR ACQUISITION EN FORMATION PROFESSIONNELLE INITIALE

Denis BUTLEN
IUFM de Créteil,
Equipe de recherche DIDIREM, IREM de Paris 7

Résumé : *Il s'agit de l'analyse des gestes professionnels des professeurs d'école débutants, une typologie de certaines régularités observées est établie autour de six critères. Quelques réflexions sur les modes de construction et d'acquisition de ces gestes professionnels sont données en conclusion.*

1. INTRODUCTION

1.1. Notre problématique

Cet exposé porte sur l'analyse de pratiques de professeurs d'école débutants, plus précisément de pratiques de professeurs d'école stagiaires de seconde année de formation initiale, observées lors de différents stages : stage de pratique accompagnée ou stage en responsabilité.

Ces travaux ont pour origine, une série de questions de formateurs.

Un travail de rationalisation de pratiques de formateur a précédé cette recherche. Il s'agissait, pour moi comme pour beaucoup de collègues, de réfléchir à des dispositifs visant à améliorer la formation initiale des futurs professeurs d'école.

Les travaux de A. Kuzniack, Catherine Houdement comme ceux de Marie-Lise Peltier analysent les contenus de formation comme les stratégies des formateurs. Il nous a paru indispensable de dépasser ce stade et de nous intéresser aux pratiques effectives des professeurs en formation pour en cerner certaines caractéristiques et, si possible, pour mieux comprendre comment elles se constituent et comment elles évoluent au cours de cette formation.

Nous sommes partis d'une première hypothèse, issue de notre expérience professionnelle de formateur : on ne peut pas adopter le même point de vue, la même approche pour analyser les pratiques des enseignants de mathématique que celle mises en œuvre pour analyser les pratiques des élèves faisant, apprenant des mathématiques. L'approche utilisée pour comprendre comment les étudiants en formation font des mathématiques (en tant qu'élève), modifient à cette occasion leurs conceptions sur les mathématiques ne peut être reproduite telle quelle pour étudier la manière dont ils font faire des mathématiques à leurs élèves.

Cela nous amène à penser que l'on n'apprend pas - ce terme n'est peut être pas le plus adapté - on ne forme pas au métier d'enseignant de mathématiques comme on forme les élèves à l'apprentissage des mathématiques.

Nous avons donc essayé d'enrichir nos analyses, pour diagnostiquer puis concevoir des situations de formations mieux adaptées.

Notre but est donc de :

1 Extraire, spécifier, hiérarchiser, découper pendant la classe des actions (ce qui peut être vu, entendu par une observation) précises qui sont isolables, partagées par plusieurs individus (régularités dans les pratiques) et qui caractérisent plutôt les débutants.

2 En s'appuyant sur l'hypothèse que ces pratiques peuvent s'acquérir, s'apprendre en formation notamment ou du moins, si elles préexistent en partie à l'exercice du métier, peuvent être fragilisées et même modifiées, comment accélérer cet apprentissage ?

L'idée générale de formateur qui est à la base de cette étude est donc la suivante : les professeurs d'école débutants font en général pendant la classe des actions maladroites qui fragilisent leur enseignement, les fatiguent, les rend moins efficaces.

De ce fait, il apparaît important d'essayer de les repérer avec précision afin d'essayer d'accélérer leurs transformations en actions "confirmées".
Nous avons été amenées à dépasser ces questions de formation et nous inscrire dans une problématique de recherche.

Ces travaux sont en cours. Ils se proposent :

1 De contribuer à une modélisation des pratiques de professeurs d'école en formation, plus particulièrement en cernant les modalités de mises en actes de leurs projets d'enseignement.

Nous avons été amenés à distinguer, comme Aline Robert, plusieurs composantes dans les pratiques une composante "en amont de la classe" (correspondant pour aller vite au projet global ou limité de l'enseignant), une composante en termes de "mises en actes", correspondant soit à des actes élémentaires (écriture au tableau, ton de la voix, support utilisés...) ou à des mises en actes plus globales.

Nous avons retenu le terme de gestes professionnels pour décrire les modalités selon lesquelles un enseignant singularise et conduit effectivement, en temps réel, son projet, interagit avec ses "vrais" élèves, adapte plus ou moins consciemment ses préparations en fonction de la conjoncture, prend des décisions instantanées... Ces gestes correspondent donc à la seconde composante décrite ci-dessus (limitée ou globale).

2 De cerner certaines régularités dans ces pratiques et dans leurs mises en actes.

3 D'analyser plus précisément les situations de formation qui contribuent directement à la constitution, à l'amélioration des pratiques des futurs enseignants.

4 De préciser plus largement les conditions dans lesquelles se transmettent, s'acquièrent, se construisent ces pratiques, et ces gestes.

5 De s'appuyer sur ces résultats et sur les acquis de la didactique des mathématiques (théorie des situations et dialectique outil-objet notamment) pour optimiser un apprentissage professionnel.

Avant de décrire le dispositif que nous avons mis en place pour observer ces pratiques, nous nous devons de préciser ce que nous entendons par gestes professionnels.

1.2. Des gestes professionnels liés à un enseignement mathématique

Nous devons préciser deux hypothèses :

Existent-ils des gestes professionnels du professeur d'école qui sont spécifiques d'un enseignement de mathématiques ?

Nous pouvons déterminer au moins deux types de gestes professionnels : des gestes transdisciplinaires et des gestes plus spécifiquement attachés à un enseignement de mathématiques.

On peut s'appuyer sur certaines conceptions «naïves », notamment sur l'expérience des formateurs, pour commencer à définir ces gestes.

Ce sont des aspects plutôt techniques des pratiques professionnelles :
- souvent implicites, voire automatisés,
- rarement décrits, dans tous les cas, ils le sont sans référence à un contenu d'enseignement,
- maîtrisés avec l'expérience professionnelle,
- dont une mauvaise maîtrise risque d'entraîner des difficultés dans la gestion de la classe ou un accroissement de fatigue (dû à un investissement personnel plus important durant le cours).

Y-a-t-il des gestes professionnels attachés à un contenu mathématique, à une discipline ou bien sont-ils tous transdisciplinaires ?

Compte tenu du caractère polyvalent du métier d'instituteur, compte tenu de la nature pluridisciplinaire de certains apprentissages effectués à l'école élémentaire, on peut penser qu'une part importante de la fonction de professeur d'école échappe à (ou dépasse) une définition prenant directement en compte les contenus à enseigner. On peut donc penser qu'il existe des gestes transdisciplinaires.

Ces gestes professionnels non disciplinaires ou transdisciplinaires devraient concerner :
- la gestion globale du temps : organisation de la journée, de la semaine, répartition effective entre les temps de travail, d'écoute, d'inaction, de détente, répartition des différentes disciplines...,
- la gestion des interventions métacognitives de l'enseignant non attachées à un contenu, voire stimulant d'éventuels transferts ou généralisations (en particulier la gestion de la cohérence de ces interventions),
- la gestion des moments de transition entre différents enseignements disciplinaires,
- la communication dans la classe (règles générales de travail, apprentissage du travail en groupe...

Ces gestes ne sont pas directement ceux auxquels nous comptons nous intéresser.

Par contre, il semble intéressant de cerner d'autres gestes plus liés à un enseignement de mathématique, voire à l'enseignement d'un contenu mathématique et d'analyser comment les premiers se manifestent et éventuellement se précisent à travers un enseignement de contenus.

Nous faisons l'hypothèse qu'il existe des gestes marqués par un enseignement disciplinaire. Pour cela, nous nous appuyons sur des observations que nous avons pu faire à propos des pratiques de maîtres confirmés, mais aussi sur les "erreurs" de gestion que nous avons pu constater chez de nombreux professeurs débutants.

2. DESCRIPTION DE NOTRE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Pour essayer de répondre aux questions posées ci-dessus, nous avons mis au point plusieurs dispositifs visant à analyser les pratiques des PE stagiaires. Nous testons également un dispositif de formation (avec Pascale Masselot).

Nous essayons de mieux cerner les gestes professionnels des stagiaires à travers trois types d'analyse :

1. L'observation et l'analyse de séquences menées par des professeurs débutants dans des conditions de stages variées (pratique accompagnée, en responsabilité).

2. L'analyse du discours de différentes catégories de formateurs lors des visites de stage.

Nous analysons en particulier les entretiens qui suivent une visite entre le PIUFM de mathématiques et le stagiaire.

Notre but est multiple :
- repérer, dans le discours du formateur basé sur une analyse à chaud de la prestation observée, les régularités éventuellement détectées avec le premier type d'analyse afin de confirmer nos résultats ;
- analyser ce type de situations de formation, sa place, sa fonction et son impact sur la formation initiale actuelle des PE. Nous avons été amenés en particulier à préciser, en utilisant notamment les travaux sur la structuration du milieu de G. Brousseau et C. Margolinas, les positions respectives occupées par les différents acteurs de la situation : formateur, professeur stagiaire, élèves... ;
- préciser certaines normes régissant les actions des formateurs mais aussi celles des professeurs stagiaires. Les informations que nous pouvons tirer de ces analyses dépendent non seulement des points de vue épistémologiques, didactiques, éthiques des formateurs observés mais aussi de nos propres conceptions sur ces questions. Afin de prendre, en tant que chercheur le maximum de précautions, il nous paraît indispensable de cerner les normes éventuelles qui sous-tendent les prises de positions et les jugements susceptibles d'être exprimés.

Un deuxième type de dispositif (inspiré de l'éthnométhodologie) nous permettra de compléter ces éventuelles normes : analyse à chaud, à partir d'une vidéo, de formateurs (4 ou 5 formateurs différents, rassemblés ou non)

3. Construire des situations visant à améliorer une formation professionnelle, centrées sur l'observation et l'analyse des pratiques des professeurs débutants mais s'appuyant en amont, comme justifiant en aval, une formation intégrant un enseignement d'éléments de didactique des mathématiques (avec le sens que nous donnons à ce terme dans la communauté organisée autour de l'Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques).

Nous ne détaillerons ici que les résultats issus du premier dispositif, confirmés, pour une grande part, par notre analyse des discours des formateurs.

3. QUELQUES RESUITATS PORTANT SUR LES PRATIQUES DES PROFESSEURS D'ECOLE DEBUTANTS

Nous avons été amenés à dégager, pour cerner les gestes professionnels des débutants, six axes de singularisation de ce qu'Aline Robert appelle donc des lignes d'actions, la première composante des pratiques professionnelles, ce que nous avons désigné ci-dessus sous le terme de projet de l'enseignant :

- les modes de gestion ou d'utilisation de matériels ou de supports pédagogiques,
- les modes de gestion simultanée de plusieurs variables didactiques,
- la dévolution du problème,
- la prise d'information sur les élèves,
- la gestion des phases de synthèse, de bilan, de correction et plus généralement des phases d'institutionnalisation,
- la gestion de certains équilibres.

