SUJETS

ACADÉMIE D'AIX-MARSEILLE

L'usage de la calculatrice est autorisé.

PREMIER VOLET

PREMIERE PARTIE : 8 points

1- GEOMETRIE

Soit A et E deux points donnés. On se propose d'étudier la famille f des parallélogrammes admettant A comme sommet et E comme centre .

1) Construire un parallélogramme ABCD quelconque de cette famille. Rédiger un programme de construction.

2) Construire un rectangle AB'CD' de la famille f. Montrer que les sommets des rectangles de la famille sont situés sur le cercle de centre E et de rayon EA.

3) On considère les losanges de la famille f, de diagonale [AC]. Où sont situés les deux autres sommets de ces losanges ?

4) Cette famille contient-elle un ou plusieurs carrés ? Justifiez votre réponse.

II - ÉCRITURE DECIMALE D'UN RATIONNEL

On considère le rationnel dont l'écriture à virgule est $r = 2,\overline{370}$, la période étant 370.

Question 1

Écrire ce rationnel sous la forme d'un rapport de deux entiers premiers entre eux.

Question 2

La division euclidienne de 64 par 27 permet d'écrire l'égalité $\frac{64}{27} = 2 + \frac{10}{27}$

a) Effectuer la division euclidienne de 100 par 27 . En déduire l'égalité $\frac{64}{27} = 2 + \frac{3}{10} + \frac{1}{10}(\frac{19}{27})$, et en déduire le chiffre des dixièmes de l'écriture à virgule de $\frac{64}{27}$.

b) Réitérer la procédure pour trouver le chiffre des centièmes et le chiffre des millièmes de $\frac{64}{27}$.

c) Retrouver en utilisant ces calculs :

- pourquoi l'écriture décimale de $\frac{64}{27}$ est périodique et infinie,
- pourquoi on obtient par ce procédé un seul chiffre à chaque quotient.

Question 3

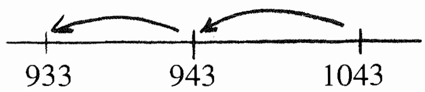
Utiliser l'égalité écrite en 2a) pour donner une valeur exacte de l'erreur commise en remplaçant $\frac{64}{27}$ par l'écriture décimale 2,3 .
Quelle serait l'erreur commise en choisissant comme valeur approchée 2,4 ? Pourquoi cette erreur est-elle inférieure à un dixième ?

<u>Volet théorique</u> : **Analyse de productions d'élèves** (sur 4 points)

Voici un énoncé de problème proposé à des élèves en début d'année de CE2.

Enoncé : " *Pendant la récréation, la maîtresse de C.P. a tiré 62 photocopies, et celle de CM1 48 photocopies. Le compteur indique maintenant 1043. Qu'indiquait-il avant la récréation ?"*
NB : Le compteur de la photocopieuse augmente de 1 à chaque tirage.

Voici quatre productions d'élèves :

Elève 1 62 + 48 = 100 1043 - 100 = 1143 Le compteur indiquait 1143	**Elève 2** 62+48+1043=1143
Elève 3 1043 − 62 = 1021 1021 − 48 = 1027 Le compteur indiquait 1027	**Elève 4** 62+48=110  Le compteur indiquait 933

Pour chacune des productions
. Analyser les procédures de résolution en précisant bien les étapes,
. Décrire les procédures de calcul,
. Proposer des hypothèses sur les origines des erreurs éventuelles.

Vous présenterez vos réponses succinctement dans un tableau sur le modèle suivant :

	procédures de résolution	procédures de calcul	hypothèses sur les origines des erreurs
élève 1			
élève 2 **etc...**			

VOLET DIDACTIQUE

DEUXIEME PARTIE : 8 points

Un enseignant de CM2 décide de conduire des activités de mathématiques autour du matériel M joint en annexe : il s'agit de surfaces planes limitées par des arcs de cercle et inscrites dans des carrés de même dimension. Il est sous-entendu que les centres et les rayons des arcs de cercle pourront être déterminés sur le matériel par les élèves. Le matériel usuel de géométrie est mis à leur libre disposition.

Question 1

Dans un premier temps, l'enseignant veut faire ranger ces différentes surfaces selon leur aire.

1) Sans utiliser d'unités d'aires, un élève peut réaliser ce rangement (rangement que vous préciserez). Décrire dans le détail une façon possible pour cet élève de procéder.

2) L'enseignant fait le choix de faire utiliser des unités de mesure. Pour cela il propose deux unités de mesure U1 et U2 (cf. annexe) et demande d'exprimer les mesures des aires des différentes surfaces en utilisant ces unités.

a) Quelles sont les réponses correctes attendues ?

b) Quelle information supplémentaire est-il nécessaire d'utiliser pour ranger les surfaces par leur aire ? Effectuer alors le rangement

c) Par quelle procédure cette information peut-elle être obtenue ?

Question II

Dans un deuxième temps l'enseignant demande de comparer les périmètres des différentes surfaces.

1) Quelle est la réponse spontanée et erronée qui sera vraisemblablement fournie par un bon nombre d'élèves ? Pourquoi ?

2) Quelle relance l'enseignant peut-il envisager pour conduire les élèves à rejeter cette réponse ?

3) a) Proposez une procédure simple, pouvant être utile aux élèves pour effectuer cette comparaison

b) Quelle est la réponse correcte attendue ?

Question III

Pour compléter le travail, l'enseignant donne aux élèves une nouvelle surface G (cf. annexe) qu'il demande de comparer selon son aire et son périmètre avec l'une des surfaces précédentes. Laquelle ? Dans quel but ?

Question IV

1) Quel était l'objectif spécifique de l'enseignant qui a proposé cette séquence de trois activités ?

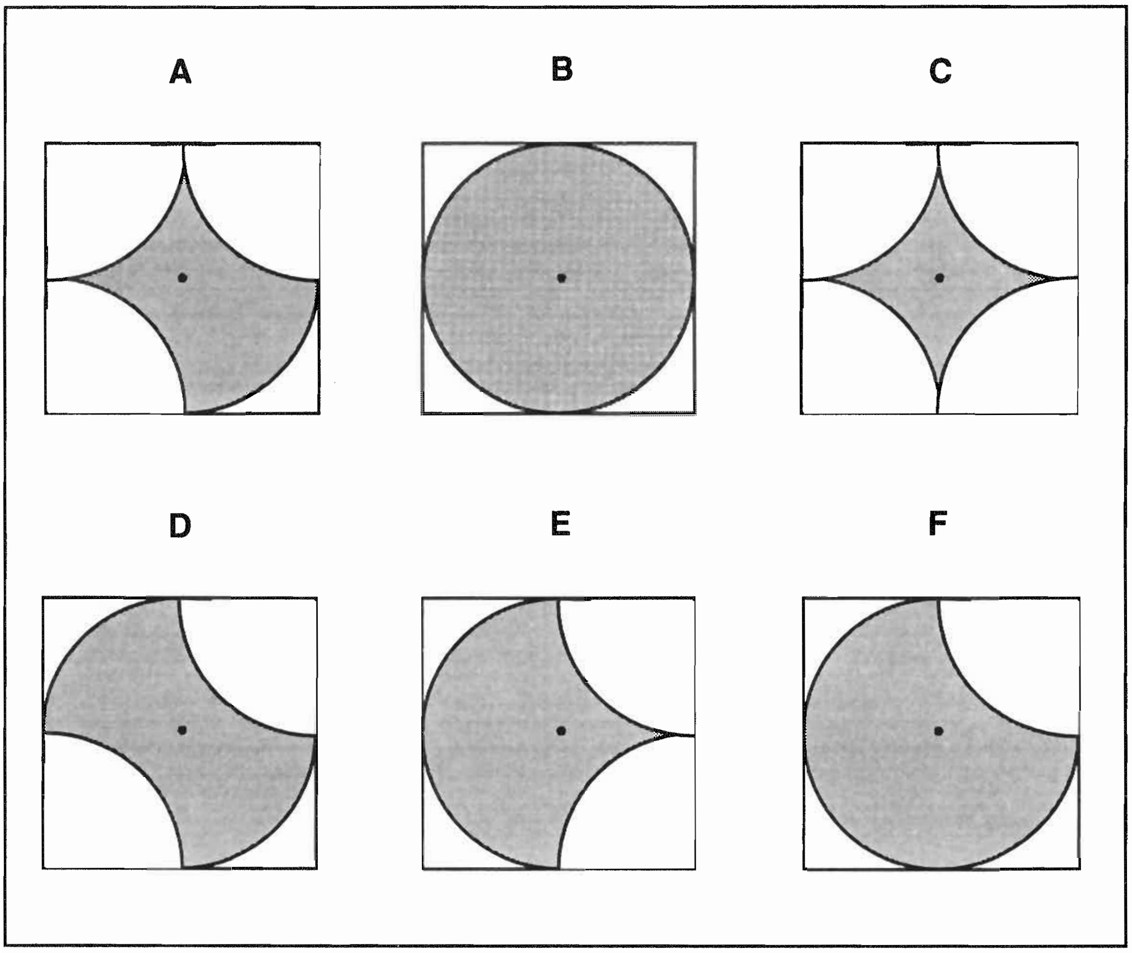
2) Proposez une autre collection de surfaces (4 à 8) qui pourrait être utilisée selon les mêmes modalités et avec le même objectif.

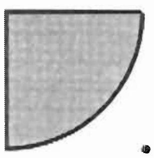
Question V

L'enseignant décide d'institutionnaliser le savoir en jeu au cours de cette séance et propose aux élèves d'établir une trace écrite qui prendra place dans leur cahier de mathématiques. Rédigez un aide-mémoire auquel les élèves, guidés par l'enseignant, pourraient aboutir.

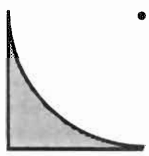
ANNEXE

MATERIEL M



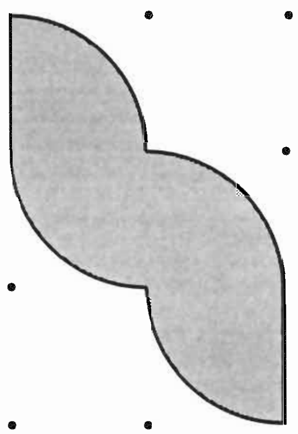


U_1



U_2

G



ACADÉMIE D'AMIENS

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

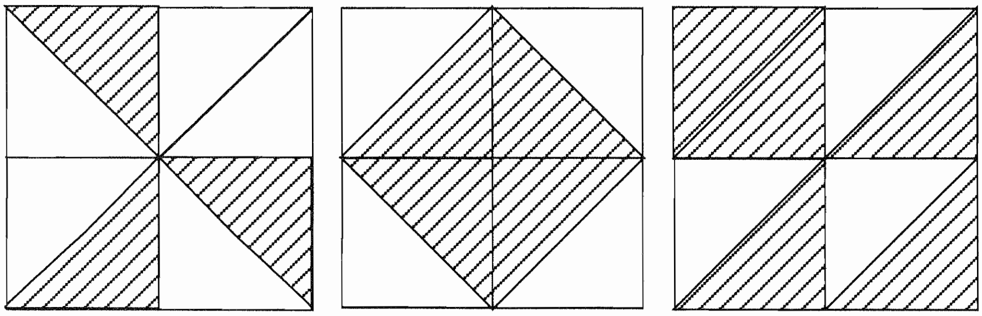
Toute réponse doit être justifiée.

A) PREMIER VOLET

PREMIERE PARTIE (8 points)

EXERCICE 1

On fabrique des badges à l'aide de triangles, tous de même forme, dont certains sont en émail bleu, et les autres sont dorés. Les triangles de même nature sont tous au même prix. Les triangles dorés sont représentés hachurés sur la figure, tandis que les triangles émaillés ont été laissés en blanc.



Numéro 1 **Numéro 2** **Numéro 3**

Le badge n° 1 revient à 20,50 F , le badge n° 2 revient à 22 F.
A combien revient le badge n° 3 ?

EXERCICE 2 :

Jean et Paul désirent acheter en commun un lecteur de disques compacts qui coûte 2500 F. Après discussion, le commerçant leur consent une remise de 20 % sur le prix marqué. Les économies de Paul représentent les 4/5 de celles de Jean, et, s'ils réunissent leurs économies, il leur manque 272 F pour pouvoir effectuer leur achat.

Calculez le montant des économies de chacun des deux garçons.

EXERCICE 3 :

Cl est un cercle de centre O et de rayon 7,5 cm. [AB] est un diamètre de Cl.
E est un point du segment [OB] tel que OE = 5 cm.
C2 est un cercle de centre E passant par B , il recoupe [OB] en N.

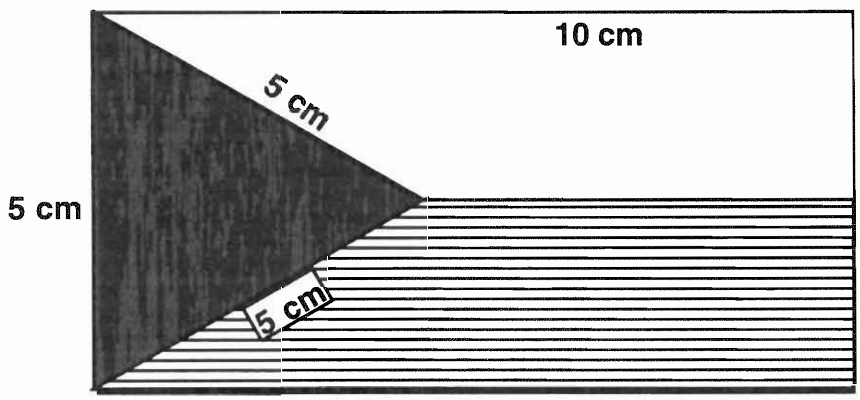
1) a) Construisez la figure.
b) Construisez un point M de C2 situé à 4 cm de B.
La droite (BM) coupe Cl en P.
Quelle est la nature du triangle NMB ? Celle du triangle APB ?
Justifiez les réponses.

2) Calculez la distance MN.

3) Démontrez que les droites (AP) et (NM) sont parallèles.
En déduire la distance BP.

DEUXIEME PARTIE : ANALYSE D'ERREURS : 4 points

Travail proposé à des élèves de cycle 3



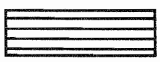
Ecris un texte court pour permettre à quelqu'un qui n'a pas vu cette figure de la reproduire, en respectant les dimensions indiquées.

1/ Quatre textes d'élèves sont donnés dans les annexes 1, 2, 3 et 4.
Parmi ces textes, y en a-t-il qui permette(nt) de construire cette figure ?

2/ Pour les textes qui ne permettent pas la construction de cette figure, faites un dessin de celle(s) que l'on risque d'obtenir.

3/ Relevez dans un texte permettant la construction exacte de la figure, trois expressions montrant que l'élève ne possède pas la terminologie géométrique.
Donnez les termes géométriques exacts.

N.B. : légende : couleur bleue 

couleur rouge 

B) <u>SECOND VOLET</u> (8 Points)

Voici un problème qui a été donné à des élèves et les solutions les plus rencontrées :

> *Martine distribue 218 crayons aux 17 élèves de la classe de façon équitable.*
> *Combien en auront-ils chacun ?*

<table>
<tr>
<td>Solution d'Alain

218   17
- 170 ← 10 crayons   x 12
048   34
- 34 ← 2 crayons   170
14   204

Ils auront 12 crayons chacun et il reste 14 crayons dans un coin.</td>
<td>Solution de Bernadette

2 1 8
- 17
= 201

On donne un crayon par élève et il lui en reste 201.</td>
</tr>
<tr>
<td>Solution de Claire

17   17   17   17
x 50   x 30   x 20   x 10
850   510   340   170

17   17   17
x 15   x 13   x 12
85   51   34
170   170   170
255   221   204

Chacun des enfants aura 12 crayons.
Il reste 14 crayons</td>
<td>Solution de Daniel

17   18   14
x 19   x 17   x 17
153   126   98
170   180   140
323   306   238
               - 17
               221
               - 17
               204

Martine donne 12 crayons à chaque élève.</td>
</tr>
</table>

1) Quels sont les deux objectifs spécifiques du professeur d'école qui a proposé cette situation ?

2) Quelles sont les connaissances requises par les élèves pour que le professeur d'école s'engage dans l'apprentissage sous-jacent aux objectifs définis au 1) ?

3) Analysez la procédure utilisée par chacun des élèves : démarche de l'élève et détection des erreurs éventuelles.

4) Imaginez, à ce stade d'apprentissage, deux autres procédures "élève" classiques que peuvent proposer des élèves du niveau repéré au 2).

5) Lors de la mise en commun, parmi les quatre productions des élèves, quelle procédure peut-on privilégier ? Justifiez votre réponse.

DOCUMENTS JOINTS : Annexes 1, 2, 3, et 4.

ATTENTION ! les candidats doivent s'assurer qu'ils sont bien en possession de tous les documents.

Textes produits par les élèves (orthographe corrigée)

Annexe 1 :

C'est une forme rectangulaire horizontale, à l'intérieur un triangle est collé contre la largeur mesurant 5 cm, la longueur mesure 10 cm. Les 2 côtés du triangle qui ne sont collés mesurent 5 cm. Là où les mêmes 2 côtés se croisent, tu tires un trait parallèle aux 2 longueurs qui sera placé pile au milieu.
Si tu veux tu pourras essayer de trouver le milieu des largeurs pour trouver où se croisent les côtés du triangle.
Sers-toi d'une équerre et d'une règle.
Tu colorieras le triangle en bleu, le bas en rouge, le haut tu le laisseras en blanc.
C'est un drapeau.

Aurore

Annexe 2 :

Tu prends un double-décimètre. Tu traces un rectangle horizontal de longueur 10 cm et de largeur 5 cm. Trace un triangle (dans le rectangle) sur la largeur gauche mais attention ton triangle doit être collé contre la largeur gauche. Les 2 traits en diagonale doivent impérativement mesurer 5 cm. De la pointe libre du triangle trace un trait horizontal de la pointe du triangle à la largeur droite. Tu colories le triangle en bleu et l'espèce de rectangle en bas tu le colories en rouge.

Benoît

Annexe 3 :

Trace un rectangle horizontalement de 10 cm de longueur et de 5 cm de largeur.
Prends le côté gauche de la largeur et trace un triangle équilatéral en-dedans (de 5 cm). Colorie le triangle en bleu.
Ensuite, prends le sommet qui n'est pas attaché au rectangle et, à partir de ce point, trace un segment jusque l'autre côté du rectangle.
Colorie la partie du bas en rouge et la partie du haut en blanc.

Christian

Annexe 4 :

Construis un rectangle de 10 cm et 5 cm.
Construis un triangle équilatéral de 5 cm de côté sur la partie gauche du rectangle à l'intérieur du rectangle.
Trace une droite sur l'angle libre du triangle qui rejoint le centre de la partie droite du rectangle.
Colorie le triangle équilatéral en bleu.
Colorie en rouge la partie basse du rectangle.

Delphine

ACADÉMIE DE BESANCON

Seuls sont autorisés : la règle graduée et le compas

PREMIER VOLET (12 points)

PREMIERE PARTIE (8 points)

EXERCICE 1 (2 points)

Voici un programme de construction d'un polygone régulier convexe inscrit dans un cercle de centre O et de rayon r :

1- Tracer le cercle de centre O, de rayon r.
2- Tracer un diamètre [AB].
3- Construire le diamètre [CD] perpendiculaire à [AB].
4- Placer le point I milieu de [AO].
5- Placer sur [OB] le point J tel que IJ = IC.
6- Reporter sur le cercle, à partir du point C, la longueur du segment [CJ] pour obtenir successivement les points E, F, G et H.
7 - Joindre les points C et E, E et F, F et G, G et H, H et C.

QUESTIONS :

a) Effectuer la construction en suivant le programme proposé et laisser visibles les tracés nécessaires à la construction.
b) Calculer la longueur IC en fonction de r.
c) Calculer la longueur d'un côté du pentagone régulier en fonction de r.

EXERCICE 2 (2 points).

Des enfants utilisent le système d'échange suivant :

Pour 9 « pogs » on obtient 20 billes.
Pour 15 « pogs » on obtient 16 agates.

Combien obtient-on d'agates en échange de 25 billes ?

EXERCICE 3 (2 points)

Quatre personnes se partagent une somme de la manière suivante :

- La première prend la moitié de la somme moins 15 000 F.
- La deuxième prend le tiers de la somme moins 5 000 F.
- La troisième prend exactement le quart de la somme.
- La quatrième prend 3 000 F plus la cinquième partie de la somme.

Quelle somme chaque personne reçoit-elle ?

EXERCICE 4 (2 points)

On donne les nombres rationnels suivants :

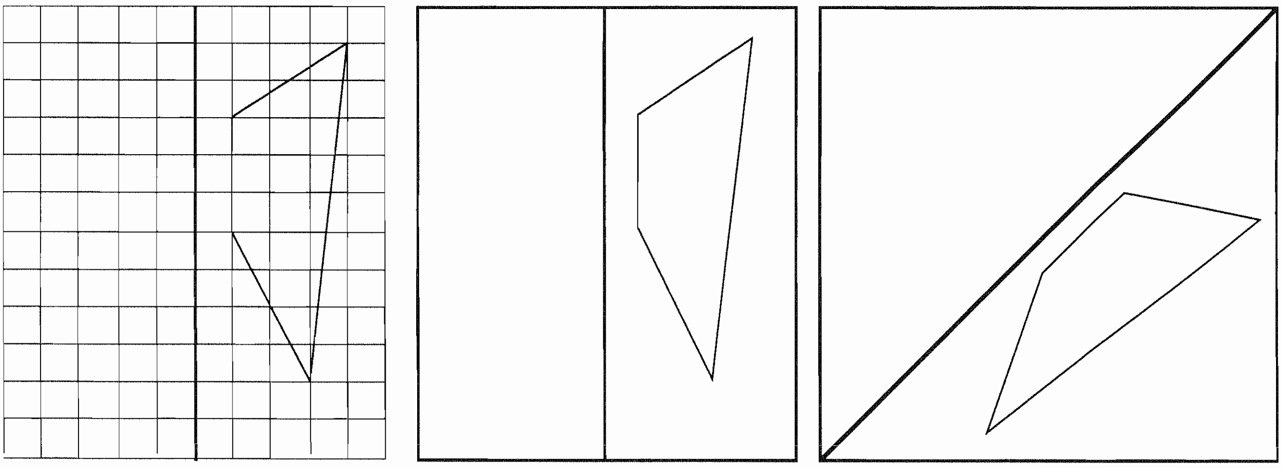
$A = \frac{364}{1001}$ $\qquad$ $B = \frac{384}{275}$

a) Les nombres A et B sont-ils des nombres décimaux ?
b) Le nombre A + B est-il un nombre décimal ?

DEUXIEME PARTIE : ANALYSE DE PRODUCTIONS (4 points)

L'énoncé suivant a été donné à des élèves de la dernière année du cycle des approfondissements.

Dans chaque cas, construis la figure symétrique de la figure déjà tracée par rapport à l'axe.
(Tu peux utiliser le papier calque l'équerre, le compas, le double-décimètre, une règle)



QUESTIONS :

PREMIERE QUESTION :

a) Dans le premier cas, décrire succinctement la stratégie la mieux adaptée à la résolution du problème posé.

b) Dans les deux autres cas, citer trois stratégies possibles, en précisant à chaque fois les outils nécessaires.

DEUXIEME QUESTION :

En annexe 1 sont proposées différentes productions d'élèves groupées par type d'exercice. Il y a trois réponses correctes.

a) Les identifier.

b) Pour chaque réponse erronée, analyser la ou les erreurs commises.

c) Pour chacune des productions A, B et D, nommer la transformation géométrique permettant de passer de la figure initiale à son image.

DEUXIEME VOLET (8 points)

Les documents A et B (annexe 2) reproduisent les extraits de deux manuels récents[1] du cycle des approfondissements qui concernent l'addition des nombres décimaux.

QUESTIONS :

a) À partir de quel niveau du cycle peut-on commencer cet apprentissage ?

b) Quelle conception de l'enseignement semble induire chaque présentation ? En particulier, analyser, dans chaque cas, le rôle du maître et la nature de la tâche de l'élève.

c) Pour chacune des deux situations, citer les thèmes des séances qui ont pu les précéder.

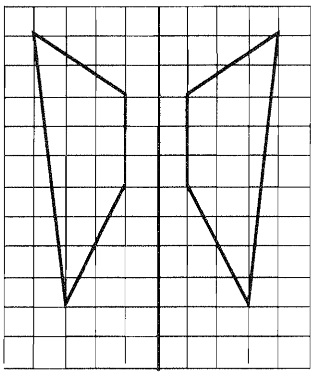
d) Rédiger en quelques lignes un aide-mémoire concernant une technique d'addition des nombres entiers et décimaux qui pourrait accompagner le document A (annexe 2).

e) - Proposer trois exercices d'évaluation concernant l'addition des nombres décimaux. Justifier:
- Citer a priori une erreur possible renvoyant à une conception erronée des nombres décimaux.

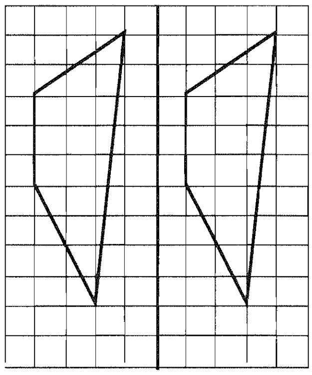
[1] Document A: "MATHEMATIQUES" A-M ET M. NEDELEC EDITIONS NATHAN
DOCUMENT B : "LE NOUVEL OBJECTIF CALCUL" M-L PELTIER, J. BIA ET C. MARECHAL EDITIONS HATIER

ANNEXE 1

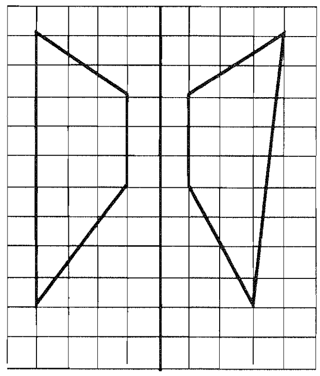
A



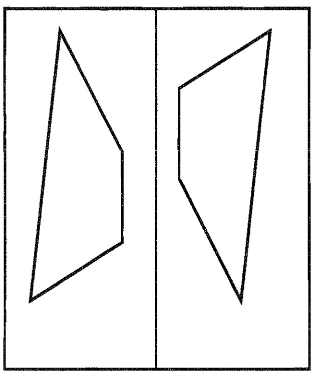
B



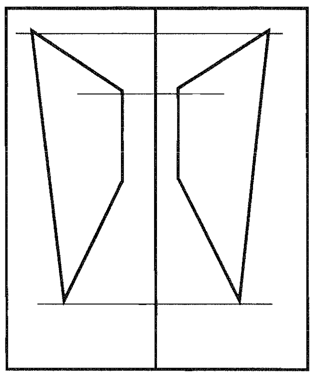
C



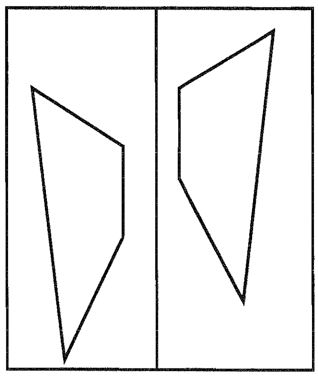
D



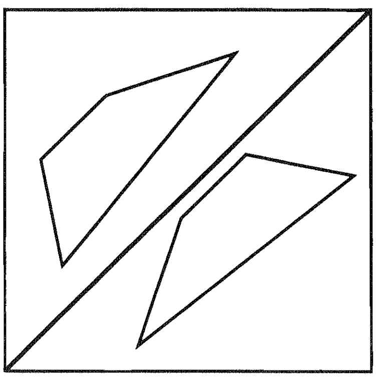
E



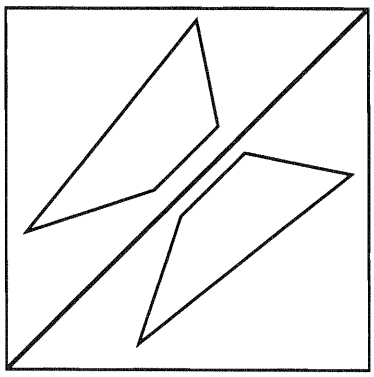
F



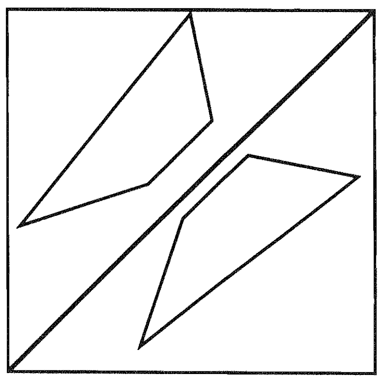
G



H



I



ANNEXE 2

DOCUMENT A

L'addition des nombres entiers et décimaux

J'OBSERVE

$12{,}565 + 23 + 308{,}025 =$

$$\begin{array}{rr} & 1\boxed{2},565 \\ + & 2\boxed{3} \\ + & 30\boxed{8},025 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & {}^{1}\;\;\;{}^{1}\;\; \\ & 12,565 \\ + & 23 \\ + & 308,025 \\ \hline & 343,59\cancel{0} \end{array}$$

J'aligne les chiffres des UNITÉS

Je place la VIRGULE au résultat

JE RETIENS En posant une addition de nombres entiers et décimaux, on aligne verticalement les ***chiffres des unités***.
On effectue les calculs, puis on place la ***virgule*** au résultat.
On peut supprimer le ou les zéros s'il y en a à la fin de la partie décimale.

DOCUMENT B

Nombres décimaux : addition et soustraction

Étendre l'addition et la soustraction de deux nombres entiers à celles de deux nombres décimaux

Découverte

1 Pour chaque opération, trouve

	"de tête", une valeur approchée du résultat	le résultat exact (tu peux uriliser ta calculatrice)
$2.5+3.5$		
$2{,}3+18{,}212+130{,}01$		
$\left(2+\frac{1}{10}\right)+\left(3+\frac{4}{10}\right)+\left(5+\frac{5}{10}\right)$		
$\left(18+\frac{2}{10}\right)+\left(2+\frac{25}{100}\right)$		
$6{,}8-3{,}5$		
$\left(12+\frac{6}{10}\right)-\left(5+\frac{4}{10}\right)$		
$12{,}45-6{,}2$		

2 Trouve un moyen d'expliquer par écrit la technique permettant d'effectuer ces opérations sans calculatrice.

ACADÉMIE DE BORDEAUX, DE CLERMONT-FERRAND,DE LA REUNION

L'usage de la calculatrice est autorisé.

PREMIER VOLET

EXERCICE 1 (2 points)

Dans les quatre égalités ci-dessous, de nombreuses inversions ont été commises dans le placement des étiquettes numérotées de 5 à 12.

Il s'agit de reconstituer correctement ces égalités (en conservant la place des étiquettes numérotées de 1 à 4) et de compléter certaines étiquettes par les unités manquantes.

1	distance réelle (en km)	x	5	volume écoulé (en ...)	=	9	vitesse moyenne (en ...)
2	capital placé (en F)	x	6	taux de placement	=	10	échelle de la carte
3	durée du parcours (en s)	x	7	distance sur la carte (en ...)	=	11	débit moyen (en m^3/s)
4	durée de l'écoulement (en s)	x	8	Distance parcourue (en m)	=	12	intérêt du capital (en ...)

EXERCICE 2 (6 points)

1) Construire un triangle rectangle isocèle ABC tel que AB = BC = 4 cm

Construire un triangle rectangle isocèle CDE tel que :
- le point D soit le symétrique du point B par rapport au point C
- les points A et E soient d'un même côté de la droite (BD)
- DE = 4 cm

2) Démontrer que les segments [AD] et [BE] se coupent en leur milieu
3) Soit F le point d'intersection des segments [AD] et [CE] ; montrer que FE = 2CF
4) Comparer, sans les calculer, les aires des triangles ACF et DEF
5) Calculer l'aire du triangle ACF

ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES : (4 points)

Les problèmes qui suivent ont été proposés en CM2, dans le cadre d'un travail de recherche.
Les trois documents qui suivent sont des travaux d'élèves (**documents 1-2-3).**
Dans l'exercice IV, deux dimensions étaient données, l'élève devant répondre à côté des "..."

1) Sur quelle notion, étudiée en cycle III, portent ces problèmes ?
Pour chacun d'entre eux, donner, losque c'est possible, la procédure de résolution utilisable en cycle III qui vous semble la plus adaptée à l'énoncé.
2) Analyser succinctement les procédures probablement utilisées par chaque élève

PARTIE PEDAGOGIQUE : (8 points)

Les trois documents proposés sont extraits du manuel de CM1 :
"Le nouvel objectif calcul" (HATIER 1995)
(documents 4-5-6)

1) -A- Dans l'exercice 1 du bas de la page 34, indiquer une erreur possible et émettre une hypothèse sur son origine. Quelle procédure, autre que l'utilisation de l'équerre, peuvent utiliser pour valider leurs réponses ?
-B- Dans l'exercice 2 du bas de la page 34, indiquer une erreur possible et émettre une hypothèse sur son origine. Décrire deux procédures pour vérifier le parallélisme.

2) Exercices de la partie "Découvertes" de la page 38 :
-A- Du point de vue du maître, parmi les quatre types de papier quadrillé dont les côtés des carreaux mesurent 1 mm, 5 mm, 8 mm ou 10 mm, quels sont ceux qui facilitent la tâche des élèves ? Justifier votre réponse.
-B- Pour reproduire sans changer d'échelle les 2 figures sur papier quadrillé, de quel(s) instrument(s) a besoin l'élève, et quelles procédures peut-il utiliser ?
-C- Pour reproduire sans changer d'échelle les 2 figures sur papier uni, de quel(s) instrument(s) a besoin l'élève, et quelles procédures peut-il utiliser ?

3) Exercice 2, en haut de la page 39 :
Citer deux activités correspondant à 2 notions différentes (que l'on indiquera) qu'un enseignant du cycle III pourrait proposer à partir de la figure de cet exercice.

4) Comment les élèves peuvent-ils s'y prendre pour traiter l'exercice 3 de la page 39 ?

5) Quelles sont les principales difficultés de l'exercice 5 de la page 39 ? Proposer deux simplifications.

Sébastien

I- Pour faire de la mousse au chocolat pour 9 personnes, il me faut 6 œufs
Pour faire la même mousse au chocolat pour 15 personnes il me faut 10 œufs

a) Combien me faudrait-il d'œufs pour 24 personnes ?

Pour une mousse au chocolat de 24 personnes il faut 16 œufs.

b) Combien me faudrait-il d'œufs pour 30 personnes ?

Pour une mousse au chocolat de 30 personnes il faut 20 œufs.

c) Combien me faudrait-il d'œufs pour 6 personnes ?

II- Avec 12 litres de lait, la fermière fait 16 petits fromages
Avec 6 litres de plus, combien fera-t-elle de fromages en tout ? 12 : 6 = 6   16 : 2 = 8

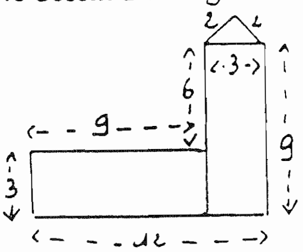
16 + 8 = 24

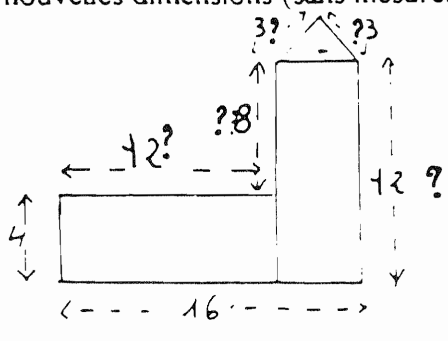
Avec 6 litres de plus la fermière fait 24 petits fromages.

III- A l'âge de 6 ans, Vincent pesait 17 kg ; à l'âge de 9 ans, il pèse 27 kg
Peux tu me dire quel sera son poids à l'âge de 15 ans ?

On peut pas savoir.

IV- Voici le dessin d'un château avec ses dimensions. Sur la partie droite de la feuille, le dessin a été agrandi. Peux tu compléter les nouvelles dimensions (sans mesurer bien sûr) ?





Margaux

I- Pour faire de la mousse au chocolat pour 9 personnes, il me faut 6 œufs
Pour faire la même mousse au chocolat pour 15 personnes il me faut 10 œufs

a) Combien me faudrait-il d'œufs pour 24 personnes ?

12 x 2 = 24 Il me faut 12 oeufs

b) Combien me faudrait-il d'œufs pour 30 personnes ?

15 x 2 = 30 Il me faut 15 oeufs.

c) Combien me faudrait-il d'œufs pour 6 personnes ?

3 x 2 = 6 Il me faut 3 oeufs

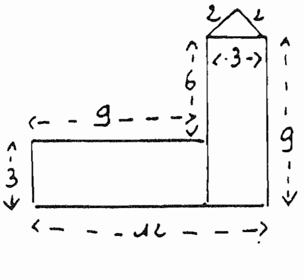
II- Avec 12 litres de lait, la fermière fait 16 petits fromages.
Avec 6 litres de plus, combien fera-t-elle de fromages en tout ?

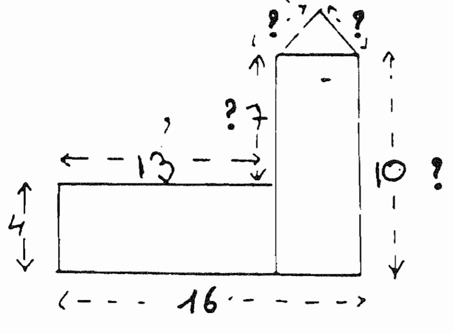
Elle fera 22 petit fromages

III- A l'âge de 6 ans, Vincent pesait 17 kg ; à l'âge de 9 ans, il pèse 27 kg.
Peux tu me dire quel sera son poids à l'âge de 15 ans ?

27+17=44. Vincent pesera 44kg à 15ans.

IV- Voici le dessin d'un château avec ses dimensions. Sur la partie droite de la feuille, le dessin a été agrandi. Peux tu compléter les nouvelles dimensions (sans mesurer bien sûr) ?





I- Pour faire de la mousse au chocolat pour 9 personnes, il me faut 6 œufs
Pour faire la même mousse au chocolat pour 15 personnes il me faut 10 œufs

Mathilde

a) Combien me faudrait-il d'œufs pour 24 personnes ?

Il en faudra 19 oeufs

b) Combien me faudrait-il d'œufs pour 30 personnes ?

Il me faut 20 oeufs

c) Combien me faudrait-il d'œufs pour 6 personnes ?

Il m'en faudra 3 oeufs

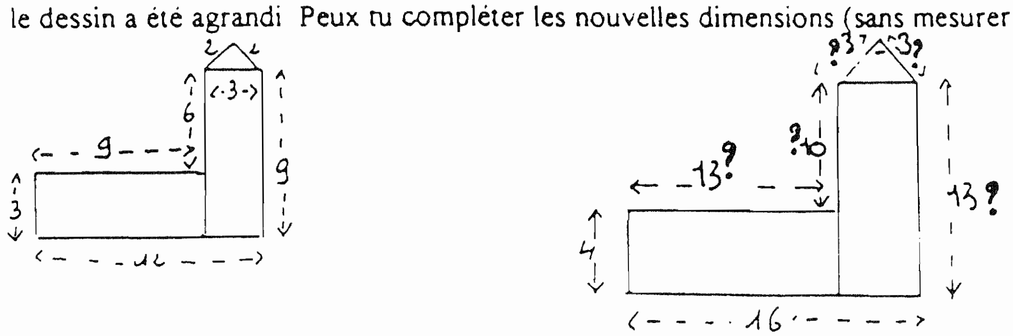
II- Avec 12 litres de lait, la fermière fait 16 petits fromages
Avec 6 litres de plus, combien fera-t-elle de fromages en tout ?

Elle en fera 24

III- A l'âge de 6 ans, Vincent pesait 17 kg ; à l'âge de 9 ans, il pèse 27 kg.
Peux tu me dire quel sera son poids à l'âge de 15 ans ?

Son poids sera de 47 Kg. 17+10=27+10=37+10=47

IV- Voici le dessin d'un château avec ses dimensions. Sur la partie droite de la feuille, le dessin a été agrandi. Peux tu compléter les nouvelles dimensions (sans mesurer bien sûr) ?

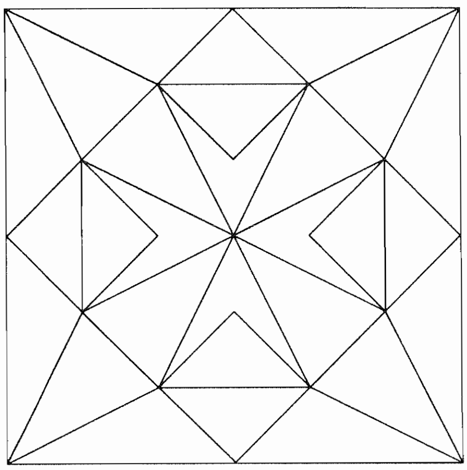


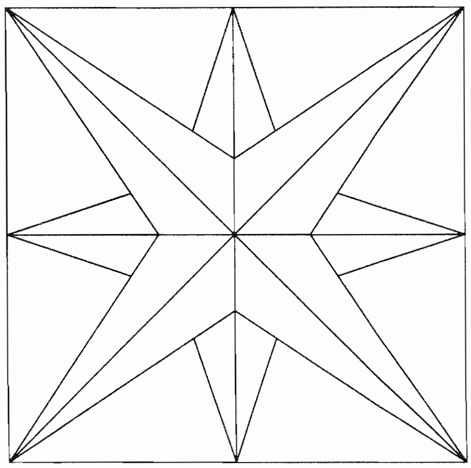
16 Géométrie : reproduire des figures

Reproduire une figure sans changer d'échelle.

Découverte

Reproduis les figures ci-dessous sur une feuille quadrillée, puis sur une feuille unie.

