

SUJETS

ACADÉMIES D'AIX-MARSEILLE DE CORSE, DE MONTPELLIER, DE NICE

PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

Exercice 1 : (1,5 pt)

Dans une ville, lors d'une élection, trois listes sont en présence (A, B et C). Les résultats en nombre de voix et pourcentage des exprimés - figurent dans le tableau ci-dessous dont trois cases ont été effacées.

Reconstituer les cases manquantes en justifiant les réponses .

	Voix obtenues	Pourcentages
Liste A	2362	
Liste B		25%
Liste C	5522	

Exercice 2 : (1,5 pt)

Un nombre à trois chiffres a 4 pour chiffre des centaines. Ce nombre est 26 fois plus grand que le nombre à 2 chiffres obtenu en enlevant le chiffre des centaines. Trouver ce nombre.

Exercice 3 : (1 pt)

On cherche un nombre de trois chiffres, multiple de 9 et dont le quotient dans la division euclidienne par 21 est 33. Déterminer le (ou les) nombre(s) solution(s)

Exercice 4 : (4 pts)

On appelle "Amandin" un quadrilatère convexe dont deux angles opposés sont droits (voir figure ci-dessous).

1. Voici 5 affirmations. Répondez par Vrai ou Faux en justifiant votre réponse.

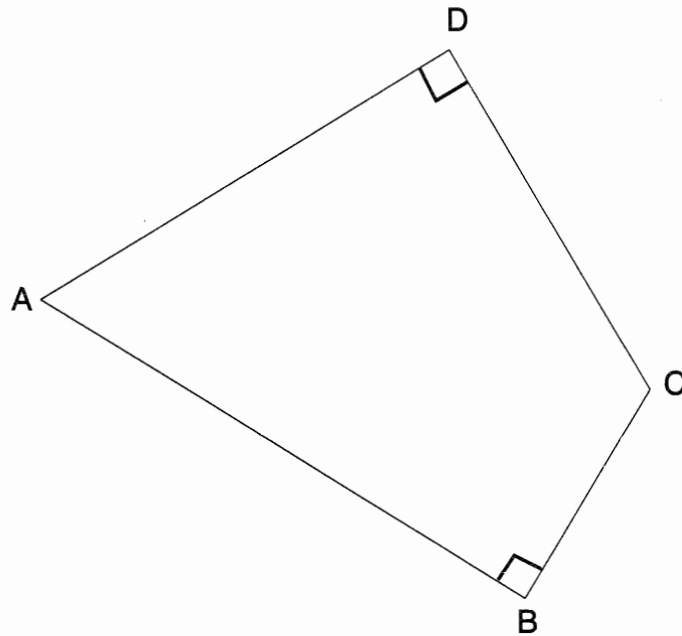
- Un rectangle est un "Amandin",
- Tous les trapèzes rectangles sont des "Amandins".
- Certains "Amandins" sont des losanges.
- Un "Amandin" dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange.
- Un "Amandin" dont les diagonales sont de même longueur est un rectangle.

2. On considère "l'Amandin" ABCD dont les angles droits sont en B et D, et tel que :
- la diagonale (AC) a une longueur de 6 cm.

- la hauteur du triangle (ABC) issue de B mesure 2 cm.
- le triangle ADC est isocèle.

- a) Construire A.BCD en Justifiant les tracés et les différentes étapes de la construction.
- b) Déterminer l'aire ABCD.
- c) Déterminer AD au mm près.

Les questions 1 et 2 de l'exercice 4 sont indépendantes.



Deuxième Partie (4 points)

Analyse de travaux d'élèves :

“ Dans une classe de CM2, un maître demande à quatre élèves de calculer :

$$23,45 \times 10$$

Vous trouverez leurs réponses dans la colonne de gauche du tableau de l'annexe 1 page 4.

Il demande ensuite à quatre autres élèves s'ils sont d'accord avec la réponse en expliquant pourquoi.

Vous trouverez ces explications dans la colonne de droite du tableau de l'annexe 1 page 4. ”

QUESTIONS

1. Analyser chacune des 4 productions de la colonne de gauche.
2. Evaluer la pertinence des arguments apportés par chaque élève de la colonne de droite.

DEUXIÈME VOLET

(8 pts)

Vous trouverez en **annexes 2 et 3**, les extraits de deux manuels de CM1 concernant la proportionnalité.