3.1. Les modes de gestion (ou d'utilisation) de matériels ou de supports pédagogiques

Semble relever de cette catégorie tout ce qui concerne la gestion :

- d'un matériel relativement spécifique de l'enseignement d'un contenu donné : objets "pédagogiques" à manipuler, supports divers ;
- de l'espace dans la classe en fonction de la situation, du temps ;
- du tableau, de différents supports pédagogiques (ordinateurs, rétroprojecteurs, manuels...).

Nous considérons ici les aspects les plus techniques du métier. Cet axe ne se situe pas au même niveau que les cinq autres. Nous le désignons quand même sous le même terme il nous semble très difficile de séparer aspects techniques et mises en actes plus globales.
Il y a des aspects techniques dans tous les autres axes que nous allons définir comme chaque axe est marqué par les conceptions plus globales de l'enseignant.

Cette première catégorie de gestes professionnels, très techniques, est très souvent absent de la formation professionnelle "théorique" des professeurs d'école. Leur description est souvent laissée à la charge des conseillers pédagogiques qui déploient à cette occasion, un discours très technique. L'apprentissage semble se faire par observation, imitation et reproduction plus ou moins personnalisée.

Leur étude acquiert un statut "noble" à deux occasions seulement, lors - de l'étude de la notion de variable didactique (les supports cités ci-dessus sont alors vus comme un moyen efficace d'agir a priori sur les apprentissages) - des essais de formation de type «micro-enseignement » où une analyse très pointue des effets de certaines gestions est souvent développée.

Bien que cet aspect de l'enseignement soit considéré comme important par les "formateurs professionnels" (PIUFM), il ne semble pas qu'il soit réellement intégré à leur enseignement, sans doute parce qu'ils ne savent pas comment le prendre en compte.

3.2. Les modes de gestion simultanée de plusieurs variables didactiques

La préparation d'une séquence de mathématiques nécessite de fixer a priori un certain nombre de variables de différents types. Il semble exister des modes de gestion, implicites, de ces variables.

En particulier, les enseignants confirmés semblent les fixer a priori mais aussi gérer (adapter) automatiquement lors du déroulement de la séquence, leurs valeurs. Ils prennent évidemment en compte, pour cela, les divers documents ou supports pédagogiques disponibles (manuels) et s'appuient sur leur expérience professionnelle. Cette tâche est souvent implicite, rarement explicitée par le maître tuteur du stagiaire. C'est le cas notamment quand il s'agit de fixer, en même temps la taille des nombres et le temps laissé aux élèves lors d'un calcul.

La maîtrise de ce geste peut se révéler en particulier dans les adaptations improvisées lors du déroulement effectif de la séquence

Pour illustrer les maladresses de beaucoup de professeurs stagiaires dans ce domaine, nous allons évoquer l'analyse que nous avons faite d'une activité de calcul de produits au CM2. Elle porte en particulier sur la gestion simultanée et implicite, par un professeur stagiaire, de plusieurs variables : données numériques, forme de travail et temps accordé aux élèves pour la résolution (rythme de travail).

Il s'agit d'un professeur d'école stagiaire de seconde année qui conduit une séquence de mathématiques en présence de son professeur de mathématiques de l'IUFM effectuant une visite lors d'un stage de pratique accompagnée (tutelle).

La stagiaire a préparé la séquence avec l'Instituteur-Maître-Formateur, titulaire de la classe qui lui a donné le thème de la leçon, il lui a donné certaines indications mais n'a pas précisé les «détails». C'est justement ce contexte qui nous a permis ici de mettre en lumière un phénomène souvent repéré par ailleurs chez les débutants en stage.

La stagiaire propose dans un premier temps des exercices de calcul mental de deux types ; en voici un exemple pour chacun :

- « 7 est diviseur de 42, donnez l'autre »...
- « Encadrez 78 par les deux multiples de 9 les plus proches ».

Le domaine numérique ainsi exploré ne dépasse pas celui des traditionnelles tables de multiplication. Le temps consacré à ces exercices est raisonnable pour une activité de calcul mental.

Intervention du 8 mars 1997 - page 12

Dans une seconde phase, le stagiaire propose un problème, à résoudre par écrit, dont le texte est le suivant :

« Avec 50 francs, combien de stylos bille à 9 francs peux-tu acheter ? »

Les procédures de résolution prévues font intervenir soit des décompositions multiplicatives et additives obtenues à partir du traitement de multiplications à trou, soit des encadrements à l'aide d'une exploration d'une liste de multiples et des productions d'écritures du type précédent.

Ainsi, les données numériques sont assez proches de celles des exercices précédents ; par contre la résolution est écrite et le temps laissé aux élèves est nettement supérieur (23 minutes contre 2 à 4 mn précédemment).

Cette durée excessive et le recours à l'écrit conduisent les élèves à mobiliser des procédures peu économiques. Cette résolution laborieuse se termine par une démobilisation collective des élèves. Certains d'entre eux font des erreurs sans rapport avec l'habileté calculatoire manifestée précédemment. La durée consacrée à ce travail va aggraver encore la démobilisation et l'hétérogénéité des performances des élèves : certains élèves vont devoir faire un deuxième exercice, en attendant les autres. Cet exercice va être corrigé collectivement alors qu'une partie des élèves n'a pas pris connaissance de son énoncé.

Le professeur stagiaire semble s'apercevoir du malaise lors du déroulement de la séquence, mais elle se révèle incapable de remédier à la situation pour deux raisons sans doute indissociable : elle n'identifie pas les causes, elle s'accroche à sa préparation.

Un enseignant confirmé, comme le prouve le témoignage de l'IMF, aurait changé les valeurs des variables.

La réaction du PE2 est plutôt de l'ordre de "l'acharnement pédagogique", multipliant les explications, les questions sans réponses, créant des malentendus. Et ceci résulte d'un manque d'informations sur les performances effectives des élèves, d'un manque de références passées, d'une timidité devant tout changement par rapport à la préparation.

Il ne s'autorise pas à réduire le temps (au détriment temporaire des élèves faibles), où à changer la forme de l'activité (calcul rapide au lieu de résolution écrite standard).

3.3. La dévolution du problème

De manière assez unanime, les formateurs de professeurs d'école, qu'ils soient PIUFM ou IMF soulignent les difficultés de gestion des phases de passation de la consigne.

Ils soulignent les maladresses des stagiaires. La dévolution ne se limite évidemment pas à la passation de la consigne mais cette dernière est souvent révélatrice des difficultés rencontrées.

Là encore, l'apprentissage semble se faire par monstration, mutation, reproduction accompagnée d'essais et d'erreurs répétés.

Il faut toutefois noter que les PIUFM essaient de prendre en charge le traitement de cette question à l'occasion de l'étude de vidéos (en temps réel ou montages), de l'étude de protocoles (plus rarement) et le plus fréquemment lors d'évocations de séquences (épisodes racontés)...

En fait, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à deux éléments : les différents types de passation ou de présentation de la consigne et la négociation de celle-ci, en particulier la négociation des contraintes prévues accompagnant la consigne.

Cela nécessite évidemment d'observer plus particulièrement ces phases et d'analyser les distorsions enregistrées entre le prévu et le réel.

L'analyse des pratiques des débutants permet de relever trois types de difficultés fréquentes :
- négociation individuelle et à la baisse de la consigne (en particulier quand il s'agit d'élèves en difficulté),
- utilisation maladroite des supports pédagogiques classiques (polycopiés, livres) se caractérisant souvent par de longues paraphrases des questions posées dans le livre,
- perte de temps occasionnée par la volonté de faire inventer les consignes par les élèves,
-...

Ces maladresses sont souvent le résultat de compromis mal compris entre une impossibilité à réellement dévoluer la tâche et la nécessité (volonté) de prendre en compte "l'idéologie dominante" de l'IUFM, souvent réduite à des slogans du type "tout doit venir de l'enfant", "il faut individualiser les apprentissages".

A cela s'ajoutent la prise en compte de la pression des élèves eux-mêmes, des problèmes de légitimité ou l'inexpérience technique...

Pour illustrer les trois derniers axes, nous ferons référence, très brièvement, à la conduite par un autre professeur stagiaire des phases de correction d'exercices de calcul mental. Pour la commodité de l'exposé, nous allons dans un premier temps résumer les résultats de nos différentes observations.

3.4. La prise d'informations sur les élèves

C'est une trivialité de dire que l'enseignant ne peut pas tout prévoir, qu'il doit prendre des décisions "à chaud" devant un imprévu, qu'il a des choix importants à faire à certains moments. Nous faisons l'hypothèse que ces choix ne sont pas aléatoires chez les professeurs confirmés et qu'ils sont effectués grâce à une prise en compte, souvent implicite et automatisée, d'éléments divers.

Les maîtres confirmés interrogés à ce sujet semblent dire :
- que ces choix ne sont pas toujours conscients,
- qu'ils prennent leurs décisions en s'appuyant sur leur expérience professionnelle, en particulier en se référant à :
- une typologie plus ou moins grossière de procédures ou erreurs ou performances déjà observées ;
- des prévisions qu'ils peuvent faire sur le niveau de performances de leurs élèves (présents) ils semblent se référer là encore à des catégories d'élèves représentées par des prototypes, ils comparent grossièrement quelques élèves de leur classe à des élèves prototypes. Nous reprenons ici l'idée développée par Tochon : l'enseignant ne voit pas ses «vrais » élèves mais des prototypes d'élèves ;
- différents déroulements observés précédemment (ou schémas de déroulement) ;
- des sollicitations de certains élèves prenant facilement la parole.

En fait, les enseignants expérimentés ne prennent pas beaucoup d'information sur les productions ou performances de leurs élèves, tout au plus, confirment-ils leurs prévisions en observant quelques élèves.

Le professeur débutant n'a pas cette expérience. Nous allons donc nous intéresser à la manière dont il gère ces imprévus. En particulier, comment il essaie de combler son manque d'expérience par une prise d'informations sur la classe.

En fait, nos analyses montrent qu'il est très souvent "prisonnier" des demandes individuelles des élèves, lors des phases de recherche des élèves, il se laisse accaparer par les élèves en difficulté ou par la correction individuelle de chaque élève. Il ne pense pas à noter ce qu'il voit ou ne voit que passagèrement et superficiellement.