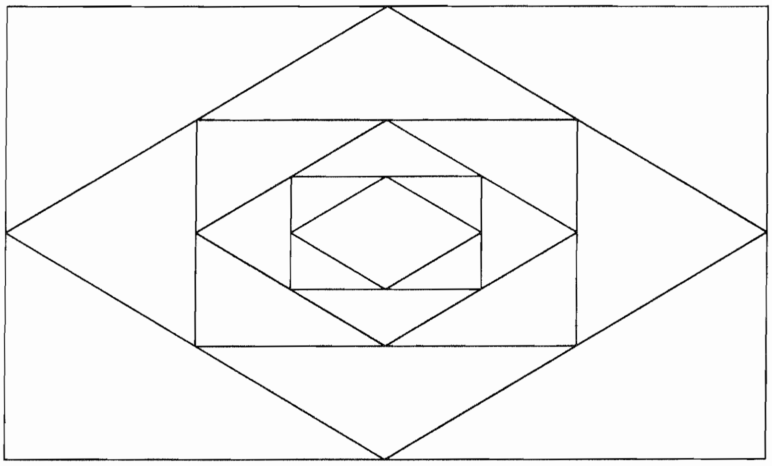




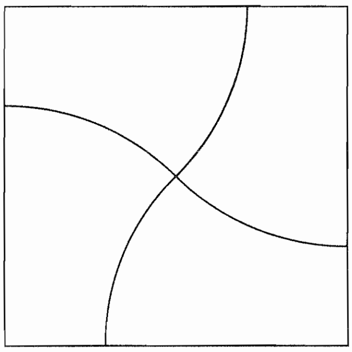
AIDE-MÉMOIRE N° 6 PAGE 219.

Jeux de logique.
Compléter une suite.

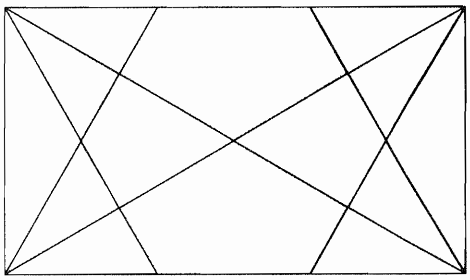
2 Reproduis cette figure sur du papier quadrillé, puis sur du papier uni.



3 Reproduis la figure ci-dessous sur du papier uni. On l'appelle l'hélice harmonieuse.

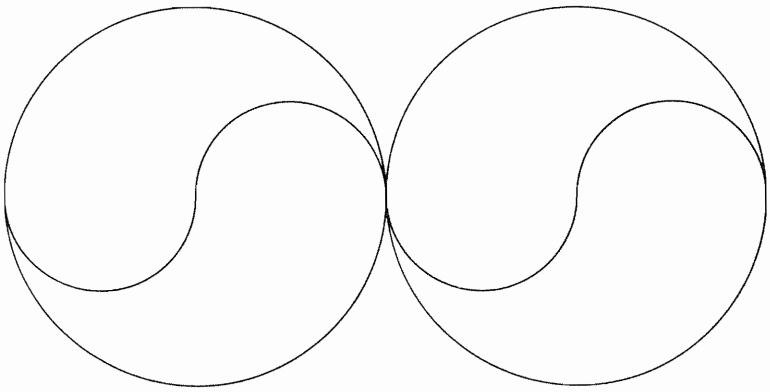


4 Reproduis la figure ci-dessous. Tu l'as déjà rencontrée dans ce livre : où ?



5 **Plus difficile !**

Reproduis cette figure sur du papier uni.



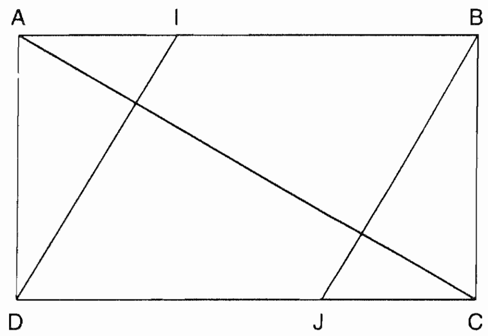
14 Géométrie : à propos de la règle et de l'équerre

Revoir les notions de droites parallèles et perpendiculaires. Utiliser la règle et l'équerre.

Découverte

Qui sommes-nous ?

Observe la figure ci-contre.
Pour pouvoir poser des « devinettes »,
on appelle A, B, C, D les sommets du rectangle,
I et J les points sur [AB] et [CD].



1. « Je suis un segment.
Je passe par I.
Je suis perpendiculaire au segment [AC].
Qui suis-je ? »

« Nous sommes deux segments perpendiculaires.
Le segment [DJ] est parallèle à l'un d'entre nous.
Qui sommes nous ? »

« Nous sommes deux segments parallèles,
mais nous ne sommes pas perpendiculaires au segment [AB].
Qui sommes nous ? »

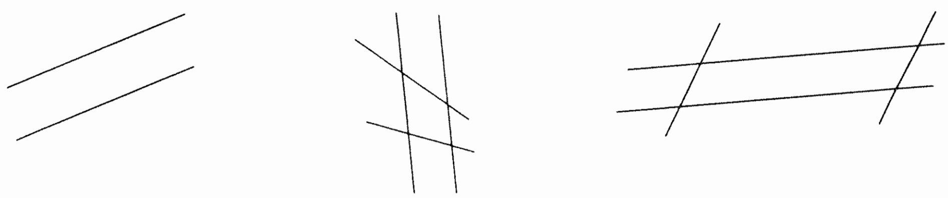
2. Reproduis la figure ci-dessus, puis complète-la de la façon suivante :
- trace la diagonale [BD] ;
- à l'intérieur du rectangle, trace deux segments perpendiculaires à cette diagonale [BD] ; l'un passe par A, l'autre par C ;
- colorie de la même couleur les couples de segments parallèles.

AIDE-MÉMOIRE N° 1 PAGE 218.

Exercices et problèmes

1 Utilise une feuille de papier-calque. Repasse en couleur les droites qui sont perpendiculaires. Vérifie avec une équerre.

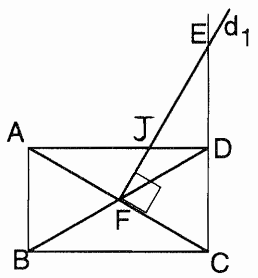
2 Utilise une feuille de papier-calque. Repasse en couleur les droites qui sont parallèles. Comment pourrais-tu faire pour vérifier qu'elles le sont bien ?



ACADÉMIE DE CAEN

PREMIER VOLET

PREMIERE PARTIE



- On donne un rectangle ABCD, dont les diagonales se coupent en F, tel que ABF soit un triangle équilatéral
- soit (d_1) la droite perpendiculaire à (AC) qui passe par F ; (d_1) coupe (CD) en E

N.B : Sauf mention spéciale, les réponses devront être justifiées.

1- Ecrire un programme de construction permettant à une personne qui ne voit pas la figure, de la construire à l'aide de la règle non graduée et du compas (en laissant le choix de la taille). Faire cette construction sur votre copie.

2- a) Montrer que le triangle AEC est équilatéral
b) Calculer la mesure des angles du triangle BFC
c) Montrer que le quadrilatère ABDE est un parallélogramme

3- a) On donne AB = a, calculer les longueurs FE et BE en fonction de a.
b) Calculer les aires des triangles AEC et AFD en fonction de a.
c) Calculer les aires des quadrilatères ABCD et ABDE en fonction de a
d) Les droites (FE) et (AD) sont sécantes en J, calculer les angles du triangle FJD.

4- Tracer le cercle circonscrit au rectangle ABCD ; il coupe le segment [AE] en G.
Montrer que G est milieu de [AE]

5- Soit H le point diamétralement opposé à G sur le cercle circonscrit au rectangle ABCD. Citer sans justification :
a) la nature du polygone ABHCDG
b) axes de symétries de la figure ABHCDG
c) les axes de symétrie de ACE
d) la rotation qui transforme A en D et C en B, en précisant son centre, son angle et son sens.

1- EXERCICE

La marque Danone vend des desserts. Complète l'étiquetage :
le lot de 12 x 100 g : 13,90 F

soit le kg :

$\boxed{}$

2- LES PRODUCTIONS D'ELEVES

Travail de Mehdi :
Un kilo, ça fait 10 de 100 g
un lot de 12, ça fait 1200 g, ça coûte 13,90 F
6, ça fait 600 g, ça coûte 6 F + 50 c + 45 c, 6F95,
1, ça fait 100 g, ça coûte 1 F et un peu plus

1,5	1,1	1,2	1,15
× 6	× 6	× 6	× 6
9,0	6,6	7,2	6,90

1 boite de 100 g coûte 1,15 F

10 boîtes de 100 g ça coûte 11,50 F

1,15 x 10 = 11,5 = 11,50

Travail de Manuel
Un kilo ça fait en francs : 13,90 × 1,2 = 16,68

Travail de Céline
12 × 100 = 1200 les 12 barquettes pèsent 1200 g
10 × 100 = 1000 les 10 barquettes pèsent 1000 g

2 barquettes pèsent 200 g
13,90 : 6 = 2,31
13,90 - 2,31 = 11,58

Un kilo coûte 11,58 F

3- QUESTIONS

1) Résoudre l'exercice

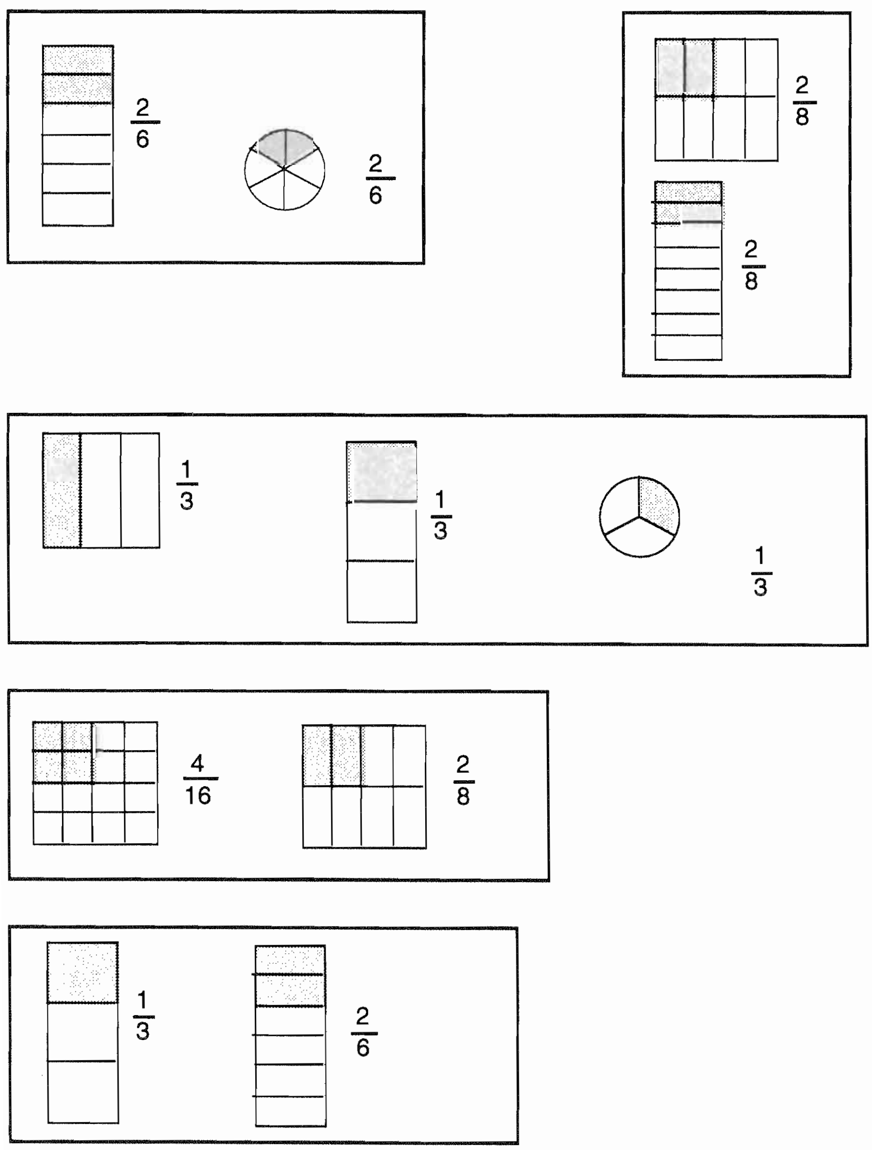
2) Analyser les productions des 3 élèves pour mettre en évidence les procédures utilisées. Vous dégagerez nettement des hypothèses sur l'origine de ces procédures et sur les erreurs.

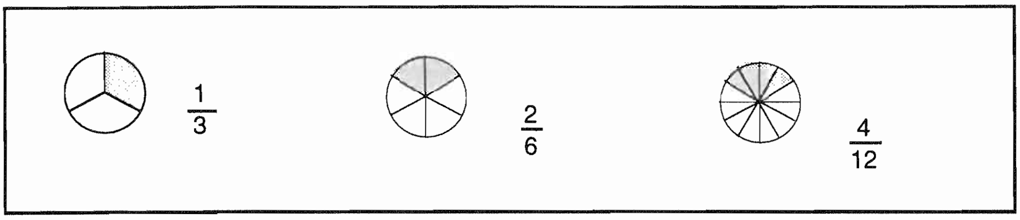
SECOND VOLET

Les documents A et B (pages 6/8 et 7/8) correspondent à des séances d'enseignement proposées au CM1. La séance décrite dans le document A a été menée avant celle décrite dans le document B. Les activités proposées dans le document C (page 8/8) ont été menées plus tard.
Le document B est adapté du livre du maître "le nouvel objectif calcul", HATIER
Le document C est extrait du manuel "Le nouvel objectif calcul", CM1. HATIER (L'information concernant l'objectif de la séance étant supprimée).

QUESTION I (les questions portent sur le document A)

1) Lorsque le codage fractionnaire a été introduit, donc à la fin de la séance, le maître a demandé aux enfants de classer les 12 figures nouvellement codées puis, parmi les classements proposées par ses élèves, il a retenu les suivants :





Quels objectifs spécifiques ont guidé son choix ?

2) Dans cette situation, quelles variables didactiques sont à la disposition du maître ?

QUESTION II (les questions portent sur le document B)

1) Quels sont les objectifs de cette séance ?
2) Le maître a retenu les trois messages suivants :
"Mon segment mesure un peu plus de deux unités"
"J'ai dessiné un segment, il fait entre 3 et 4 unités"
"Dessine un segment, tu reportes 2 fois la bande, puis tu plies la bande en 4 et tu reportes encore un quart et un peu plus"

Comment pourra-t-il les exploiter ?

3) Quelle institutionnalisation pourra être faite ?

QUESTION III (la question porte sur le document C)

On suppose que les enfants savent utiliser la machine à partager quand on propose les activités.

Quels sont les objectifs poursuivis par le maître lorsqu'il propose les exercices 1, 2 et 3 de le situation de découverte du document C ?

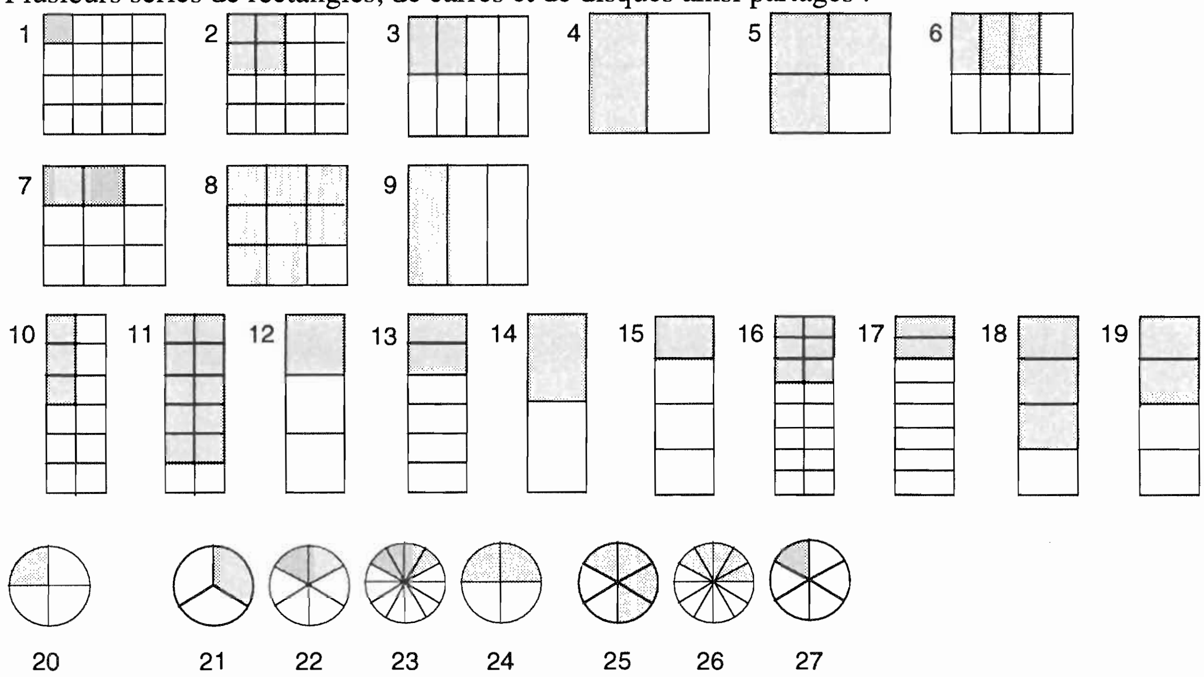
QUESTION IV (la question porte sur les documents B, C)

En vous référant aux caractéristiques des situations problèmes, vous comparerez les situations décrites dans les documents B et C.

Document A

Intentions pédagogiques
Introduire le codage fractionnaire comme une nouvelle notation permettant de désigner sans ambiguïté les parties d'un tout partagé en parts égales.

Matériels
Plusieurs séries de rectangles, de carrés et de disques ainsi partagés :



Situation de message
Les élèves sont répartis en 6 groupes : 3 groupes émetteurs et 3 groupes récepteurs

Figures données aux émetteurs :				
groupe 1 : les carrés	2	3	5	8
groupe 2 : les rectangles	12	13	16	17
groupe 3 : les disques	20	21	22	23

Consigne pour les groupes émetteurs :

Vous allez recevoir 4 carrés ou 4 rectangles ou 4 disques. Vous allez écrire des messages pour que vos camarades du groupe récepteur retrouvent parmi leurs figures celles que vous avez reçues.

Figures données aux récepteurs :		
groupe 4 : tous les carrés	groupe 5 : tous les rectangles	groupe 6 : tous les disques

Consigne pour les groupes récepteurs :

Vous allez recevoir une série de carrés, de rectangles ou de disques. Il faudra que vous retrouviez grâce aux messages des émetteurs les figures qu'ils ont reçues.

<u>Mise en commun</u>

- Les récepteurs ont-ils retrouvé toutes les figures des émetteurs ? Sinon, pourquoi ?
- Quels sont les messages qui ont "fonctionné" ?
- Arriver à la notation fractionnaire qu'on pourra facilement suggérer à partir de message comme : "c'est un rond de 6 parts dont 2 sont coloriées".

Document B

Fractions : où les entiers ne suffisent plus

Matériel

30 à 40 petites bandes de papier cartonné léger, de largeurs variées (entre 5 mm et 1 cm) et ayant toutes la même longueur (environ 7 cm). La largeur d'une bande n'intervient pas. La longueur commune à toutes les bandes va servir d'unité de longueur. Feuilles blanches unies (deux par enfants), papier-calque, compas.

Situation de message

Les élèves sont répartis par paire d'enfants non voisins et reçoivent chacun deux feuilles blanches.

Consigne 1 : "Tracez au stylo à bille, sur une feuille unie, un segment [AB] en marquant précisément les extrémités"

Chaque enfant trace un segment de la longueur de son choix, n'importe où sur la feuille blanche, au stylo à bille : ce point est indispensable pour que les enfants ne puissent pas gommer par la suite.

Distribuer alors seulement, à chacun, une des petites bandes unités, en veillant à ce que deux élèves qui communiquent reçoivent des bandes de largeurs différentes.

Consigne 2 : "Vous allez écrire un message pour que votre camarade, qui n'est pas votre voisin, construise un segment exactement de la même longueur que le vôtre. Pour cela, vous allez lui envoyer des informations, mais vous ne devez en aucun cas utiliser votre règle graduée, ni faire de dessin ; vous devez seulement utiliser la bande de papier que vous avez reçue".

Laissez les enfants chercher des moyens d'exprimer la longueur de leur segment. Répéter éventuellement les différentes contraintes à respecter, sans suggérer la solution (10 minutes environ).

Consigne 3 : "Echangez vos messages deux à deux et construisez un segment correspondant au message que vous avez reçu"

Lorsque les enfants ont construit les segments, ceux qui ont échangé leurs messages se réunissent afin de comparer les segments construits avec les segments préalablement dessinés.

Mise en commun

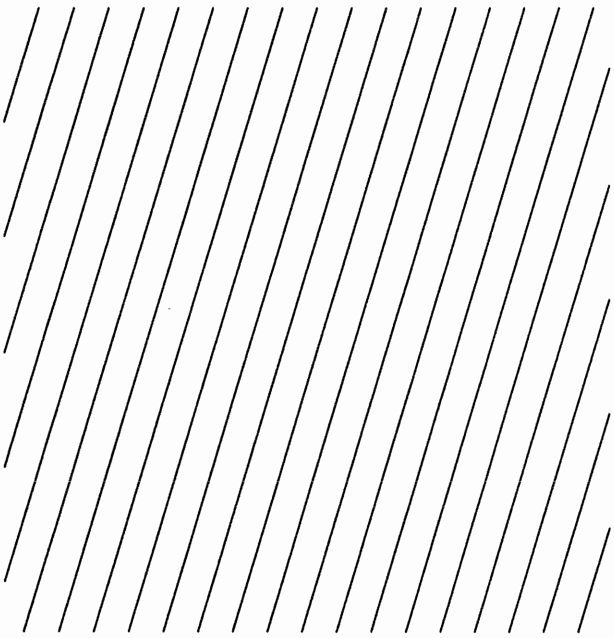
- des procédures de comparaisons : superpositions par transparence, report d'un segment sur l'autre, utilisation du papier calque, d'une bande de papier auxiliaire, du compas ;
- des résultats : les segments construits sont-ils superposables aux segments dessinés ? Sinon, pourquoi ?
- Des messages émis : il est rare que les segments dessinés aient une mesure de longueur qui s'exprime par un nombre entier en unités u. Aussi va-t-on recenser les solutions proposées par les élèves.

Document C

55 Fractions : pour coder des longueurs

Découverte

"La machine à partager"
Pour partager équitablement les segments, on peut utiliser le pliage, mais on peut aussi utiliser une " machine à partager les segments " comme celle-ci :



Voici le segment dont la longueur est choisie pour unité :

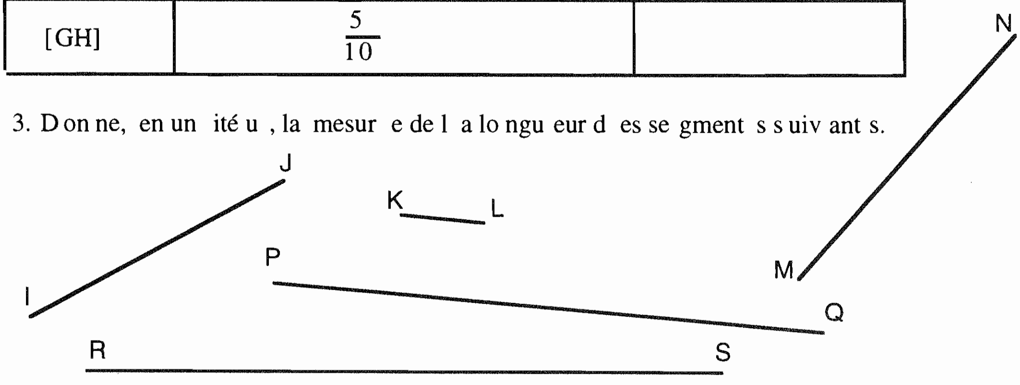
u

1. Construis plusieurs bandes rectangulaires de longueur : u
A l'aide de la "machine à partager" partage une des bandes en 3 parties superposables ; une autre en 5 ; puis encore une autre en 10.

2. Utilise ces bandes pour construire les segments dont les mesures sont données dans le tableau ci-dessous, puis trouve d'autres écritures pour exprimer ces mesures. (n'utilise pas la règle graduée.)

Segments	Mesures de longueurs en unité u	Autres écritures
[AB]	$\frac{5}{3}$	
[CD]	$1 + \frac{7}{10}$	
[EF]	$2 - \frac{4}{5}$	
[GH]	$\frac{5}{10}$	

3. Donne, en unité u, la mesure de la longueur des segments suivants.



ACADÉMIE DE CORSE

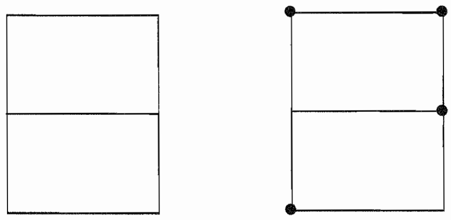
L'usage de la calculatrice est autorisé.

PREMIER VOLET

PREMIERE PARTIE : 8 points

EXERCICE 1 (8 points)

Un caractère d'écriture Braille destinée aux aveugles est formé de points obtenus en piquant la feuille de papier à travers au moins un des six noeuds de la grille ci-dessous :



Par exemple, le lettre M s'écrit :

a) Combien de caractères de deux points peut-on concevoir ? Les écrire tous.
b) Combien de caractères de quatre points peut-on concevoir ?

EXERCICE N° 2

Soit PQRS un parallélogramme de centre 0.
E et F les points tels que les quadrilatères PQSE et PQFR soient des parallélogrammes et I le point d'intersection des droites (PE) et (QF).

1) Démontrer que le quadrilatère IPOQ est un parallélogramme
2) A quelles conditions, portant sur la nature de PQRS, le quadrilatère IPOQ sera-t-il un rectangle ? un losange ?
3) Calculer le rapport $\frac{IP}{IE}$

EXERCICE N° 3

Sur un sachet de fromage, on peut lire :

Poids net : 0,217 kg
45 % de matière grasse sur le produit sec, soit 10 % sur le poids de fromage

1) Quel est le poids de matière grasse contenu dans le sachet ?
2) Quel est le poids d'eau contenu dans le sachet ?

DEUXIEME PARTIE : 4 points, **Analyse de productions d'élèves**

1) Voici trois réponses d'élèves à un test national de début CE2 (1989)

a) Quelles erreurs observez-vous ?

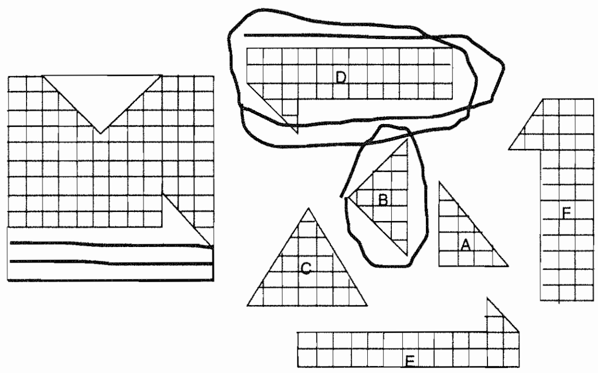
b) Quelles hypothèses formulez-vous sur l'origine de chacune de ces erreurs ?

c) Quelle procédure de résolution semble avoir adoptée l'élève dont la réponse est exacte ?

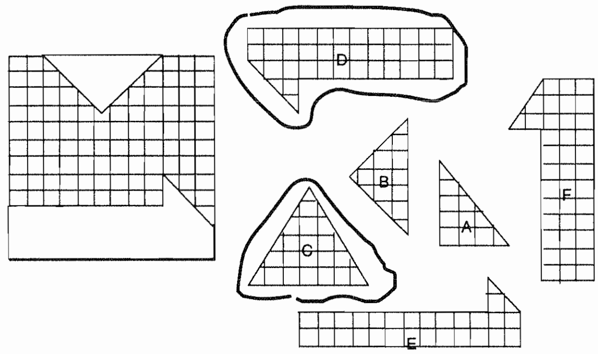
d) Quelles compétences du cycle 2 sont évaluées dans ce test ?

Exercice 23
Dans le puzzle dessiné ci-dessous, deux pièces manquent
Elles se trouvent parmi les six pièces à côté
retrouve-les et entoure-les

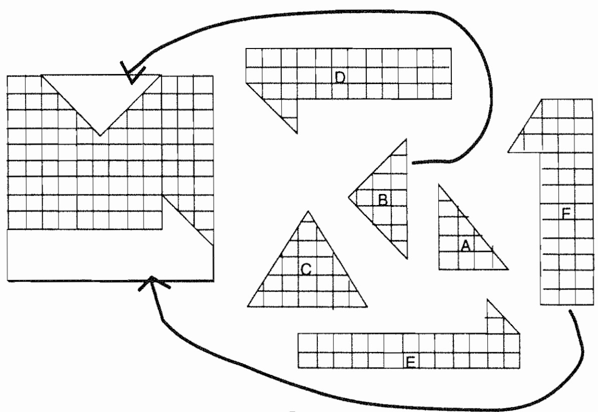
Réponse des élèves



Elève A



Elève B



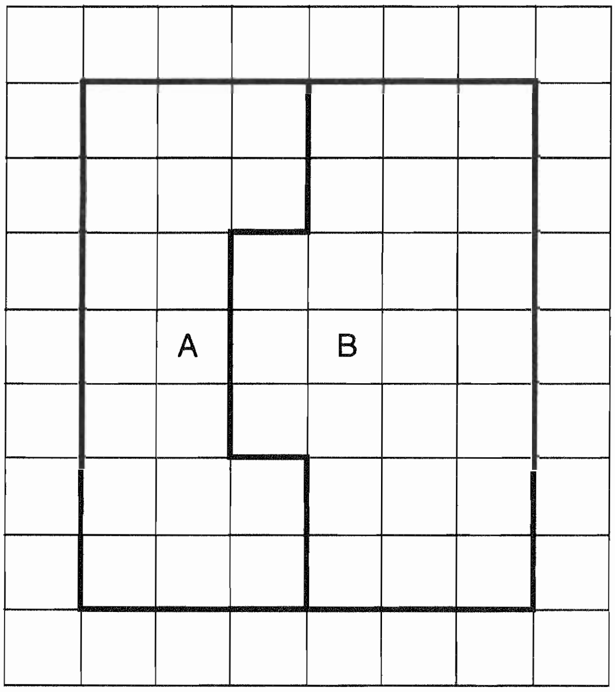
Elève C

2) Les trois productions suivantes (pages 4, 5 et 6) sont extraites des cahiers d'évaluation nationale de début 6ème (1990)

a) Quelles compétences du cycle 3 sont évaluées ?
b) Comment expliquez-vous l'erreur de l'élève n° 2 ?
c) Comment expliquez-vous les erreurs de l'élève n° 3 ?
d) A quelle(s) autre(s) procédures(s) de résolution pourrait-on s'attendre pour chacune des questions ? Quelles hypothèses formulez-vous pour expliquer qu'elles ne sont pas explicitement apparues ?

EXERCICE 36

Un terrain a été partagé comme l'indique la figure ci-dessous



Entoure dans chaque cas la réponse qui convient :

a) L'aire de la parcelle A est la plus grande — Les deux parcelles ont la même aire — L'aire de la parcelle B est la plus grande

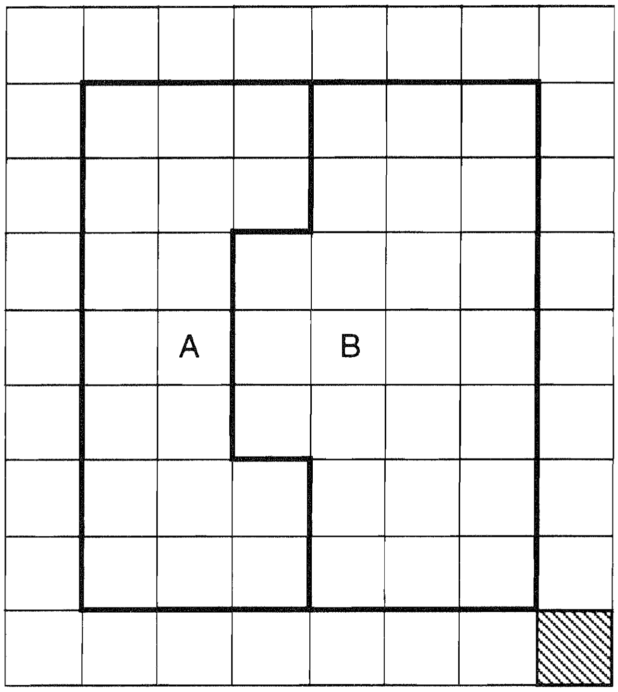
Explique ton choix : A mesure 18 cm² B mesure 24 cm²
c'est donc B qui a la plus grande aire.

b) Le périmètre de la parcelle A est le plus grand — Les deux parcelles ont le même périmètre — Le périmètre de la parcelle B est le plus grand

Explique ton choix :
Périmètre de A : 22 cm Périmètre de B : 22 cm

EXERCICE 36

Un terrain a été partagé comme l'indique la figure ci-dessous



Entoure dans chaque cas la réponse qui convient :

a) L'aire de la parcelle A est la plus grande — Les deux parcelles ont la même aire — L'aire de la parcelle B est la plus grande

Explique ton choix : parce qu'il y a plus de carreaux dans la parcelle B.

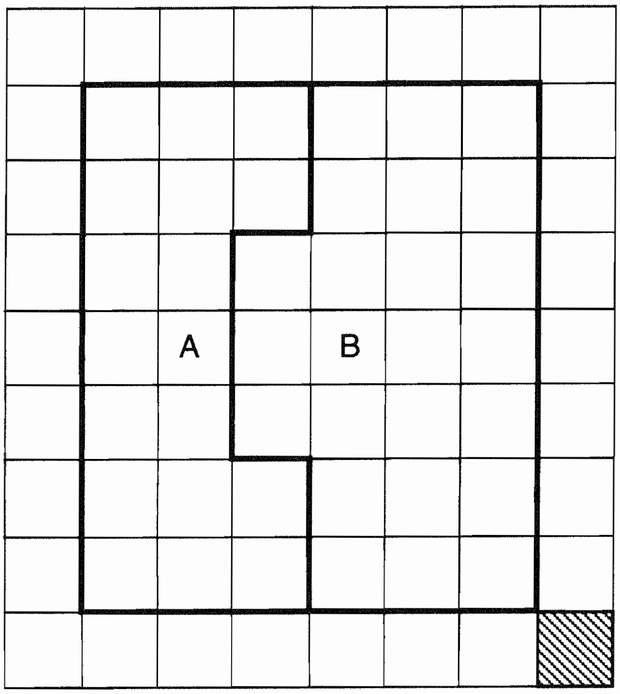
b) Le périmètre de la parcelle A est le plus grand — Les deux parcelles ont le même périmètre — Le périmètre de la parcelle B est le plus grand

Explique ton choix :

Parce qu'il y a 17 carreaux dans la parcelle A.

EXERCICE 36

Un terrain a été partagé comme l'indique la figure ci-dessous



Entoure dans chaque cas la réponse qui convient :

a) L'aire de la parcelle A est la plus grande | Les deux parcelles ont la même aire | L'aire de la parcelle B est la plus grande

Explique ton choix : L'aire de la parcelle B est la plus grande car sur le dessin ci-dessu elle a 3 carreaux de plus que la parcelle A.

b) Le périmètre de la parcelle A est le plus grand | Les deux parcelles ont le même périmètre | Le périmètre de la parcelle B est le plus grand

Explique ton choix :

Le périmètre de la parcelle B est le plus grandeur

SECOND VOLET (8 points)

DIDACTIQUE

Vous trouverez ci-jointes quatre pages d'un manuel de CM2 (R. EILLER-Hachette-1981)

1) a) Pour chaque activité proposée dans ces pages, vous préciserez si elle vise plutôt la notion de volume ou celle de mesure à l'aide d'une unité ou la synthèse des deux aspects.

b) Justifiez chacune de vos réponses

c) Quelle propriété des volumes est visée par l'exercice c/page 167 du manuel ?

2) a) Quelles compétences les élèves doivent-ils déjà avoir acquises pour pouvoir effectuer l'activité de la page 161 du manuel ?

b) De quels moyens de validation devraient-ils disposer ?

3) On s'intéresse, dans cette question, à la page 165 du manuel

a) Quelles méthodes d'enseignement peuvent être mises en oeuvre si l'on désire s'appuyer sur cette page pour organiser une séance ?

b) Comment les élèves pourront-ils vérifier que l'accroissement de la hauteur d'eau (expérience a) correspond au volume qui s'est écoulé (expérience b) ?

c) Décrire brièvement l'organisation matérielle et chronologique de la séance où la notion à dégager, visée par cette page, serait bâtie comme réponse à un problème.

4) Vous désirez faire découvrir aux élèves l'indépendance entre volume d'un solide et aire de sa surface.

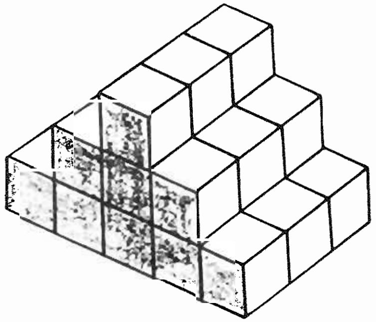
a) Sur quelles variables didactiques devrez-vous jouer ?

b) Précisez de quels moyens matériels pourront disposer les élèves pour comparer les aires et les volumes des divers solides ?

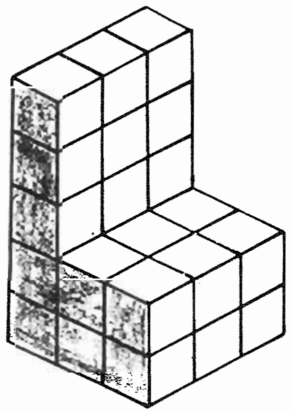
c) Construire un exercice d'évaluation relatif à cet objectif.

② Vérifie que les assemblages représentés ci-dessous sont composés du même nombre de petits cubes.

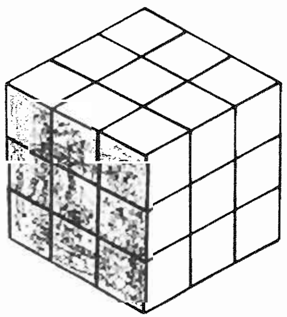
A



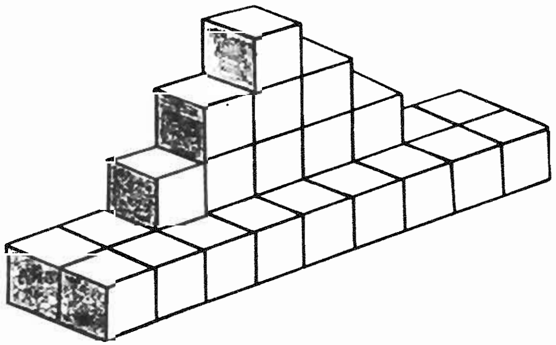
B



C



D



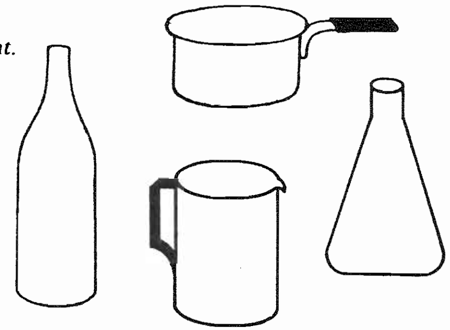
Les assemblages ont des formes différentes mais ils sont composés du même nombre de petits cubes.

On dit qu'ils ont *même volume.*

⑤ ***Autres mesures de volumes***

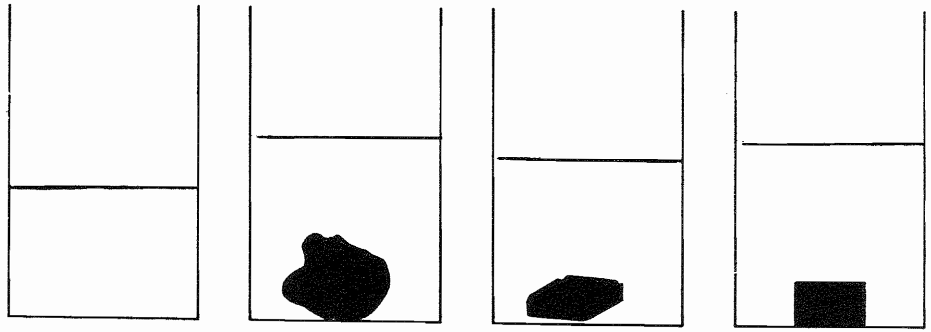
Comparaison de volumes par transvasement.

On a constaté, après transvasement, que les quatre récipients reproduits ci-contre contiennent le même volume d'eau.
Les quatre récipients ont même « capacité » ou même volume intérieur.



Comparaison de volumes par déplacement de liquide.

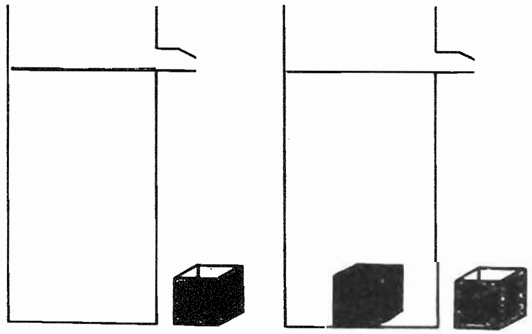
a/ Dans un récipient contenant de l'eau, on place successivement 3 objets : un caillou, un cendrier, un morceau de pâte à modeler.



- Quels sont les 2 objets qui ont provoqué la même élévation du niveau de l'eau?
- Que peux-tu en conclure pour ces deux objets?

b/ Observe l'expérience représentée ci-contre.
Le volume du cube rouge (en pâte à modeler) est le même que le volume intérieur du récipient cubique dans lequel on a recueilli l'eau qui a débordé.

On constate que le récipient cubique est complètement rempli.
Donc le volume d'eau déplacée est égal au volume du cube rouge.



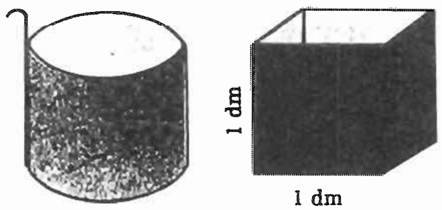
1re phase *2e phase*

⑥ *Nouvelles unités de volumes*

a/ *Le litre et le décimètre cube :*

Remplis d'eau un récipient pouvant contenir exactement un litre et verse le contenu de ce récipient dans une boîte cubique dont l'arête mesure 1 dm.

♦ Que constates-tu?



Un litre correspond à un décimètre cube.

b/ Le tableau ci-dessous indique les unités dérivées du litre et les abréviations employées.

Nom	hectolitre	décalitre	**litre**	décilitre	centilitre	millilitre
Abréviation	*hl*	*dal*	*l*	*dl*	*cl*	*ml*

♦ Complète.