Etude de l'extrait n° 1 : (annexe 2)

1. Quelles sont les compétences mathématiques nécessaires pour répondre aux questions des exercices 1 et 2 ?
2. Paragraphe “ j'ai appris ” :
Dans ce paragraphe, l'auteur propose une définition d'une situation de proportionnalité et une méthode de résolution.
Sur quelles propriétés mathématiques de la proportionnalité s'appuient-elles ?
3. Exercices 3 et 4 :
Pour chaque situation proposée, par quelle (s) procédure (s) un élève peut-il répondre à la question posée ?
En quoi le choix des nombres induit-il cette (ces) procédure (s) ?

Etude de l'extrait n° 2 : (annexe 3)

4. Exercices 1 et 2 de “ Je découvre ” et “ je m'entraîne ”
Par rapport à la notion en jeu et les problèmes proposés, quels sont les avantages et les inconvénients des tableaux donnés ou à construire ?
5. En tenant compte de tous les éléments qui servent à la présentation de l'exercice 3 :
Montrer que l'on peut obtenir des graphiques différents . Est-ce, d'après vous, l'intention de l'auteur ?

Etude comparative des 2 extraits

6. Comparer ces deux extraits de manuels en ce qui concerne les objectifs poursuivis par les auteurs, les méthodes de résolutions proposées, l'initiative laissée à l'élève.

ANNEXE 1

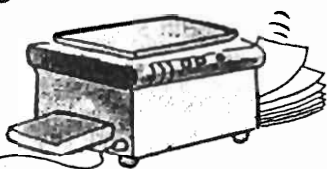
Calculer $23,45 \times 10$	
Réponses des élèves	Réponses VRAIE ou FAUSSE Pour les réponses fausses, explique pourquoi tu penses que l'élève s'est trompé
<p><u>Samsa</u></p> <p>23,450 parce que quand on multiplie par dix on met un zéro</p>	<p><u>Léa</u> FAUSSE, parce que c'est un nombre à virgule et qu'on multiplie par 10, on pousse la virgule d'un cran à droite. Après le numéro 5 on peut mettre plusieurs zéros ça ne compte pas.</p>
<p><u>Julien</u></p> <p>230,450 car</p> $23 \times 10 = 230$ $45 \times 10 = 450 \text{ donc}$ <p>ça fait 230,450</p>	<p><u>Guillaume</u> faux car ce sont 450 centièmes et pas 450 millièmes</p>
<p><u>Laetitia</u> 234,50</p> <p>car $23,45 + 23,45 + 23,45 + 23,45$ $+ 23,45 + 23,45 + 23,45 + 23,45$ $+ 23,45 + 23,45 = 234,50$ (le calcul est fait en colonne à côté de l'égalité)</p>	<p><u>Evelyne</u> Juste, car $23,45 = 23 + 45$ centièmes. Comme $10 = 100$ centièmes cela fait 4 u, reste 50 centièmes $23 \times 10 = 230$, $230 +$ les 4 u de retenue ca fait 234 $234 + 50$ centièmes = 234,50</p>
<p><u>Damien</u> 230,45</p> <p>parce que pour multiplier un nombre par 10, 100, 1000 ... le nombre prend un, deux, trois ... zéros</p>	<p><u>Vincent</u></p> <p>FAUX, car on décale la virgule et le 0 se met à la fin du nombre, la réponse est 234,50</p>

ANNEXE 2

Extrait n° 1 : " J'APPRENDS LES MATHS " Rémi BRISSIAND
Manuel de CM1 chez RETZ

Je découvre

1 Voici le tarif des photocopies d'une librairie :



75 centimes
LA PHOTOCOPIE

Combien coûtent 5 photocopies ?
Combien coûtent 9 photocopies ?
Calcule de 2 façons le prix de 14 photocopies.
Calcule de 2 façons le prix de 90 photocopies.

2 Voici le tarif d'une autre librairie :

PHOTOCOPIES	
Quantité achetée	Prix à l'unité
De 1 à 6	85 c.
De 7 à 10	80 c.
De 11 à 20	70 c.
Plus de 21	60 c.

A. Calcule le prix de 5 photocopies.

M. Dubois fait 9 photocopies. Le libraire lui demande 7,20 F.
Vérifie que le libraire ne s'est pas trompé.

M. Diot fait 15 photocopies. Le libraire lui demande 10,50 F.
Vérifie que le libraire ne s'est pas trompé.

Combien coûtent 25 photocopies ?