Il n'arrive pas à prendre le recul nécessaire pour mener une auto observation même partielle. Ce défaut s'explique à la fois par le fait qu'il est agit et n'est donc pas disponible pour observer et par une volonté de bien faire, d'aider les élèves, de prévenir les difficultés.

3.5. La gestion des phases de synthèses, de bilan, de correction, plus généralement d'institutionnalisation

Cette gestion dépend des informations dont dispose le maître et de son projet. Nous avons, là encore, observé la fréquence des témoignages des formateurs sur la difficulté de gestion de ces moments.

Nous pouvons faire des hypothèses semblables à celles listées plus haut concernant les modes de gestion des professeurs confirmée. En particulier les témoignages recueillis semblent montrer qu'ils laissent partiellement les élèves décider de qui passent au tableau (les volontaires) mais se réservent le droit de revenir à tout moment sur ces décisions.

Les modes de gestion des professeurs débutants vont par contre prendre en compte d'autres facteurs :
- le déroulement prévu (ou les contraintes non prévues),
- les pressions exercées par les élèves (demandant par exemple de passer au tableau...
- les objectifs d'apprentissage de la séquence.

Nous avons essayé de cerner différents types de fonctionnement des professeurs stagiaires. Nous allons en décrire quelques aspects dans la suite de cet exposé mais, pour compléter notre analyse, nous devons auparavant expliciter notre sixième axes d'analyse.

3.6. La gestion de certains équilibres

Nous essayons d'analyser comment les enseignants débutants gèrent certains équilibres ; nous reprenons ici terme de G. Brousseau explicité dans le paragraphe qu'il consacre à la dévolution du problème dans son article «*Fondements de la Didactique des Mathématiques*». Nous sommes intéressés notamment à la gestion de certains équilibres entre certitude et incertitude, entre plaisir et contrainte, entre recherche et sécurité, entre fidélité à une préparation et improvisation contrôlée, entre individuel et collectif.

Nous regardons ici le fonctionnement du maître à divers moments de la classe. En effet, cela concerne à la fois les prévisions effectuées (préparation), les prises d'informations, le temps de parole laissé aux élèves lors de différentes phases, les initiatives accordées, prévues et, plus généralement, le degré et la nature de la participation des élèves aux formulations, validations et institutionnalisations des notions enseignées.

Pour illustrer ces quatrième, cinquième et sixième entrées, analysons la conduite par un professeur stagiaire de phases de correction d'exercices de calcul mental (CE2 : voir annexe).

Pour analyser les interventions du professeur et des élèves, nous avons découpé leur discours en unités significatives de sens qui sont constituées par un groupement de mots ou de phrases, insécables, exprimant une seule idée. Je ne vais pas détailler ici cette analyse mais illustrer certains résultats.

Nous allons nous intéresser à la correction des second et troisième calculs.

Voici quelques résultats de cette analyse.

Le maître se propose de corriger deux calculs effectués mentalement (test des tables de multiplication : « 3 x 8 et 3 x 7 ». Elle semble poursuivre trois objectifs : tester la mémorisation de «la table de 3 », faire apparaître des moyens mnémotechniques pour les retenir et enfin montrer aux élèves qu'il plus facile de retenir le résultat du produit que de le retrouver à l'aide d'une addition.

En fait, dans les deux cas, nous constatons une gestion du dialogue entre l'élève interrogé et le maître qui conduit à un malentendu.

Nous retrouvons ici un mode de gestion des phases de bilans très courante chez des professeurs débutants. Ils se sentent obligés d'interroger les élèves mais dans les faits, ils ne les laissent pas s'exprimer.

Ainsi, nous constatons dans la correction du premier calcul, une gestion des dialogues sous la forme de questions-réponses. L'élève n'a pas vraiment le droit à la parole, tout au plus peut-il s'inscrire dans le questionnement du professeur, il n'a pas vraiment l'initiative et ses interventions sont très courtes. Toutes les interventions d'élèves sont des réponses à des questions posées par le professeur.

L'enseignant interrompt fréquemment l'élève interrogé soit pour confirmer ou valider ses dires, soit pour guider, induire ses interventions.

Deux élèves se sont trompés, ces erreurs ne sont pas reprises, ces élèves ne sont pas interrogés par la suite.

Dans le second calcul, le maître interrompt immédiatement une amorce de débat entre quelques élèves, débat qu'il a sollicité mais qu'il a peur de ne pas maîtriser au risque de ne pas donner les explications nécessaires au seul élève qui semblait en avoir besoin.

Pour préciser les parts respectives prises par les élèves et le maître dans le dialogue, il suffit de compter la longueur et la nature des interventions de chaque partenaire.

Ainsi, lors des corrections de chaque exercice, on compte 33 interventions du professeur et 28 interventions d'élèves mais la longueur des interventions sont très différentes, par exemple : deux interventions sur 28 d'élève comporte plus de six mots.

On peut penser que leurs fréquentes interruptions (validations partielles, questionnement fermé, engagements à poursuivre, simples ponctuations) visent à réduire l'incertitude qu'ils pressentent dans les réponses des élèves. On peut aussi penser qu'ils veulent accélérer le rythme du dialogue, réduire le temps consacré au bilan.

Tout se passe comme si le fait d'interroger les élèves correspondait à un rite vide de sens. Pour le maître, seul le professeur peut vraiment donner la bonne réponse. C'est sans doute un compromis entre les représentations de cet enseignant, les contraintes de la conduite de la classe, son statut de remplaçant, son manque d'expérience dans la conduite de bilan et enfin la représentation officielle de l'enseignement de l'IUFM (participation de l'enfant à la construction des savoirs).

Ce compromis amène le professeur stagiaire à gérer une caricature de participation des élèves aux phases de bilan.

Cela est d'autant plus étonnant que cette angoisse devrait être diminuée par le fait que l'exercice est correctement réussi et que les élèves interrogés sont des élèves ayant réussi le calcul ou ayant mémorisé les produits. Ils sont souvent volontaires pour répondre.

Tout se passe comme si le maître avait oublié cette donnée.

Cela amène des malentendus. L'élève, étant interrompu, essaie de deviner ce que veut le maître, il reconstruit et improvise une solution possible, cela peut le conduire à produire une erreur...

En voulant réduire le temps et l'incertitude, le professeur obtient souvent un résultat inverse apparition d'erreurs, d'incompréhension... C'est le cas dans la correction du deuxième calcul où l'élève interrogé invente une autre méthode pour essayer de répondre au désir du maître ou bien régresse à un calcul additif alors qu'il a fait appel à un fait numérique.

On peut aussi expliquer ces maladresses par le peu d'habitude à conduire un débat ou tout simplement un questionnement.

Si on peut déceler ici des maladresses de débutant, on peut là encore se demander si ce questionnement formel des élèves lors des phases de bilan n'est pas une pratique courante de professeurs d'école. Toutefois, ceux-ci évitent, en écourtant le questionnement, les malentendus.

Nous constatons l'absence de prises d'informations, du moins consciente, chez les étudiants observés visant à préparer les phases de bilan ou de synthèse. L'institutionnalisation quand elle existe ne semble pas s'appuyer sur les actions et les productions des élèves bien que ce souci soit présent dans les préparations.

Nous avons vu que le stagiaire se laisse guider par les manifestations des élèves pour décider qui envoyer au tableau, qui interroger par exemple. Elle semble subir la pression des élèves plutôt que d'agir de façon consciente et préparée.

Cela la conduit à chaque fois à vouloir canaliser les dires des élèves, à ne pas leur laisser la parole, et parfois à installer des malentendus notoires.

Cette prise d'informations n'est pas aisée. En effet, elle nécessite de prendre du recul par rapport à la classe, elle doit sans doute être plus ou moins pensée à l'avance, elle doit s'appuyer sur une certaine connaissance des élèves et surtout, pour être assez complète, elle impose des moments de travail autonome des élèves.

Un professeur stagiaire ne peut pas trop souvent se permettre, sans risque, de procéder systématiquement de cette manière, car il risque de développer un discours complètement en décalage avec la réalité des productions supposées des élèves.

Enfin, nous relevons une pratique courante là encore : elle ne s'adresse qu'à un seul élève oubliant presque le reste de la classe. Certes, ce défaut existe chez les maîtres confirmés, mais il arrive plus facilement à instaurer des règles de vie dans la classe qui imposent, sinon une écoute attentive des autres élèves, du moins un calme relatif. C'est loin d'être le cas pour certains stagiaires.

L'analyse de trois entretiens menés par un même formateur avec trois stagiaires différents confirme la pertinence de ces axes notamment en ce qui concerne la gestion (simple) des variables didactiques, la gestion des phases de formulation et d'institutionnalisation, les prises d'informations et la gestion de certains équilibres.

4. QUELQUES REMARQUES ET PISTES DE TRAVAIL SUR LES CONDITIONS D'APPROPRIATION DE CES GESTES PROFESSIONNELS

Je termine cet exposé par quelques remarques sur les modes d'appropriation des gestes professionnels décrit ci-dessus.

Le professeur stagiaire précédent commet d'autres maladresses dans la deuxième partie de la séquence suite à un entretien avec le PIUFM lors de la récréation.

L'élément essentiel retenu par le stagiaire porte sur le temps de parole accordé aux élèves. Il ressort de l'analyse de cet entretien et de celui, très court, ayant suivi la seconde partie de la séquence que le stagiaire a voulu appliquer immédiatement ce qui lui a été signalé. Elle doit laisser la parole aux élèves afin de faire expliciter les procédures mises en œuvre, de traiter les erreurs éventuelles.

C'est, d'après elle, cette volonté qui l'a conduite à mener la correction du problème posé par la suite. L'argument essentiel donné est le suivant : "j'ai laissé parler les élèves, comme vous me l'avez dit. C'est pour cela que cela a duré si longtemps ! ".

Nous assistons ici à une tentative maladroite de tenir compte de remarques contextualisées (l'explicitation des procédures a été signalée à propos d'activités de calcul mental) par la mise en œuvre d'un compromis dangereux entre la nécessité institutionnelle de laisser parler les élèves et la volonté de réduire au maximum l'incertitude ainsi créée. Ce mauvais compromis se traduit par un malentendu accru entre les élèves et le professeur. Notons que ce malentendu risque, à terme, de l'amener à opter définitivement pour un mode de gestion fermé car plus confortable. C'est d'ailleurs ce qui semble ressortir du dialogue qui a suivi cette seconde prestation.

Cette interprétation mécanique de conseils, souvent constatée lors d'entretiens, montre bien le défaut d'une formation trop rapide, basée essentiellement sur des observations à chaud et partielles. L'impossibilité matérielle de décrire, de façon suffisamment riche, les pratiques observées amène sans doute le formateur à caricaturer ses remarques, à ne pas séparer les différents niveaux de son exposé et le formé à ne retenir que les aspects superficiels du discours du premier.