1 *l* ⟶ . . . *dl* ⟶ . . . *cl* ⟶ . . . *ml*
1 *hl* ⟶ . . . *dal* ⟶ . . . *l*
1 *ml* ⟶ . . . *cl* ⟶ . . . *dl* ⟶ . . . *l*
1 *l* ⟶ . . . *dal* ⟶ . . . *hl*

c/ *Changement d'unité.*
Complète le tableau ci-dessous.

1 *hl*	1 *dal*	1 *l*	1 *dl*	1 *cl*	1 *ml*
1 dm³	. . . dm³	. . . dm³	. . . cm³	. . . cm³	. . . cm³

A combien de litres correspond 1 m³?
A combien de m³ correspondent 10 *hl*?

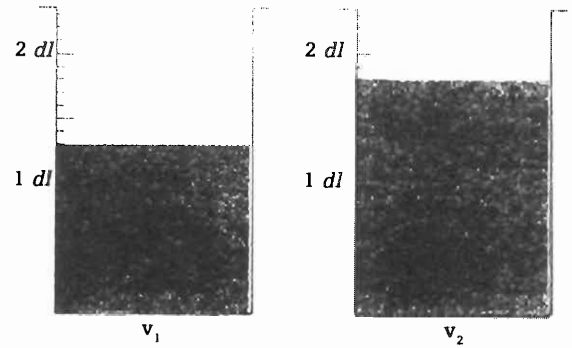
Remarque : Dans le cas particulier de l'eau, on sait que 1 dm³ d'eau pèse 1 kg.
♦ Quelle est la masse de 1 m³ d'eau?
♦ Quelle est la masse de 1 cm³ d'eau?

⑦ *Usage de verres gradués.*

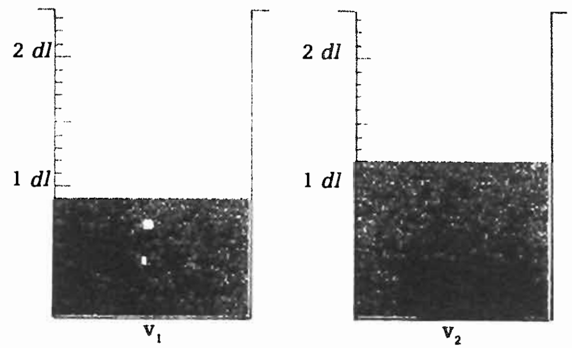
a/ *Mesure du volume d'un liquide.*

On utilise souvent dans les laboratoires un verre cylindrique gradué pour mesurer le volume d'un liquide.

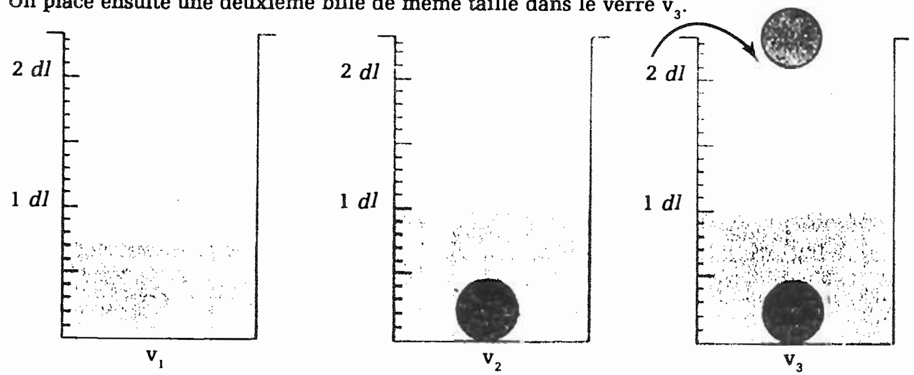
♦ Observe les deux verres gradués ci-contre et indique pour chacun d'eux la mesure en *dl* puis en cm³ du liquide qu'il contient.



b/ *Mesure du volume d'un solide.*
Observe les deux dessins ci-contre et trouve la mesure en *dl*, puis en cm³ du caillou.



c/ Observe les schémas ci-dessous.
On place une première bille dans le verre v_2.
On place ensuite une deuxième bille de même taille dans le verre v_3.



♦ Dessine le récipient v_3 et marque le niveau d'eau lorsque cette deuxième bille est plongée dans l'eau.

ACADÉMIE DE CRETEIL, PARIS VERSAILLES

PREMIER VOLET

PREMIERE PARTIE (8 points)

ABB'A' est un trapèze rectangle. Les bases [AA'] et [BB'] mesurent respectivement 3 cm et 5 cm. Le côté [A'B'], perpendiculaire aux bases, mesure 8 cm.

1) Construire le trapèze à la règle et au compas (laisser les traces de construction).

2) Calculer l'aire de ABB'A'.

3) M est un point quelconque de [A'B'] . On pose A'M = x.
a) - Calculer en fonction de x les aires des triangles A'AM, B'BM et AMB.
b) - Pour quelle valeur de x les aires des triangles A'AM et B'BM sont-elles égales ?

4) a) - Calculer AB.
b) - On appelle H le pied de la hauteur issue de M dans le triangle ABM. Exprimer MH en fonction de x.

5) Etude d'un cas particulier.
a) - Déterminer x tel que MA = MB.
b) - Sans utiliser le calcul précédent, faire la figure et construire le point M de [A'B'] tel que MA = MB.
c) - calculer MH.
d) - Montrer que le triangle AMB est rectangle isocèle.

DEUXIEME PARTIE : (4 points)

En janvier 1996, les élèves d'une classe de CM2 ont fait un "concours de divisions". Il s'agissait de faire vite et bien des divisions euclidiennes. (travaux en annexe 1).

Analysez les productions d'élèves en précisant pour chacune d'elles :
- l'exactitude des résultats (quotient et reste)
- les compétences mobilisées
- la nature des erreurs éventuelles.

<u>SECOND VOLET</u> (8 points)

Attention, les travaux d'élèves de l'annexe 1 du volet 1 ci-dessus sont utilisés dans cette partie.

l) a - Effectuez, comme vous l'avez appris quand vous étiez enfant, la division euclidienne de 4732 par 16.

b - Vous n'avez peut-être pas écrit toutes les étapes proposées dans l'annexe 2. Les allégements d'écriture correspondent à des parties du calcul traitées mentalement.
Recensez précisément les différentes étapes de calcul qui interviennent, implicitement ou explicitement, mentalement ou par écrit, quand on effectue une division.

2) a - Analysez les différences de traitement de ces étapes dans les annexes 2 et 3.

b - Comparez la méthode utilisée par les élèves (annexe 1) à celles des annexes 2 et 3.

3) Dans les travaux d'élèves de l'annexe 1, analysez les utilisations du tableau de numération.

4) a - Faites l'exercice 2 de l'annexe 2. Explicitez votre démarche. .

b - Les compétences en matière de division visées par les exercices 1, 2, 3, et 4 de l'annexe 2 sont-elles du même ordre ? Quelles sont -elles ?

<u>ANNEXES</u>

Annexe 1
travaux d'élèves

Annexe 2
Extraits du manuel "maths" CM2, nouvelle collection Thévenet, Bordas, 1996 (p 62, 63)

Annexe 3
Extrait du manuel "le nouvel objectif calcul" CM2, Hatier, 1996 (p 213).

ANNEXE 1

A- Christophe :

$123 \times 3 = 369$

$123 \times 4 = 492$

```
123456 | 123
000456 |
   087 |
```

CM	DM	M	C	D	U
0	0	1	0	0	3

B- Karen :

$2 \times 123 = 246$

$4 \times 123 = 492$

$3 \times 123 = 369$

```
123456 | 123
   456 |
   197 |
    74 |
```

M	C	D	U
1	3	1	0

C- Elodie :

$123 \times 5 = 615$

$123 \times 3 = 369$

$123 \times 4 = 492$

```
123456        | 123
   456 (-123) |
   067 (-369) |
```

M	C	D	U
1	3	0	0

D- Cécilia :

$123 \times 1000 < 123456 < 123 \times 10000$

le quotient a 4 chiffres.

$123 \times 2 = 246$

$123 \times 3 = 369$

$123 \times 4 = 492$

$123 \times 5 = 615$

$123 \times 6 = 738$

$123 \times 7 = 861$

$123 \times 8 = 984$

$123 \times 9 = 1107$

```
123456 | 123
  0456 |
 - 369 |
   087 |
```

M	C	D	U
1	0	0	3

je vérifie

```
   1003
 ×   87
 ------
   7021
  8024.
 ------
  87261
```

E- Christelle :

```
123456 | 123
123000 |
   456 |
   369 |
    85 |
```

D	U
1	3

F- Olivier :

```
 123456 | 123
-123    |
    456 |
  - 329 |
    127 |
  - 123 |
      4 |
```

DM	M	C	D	U
1	0	0	3	1

26. Division des nombres entiers (3)

pour avec les nombres

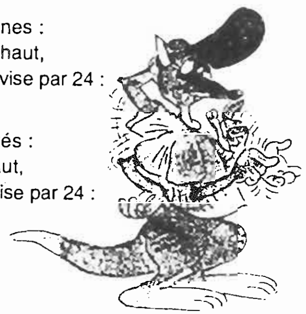
Calculer mentalement :
15 × 4, 25 × 4, 30 × 4, 35 × 4, 40 × 4, 45 × 4.

JE DÉCOUVRE

Je dois diviser 7 874 par 24. Pour aller vite, voilà comment je fais.
24 × 100 < 7 874 < 24 × 1 000, le quotient a donc 3 chiffres.

```
 c d u
 7 8 7 4 | 2 4
-7 2     | c d u
   6₁7   | 3 2 8
  -₁4 8
     1 9 4
   - 1 9 2
         2
```

- il faut diviser 78 **centaines** par 24 :
  78 = (24 × **3**) + 6,
- il reste 6 centaines, soit 60 dizaines :
  on « abaisse » les 7 dizaines du haut,
  on obtient 67 **dizaines** que l'on divise par 24 :
  67 = (24 × **2**) + 19,
- il reste 19 dizaines, soit 190 unités :
  on « abaisse » les 4 unités du haut,
  on obtient 194 **unités** que l'on divise par 24 :
  194 = (24 × **8**) + 2.



Je vérifie le résultat : **7 874 = (24 × 328) + 2.**

De la même façon, pose et effectue les divisions de :
6 128 par 42   3 547 par 38   21 825 par 384.

JE M'ENTRAÎNE

1. Pose et effectue les divisions de :

347 par 8	427 par 9	534 par 8
412 par 52	189 par 67	719 par 63
14 838 par 32	27 480 par 63	14 283 par 52.

(N'oublie pas de chercher l'ordre de grandeur du quotient et de vérifier le résultat.)

2. Complète les divisions :

```
  • • • • | 5 5          3 7 8 | • •
- 2 7 5   | • •        - 2 5   | 1 •
    4 7 •                • • •
  - 4 4 0              - • • •
      3 7                    •
```

3. Combien peut-on acheter de disques à 145 F pièce avec 2 726 F ?

4. Monsieur et Madame Dupont achètent des meubles qui coûtent 9 750 F. Ils payent un acompte de 1 500 F et le reste en plusieurs mensualités égales. Ils ont le choix entre 6, 10, 11 et 15 mensualités.
Combien devraient-il payer par mois dans chaque cas ?

5. Un groupe visite une exposition. Le responsable du groupe paie l'entrée 2 590 F. Les 14 enfants ont payé chacun 35 F. Les adultes ont payé chacun 75 F.
Combien y a-t-il de personnes au total dans le groupe ?

6. Un libraire a commandé 84 livres à un éditeur. La facture s'élève à 11 467 F, dont 127 F de frais d'expédition.
Quel est le prix d'un livre ?

7. a) Monsieur Leblanc a acheté une bonbonne de 24 litres de vin.
Combien de bouteilles de 75 cL pourra-t-il remplir ?
b) Il a payé la bonbonne 768 F.
Quel est le prix d'un litre de vin ?
Quel est le prix de revient d'une bouteille ?

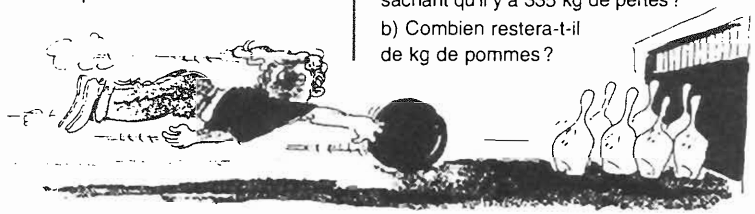
8. a) On divise un nombre par 13. Le quotient est égal à 26 et le reste à 8. Quel est ce nombre ?
b) Éric a divisé 2 923 par 45. Il a trouvé un reste égal à 63. Qu'en penses-tu ?

9. Un représentant de commerce a fait un trajet en 3 étapes : 428 km en 4 h, 138 km en 3 h, 226 km en 2 h.
Combien de kilomètres en moyenne a-t-il parcourus par heure au cours de chacune de ces étapes ?

10. Louis a joué 6 parties au bowling. Il a obtenu les scores suivants :
97, 128, 115, 133, 101, 98.
a) Combien a-t-il marqué de points au total ?
b) S'il avait marqué le même nombre de points par partie, combien aurait-il marqué de points ?
Ce nombre est le score moyen.

11. Pierre a 187 F dans son porte monnaie : il n'a que des pièces de 10 F, 5 F et 2 F. Il a le même nombre de pièces de chaque sorte.
Combien a-t-il de pièces en tout ?

12. Un grossiste en fruits a reçu deux livraisons, l'une de 1 857 kg de pommes et l'autre de 3 650 kg de pommes.
Il les vend par cageots de 244 kg.
a) Combien pourra-t-il préparer de cageots sachant qu'il y a 335 kg de pertes ?
b) Combien restera-t-il de kg de pommes ?



JE RETIENS

Pour diviser un nombre entier par un autre, par exemple **36 473** divisé par **64** :

1 - **j'évalue l'ordre de grandeur du quotient** :
64×100 < **36 473** < 64 ×1 000, le quotient est compris entre 100 et 1 000, il a **3** chiffres.

2 - je **pose la division** :

```
  3 6 4 7 3 | 6 4
- 3 2 0     | 5 6 9 ← quotient
    4₁4 7
  -₁3 8 4
      6₁3₁3
    -₁5₁7 6
        5 7
  reste ↑
```

le **quotient** est **569**,
le **reste** est 57
57 est plus petit que **64**.

3 - je vérifie le calcul : **36 473 = (64 × 569) + 57.**

7 La division de deux nombres entiers

Exemple : 4 732 ⊢ 16.

a Pour commencer, trouve le nombre de chiffres du quotient.

16 × 100 < 4 732 < 16 × 1 000

Le quotient est compris entre 100 et 1 000. Ce sera un nombre de 3 chiffres.
Indique le nombre de chiffres avec des points.

b Puis construis le répertoire de 16.

16 × 1 = 16
16 × 2 = 32
16 × 3 = 48
16 × 4 = 64
16 × 5 = 80
16 × 6 = 96
16 × 7 = 112
16 × 8 = 128
16 × 9 = 144

c Ensuite pose la division.

les centaines	$\boxed{47}32$	16
2 centaines de fois 16 ←	− 3 2 0 0	2 9 5
les dizaines	$\boxed{153}2$	• • •
9 dizaines de fois 16 ←	− 1 4 4 0	unités
les unités	$0\boxed{92}$	dizaines
5 fois 16 ←	− 8 0	centaines
	1 2	

d Enfin, écris l'égalité qui traduit l'opération que tu viens de faire :

4 732 = (16 × 295) + 12

Cette égalité te permet de vérifier si ton opération est juste et de conclure :
le quotient de 4 732 ⊢ 16 est 295 et le reste est 12, car 12 < 16.

ACADEMIE DE DIJON

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

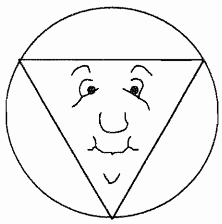
PREMIER VOLET

PREMIERE PARTIE (8 points)

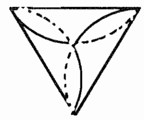
EXERCICE 1

Un nombre à trois chiffres est 26 fois plus grand que le nombre à 2 chiffres formé en enlevant le chiffre des centaines. Trouvez ce nombre.
Combien existe-t-il de solutions ?

EXERCICE 2



Léa ne veut plus que monsieur Triangle ait la tête ronde. Elle décide de lui cacher le visage en rabattant par pliage le front et les oreilles. Elle est toute contente d'obtenir la réalisation ci-contre à droite qui lui servira de coffre-fort à bons points.
Les pointillés indiquent les parties des oreilles et du front qui sont masquées dans le pliage.



L'objet du problème qui suit est de s'assurer que les oreilles et le front repliés se touchent en un point.

PROBLEME

Soit un triangle équilatéral ABC de côté a et ? son cercle circonscrit, de centre O et de rayon R.

l) Faire une représentation soignée, à la règle non graduée et au compas, dans laquelle les traits de construction seront apparents.

2) Pour ne pas alourdir la figure précédente, en réaliser rapidement une autre (a = 1O cm) sur laquelle seuls apparaîtront le triangle ABC et le point O. Elle servira de support aux questions et constructions qui suivent.
En remarquant que, dans une symétrie orthogonale par rapport à une droite, tout segment est transformé en un segment de même longueur, montrer :
a) que le symétrique O' de O par rapport à la droite (AC) appartient au cercle de centre A et de rayon AO.
b) que O' est sur le cercle de centre C et de rayon OC.

3) En se servant des résultats de la question 2, construire au compas le point O' et montrer que le quadrilatère AOCO' est un losange.

4) Soit H le Point d'intersection des droites (AC) et (OO'). Montrer que les points B, O, H, O' sont alignés.

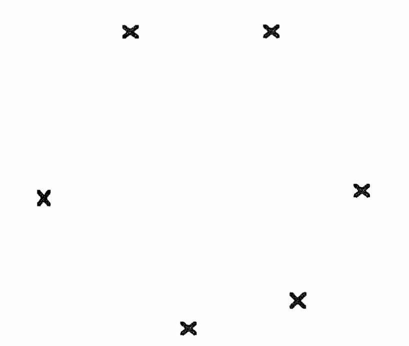
5) a) Montrer que OH = $\frac{R}{2}$ b) En déduire que O' est sur le cercle ?.

6) Répondre enfin à la préoccupation du préambule.

DEUXIEME PARTIE (4 points)

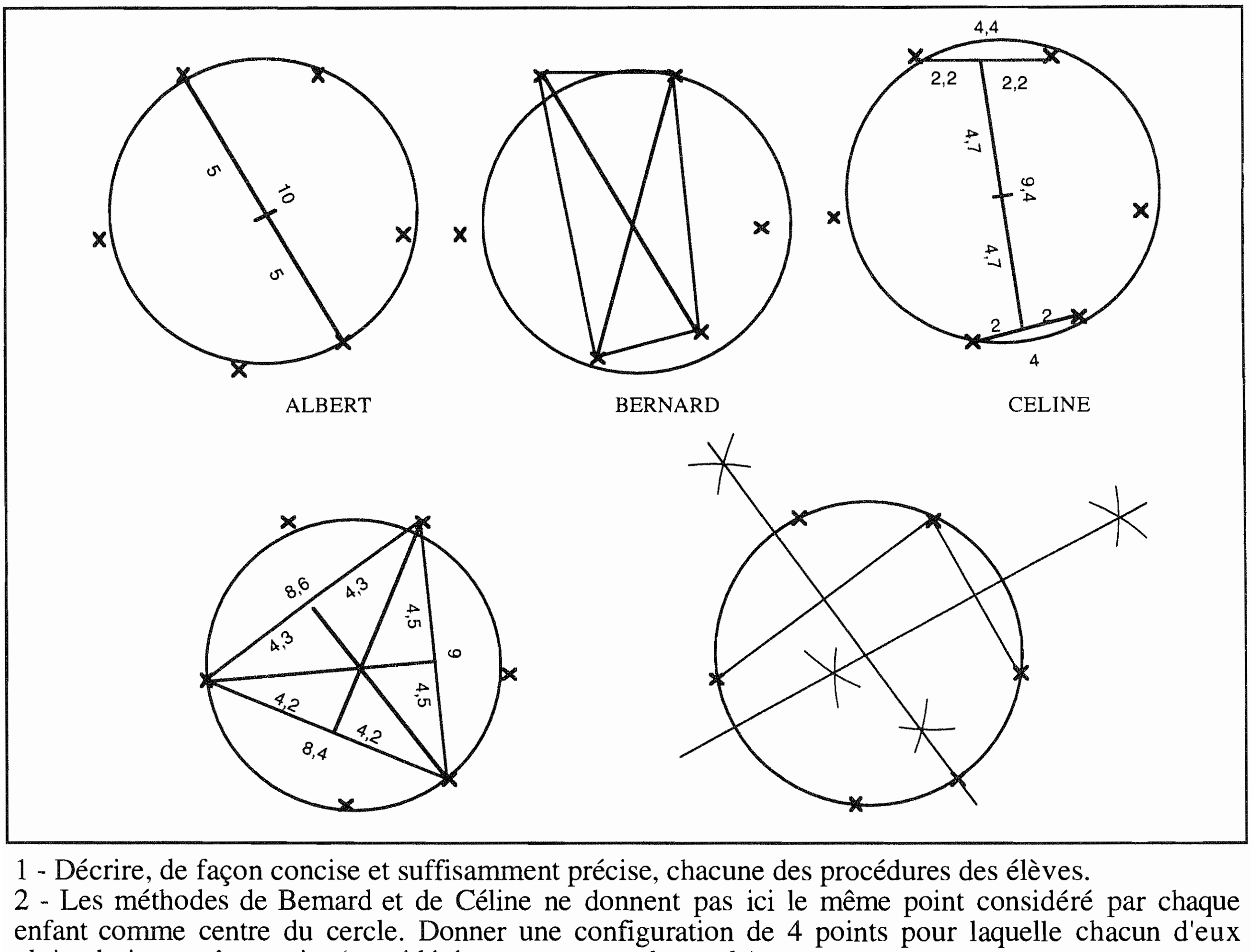
Un maître de CM2 a construit l'exercice suivant : il trace un cercle, choisit 6 points sur ce cercle ; ces six points ne vérifient pas entre eux de propriétés particulières (par exemple, ils ne sont ni diamétralement opposés, ni sommets de polygone régulier ou connu,...). Ensuite le maître efface le tracé du cercle pour ne conserver que les six points.

Il propose à ses élèves de CM2 la feuille ci-dessous ; la taille en a été réduite, les mesures exactes, quand elles sont nécessaires à la compréhension, sont indiquées.



A l'aide de ton compas trace le cercle qui passe par ces six points

Pour cet exercice, le maître n'attend pas une mise en cause de l'existence du cercle ; les élèves admettent que le cercle existe. Les questions ne portent pas sur la précision des tracés, mais sur les procédures utilisées pour trouver le centre du cercle ; nous proposons ci-dessous 5 résultats d'élèves dont nous avons "amélioré" les tracés.



1 - Décrire, de façon concise et suffisamment précise, chacune des procédures des élèves.

2 - Les méthodes de Bemard et de Céline ne donnent pas ici le même point considéré par chaque enfant comme centre du cercle. Donner une configuration de 4 points pour laquelle chacun d'eux obtiendrait un même point (considéré comme centre du cercle).

3 - Dans chacune des 5 procédures, pour quelle configuration des points mis en jeu par l'élève la construction du centre du cercle serait-elle correcte ?

SECOND VOLET

PARTIE DIDACTIQUE

Données (voir Annexes 1, 2, 3).

Annexe 1 : "Apprentissages numériques - CE1" par ERMEL (pages 238 à 240) ;
HATIER 1993
Annexe 2 : DIAGONALE - Math en herbe - CE1 ; livre du maître (pages 161, 162) ; NATHAN, 1992.
Annexe 3 : DIAGONALE - Math en herbe - CE1 ; livre de l'élève (page 1OO) ; NATHAN, 1992.

Il Questions :

1. **A propos des Annexes 1 et 2** :

1.1 Classer les situations multiplicatives présentées dans l'Annexe 2 en fonction des critères explicités dans l'Annexe 1. Justifier.

1.2 Pour les situations 1 et 5 :
- quelles sont les écritures multiplicatives ou additives correctes attendues ?
- quelles sont les stratégies de calcul que les enfants peuvent mettre en oeuvre ?

1.3 Citer 3 variables didactiques, permettant d'agir sur la nature, la difficulté de la tâche ou sur les procédures de résolution.
On explicitera les effets liés au choix des valeurs attribuées à ces variables.

1.4 Quel est l'objectif principal de cette séquence ?

2. **A propos de l'Annexe 3** :

Préciser les différences (au moins quatre) entre l'exercice 1 et l'exercice 2, du point de vue de la tâche de l'élève.

Toute tâche identifiée pour un des deux exercices et non nécessaire pour l'autre peut être considéré comme une différence.

ANNEXE 1

3. PROBLEMES MULTIPLICATIFS ET DE DIVISION A L'ECOLE ELEMENTAIRE

Sans préjuger des démarches susceptibles d'être utilisées par les élèves de CE, ces problèmes peuvent se résoudre à l'aide d'une multiplication (de deux termes) ou d'une division. Nous distinguerons trois types de problèmes.

3.1 Dénombrement d'ensembles ayant une structure de produit cartésien

Exemple : "Julie a trois tee-shirts et quatre pantalons différents. De combien de manière différentes peut-elle s'habiller avec un tee-shirt et un pantalon ? "
Le problème consiste à structurer correctement l'ensemble des possibilités. Les couples pantalon /tee-shirt peuvent être disposés dans un tableau à double entrée.

3.2 Problèmes liés à des configurations rectangulaires d'objets (carreaux, jetons, etc.)

• Dénombrement d'objets disposés selon des configurations rectangulaires
Exemples : "Combien y-t-il de cases sur un échiquier (8 cases de chaque côté) ? Quelle est l'aire d'un rectangle de 8 cm sur 12 cm ?"
[...] Les données numériques représentent toutes les deux des mesures. La résolution n'amène pas à modifier cette interprétation et des raisonnements analogues peuvent s'appliquer aux deux dimensions.

• Inversement, un problème de division consiste à poser une question sur l'une des dimensions connaissant l'autre et le produit.
Exemple : "Un champ rectangulaire a une aire de 2 400 m^2, sa longueur mesure 60 m. Quelle est sa largeur ?"
[...] Ce problème est modélisé par une "multiplication à trou".

3.3 Problèmes de proportionnalité directe :

Une relation de proportionnalité (simple et directe) est définie entre deux "grandeurs", par exemple entre la quantité d'objets achetés et le prix à payer.

3.31 Problèmes multiplicatifs :

Problèmes dans lesquels est définie une correspondance du type "un-plusieurs"
Cette relation définit un groupement ou met en relation des grandeurs de natures différentes.
• Définition d'un groupement et changement d'unité.
Des groupements équipotents d'objets de même nature (les unités) définissent une nouvelle UNITÉ. [...] Un problème de conversions d'UNITÉS en unités est posé. [...]
Exemple : "En rangeant ses photos de vacances dans son album, Jean a rempli 12 pages de 8 photos. Combien Jean a-t-il rangé de photos dans son album ?"
• Mise en correspondance de deux grandeurs appartenant à des domaines différents.
Une question relative au passage d'une grandeur à l'autre est posée, par exemple : "Un livre de géographie coûte 65 F. Combien d'argent dépensera-t-on pour acheter 7 livres de géographie ?"

Problèmes dans lesquels est défini un rapport entre deux quantité de même nature
Exemple : "Jean possède 15 F. Marc a trois fois plus d'argent que Jean. Combien Marc possède-t-il d'argent ?"

ANNEXE 2

DÉROULEMENT

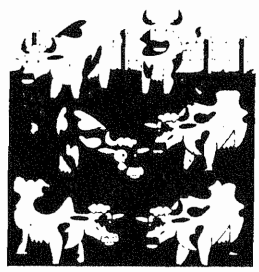
1re phase : employer le produit de deux nombres

MATÉRIEL : – des feuilles blanches ;
– des feuilles présentant des situations multiplicatives, sous forme de dessins ou de textes (voir ci-dessous) :

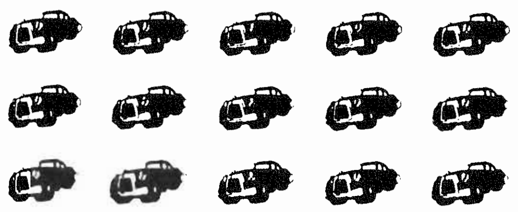
◆ Insister particulièrement, dans l'exercice 6, sur le sens du mot « chacun » qui est souvent mal compris par les enfants.

1. Le potager. Combien y a-t-il de salades ?

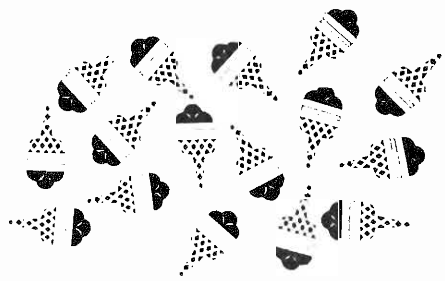
2. Les vaches. Combien y a-t-il de pattes ?



3. Le parking. Combien y a-t-il de roues ?



4. Les glaces. Combien y a-t-il de boules ?



5. La fleuriste a vendu 5 douzaines de roses. Combien a-t-elle vendu de roses ?

6. Pour partir en voyage scolaire, le directeur a réservé 3 autocars qui ont chacun 56 places. Combien d'enfants pourront s'asseoir ?

◆ Répartir les enfants par deux ou trois et distribuer à chaque groupe une feuille présentant deux situations multiplicatives. Une même situation est donnée à au moins deux groupes différents pour permettre une confrontation des productions.

◆ Choisir la difficulté des situations en fonction des niveaux des groupes.

◆ Faire expliquer par chaque groupe l'une des situations qu'il a reçue (commentaire de l'illustration ou lecture du texte). Provoquer une discussion entre les groupes ayant reçu la même situation. Vérifier la compréhension de la question posée.
Donner ensuite la consigne : *Sans tout compter, écrire le plus simplement possible le nombre d'objets, puis faire les calculs.*

◆ Sur certaines illustrations, les objets à rechercher ne sont pas tous visibles. Cela incite l'enfant à anticiper le résultat et à éviter de dénombrer.

◆ Laisser les enfants effectuer leurs recherches. Faire rappeler la consigne pour obtenir l'écriture la plus courte possible et observer les stratégies utilisées pour effectuer les calculs.

◆ Lorsque tous les groupes ont terminé, rassembler (par situation) les différentes productions et les faire commenter par un enfant de chaque équipe. Faire argumenter sur les solutions choisies et les méthodes de calcul. Faire apparaître que les écritures les plus courtes répondant aux questions posées sont les écritures multiplicatives.

◆ Exemples de productions pour la situation 5 (le fleuriste) :
5 + 12
5 x 12
12 + 12 + 12 + 12 + 12
5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5

◆ Exemples de stratégies de calcul :
5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5
10 10 10 10 10 10
20 ...

5 10 15 20 25 ...

Variante : On peut utiliser directement l'exercice 1 page 80.

2e phase : application individuelle

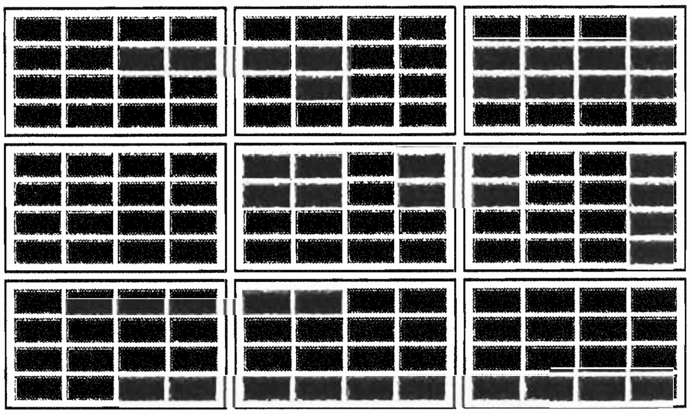
Exercices 1, 2 et 3 page 80.

ANNEXE 3

Julien a étalé les planches de timbres de sa collection.

Calcule le nombre de timbres de chaque planche.

Combien a-t-il de timbres dans sa collection ?



Pour préparer le goûter de l'école, le directeur remplit un bon de commande. Aide-le à le terminer. (Tu peux te servir de la table de multiplication.)

Articles	Prix unitaire en francs	Nombre d'articles	Prix total en francs
lot de 200 serviettes en papier	14	2	
lot de 50 gobelets en carton	8	4	
lot de 20 assiettes en carton	9		81
jus de fruit		10	130
gâteaux roulés	7	6	
gâteaux au chocolat	8		56
		TOTAL	

ACADEMIE DE GRENOBLE

PREMIER VOLET (12 points)

PREMIERE PARTIE (8 points)

Trois amis prévoient d'aller faire un pique-nique en montagne. Deux d'entre eux veulent monter en vélo ; le troisième préfère partir plus tard, en voiture, et il se chargera des provisions. Comme il n'aime pas attendre trop longtemps, il demande à ses amis cyclistes de préciser leur projet.

Les cyclistes décident de partir à 9 heures de leur domicile. Ils prévoient une heure et quart pour les 30 kilomètres de route dans la vallée. Ils envisagent de s'arrêter 25 minutes avant d'attaquer la côte de 16 kilomètres qui les conduira au lieu du pique-nique. La dénivelée de 1 020 mètres ne les décourage pas, ils sont sûrs de monter avec une moyenne de 12 km/h.

L'automobiliste part du même endroit que ses amis et ne prévoit aucun arrêt. Il gagnera du temps dans la vallée en prenant l'autoroute sur 30 kilomètres avec une vitesse moyenne de 120 km/h. Il retrouvera le même parcours que les cyclistes sur la route de montagne , il envisage une vitesse moyenne de 48 km/h pour ces 16 kilomètres. Il veut arriver un quart d'heure avant ses amis cyclistes.

1 - Représentez, sur un même graphique (**papier millimétré fourni**), les distances parcourues par les cyclistes et l'automobiliste en fonction de l'horaire, à partir de 9 heures. Pour cela vous considérerez que les vitesses sont constantes sur chaque portion de parcours.
Vous présenterez de façon organisée les différentes phases de la construction de la représentation demandée et vous expliciterez les calculs nécessaires.
Vous prendrez 6 cm pour représenter une heure et 1 cm pour représenter 2 km.

2 - Déterminez l'heure et le lieu où l'automobiliste double ses amis :
a) à l'aide du graphique
b) par le calcul.

3 - Calculez, en km/h, la vitesse moyenne des cyclistes sur le parcours dans la vallée.

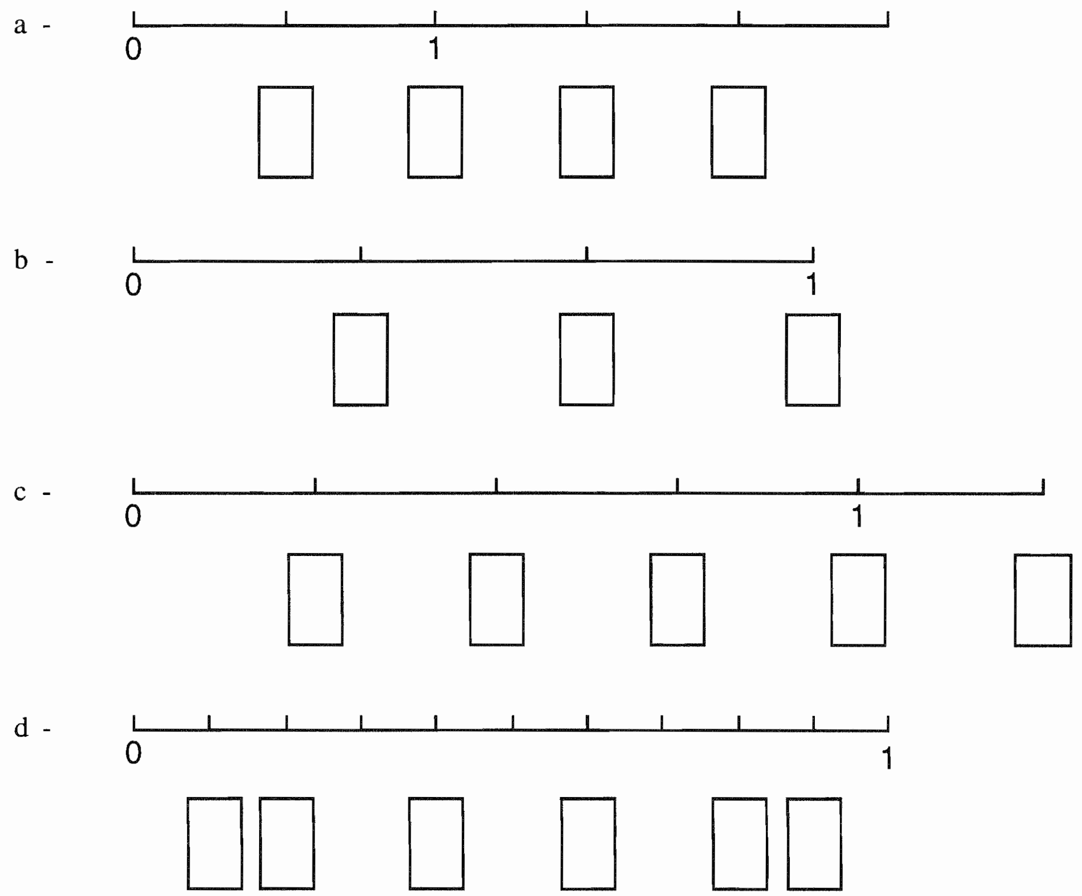
4 - Calculez la vitesse moyenne de l'automobiliste pour l'ensemble du parcours.
Vous donnerez aussi le nombre décimal possédant un seul chiffre après la virgule qui est le plus proche de la valeur exacte.

5 - Les deux cyclistes, Pierre et Paul, ont l'habitude d'acheter des biscuits par paquet de 24. Sur le lieu du pique-nique, ils trouvent les mêmes biscuits par paquet de 18 pour le même prix du paquet. Il est bien clair pour eux que ces biscuits sont ici plus chers.
Cependant ils n'arrivent pas à se mettre d'accord sur l'augmentation de prix d'un biscuit dans cette autre présentation : Pierre dit que le prix d'un biscuit a augmenté de 25 % puisqu'il en manque 6 ; Paul pense que l'augmentation est de plus de 30 %.
Quelle est pour vous l'augmentation exacte ?

DEUXIEME PARTIE (4 points)

Dans une classe, en fin de cycle III, on a proposé les **quatre exercices suivants a, b, c, d** sur les écritures fractionnaires. La consigne, donnée verbalement, était d'inscrire les écritures fractionnaires dans les cases prévues à cet effet.

" Emploie quelques écritures fractionnaires usuelles"



1 - Analysez les productions des huit élèves **(annexes Al et A2)** en mettant en évidence les différentes erreurs, et en les caractérisant d'un point de vue mathématique.

2 - A partir de ces productions, dégagez certaines conceptions erronées que ces élèves peuvent avoir des écritures fractionnaires.

3 - Quelles erreurs semblent être induites par la présentation des exercices ?

SECOND VOLET (8 points)

Il s'agit ici d'étudier certains aspects de la mise en place à l'école élémentaire de la technique de la multiplication.

Pour ce travail, vous disposerez des documents figurant dans les annexes B, Cl, C2, Dl, D2, D3, El et E2.

1 - a) Appliquez chacune des méthodes I, II, III et IV illustrées dans l'annexe B, pour effectuer 86 x 4.

b) Pour chaque méthode, quelles sont les notions mathématiques sous-jacentes ?

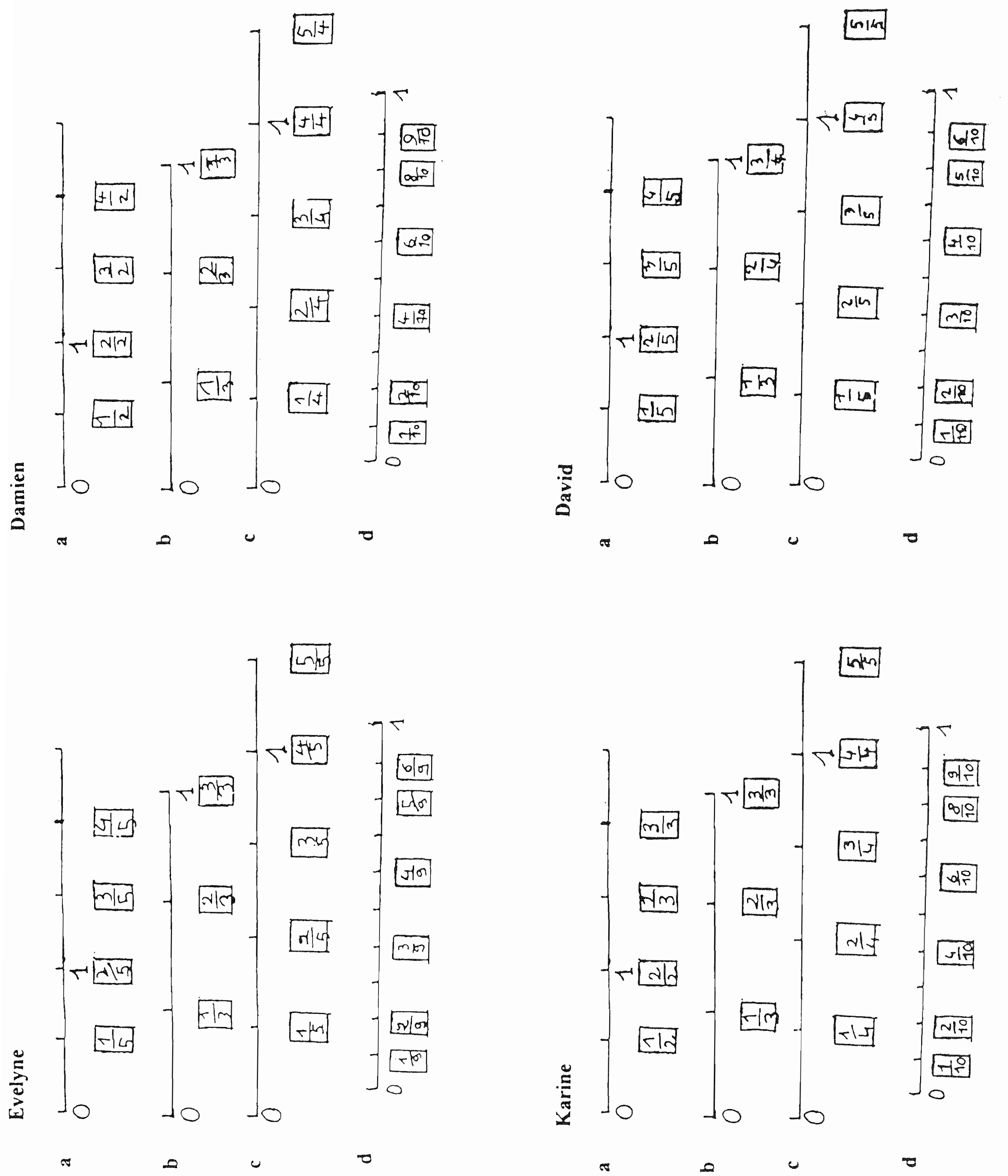
c) Donnez au moins une autre méthode que les élèves de CET peuvent mettre en oeuvre pour calculer 86 x 4.

d) La fiche figurant en annexe B est extraite d'un manuel de CE1.
En vous fondant sur les annexes Cl et C2, analysez la pertinence de son emploi au CE1 ?