B. On a vu que le prix de 5 photocopies est de 4,25 F et que celui de 9 photocopies est de 7,20 F.
Cela permet-il de calculer le prix de 14 photocopies ?

C. On a vu que le prix de 9 photocopies est de 7,20 F.
Cela permet-il de calculer le prix de 90 photocopies ?

J'ai appris

- Si le prix d'un objet diminue quand le nombre d'objets achetés augmente, on dit que le prix est **dégressif**.
- Si le prix d'un objet est le même quel que soit le nombre d'objets achetés, on dit que le prix est **proportionnel** au nombre d'objets achetés.
- C'est seulement quand le prix est proportionnel au nombre d'objets qu'on peut calculer facilement le prix de 13 objets si on connaît déjà celui de 5 et celui de 8 objets.

3 Dans chacun de ces exemples, détermine si le prix est proportionnel au nombre d'objets achetés. Justifie tes réponses.

- Un lot de 3 paquets de café Mélior coûte 27 F. Un lot de 7 paquets de ce même café coûte 63 F.
- Six places de cinéma coûtent 258 F. Une carte pour 15 places coûte 585 F.
- Un lot de 4 litres d'eau minérale Clara coûte 17 F. Un lot de 10 litres d'eau Clara coûte 40 F.

4 Dans ces deux problèmes, le prix est proportionnel au nombre d'objets achetés. Calcule le prix demandé. Quand il y a plusieurs méthodes, choisis la plus facile.

- Sept chaises sont vendues 1 092 F. Combien valent 14 chaises ?
- Huit fauteuils sont vendus 2 472 F. Combien valent 13 fauteuils ?

ANNEXE 3

Extrait n° 2 : "MATHS" Nouvelle Collection THÉVENET
Manuel de CM1 chez BORDAS



61. La proportionnalité (1)

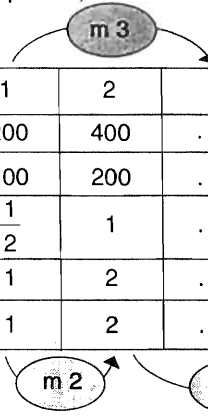
JE DÉCOUVRE

1. Voici la recette d'une tarte aux pommes.

Recopie et complète le tableau avec les quantités nécessaires pour 2, 3 ou 4 tartes.

- Tarte aux pommes
- 200 g de farine
 - 100 g de beurre
 - 1/2 verre d'eau
 - une pincée de sel
 - 1 kg de pommes

Quantités	Nombre de tartes			
	1	2	3	4
farine en g	200	400
beurre en g	100	200
eau en verre	$\frac{1}{2}$	1
sel en pincée	1	2
pommes en kg	1	2



2. Les yaourts sont vendus par paquets de 6.

- Construis un tableau pour trouver le nombre de yaourts dans 2 paquets, 6 paquets, 5 paquets, 11 paquets.
- Combien de paquets peut-on faire avec 18 yaourts ? 24 yaourts ?

JE M'ENTRAÎNE

1. Avec sa bicyclette, Pierre parcourt 15 km en une heure.

• Recopie et complète le tableau.

temps en h	1	2	3	4	12
distance en km	15	75	150	...

2. Complète les tableaux suivants.

m...	3	8	20	m...
	12	...	24	60

m...	7	12	18	36	...	m...
	...	36	33	...

m...	...	10	20	m...
	8	40	...	240	400	...