Un discours assez général, mais technique, s'appuyant sur des observations très contextualisées ne peut être reçu que de manière caricaturale.

Ici, laisser parler les élèves, va revenir à les forcer à expliquer la multiplication pourquoi ils font le calcul 18 x 1 pour déterminer le prix d'un objet coûtant 18 F. Les élèves ne peuvent pas le faire, d'où un malentendu plus important, un "acharnement pédagogique" du maître, des décalages importants et à court terme le risque d'un refus de prise en compte des arguments avancés.

Là encore, nous voyons que pour être pertinent ce type d'action de formation doit pouvoir au moins s'appuyer sur un faisceau cohérent d'observations, sur un niveau minimal de connaissances "théoriques" sur les procédures des élèves et sur des aller-retour fréquents entre ces différents aspects de la formation.

Ces remarques nous ont conduit dans d'autres travaux d'une part à essayer de modéliser certaines situations de formation, les visites en particulier, d'autre part à tester un dispositif de formation visant à optimiser un apprentissage de pratiques se faisant pour une grande part par compagnonnage (observation, imitation, reproduction plus ou moins maladroite et appropriation de gestes professionnels) s'appuyant sur un enseignement d'éléments de didactiques des mathématiques et sur l'observation et l'analyse des pratiques effectives des débutants.

TEXTES METHODOLOGIQUES

Catherine HOUDEMENT,
M-Lise PELTIER,
IUFM et IREM de ROUEN

Résumé : *Mise au débat de textes méthodologiques relatifs à la préparation et au bilan d'une séance de mathématiques.*

Mots clés : pratique professionnelle, aide méthodologique, préparation de séance.

Nous avons profité du regroupement de formateurs à Perpignan pour présenter aux collègues et mettre en discussion l'introduction d'outils méthodologiques plutôt transversaux dans la formation disciplinaire des professeurs d'école. Il nous semble en effet de la responsabilité du formateur de PE en mathématiques de s'interroger sur la conduite de classe, intégrant nécessairement des aspects polyvalents.

Les "outils" proposés à l'étude ont été construits et utilisés par certains groupes de PE2 de l'I.U.F.M. de Rouen pour préparer leurs séances de mathématiques de stage en responsabilité et les analyser. Ils ont fait l'objet de deux articles dans la revue *Grand N*[1] et d'une publication de l'I.R.E.M. de Rouen[2]

1. Le paradoxe de l'explicitation

La multiplicité des visites aux stagiaires ou aux titulaires débutants nous a amenées à pointer différents éléments conduisant à des séances plus ou moins bien "réussies". Notre volonté a été de lister une série de points dont certains sont rarement explicités par les maîtres chevronnés sauf à l'occasion de "crises".

Il y a là un paradoxe : l'explicitation fournie, par la multiplicité des éléments pris en compte, semble plutôt convenir à un enseignant chevronné ; or généralement celui-ci n'en a plus besoin, ces éléments constituant une partie de l'expertise de sa pratique professionnelle. Pour un débutant, la fiche peut apparaître trop détaillée dans la mesure où elle signale des points qui n'ont pas encore été l'occasion de " crises " ; or on sait que ce sont souvent ces " points de détail " qui font basculer la séance d'une réussite moyenne à un échec cuisant. Il est connu que les débutants souhaitent qu'on ne leur montre que l'essentiel : mais justement l'essentiel n'est pas souvent séparable de ces multiples éléments de la préparation mentionnés dans la fiche, en apparence secondaires, et le bilan aide à comprendre ce qui a pu provoquer les difficultés.

Ce paradoxe est d'ailleurs une spécificité des outils pour l'enseignant, des manuels scolaires par exemple : créés pour tous, ils ne sont, tels quels, utilisables par personne ; quel que soit le document, il est nécessaire de l'adapter aux personnes (maître et élèves) qu'il va concerner et aux contraintes institutionnelles et matérielles qui constituent le cadre de toute situation d'enseignement.

1 "Petit guide pour fiche de prépa" Revue "Grand N" n° 59 pages 77-84 et n° 60, pages 57-65.

2 "Dessine-moi une séance" IREM de Rouen (1997)

2. La genèse des différentes fiches

Depuis plusieurs années, nous proposons aux stagiaires PE2 un travail spécifique autour de la préparation des séances de mathématiques. Les questions, les réflexions, les propositions des stagiaires sont mises en commun et discutées avec le groupe entier. Elles font l'objet d'une synthèse de notre part, synthèse qui est ensuite rédigée et distribuée à tous. Ces synthèses sont donc différentes dans chaque groupe et chaque année, puisqu'elles sont construites autour du travail des étudiants.

De plus, l'évaluation du module de mathématiques dans notre IUFM est en liaison étroite avec les stages en responsabilité : les stagiaires doivent fournir les fiches de préparation de deux séances consécutives qu'ils ont effectivement menées et les bilans de ces séances, préciser l'articulation des deux séances et la manière dont le bilan de la première est pris en compte dans la préparation de la deuxième.

Il nous a falluenvisager un moyen d'aider les stagiaires à prendre du recul par rapport à leur pratique, à se poser des questions, à lier préparation et bilan, à distinguer ce que peut être une analyse "à chaud" et une analyse "à froid", différée dans le temps.

Nous avons décidé de mettre en commun nos expériences de formateur, les outils relatifs aux préparations et aux bilans que nous avions l'une et l'autre construits avec nos différents groupes de stagiaires, de les discuter. Cette mise en commun a débouché sur des documents qui, dans notre esprit, ne peuvent en aucun cas être des fiches à "renseigner" point par point, mais des outils d'aide à la réflexion, qui explicitent un certain nombre de questions qui sont parfois oubliées ou plutôt passées sous silence. Ces deux documents figurent en annexe.

3. Utilisation que nous faisons actuellement de ces documents

En PE2, nous organisons actuellement le module de mathématiques autour d'entrées "professionnelles" plus que par entrées notionnelles. Chacun des aspects professionnels retenus est étudié en l'exemplifiant sur un thème mathématique. Les thèmes choisis pour chacun des aspects abordés varient suivant les années. Ainsi le thème "comment construire une séance" a été liée une année à la reproduction de figures en géométrie plane au cycle 3, une autre année à la construction du nombre en cycle 2.

Il nous semble nécessaire de conduire les stagiaires à prendre conscience de la complexité de la préparation, des enjeux de celle-ci, de la nécessité d'anticiper le plus possible le déroulement effectif. Mais pour qu'ils puissent s'impliquer dans ce travail, il nous semble nécessaire de les faire travailler sur une préparation précise.

Nous allons succinctement présenter un exemple de travail avec les stagiaires.

• Par groupe de trois ou quatre, les stagiaires sont invités à construire une séance en GS ou en CP sur l'étude du nombre. Pour cela ils disposent de différents manuels scolaires et des livres du maître associés, des documents ERMEL, de quelques autres ouvrages tels que "Jeux mathématiques" de L. Champdavoine etc. Ils doivent également essayer de dégager de la préparation de cette séance spécifique les éléments qui leurs paraissent valables pour la préparation de n'importe quelle séance de mathématique dans le niveau concerné.

Chaque groupe présente son travail sur une grande affiche, en deux colonnes. Dans l'une d'elles, ils notent tout ce à quoi il faut penser et tout ce qu'il faut faire avant la séance d'un point de vue général, dans l'autre ils exemplifient la première en l'appliquant au cas de la séance construite par le groupe.

• Les travaux des différents groupes sont affichés, commentés par leurs auteurs, débattus[3]. Puis nous menons une synthèse des éléments généraux d'une préparation pointés par chaque groupe que nous réorganisons et complétons si nécessaire à l'aide de notre document.

• Nous distribuons ensuite les "petits guides pour fiche de prép" pour lecture et commentons ces documents en les articulant à la synthèse faite dans le groupe.
Le thème "comment faire le bilan de sa séance", est articulé avec le stage en pratique accompagnée, il ne porte donc pas sur le même thème mathématique pour tous les stagiaires.
Les stagiaires partent en stage de pratique accompagnée par groupe de deux au courant du mois d'octobre.

• Nous demandons qu'au moins l'un des deux mène une séance de mathématique. Chacun de ceux qui ont mené une séance est convié à faire un bilan personnel de sa séance effective, en se posant des questions relatives aux élèves, mais aussi des questions relatives à sa propre pratique. Nous demandons à chacun d'en discuter avec son co-stagiaire pour affiner l'analyse, et de noter les points qu'il a considérés comme pertinents pour mener ce bilan.

• Au retour du stage, une partie de séance est consacrée à un échange sur les bilans en centrant la discussion, non sur les contenus des analyses, mais sur les questions que se sont posées les stagiaires pour les mener[4].

• Après une synthèse de ces échanges nous distribuons la fiche bilan qui reprend et élargit souvent les propositions des stagiaires, fiche à laquelle nous adjoignons si nécessaire de nouvelles questions intéressantes des stagiaires.

Ce double travail est ensuite, comme nous l'avons dit, le point de départ de l'évaluation du module de mathématiques. Au cours du stage en responsabilité, les stagiaires vont présenter les préparations[5] de deux séances consécutives et les bilans associés. Pour cela ils peuvent se servir des outils qu'ils ont construits en groupe, des synthèses qui ont été faites, des documents qui ont été fournis. Nous corrigeons et commentons ces travaux. S'ils ne nous paraissent pas témoigner d'une réflexion suffisante, ou suffisamment pertinente, les stagiaires font à nouveau ce travail sur le second stage en responsabilité. Le jour où ces travaux sont rendus aux stagiaires, certains points de la préparation et du bilan sont repris, pour être précisés et pour souligner l'articulation entre bilan et préparation.

4. Le point de vue d'un groupe de stagiaires PE2 sur les deux "fiches de prep"

Précisons d'abord les conditions d'étude de ces fiches avec des stagiaires de deuxième année de l'I.U.F.M. de Rouen (un groupe de 23 stagiaires).

Pendant leur stage de pratique accompagnée, les stagiaires avaient comme consigne de recueillir les éléments nécessaires pour la préparation d'une séance de mathématiques : ils se

[3] Une constante intéressante à signaler est l'absence quasiment systématique d'une rubrique consacrée à l'étude de la situation choisie : analyse des savoirs en jeu, adéquation aux objectifs poursuivis (qui eux ne sont jamais oubliés même si parfois ils sont si généraux qu'ils n'ont guère de raisons d'être cités !), analyse a priori de la situation, réflexion sur les variables à disposition, prévision des procédures des élèves etc. Les stagiaires majoritairement pensent que si une situation se trouve dans un livre elle est nécessairement intéressante.