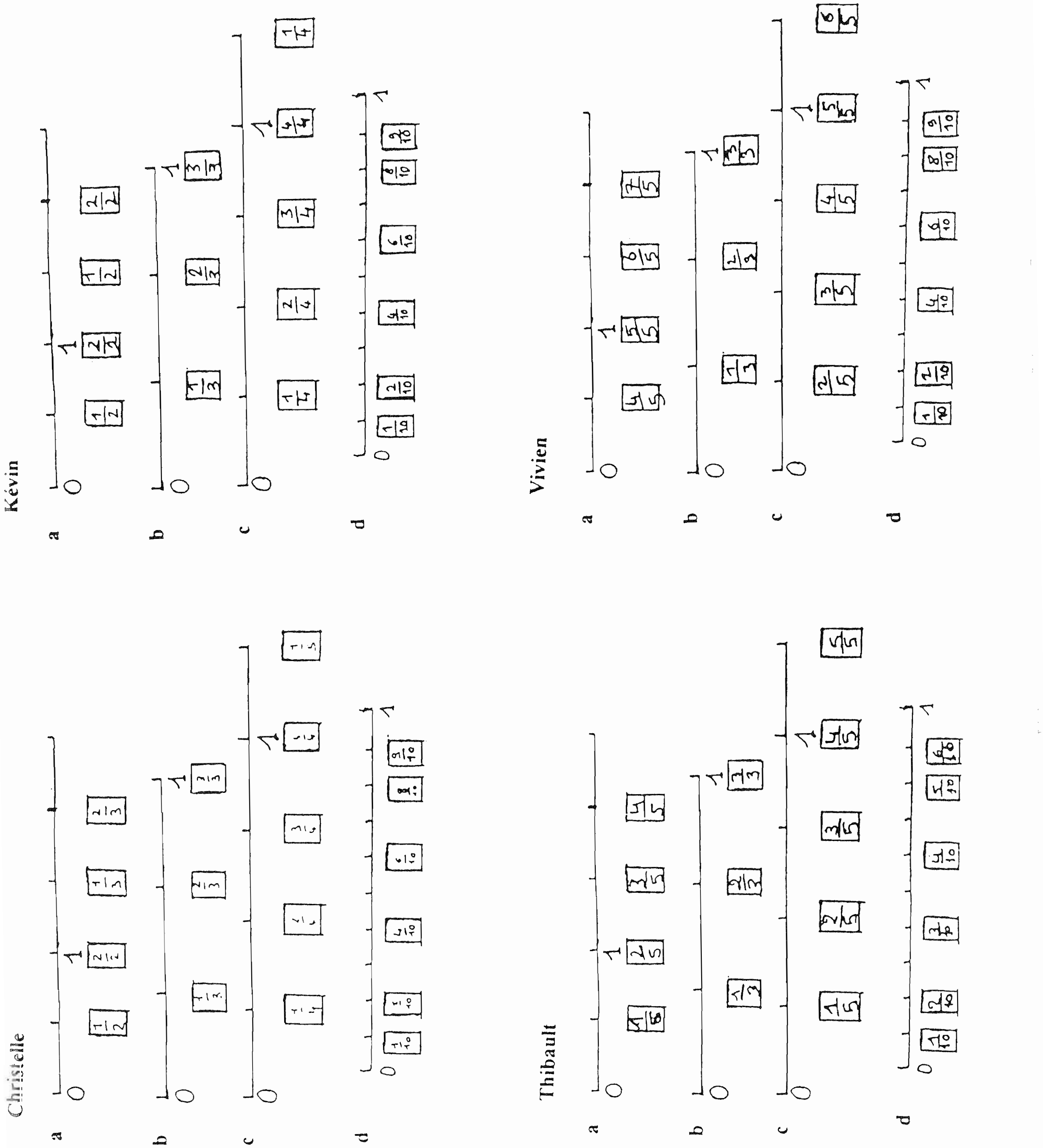
2 - Quels rôles attribuez-vous à la fiche constituant l'annexe Dl ?

3 - En utilisant les annexes Dl, D2, D3, El et El qui présentent des extraits de deux manuels, comparez les deux démarches suivies pour la mise en place de la technique de la multiplication.

ANNEXE A1



ANNEXE A2

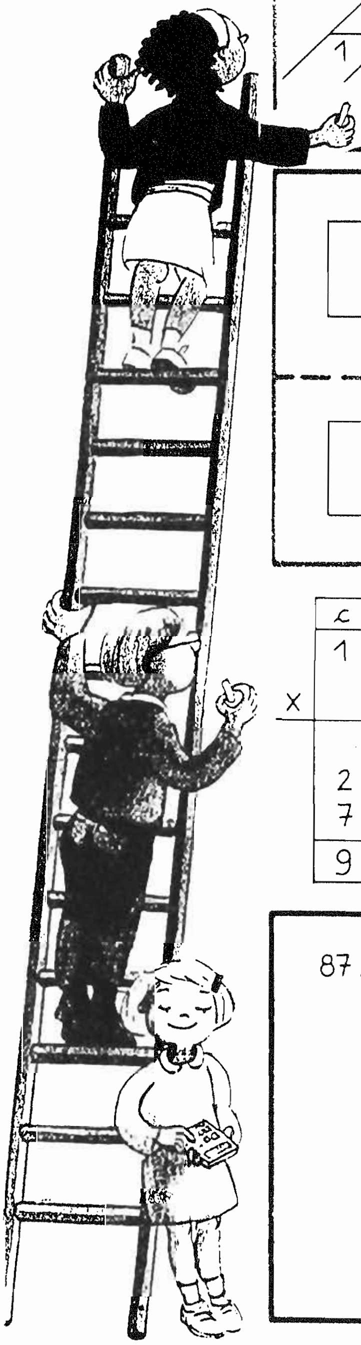


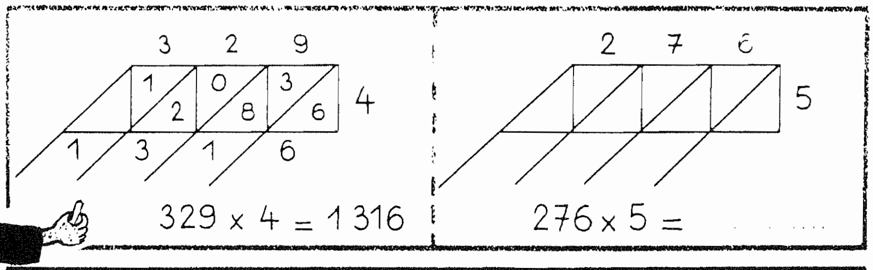
ANNEXE B

Extrait de : *Nouvel objectif calcul* (Hatier) CE1

PÉRIODE 4
ÉTAPE 10

Multiplication





200	40	5	
200 x 3 = 600	40 x 3 = 120	5 x 3 = 15	3

3 x 245 = 735

$$\begin{array}{r} 600 \\ +\ 120 \\ +\ 15 \\ \hline 735 \end{array}$$

100	30	6

136 x 7 = ...

	c	d	u
	1	4	2
x			7
		1	4
	2	8	0
	7	0	0
	9	7	4

142 x 7 = 974

	c	d	u
		4	5
x			8

8 x 45 = ...

87 x 3 = (80 + 7) x 3
= (80 x 3) + (7 x 3)
= 240 + 21
= 261

57 x 6 =

• Fais les calculs en utilisant les méthodes des enfants. (Vérifie à la calculatrice.)

ANNEXE C1

Programmes de l'école élémentaire

Le cycle des apprentissages fondamentaux	Le cycle des approfondissements
Nombres et calcul	**Nombres et calcul**
. Le nombre . Dénombrement des éléments d'une collection, codage dans le système décimal. . Connaissance des nombres entiers et de leurs désignations écrites (chiffres ou lettres) et parlée : - numération décimale - comparaison et rangement (puis utilisation des signes =, < et >) ; - relations arithmétiques entre les nombres : recherche du double, de la moitié... . Elaboration progressive de différents procédés de calcul : calcul réfléchi (mentalement ou avec l'aide de l'écrit), technique opératoire de l'addition. . Table d'addition : construction, utilisation, mémorisation. . Approche des techniques opératoires de la soustraction et de la multiplication, de la table de multiplication. . Utilisation de tableaux et de diagrammes. . Problèmes simples relevant de l'addition, de la soustraction, de la multiplication.	- **Nombres naturels** . numération décimale (interprétation de l'écriture chiffrée d'un nombre) ; . ordre sur les naturels (utilisation des signes < et >) ; . relations arithmétiques entre les nombres (double, moitié, tiers... pour des nombres simples : multiples de 2, de 5 et de 10) . techniques opératoires de la soustraction, de la multiplication, de la division euclidienne : . pratique du calcul exact ou approché en utilisant : - les techniques opératoires, - le calcul réfléchi (mentalement ou avec l'aide de l'écrit) - la calculatrice dans les situations où son usage s'avère pertinent, - l'ordre de grandeur (encadrement, valeur approchée) ; . problèmes relevant de l'addition, la soustraction, la multiplication, la division euclidienne. - fractions simples : écriture, comparaison de fractions de même dénominateur. - **Nombres décimaux** . écriture à virgule, écriture fractionnaire, passage d'une écriture à l'autre . ordre sur les décimaux (comparaison, encadrement) : . pratique du calcul exact ou approché en utilisant : - les techniques opératoires (addition, soustraction, multiplication et division d'un décimal par un entier) ; - le calcul réfléchi (mentalement ou avec l'aide de l'écrit) ; - la calculatrice dans les situations où son usage s'avère pertinent - l'ordre de grandeur (encadrement, valeur approchée) ; . problèmes relevant de l'addition et de la soustraction, de la multiplication et de la division d'un décimal par un entier, de la division décimale de deux entiers. . Première approche de la proportionnalité : - reconnaissance de situations de proportionnalité dans des cas simples (échelles, pourcentages) ; - utilisation de tableaux, diagrammes, graphiques

ANNEXE C2

Compétences relatives aux différentes disciplines

Mathématiques

CYCLE 2

Calcul

L'élève doit :

- dans le domaine du calcul réfléchi, à partir de résultats mémorisés, savoir élaborer (mentalement ou avec l'aide de l'écrit) le résultat de certains calculs additifs, soustractifs et multiplicatifs, sans recourir nécessairement aux techniques opératoires usuelles ; il aura été particulièrement exercé à la pratique du calcul mental (il connaîtra notamment les décompositions additives des nombres jusqu'à 20 et saura les utiliser pour effectuer mentalement des additions) ;
- maîtriser la technique opératoire de l'addition (seule technique dont la maîtrise est exigée à la fin de ce cycle).

CYCLE 3

Calcul

L'élève sera apte à calculer sur les nombres ; pour cela, il devra :

- utiliser à bon escient le calcul réfléchi (mental ou écrit) ; en particulier, l'élève aura été entraîné à une pratique régulière du calcul mental, dont il maîtrisera les méthodes usuelles (additionner deux nombres mentalement, réaliser certaines multiplications « de tête », savoir multiplier ou diviser un nombre entier ou décimal par 10, par 100, par 1000, multiplier un nombre entier par 0,1, par 0,01 et connaître les critères de divisibilité par 2 ou par 5) ;
- maîtriser les techniques opératoires usuelles :

– addition et soustraction des entiers ou des décimaux,

– multiplication des entiers ou d'un décimal par un entier,

– division euclidienne (avec quotient et reste) de deux entiers, division d'un décimal par un entier (le calcul du produit ou du quotient de deux décimaux n'est pas un objectif du cycle) ;

- évaluer un ordre de grandeur ;
- utiliser la calculette.

Il saura reconnaître les problèmes qui relèvent des opérations évoquées précédemment.

Il sera capable de :

- lire, construire et interpréter quelques schémas simples, tableaux, diagrammes, graphiques ;
- reconnaître une situation de proportionnalité et la traiter par les moyens de son choix (utilisation de graphiques, de tableaux de nombres).

Les notions d'échelle, de pourcentage font l'objet d'une première approche ; aucune technicité n'est exigée dans leur maniement.

De façon plus générale, les compétences dans le domaine de la proportionnalité sont en cours d'acquisition et feront l'objet d'une étude plus approfondie au collège.

Calculer des produits

1 Activités

• Explique comment Rachid et Émilie ont procédé pour calculer le produit 8 x 13.
Quels sont les calculs les plus rapides ? Pourquoi ?

Rachid

x	6	7
8	8 x 6 = 48	8 x 7 = 56

48 + 56 = 104
8 x 13 = 104

Émilie

x	10	3
8	8 x 10 = 80	8 x 3 = 24

80 + 24 = 104
8 x 13 = 104

x	13
8	8 x 13 = 104

• À partir de leur résultat, calcule rapidement :

8 x 14 — 9 x 13
4 x 13 — 8 x 26

Tu peux utiliser un quadrillage.

2

Multiplier par 10, 100

a10	a10	a10	a10	a10

0	10	20	30	40	50
0 x 10	1 x 10	2 x 10	3 x 10	4 x 10	5 x 10
10 x 0	10 x 1	10 x 2	10 x 3	10 x 4	10 x 5

a100	a100	a100	a100	a100

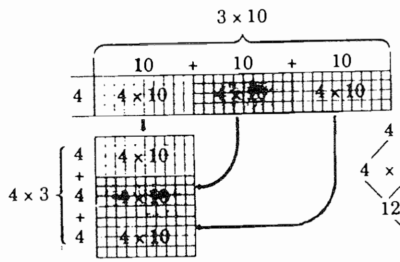
0	100	200	300	400	500
0 x 100	1 x 100	2 x 100	3 x 100	4 x 100	5 x 100
100 x 0	100 x 1	100 x 2	100 x 3	100 x 4	100 x 5

• Complète.

4 x 10 = 40 — 10 x 27 = ___
12 x 10 = ___ — 5 x 100 = 500
35 x 100 = ___ — 100 x 0 = ___
100 x 12 = ___ — 0 x 10 = ___

Multiplier par 30, 60, 300...

• Observe le calcul de 4 x 30.



4 x 30
4 x 3 x 10
12
120

• Calcule de la même façon.

7 x 60
7 x 6 x 10
___
___

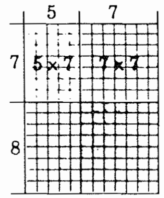
8 x 300
8 x 3 x 100
___
___

• Calcule rapidement :

25 x 20 — 8 x 500 — 20 x 30

1 Exercices

• Calcule 12 x 15 à partir du découpage ci-contre.



• Propose un autre découpage pour faire ce calcul plus facilement.

2 Calcule.

17 x 10 — 100 x 72
10 x 23 — 372 + 100
17 + 10 — 428 x 10

3 • Complète.

7 x 20
7 x ___ x 10
___ 10
___

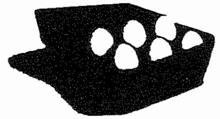
7 x 20
7 x (___ x 10)
(7 x ___) x 10

600 x 8
100 x ___ x 8
100 x ___
___

600 x 8
(100 x ___) x 8
100 x (___ x 8)

• Calcule de la même façon le produit 27 x 70.

4 Une boîte contient six œufs.
Combien d'œufs contiennent :
4 boîtes ? — 10 boîtes ? — 14 boîtes ?
30 boîtes ? — 90 boîtes ? — 100 boîtes ?



5 Avec ta calculette, trouve le produit 323 x 17.
Sers-toi de ce nombre pour calculer les produits suivants, sans ta calculette.

323 x 18 — 324 x 17 — 323 x 170

Vérifie tes résultats avec ta calculette.

Je retiens bien

Multiplier un nombre...

... par 10, 100...

28 x 10 = 280
10 x 14 = 140
15 x 100 = 1500
100 x 78 = 7800

... par 20, 60, 200...

28 x 20 = (28 x 2) x 10
60 x 25 = (25 x 6) x 10
21 x 200 = (21 x 2) x 100

N'oublie pas que : 5 x 0 = 0 — 0 x 7 = 0 — 27 x 0 = 0

Extrait de : *Collection Diagonale* (Nathan) CE2.

Technique opératoire de la multiplication (1)

1 Activités

• Calcule le produit 37 x 28.

x	30	7
20		
8		

30 x 20 →
x →
x →
x →

$$\begin{array}{r} 3\ 7 \\ \times\ \ 2\ 8 \\ \hline \end{array}$$

+
+
+

• Calcule le produit 232 x 3.

x	200	30	2
3			

232 x 3 = (x) + (x) + (x)
232 x 3 = + +
232 x 3 =

• Calcule le produit 654 x 5.

2

• Observe et explique.

$$\begin{array}{r} 2\ 4\ 3 \\ \times\ \ \ \ 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

4 x 3 = 12
je pose 2 et
je retiens 1

$$\begin{array}{r} 2\ 4\ 3 \\ \times\ \ \ \ 4 \\ \hline 7\ 2 \end{array}$$

4 x 4 = 16
16 + 1 = 17
je pose 7 et
je retiens 1

$$\begin{array}{r} 2\ 4\ 3 \\ \times\ \ \ \ 4 \\ \hline 9\ 7\ 2 \end{array}$$

4 x 2 = 8
8 + 1 = 9

243 x 4 = 972

• Calcule à ton tour les produits suivants.

$$\begin{array}{r} 6\ 7 \\ \times\ \ 8 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\ 2\ 5 \\ \times\ \ \ \ 7 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\ 0\ 9 \\ \times\ \ \ \ 6 \\ \hline \end{array}$$

Exercices

1 Complète et calcule.

186 x 3

x	100	80	6
3			

186 x 3 = (100 + 80 + 6) x 3
186 x 3 = (x) + (x) + (x)
186 x 3 = + +
186 x 3 =

Calcule de la même façon : 94 x 8, 527 x 6.

2 • Calcule.

$$\begin{array}{r} 3\ 4\ 7 \\ \times\ \ \ \ 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7\ 0\ 8 \\ \times\ \ \ \ 4 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5\ 1\ 8 \\ \times\ \ \ \ 7 \\ \hline \end{array}$$

• Calcule 518 x 70 sans poser l'opération.

3 Est-ce vrai ou faux ?

732 x 4 est proche de 2800 (700 x 4) ► vrai
945 x 6 est proche de 8 100
345 x 5 est proche de 15 000
640 x 7 est proche de 420
84 x 6 est proche de 480

4 • Calcule.

$$\begin{array}{r} 3\ 2\ 7 \\ \times\ \ \ \ 4 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\ 2\ 7 \\ \times\ \ \ \ 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\ 2\ 7 \\ \times\ \ \ \ 2 \\ \hline \end{array}$$

• Complète et calcule.

x	400	50	2
327			

$$\begin{array}{r} 3\ 2\ 7 \\ \times\ 4\ 5\ 2 \\ \hline \\ + \\ + \\ \hline \end{array}$$

Je retiens bien

Pour calculer 435 x 7

	400	30	5
7	7 x 400	7 x 30	7 x 5

$$\begin{array}{r} 4\ 3\ 5 \\ \times\ \ \ \ \ 7 \\ \hline 3\ 5 \\ +\ \ 2\ 1\ 0 \\ +\ 2\ 8\ 0\ 0 \\ \hline 3\ 0\ 4\ 5 \end{array}$$

7 x 5 ► 35
(7 x 3) x 10 ► + 210
(7 x 4) x 100 ► + 2800

Pour aller plus vite

$$\begin{array}{r} 4\ 3\ 5\ 3 \\ \times\ \ \ \ \ 7 \\ \hline 5 \end{array}$$

7 x 5 = 35
je pose 5 et
je retiens **3**

$$\begin{array}{r} 4\ 3\ 5 \\ \times\ \ \ \ \ 7 \\ \hline 4\ 5 \end{array}$$

7 x 3 = 21
21 + **3** = 24
je pose 4 et
je retiens **2**

$$\begin{array}{r} 4\ 3\ 5 \\ \times\ \ \ \ \ 7 \\ \hline 3\ 0\ 4\ 5 \end{array}$$

7 x 4 = 28
28 + **2** = 30

Extrait de : *Collection Diagonale* (Nathan) CE2.

Technique opératoire de la multiplication (2)

1

■ Comme toi, Romain sait calculer les produits : 439 x 5   263 x 20   439 x 500.
Fais ces calculs.

■ Aide Romain à calculer le produit 217 x 46.

• Observe le découpage. Calcule chaque produit.

x	40	6
217	**217 x 40** (217 x 4) x 10	217 x 6

217 x 46 = (217 x 40) + (217 x 6)

```
    2 1 7        2 1 7        2 1 7
  x   4 6      x     6      x     4
  _______      _______      _______
  _ _ _ _ _  ← _ _ _ _ _    _ _ _ _
+ _ _ _ _ _  ←──── m10 ────┘
  _______
```

• Calcule la somme. → _ _ _ _ _   217 x 46 = ___

Tu peux faire ce calcul en une seule étape :

```
      2 1 7
    x   4 6
    _______
    _ _ _ _ _ ←── 217 x 6
  + _ _ _ _ _ ←── 217 x 40
    _______
    _ _ _ _ _
```

■ Calcule de la même façon 325 x 234.

x	200	30	4
325	325 x 200 (325 x 2) x 100	325 x 30 (325 x 3) x 10	325 x 4

```
                3 2 5        3 2 5      3 2 5      3 2 5
              x 2 3 4      x     4    x     3    x     2
              _______      _______    _______    _______
325 x 4         _______  ← _______
325 x 30    +   _______  ←──────── m10 ──┘
325 x 200   +   _______  ←──────────────── m100 ──┘
              _______
                                       325 x 234 = ___
```

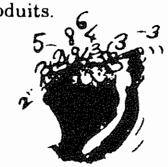

Exercices

1 Calcule les produits.

684 x 5

723 x 400

230 x 90



2 Complète.

```
  _ 6 8        5 2 7
x     8      x   _ _
_______      _______
4 5 _ _      _ _ _ 3
```

3 Dans une journée, il y a 24 heures.
Tes grandes vacances ont duré 86 jours.

Pendant combien d'heures as-tu été en vacances ?

4 Calcule 732 x 14.

• Quel est le chiffre des unités de ce nombre ?

• Comment pouvais-tu faire pour le trouver sans calculer toute la multiplication ?

• Sans faire le calcul complet, trouve le chiffre des unités de 937 x 438.

5 Observe l'exemple et complète.

237 x 23 est proche de 200 x 20 → **237 x 23 est proche de 4 000.**

572 x 36 est proche de 600 x 40 → 572 x 36 est proche de ___.

89 x 41 est proche de ___ x ___ → 89 x 45 est proche de ___.

6 Explique pourquoi Éric a raison.

~~35 x 833 = 28 168~~

~~468 + 384 = 1 052~~

~~23 x 12 = 278~~

~~49 x 38 = 3 572~~

Je retiens bien

Calculer un produit

347 x 25

```
    3 4 7                3 4 7               3 4 7
  x   2 5              x   2 5             x   2 5
  _______              _______             _______
  1 7 3 5 ← 347 x 5    1 7 3 5            ①1 7 3 5
+                    + 6 9 4 0 ← 347 x 20 = (347 x 2) x 10   + 6 9 4 0
  _______              _______             _______
                                           8 6 7 5
```


Extrait de : *Collection Diagonale* (Nathan) CE2.

ANNEXE E1

41 Multiplication : technique (3)

Construire des plans de découpage issus des décompositions canoniques des nombres

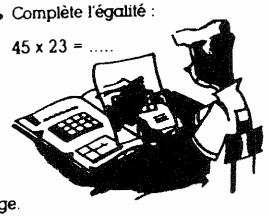
Découverte

1. Voici le découpage par dix d'un quadrillage de 45 x 23 carreaux.
Recopie ce plan de découpage par dix à l'aide d'un calque.

	10	10	10	10	5
10					
10					
3					

- Sur le calque, écris dans les cases les produits correspondants sous la forme ..... x ..... ;
- Calcule chaque produit.
- Complète l'égalité :

45 x 23 = ...



2. Place maintenant ton calque sur ce nouveau plan de découpage.

	40	5
20		
3		

- Que remarques-tu ?
- Trace, en rouge sur le calque, ce deuxième plan de découpage.
- Calcule 45 x 23 avec ce nouveau plan de découpage.
- À quelle décomposition des nombres correspond-il ?
- Complète l'égalité :

45 x 23 = (..... + ...) x (..... + ...)

AIDE-MÉMOIRE N 4b · PAGE 179

Exercices et problèmes

1 Recopie et complète ces plans de découpage. Chacun d'eux correspond à un produit. Calcule ces produits.

	.....	8
50	..... x 60 = ...	..... x ..... = ...
.....	7 x 60 = ...	..... x ..... = ...

	100	30	.....
.....	70 x 100 = ...	30 x 70 = ...	..... x ..... = ...
6	..... x ..... = ...	..... x ..... = ...	4 x 6 = ...

2 Utilise ces plans de découpage pour compléter puis calculer les produits correspondants.

	20	7
8		

	40	6
5		

	100	30	2
7			

	200	60	4
3			

27 x 8 = (20 + 7) x ..... = (20 x 8) + (7 x 8) = ...
46 x 5 = (..... + ...) x 5 = (..... x 5) + (..... x 5) = ...
132 x 7 = (100 + ... + ...) x 7 = (100 x .....) + (30 x .....) + (..... x .....) = ...
264 x 3 = (..... + ... + ...) x ..... = (..... x 3) + (..... x 3) + (..... x 3) = ...

3 Calcule en ligne comme dans l'exemple.

34 x 5 = 5 x 34 = (5 x 4) + (5 x 30) = 20 + 150 = 170
26 x 4 = ...
41 x 7 = ...
135 x 3 = ...
181 x 5 = ...

4 Calcule en ligne comme dans l'exemple.

124 x 3 = 12 + 60 + 300 = 372

85 x 2 = ...	146 x 2 = ...
208 x 3 = ...	93 x 5 = ...
312 x 4 = ...	75 x 6 = ...
218 x 3 = ...	514 x 3 = ...

5 Recopie puis complète ce plan de découpage.

	100	60	3
20	20 x 100 = ...	..... x ..... = 1 200	..... x ..... = ...
4	..... x ..... = ...	4 x 60 = ...	..... x ..... = 12

Utilise-le pour calculer les produits suivants.

163 x 20 = ...	60 x 24 = ...
163 x 4 = ...	100 x 24 = ...
163 x 24 = ...	

6 Complète ces plans de découpage. Utilise-les pour calculer les produits indiqués.

	100	80	7
20			
6			

	187
20	
6	

187 x 20 = ...
187 x 6 = ...
187 x 26 = ...

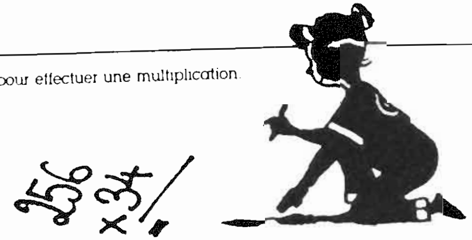
Extrait de : *Le Nouvel Objectif Calcul* (Hatier) CE2.

ANNEXE E2

42 Multiplication : technique (4)

Construire la technique usuelle à partir des plans de découpage

Découverte



1. Voici la technique usuelle utilisée pour effectuer une multiplication.

```
  256
x  34
1 024
7 680
8 704
```

Pour comprendre cette technique, recopie et complète les opérations suivantes et les plans de découpage qui leur correspondent.

```
  256
x  34
.....  → 4 x 6
.....  → 4 x 50
.....  → 4 x 200
.....  → 30 x 6
.....  → 30 x 50
.....  → 30 x 200
.....  → 34 x 256
```

30	
4	

```
  256
x  34
.....  → 4 x 256
.....  → 30 x 256
.....  → 34 x 256
```

30	
4	

2. Maintenant, utilise cette technique pour calculer le produit 256 x 734.

```
  256
x 734
```

700	
30	
4	

AIDE-MÉMOIRE N 4b et 4c - PAGE 179

Exercices et problèmes

1 Pose et calcule les multiplications qui correspondent à ces deux plans de découpage.

	300	20	4
50	50 x 300	50 x 20	50 x 4
6	6 x 300	6 x 20	6 x 4

	324
50	50 x 324
6	6 x 324

2 Recopie et complète le plan de découpage puis calcule la multiplication correspondante.

328	
..... x ..... = ...	200
..... x ..... = ...	
..... x ..... = ...	

```
  328
x 247
.....   → ..... x .....
.....   → ..... x .....
.....   → ..... x .....
.....   → ..... x .....
```

3 Calcule ces multiplications. Que remarques-tu ?

462 x 5 | 462 x 70 | 462 x 300 | 462 x 375 | 462 x 537

4 Vérifie cette multiplication en faisant le plan de découpage.

```
    465
  x  73
   1395   ⟶ ........ x ........
  32550   ⟶ ........ x ........
  33945   ⟶ ........ x ........
```

5 Cherche les erreurs dans ces multiplications.

```
    267        318
  x  54      x  65
   1168       1590
  13350      19070
  14418      20670
```

6 Pour réaliser une couverture en patchwork.
Amandine utilise des petits carrés de tissus de 8 cm de côté.
Elle fait des bandes de 35 carrés puis elle assemble 28 bandes.
Combien de petits carrés utilise-t-elle ?
Quelles sont les dimensions de la couverture ?

Extrait de : *Le Nouvel Objectif Calcul* (Hatier) CE2.

ACADÉMIES DE GUADELOUPE - GUYANE - MARTINIQUE

L'usage des instruments de calcul est autorisé.

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE PARTIE (8 POINTS)

La représentation ci-jointe est celle d'un pavé droit ABCDEGH dont les arêtes mesurent :

AB 12 cm ; AD 9 cm ; AE 20 cm

Soit M un point de l'arête [AB]
La droite parallèle à (BD) passant par M coupe [AD] en P
La droite parallèle à (AC) passant par M coupe [BC] en N

A) **1)** Est-il possible que l'angle $\widehat{PMN}$ soit droit ?

2) a) Démontrer que si MP = MN alors M est le milieu de [AB]

b) On pose AM =x avec x appartenant à l'intervalle à [0,12]
Exprimer MN et MP en fonction de x.

c) Représenter graphiquement dans un même repère les fonctions f et g définies sur l'intervalle [0,12] par : $f(x) = \frac{5}{4}$ et $g(x) - \frac{5}{4}(12 - x)$.

Utiliser la représentation graphique pour retrouver la réponse au 2) a)

d) Déterminer x pour que la distance MN soit le double de la distance MP.

B) On place le point M sur [AB] tel que AM = 4, les points P et N correspondants, les points M' sur [EF], P' sur [EH], N' sur [FG] tels que EM' - 4, EP'- AP et PN' - BN.
On coupe alors le pavé droit selon les plans MPP'M' et MNN'M'.

1) Quel est en cm^2 le volume du solide DCNMPHGN'M'P' ?
2) Dessiner un patron de ce solide à l'échelle 1/2 (Faces MPP'M' et MNN'M' comprises)

NB On rappelle que le volume d'un prisme s'exprime par : B x h où B est l'aire de la base, et h la hauteur.

DEUXIEME PARTIE (4 Points) : 0,5 + 3,5

L'énoncé suivant est proposé à une classe de première année du cycle 3.
"Avec les 114 F de sa tirelire Lalou a acheté des boules sucrées à 2 F pièce, des boîtes de jus à 4 F pièce et des petits gâteaux à 4 F pièce.
Il a pris autant de boîtes de jus que de gâteaux, et moins de 20 boules sucrées"
Peux-tu trouver le nombre d'articles achetés ?"

1) Les I.O de 1995 mentionnent trois types d'activités concernant la résolution de problèmes au cycle 3. De quel type d'activités ce problème relève-t-il ?

2) Analyser les deux productions ci-dessous en formulant des hypothèses sur le raisonnement des enfants, et en indiquant les qualités et les erreurs.

PRODUCTION A

19 x 2 = 38
19 x 4 = 76
76 + 76 + 38 - 190 c'est trop

19 x 2 = 38
8 x 4 - 32
38 + 32 + 32   102

Lalou a acheté 19 boules, 8 jus et 8 gâteaux. Il lui reste 12 F

PRODUCTION B

114 - 52 + 52 + 10
52 - 13 x 4 et 10 - 5 x 2

Lalou a acheté 13 jus, 13 gâteaux et 5 boules.

SECOND VOLET

Les questions ci-dessous portent sur le document présenté en annexe.

1) A quel niveau situez-vous de telles activités ?

2) Quelles sont les compétences disciplinaires en jeu au niveau d'un groupe A ? d'un groupe B ?

3) Citez deux variables didactiques de la situation

4) Analysez les 3ème et 4ème phases en indiquant leurs objectifs et conséquences

5) Dans la 5ème phase, quel est le rôle de la contrainte introduite par l'enseignant

6) Proposez un exercice en prolongement à cette séquence

ANNEXE

Une classe est répartie en équipes composées chacune de 2 groupes A et B. les groupes A reçoivent le dessin d'un rectangle qui est cachée aux groupes B.

La consigne est donnée :
"Les groupes A ont reçu le dessin d'un quadrilatère. Chaque groupe B doit dessiner un quadrilatère du même nom que celui de son groupe A correspondant. Il va poser des questions pour avoir des informations, mais sans utiliser de noms de figures"

<u>Déroulement de la séquence</u>

<u>1ère PHASE</u>

Les groupes B posent toutes leurs questions, une à une
Les groupes A répondent au fur et à mesure

<u>2ème PHASE</u>

Les groupes B se consacrent à la réalisation de la figure

<u>3ème PHASE</u>

Comparaison des dessins de chaque groupe A et du groupe B correspondant

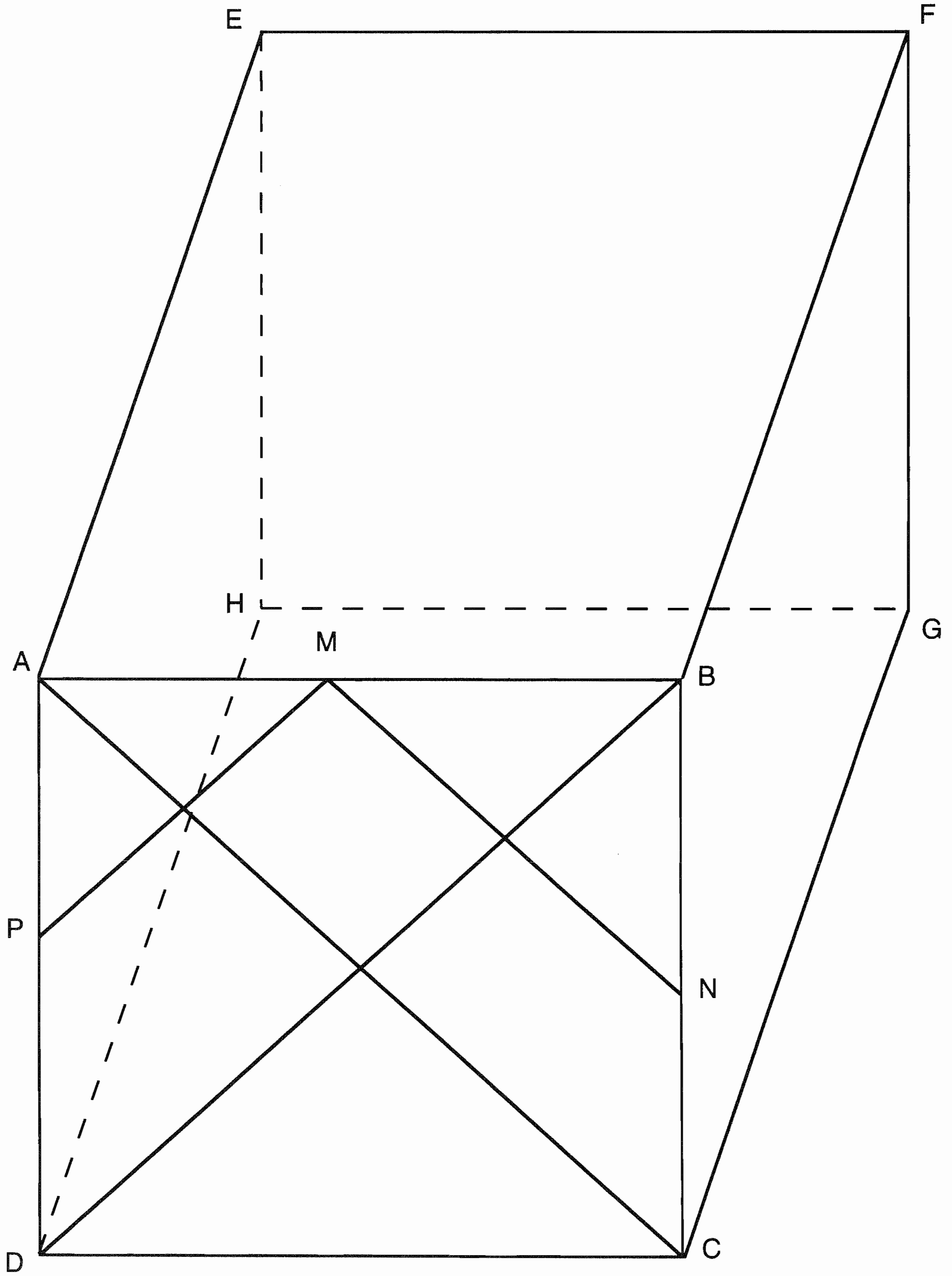
<u>4ème PHASE</u>

Echanges et discussions entre tous les groupes. Commentaires sur les questions, les réponses et les réactions aux réponses.

<u>5ème PHASE</u>

L'enseignant permute les groupes (les groupes A deviennent B et vice-versa). Il distribue de nouveaux dessins (soit un carré, soit un rectangle) et précise qu'il faut poser le moins de questions possibles.

On recommence comme à la 1ère PHASE


E
F
H
G
A
M
B
P
N
D
C

ACADÉMIE DE LILLE

Les calculettes et instruments de géométrie sont autorisés

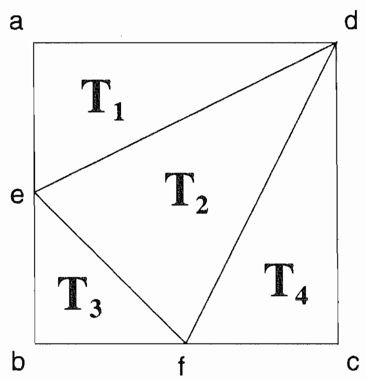
Toute réponse doit être justifiée

PREMIER VOLET

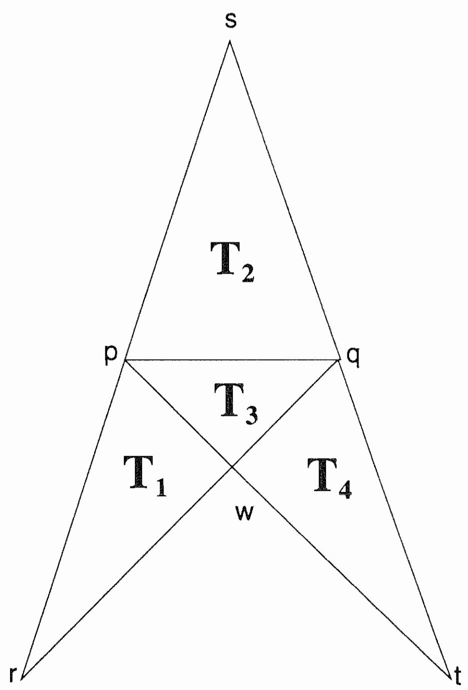
EPREUVE N° 1

Première partie (8 points)

Exercice 1



(figure 1)



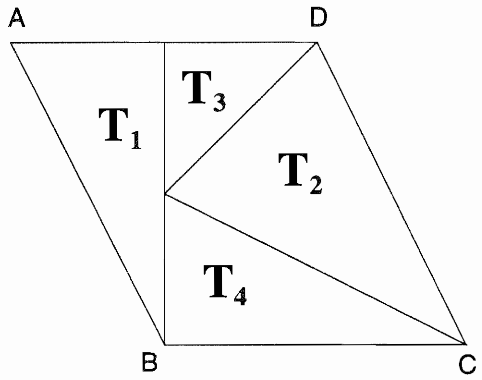
(figure 2)

abcd est un carré de côté 4 cm, e et f les milieux respectifs des segments [ab] et [bc]. Les segments [ef] [fd] et [de] décomposent ce carré en 4 triangles T_1 , T_2 , T_3 , T_4 . Ces 4 triangles T_1 , T_2 , T_3 , T_4 sont assemblés de manière à constituer la figure 2.

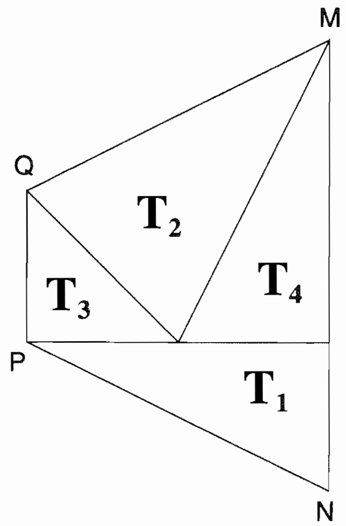
1. Montrer que les points r.p s d'une part et t.q s d'autre part sont alignés
2. Que peut-on dire des segments [pq] et [rt].
3. Que représente w pour le triangle rst ?
4. Calculer l'aire du triangle rst.
5. Calculer la hauteur issue de t du triangle rst.

Deuxième partie :

Les 4 triangles T_1, T_2, T_3, T_4 sont assemblés de 2 autres manières pour constituer la figure 3, puis la figure 4.