jeu avec les nombres

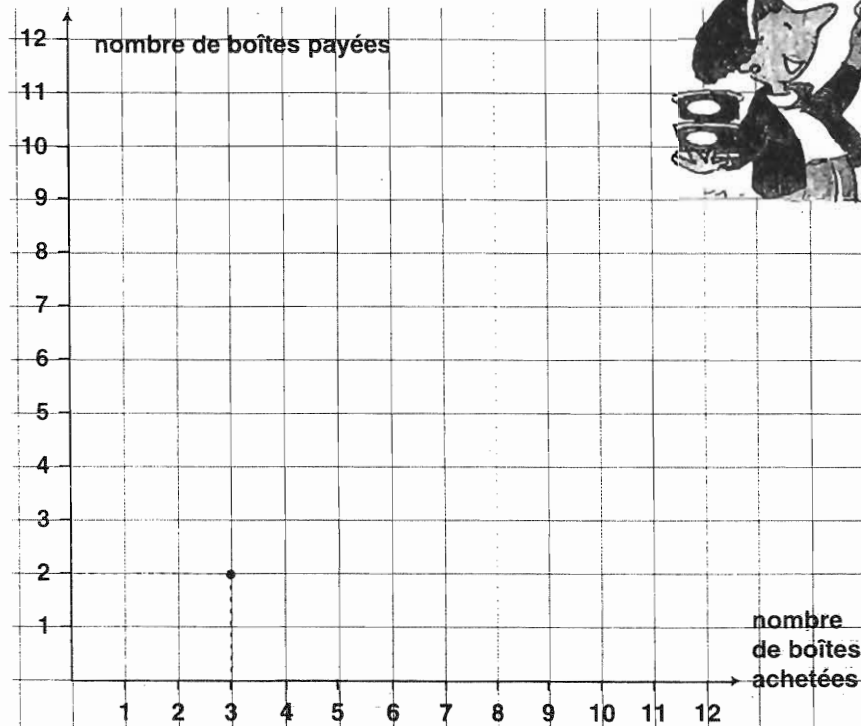
Chercher les nombres qui correspondent aux fractions

$$\frac{4}{2}, \frac{8}{2}, \frac{6}{2}, \frac{6}{3}$$

3. Dans un magasin, on relève la publicité suivante :

- Complète le tableau suivant.

nombre de boîtes achetées	0	3	6	9	12
nombre de boîtes payées	0	2



- Place les points correspondants sur le quadrillage de ton cahier.
Comment sont disposés les points ?
- Combien de boîtes paye-t-on lorsqu'on en achète 18 ? 24 ?

4. Émilie a acheté 3 paquets de gâteaux pour 18 F. Corinne voudrait en acheter 7.

- Combien devra-t-elle payer ?

5. Un libraire accorde une réduction de 4 F pour 100 F d'achats.

- Calcule la réduction pour un achat de 200 F, 500 F, 1 000 F, 250 F.
- Calcule le montant des achats correspondant à une remise de 24 F, 38 F, 48 F. (Tu peux faire un tableau.)

6. Avec son vélo, Nicolas avance de 10 m lorsqu'il fait 2 tours de pédalier.

- Combien de tours de pédalier devra-t-il faire pour parcourir 30 m ? 100 m ? 1 km ? 500 m ?
- Quelle distance parcourt-il lorsqu'il fait 4 tours de pédalier ? 10 tours ? 25 tours ?

ACADEMIE D'AMIENS

PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

Chaque réponse doit être justifiée. Chaque construction doit être accompagnée d'un texte explicatif. L'unité considérée est le centimètre.

1. Tracer en utilisant une règle graduée et un compas, un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4$ et $BC = 8$.
2. On considère O le milieu de [BC]. Comparer OA et BC.
3. Calculer l'aire exacte du triangle ABC. Donner une valeur approchée de cette aire à $0,1 \text{ cm}^2$ près. 1,732 est une valeur approchée de $\sqrt{3}$ à 0,001 près.
4. Placer E, le symétrique de A par rapport à C. Quelle est la nature du triangle ABE ?
5. Déterminer le rapport des aires des triangles ABE et ABC.
6. Déterminer l'aire exacte du triangle BCE.
7. On considère H le point d'intersection du cercle de centre O et de diamètre [BC] avec la droite (BE). Démontrer que [CH] est une hauteur du triangle BCE.
8. Placer F, le symétrique de B par rapport à C. Quelle est la nature du quadrilatère AFEB ? Quelle est son aire exacte ?
9. Exprimer l'aire d'un losange en fonction de la mesure de ses diagonales.
10. Construire un losange MPNQ à partir de ses diagonales qui ait la même aire que AFEB. Pour cela, vous utiliserez uniquement le compas (qui vous permettra de reporter des longueurs de la première figure) et une règle non graduée

Deuxième Partie (4 points)

L'**annexe 1** présente un énoncé de problème extrait du *Nouvel objectif calcul CM2*, Hatier 1996.

L'**annexe 2** propose les productions de trois élèves: Mickaël, Mathieu et Pauline.

Questions :

1. Expliquer la procédure de Pauline. Pourquoi selon vous n'a-t-elle pas abouti ?
2. Expliquer la procédure de Mathieu en mettant en évidence les causes de sa non-réussite.
3. Organiser les résultats de Mickaël dans un tableau et expliciter sa procédure.

DEUXIEME VOLET

(8 points)

Le travail porte toujours sur l'exercice proposé en **annexe 1**.