[4] Dans ces bilans on peut constater que l'observation des réactions des élèves est toujours mentionnée. En revanche des questions relatives à une analyse en retour sur le actions du maître, sur ses propos, sur ses décisions, pour essayer de comprendre ce qui s'est passé, sont presque toujours absentes.

[5] La présentation matérielle de la fiche de préparation est naturellement laissée au choix du stagiaire. Nous sommes profondément hostile à des fiches types, chacun devant noter sur sa fiche ce qu'il juge utile au bon déroulement de la séance en le justifiant brièvement.

sont posé des questions, ont consulté quand cela était possible les préparations des maîtres qui les accueillaient, en ont discuté avec eux. A l'issue de leur stage, une mise en commun a eu lieu à l'I.U.F.M. ; cette séance s'est conclue par la distribution des documents " fiches de prep ", présentés comme une aide à la réflexion avant la réalisation d'une séance.

Avant leur départ en premier stage en responsabilité (deux semaines dans une classe quelconque), le formateur leur a rappelé l'existence de ces fiches, comme aides possibles pour la préparation de séance et surtout pour le bilan de leur prestation, nécessaire pour enchaîner sur les séances suivantes. La fiche bilan, alors en cours de rédaction, ne leur a pas été distribuée.

A l'issue de leur stage, dont ils devaient remettre un compte-rendu de deux séances consécutives sur le même thème mathématique ou à dominante mathématique, ils se sont exprimés, à la demande du formateur, sur l'utilité de telles fiches et sur les difficultés rencontrées à l'occasion de leur utilisation.

Nous présentons ci-dessus une analyse des réponses fournies, qui reste relativement informelle, mais qui fait apparaître de grandes tendances.

Pour ceux ayant fait leur stage en cycle 1 5 réponses ont été recueillies

Points jugés importants	*Nombre de réponses*	*Difficultés rencontrées sur le terrain*
Prendre du recul par rapport à la fiche de prépa dans une classe hétérogène	1	
Définir les compétences abordées dans une activité	1	
Bien choisir l'activité pour telles compétences	1	
Préparer le matériel L'adapter à l'enfant L'adapter à a situation	1	
Observer les élèves avec un outil	2	
Organiser les moments rituels de façon à intéresser et motiver les élèves	2	
Comment lancer des ateliers	1	Difficulté à gérer les groupes de couleurs instituées dans beaucoup de classes
Prévoir un atelier phare, les autres plus autonomes	3	Difficile à gérer
Lancer la réflexion sur les math et les jeux	1	
Alterner les moments collectifs et les ateliers	1	

Des remarques : " Je n'ai pas travaillé de cette manière : un projet filé nécessitait un changement quotidien d'activité ". " Qu'est ce qu'un atelier *autonome* ? "

Fiches des cycles 2 et 3 **18 réponses ont été recueillies**

Points utiles	*Nombre de réponses*	*Difficultés*
Analyse préalable de la situation Intérêt pour élève, prévision du déroulement	5	
Type de séance prévue Apprentissage, entraînement ou réinvestissement	1	
Prévision du déroulement Organisation matérielle, plan de séance	11	Difficile d'évaluer le temps (répété plusieurs fois)
Intérêt d'une grande précision de la démarche	1	
Aussi analyse de la tâche élève, variable didactique, institutionnalisation, prolongements	1	
Progression sur plusieurs séances	1	
Gestion du matériel, gestion du temps (pour les plus rapides)	2	Gestion du double niveau
Bilan de séance, pour préparer les suivantes	7	

Des remarques :
1- “ La fiche se perd dans les détails ; elle se contente de poser beaucoup de questions. Les questions sont trop générales, trop décontextualisées ”
2- “ Fiche très complète mais peut-être trop détaillée pour le premier stage en responsabilité ”
3- “ Fiche pas du tout adaptée au double niveau ”

Conclusion sur les deux fiches “ guide de prep ”

La fiche cycle 1 met trop l'accent sur **un** type de travail et d'organisation de classe maternelle (un atelier principal et des ateliers secondaires) ; or ce n'est pas dans les habitudes de tout maître de travailler ainsi. D'où sa difficulté d'utilisation, surtout pour un débutant, qui maîtrise mal la construction de l'autonomie des enfants dans les divers ateliers.

La fiche cycle 2-3 paraît plus utile dans la mesure où elle rappelle au débutant des points qu'il pourrait oublier ; telle quelle elle ne peut constituer une “ check list ”, dans la mesure où elle est trop détaillée.

Elle se présente tout de même comme une bonne aide à la prévision du déroulement et rappelle l'utilité du bilan pour construire ou adapter les séances suivantes.

Les fiches telles quelles sont un premier outil de travail, qui nécessiterait d'être enrichi et peut-être aussi adapté à l'expérience du stagiaire.

Il faudrait maintenant évaluer dans quelle mesure l'utilisation de la fiche bilan permet aux stagiaires de progresser dans la compréhension de la nécessaire dynamique entre prévision et improvisation.

5. Le point de vue des formateurs du séminaire de Perpignan

Nous présentons ici la synthèse des discussions du groupe et les arguments que nous avons présentés.

L'absence de précision explicite sur les cadres théoriques de référence relatifs à l'articulation enseignement apprentissage est soulevée par plusieurs personnes : cette remarque est tout à fait pertinente. Notre réflexion se construit autour des concepts de la didactique des mathématiques et de la didactique professionnelle développés en France.
Ces propositions s'appuyant sur des modèles d'enseignement d'origine constructiviste, donc moins familiers aux stagiaires que des modèles plus transmissifs, peuvent en conduire certains à se décourager devant l'insuccès immédiat de leurs essais et à rejeter en bloc ce modèle d'enseignement.

C'est pourquoi nous considérons ces fiches comme aboutissement d'un travail de formation et non comme des prescriptions.

Les collègues apprécient le fait que ces fiches aillent à l'encontre d'une dérive fréquente, cette dérive consiste à :

- dans la préparation, ne prendre en compte que l'activité des élèves sans la mettre en relation avec les actions du maître ;
- dans les bilans, chercher les causes des événements du déroulement seulement du côté des élèves sans analyser ce qui, dans la conduite du maître, a pu déclencher ces événements.

La dynamique, préparation puis bilan, proposée dans ces fiches, permet au contraire de mesurer l'écart entre le projet de déroulement et la mise en œuvre effective en croisant les effets des actions du maître et de l'activité des élèves.

Certains collègues pensent que la spécificité mathématique de ces fiches n'est pas assez marquée : or, justement, un de nos soucis est de proposer une aide méthodologique plus transversale pour approcher la polyvalence du professeur d'école. Il nous semble que des entrées trop disciplinaires ne collent pas à la réalité du métier de professeur d'école, et de ce fait, sont souvent rejetées sans autre forme de procès.

Il a été mentionné que l'explicitation de différents items liés à la préparation de séance et au bilan permet aux utilisateurs de prendre de la distance par rapport à leur pratique et d'affiner leur regard : en effet, ce ne sont pas des documents clés en main, mais des outils de travail qui aident à la réflexion. D'autre part, ces fiches offrent une alternative aux diverses propositions, commerciales ou non, qui circulent sur le terrain, et devraient permettre à chacun de construire des outils personnels.

A ce titre, ces fiches peuvent être utilisées comme aides à la préparation au CAFIPEMF : elles explicitent en effet des items très souvent implicites pour un maître confirmé.

Les modes de fonctionnement proposés pour les séances ne sont bien évidemment pas les seuls modes de fonctionnement possibles, surtout pour le cycle 1 : le cas d'un lancement collectif et la répartition en ateliers sur le même thème n'est pas évoqué, aucune évocation n'est faite de l'utilisation des coins...

De même, pour les cycles 2 et 3, la fiche ne prend pas en compte tous les modes de gestion, notamment la gestion des mises en commun, très liée à la situation mathématique choisie.

A propos des bilans

La fiche relative au bilan souligne l'importance de l'analyse a posteriori pour l'évolution de la pratique du maître titulaire et du stagiaire en formation. Elle sort du domaine privé la méthodologie de l'auto-analyse.

La pratique du bilan est reconnue comme formatrice par l'institution : des bilans sont faits par les maîtres experts, les conseillers pédagogiques ou les formateurs qui " visitent " les stagiaires. Mais, d'une part, les items des bilans sont rarement explicités, d'autre part les bilans sont plutôt à la charge des " visiteurs ". La fiche propose une explicitation d'items propres à inciter le stagiaire à mener personnellement une analyse sur lui-même et les événements qu'il a déclenchés par ses prises de décisions. De plus, la fiche permet de différencier l'analyse "à chaud" qui reste une analyse de surface et une analyse différée qui peut aller jusqu'à remettre en cause l'attitude de l'enseignant ou les choix didactiques effectués au cours de la préparation.

Elle conduit les stagiaires à comprendre la complexité de la pratique professionnelle et le manque de pertinence des recettes toutes faites. Par exemple, l'analyse du mode de passation des consignes et de ses conséquences sur la poursuite de la séance et sur l'engagement des élèves est mise en relief.

Certains collègues n'ont vu dans cette fiche que des prétextes à appréciations négatives qui risqueraient de conduire les stagiaires à une forme d'inhibition : il nous semble pourtant que la formulation du bilan sous forme de questions évite cet écueil et permet à chacun de se situer le plus honnêtement possible par rapport à sa prestation.

6. Perspectives pour d'autres utilisations

En conclusion, il ne s'agit pas là d'outils clés en main, mais essentiellement de supports destinés au formateur pour conduire le stagiaire à se poser des questions. Nous avons présenté deux utilisations possibles :

- la première consiste à laisser les stagiaires construire dans un premier temps leurs propres outils (de préparation et de bilan), à confronter leurs propositions et réorganiser ces propositions pour aboutir à des fiches personnalisées
- la seconde consiste à faire utiliser ces documents lors des stages de pratique accompagnée par le responsable de la séance et l'observateur qui l'accompagne, à comparer les réponses émises par les deux personnes pour des items sélectionnés, à repérer les écarts entre les réponses et à analyser les différences en cherchant à les comprendre.

Nous sommes certaines que d'autres modes d'utilisation seraient envisageables et nous invitons les formateurs intéressés par ces questions à nous transmettre leurs suggestions.