(figure 3)

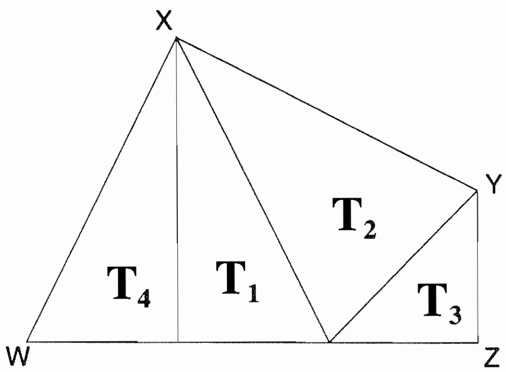


(figure 4)

1. Quelle est la nature du polygone ABCD ?
2. Quelle est la nature du polygone MNPQ ?

Troisième partie :

Les 4 triangles T_1, T_2, T_3, T_4 sont enfin assemblés pour constituer la figure 5.



(figure 5)

1. Montrer que les angles opposés du quadrilatère WXYZ sont supplémentaires.
2. Montrer que ce quadrilatère WXYZ est inscriptible dans un cercle dont vous préciserez à la fois la position du centre et la mesure du rayon.

EPREUVE N° 2

Un maître de CM2 a proposé à ses élèves la fiche d'exercices donnée en **ANNEXE 1**
Les productions d'un élève sont présentés en **ANNEXE 2**

1. Y a-t-il un lien entre les différents exercices ? Justifier la réponse
2. Analyser pour chaque exercice, les réponses de l'élève et le choix des procédures. Faire des hypothèses sur les causes possibles des erreurs éventuellement repérées.
3. Pour l'exercice 3, proposer un moyen susceptible d'aider cet élève à vérifier la validité de son travail.

SECOND VOLET (8 points)

Les séquences se passent dans une classe de CE1 (décembre 1996, 19 présents).
Les élèves connaissent la technique opératoire de l'addition et la réinvestissent dans des "petits problèmes additifs" : ils n'ont jamais traité de situation soustractive.
La maîtresse a introduit "l'addition à trous" comme un simple jeu de l'esprit sans faire référence à des situations précises.

Première séquence :

La maîtresse a proposé la situation (S1) suivante :

Lors d'une sortie, Laurie est partie avec une enveloppe contenant 100F. Avant de rentrer, elle a acheté des savons pour 35F, des souvenirs pour 37F, des cartes postales pour 25F : lui reste-t-il de l'argent et combien ?

La première réaction des élèves a été d'additionner les quatre données numériques.
Lors d'une phase collective de formulation, Julien a fait remarquer qu'on ne pouvait pas avoir plus de 100F après avoir dépensé de l'argent.
La maîtresse a alors géré la séquence de la manière suivante :

Question : Que représente 35 + 37 + 25 ?

La réponse est immédiate. La maîtresse introduit alors le signe - pour désigner la somme restante qu'elle note 100 - 97. Elle rappelle qu'on peut la calculer en faisant une addition à trous :

$$\begin{array}{r} 97 \\ + \;\bullet\bullet \\ \hline 100 \end{array}$$

La validation se fait par l'ouverture de l'enveloppe et la simulation des dépenses.

Deuxième séquence :
(le lendemain) la maîtresse propose les quatre problèmes suivants :

Problème n° 1
Dans une école, il y a 68 filles et 52 garçons. Combien y-a-t-il d'enfants dans cette école ?

Problème n° 2
Dans un train, il y a 135 personnes. Le train s'arrête, il en descend 35 et il en monte 12. Combien y a-t-il de personnes dans le train ?

Problème n° 3
Parmi les 57 voitures d'un parking, il y a 35 voitures rouges, les autres sont noires. Combien y a-t-il de voitures ?

Problème n° 4
Alain a acheté 24 boules pour décorer le sapin. En entrant dans la salle, il remarque que le sapin est déjà décoré. "ça ne fait rien" lui dit Sophie, "accrochons-les quand même". Il y a maintenant 41 boules. Combien y en avait-il au départ ?

Vous trouverez en **ANNEXE 3** la production de Nathalie et en **ANNEXE 4** la production de Pierre.

Toutes les réponses aux questions ci-après doivent être justifiées

1) On peut distinguer différents types de situations où interviennent des additions et des soustractions, notamment :
- une collection d'objets partagée en deux ou plusieurs parties disjointes
- des transformations ou intervient le temps
- des comparaisons entre collections

a) A quelle(s) catégorie(s) peut-on attribuer chacun des 5 problèmes proposés (S1 et les problèmes 1 à 4) ?
b) Quel(s) problème(s) de la 2ème séquence sont-ils bien adapté(s) à l'addition à trous ?
c) Citer deux sources de difficultés pour l'élève dans cet ensemble de 5 problèmes qui ne sont pas liées au "a" et "b" de la question 1.

2) Quel est l'objectif principal que l'on peut viser à travers cet ensemble de problèmes ?

3) La maîtresse, lors de la première séquence a proposé la situation S1.
a) En écartant une mauvaise lecture de l'énoncé, quelle hypothèse peut-on faire sur la première réaction des élèves ?
b) Vous paraît-il pertinent de proposer ce problème à ce moment de l'appprentissage ? Justifier. Sinon, que proposeriez-vous pour remplacer S1 ?

4) Au problème n° 2 on a souvent obtenu (7 productions) :

$$\begin{array}{r} 135 \\ -35 \\ +12 \\ \hline 112 \end{array}$$

Analyser la démarche de ces élèves.

5) La maîtresse invite les élèves à résoudre les problèmes soustractifs par une addition à trous
a) Quelle sont les procédures mises en oeuvre
- par Nathalie pour résoudre les problèmes 2, 3 et 4 ?
- par Pierre pour résoudre les problèmes 3 et 4 ?
b) Ces procédures sont-elles en accord avec les attentes de l'enseignant ?
c) Comment interprétez-vous l'erreur de calcul de Nathalie ?

ANNEXE 1

1) Un train roule toujours à la même vitesse. Il met 6 minutes pour parcourir 18 kilomètres et 10 minutes pour parcourir 30 kilomètres. Quelle est la distance parcourue en 27 minutes ?

2) Au moment des soldes, certains commerçants dressent des tableaux qui leur permettent de calculer rapidement le montant des différentes réductions.

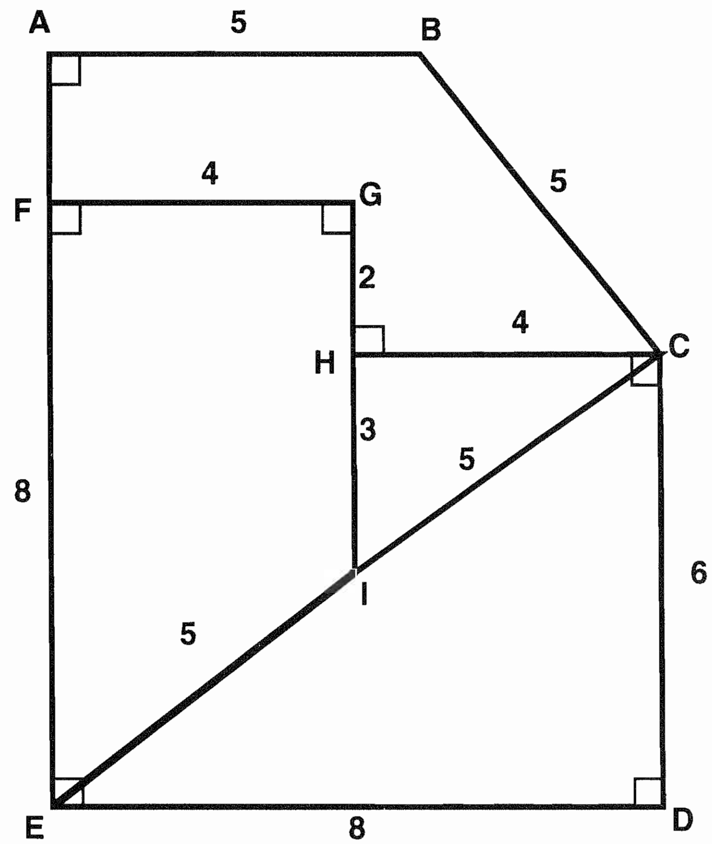
a) Complète le tableau suivant :

Pourcentage de réduction / Prix d'origine en F	10 %	20 %	30 %	40 %
50	**5**	.....	**15**	....
75	.....	.....	....	....
150	**15**	.....	....	...
250	.....	....	....	.....

b) Utilise ce tableau pour calculer :

- le prix payé pour un vêtement marqué 225 F et qui bénéficie d'une réduction de 20 %
- le prix payé pour un vêtement marqué 300 F et qui bénéficie d'une réduciton de 30 %

3) On souhaite agrandir le puzzle ci-dessous en respectant la règle suivante : ce qui mesure 2 cm sur le dessin devra mesurer 3 cm sur le dessin agrandi.



Complète le tableau suivant :

Mesures de départ	2	4	5	6	8
Mesures agrandies	3				

ANNEXE 2

2

1/

6	18
10	30
27	

$18 = 3 \times 6$

$30 = 3 \times 10$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times\ 3 \\ \hline 81 \end{array}$$

La distance parcourue est de 81 km.

2/ a/

Pourcentage de réduction / Prix d'origine en F	10 %	20 %	30 %	40 %
50	5	10	15	20
75	10	20	30	40
150	15	30	45	60
250	20	40	60	80

b/ réduction de 20%

la réduction est : $30 + 20 = 50^F$

le prix payé est : $225 - 50 = 175^F$

réduction de 30 % :

la réduction est : $2 \times 45 = 90^F$

le prix payé est : $300 - 90 = 210^F$

3/ $3 = 2 + 1$

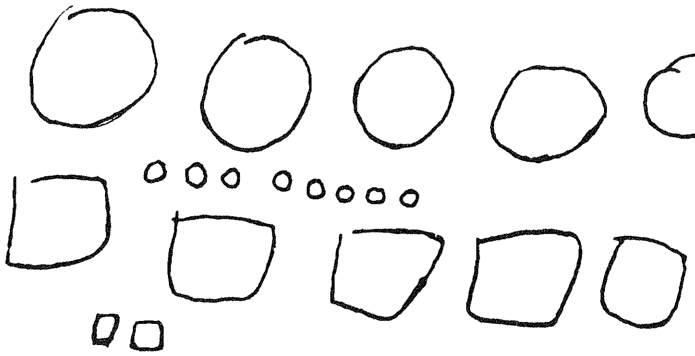
j'ajoute 1 pour remplir le tableau.

Mesures de départ	2	4	5	6	8
Mesures agrandies	3	5	6	7	9

ANNEXE 3

La production de Nathalie:

Problème n°1 *Dans une école, il y a 68 filles et 52 garçons. Combien y a-t-il d'enfants dans cette école ?*



$$\begin{array}{r} 68 \\ +\ 52 \\ \hline =120 \end{array}$$

Dans cette école il y a 120 enfants

Problème n°2 *Dans un train, il y a 135 personnes. Le train s'arrête, il en descend 35 et il en monte 12. Combien y a-t-il de personnes dans le train ?*

Dans ce train il y a 112 personnes.

$$\begin{array}{r} 100 \\ +\ 12 \\ \hline =112 \end{array}$$

ANNEXE 3

La production de Nathalie:

Problème n°3 *Parmi les 57 voitures d'un parking, il y a 35 voitures rouges, les autres sont noires.* *Combien y a-t-il de voitures noires ?*

$$\begin{array}{r} 57 \\ -\ 35 \\ \hline =22 \end{array}$$

Dans ce parking il y a 22 voitures noirs et 35 voitures rouges

Problème n°4 *Alain a acheté 24 boules pour décorer le sapin. En entrant dans la salle, il remarque que le sapin est déjà décoré. « Ca ne fait rien », lui dit Sophie, « accrochons-les quand même ». Il y a maintenant 41 boules. Combien y en avait-il au départ ?*

$$\begin{array}{r} 41 \\ -\ 24 \\ \hline -25 \end{array}$$

Dans ce sapin il y a 25 boules de Sophie et 24 boule de Alain

ANNEXE 4

La production de Pierre:

Problème n°1
Dans une école, il y a 68 filles et 52 garçons. Combien y a-t-il d'enfants dans cette école ?

d	u
1	
6	8
+5	2
= 12	0

Dans cette école il y a 120 élèves.

Problème n°2
Dans un train, il y a 135 personnes. Le train s'arrête, il en descend 35 et il en monte 12. Combien y a-t-il de personnes dans le train ?

	c	d	u
	1	3	5
−		3	5
+		1	2
=	1	1	2

Dans ce train il y a 112 personnes.

ANNEXE 4

La production de Pierre:

Problème n°3
Parmi les 57 voitures d'un parking, il y a 35 voitures rouges, les autres sont noires. Combien y a-t-il de voitures noires ?

	d	u
	3	5
+	2	2
=	5	7

il y a 22 voitures noires dans le parking.

Problème n°4
Alain a acheté 24 boules pour décorer le sapin. En entrant dans la salle, il remarque que le sapin est déjà décoré. « Ca ne fait rien », lui dit Sophie, « accrochons-les quand même ». Il y a maintenant 41 boules. Combien y en avait-il au départ ?

	d	u
	4	1
−	1	7
	2	4

Sophie a mie 17 boules sur le sapin.

ACADEMIE DE LIMOGES

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

PREMIER VOLET (12 Points)

PREMIERE EPREUVE (8 points)

EXERCICE 1 (5 points)

Question 1

Ecrire un programme de construction* permettant de construire :

a) un carré

b) un triangle équilatéral

(*) Un programme de construction est un texte qui décrit les étapes successives de la construction.

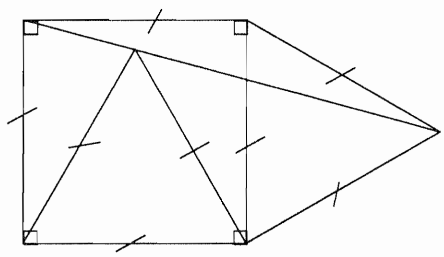
Question 2

Sur quelles propriétés du carré s'appuie votre programme de construction.

Remarque : Avant de poursuivre l'exercice, prendre connaissance du document "Mesurer des angles"
(D'après le manuel de CM2 de la collection Diagonale des Editions Nathan) en annexe P1

Question 3

Ecrire un programme de construction permettant de reproduire aux dimensions exactes la figure de l'activité d du document annexe P1 (figure codée ci-dessous)

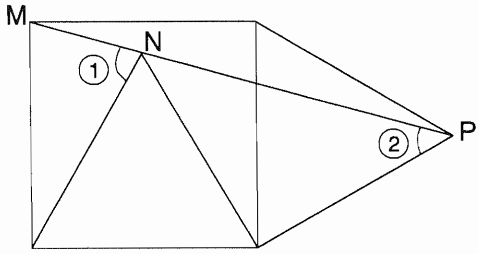


Question 4

Reproduire et compléter le tableau de l'activité c du document annexe P1.

Question 5

La figure de l'activité $\boxed{d}$ de l'annexe P1
a été reproduite ci-contre



a) Donner les mesures des angles (1) et (2) en fraction de "tour"
Justifier vos réponses.

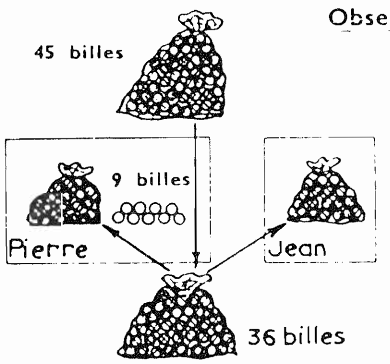
b) Démontrer que les points M, N et P sont alignés.

<u>EXERCICE 2</u> (3 points)

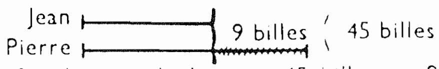
Un maître de CM2 utilise le document ci-dessous, extrait du manuel "le calcul quotidien", (CM - Fin d'études) - (Editions Nathan 1959), son objectif étant : **Elaborer une "démarche originale dans un véritable problème de recherche... ".**

PARTAGES INÉGAUX

I. Pierre et Jean ont à se partager 45 billes. Pierre doit avoir 9 billes de plus que Jean
Combien chaque enfant recevra-t-il de billes ?



Observons



2 fois la part de Jean → 45 billes — 9 billes

Part de Jean $\frac{45 - 9}{2}$ = 18 billes.

Part de Pierre 18 + 9 = 27 billes.

Vérification:

Somme 18 + 27 = 45.

Différence 27 — 18 = 9.

II. Trois rubans mesurent ensemble 4,75 m. Le second a 40 cm de plus que le premier et le troisième 50 cm de plus que le second. Quelle est la longueur de chaque ruban ?

Question 1

Résoudre le problème II du document "Partages inégaux", en utilisant la méthode suggérée par le schéma.

Question 2

Résoudre, en utilisant la méthode de votre choix, chacun des problèmes suivants :

a) Trouver deux nombres dont la somme est **149** et tels que la division du plus grand par le plus petit donne **11** comme quotient et **5** comme reste.

b) Trouver une suite de trois nombres proportionnelle à la suite (3 ; 4 ; 7) et telle que la somme de ses termes soit égale à **238**.

c) Trouver un nombre entier naturel de trois chiffres tel que :
- en permutant les chiffres des centaines et des unités, ce nombre diminue de **198**

- en permutant les chiffres des dizaines et des unités ce nombre augmente de **63**.

Y a-t-il, plusieurs solutions ? Justifier votre réponse.

DEUXIEME EPREUVE (4 points)

Voici deux problèmes proposés aux élèves lors de l'évaluation à l'entrée au CE2 en septembre 1996 ainsi que la production d'un groupe de 8 élèves d'une classe de ce niveau.

> **Objectif :** résoudre un problème à une opération.
>
> **Consignes de passation adressées aux maîtres.**
>
> Dites aux élèves : "**Je vous lis une fois l'énoncé**".
> Lisez successivement l'énoncé de chaque problème puis dites aux élèves :
>
> **"Si vous aviez besoin de brouillon, utilisez les cadres."**
> **"Vous écrirez ensuite votre réponse sur les pointillés."**
>
> Donnez 5 minutes pour résoudre les deux problèmes.

Question 1

Au vu des productions des élèves (annexes P2 et P3), quelles sont les compétences mises en jeu ? Vous semblent-elles conformes aux instructions officielles en vigueur ?
Justifier votre réponse.

Question 2

Analyser les travaux des élèves B, C, D et H en présentant vos résultats sous une forme synthétique.

Mesurer des angles

Avec les nombres...
Écrire en litres 12,5 cℓ   123 dℓ   0,9 dℓ

■ Sur une feuille de papier blanc, dessine les figures I, II et III en respectant les consignes données.

• Marque deux points I et J tels que IJ = 3 cm.

Trace le cercle de centre I passant par J et le cercle de centre J passant par I.

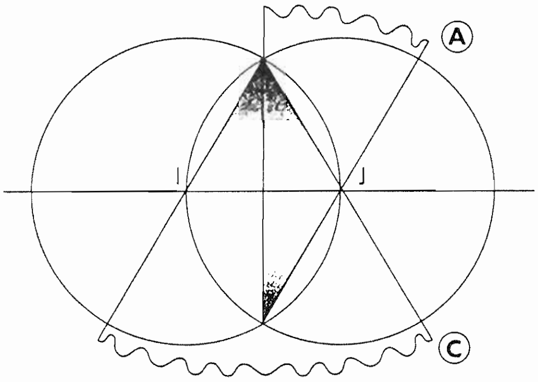


figure I

• À l'aide du compas, dessine un hexagone régulier.

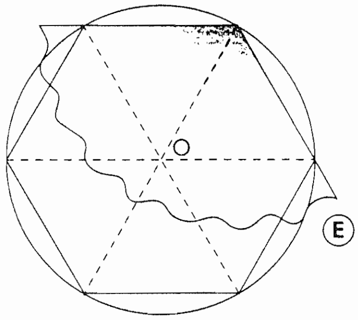


figure II

• Avec l'équerre et le double décimètre, dessine un carré de 3 cm de côté.

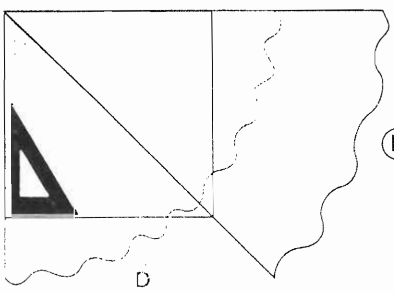
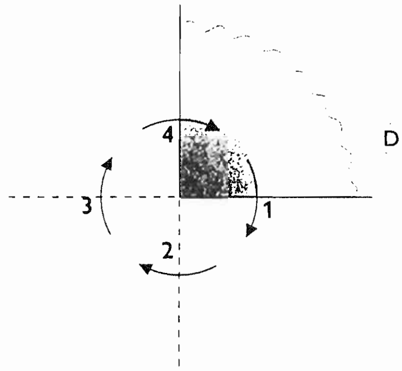


figure III

■ Sur un papier-calque, reproduis séparément les cinq angles A, C, E, B et D indiqués en couleurs sur les figures. Découpe-les. Tu obtiens ainsi cinq gabarits.

■ Observe bien le schéma ci-dessous :

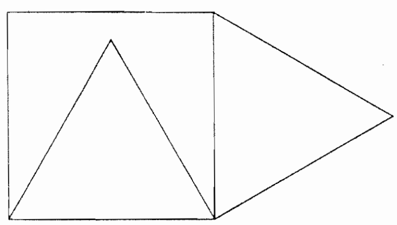


Il faut reporter quatre fois le gabarit D pour faire un tour complet.
L'angle D est égal à $\frac{1}{4}$ de tour complet.

Complète le tableau.

angle	A	B	C	D	E
nombre de fois pour faire un tour				4	
fraction de tour				$\frac{1}{4}$	

■ En t'aidant des cinq gabarits, trouve la valeur, en fraction de tour complet, des angles marqués en couleurs.



ANNEXE P2

a. Madame MARTIN va au cirque avec ses enfants.
Elle paie 180 F pour l'achat des billets.
À l'entracte, elle achète pour 36 F de friandises.
Quelle somme a-t-elle dépensée ?

b. Dans son album, Julien range 12 timbres par page.
5 pages sont déjà remplies.
Combien de timbres Julien a-t-il rangés ?

Elève

A

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

$$\begin{array}{r} {}^{1}\\ 180 \\ +\ 36 \\ \hline 216 \end{array}$$

Réponse : Elle a dépensée 216

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

$$\begin{array}{r} {}^{1}\\ 12 \\ \times\ 5 \\ \hline 60 \end{array}$$

Réponse : Il a rangé 60 timbres

B

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

Réponse : 216

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

Réponse :

C

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

$$\begin{array}{r} 180 \\ -\ 36 \\ \hline 156 \end{array}$$

Réponse : Elle a dépensée

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

$$\begin{array}{r} 12 \\ +\ 5 \\ \hline 17 \end{array}$$

Réponse : Il a rangés 17

D

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

$$\begin{array}{r} 180^{F} \\ -\ 36^{F} \\ \hline 156 \end{array}$$

Réponse : Elle à depensée 156 F

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

$$\begin{array}{r} 12 \\ -\ 5 \\ \hline 13 \end{array}$$

Réponse : il à rangés 13 timbre

E

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

$$\begin{array}{r} {}^{1}\\ 180 \\ +\ 36 \\ \hline 216 \end{array}$$

Réponse : Elle a dépensée 216

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 5 \\ \hline 54 \end{array}$$

Réponse : Il ~~en~~ a placé 54

ANNEXE P3

a. Madame MARTIN va au cirque avec ses enfants.
Elle paie 180 F pour l'achat des billets.
À l'entracte, elle achète pour 36 F de friandises.
Quelle somme a-t-elle dépensée ?

b. Dans son album, Julien range 12 timbres par page.
5 pages sont déjà remplies.
Combien de timbres Julien a-t-il rangés ?

F

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

180
+180
+ 36
396

Réponse : elle doit 296F

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

12
x 5
60

Réponse : Julien a rangé 60 timbres

G

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

180
+ 36
216

Réponse : Elle a dépensés 216F

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

Réponse : Il a rangé 17

H

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

24

180
180
180
+ 36
576

Réponse : Elle a utilisé 576F.

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer

Réponse : Il y en a 12 le rangé

SECOND VOLET (8 Points)

Voici la première séance sur la division euclidienne proposée dans une classe de CM1 de 25 élèves. L'objectif du maître est de repérer les procédures utilisées par ses élèves pour résoudre des situations de division.

Pour cela il se propose de faire résoudre un problème à ses élèves.

Le problème, écrit au tableau, est lu silencieusement par les élèves :

> Un aviculteur a ramassé 105 oeufs. Il les place dans des boîtes contenant chacune 12 oeufs.
>
> **Combien de boîtes peut-il remplir ?**
>
> **Tous les oeufs seront-ils rangés ?**

Le maître explique le mot "aviculteur" puis demande une reformulation de l'énoncé.

Il répartit ses élèves en 6 groupes.

Il indique qu'après un temps de travail individuel, chaque groupe devra choisir une méthode de résolution qui sera présentée à la classe par l'un de ses membres.

Il distribue alors à chaque groupe une grande feuille où le texte a été réécrit par ses soins. Lorsque tous les groupes ont terminé, un représentant de chacun d'eux présente le travail *.

Les enfants constatent que tous les groupes ont trouvé les mêmes résultats avec des procédures différentes. Les procédures sont comparées. Le maître dit aux élèves qu'ils viennent de traiter un problème de division et donne le vocabulaire spécifique : "quotient" et "reste".

(*) Vous trouverez en annexe DI les procédures des différents groupes de la classe.

Question 1

Caractériser les différentes phases de cette séance en indiquant notamment, pour chacune d'elles, le rôle du maître.

Question 2

Décrire la procédure de chaque groupe (Voir annexe Dl)

Question 3

Après avoir observé les procédures des groupes B, D, E et F, le maître se propose d'amener les élèves à améliorer la procédure du groupe F. Pour cela il veut modifier le problème de l'aviculteur.

a) Proposer un énoncé que pourrait utiliser le maître. Justifier votre proposition en explicitant les variables sur lesquelles vous avez agi.

b) Sur quelles autres variables didactiques* pourrait-on agir ?

(*) Une variable didactique est un élément de la situation que l'on peut modifier pour provoquer un changement qualitatif de procédure chez les élèves.

Question 4

Quelles autres compétences que celles visées par la séance sont nécessaires à la résolution des exercices 5, 7, 8 de l'annexe D2 page 91 ?

annexe D1

12 + 12 24 + 12 36 + 12 48 + 12 60 60 + 12 72 + 12 84 + 12 ~~96~~ ~~+ 12~~ ~~108~~ Il remplit 8 boîtes. Il reste 9 oeufs. Groupe A	105 - 12 93 81 - 12 69 57 - 12 45 33 - 12 21 93 - 12 81 69 - 12 57 45 - 12 33 21 - 12 09 8 boîtes sont remplies. 9 oeufs ne sont pas rangés. Groupe B	12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 72 72 + 12 84 + 12 96 ~~+ 12~~ ~~108~~ 96 + 9 = 105 Il y a 8 boîtes de 12 Il reste 9 oeufs. Groupe C
12 × 6 72 12 × 9 108 12 × 8 96 105 - 96 = 9 Il remplit 8 boîtes. Il reste 9 oeufs. Groupe D	105 - 12 93 - 12 69 - 24 45 45 - 24 21 - 12 9 Il y a 8 boîtes 9 oeufs ne sont pas rangés Groupe E	105 - 36 069 - 36 33 - 24 9 il peut remplir 8 boîtes. 9 oeufs vont rester. Groupe F

38 Division (2)

Prendre conscience que diviser a par b c'est comparer a aux multiples de b. Se familiariser avec le signe ⊦ de la division euclidienne

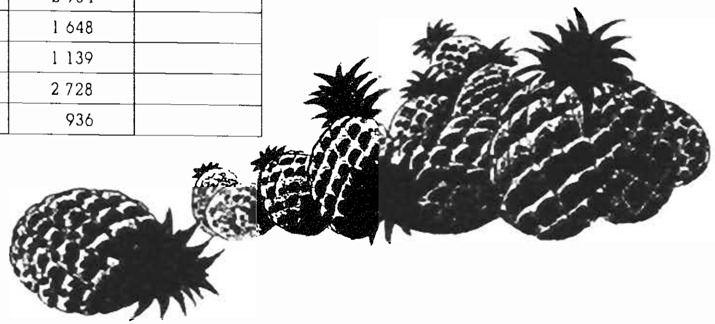
Découverte

« Opération ananas »

Monsieur Mathieu est responsable de l'emballage et de l'expédition des ananas cueillis à la plantation « La Belle Iloise ». Ces ananas sont regroupés par 12 dans chaque carton.
Voici le bordereau d'envoi rempli par monsieur Mathieu dans la semaine du 16 au 20 avril.
Monsieur Mathieu n'a pas eu le temps de compléter la dernière colonne.

Jours	Nombre d'ananas reçus	Nombre de cartons expédiés
lundi	2 984	
mardi	1 648	
mercredi	1 139	
jeudi	2 728	
vendredi	936	

Complète le tableau en faisant le moins de soustractions possible.



Exercices et problèmes

1 Voici la méthode utilisée par Maud pour calculer une division.

2 664		
− 1 200	→	100 fois
1 464		+
−	→	..... fois
264		+
− 120	→	10 fois
.....		+
−	→	..... fois
024		+
− 12	→	..... fois
.....		+
−	→	..... fois
0		..... fois
2 664 = 12 ×		

a/ Recopie et complète les calculs.
Retrouve :
- le dividende (le nombre à diviser) ;
- le diviseur (le nombre par lequel on divise) ;
- le quotient ;
- le reste.

b/ Pour diviser 2 664 par 12, Maud utilise certains multiples de 12. Lesquels ?

c/ Utilise la méthode de Maud pour calculer le quotient de 650 par 24. Puis compare avec la méthode de Marie (page 88).

CALCUL RÉFLÉCHI

Le nombre pensé

2 Complète.
18 × 10 = 18 × 100 = 18 × 1 000 =
Utilise la méthode de Maud pour résoudre ces divisions :
2 376 ⊦ 18 ; 432 ⊦ 18 ; 746 ⊦ 18

3 Complète.
27 × 10 = 27 × 100 = 27 × 1 000 =
Utilise la méthode de Maud pour résoudre ces divisions :
630 ⊦ 27 ; 11 208 ⊦ 27 ; 3 844 ⊦ 27

4 Pour la projection de ce soir, Claire range les 250 diapositives de la classe de neige dans des paniers. Chaque panier contient 36 diapositives.
Combien lui faudra-t-il de paniers ?

5 Le confiseur prépare des cornets de dragées pour un baptême. Il y a 23 dragées dans 100 g.
Combien fera-t-il de cornets avec 3 kg de dragées s'il en met 25 dans chacun d'eux ?

6 Le moto-cross de Vélizy a lieu sur une distance de 29 340 m. Chaque tour de circuit mesure 815 m.
Combien de tours les coureurs doivent-ils effectuer ?

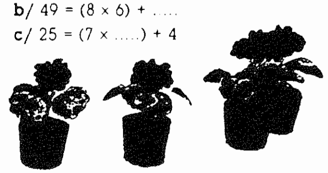
7 Combien faut-il de paquets de 25 cahiers pour que les 114 élèves de l'école aient chacun 3 cahiers ?

8 Les 108 enfants du centre de loisirs, accompagnés de 12 moniteurs, se rendent au cinéma. Dans la salle, chaque rangée comporte 13 fauteuils.
Combien de rangées le centre occupera-t-il ?

9 La bibliothèque municipale a prêté, au cours de l'année passée, 54 000 ouvrages. Il y a 4 500 abonnés.
Quel est, en moyenne, le nombre d'ouvrages lus par chaque abonné ?

10 Le fleuriste a acheté pour 360 F de géraniums.
Combien cela fait-il de pots ?

11 Voici des égalités incomplètes. Trouve un énoncé correspondant à chacune d'entre elles.
a/ ..... = (10 × 5) + 7
b/ 49 = (8 × 6) + ...
c/ 25 = (7 × .....) + 4



CALCUL RAPIDE

1. Observe les exemples et continue.

a/
..... < 4 632 < .....
..... < 874 < .....
..... < 12 428 < .....

b/
..... < 14 736 < .....
..... < 27 316 < .....
..... < 3 645 < .....

2. Observe et continue : 8 192 ; 4 096 ; 2 048 ; .....

DÉCOUVERTE

ANNEXE D3

Nouvel Objectif Calcul
CM1 Hatier
Livre du maître
Division 2

- Exploration collective

Laisser les enfants découvrir la situation.
Consigne : « À vous de terminer le travail de monsieur Mathieu. Vous avez vu dans l'activité précédente que certains multiples du diviseur étaient plus faciles à utiliser que d'autres. À vous de les choisir pour diminuer le nombre de soustractions à effectuer. »
Bien mettre en évidence ce qui est nouveau dans cette consigne, « faire le moins de soustractions possibles », afin :
— d'orienter le choix de la stratégie de résolution vers celle qui est la plus économique des stratégies déjà disponibles ;
— d'inventer ou d'affiner une démarche répondant à cette contrainte.

- Travail individuel ou en groupe

Un travail de groupe organisé par le maître permettra de répartir les divisions du tableau.

- Mise en commun

L'analyse des productions doit permettre :
— de privilégier l'utilisation des produits du type 12×10^n ;
— d'observer que, néanmoins, certains produits du type 12×10^n permettent d'économiser les calculs ;
— de trouver que, pour pouvoir organiser les calculs, il serait nécessaire de savoir par avance quel est le plus grand multiple de 12×10^n que l'on peut retrancher du dividende.

- Correction

Lundi	2 984	248
Mardi	1 648	137
Mercredi	1 139	94
Jeudi	2 728	227
Vendredi	936	78

Conclure avec les enfants

Certains multiples du diviseur sont intéressants à utiliser car leur calcul est immédiat : ceux qui sont 10, 100, 1 000... fois plus grands que le diviseur.

EXERCICE 1

Réinvestir les démarches appliquées dans la découverte à partir d'une nouvelle situation.

L'exercice peut être mené collectivement pour :
— repréciser le vocabulaire spécifique à la division ;
— expliciter les phases intermédiaires qui apparaissent dans la démarche ;
— constater qu'il s'agit d'une division exacte puisque le reste est nul.
La dernière consigne renvoie à un travail individuel qui permet d'évaluer le degré de familiarisation de l'enfant avec la démarche.
La comparaison avec la méthode utilisée dans l'exercice 1 page 88 du manuel peut se faire au moment de la correction collective.
Garder un affichage de cet exercice.

EXERCICES 2 ET 3

Appliquer les démarches qui ont été privilégiées dans la découverte.

- Travail individuel en répartissant les divisions dans la classe, puis correction collective

Insister sur l'explicitation orale de la démarche.

EXERCICES 4 À 10

Même objectif sur des situations abordant des thèmes variés.
Au maître de choisir parmi ce qui est proposé.
Garder certains exercices pour un travail d'entretien des connaissances ou de soutien.
Dans chaque exercice, il est important de faire écrire la division sous la forme : $D = (d \times q) + r$, de vérifier que r est inférieur à d et de faire expliciter les réponses aux problèmes.

- Correction

Exercice 4 : $250 = (36 \times 6) + 34$ et $34 < 36$. Il faut donc 6 paniers + 1 partiellement rempli, soit 7 paniers.

Exercice 5 : nombre de dragées dans 3 kg = 690 (23×30).
$690 = (25 \times 27) + 15$ et $15 < 25$. Le confiseur remplit 27 cornets. Il lui reste 15 dragées.

Exercice 6 : $29\,340 = 815 \times 36$. La division est exacte. Les coureurs doivent effectuer 36 tours.

Exercice 7 : nombre de cahiers nécessaires = $114 \times 3 = 342$
$342 = (25 \times 13) + 17$ et $17 < 25$. Il faut 13 paquets complets + 1 incomplet, soit 14 paquets.

Exercice 8 : nombre de personnes allant au cinéma = $108 + 12 = 120$
$120 = (13 \times 9) + 3$ et $3 < 13$. Le centre occupera 9 rangées et 3 sièges sur la 10e rangée.

Exercice 9 : $54\,000 = 4\,500 \times 12$. La division est exacte. En moyenne, chaque abonné lit 12 livres.

Exercice 10 : $360 = 45 \times 8$. Le fleuriste a acheté 8 bacs de géraniums. Cela fait $8 \times 12 = 96$ pots de géraniums.

- Conclusion

Dans ces situations de division, les réponses aux questions posées peuvent être données soit par le quotient, soit par le reste, soit par un nombre obtenu en ajoutant 1 au quotient.

EXERCICE 11

Créer un énoncé de problème se résolvant par une division.

- Exploration collective

S'assurer que le sens des différents termes d'une situation de division est bien acquis par tous.

- Travail individuel ou par groupe de deux

- Lecture collective pour une critique justifiée des productions

ACADÉMIE DE LYON

PREMIER VOLET

PREMIERE PARTIE (8 points)

EXERCICE 1

Toutes les constructions nécessaires sont à faire à la règle graduée et au compas. Les traits de construction devront rester apparents.

1) Construire un triangle ABC tel que BC = 6 cm , $\widehat{ABC} = 60°$ et $\widehat{ACB} = 30°$.

2) Soit D le symétrique de B par rapport à A. Montrer que la droite (AC) est la médiatrice du segment [BD]

3) Quelle est la nature du triangle BCD ?

4) Soit E le symétrique de D par rapport à C. Quelle est la nature de chacun des triangles BCE et BDE ?

EXERCICE 2

Dans cet exercice on ne considère que des entiers naturels.

1) Montrer que la somme de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de trois.

2) Soit N un nombre somme de quatre entiers consécutifs. Montrer que N-2 est multiple de 4. Avec quelle condition sur N la réciproque est-elle vraie ?

3) La somme de 51 nombres entiers consécutifs est 1785, quels sont ces nombres ?
(Indication : on rappelle que pour tout entier p , on a $1+2+ ... +p = p(p+1)/2$).

DEUXIEME PARTIE (4 points) - Analyse de travaux d'élèves

Dans une activité préliminaire un maître a demandé à des élèves de seconde année de cycle 3 d'écrire trois nombres qui se suivent ; tous les élèves ont répondu correctement à cette question.
Le maître leur a ensuite posé l'exercice suivant :

Je pense à trois nombres <u>qui se suivent</u>.
Lorsque je les additionne cela fait 42, quels sont ces nombres ?

Les réponses des élèves sont sur le document 1 (feuillets 3 et 4). C'est sur ces réponses que portent les questions suivantes.

1) Identifier et analyser les types de procédures utilisées par les élèves. On mettra en particulier en évidence les connaissances et compétences utilisées pour chacune d'elles.

2) Identifier et analyser les types d'erreurs et difficultés qui apparaissent dans ces différentes productions, en faisant des hypothèses sur leur origine.

SECOND VOLET (8 points) - Analyse de séquence

Un ouvrage pour les enseignants de CE2 (ERMEL, Hatier, 1995) propose une suite de situations pour l'approche de la division. On trouvera en annexe les documents suivants :

- le document 2 (feuillet 5) fournit l'ensemble des situations utilisées
- le document 3 (feuillet 6) décrit la mise en oeuvre de la situation 3
- le document 4 (feuillet 7) est une feuille "de résolution" utilisée dans la situation 2
- le document 5 (feuillet 8) est une feuille "de résolution" utilisée dans la situation 3
- le document 6 (feuillet 9) fournit une typologie des problèmes de "type multiplicatif"

Questions *(on rappelle que toutes les réponses doivent être argumentées)*

1) Classer les différents problèmes proposés dans le document 2 en utilisant la typologie jointe en annexe (document 6, feuillet 9).

Dans la suite on s'intéresse à la situation 3 "les pirates".

2) Indiquer différents types de procédures correctes que des élèves de CE2 peuvent mettre en oeuvre pour la résolution du problème avec les données : 344 pièces et 8 pirates.

3) On appelle "variable didactique" d'une situation tout élément de la situation que l'enseignant peut faire varier de façon à entraîner des changements de procédures chez les élèves.

Pour une situation du type "Pirates" (partage d'un nombre de pièces d'or entre des pirates), quelles sont les principales variables didactiques ? Formuler 3 problèmes relatifs à la situation "Pirates", en précisant comment les valeurs choisies pour les variables didactiques peuvent conduire les élèves à utiliser des procédures de résolution de types différents.

4) Quelles peuvent être les fonctions de la feuille "de résolution" (document 5) proposée dans la 1ère séance de l'activité "Pirates" (document 3) ?

5) Cette question concerne la mise en oeuvre proposée pour la situation 3 (document 3).
En analysant les choix faits par l'enseignant, préciser ce que celui-ci peut mettre en évidence avec les élèves à la fin de chaque mise en commun.

DOCUMENT 1

Elève A

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
$\cancel{14}+\cancel{14}+\cancel{14} = 42$ $42 \div 3$: 42 | 3 ; 12 | 14 ; 0 $42 - 14 = 28$ $13 + 14 + 15 = 42$	~~14 + 14 + 14 = 42~~ $13 + 14 + 15 = 42$

Elève B

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
$18 + 19 + 20 = 57$ ~~16~~ + $19 + 20 + 21 = 60$ $9 + \cancel{10 +} 11 = 30$ (suite) $10 + \cancel{11 +} 12 = 33$ $14 + \cancel{15 +} 16 = 45$ $12 + \cancel{13 +} 14 = 39$ $13 + 14 + 15 = 42$	$13 + 14 + 15 = 42$

Elève C

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
j'ai fait $42 \div 3 = 14$ et j'ai enlever 2 a 14 et je l'ai ajouter a un autre 14	$16 + 14 + 12 = 42$

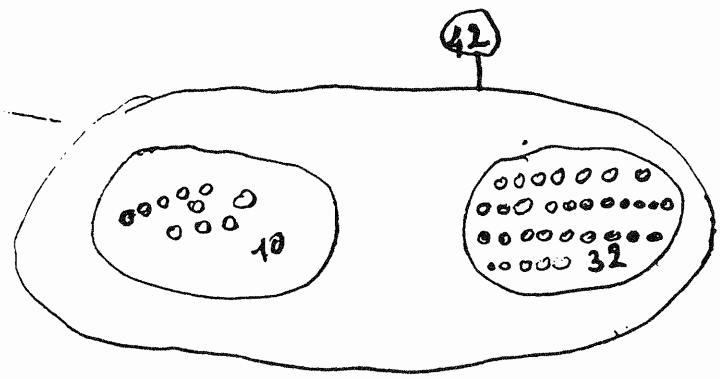
Elève D

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
$15 + 16 + 17 = 48$ $17 + 18 + 19 = 4$ $18 + 19 + 20 = 47$ 19, 20 $10 + 13 + 19 = 42$ $12 + 13 + 14 = 39$ 10, 11 10, 11, 7 10, 20 $10 + 11 + 12 = 32$ 12, 13, 14	$10 + 13 + 19 = 42$

Elève E

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
$\begin{array}{r} 20 \\ +\ 11 \\ +\ 11 \\ \hline 42 \end{array}$	$20+11+11=42$

Elève F

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
	$\begin{array}{r} 10 \\ +\ 32 \\ \hline 42 \end{array}$

DOCUMENT 2 : Les situations

Situation 1 : Le rectangle

Matériel : pour chaque élève, une bande rectangulaire quadrillée de 12 carreaux en largeur sur 54 carreaux en longueur (cette dernière donnée n'étant pas précisée aux élèves). Les calculettes sont disponibles.