Questions :

1. On considère les réponses de deux élèves.

Audrey “ *Ils ne se rattraperont jamais.* ”

Vincent “ *Le chien devra faire 15 bonds.* ”

Expliquer ces deux réponses en vous référant aux informations données par l'énoncé.

2. Afin que les élèves s'approprient le problème, proposer deux types de questions qui les engageraient dans une procédure de résolution faisant intervenir des calculs.

3. Proposer un schéma qui s'inspire de la production de Mathieu (annexe 2) pour résoudre le problème. Enumérer les savoirs mathématiques que vous avez utilisés.

4. Proposer un graphique pour résoudre le problème. Enumérer les savoirs mathématiques que vous avez utilisés.

5. Les auteurs du manuel demandaient aux élèves de compléter le tableau suivant

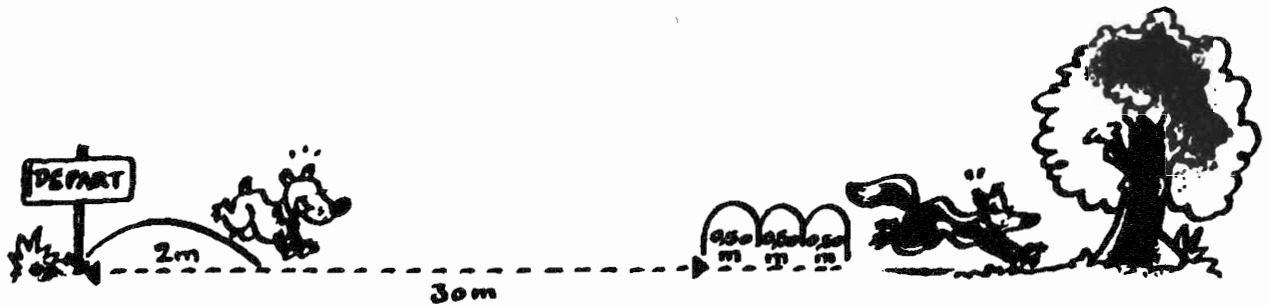
Nombre de bonds du chien	Nombre de bonds du renard	Ecart entre les 2 animaux
0	0	30
1	3	29,5
2	6	29
10	30	25
20
40
50
60
100

Quelles difficultés peut-on envisager pour les apprenants ?

ANNEXE 1

Bobi, le chien, essaie de rattraper Rousqueue le renard.

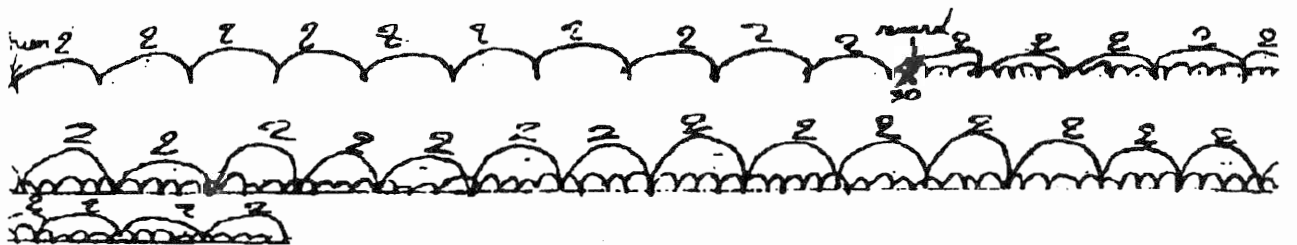
C'est une course éperdue.



- Rousqueue démarre avec 30 m d'avance, sur Bobi.
 - Pendant que Bobi fait un bond de 2 m, Rousqueue, lui, fait trois bonds de 0,50 m.
- Trouve en combien de bonds le chien aura rattrapé le renard.