Eléments pour construire une séance de mathématiques et rédiger la fiche de préparation (cycles 2 et 3 école élémentaire)

Remarques préalables

- *Cette fiche se veut un guide pour le maître pour penser aux différentes facettes de la préparation d'une séance (ou d'une séquence : suite de séances sur le même thème). Elle n'a pas d'autre prétention.*
- *Elle se présente sous forme d'items (éléments à préciser ou questions à se poser).*
Tous les items ne sont pas nécessairement pertinents pour toutes les séances. Ils sont particulièrement étudiés ici pour les ***situations dites de recherche*** *(pour l'apprentissage ou le réinvestissement). Bien entendu un grand nombre de séances doit être aussi consacré à une familiarisation systématique avec les notions abordées et à un entraînement sur les techniques vues pendant les séances de recherche. D'autres encore doivent permettre d'évaluer les élèves sur des connaissances (savoirs ou savoir-faire) déjà construites.*
- *Pour la gestion de classe de C.P. en particulier, ces éléménts sont à croiser avec ceux présentés dans la fiche spécifique cycle 1 (à paraître).*
- *La fiche de préparation,* ***dont la rédaction est au choix de chacun,*** *explicite les réponses à certains de ces items. Elle doit donner le cadre de référence de la séance et être une aide à la conduite de classe.*

PRESENTATION DE L'ACTIVITE

Objectifs

- Notion mathématique ou méthode dont l'apprentissage est visé à long terme.
- Eléments spécifiques de cette notion ou de cette méthode visés dans la séance (éventuellement sous forme de compétences).
- Place dans la progression (par rapport aux programmes et/ou par rapport aux compétences acquises des élèves de la classe).

Type de séance

1 - Apprentissage d'une notion (nouvelle ou déjà rencontrée)[6], d'une technique (nouvelle ou déjà rencontrée), d'un langage, d'une compétence méthodologique,...
2 - Ou réinvestissement d'une notion, d'une technique, d'une méthode,...
3 - Ou familiarisation, entraînement.
4 - Ou évaluation.

[6] Les séances d'apprentissage ne se limitent pas à la première séance sur une notion.

L'étude qui suit vise plus particulièrement les séances de type 1 et 2.

Description succincte de la situation
- Enoncé de problème, jeu, étude de documents, description d'un phénomène,...
- Références bibliographiques.

ANALYSE PREALABLE DE LA SITUATION

Intérêt pour l'élève (il peut être indépendant de l'apprentissage)
Pourquoi va-t-il s'investir dans la tâche proposée ?
Plaisir, défi personnel, désir de se mesurer aux autres, curiosité intellectuelle, responsabilité dans l'engagement collectif,...

Analyse pour prévoir les étapes du déroulement
* Variables didactiques. Quelles sont les variables didactiques de la situation ? Comment les choisir pour provoquer l'apprentissage visé ? Pour éventuellement gérer l'hétérogénéité ? Pour permettre une certaine différenciation des tâches, mais une synthèse commune ?
* Analyse de la tâche de l'élève. Quelle est la tâche effective des élèves ? Quelles procédures peuvent-ils utiliser (en fonction des variables didactiques) ? Quels modes de validation ont-ils à leur disposition (vérification interne à la situation -*autovalidation*-, ou validation externe : par le maître, par la calculatrice pour contrôler les calculs, par un calque pour vérifier un dessin, etc...) ?
* Eléments d'aide pour différencier la tâche en fonction des compétences individuelles (documents écrits, matériel, conseils méthodologiques,...).
* Eléments prévisibles de synthèse sur lesquels portera l'institutionnalisation[7] .
* Possibilités de prolongements liés à l'activité (pour les plus rapides)[8].

PREVISION DU DEROULEMENT

1 - Organisation matérielle de la classe (à préciser pour chaque phase du déroulement)

Choix du lieu : dans la classe ou hors de la classe, tables telles quelles ou déplacées,....

Choix des modes de travail : travail individuel (sur cahier de brouillon, fiche, feuille, ardoise,..) ; travail à deux, par groupe (préciser le support du travail), collectif ; justification des choix.
Si travail de groupe,
- constitution des groupes (par affinité ou caractère ou proximité, homogènes ou hétérogènes) préparée par écrit ; *attention à ne pas mettre ensemble deux élèves "aux humeurs incompatibles"* ;
- répartition des tâches dans le groupe faite par le maître ou laissée libre ;
- rapporteur désigné au départ ou choisi au moment de la synthèse (par le maître, par le groupe, au hasard)....

Matériel
- Pour le maître : rôle et préparation du tableau, autres matériels à préparer (solides géométriques, documents agrandis, matériel d'aide en cas de blocage,...)
- Pour les élèves : quel matériel à disposition (une fiche ou un manuel par élève, pour deux, crayon, matériel de géométrie, un jeu par table,...) ? Quand le distribuer et/ou par qui le faire distribuer ? Où le poser, éventuellement le cacher (pour permettre la formulation d'une demande) ? Combien prévoir d'exemplaires par table ?...

---

7 l'important à extraire de l'activité pour l'apprentissage
8 Ces prolongements doivent permettre un approfondissement de la notion en cours ou un réinvestissement de notions déjà vues. En aucun cas, il ne s'agit de déflorer la séance suivante.

Limiter les risques de distraction en faisant ranger le petit matériel inutile (super taille-crayon,..) dans les casiers. Prévoir un espace suffisant sur les tables pour l'utilisation effective du matériel.
Prévoir un morceau de feutrine ou une piste pour les jeux de dés. Etc..

Estimation du temps
- Pour la compréhension de la consigne : dite dans le calme, redite avec d'autres mots, reformulée par un élève, éventuellement simulée,...
- Pour les éventuels changements de lieu, déplacements de mobilier, distributions de matériel, découpages ou activités préalables, coloriages, collages,...
- Pour les différentes phases (recherche, mise en commun, synthèse),
- Pour l'éventuelle trace écrite (sur quel support ?),
- Pour le rangement,....

Se donner a priori des limites supérieures de temps pour les activités-élèves...

2 - Plan de la séance (prévoir les grandes phases du déroulement et leurs articulations)

Lancement de l'activité
Comment faire pour que les élèves s'intéressent d'eux-mêmes au problème posé par le maître ?
Mise en scène, jeu simulé avec quelques élèves, conte,....

Consignes
Les consignes peuvent être orales, écrites au tableau, écrites sur une feuille, schématisées,...
Si orales,
- courtes et précises si possible,
- pesées et soupesées, formulées de diverses manières par le maître,
- écrites en toutes lettres sur la fiche de préparation, oralisées pour les essayer .

Prévoir de les faire reformuler par deux élèves au moins.

Phase de recherche
- Rester un court temps sans circuler pour permettre aux élèves de démarrer.
- Prévoir éventuellement, en cas d'activité de groupe, un court temps de recherche individuel.
- Prévoir d'observer les élèves (au besoin avec une grille recensant les procédures par élève ou groupe d'élèves)
  - pour donner des aides au moment opportun à ceux qui en ont besoin,
  - pour choisir ceux dont les propositions feront l'objet de la mise en commun.
- Prévoir les interventions éventuelles pendant cette phase de recherche (relance de l'activité, précisions sur la consigne), ***mais se garder de donner soi-même, ou même d'induire les réponses aux questions posées !***
- Prévoir de donner, à ceux qui auront fini plus tôt, les prolongements prévus dans l'analyse préalable, permettant ainsi aux autres de poursuivre sans perturbation.

Mise en commun des procédures et/ou des résultats : *écoute collective, la parole est aux élèves.*
- A l'aide de l'analyse préalable et de l'observation des élèves, choisir les procédures exactes ou erronées[9] qui feront l'objet de la mise en commun.
- Décider de l'ordre de présentation le plus adapté à l'objectif à atteindre[10].
- Engager un échange, voire un débat collectif, sur la validité, l'économie,... des différentes productions.

Se méfier des longues corrections collectives qui ne profitent qu'aux élèves qui savent déjà.

---

[9] Lors de la phase de recherche, le maître n'a pas à se prononcer sur la validité des propositions des élèves. Sinon, il devient impossible de demander à un élève de présenter devant tous une solution qu'il sait erronée.

[10] L'écriture des productions de groupe sur affiche (éventuellement transparent) ou la restitution simultanée au tableau du travail des groupes par plusieurs rapporteurs, facilite la gestion de la mise en commun et minimise la durée de cette phase.

Synthèse : *écoute collective.*
Le maître pointe, avec les élèves, les éléments importants rencontrés à l'occasion de l'activité : par exemple des procédures efficaces, une écriture mathématique utilisée par tous, une construction géométrique rappelée,...
Envisager l'éventuelle trace écrite individuelle qui relate la situation (par exemple, dans le cahier, chaque élève note le texte du problème et la procédure qui lui plaît le mieux).

Institutionnalisation (éventuelle)
Le maître dégage l'important pour "l'apprentissage du jour", en amorçant une décontextualisation.
Si l'activité le permet, rédiger le résumé que les enfants auront à copier et à retenir (tout en restant prêt à accepter d'autres formulations -correctes- des élèves).

Remarques
- Prévoir quelques exercices d'application.
- Découper la séance en plusieurs phases pour mieux gérer le temps et en particulier pouvoir arrêter la séance avant la fin (notamment si le temps a été mal évalué).
Une évaluation individuelle "à chaud" apporte peu de renseignements : il est préférable de la différer.

BILAN DE LA SEANCE

Du côté des élèves
- Participation : les élèves ont-ils été intéressés ou passifs, ennuyés, agités ? Pourquoi ?
- Travail mathématique : qu'ont fait effectivement les élèves au cours de la séance ? Ont-ils eu l'occasion de réfléchir, formuler des hypothèses, valider des raisonnements? Semblent-ils avoir appris des choses ? Se sont-ils exercés dans un domaine ? *Ne pas confondre joyeuse participation et apprentissage effectif.*
- Erreurs des élèves : quelles erreurs ont commis les élèves? Pouvez-vous expliquer ces erreurs, mettre des hypothèses sur les causes ?
  - Sont-elles nombreuses sur des connaissances considérées comme acquises ? Il faudra alors prévoir un travail spécifique avec toute la classe.
  - Sont-elles liées à l'apprentissage en cours ? Il n'y a pas lieu de s'en inquiéter car elles font partie de l'apprentissage normal.
  - Sont-elles très locales ? Voir alors les enfants concernés.
  - Sont-elles peu significatives ? Attendre un nouveau travail pour confirmer ou infirmer.