Consigne : "*Où faut-il découper la bande donnée pour obtenir un rectangle de 444 carreaux ?* "

La même activité est ensuite reprise avec la demande de 559 carreaux sur une bande de 13 carreaux de large, puis 682 carreaux sur une bande de 11 carreaux de large.

Situation 2 : Les oeufs

Matériel : feuilles "de résolution" (Cf. document 4, feuillet 7)

Consigne : "*Découpez dans la feuille ce qu'il faut de boîtes pour que l'on puisse ranger 96 oeufs exactement. Les boîtes doivent être découpées d'un seul tenant, pas une par une. Vous devrez vérifier vous-même l'exactitude de votre réponse*".

La même activité est reprise avec 204 oeufs, puis 500 oeufs. Mais les feuilles "de résolution" ne sont plus disponibles (sauf pour les élèves en grande difficulté).

Situation 3 : Les pirates

Matériel : feuilles "de résolution" (Ci document 5, feuillet 8).

Consigne : "*Vous devez partager 344 pièces d'or entre 8 pirates de manière que chacun en reçoive autant. Ecrivez dans les cassettes ce que chaque pirate recevra, chaque pirate doit en avoir autant et il faut chercher à partager toutes les pièces*".

La même activité est reprise avec 1 380 pièces et 4 pirates, puis 3 268 pièces et 12 pirates.
Mais les feuilles "de résolution" ne sont plus disponibles (sauf pour les élèves en grande difficulté).

Situation 4 : Les achats

Il s'agit de résoudre des "problèmes d'achat" du type suivant :
Achat 1 : "*Combien de parts de tarte à 9 F l'une, peut-on acheter avec 300 F ?* "
Achat 2 : "*On a acheté 15 atlas et on a payé 1 335 F ; quel est le prix d'un atlas ?* ".

DOCUMENT 3 : Mise en oeuvre de la situation 3 "Les pirates"

Un enseignant utilise dans sa classe cette situation en l'aménageant selon le scénario décrit ci-après.

1ère séance :
Résolution du problème, avec 344 pièces et 8 pirates, la feuille "de résolution" (document 5) étant disponible pour les élèves.
Après une résolution individuelle, le maître organise une mise en commun : inventaire des réponses et des différents types de procédures utilisées, identification des erreurs.

2ème séance :
Résolution du problème, la classe étant partagée en deux groupes :
- les élèves du groupe A ont à résoudre le problème avec 1 380 pièces et 4 pirates
- les élèves du groupe B ont à résoudre le problème avec 1 320 pièces et 8 pirates.
La feuille "de résolution" n'est plus disponible.
Par deux, les élèves de chaque groupe doivent résoudre le problème, puis compléter une petite fiche du type :

groupe A	groupe B
noms des élèves :	noms des élèves :
1 380 pièces *4 pirates*	*1 320 pièces* *8 pirates*
nombre de pièces par pirate :	nombre de pièces par pirate : ....

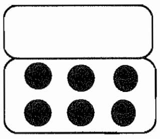
Après la phase de résolution, les fiches complétées sont échangées entre élèves des groupes A et B (un couple d'élèves du groupe A échange sa fiche avec un couple d'élèves du groupe B). Les récepteurs sont invités à vérifier les réponses indiquées sur la fiche.
Une mise en commun a ensuite lieu en deux temps :
- les groupes récepteurs sont d'abord invités à indiquer s'ils sont ou non d'accord avec les réponses figurant sur les fiches reçues et à confronter les méthodes utilisées pour vérifier les réponses ;
- les différentes procédures de résolution sont ensuite recensées, confrontées à celles utilisées lors de la 1ère séance et discutées du point de vue de leur efficacité et de leur économie.

3ème séance :
Résolution du problème avec 3 268 pièces et 12 pirates, par groupes de deux élèves. La feuille de résolution n'est pas disponible.
L'enseignant demande d'abord à chaque groupe de compléter le tableau suivant :

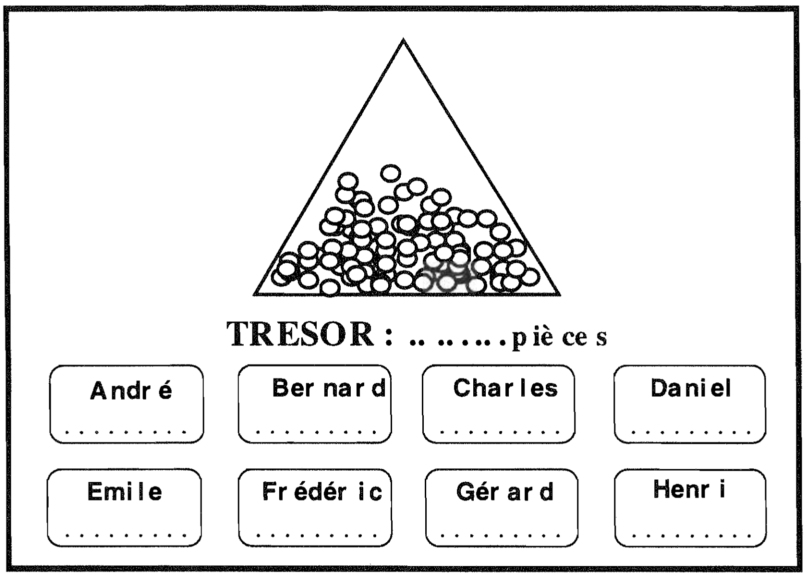
1 x 12 =	2 x 12 =	3 x 12 =	4 x 12 =	5 x 12 =	6 x 12	7 x 12 =	8 x 12 =	9 x 12 =
10 x 12 =	20 x 12 =	30 x 12 =	40 x 12	50 x 12 =	60 x 12	70 x 12 =	80 x 12 =	90 x 12 =
100 x 12 =	200 x 12 =	300 x 12 =	400 x 12	500 x 12 =	600 x 12	700 x 12 =	800 x 12 =	900 x 12 =

Le problème est ensuite résolu. Puis une nouvelle mise en commun est organisée pour confronter les procédures utilisées.

DOCUMENT 4 : Feuille "de résolution" de la situation 2 "Les oeufs"

	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré
Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré
Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré
Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré
Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré
Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré
Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré
Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré
Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré
Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré	Ferme du Grand Pré

DOCUMENT 5 : Feuille "de résolution" de la situation 3 "Les pirates"



DOCUMENT 6 : Classes de problèmes de type multiplicatif

(D'après Gérard Vergnaud, " L'enfant, la mathématique et la réalité ", Peter Lang éditeur, 1981).
De nombreuses classes de problèmes peuvent être dégagées selon la forme de la relation multiplicative, le caractère discret ou continu des quantités en jeu, les propriétés des nombres utilisés, etc. Nous nous contenterons ici de distinguer les principales classes de problèmes.

I-ISOMORPHISME DE MESURES

L'isomorphisme de mesures met en jeu quatre quantités, mais dans les problèmes les plus simples, l'une de ces quantités est égale à un. Dans ce cas, selon que l'inconnue x est l'une ou l'autre des trois autres quantités, il y a les trois grandes classes de problèmes schématisées ci dessous.

(M1) Multiplication	**(D1)** Division : recherche de la valeur unitaire	**(D2)** Division : recherche de la quantité d'unités
1 -----> a b -----> x	1 --------> x b -------> c	1 -------> a x -------> c

II - PRODUIT DE MESURES

La deuxième grande forme de relation multiplicative, le produit de mesures, permet de distinguer deux classes de problèmes :
(M2) Multiplication : trouver la mesure-produit connaissant les mesures élémentaires.
(D3) Division : trouver l'une des mesures élémentaires, connaissant l'autre et la mesure produit.

III - CAS D'UN SEUL ESPACE DE MESURES

Commençons par un exemple :
Il faut 2 mètres de tissu pour faire une jupe. Il en faut trois fois plus pour faire un ensemble. Il faut donc 6 mètres pour faire un ensemble.

Cet exemple met en jeu une correspondance sans être pour autant un isomorphisme de mesures. Il n'y a en effet qu'une catégorie de mesures, les mètres de tissu, et la correspondance est établie non pas entre quatre quantités mais entre deux quantités d'une part et deux objets ("jupe" et "ensemble") d'autre part.
Le nombre 3 représente un opérateur, désigné verbalement par le mot "fois". Les expressions linguistiques " trois fois plus ", " trois fois moins " sont inévitablement présentes dans l'énoncé de cette forme de relation.
Voici les trois schémas possibles :

(M3) Multiplication	**(D4)** Division : recherche d'une mesure	**(D5)** Division : recherche d'un scalaire
jupe -----> 2 x 3 ensemble -----> x	jupe --------> x x 3 ensemble -------> 6	jupe -------> 2 x x ensemble -------> 6

ACADEMIE DE MONTPELLIER

PREMIER VOLET (12 POINTS)

1ère partie (8 points)

EXERCICE 1

Le plus grand des nombres qui s'écrivent en **base dix** avec deux chiffres est 99.

1) Quelle est l'écriture en **base dix** du plus grand des nombres qui s'écrivent en **base huit** avec deux chiffres ?

2) Quelle est l'écriture en **base dix** du plus grand des nombres qui s'écrivent en base douze avec deux chiffres ?

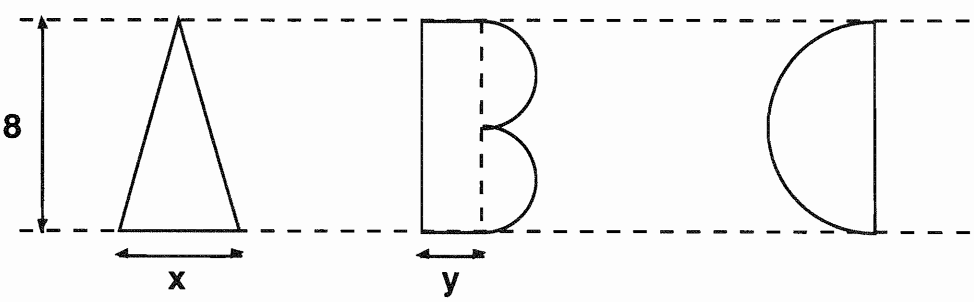
3) Si n est un entier naturel strictement supérieur à 1, le plus grand des nombres qui s'écrivent en **base n** avec un seul chiffre est le nombre (n-1) .

a) Déterminer le plus grand des nombres que l'on peut écrire en base n avec deux chiffres.

b) Quel est le plus petit entier n pour lequel le nombre 224 (écrit en **base dix**) s'écrira en **base n** avec deux chiffres ?

EXERCICE 2

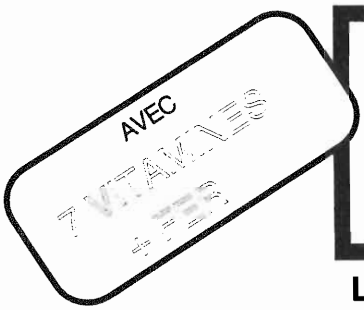
Un fabriquant de panneaux publicitaires représente les trois lettres A, B, C par les trois surfaces suivantes dont les mesures sont exprimées en centimètres :



La hauteur commune est égale à 28 . Le "A" est un triangle isocèle de base x .
Le "B" est formé d'un rectangle de largeur y et de deux demi-disques de même diamètre. Le "C" est un demi-disque.

Calculer les valeurs exactes de x et y (avec π) pour que les trois surfaces aient la même aire.

EXERCICE 3



LE MUESLI, MÉLANGE CROUSTILLANT DE CÉRÉALES ET DE FRUITS SECS ENRICHIS EN 7 VITAMINES ET EN FER

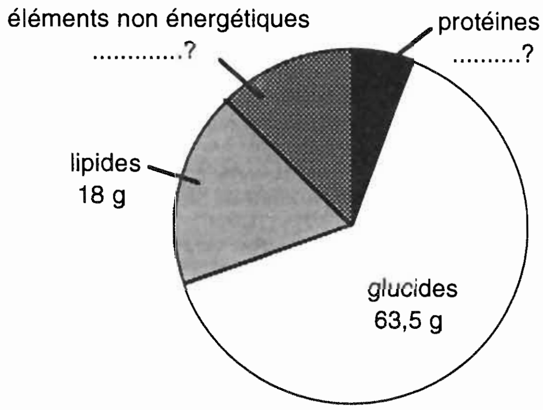
LE PETIT DÉJEUNER EST UN REPAS ESSENTIEL POUR BIEN COMMENCER LA JOURNÉE

30 g de muesli croustillant dans 100 g de lait donnent un excellent petit déjeuner énergétique.

- Les 30 g de muesli assurent 1/4 des apports quotidiens recommandés en vitamines du groupe B.
- Les 100 g de lait entier apportent protéines, calcium, phosphore et vitamines A et D.

INFORMATIONS NUTRITIONNELLES

moyenne pour 100 g de muesli



Valeur énergétique :
1840 kilojoules (440 kcal)

		30 g de Muesli
Protéines		1,8 g
Glucides		.........?
Lipides		5,4 g
Valeur énergétique	kJ	552
	kcal	.........?

Certains renseignements ont disparu de cette étiquette d'un paquet de céréales.

1) Quelle est la masse de protéines contenues dans 100 grammes de muesli ?
2) Quelle est la masse de glucides contenus dans 30 grammes de muesli ?
3) Quelle est la valeur énergétique de 30 grammes de muesli en kilocalories (kcal) ?
4) Quelle est la masse des éléments non énergétiques contenus dans 100 grammes de muesli ?
5) La répartition des composants du muesli est donnée par le diagramme circulaire.
En donner une représentation par un diagramme en bâtons.

EXERCICE 4 : Analyse de travaux d'élèves

Cet exercice est proposé à des élèves de CMI. L'énoncé en est le suivant :
"Un Père Noël en chocolat est vendu 15,25 F. J'en achète dix. Quel est le prix total ? "
Les réponses de huit élèves (A, B, C, D, E, F, G et H) sont données en annexe 1. (p. 6/8 et 7/8)

1) Analyser les productions des six élèves A, B, C, D, E et F. Pour cela :
   a) indiquer les procédures employées par chacun de ces six élèves,
   b) identifier les erreurs éventuelles (à caractère mathématique) et émettre des hypothèses sur les origines de ces erreurs.

2) On demande ensuite aux élèves d'énoncer une règle pour calculer le produit d'un décimal par 10 à partir du problème précédent. Les deux élèves G et H ont répondu à cette question.
   a) Dans le travail de l'élève G, l'opération est juste, la règle est correctement énoncée, et pourtant opération et règle ne se correspondent pas exactement. Comment expliquer cela ? (on donnera une hypothèse vraisemblable).
   b) Commenter la règle énoncée par l'élève H.

SECOND VOLET

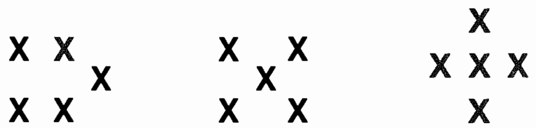
Le travail demandé repose sur un document joint en annexe 2 : il s'agit des pages 82 et 83 du manuel de CE1, "OPTIMATH" (Hachette, 1996, 154 pages). Pour ces activités, les élèves ne disposent pas de calculatrice.

Remarques préliminaires importantes : ce document a été précédé de quatre pages consacrées à l'introduction de la multiplication. Les élèves sont censés y avoir appris :
(1) - que le nombre d'éléments de collections organisées,

soit en rangées et colonnes comme dans l'exemple ci-contre:

O O O O O
O O O O O
O O O O O

soit en sous-groupes équipotents comme dans l'exemple ci-contre:



peut s'écrire de diverses manières :

3 x **5** ou **5** x **3** ou **5** **+5** + **5** ou encore **3** + **3** + **3** + **3** + **3** ;

(2) - que le calcul d'un produit peut se ramener à celui d'une somme ;
(3) - que la multiplication est commutative ;
(4) - que pour calculer des produits à l'aide d'additions, certains calculs sont plus commodes que d'autres.

Les élèves connaissent aussi les nombres de 0 à 1000.

On écartera toute autre connaissance sur la multiplication.

Questions :

1) À propos de l'encadré "**Observe et complète**" :
   a) Quels rôles joue cette activité par rapport aux cinq problèmes posés ?
   b) En quoi se distingue-t-elle des cinq problèmes ?
   c) Produire plusieurs écritures additives possibles pour le nombre de fenêtres.

d) Indiquer deux procédures exactes , de natures différentes, que les élèves peuvent mettre en oeuvre pour trouver le nombre de fenêtres.

2) À propos du "**PROBLÈME 1**" :
Les auteurs du manuel demandent aux élèves d'écrire le nombre de bouteilles sous forme additive, puis d'effectuer le calcul à l'aide d'un arbre dont un exemple apparaît au paragraphe " Je sais " de la page 83 du livre.
On suppose qu'un élève a écrit : **6 + 6 + 6 + 6 + 6 .**
a) Expliciter l'arbre correspondant à un calcul de proche en proche à partir de la gauche.
b) Imaginer une autre manière d'effectuer ce calcul.
Expliciter l'arbre correspondant.

3) À propos du "**PROBLÈME 2**" et du "**PROBLÈME 3**" :
a) Indiquer une procédure (réaliste pour un élève de CE1) qui dispose d'une écriture additive pour trouver le nombre de timbres.
b) Exprimer, à partir de ces deux problèmes, deux hypothèses sur ce qu'on pourrait appeler une forme additive " facile à calculer".
c) Pour chacune de ces hypothèses, proposer un exemple de produit qui la privilégie par rapport à l'autre.

4) À propos du " **PROBLÈME 4** " et du " PROBLÈME 5 " :
a) Comparer les tâches demandées aux élèves dans ces deux problèmes par rapport à celles demandées dans le **PROBLÈME 2** et dans le **PROBLÈME 3.**
b) Ces problèmes auraient-ils pu être posés tels quels avant l'introduction de la multiplication? (on pourra se référer aux remarques préliminaires). Argumenter.

ANNEXE1 (Exercice 4 - Analyse de travaux d'élèves)

Élève A

10 x 15 = 150f
10 x 25 = 250c — 2,50f
150f + 2,50f = 152,50f
152,50f

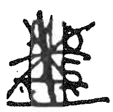
Les pères Noël coûtent
150,50f

Élève B

```
   15,25
x     10
--------
   00,00
+ 15,25
--------
  152,50
```

Les pères noëls coutent 152,50f

Élève C



15,25 x 10 = 150,25
Les père Noël coûtent 150, 25F

Élève D

15,25c x 10 = 150250c

Élève E

Solution 10 x 15,25f = 152,50f
Les 10 pères Noël coûte 152,30f en tout.

Élève F

5 2 5
15,25
+15,25
+15,25
+15,25
15,25
15,25
15,25
15,25
15,25
15,25
————
152,50

Le Père Noel coûte 152,50 f.

15 x 10 = 150
25 x 10 = 250
————
400

Élève G

15, 25 x 10 = 152 , 50
Il faut faire sauter la virgule vers la droite d'un chiffre

Élève H

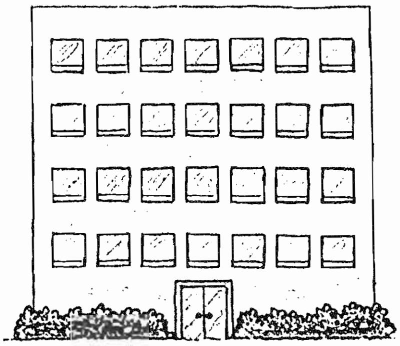
J'explique : On recopie le nombre sans virgule. On mets la virgule après le 2 : 1525 on rajoute le zéro. 152, 50

ANNEXE2

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

Problèmes multiplicatifs

OBSERVE ET COMPLÈTE...



Il y a ____ étages.

Il y a ____ fenêtres par étage.

Il y a | ____ x ____ | fenêtres.

Écris le nombre de fenêtres sous forme additive et calcule :

____

Il y a ____ fenêtres.

PROBLÈME 1

Au supermarché, les bouteilles de lait sont vendues par lot de 6.
La maman de Benjamin achète 5 lots.
Combien a-t-elle acheté de bouteilles de lait ?

Complète : La maman de Benjamin a acheté | ____ x ____ | bouteilles de lait.

a. Écris le produit sous une forme additive :

____

b. Calcule en utilisant un arbre :

Réponds : La maman de Benjamin a acheté ____ bouteilles de lait.

PROBLÈME 2

Cathy et ses camarades sont en classe de neige.
Pour qu'ils puissent écrire à leurs parents, la maîtresse achète les timbres.
À la poste, on lui donne 8 rangées de 10 timbres.

Écris le nombre de timbres sous une forme multiplicative : ______________

Écris ce nombre sous une forme additive facile à calculer :

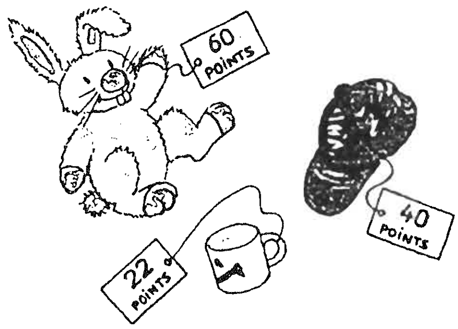
____

Calcule : ______________________

Complète : La maîtresse a acheté ____ timbres.

PROBLÈME 3

Quand il fait le plein du réservoir de sa voiture, le papa de Jérémie reçoit une vignette de 3 points cadeau.



Jérémie compte 20 vignettes.

Écris le total des points sous forme multiplicative :

____

Calcule de la manière qui te semble la plus facile :

____

Quel cadeau Jérémie peut-il choisir avec ses points ?

Réponds : ______________________________

PROBLÈME 4

Au distributeur automatique de billets,
la maman de Laure a appuyé sur la touche 800 F.
La machine sort 4 billets de 200 F.
Vérifie par le calcul s'il n'y a pas une erreur :

____

Réponds par une phrase : ______________________________

PROBLÈME 5

Pour fêter son anniversaire, Anne achète 6 paquets de caramels.
Chaque paquet contient 20 caramels et coûte 15 francs.
Combien Anne a-t-elle dépensé ?

Calcule : ______________________________

Réponds par une phrase : ______________________________

Combien de caramels pourra-t-elle distribuer ?

Calcule : ______________________________

Réponds par une phrase : ______________________________

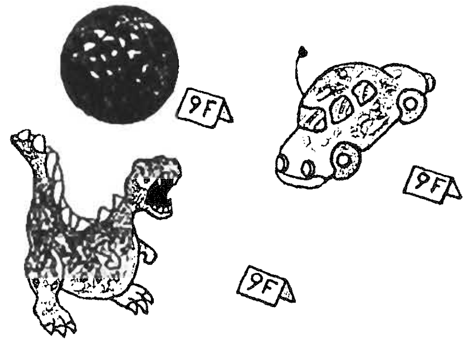
je sais...

- **représenter une situation sous forme :**
  - **additive : 9 + 9 + 9**
  - **multiplicative : 9 × 3 ou 3 × 9**
- **calculer en regroupant les nombres :**

9 + 9 + 9

____ + 9

____



ACADEMIE DE NANCY-METZ

PREMIER VOLET

PREMIERE PARTIE : (8 points)

EXERCICE 1 :

Obélix refusait d'utiliser la numération imposée par l'envahisseur romain et employait la numération positionnelle décimale.
Un jour qu'il avait livré 18 somptueux menhirs, il inscrivit sur une tablette d'argile le montant de la somme recueillie. Mais Idéfix, qui passait par là, gratta la tablette avant qu'elle ne soit sèche et seul le chiffre des centaines resta lisible : un superbe 5.
Obélix tenta de lire les autres chiffres, mais en vain. Il essaya ensuite de les retrouver, toujours sans succès. Il se souvint alors que :
(1) Tous les menhirs étaient au même prix.
(2) Le prix , en sesterces, d'un menhir était un nombre entier compris entre 70 et 90.
(3) Le chiffre des unités du prix total des 18 menhirs était inférieur à 5.
(4) Le chiffre des dizaines du prix total des 18 menhirs était supérieur à 5.
Ces informations permirent à Astérix d'effectuer de savants calculs et de retrouver (enfin !.....) le nombre partiellement effacé.

Retrouvez les calculs effectués par Astérix, ainsi que le prix des 18 menhirs.

EXERCICE 2 :

Soit MNP un triangle équilatéral de côté a.

1 - On appelle m le milieu du côté [NP].
1.1 Montrez que la droite (Mm) est perpendiculaire à la droite (NP).
1.2 Calculez, en fonction de a, la longueur du segment [Mm].
1.3 Calculez, en fonction de a, l'aire du triangle MmP.

2 - Soit P' le symétrique de P par rapport à M, N' le symétrique de N par rapport à P.
On trace le cercle e de centre N et de rayon NP' ; il coupe [NN'] en K. On appelle V le domaine limité par l'arc $\overset{\frown}{KP'}$ du cercle e qui n'est pas dans le même demi-plan de bord (PP') que N, le segment [P'P] et le segment [PK].
2,1 Montrez que le triangle P'NP est rectangle en N.
2.2 Calculez, en fonction de a, l'aire du triangle P'NP.
2.3 Calculez, en fonction de a, l'aire du domaine V.

DEUXIEME PARTIE : (4 points)

Le maître d'une grande section de maternelle a distribué à ses élèves le document de l'Annexe 1 .

A l'issue du travail, cinq des enfants ont réalisé les productions reproduites dans l'Annexe 2.

1) Quels étaient les objectifs mathématiques du maître ?

2) D'après les productions (Annexe 2), quels sont les différents éléments de la tâche demandée aux élèves ?

3) Analysez et commentez ces productions.

SECOND VOLET (8 points)

Le document à analyser se compose d'une séquence formée de deux pages consécutives extraites d'un manuel de l'élève, niveau CE2 (Annexe 3 et Annexe 4).
On suppose que le maître suit exactement la progression proposée par ce manuel.

1) Précisez les intentions pédagogiques des auteurs pour cette séquence.

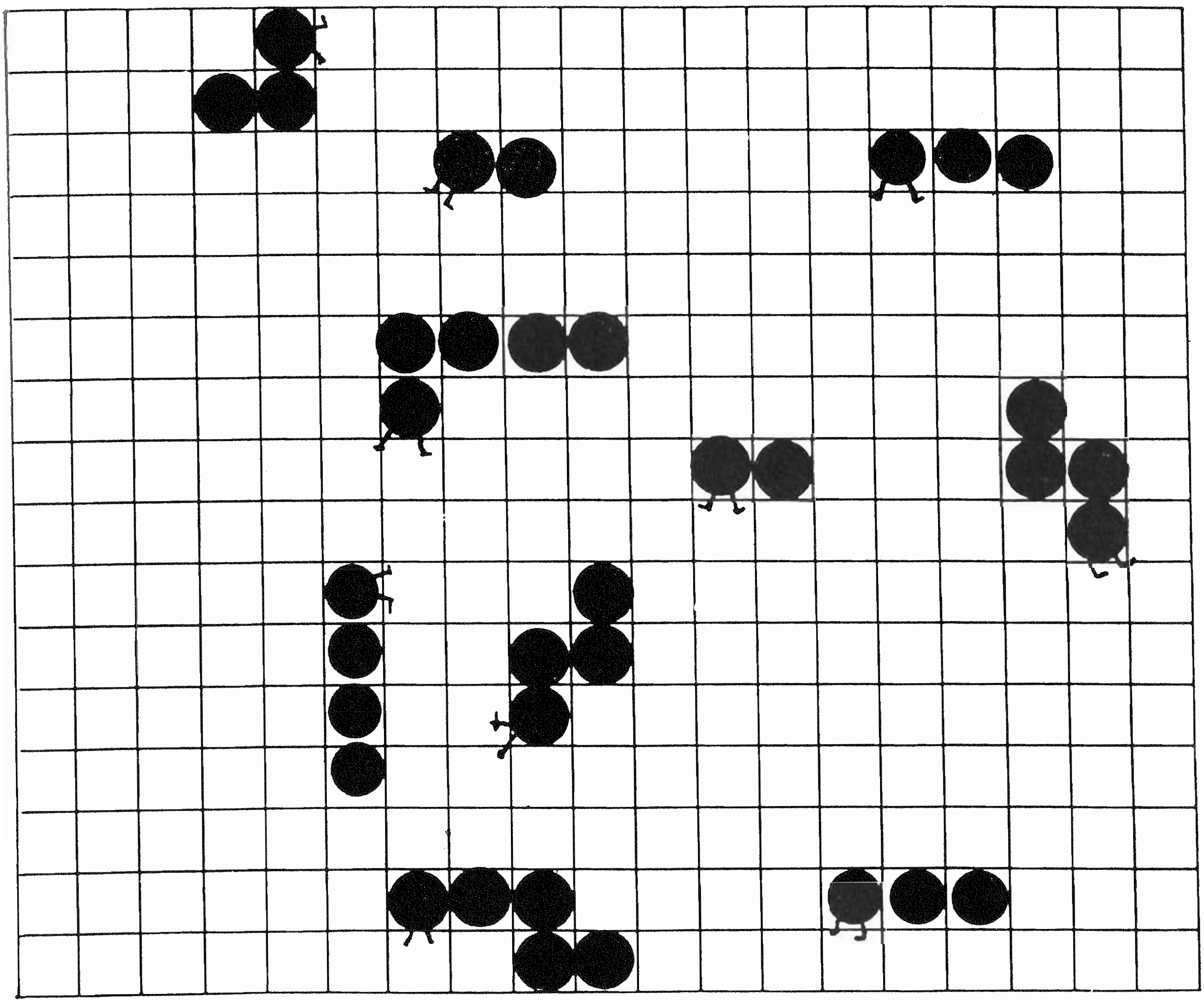
2) Quelles sont les procédures que l'on peut attendre des élèves dans la résolution du problème donné dans la phase de découverte ?

3) Précisez les trois principales variables didactiques de la classe de problèmes dans laquelle s'inscrit la situation de découverte.
Pour chacune, précisez les effets attendus sur les procédures de résolution.

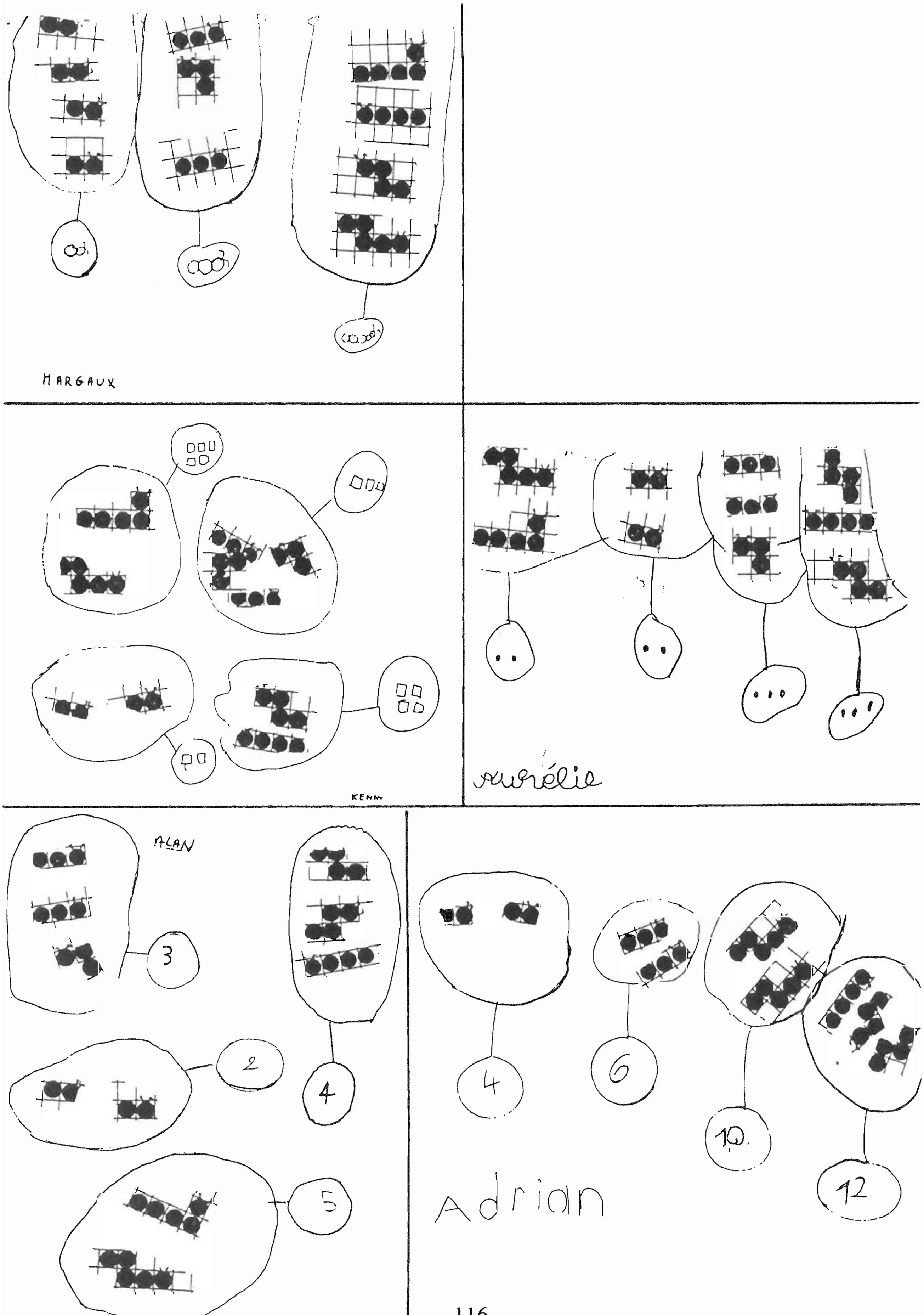
4) Faites une analyse critique du lien entre la phase de découverte et l'ensemble des autres exercices et problèmes proposés.

5) En dehors des problèmes techniques liés aux calculs, indiquez deux difficultés de natures différentes que peut éprouver un élève dans la résolution du problème n° 7.
Quelles aides envisageriez-vous d'apporter face à ces difficultés ?

ANNEXE 1



ANNEXE 2



ANNEXE 3

Découverte

Cette petite fille a-t-elle raison ?
Trouve une méthode de calcul pour vérifier rapidement sa réponse.
Compare ensuite ta méthode avec celle de tes camarades.
Quelles opérations avez-vous utilisées ?
Quelle est la méthode la plus rapide ?

Exercices et problèmes

1 Complète le tableau.

x 9									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9									

Utilise le tableau pour répondre aux consignes :

- Place 57 entre deux multiples de 9 qui se suivent : ..... < 57 < .....
- Place 80 entre deux multiples de 9 qui se suivent : ..... < 80 <.....

Sans l'aide d'un tableau, place 39 entre deux multiples de 4 qui se suivent : ..... < 39 < .....

ANNEXE 4

2

Complète les tableaux.

x 10	12	5	20	2	15	50

x 100	6	17	31	3	7	42

x 5	3	14	8	30	17	40

x 11	6	9	12	7	20	17

3

Encadre les nombres comme dans les exemples.

- avec des multiples de 7

  $7 \times 6 < 48 < 7 \times 7$

  ..... < 75 < .....

  ..... < 32 < .....

  ..... < 66 < .....

- avec des multiples de 9

  $9 \times 9 < 84 < 9 \times 10$

  ..... < 47 < .....

  ..... < 70 < .....

  ..... < 52 < .....

- avec des multiples de 5

  $5 \times 6 < 32 < 5 \times 7$

  ..... < 43 < .....

  ..... < 12 < .....

  ..... < 22 < .....

4

Observe les exemples et continue.

$6 \times 100 < 640 < 7 \times 100$

.....< 259 <.....

.....< 870 < .....

$2 \times 1\,000 < 2\,520 < 3 \times 1\,000$

.....< 5 840 < .....

.....< 3 481 <.....

5

Quand des élèves partent en excursion, on prévoit un accompagnateur pour 15 enfants.

Combien faut-il d'accompagnateurs pour une école de 180 élèves ?

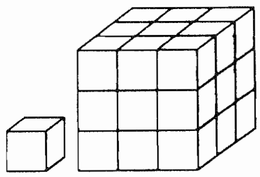
6

Les 135 élèves d'une école et 9 accompagnateurs partent visiter le gouffre de Padirac dans le Lot. Le transport est assuré par des autobus de 36 places.

Combien d'autobus faut-il pour ce voyage ?

7

On construit un gros cube avec des petits cubes comme sur ce dessin.



- Combien faut-il de petits cubes pour fabriquer ce gros cube ?
- François a 527 petits cubes. Combien peut-il construire de gros cubes ?

CALCUL RAPIDE

Complète les égalités.

6 x 6 = ...	500 x 4 = ...	30 x 50 = ...	40 x 8 = ...
60 x 6 = ...	4 x 50 = ...	50 x 3 = ...	40 x 80 = ...
600 x 6 = ...	4 x 5 000 = ...	300 x 5 = ...	4 x 800 = ...

ACADEMIE DE NICE

PREMIER VOLET

PREMIERE PARTIE (8 points)

EXERCICE 1 (3 points)

Après avoir fait don du cinquième de ses économies à une association et dépensé 62 000 francs pour l'achat d'une voiture, Madame DUPONT place l'argent restant à 3,5 %. Au bout d'un an elle a acquis 1050 francs d'intérêts.

1°) Quelle était la somme d'argent placée ?

2°) Quel était le montant de son don à l'association ?

EXERCICE 2 (3,5 points)

[AB] est un segment dont la longueur est égale à 10 cm.
a) Où placer le point C pour que ABC soit un triangle rectangle en A d'aire égale à 20 cm^2 ?

b) Où placer le point D pour que ABD soit un triangle d'aire égale à 20 cm^2 ?

c) Où placer les points E et F pour que AEBF soit un rectangle ?

d) Où placer les points G et H pour que AGBH soit un rectangle d'aire de 40 cm^2 ?

Exercice 3 (1,5 points)

Un chef d'entreprise doit partager une prime de 9000 francs entre trois employés, proportionnellement à leur ancienneté dans l'entreprise :
respectivement 3 ans, 4 ans et 8 ans.
Quelle somme chacun des trois employés recevra-t-il ?

DEUXIEME PARTIE (4 points) :

Analyse de travaux d'élèves : Voir document annexe 1

Question 1 : 4 points

Analyser chacune des quatre productions proposées en réponse à l'exercice donné, en décrivant les procédures utilisées et en relevant les éventuelles erreurs.

ANNEXE 1

M Bricolo veut repeindre son séjour où 70m^2 de murs sont à couvrir. Pour cela, il achète des pots de peinture pouvant couvrir 11 m^2 chacun.

1°) Combien de pots de peinture doit-il prévoir pour passer une couche ?

2°) Pour obtenir un meilleur résultat, il décide de passer une deuxième couche.
Combien de pots supplémentaires doit-il prévoir ?

ELEVE A

1) Il lui faut prevoir 7 pots pour passer 1 couche car:

$7 \times 11 = 77$ — $77 m^2 > 70 m^2$

$6 \times 11 = 66$ $66 m^2 < 70 m^2$

Et il lui restera de quoi peindre 7 m^2

2) Il lui faut prevoir 6 pots suplementaires car:

$6 \times 11 + 7 = 73$ $73 m^2 > 70 m^2$

(6 pots) + (les 7 m^2 restants).

Il lui restera de quoi peindre 3 m^2.

ELEVE B

Solution

1) Nombre de pots de peinture pour une couche: 7 pots.

2) Nombre de pots pour 1 deuxième couche: 6 pots.
Total de pots: 13 pots.

Opération

```
 70,00 | 11
-66    | 6,35
  40
 -33
   70
  -55
   15 > 11
```

```
  13
-  7
   6
```

```
  6,35
×    2
 12,70
```

ELEVE C

1) 70 : 11
Il faudra 7 pots de peinture car avec 6 pots cela ne couvre que 66 m^2

```
 70 | 11
-66 | 6,363
  40
 -33
   70
  -66
    40
   -33
     7
```

2) deux couches de peinture = 140 m^2 de mur à peindre. Pour peindre 140 m^2 il faut : 140 : 11 = 12,72 ce qui fait 13 pots de peinture comme il en fallait 7 pour la 1re couche il suffit d'en rajouter 6 pots pour la seconde couche

```
 140 | 11
 11  | 12,72
  30
 -22
   80
  -77
    30
   -22
     8
```

ELEVE D

1° Pour peindre une couche il faut 7 pots.
$70 = 11 \times 6 + 4$ donc 7 pots

2° Pour peindre deux couches il en faut 14.
car $2 \times 7 = 14$

```
70 | 11
 4 | 6
```

SECOND VOLET :

DIDACTIQUE : 8 points

Calcul réfléchi dans le champ multiplicatif

Un enseignant propose à des élèves du cycle 3 de calculer mentalement
24 x 4 et d'écrire sur une feuille ce qu'ils ont fait dans leur tête".
Voici quelques-unes des réponses obtenues :

A	j'ai fait 4 fois 20, quatre vingts et 4 fois 4, seize
B	24 et 24 font 48, 48 et 48 font 96
C	j'ai fait 100 - 4
D	j'ai fait 4 fois 4; 16 ; 6 et 1 de retenue ; puis j'ai fait 4 fois 2 ; 8
E	j'ai fait 4 fois 12; 48 ; 48 et 48 font 96
F	j'ai fait 4 fois 8 ; 32 ; puis 3 fois 32 ; 96

1,5 pts 1°) Pour chacune des réponses, indiquez :
la décomposition des nombres utilisée par l'élève et la (ou les) propriétés implicitement mises en oeuvre.

2 pts 2°) Parmi les objectifs suivants, quels sont ceux qui sont à votre avis visés par le maître (justifiez chacun des 4 choix) :

α montrer aux élèves qu'il y a une stratégie meilleure qu'une autre pour le calcul mental de 24 x 4.

β montrer aux élèves la variété des stratégies utilisables pour calculer mentalement un produit.

γ faire utiliser par les élèves les propriétés de la multiplication.

δ passer à la technique opératoire écrite de la multiplication.

1 pt 3°) Les stratégies utilisées par les élèves A et D sont-elles équivalentes ?
Justifiez.

1,5pts 4°) Vous voulez, au cours des séances suivantes, organiser un apprentissage systématique de la stratégie de calcul réfléchi de l'élève A. Donnez trois produits qui favorisent l'apprentissage de cette stratégie au détriment des autres, justifiez.