ANNEXE 2

Mathieu



Le chien a fait 33 bonds

ANNEXE 2 (suite)

Mickaël

Pour faire 30m, le chien fait 15 bonds :

$$15 \times 2 = 30$$

Pendant ce temps, le renard fait 22,5 m de plus

$$1,5 \times 15$$

Le chien continue et fait 11 bonds :

$$2 \times 11 = 22$$

Le renard continue :

$$1,5 \times 11 = 16,5 \text{ m} + 50 \text{ cm qui restaient}$$

Le chien fait 8 bonds :

$$8 \times 2 = 16$$

Le renard : $8 \times 1,5 = 12$

Le chien fait 6 bonds

$$6 \times 2 = 12$$

le renard 3 m

$$6 \times 1,5 = 9$$

le chien 5 bonds

$$5 \times 2 = 10$$

le renard fait les sions

$$5 \times 1,5 = 7,5$$

le chien on fait 3

$$3 \times 2 = 6$$

le renard refait les sions

$$3 \times 1,5 = 4,5 + 1,5 = 6 \text{ m}$$

le chien on refait 3

$$3 \times 2 = 6$$

le renard

$$3 \times 1,5 = 4,5$$

le chien

$$3 \times 2 = 6$$

le renard

$$3 \times 1,5 = 4,5$$

le chien

$$2 \times 2 = 4$$

le renard

$$2 \times 1,5$$

le chien

$$2 \times 1 = 2$$

le renard $1,5 \times 1 = 1,5 + 1,5 = 3 \text{ m}$, le chien on refait 1

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 + 11 \\
 + 8 \\
 + 6 \\
 + 5 \\
 + 3 \\
 + 3 \\
 + 3 \\
 + 2 \\
 + 1 \\
 + 1 \\
 \hline
 58
 \end{array}$$

le chien fait 58 bonds pour attraper le renard.

distance
 $6 \cdot 1,5 =$

ANNEXE 2 (fin)

Pauline

Problème.

$$0,50 \times 3 = 1,50$$

Le remard fait 1,50 en 3 bonds.

$$2 - 1,50 = 0,50$$

Le chien saute 50 cm par bonds.

$$30 : 0,50 =$$

30

9,50

ACADEMIE DE BESANÇON

PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

I) En 1997, les traitements des fonctionnaires ont été revalorisés de 0,5 % au 1^{er} mars, et encore de 0,5 % au 1^{er} octobre. Quelle augmentation au premier janvier 1997 aurait permis le même gain annuel Le résultat sera arrondi au 1/100^{ème}.

II) Soit le triangle TRI rectangle en R tel que RI = 3 et TR = 4, une unité de longueur ayant été fixée. M est un point du segment [RI]. On pose $RM = x$

1. Construire un rectangle MECA tel que E est sur [RT], C et A sur [TI].
 - a) Les constructions seront faites à la règle et au compas et resteront très visibles
 - b) Justifier la construction

2. a) Démontrer que la longueur h de la hauteur [RH] du triangle rectangle TRI est égale à $\frac{12}{5}$

- b) Calculer la longueur ME
 - c) Calculer la longueur EC

3. On se pose le problème de l'existence de points M tels que ce rectangle soit carré, le résoudre.

Deuxième Partie (4 points)

Analyse de productions d'élèves (voir Annexe n°1)

Problème : deux enfants, Yann et Jean-François, ont le même nombre de billes. Ils jouent ensemble et Yann gagne 12 billes. Combien a-t-il maintenant de billes de plus que Jean-François ? Explique comment tu as fait pour trouver la réponse en l'écrivant ou en faisant un dessin.

1. À quel cycle ce problème peut-il être proposé ? Justifier-votre réponse.
2. Donner une résolution de ce problème telle qu'elle pourrait être proposée aux élèves.
3. Analyser les résolutions produites par Yohann, Clément et Mohamed. (Annexe n° 1)

DEUXIEME VOLET

(8 points)