Du côté du maître
- Votre objectif vous semble-t-il atteint ? Pourquoi ? Comment allez-vous le vérifier ? Est il trop tôt pour le dire ?
- Analysez vos éventuelles modifications "sur le vif", vos éventuels dérapages et leurs causes.
- Avez-vous fait des erreurs ? De quel type (contenu, méthode, gestion du temps, des réactions des élèves,...) ?
- Revoir ce que vous pouvez modifier pour atteindre une meilleure efficacité : les consignes, l'ordre des différentes phases, les choix pour les variables didactiques, l'organisation matérielle, la gestion de la mise en commun,....
- Comment prenez-vous en compte cette séance dans la prévision de la suivante : poursuite de la préparation prévue, modifications (dans quel sens ?), détermination de ce qui est à reprendre, à compléter, éléments à développer.

REMARQUES GENERALES

♦ Toute séance de mathématiques (ou presque) doit comporter du "calcul mental", dit plutôt **calcul réfléchi.** Le calcul réfléchi donne lieu à une activité quotidienne, généralement assez brève (sauf si elle fait partie intégrante de la situation prévue), dont le but est de permettre aux élèves d'une part de se familiariser avec les nombres et leurs propriétés, de mémoriser des résultats, d'autre part de se construire des méthodes de calcul et/ou de raisonnement, notamment par confrontation -gérée par le maître- avec celles de leurs camarades.

♦ Introduire du **matériel** dans une séance de mathématiques peut avoir deux finalités :

1 - conduire les élèves à faire des prévisions, à anticiper le résultat de leur action[11] ;

2 - permettre aux élèves de valider leurs résultats en exhibant l'objet (par exemple en géométrie) ou en effectuant la manipulation.

Il ne s'agit pas de demander aux élèves de faire de simples constats.

♦ Si la séance s'appuie sur un document pédagogique ou un livre du maître présentant les objectifs et le déroulement prévu, le travail de préparation consiste à justifier les choix, à adapter la situation à la classe (intégration à la progression, prise en compte des compétences élèves, de l'environnement de l'école,...)

[11] par exemple, lors d'un jeu de l'oie, un enfant sur la case 13 lance le dé et obtient 5 : avant qu'il ne déplace le pion, le maître lui demande de dire sur quelle case il pense arriver, il attend comme réponses 18, ou 13+5...

Pour les autres types de séances

● LES SEANCES D'ENTRAINEMENT

Les séances d'entraînement sont nombreuses et nécessaires aux élèves pour installer et renforcer les acquis antérieurs. Elles ne peuvent cependant se substituer aux séances où les situations proposées permettent aux enfants de **construire** effectivement des connaissances ou de **réorganiser** des connaissances déjà construites.
Les points importants de la préparation des séances d'entraînement sont le choix des exercices à proposer et des modes de correction à envisager.

Le choix des exercices
- Les exercices proposés portent sur des notions ou des techniques déjà travaillées dans des séances de type **1** et **2**, pour renforcer des compétences individuelles dont le maître a déjà pu contrôler formativement l'acquisition partielle.
- Ils sont organisés en fonction des compétences nécessaires pour réussir la tâche demandée : les exercices de "simple application" sont toujours les premiers.
- Ils sont mêlés à quelques exercices ne dépendant pas de la "leçon du jour", pour maintenir en éveil les aptitudes d'analyse des élèves.
- Une différentiation des énoncés en fonction des compétences des élèves peut être envisagée avec profit, par exemple sous les formes suivantes :
    * mêmes énoncés, mais avec des valeurs numériques différentes (pour réduire les difficultés calculatoires), des supports différents (papier uni ou quadrillé), des aides différents (par exemple l'utilisation d'une calculatrice)...
    * énoncés différents, dessins à reproduire différents, adaptés au niveau de chacun, pour travailler des compétences différentes...

Le choix des modes de correction
Les corrections collectives sont à éviter car elles ne mobilisent généralement pas l'attention de ceux auxquels elles sont destinées et n'apportent pas souvent d'éléments neufs à ceux qui ont réussi. Il est donc préférable d'envisager d'autres moyens de correction.
- Des mises en commun par petits groupes, avec une régulation interne au groupe et un appel au maître en cas de désaccord, peuvent être efficaces.
- Des "autocorrections" avec une fiche corrective, un calque,... qui permettent aux élèves de constater l'erreur, éventuellement de la trouver, profitent notamment aux élèves rapides.
- Des corrections individuelles (ou par petits groupes), avec le maître, sont nécessaires pour les élèves qui ont plus de difficultés.

● LES SEANCES D'EVALUATION

Dans tous les cas, il est nécessaire de bien contrôler les compétences évaluées a priori pour dégager des éléments pertinents d'une réussite ou d'un échec à cette évaluation.

* S'il s'agit d'une évaluation **de début** de parcours, elle permet au maître de prendre des indices sur les connaissances antérieures des élèves, celles sur lesquelles il peut s'appuyer pour lancer sa progression. Notons qu'une telle évaluation peut se faire comme une séance d'apprentissage, pour "caler" la progression sur les compétences réelles des élèves. Elle joue alors le rôle d'un point zéro pour la notion ou la technique visée.

* S'il s'agit d'une évaluation **de fin** de parcours d'apprentissage, elle doit porter sur des compétences qui ont été effectivement travaillées chez les élèves.

Les séances d'évaluation **de fin** d'apprentissage sont à envisager de manière différée par rapport au temps d'apprentissage, pour évaluer des acquis effectifs et non des connaissances

mémorisées à court terme. La préparation de ces séances est proche de celle des séances d'entraînement, l'important étant ici le choix des exercices, en respectant les points suivants :
- les énoncés de ces exercices ne comportent aucune ambiguïté ; la notion dont on doit évaluer la maîtrise est réellement en jeu dans la résolution ;
- les exercices portent sur des notions travaillées lors des séances de type 1 et 2 et sur lesquelles les enfants se sont entraînés lors de séances du type 3 ;
- les exercices sont de difficultés graduées, pour permettre de localiser la difficulté en cas d'échec[12] ;
- pour éviter l'effet de communication entre élèves trop proches, il est possible d'alterner les exercices (par exemple en changeant les valeurs numériques) entre deux voisins en veillant à donner des exercices de difficultés similaires.

[12] Il est éventuellement possible d'envisager un mode d'évaluation différentié par le choix d'exercices différents pour des élèves qui ont réellement progressé, mais qui n'en sont pas au même niveau de compréhension.

<u>**Annexe 2**</u>

Eléments pour construire une suite de séances à dominante mathématique et rédiger la fiche de préparation (cycle 1)

Remarque préalable

- *Cet article est le complément d'un précédent sur le même thème aux cycles 2 et 3*[13]*. Conçu dans le même esprit, il essaie de pointer des spécificités des activités à dominante mathématique du cycle 1.*
- *Pour la classe de grande section en particulier, ces éléments sont à croiser avec ceux présentés dans la fiche spécifique des cycles 2 et 3.*
- *Comme le précédent, il se veut un guide pour le maître pour penser aux différentes facettes de la préparation d'une séance (ou d'une séquence : suite de séances sur le même thème), sans autre prétention.*

REMARQUES GENERALES SUR L'ORGANISATION DE LA CLASSE

♦ Modes d'organisation

Le maître dispose a priori de plusieurs modes pour organiser le groupe classe.

- Mode collectif :

Les enfants sont assis dans le coin regroupement, installés autour du maître, sur des chaises ou des bancs pour éviter des gesticulations sur le tapis. Pas d'enfant sur les genoux du maître. Le maître peut avoir un oeil sur tous à la fois. L'éventuel enfant perturbateur peut être momentanément exclu du groupe (pas de la classe !) : dans ce cas, le maître lui accorde le droit de revenir de lui-même quand il se sent calmé. Le maître théâtralise au maximum pour soutenir l'attention, sollicite la participation des élèves, reprend, éventuellement reforme, les propositions des élèves.

- Mode atelier

Les enfants sont répartis par groupes de tables, les ateliers. Le maître s'occupe plus particulièrement d'un atelier (voire de deux), les autres ateliers sont autonomes, fonctionnant sur des tâches plus habituelles, plus connues des enfants. Le maître peut alors spécifiquement observer les enfants de l'atelier sélectionné.

Les peuvent présenter des dominantes disciplinaires[14]. Un roulement sur la semaine ou plus permet que tous les enfants fréquentent tous les ateliers.

Dans l'atelier, la tâche des élèves peut être **individuelle** (ils sont regroupés parce qu'ils ont le même type de tâche ou utilisent le même type de matériel, mais ils doivent s'organiser pour gérer le matériel), soit une tâche **de groupe**, qui les incite à s'observer, discuter, s'écouter, se contrôler les uns les autres.

Le maître peut alors :

- soit s'adresser à un enfant en particulier : il l'incite à formuler ce qu'il fait ou, notamment pour les plus petits, lui offre une verbalisation "miroir", qui correspond à une "mise en mots" de l'action de l'élève qui ne peut encore s'exprimer lui-même. Il pousse les plus grands à enrichir leurs procédures par des questions appropriées ou des contraintes évolutives ;
- soit s'adresser au groupe de l'atelier en incitant les enfants à s'entraîner les uns les autres : par exemple, il pointe la procédure de l'un, la fait expliciter par celui-ci pour essayer de la communiquer aux autres.

Les coins organisés dans la classe (coin cuisine, coin poupée, coin livres, coin lego, coin sable, ...) fournissent eux aussi des ateliers possibles, d'autant plus utilisés que les enfants sont

---

[13] *Grand N* n°59, pp. à , 1996-97

[14] Cette répartition n'est cependant pas figée ; elle peut varier au cours du cycle. En Grande Section notamment, tous les ateliers de la séance peuvent être à dominante mathématique.

petits. Les accès à ces coins doivent cependant être régis par des règles : pas plus d'enfants dans le coin cuisine que de tabliers (ou d'étiquettes sur collier de ficelle) disponibles, idem pour les autres, remise en place des objet déplacés,... Ces règles peuvent être rappelées régulièrement lors d'un moment collectif, surtout si elles sont mal appliquées. Elles sont toujours justifiées devant les élèves.

♦ Les différents espaces

Le maître dispose de plusieurs espaces qui appellent une attention différente de la part des élèves.
- Le coin regroupement appelle une attention soutenue ; les moments de regroupement correspondent à des temps d'écoute et de communication, surtout du maître vers tous les élèves.
- Les divers coins institués dans la classe représentant plutôt des coins de liberté, où l'enfant, soit seul, soit avec d'autres, se joue sa propre histoire.
- Les ateliers demandent certes une certaine concentration, mais plus au rythme de l'élève.
- Les espaces hors classe (salle de jeu, cour, couloir, salle d'accueil,...) offrent un lieu pour des activités collectives ou des activités en atelier. La "sortie" de la classe nécessite une certaine organisation : lors du regroupement précédent la "sortie", le maître précise les règles de déplacement (se déplacer par deux en se donnant la main, le doigt sur la bouche ou en chantant tout bas ou en comptant tout bas...), les tâches prévues, ainsi que la disposition du groupe-classe attendue dans l'autre lieu.