5°) Comment peut-on faire comprendre, à l'école élémentaire, la propriété sous-jacente à la stratégie A ?

1 pts 6°) parmi les 6 procédés de calcul des élèves, y en-at-il qui conduisent à la technique opératoire de la multiplication ? Justifiez.

ACADEMIE D'ORLEANS-TOURS

L'usage de la calculatrice est autorisé

PREMIER VOLET (12 points)

PREMIERE PARTIE (8 points)

Ce problème va permettre d'étudier les relations existant entre l'aire et le périmètre d'un rectangle dès que l'une ou l'autre des dimensions est fixée.

A . Étude des rectangles de périmètre donné

On considère la famille $\mathcal{R}$ de rectangles dont le périmètre est de 40 cm.

1. Si x est la mesure en centimètres (cm) d'un côté d'un rectangle de la famille, donner l'intervalle numérique dans lequel x prend ses valeurs.

2 . Exprimer algébriquement la relation entre x et la mesure y de l'autre dimension du rectangle sous la forme y = f(x).

3. Représenter graphiquement la fonction f sur l'intervalle déterminé en 1 dans un repère orthonormal

$(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 0,5 cm.

4. Porter sur la représentation graphique les points correspondant aux rectangles pour lesquels l'une des dimensions est prise dans la liste suivante :

2, 4, 6, 8, 10.

Calculer les mesures (en cm2) des aires correspondant aux rectangles précédents et dresser un tableau des résultats.

B . Recherche du rectangle d'aire maximale

On considère la même famille $\mathcal{R}$ de rectangles que dans la partie A.

1. Si x est la mesure (en cm) d'un côté d'un rectangle de la famille, donner une expression algébrique de la mesure (en cm2) de l'aire $\mathcal{A}(x)$ du rectangle en fonction de x.

2 . On considère la fonction g définie par $g(x) = -(x - 10)^2 + 100$.
Montrer que $g(x) = \mathcal{A}(x)$.

3 . Dresser un tableau de valeurs de la fonction g pour des valeurs de x appartenant à l'intervalle]0 ; 20[uniformément réparties tous les centimètres.

4 . Construire point par point la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthogonal (O ; i, j) d'unités graphiques 0,5 cm sur l'axe des abscisses et 0,2 cm sur l'axe des ordonnées.

5 . Quel est le rectangle de périmètre 40 cm ayant une aire maximale ?

DEUXIEME PARTIE (4 points)

Au cours de cette partie on utilise deux annexes notées :
annexe 1 du Premier Volet Deuxième partie, page 3, 8 ;
annexe 2 du Premier volet Deuxième partie, page 4/8 et page 5./8.

Afin de préparer leur fête de Noël les élèves d'une classe de seconde année de Cycle 2 ont été amenés à résoudre le problème suivant :

Pour Noël, on va acheter des sucettes. Il en faut une pour chaque enfant. Elles sont vendues par paquet de 5. Combien faut-il acheter de paquets ?

Après s'être assuré de la compréhension du problème, le maître a laissé les élèves travailler individuellement pendant vingt minutes, puis il a géré une phase collective pendant laquelle toutes les productions ont été examinées par la classe.

1 . Expliciter puis donner une définition de la notion mathématique sous-jacente à ce problème.
A quel titre cette activité paraît-elle néanmoins en accord avec les programmes du cycle 2 ?

2. Le texte du problème ne dit pas combien d'élèves il y a dans la classe. Cette information est-elle accessible dans les productions des élèves ?
Expliquer pourquoi le maître n'a pas porté cette information dans le texte.

3 . Certains élèves semblent avoir répondu à plusieurs questions qui ne figuraient pas, en tant que telles, dans l'énoncé du problème.
Déterminer, pour chaque élève, les questions auxquelles il a répondu. On pourra donner la réponse sous forme d'un tableau.

Le cycle des apprentissages fondamentaux

MATHÉMATIQUES

La mise en place d'une bonne liaison entre le cycle des apprentissages premiers et celui des apprentissages fondamentaux doit permettre une prise en compte, un approfondissement et une structuration des connaissances précédemment acquises.

Dans le domaine numérique, l'élève renforce ses compétences, poursuit, jusqu'à 1000, la découverte des nombres et de la numération décimale ; en fin de cycle, il maîtrise la technique de l'addition et approche celles de la multiplication et de la soustraction.

L'élève s'initie à l'organisation de l'espace, reconnaît quelques figures géométriques simples et met au point des techniques de repérage, de reproduction et de construction, commence à maîtriser les mesures de longueur et de masse.

Par ces acquisitions, l'enseignement des mathématiques au cycle des apprentissages fondamentaux vise à développer l'aptitude à la recherche et au raisonnement.

La résolution de problèmes occupe une place importante dans l'apprentissage par les élèves des connaissances mathématiques.

Les activités relatives à la résolution de problèmes portent sur :

- des problèmes destinés à appliquer, à réutiliser et à consolider des acquis antérieurs ;
- des situations de recherche, amenant l'élève à explorer des démarches de résolution de problèmes et à approcher ainsi des notions et des outils nouveaux.

Nombres et calcul

- Le nombre.
- Dénombrement des éléments d'une collection, codage dans le système décimal.
- Connaissance des nombres entiers et de leurs désignations écrites (chiffres ou lettres) et parlée :
  - numération décimale ;
  - comparaison et rangement (puis utilisation des signes =, < et >) ;
  - relations arithmétiques entre les nombres : recherche du double, de la moitié...
- Élaboration progressive de différents procédés de calcul : calcul réfléchi (mentalement ou avec l'aide de l'écrit), technique opératoire de l'addition.
- Table d'addition : construction, utilisation, mémorisation.
- Approche des techniques opératoires de la soustraction et de la multiplication, de la table de multiplication.
- Utilisation de tableaux et de diagrammes.
- Problèmes simples relevant de l'addition, de la soustraction, de la multiplication.

Géométrie

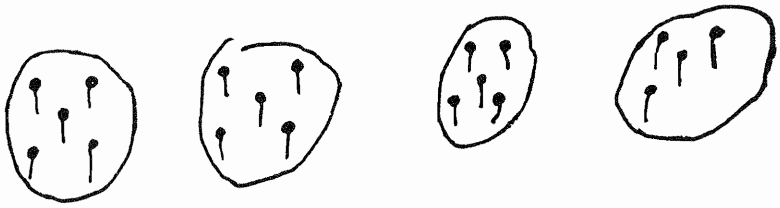
- Vocabulaire lié aux positions relatives d'objets par rapport à soi, d'objets entre eux et vocabulaire lié aux déplacements.
- Quadrillages : repérage des nœuds ou des cases, déplacement.
- Lecture et réalisation de plans.
- Approche de quelques solides (cube, pavé) et de quelques figures planes usuelles (carré, rectangle, cercle) : reproduction, description.
- Tracés : utilisation des instruments et des techniques de reproduction et de construction ; puzzles, frises, pavages...
- Approche de la symétrie axiale (pliages).

Mesure

- Mesure de différentes grandeurs : longueur, masse, durée.
- Repérage du temps : calendriers, montres.
- Unités usuelles : m et cm ; g et kg ; l (litre) ; h et min.
- Choix de l'unité la mieux adaptée dans un mesurage.
- Utilisation de la monnaie : francs et centimes.

Alice

5+4=9



4

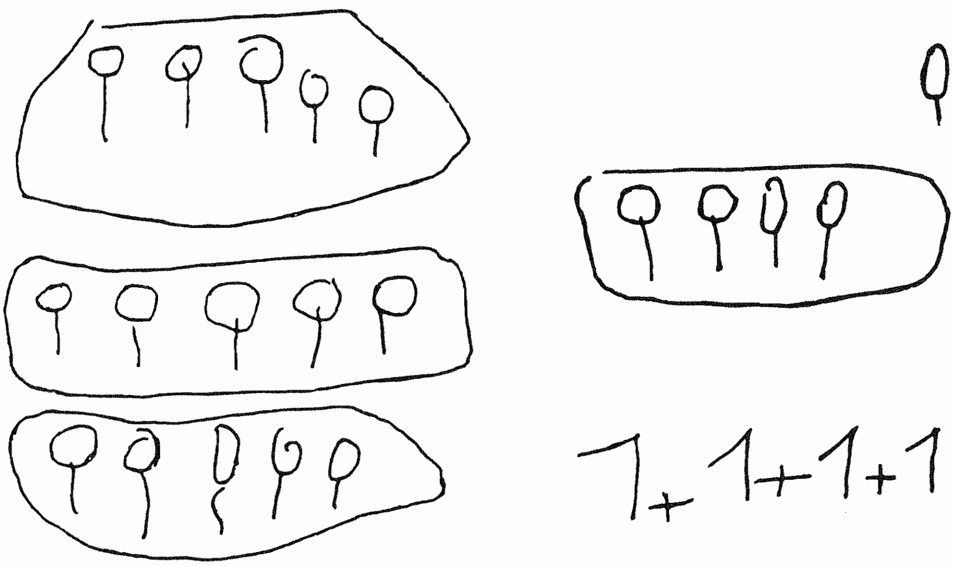
1 1 pour marie

Véronique

cinq et cinq sa fet dix et 15 et cinq sa va en fer un de trop et il en reste 1 pour marie

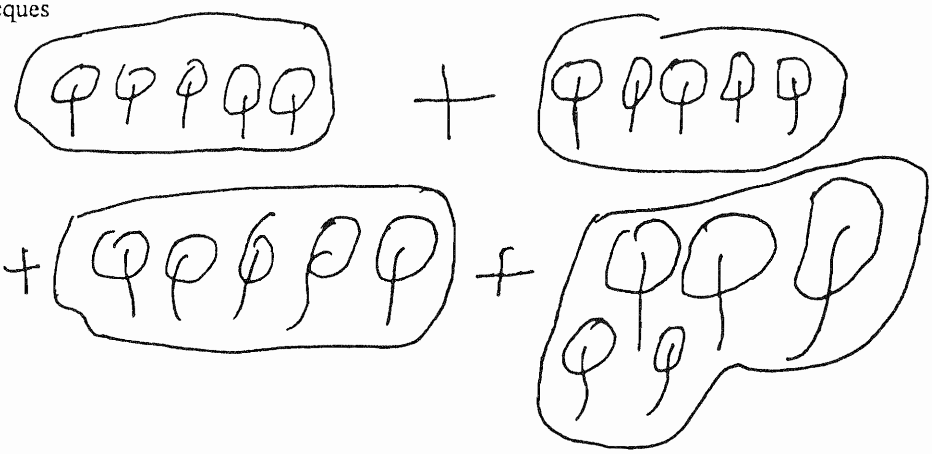
cinq et cinq ça fait dix et quinze et cinq ça va en faire un de trop et il en reste 1 pour marie.

Nicole



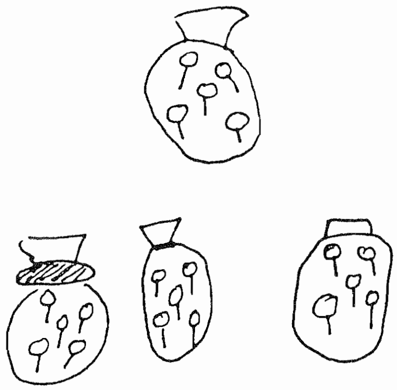
7+1+1+1=4p.

Jacques



$5+5+5+5=20$

Léon



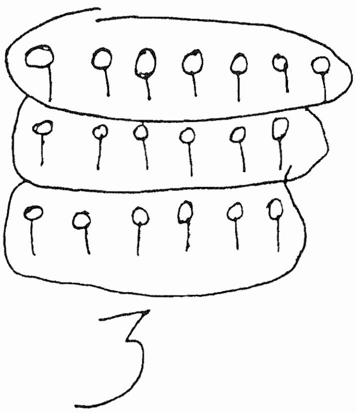
il faut 4 paquets

$5+5+5+5=20$

il y a une sucette en trop

Alfred

$5+5+5+4=19$



3

il me fe 19 sucettes

<u>SECOND VOLET</u> (8 point)

Au cours de ce problème on utilise une annexe notée : Annexe du Deuxième Volet, page 8/8.???

Le problème porte sur l'étude des relations entre les périmètres et les aires de figures planes telles qu'elles sont étudiées en Cycle 3. Deux exercices, extraits du manuel Atout Math CM1, éditions Hachette, présentés en annexe, et notés exercice 1 et exercice 2, servent de support au travail.

<u>PREMIERE PARTIE</u> :

Au cours de cette partie on s'intéresse exclusivement à l'exercice 1 (Cf. annexe).

1. Indiquer au moins **trois méthodes** que pourraient utiliser les élèves pour compléter le tracé du carré. Pour chaque méthode on détaillera quelles sont les propriétés du carré sur lesquelles elle s'appuie ainsi que les instruments géométriques correspondants.

2. Donner une méthode de tracé du rectangle demandé dans laquelle les seuls instruments utilisés soient la règle non graduée et le compas.

3. Indiquer pour toutes les figures proposées dans l'exercice 1 (Ci annexe) celles pour lesquelles le problème posé admet plusieurs solutions.

<u>DEUXIEME PARTIE</u> :

1 . L'exercice 2 (Cf. annexe) porte sur la recherche d'une figure d'aire donnée. Une élève de cycle 3, Karine, a fourni la réponse suivante :

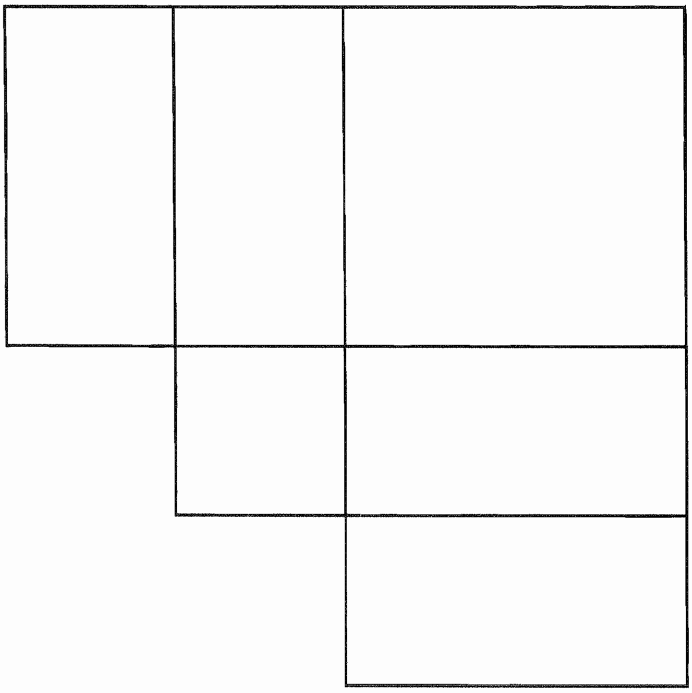
> *"Je compte les carreaux en longueur et en largeur,*
> *ça fait 11 et à,*
> *je calcule 11 + 6 et j'en prends la moitié,*
> *ça fait 8, 5,*
> *avec ma calculette je fais 8,5 x 8,5,*
> *ça fait 72,25*
> *je fais un carré de 8 carreaux et demi de côté"*

Cette solution est-elle la meilleure possible ? Détailler une autre solution.

2. X et Y étant les dimensions du rectangle, donner une expression de la longueur du côté du carré obtenu selon la méthode de Karine.

3. En déduire les expressions algébriques des périmètres et des aires du rectangle de départ et du carré obtenu selon la méthode de Karine. Comparer les périmètres. Dans quel cas les aires sont-elles égales ?

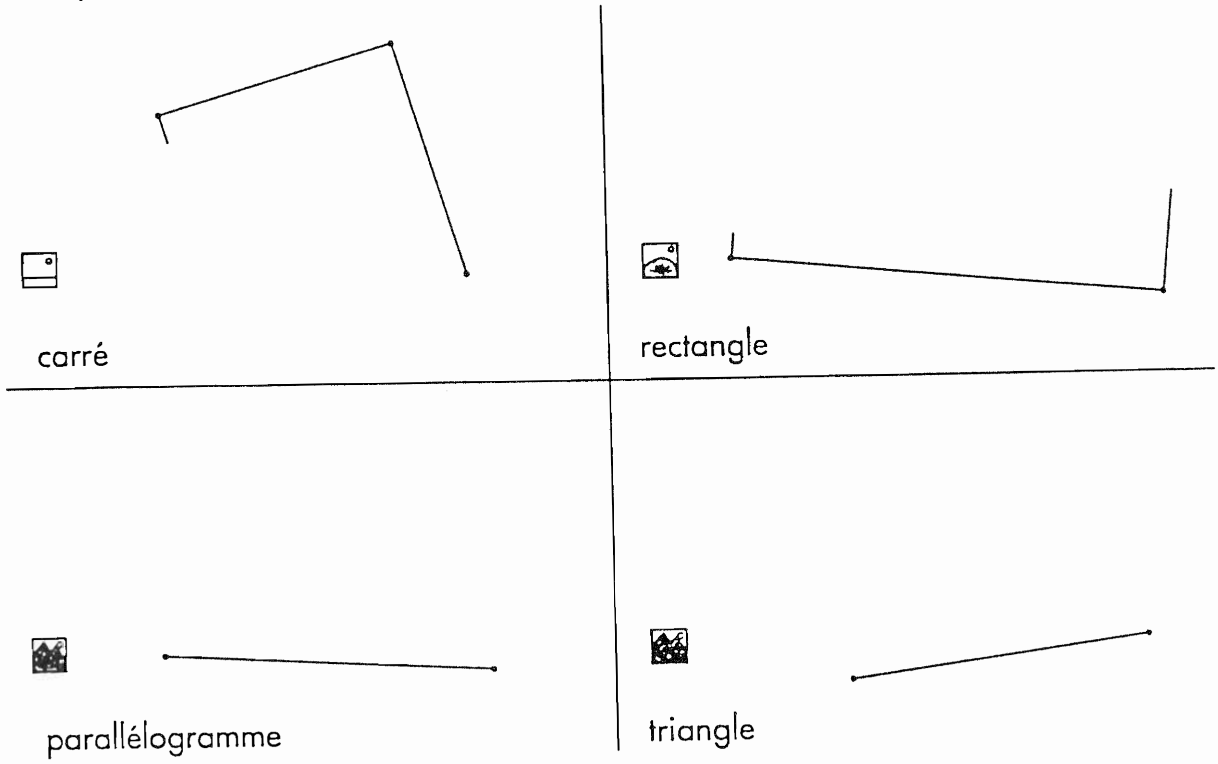
4. En s'appuyant sur le dessin suivant, donner une justification des résultats précédents pour des élèves de fin du Cycle 3 .



Annexe du Deuxième Volet

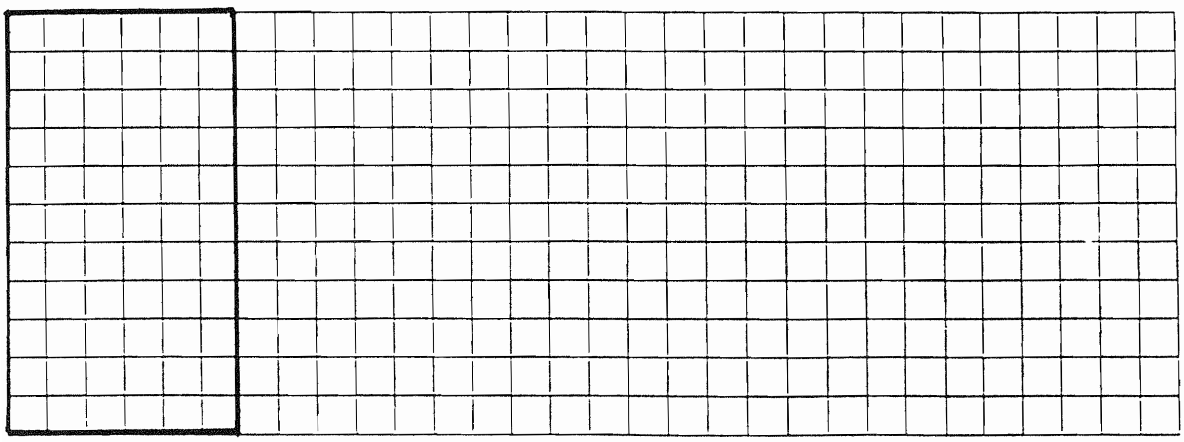
Exercice 1

En utilisant seulement crayon, gomme, double décimètre, équerre, compas, complète ces figures, de façon à ce qu'elles aient toutes le même périmètre.



Exercice 2

Voici un rectangle. Construis un carré ayant à peu près la même aire.



ACADÉMIE DE REIMS

L'usage de la calculatrice est autorisé.

PREMIER VOLET

PREMIERE PARTIE (8 points)

PROBLEME (6 points)

Monsieur Martin possède un capital de 10 000 F qu'il veut faire fructifier.
Il hésite entre deux sortes de placement.

- le placement P_1 rapporte 8 % par an. les intérêts sont versés chaque année et ne s'ajoutent pas au capital. il s'agit d'intérêts simples. Ils sont soumis à une imposition annuelle de 15 %.

- le placement P_2 rapporte 5 % par an d'intérêts nets d'impôts. A la fin de chaque année les intérêts sont ajoutés au capital. Il s'agit d'intérêts composés. On appellera intérêts nets d'impôts les intérêts perçus après imposition.

I Etude du placement P_1

1) Pour un capital placé de 10 000 F, calculer les intérêts nets acquis au bout d'un an après l'imposition.

2) Par rapport au capital, calculer le pourcentage que représentent ces intérêts nets.

3) Soit S le total des 10 000 F placés et des intérêts nets acquis réellement au bout de x années.

a) Exprimer S en fonction de x

b) Si l'on note S = f(x), x étant un réel quelconque, quelle est la forme de la représentation graphique de f ?

I Etude du placement P_2

On suppose, pour les deux questions 1) et 2) qui suivent, que le capital placé vaut C.

1) Avec le placement P_2 , exprimer, en fonction de C le capital obtenu au bout d'un an.

2) Donner l'expression, que l'on notera g(x), de la valeur acquise par le capital C au bout de x années. Aucune démonstration n'est demandée.

III Comparaison des deux placements

On se propose de faire une représentation graphique permettant de comparer les deux formules pour un capital placé de 10 000 F.
Pour cela on utilisera la feuille réponse ci-jointe sur laquelle figure déjà la représentation graphique de la fonction g définie au II 2).

1) Représenter graphiquement, sur cette même feuille, la fonction f définie au I 3).

2) Pour un placement d'une durée de huit ans, déterminer graphiquement la formule que Monsieur Martin a intérêt à choisir. Expliquer cette réponse.

3) On appelle x_0 la durée non nulle de placement pour laquelle les deux formules sont équivalentes.

a) A l'aide d'une lecture graphique, déterminer une valeur approchée de x_0 exprimée en nombre d'années entières le plus proche. On notera n_0 cette valeur.

b) Par le calcul, déterminer l'écart entre les deux valeurs acquises par ce capital au terme de ces n_0 années.

EXERCICE (2 points)
Pour les constructions demandées dans cet exercice, on utilisera la feuille réponse ci-jointe. les constructions seront faites exclusivement à la règle et au compas en laissant les traits apparents.

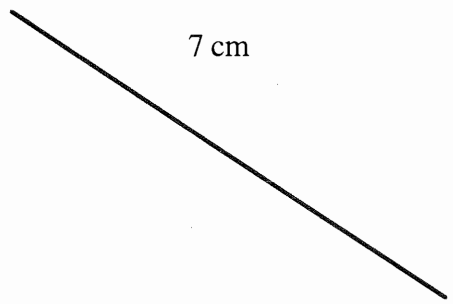
1) a) Sur la figure n° 1, tracer le rectangle ABCD tel que le point C soit sur la droite Δ_1.
b) Sur cette même figure, tracer le parallélogramme ABEF tel que le point F soit sur la droite Δ_2 et que l'angle BAF mesure 120°.

2) Sur la figure n° 2, on a tracé le parallélogramme ABGH tel que G et H soient respectivement sur Δ_1 et Δ_2.
a) Placer, sur cette même figure, les points I et J respectivement sur Δ_1 et Δ_2 tels que GHIJ soit un parallélogramme. justifier la construction.
b) Démontrer que ABJI est un parallélogramme.

DEUXIEME PARTIE (4 points)

Voici une épreuve d'évaluation proposée à l'entrée en classe de sixième

Le périmètre d'un rectangle est de 21 cm. On a tracé ci-dessous un de ses côtés.
Termine le dessin de ce rectangle.
Ecris tous les calculs que tu fais.



QUESTIONS
1) Enoncer cinq compétences du domaine des mathématiques que les élèves doivent mettre en oeuvre pour y répondre.

Voici les réponses de trois élèves appelés A, B et C. Elles figurent sur les deux pages du document 1.

2) Pour chacune des trois productions d'élèves, préciser les compétences du domaine des mathématiques qui apparaissent ; relever les erreurs et en donner les interprétations possibles. chaque production sera analysée séparément.

SECOND VOLET

Dans ce deuxième volet, on se propose d'étudier le document 2 et le document 3 ci-joints.
Ces deux documents sont extraits de manuels scolaires et présentent une introduction à la technique opératoire de la division.

Document 2 :

Le calcul quotidien Cours élémentaire 2ème année
Fernand Nathan 1957

Document 3 :

Nouvelle collection Thévenet Maths cycle 3 CE2
Bordas 1995

A) ETUDE DU DOCUMENT 2 :

1) Quelles sont les compétences mathématiques requises pour aborder cette activité ?
2) Pour la division à un chiffre, décrire la démarche utilisée dans le II 1.
3) Traiter la division de 936 par 4 en utilisant la démarche du II.1.
4) a) Quelle variable didactique a été modifiée entre le II.1. et le II.2 ?
   b) Proposer une autre division jouant sur cette variable pour compléter le II.2
5) a) Donner toutes les valeurs possibles permettant de compléter les trois dernières égalités du I.
   b) Quel lien mathématique existe-t-il entre le I et le II ?
   c) Ce lien a-t-il été complètement exploité ? Justifier la réponse donnée

B) ETUDE DU DOCUMENT 3 :

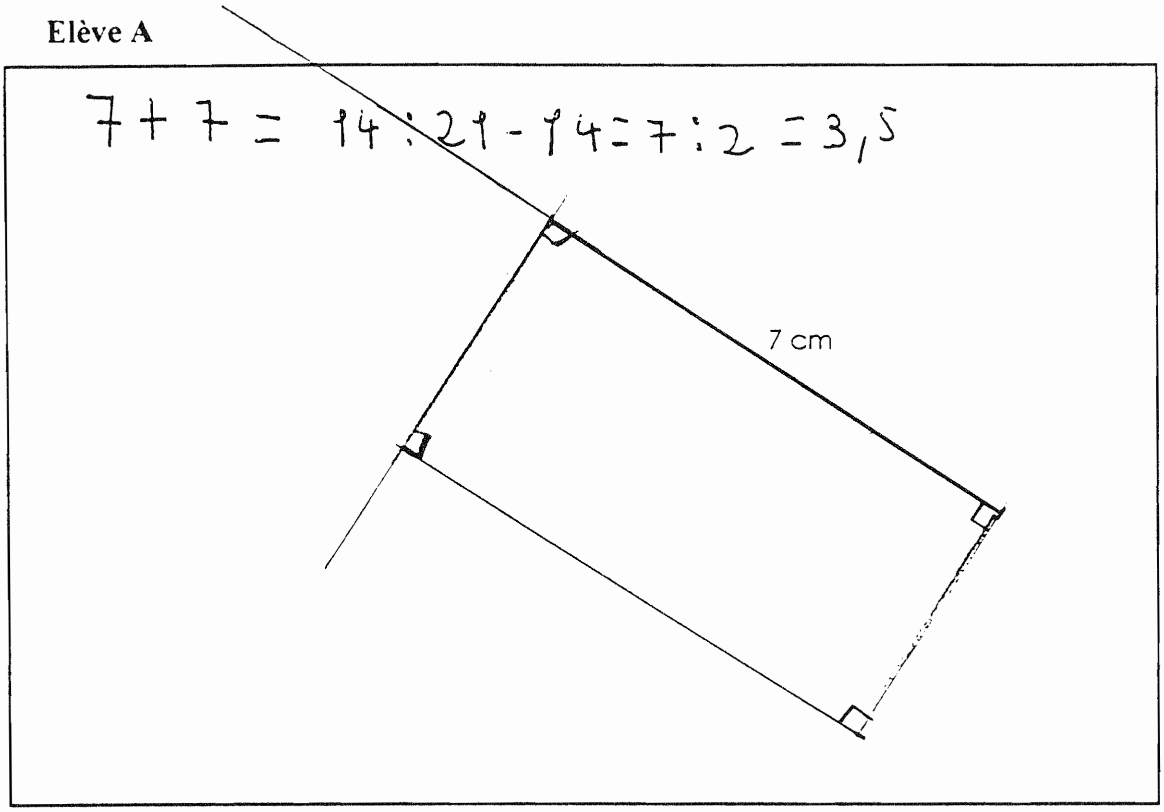
1) Le calcul déjà élaboré de Lucile est l'aboutissement d'une progression visant la technique opératoire de la division. En s'appuyant sur son calcul, décrire succinctement trois étapes de cette progression.
2) Définir l'objectif principal de cette activité.

C) COMPARAISON DES DEUX DOCUMENTS :

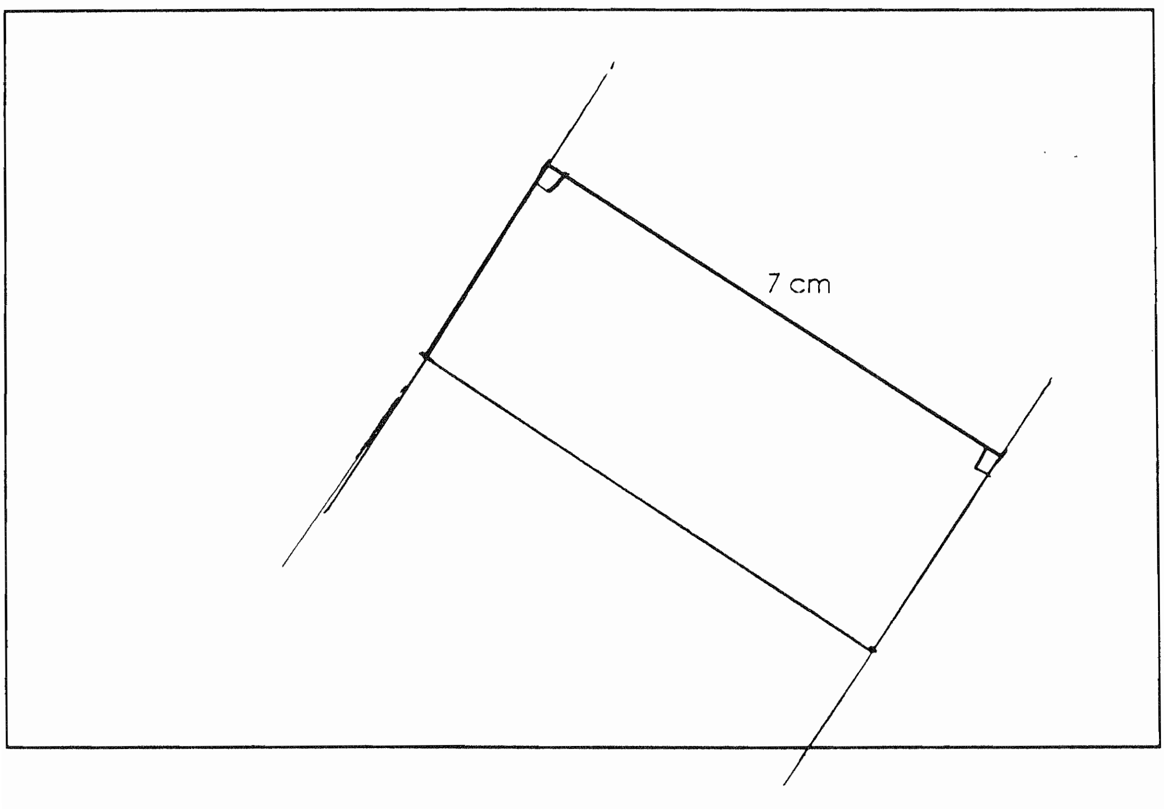
Laquelle des techniques de calcul proposées dans ces deux documents est la mieux adaptée à une division par un nombre entier quelconque ? Justifier la réponse.

DOCUMENT 1 (page 1)

Elève A



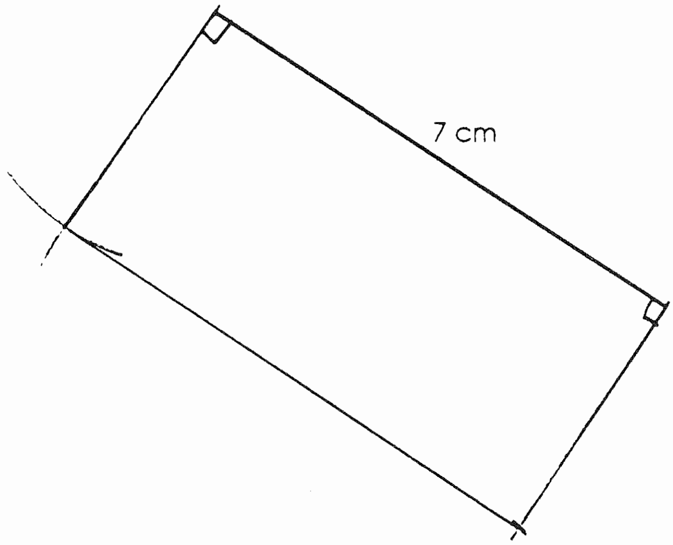
Elève B



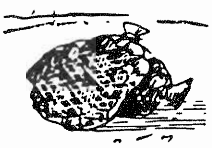
DOCUMENT 1 (page 2)

Elève C

$(7 \times 2) + (3,5 \times 2) = 14 + 7 = 21$



DOCUMENT 2



DIVISION PAR UN NOMBRE A UN CHIFFRE

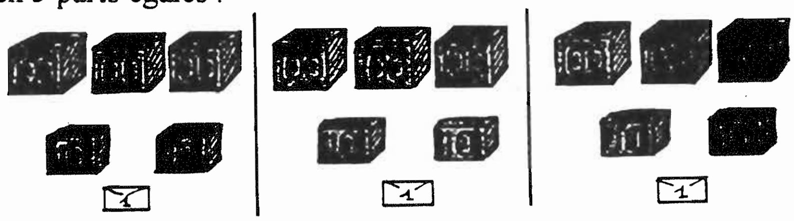
I. Révision.

18 = 9 x ...... ; 36 = 9 x ..... ; 27 = 9 x ..... ; 45 = 9 x ..... ; 63 = 9 x ...... ; 81 = 9 x ..... ;
26 = 9 x 2 plus ..... ; 34 = 9 x 3 plus ..... ; 49 = 9 x ...... plus ......

II. La division.

1. Partageons 963 F en 3 parts égales :

963	3
06	321
03	
0	



2. Partageons 936 F en 4 parts égales.

centaines		**dizaines**		**unités**	
9 cent.	4	1 3 diz.	4	1 6 unités	4
	2 cent.		3 diz.	0	4 unités
1 cent.		1 diz.			

en une seule opération ⟶

936	4
13	234
16	
0	

DOCUMENT 3

67. Découvrir la division (1)

JE DÉCOUVRE

Pour fêter son anniversaire, Lucile a confectionné des petits sachets dans lesquels elle va mettre des bonbons et des gâteaux. Sa maman lui a acheté 3 gros paquets contenant chacun 51 bonbons, Lucile a donc 3 x 51 = 153 bonbons. Elle a 6 camarades et veut leur donner à chacun la même chose. Elle partage d'abord les bonbons. Elle a calculé le nombre de bonbons qu'elle devait mettre dans chaque sachet.

Voici son calcul : **153 partagé en 6**

6 x **20** < 153 < **6** x 30	153	
120 < 153 < 180	– 120	6 x 20
6 x **5** < 33 < **6** x 6	33	
30 < 33 < 36	– 30	6 x 5
20 + 5 = 25	3	

On peut donc écrire : **153 = (6 x 25) + 3**.

Sa maman lui indique une autre façon de poser ses calculs.

	153		6
20 x 6	– 120	←	20
	33		+
5 x 6	– 30	←	5
	3		25

Elle pourra donc distribuer **25 bonbons** à chacun de ses camarades.

- En calculant comme la maman de Lucile, partage 92 gâteaux en 6.

92 partagé en 6

6 x . . . < 92 < 6 x . . .

donc 92 = (6 x . . .) + . . .

92		6
– . . .	←	. . .
. . .		
– . . .	←	. . .
. . .		

- Combien y aura-t-il de bonbons et de gâteaux dans chaque sachet ?

JE M'ENTRAÎNE

1. Calcule le résultat de ces partages.

547 partagé en 7

7 x . . . < 547 < 7 x . . .

547 = (7 x . .) + . . .

547		7
– . . .	←	. . .
. . .		
– . . .	←	. . .
. . .		

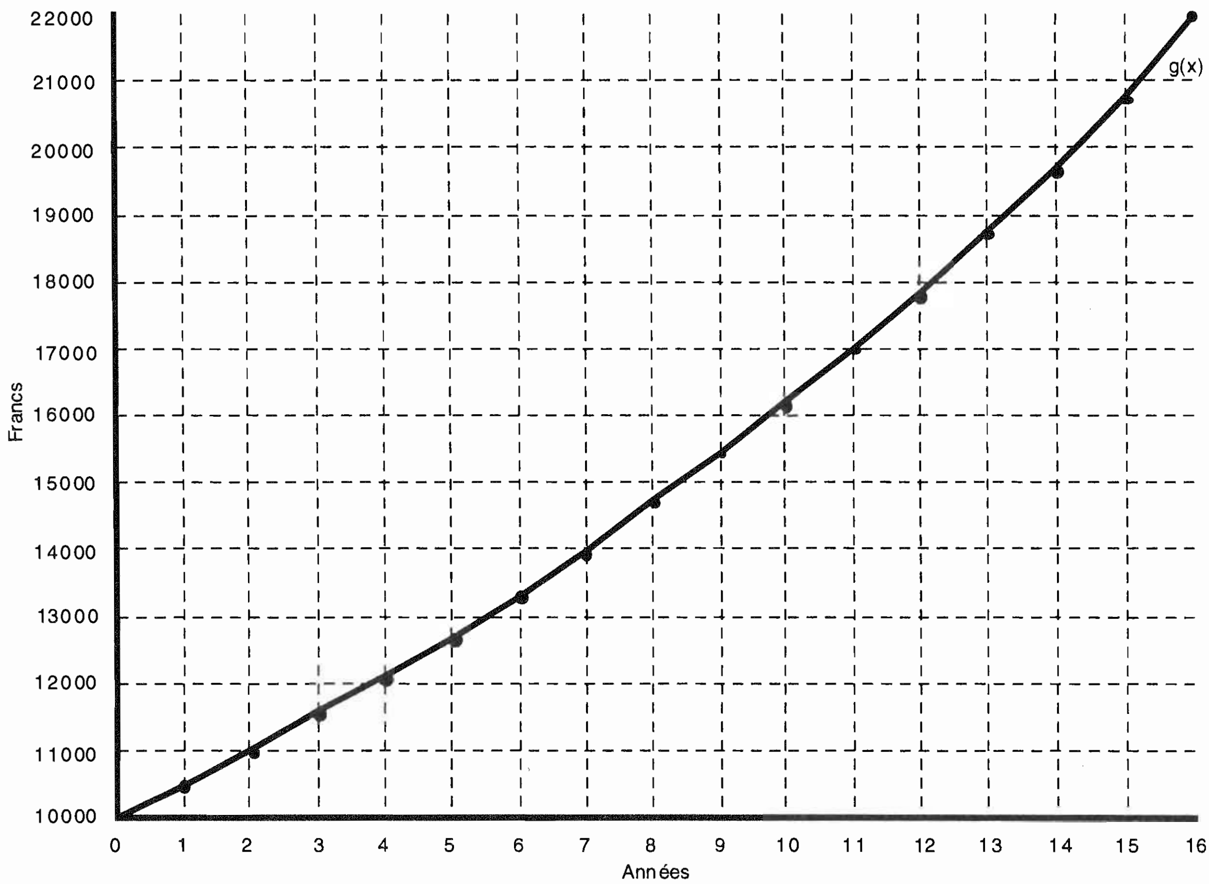
928 partagé en 6

6 x . . . < 928 < 6 x . . .

928 = (. . . x . .) + . . .

928		6
– . . .	←	. . .
. . .		
– . . .	←	. . .
. . .		