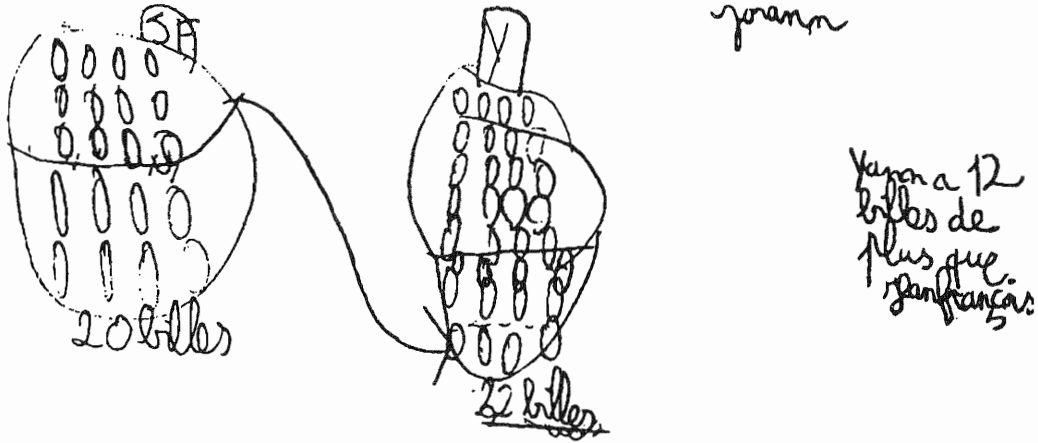
Les nombres pour prévoir et vérifier

1. À quel cycle et au cours de quelle année de ce cycle les trois situations figurant en **annexe n° 2** sont-elles proposées ? Justifier cette réponse.
2. Les trois situations proposées ne sont pas dans l'ordre d'apparition dans le manuel dont elles sont extraites. Elles correspondent aux étapes 16, 32, 85 d'un ouvrage qui en comporte 95. Rétablir cet ordre et justifier.
3. Pour chaque étape, donner toutes les solutions possibles permettant d'atteindre le nombre cible.
4. Quels sont les objectifs visés par la demande suivante : “ Écris toutes les solutions trouvées dans la classe ” ?
5. Citer deux variables didactiques relatives à la mise en oeuvre de ces trois situations et justifier votre réponse.
6. On considère la situation A de l'**annexe n° 2**. Citer deux savoirs mathématiques du cycle concerné, nécessaires à la résolution du problème.
7. Rédiger une situation d'évaluation à proposer aux élèves, à la suite de l'étape A, en précisant les objectifs évalués ?
8. Concevoir une situation construite sur le modèle “ du compte est bon ” pour un autre cycle.

ANNEXE 1

Problème : deux enfants, Yann et Jean-François, ont le même nombre de billes. Ils jouent ensemble et Yann gagne 12 billes. Combien a-t-il maintenant de billes de plus que Jean-François ?

Explique comment tu as fait pour trouver la réponse en l'écrivant ou en faisant un dessin.

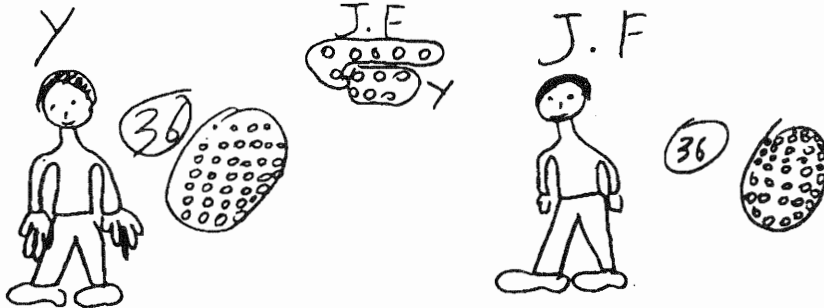


$$36 + 6 = 42 B$$

Clément

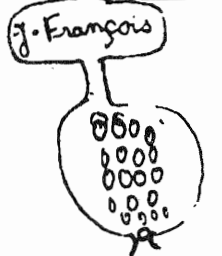
Yann a 6 billes de plus que J.F.
j'ai trouver en faisant un schéma.

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 6 \\ \hline 42 \end{array}$$



Mehamed

Schéma



Jean-François à 8 billes

Yann



Yann à 32 billes

Calculs

Jean-François

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 12 \\ \hline 8 \end{array}$$

20 - 12 = 8 billes

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 12 \\ \hline 08 \end{array}$$

Jean-François à perdu 8 billes de moins que Yann.

yann

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 12 \\ \hline 32 \end{array}$$

20 + 12 = 32 billes

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 12 \\ \hline 32 \end{array}$$

Yann a gagné 12 billes de plus que Jean-François

ANNEXE 2
 ("Le nouvel objectif calcul" Editions HATIER)

◆ Activité préparatoire : Jeu « le compte est bon ».

Application (A)

Règle du jeu
 « Le compte est bon »

Un jeu de cartes-nombres. Le maître choisit six cartes et un nombre cible. Le gagnant est celui qui atteint ou approche le plus près possible le nombre cible. On peut additionner ou retrancher les nombres écrits sur trois cartes

Dessine une croix sur les trois cartes que tu choisis pour atteindre le nombre cible.