♦ Les changements de "rythme"

Au maître de veiller à alterner attention collective, attention individuelle, détente, à faire bouger les élèves en proposant des changements de coins, éventuellement des changements de lieux. Penser à ces alternances fait partie de la préparation de la journée.
Les changements d'activité, souvent ponctuées par des rangements, les retours à plus de silence, peuvent se faire avec des modulations de voix du maître : par exemple
- sur une voix chantée : "il va falloir maintenant tout ranger", pour signifier la fin de la phase "accueil" de début de matinée,
- pour calmer la classe, toujours sur une voix chantée : "il y a trop de bruit dans la classe aujourd'hui"
- pour ramener l'attention , chanter ou réciter ensemble une comptine connue, éventuellement mimée,...

LES ACTIVITES A DOMINANTE MATHEMATIQUE

> "Dans la mesure où toute séquence pédagogique reste, du point de vue de l'enfant, une situation riche de multiples possibilités d'interprétation et d'action, elle relève toujours de plusieurs domaines d'activités sinon de tous. Pour l'enseignant, ces divers domaines sont éclairés par ses connaissances disciplinaires. En organisant les activités, il aura soin de définir des dominantes en fonction de l'objectif retenu."

Extrait de L'Ecole Maternelle, *Programmes de l'école primaire*, Direction des Ecoles, 1995

Les activités à dominante mathématique s'inscrivent dans cette problématique. Les champs mathématiques de l'école maternelle se partagent entre les activités logiques (classifications, sériations,...), l'approche du nombre, le repérage dans l'espace, le repérage dans le temps, l'approche des grandeurs et de leur mesure, la reconnaissance des formes.

♦ Les moments pour les mathématiques

A priori il existe, dans la vie de la classe, trois occasions de faire faire des mathématiques aux élèves :
- lors d'activités rituelles (souvent après l'accueil du matin, par exemple l'appel, la date sur calendrier, etc.)

- lors d'activités fonctionnelles (par exemple pour déterminer des groupes à peu près équitables d'enfants pour les ateliers d'EPS, pour préparer une brique de lait par enfant pour la table de ses camarades, pour distribuer les foulards des équipes, etc.)
- lors d'activités construites spécifiquement par le maître avec des intentions pédagogiques bien précises, donc a priori plus artificielles dans l'histoire de la classe : par exemple un nouveau jeu,... Dans ce cas le maître choisit une introduction destinée à obtenir l'adhésion des élèves à la tâche (par exemple un conte mimé, pour faire comme le héros d'une histoire, etc.). Mais ces activités construites peuvent aussi consister en une exploitation approfondie d'activités fonctionnelles ou rituelles (par exemple à partir de l'appel du matin[15]

♦ **Mathématiques et jeux**
Il est intéressant de ne pas laisser les élèves utiliser seuls un jeu nouveau que le maître pense exploiter pour des apprentissages. Ce jeu reste caché jusqu'au moment où le maître décide de le présenter, d'en définir les règles, et d'y faire jouer sous son contrôle, par séries d'ateliers successifs, les élèves de la classe. Quand le jeu a été suffisamment exploité comme jeu d'apprentissage dirigé, il devient jeu libre, à la disposition des élèves.
Il est recommandé de faire évoluer sur l'année l'ensemble des jeux à disposition des élèves : certains jeux disparaissent et d'autres apparaissent, développant d'autres compétences.

PREPARATION DES SEANCES CONSTRUITES

La préparation concerne souvent simultanément plusieurs séances, dans la mesure où l'activité, pour toucher tous les élèves de la classe, devra tourner sur plusieurs jours. L'activité "phare" et les divers ateliers peuvent être les mêmes sur plusieurs séances.

Mise en route de la réflexion
- Délimiter un thème dans un des champs mathématiques (approche du nombre, activités logiques , repérage dans l'espace ou le temps,...). le mettre en relation (ou non) avec des activités rituelles, ou fonctionnelles, ou le projet de classe, ou d'école...
- Envisager les différentes facettes de ce thème, les compétences à construire sur ce thème, compte-tenu de celles déjà acquises par les élèves.
- Cibler les compétences à construire avec précision.
- Choisir une (ou plusieurs) activité(s), situation(s) "phare", qui permettra (permettront) de développer les compétences visées : - jeu collectif,
  - activité collective autour d'une situation problème,
  - jeu à n enfants,
  - activité de groupe autour d'une situation problème.
- Prévoir les activités d'entraînement sur le même thème, mettant en jeu une ou plusieurs des compétences travaillées préalablement.

Description sommaire
- Finalité pour l'élève du jeu, de la situation...
- Références bibliographiques et adaptation au projet pédagogique et cognitif de la classe.

Matériel
- Pour le moment collectif :
  * préparer le matériel pour la présentation collective de l'activité "phare", le vérifier, le trier éventuellement pour ne garder que des éléments permettant d'entrer plus vite dans le sujet ;
  * choisir l'introduction collective de l'activité (un conte, un récit, un jeu, l'activité éventuellement simulée avec quelques enfants devant tous) ;
  * choisir la disposition des élèves pour l'écoute collective, choisir éventuellement les élèves pour la simulation de l'activité devant tous, etc.) ;

---

[15] Du rite de l'appel...à des activités mathématiques en grande section, C.Houdement, M.L.Peltier, dans *Grand N* n°51, pp. 13 à 23, 1992-93

* préparer les listes de répartition des enfants par atelier (il peut y avoir diverses formes pour ces listes).

- Pour le travail en atelier :
  * choisir une répartition spatiale des ateliers pour pouvoir voir la classe en restant dans un atelier, pour rester plus près des éléments plus agités,...
  * prévoir le matériel à disposition (un exemplaire pour tant d'enfants, un nombre suffisant, mais pas trop grand, de pions, de cartes,... pour le groupe,...) ? Déjà sur les tables ou à distribuer par qui et quand ?
  * prévoir la reconnaissance des éventuels travaux (nom, date) et leur rangement (affichage, chemises ou casiers individuels.)
  * préparer une fiche avec le nom des enfants pour noter les observations en cours de séance

Analyse préalable succincte

- Quel enjeu pour l'élève ? Comment faire pour qu'il entre dans la tâche, pour l'intéresser ?
- Analyse de la tâche du point de vue de l'élève.
- Variables didactiques envisageables.
- Comportements et/ou stratégies envisageables, influencés bien sûr par la connaissance qu'on a de l'élève (cette analyse permet de préparer une fiche d'observation des élèves).
- Eléments d'aide possibles.
- Comment se termine l'activité ? Qui "dit la réussite" ?
- Phases et temps de l'activité.
- Possibilité de prolongements.

UN EXEMPLE DE PREPARATION SUR PLUSIEURS SEANCES (ET PLUSIEURS JOURS)

Séance 1 : *lancement de l'activité "phare" (phase collective)*

<table>
<tr><td>Pour une activité collective ou un jeu collectif.</td><td>Pour une activité de groupe autour d'un problème</td><td>Pour un jeu à n enfants</td></tr>
<tr><td>Présenter l'activité collective, la consigne bien soupesée, reformulée, les règles, le but. Présenter le matériel éventuel, le faire observer, décrire. Simuler éventuellement le début avec quelques enfants.</td><td>Présenter le problème, le matériel éventuel, la consigne lors du regroupement.</td><td>Le présenter collectivement pendant le regroupement : le faire observer, décrire, présenter les règles, préciser le but et l'enjeu. Simuler le début d'une partie avec quelques enfants</td></tr>
<tr><td colspan="3">Dans chacun des cas, prévoir les consignes (les noter, les oraliser, varier le vocabulaire). Les faire reformuler par les élèves.</td></tr>
<tr><td>Le maître reste présent avec tout le groupe.</td><td colspan="2">Préciser que seul un groupe d'enfants fera cette activité maintenant, mais que tous passeront au fil de la semaine dans cet atelier.
Présenter rapidement les autres ateliers déjà connus des enfants, qui devraient tourner de manière autonome.
Lancer la répartition des enfants par atelier : en PS, le maître peut nommer les élèves . En GS, il peut préparer des listes écrites ou des groupes d'étiquettes et, soit charger des élèves de les lire, soit laisser les élèves se répartir selon ces listes dans les divers ateliers.</td></tr>
</table>

La répartition des enfants par atelier doit être prévue, notée sur l'ensemble des séances, de manière à les faire tourner. Certains enfants peuvent passer plusieurs fois dans le même atelier, soit pour reprendre une tâche non terminée ou mal comprise, soit pour jouer un rôle de meneur de jeu pour un groupe d'enfants plus timides.

Poursuite (phase collective ou en atelier)

Travail collectif	Travail en ateliers
Relancer l'activité , apporter des compléments d'information si nécessaire, faire des mises au point. Solliciter le maximum d'enfants. Noter sur une fiche préparée à l'avance les observations : stratégies utilisées, compétences mises en oeuvre, difficultés rencontrées,.... Faire évoquer en fin de séance ce qui a été fait. Faire ranger le matériel par les enfants (sauf le gros matériel)	Rester disponible pour un atelier (au maximum deux). Les autres ateliers déjà connus, ou plus libres, tournent de manière autonome. Circuler de temps en temps pour vérifier. Pour l'atelier nouveau : faire reformuler les consignes, veiller au respect des règles, faire verbaliser les actions ou les décisions (ou apporter une verbalisation "miroir" du maître ou d'un autre enfant), relancer l'activité si nécessaire,... Noter sur une fiche préparée à l'avance les observations : stratégies utilisées, compétences mises en oeuvre, difficultés rencontrées,.... Prévoir des prolongements ou des jeux libres pour ceux qui ont terminé. Faire ranger par les élèves le matériel utilisé.

Prévoir un bilan

- Emettre des hypothèses sur les origines des difficultés rencontrées (la fiche d'observation est un puissant outil d'analyse) :
  * par les enfants, pour entrer dans la tâche (s'y intéresser, comprendre la consigne), pour résoudre le problème posé, ...
  * par le maître, pour gérer le groupe entier, pour récupérer l'écoute collective,...
- Essayer de pointer les décisions prises en cours de séance et de les analyser :
  * décisions d'ordre collectif (les changements par rapport à la préparation),
  * décisions d'ordre individuel (les rappels à l'ordre, les aides et soutiens,...)
- Faire des propositions de modification