DOCUMENT REPONSE A RENDRE AVEC VOS COPIES



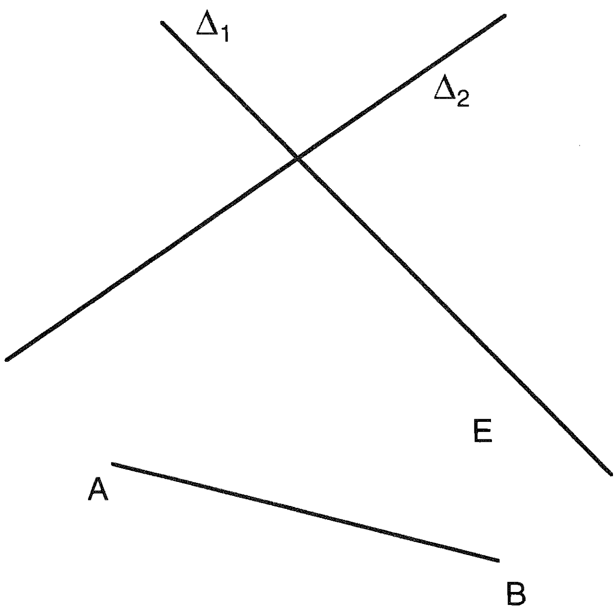


figure n° 1

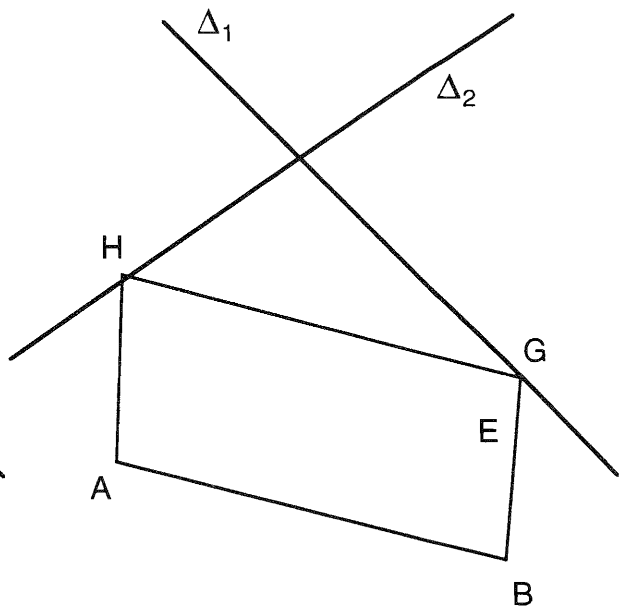


figure n° 2

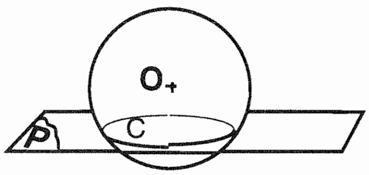
ACADÉMIE DE RENNES

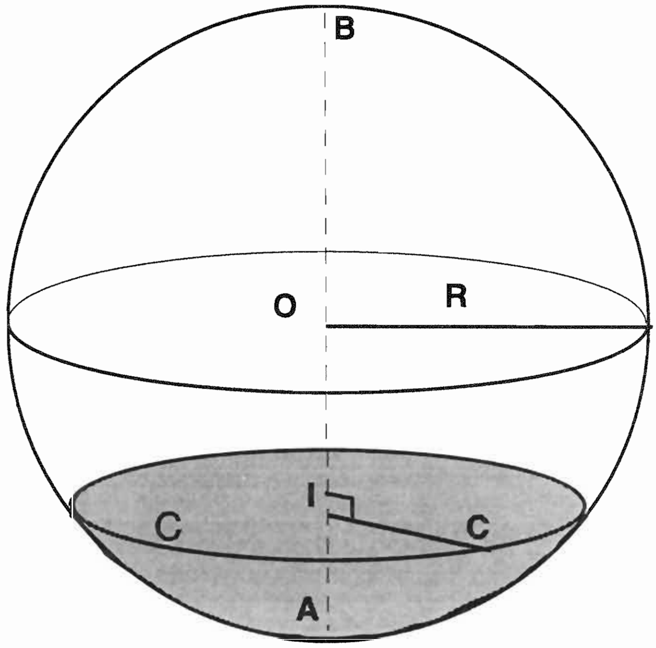
PREMIER VOLET

PARTIE NOTIONNELLE (8 points)

EXERCICE 1

On considère une sphère de centre O et de rayon R. On note *C* le cercle intersection de cette sphère et d'un plan P.
La droite perpendiculaire au plan P et passant par O coupe ce plan en I et la sphère en A et B, comme indiqué sur la figure ;
C un point du cercle .
On remarquera que le triangle OIC est rectangle.





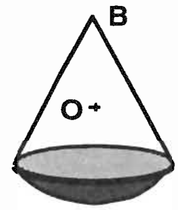
1°) Calculer le rayon R de la sphère lorsque IA = 2 cm et IC = 4 cm.

2°) La partie inférieure (en grisé sur la figure) est une calotte sphérique.
Le volume v d'une calotte sphérique est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$$

où R est le rayon de la sphère et h la hauteur de la calotte sphérique.
Calculer le volume (en cm^3) de la calotte sphérique lorsque le rayon de la sphère est 5 cm et la hauteur de la calotte 2 cm. En donner une valeur approchée à 1 cm^3 près.

3 °) La calotte sphérique précédente, une fois remplie de plomb, constitue la partie inférieure d'un jouet appelé "culbuto" dont la partie supérieure est un cône de révolution dont la sommet est B et de base le disque délimitant la calotte (voir schéma ci-contre). (On rappelle que le volume d'un cône de révolution est donné par la formule .



$V = \frac{1}{3} B.h$ où B est l'aire du disque de base et h la hauteur du cône)

Déterminer

a) l'aire du disque
b) le volume du cône
c) le volume total du jouet dont on donnera une valeur approchée à 1 cm3 près.

EXERCICE 2

La figure de l'annexe 1 qui possède un axe de symétrie a été réalisée sur du papier quadrillé 5mm sur 5mm.
Les centres des quatre cercles sont situés sur les noeuds du quadrillage.
Les diamètres des deux plus "grands" cercles ont pour longueurs respectives des nombres entiers de centimètres. Les cercles sont tangents entre eux.

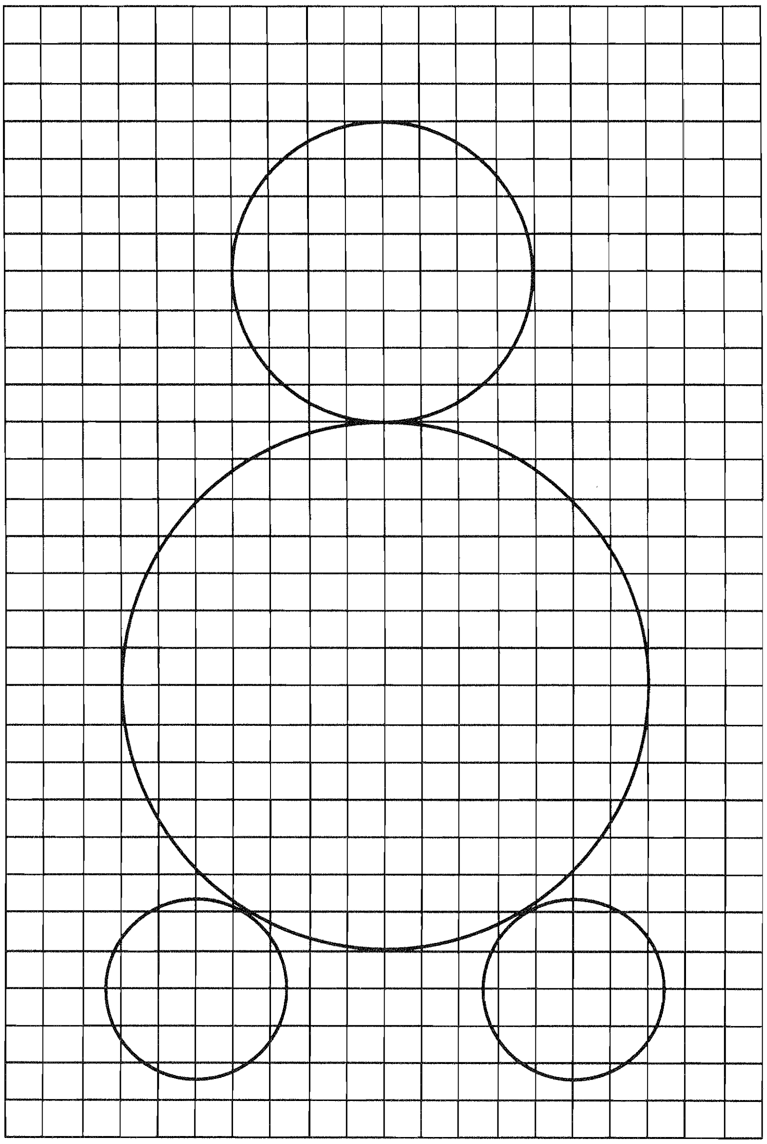
1 °) Déterminer en cm la longueur commune des rayons des "petits" cercles de la figure.

2°) Rédiger un message qui permette, à un récepteur Professeur des Ecoles, de reproduire à l'identique cette figure sur du papier blanc.

NB : Cette figure est la réalisation demandée aux élèves au cours de travaux que vous analyserez au cours des questions suivantes. (Premier volet, deuxième partie)

PREMIER VOLET : Partie notionnelle (exercice 2)

ANNEXE 1



PREMIER VOLET : **ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES** (4 Points)

Il s'agit d'analyser des travaux d'élèves (annexe 2) réalisés par des enfants de troisième année du cycle 3 (classe de "CM_2")

La situation consiste pour un élève émetteur (possédant la figure décrite à l'exercice 2 de la partie notionnelle) à écrire un message à destination d'un élève récepteur afin que celui-ci (ne possédant pas la figure) puisse la réaliser à l'identique.

Le maître a réalisé la figure sur plusieurs supports : papier blanc, papier quadrillé, avec ou sans l'"aide" * (soit quatre supports différents (voir annexe 3)). '

* L'"aide" est le tracé annexe de deux segments particuliers.

Le maître s'offre ainsi la possibilité d'une différenciation.

(Remarque : le récepteur a toujours le même type de papier que l'émetteur, papier blanc ou quadrillé)

Questions

1) En référence aux instructions officielles, quelles compétences sont en jeu à travers cette situation ?

2) a) Quels objectifs de différenciation peut-on envisager en utilisant un papier blanc à la place d'un papier quadrillé ?

b) Qu'apporte le tracé des deux segments supplémentaires ?

3) Analyse des productions des élèves 1 et 2.

a) Comparer leurs démarches : en quoi se différencient-elles ?

b) Production de l'élève 2 :

Comment expliquez-vous l'erreur 53 mm de rayon ?

Exceptée cette erreur, le message produit, lu par un récepteur compétent, sera-t-il toujours opérationnel ?

Justifier votre réponse.

4) Quelle exploitation dans le cadre de deux autres disciplines vous suggère la production de l'élève 3 ?

PRODUCTIONS DES ELEVES

ANNEXE 2

Elève 1 :

- *Trace un cercle de 3,5 cm de rayon.*
- *Coupe ce cercle verticalement en 2 parties égales et prolonge de 2 cm d'un côté et 1 de l'autre.*
- *A partir de ce point de 2 cm, trace un cercle de 2 cm de rayon.*
- *A partir de ce point de 1 cm, trace vers la droite une perpendiculaire de 2,2 cm.*
- *De ce point, trace un cercle de 1,5 cm de rayon.*
- *Trace une perpendiculaire de 2,5 cm de rayon de l'autre côtés de la première.*
- *De ce point, trace un cercle de 1,5 cm de rayon.*
- *Efface les traces de constructions.*

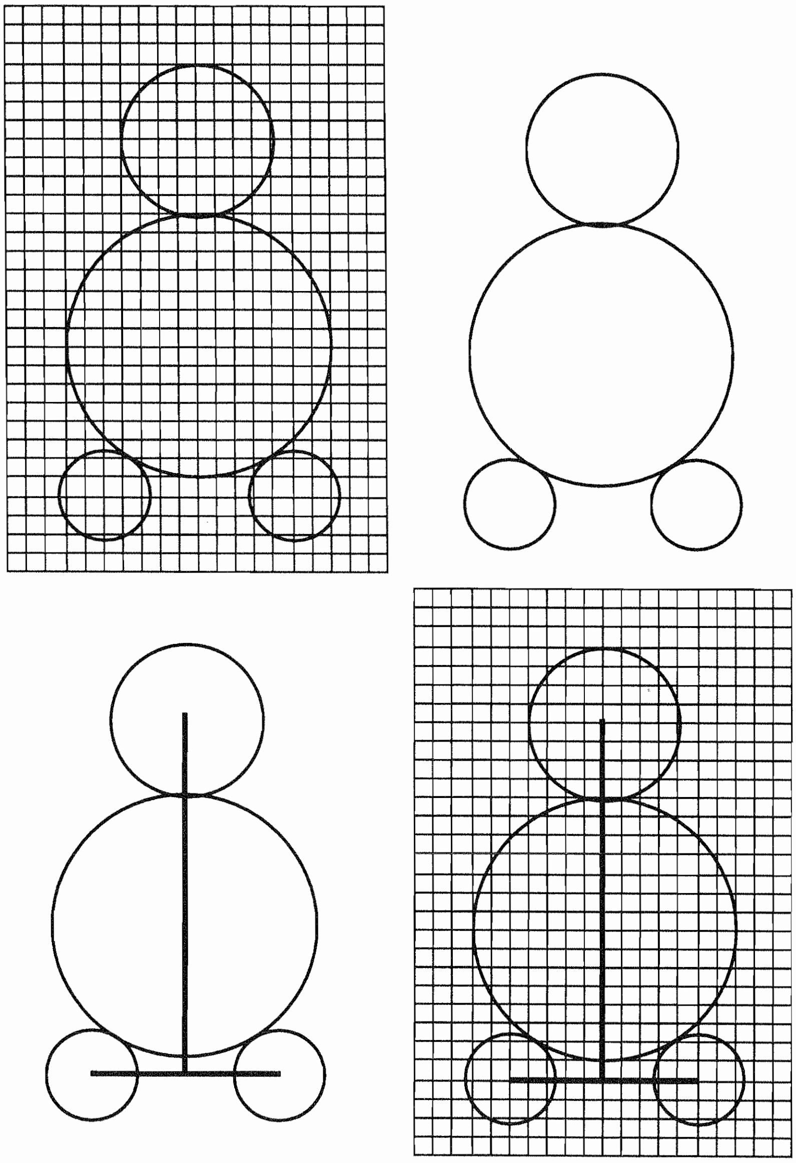
Elève 2 :

- *Trace un cercle de 12 mm de rayon.*
- *Marque son centre, nomme le B.*
- *A 50 mm du centre, place un point A.*
- *Sur ce point A, tu as le centre du deuxième cercle.*
- *Sur A trace un deuxième cercle de 12 mm de rayon.*
- *Rejoint A et B.*
- *Sur (la droite) le segnement à 25 mm de A place le point C.*
- *Sur C trace une perpendiculaire 95 mm et marque dessu "O".*
- *Sur la droite verticale, à 55 mm de O place le point E.*
- *Sur O trace un cercle de 20 mm de rayon.*
- *Sur E trace un cercle de 53 mm de rayon.*
- *Efface tous ce qui n'est pas un cercle.*

Elève 3 :

- Tracez un cercle de 3,5 cm de rayon et de 7 cm de diamètre puis tracez à partir du centre un trait qui monte vers le nord de 5,5 et le bout de ce segment sera le centre de la tête, il faut q'il se touche. Ensuite dessinez un trait qui part du centre du premier cercle de 4 cm vers le bas puis faire un trait perpendiculaire au premier de 5 cm et les deux bout du segment sont les centres des pieds qui font 1, 3 cm de rayon et 2, 6 cm de diamètre.

ANNEXE 3



SECOND VOLET

PARTIE DIDACTIQUE (8 Points)

L'annexe 4 présente 3 activités extraites du manuel "Atout Math" de C.P.
Dans cet ouvrage l'année est divisée en six modules de même longueur et l'extrait cité est en fin de 2ème module

Auparavant ont été introduits les nombres de un à dix, puis à seize, avec leurs écritures en chiffres et en mots.
On a composé des collections (toujours d'au plus seize éléments), introduit les expressions "autant que') "différents de ", "moins que", "plus que" et les signes correspondants =, ≠, <, >. On a comparé des collections par correspondance élément par élément, ou par regroupements, étudié des décompositions de collections en paquets, comparé des sommes (par exemple 5+4+3>3 +5+3), décomposé les nombres inférieurs à dix en sommes de deux ou trois termes. Au début du 3ème module la suite des nombres sera prolongée jusqu'à 31.

Les enfants disposent de jetons représentant les pièces de 1, 2, 5 et 10 francs.

Questions

1) Quelles peuvent-être les raisons de la progression adoptée par cet ouvrage pour le début de la construction de la suite des nombres ?

2) Quel est l'intérêt d'une série d'activités sur la monnaie placée à ce moment ?

3) Quelles sont les stratégies possibles utilisées par les enfants dans la 1ère activité ?

4) Quelles difficultés nouvelles présente la 2ème activité ? En quoi aurait-il été intéressant de faire comparer l'argent du chat et celui de l'ours ?

5) Qu'apporte de nouveau l'activité 3 ?

6) Proposer un exercice complémentaire qui inciterait l'enfant à faire des décompositions de dix en sommes de plusieurs termes.

ANNEXE 4

M La monnaie

1 Marque d'une croix les bonnes réponses.

Luc a plus d'argent que Marie : oui non

Anne a moins d'argent que Marie : oui non

Marie a plus d'argent que Luc : oui non

Reconnaissance des pièces - Ordre M

2 Marque d'une croix les bonnes réponses.

Dans  , il y avait plus d'argent que dans  . oui non

Dans  , il y avait plus d'argent que dans  . oui non

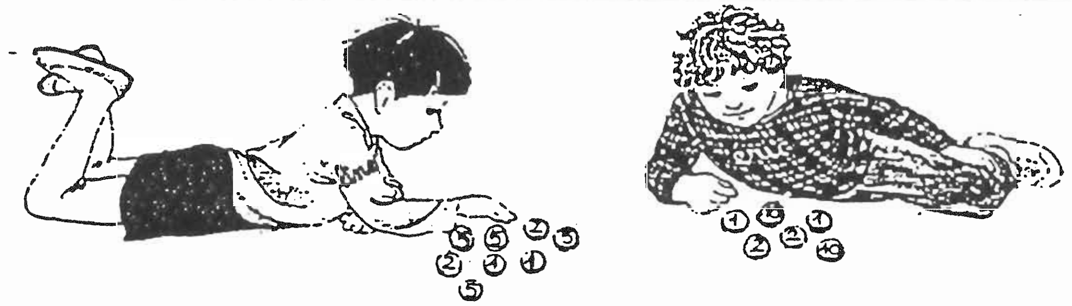
Dans  , il y avait plus d'argent que dans  . oui non

Reconnaissance des pièces - Ordre M

ANNEXE 4

47

3 Marque d'une croix les bonnes réponses.



Line a plus d'argent qu'Éric : oui non | Line a plus de pièces qu'Éric : oui non

Monnaie : échanges M

ACADÉMIE DE ROUEN

L'usage de la calculatrice est aurorisé

PREMIERE PARTIE

EXERCICE 1 (8 points)

Dans toutes les questions de cet exercice les nombres sont écrits en base dix. Vous justifierez vos réponses. La lisibilité et la qualité de votre rédaction seront particulièrement appréciées.

1) Existe-t-il un entier naturel à deux chiffres qui soit égal au double de la somme de ses chiffres ?

2) Existe-t-il un entier naturel à deux chiffres qui soit égal à la somme de ses chiffres ?

3) Justifiez que 100 001 est un multiple de 11

4) Décomposez en produit de nombres premiers le nombre 1 001

5) Simplifiez les fractions $\dfrac{1\ 001}{100\ 001}$ et $\dfrac{2\ 500\ 025}{825}$

La suite de l'exercice porte sur les propriétés de divisibilité pour des nombres dont l'écriture en base dix est de la forme abbcca (a, b et c non nuls).

6) Prouvez que tout entier de cette forme est divisible par 11

7) Prouvez que tout entier de cette forme est divisible par 9 si et seulement si la somme a + b + c est égale à 9, 18 ou 27. En déduire que le nombre 788 337 est divisible par 99.

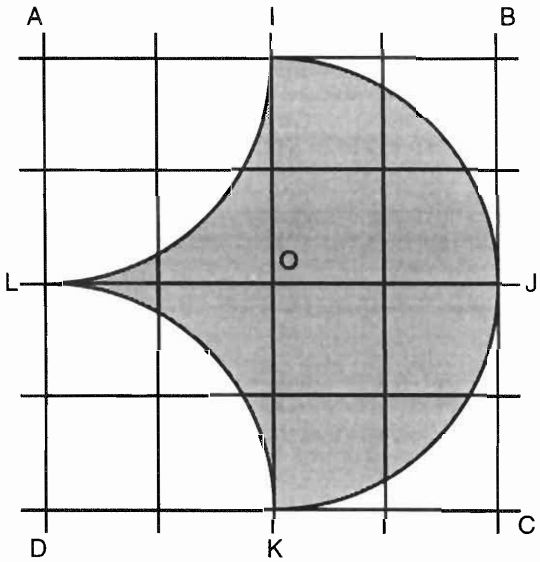
8.1) On considère les entiers 42, 21 et 14. trouver leur plus grand commun diviseur (PGCD)
8.2) Montrez que si 7 est un diviseur commun aux deux naturels $\overline{ab}$ $\overline{bc}$, alors, 7 divise également le nombre $\overline{ca}$. En déduire que dans ce cas, le nombre $\overline{abbcca}$ est divisible par 7.
8.3) Donnez la liste de tous les nombres qui s'écrivent $\overline{abbcca}$ avec $\overline{ab}$ et $\overline{bc}$ divisibles par 7. Par quel entier plus grand que 50 sont-ils tous divisibles ?

<u>DEUXIEME PARTIE</u> : analyse de productions d'élèves. (Annexe 1), (4 points)

L'exercice suivant est extrait de l'évaluation nationale faite à l'entrée en sixième en 1994.

Exercice 35

Voici une figure réalisée sur papier quadrillé :



1. Écris un texte court permettant à quelqu'un qui ne l'a pas vue de construire cette figure.

1- Quelle imprécision importante comporte cet énoncé ? Indiquez une façon de la supprimer
2- Déterminez de manière précise et en utilisant des termes mathématiques, les indications indispensables pour construire la figure.
3- Faites une grille d'analyse que vous utiliserez pour étudier les productions des élèves .
Précisez parmi les productions des élèves, celles qui permettent à un lecteur de réaliser la figure.

<u>TROISIEME PARTIE</u> : étude de documents pédagogiques (8 points)

Vous trouverez en annexes 2 et 3 deux documents pédagogiques de CM présentant certaines analogies.
Le but de cette étude est de vous les faire comparer.
La concision et la précision de vos réponses seront particulièrement appréciées, surtout pour les questions 4 et 5.

Etude de l'annexe 2

1 - Résolvez le problème de l'annexe 2.
Vous reproduirez la figure qui vous est proposée, en respectant scrupuleusement les dimensions et hachurerez la zone qui convient. Vous expliquerez brièvement comment vous obtenez cette zone.

2 - Envisagez au moins deux procédures différentes d'élèves pour trouver la zone "à plus de 600 mètres d'une maison".

J - Quelles erreurs peuvent être commises a priori par les élèves dans la résolution ?

4 - a - Quelle est la tâche de l'élève ?
b - Quelles connaissances mathématiques doivent être supposées acquises par les élèves avant cette séance ?
c - Quelles connaissances mathématiques peuvent être construites par les élèves pendant cette séance ?
d - Quelle institutionnalisation pourrait être faite à l'issue de la séance ?

Etude de l'annexe 3

5 - a - Quelle est la tâche de l'élève ?
b - Quelles connaissances mathématiques doivent être supposées acquises par les élèves avant cette séance ?
c - Quelles connaissances mathématiques peuvent être construite par les élèves pendant cette séance ?
d - Qu'attendre comme réponse à la consigne "Rédige la solution de ce problème " ?

Comparaison des deux situations

6 - Quelle(s) situation(s) pouvez vous qualifier de situation de recherche ? Pourquoi ?

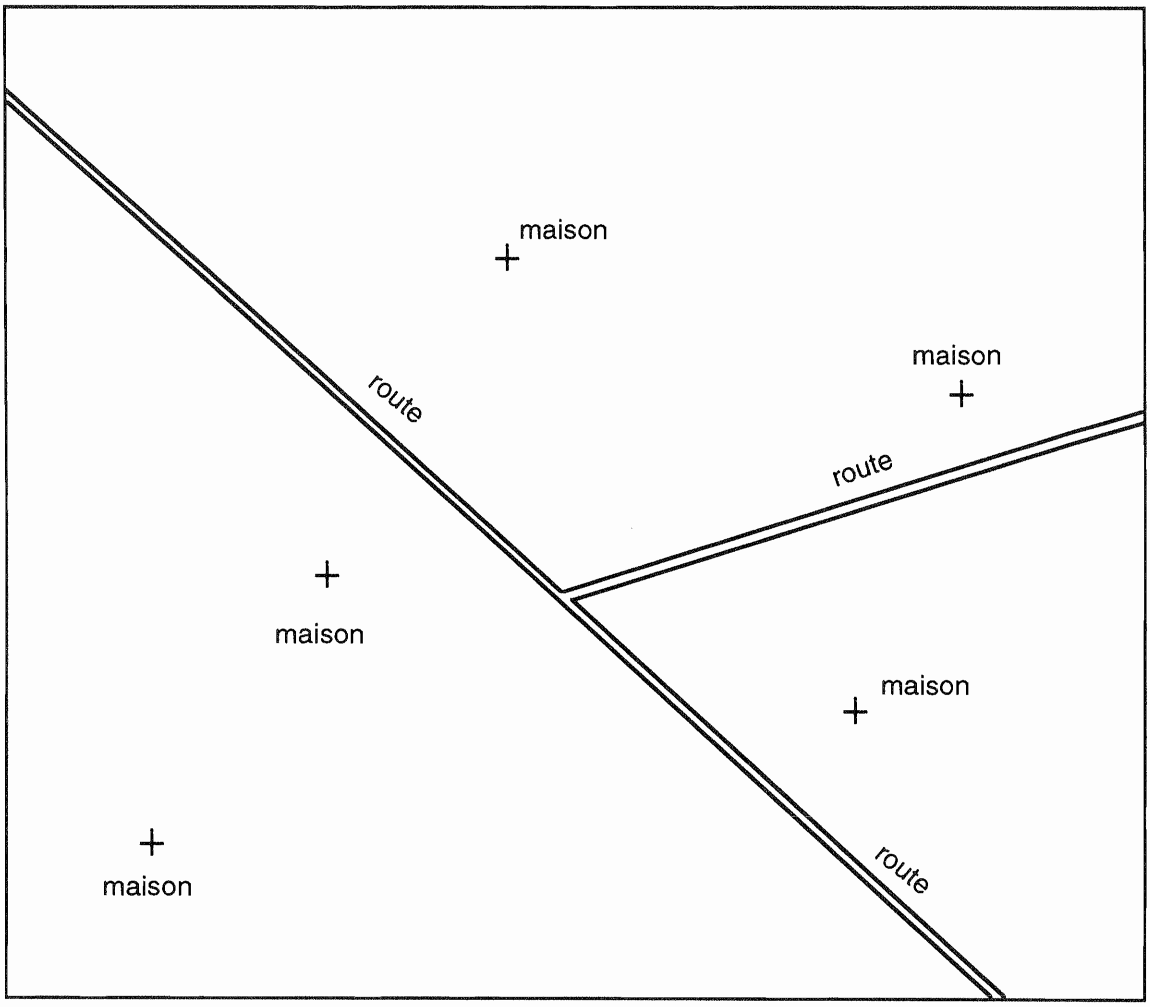
7 - Considérez vous ces deux situations comme pertinentes pour un CM ? Pourquoi ?

ANNEXE 1

A	Tracez un carré de centre O. Tracez un demi cercle sur la droite et rersté sur la même longeur et prenez le coin D tracez un tier de cercle pratiquez la même opération en A.
B	fait un demi cercle. fait deux quart de cercle un qui passe par I et L et l'autre qui passe par L et K tu te pike sur A l'un et D l'autre
C	Une carré ayant 4 carreaux de 4 petit carreaux. Autour du grand carré A, B, C, D sur des angles et I, J, K, et tout le 2 carreaux entre les angles. Place la pointe compas sur A et fait un quard de cercle dans le carré. Fait pareil sur D. Place la pointe de ton compas sur le milieu du carré et fait un demi cercle dans la partie droite,
D	(A B C D) 1) faire un carré ✓ 6,1 cm de côté. 2) si tu le millieu et du millieu . forme un demi lune du côté droit 3) deA poite ton conpa sur le A et sur la mointien gauche (compa ouvère 3, 3 cm) et fait un 1/5 de cercle dans le carré et fait pareille du point D
E	sur un papier de cadrillage A-i-D vous placez ces lettres: l O J et vous rejoigné les points D K C dans cette ordre: i-l-K-J-i et voilà votre figure est réalisé.
F	faire un carré ABCD et à la moitié de chaque côté mettre J K L faire un demi cercle de K à I faire un quart de cercle de L à I et de K à L

ANNEXE 2

D'après Aides pédagogiques pour le CM, COPIRELEM, Editions A.P.M.E.P, 1987



1 centimètre pour 200 mètres

Une entreprise envisage de créer une usine à la campagne
Voici le plan de la région qu'elle a choisie.
L'usine doit être installée à plus de 600 mètres de chaque maison et à moins de 200 mètres d'une route.
Trouve sur le plan toutes les zones où l'usine peut être installée.

ANNEXE 3

Extrait de Diagonale, Math en flèche CM2, Editions Nathan, 1994, page 132

Résoudre des problèmes : formuler des énoncés, des réponses (1)

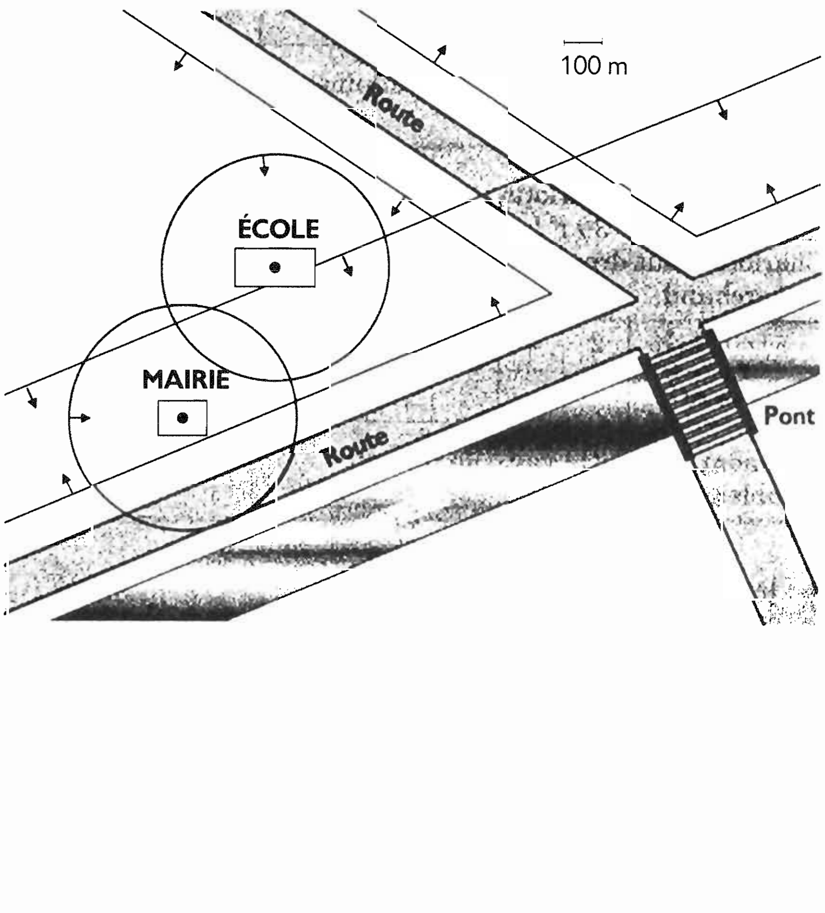
Avec les nombres...
Diviser mentalement
25,5 par 5 10,05 par 5 100,5 par

Tout problème comporte un texte, accompagné parfois de dessins, de schémas et une question. La solution d'un problème se traduit par la rédaction de la réponse. Ici, tu vas rédiger des énoncés ou des réponses à des problèmes. Tu vas aussi critiquer une rédaction incomplète ou erronée.

1 Dans un village d'Océanie, il faut installer un réservoir d'eau potable. Celui-ci doit être situé :
– à moins de 600 mètres de la rivière où l'eau sera pompée ;
– à plus de 100 mètres du bord des routes ;
– à moins de 300 mètres de l'école et de la mairie pour être facilement accessible à tous.

• Séverine a réalisé ce schéma. Complète-le en hachurant la zone où il est possible d'installer ce réservoir.

• Rédige la solution de ce problème.



ACADEMIE DE TOULOUSE

PREMIER VOLET (12 POINTS)

PREMIERE PARTIE (8 points)

EXERCICE 1 (6 points)

Question I

(ABC) est un triangle équilatéral dont H, I, J sont les pieds des hauteurs issues respectivement des sommets A, B, C. Ces hauteurs se coupent en K.

1) Que représente le point K pour le triangle (ABC) ? Préciser en la justifiant la position du point K sur [AH].

2) Si a est la mesure du côté [AB], démontrer que $AK = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

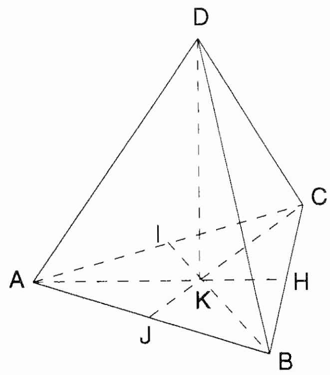
Question 2

(ABCD) est un tétraèdre. Le triangle (ABC) de la question I est l'une de ses faces, et on admet que (DK) est perpendiculaire au plan ABC et que DA = a.

1) a) Démontrer que la droite (DK) est perpendiculaire aux droites (AK), (BK) et (CK)

b) Démontrer que $DK = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Calculer DB et DC. Justifier.

2) Dessiner un patron du tétraèdre (ABCD) en prenant a-6 cm



3) Calculer l'aire totale des faces du tétraèdre en fonction de a

Démontrer que le volume du tétraèdre V(a) est égal à $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

4) Reproduire et remplir le tableau suivant on donnera V(a) à 1 cm^2 par excès

a cm	5	10	15	19	20	21	22
V(a) cm^2							

5) Construire sur une feuille de papier millimétré, la représentation graphique des données du tableau ainsi rempli. *(On portera sur l'axe des abscisses les valeurs de a en prenant comme unité graphique 1 cm pour une longueur de 1 cm. Sur l'axe des ordonnées on portera les valeurs V(a) en prenant comme unité graphique 1 cm pour un volume de 100 cm^2).*

Par lecture graphique, déterminer une valeur approchée de a pour que V(a) soit égal à 1 litre. On fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture.

Exercice 2 (2 points)

L'exercice suivant a été proposé à des élèves de CM2.

Dans la première ligne du tableau sont indiquées les quantités d'ingrédients nécessaires pour faire des beignets de bananes.

Nombre de personnes	Nombre de bananes	Cuillerées de farine	Nombre d'oeufs	Cuillerées de sucre	Verres d'eau
4	4	6	2	3	1
2					
6					
			8		

a) On désire faire des beignets pour 2 personnes. Quelles sont les quantités d'ingrédients nécessaires ? et pour 6 personnes ?

b) Avec 8 oeufs pour combien de personnes peut-on faire des beignets ? Quelles sont les quantités des autres ingrédients nécessaires pour les réaliser ?

c) Remplir le tableau et donner les explications ci-dessous

Question 1

Quelle est la notion mise en oeuvre dans cet exercice ? Reproduire et remplir le tableau.

Question 2

On considère la fonction f qui au nombre de personnes associe le poids de farine nécessaire pour confectionner les beignets, sachant qu'une cuillerée de farine pèse 10 g. Ainsi $f(4) = 60$, c'est à dire qu'il faut 60 g de farine pour faire des beignets pour 4 personnes.
Calculer $f(167)$, puis $f(47)$ et en déduire $f(167+47)$. Déduire de ce dernier résultat $f(107)$.
On expliquera et on justifiera dans tous les cas la méthode utilisée.

DEUXIEME PARTIE : 4 points

Dans cette partie, vous allez analysez les travaux de Martin, de Mathilde et de Guillaume. Ces travaux sont présentés dans le **DOCUMENT A** ci-après. Ce sont leurs réponses à l'exercice présenté dans l'exercice 2 de la première partie.

Question 1
Traduire sous forme mathématique les trois explications données par Martin. Sont-elles exactes, ou non, justifier.

Question 2
Quelle est l'erreur commise par Mathilde dans sa première ligne d'explication relative à la deuxième ligne de son tableau ?

Question 3
Mettre en relation la façon dont Guillaume a rempli la deuxième ligne du tableau et l'explication qu'il en donne, et traduire sous forme mathématique la règle qu'il utilise. Trouver au moins deux arguments (accessibles à un élève de CM2) permettant d'infirmer les deux zéros du tableau.

DOCUMENT A

Martin

Nombre de personnes	Nombre de bananes	Cuillerées de farine	Nombre d'oeufs	Cuillerées de sucre	Verres d'eau
4	4	6	2	3	1
2	2	3	1	1 1/2	1/2
6	6	9	3	4 1/2	1 1/2
11	11	14	8	9 1/2	6 1/2

Pour 2 personnes, j'ai divisé pour 4 personnes par 2.
Pour 6 personnes, j'ai additionné pour 4 et pour 2 personnes.
ce Et pour trouver le dernier j'ai fait +5 partout

Mathilde

Nombre de personnes	Nombre de bananes	Cuillerées de farine	Nombre d'oeufs	Cuillerées de sucre	Verres d'eau
4	4	6	2	3	1
2	2	3	1	1,5	0,5
6	6	8	3	7	3
16	16	10	8	9	7

4p-2p=2 donc je divise par 2.
6p-4p=2 donc j'ajoute 2.
8oeuf×2=16 donc il y a 16 personnes.

Guillaume

Nombre de personnes	Nombre de bananes	Cuillerées de farine	Nombre d'oeufs	Cuillerées de sucre	Verres d'eau
4	4	6	2	3	1
2	2	4	0	1	0
6	6	8	4	5	3
10	10	12	8	9	7

Au chiffre 2 chaque fois je retire 2 parce-que 4-2=2
Au chiffre 6 chaque fois j'ajoute 4 parce-que 2+4=6
Au chiffre 8 je peux faire 10 beignets parce-que 4+4=8

SECOND VOLET (8 points)

Les DOCUMENTS B ET C ci-joints ont été proposés dans "JID" (Journal des Insituteurs). Le but des questions suivantes est d'en faire l'analyse pour une utilisation en classe. La consigne de l'exercice 2 du DOCUMENT C a été volontairement supprimée.

QUESTION 1

Dans quelle classe proposeriez-vous les activités du **DOCUMENT B** ? Quelles sont les connaissances nécessaires pour mener à bien les tâches demandées ?

QUESTION 2

Place et signification des zéros dans le **DOCUMENT B**

a) Dans l'exemple 792 x 684, préciser la signification des zéros qui figurent dans l'opération.

b) Dans l'exemple 275 x 649, tous les zéros ont-ils la même signification que précédemment ? Justifier votre réponse.

c) Construire deux autres exemples dans lesquels "zéro" aura encore une signification différente des précédentes.

QUESTION 3

La mise en commun : faire l'analyse critique des étapes de la mise en commun proposée dans le **DOCUMENT B**

QUESTION 4

Analyse des exercices 1 et 2 du **DOCUMENT C**

a) Les multiplications c, c, g et h de l'exercice 1 sont fausses : décrire les erreurs
Quel est selon vous l'intérêt de cet exercice ?

b) Ecrire la consigne que vous donneriez-vous aux élèves pour introduire l'exercice 2 après avoir fait avec eux l'exercice 1 ?

DOCUMENT B

CYCLE 3

MÉLI-MÉLO DE MULTIPLICATIONS

MATHÉMATIQUES

CF2	CM1	CM2

COMPTES "INTELLIGENTS"

RAPPEL DE LA SIGNIFICATION DES DIFFERENTES LIGNES

Travail individuel (10 minutes)

• Présenter à chaque enfant une feuille sur laquelle sont présentées 6 multiplications déjà résolues. Les lignes de clacul sont placées dans le désordre

• Demander aux élèves, pour chacune de ces multiplications, d'indiquer la signification des lignes (parfois en partie fournie).

```
   548                 275                 548
×   37               × 649               × 273
16 440 ← 540 × ...  11 000 ← 275 × ...    1 644 ← ... × ...
 3 836 ← 548 × ...   2 475 ← ... × ...  109 600 ← ... × ...
20 276             165 000 ← ... × ...   38 360 ← 548 × ...
                   178 475              149 604

   275                 792                 792
×   97               ×  46               × 684
 1 925 ← ... × ...  31 680 ← ... × ...    3 168 ← ... × ...
24 750 ← ... × ...   4 752 ← ... × ...   63 360 ← ... × ...
26 675              36 432              475 200 ← ... × ...
                                        541 728
```

Mise en commun (10 minutes)

• Ecrire au tableau les opérations proposées.

• Vérifier les réponses apportées. Refaire le calcul en cas d'erreur (exemple : 548 × 7 = 3 836)

• Éventuellement, réexpliquer la présence des zéros en décomposant le multiplicateur (37 = 30 + 7, donc 548 × 30 = 16 440).

• Retrouver les opérations qui ont été calculées dans l'ordre habituel : on commence par l'unité, à droite.

RAPPEL DU ROLE DES ZEROS

Entraînement par groupe (15 minutes)

• Fournir le répertoire suivant :

576 x 2 = 1 152 576 x 8 = 4 608

576 × 7 = 4 032 576 × 4 = 2 304

• Demander de calculer en n'utilisant que des additions pour trouver le résultat des multiplications :

576 × 78 576 × 47 576 × 24 etc.

• Vérifier par comparaison des résultats obtenus et à l'aide d'une calculatrice.

Application individuelle

• Distribuer la fiche verso.

Bien préciser la consigne : On ne doit faire aucune multiplication.

Expliquer les deux étapes du travail. Une erreur dans la première partie risque d'entrainer des réponses fausse dans la seconde.

• Procéder aux corrections individuelles.

OBJECTIFS

- S'assurer que les enfants ont bien compris la signification des différentes étapes de leurs calculs de la multiplication.
- Ancrer le rôle des "zéros".

COMPÉTENCE

Maîtrise de la technique opératoire de la multiplication.

MATÉRIEL

- Une photocopie par élève des multiplications servant de support à la recherche.
- Une photocopie par élève du verso de la fiche.

Corrigé des Exercices

Entraînement

576 × 78 = 40 320 + 4 608 = 44 928
576 × 47 = 23 040 + 4 032 = 27 072
576 X 24 = 11 520 + 2 304 = 13 824

Exercice 1 : les multiplications fausses sont : c - e - g - h.

Exercice 2

A = 26 708
B = 57 744
C = 664 881
D = 213 279
E = 332 668
F = 40 112

DOCUMENT C

MELI-MELO DE MULTIPLICATIONS — MATHEMATIQUES

Exercice 1

Parmi les multiplications suivantes qui ont été calculées dans l'ordre habituel, retrouve celles qui sont fausses, sans faire de calcul. Barre-les d'une croix.
Ecris à côté de celles qui sont justes la signification des lignes.

a)	b)	c)
362	759	1604
x 47	x 78	x 76
2234	6072	9624
11480	15180	11228
17014	21252	20852

d)	e)	f)
436	362	739
x 47	x 843	x 617
3924	1086	5313
26160	14480	7590
30084	28960	455400
	44526	468303

g)	h)	i)
436	1604	436
x 148	x 923	x 237
348800	4812	3052
174400	32080	13080
43600	14436	87200
566800	51328	103302

Les multiplications fausses sont :
Explique comment tu les a reconnues :

Exercice 2

Consigne

a)	b)	c)
362	1604	759
x 74	x 36	x 876

d)	e)	f)
759	436	436
x 281	x 763	x 92