Complète l'égalité obtenue : $80 = \dots\dots\dots$

Écris toutes les solutions trouvées dans la classe : $\dots\dots\dots$

◆ Activité préparatoire : Jeu « le compte est bon »

Application (B)

Règle du jeu
 « le compte est bon »

Un jeu de cartes-nombres. Le maître choisit six cartes et un nombre cible. Le gagnant est celui qui atteint ou approche le plus près possible le nombre cible. On peut additionner, soustraire ou multiplier les nombres écrits sur deux cartes

Dessine une croix sous les deux cartes que tu choisis pour atteindre le nombre cible.

Écris l'égalité obtenue : $36 = \dots\dots\dots$

Écris toutes les solutions trouvées dans la classe : $\dots\dots\dots$

◆ Activité préparatoire : jeu « le compte est bon ».

Application (C)

Règle du jeu
 « Le compte est bon »

Un jeu de cartes-nombres. Le maître choisit six cartes et un nombre cible. Le gagnant est celui qui atteint ou approche le plus près possible le nombre cible en additionnant les nombres écrits sur trois cartes

Dessine une croix sur les trois cartes que tu choisis pour atteindre le nombre cible.

Écris l'égalité obtenue : $30 = \dots\dots\dots$

Écris toutes les solutions trouvées dans la classe : $\dots\dots\dots$

ACADEMIES DE CRETEIL, PARIS, VERSAILLES

PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

La calculatrice est autorisée

Exercice 1 (2 points)

Tout l'exercice traite de la conversion de la monnaie en francs dans la monnaie du "Topland" (pays de fiction), monnaie appelée "top". On suppose que le taux de conversion entre top et francs est fixe 1 top pour 6,54321 F.

Dans la conversion du franc vers le top, les prix en tops sont arrondis au centième de top. Par exemple : 7,034 tops est arrondi à 7,03 tops
7,037 tops est arrondi à 7,04 tops
7,035 tops est arrondi à 7,04 tops

D'autre part, les prix en francs sont arrondis au multiple de 5 centimes le plus proche (il n'existe pas de pièce de 1 centime).

1. Un croissant vaut 2,70 F. Quel prix afficher en tops ?
2. Une automobile vaut 80 500 F. Quel prix afficher en tops ?
3. Une place de cinéma va être affichée 5,04 tops. Quel prix valait-elle en francs ?

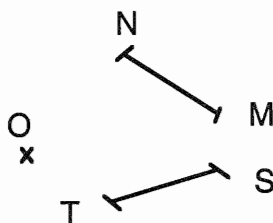
Exercice 2 (2 points)

On considère le nombre $A = 92\,865\,317 \times 814\,975$

1. Déterminez le nombre de chiffres de A.
2. Démontrez que le chiffre des dizaines est 7 et que le chiffre des unités est 5.
3. Les calculatrices courantes ne donnent pas directement tous les chiffres du nombre A. Sans utiliser la technique opératoire usuelle de la multiplication, c'est-à-dire sans "poser l'opération" $92\,865\,317 \times 814\,975$, décrivez un procédé qui utilise une calculatrice affichant dix chiffres et qui permette de déterminer tous les chiffres du nombre A.

Exercice 3 (4 points)

Pour tout l'exercice, les constructions seront faites en utilisant la règle non graduée et le compas. On laissera apparents les traits de construction. On sera amené à reproduire deux fois sur la copie la figure ci-dessous :



On veut construire un quadrilatère convexe ABCD tel que :

- les points M et N appartiennent au côté [AB]
- les points S et T appartiennent au côté [BC] ,
- le point O soit à l'intérieur du quadrilatère et appartienne à l'une de ses diagonales.

1 . En respectant ces contraintes, construire :

- a) Un parallélogramme (non rectangle, non losange) ABCD.
- b) Un losange ABCD.

2 . Pour chacun de ces quadrilatères, préciser le programme de construction mis en œuvre.

3. Quelles sont les propriétés des figures (parallélogramme, losange) qui justifient la possibilité ou l'impossibilité de chaque construction ?

Deuxième Partie (4 points)

L'énoncé du problème suivant a été proposé à des élèves de CM2 :

«A l'étalage d'un marchand de fruits, il y a 3 plateaux : l'étiquette du premier plateau indique 4 francs pour 8 oranges ; celle du second plateau indique 2 francs pour 3 citrons ; celle du troisième plateau 4 francs pour 10 poires.

Quel est le fruit le plus cher, quel est le fruit le moins cher ? »

L'annexe n° I présente 4 productions d'élèves.

Pour chaque élève, analyser sa production du point de vue :

- du type de procédure utilisée
- de la réussite (ou non) au problème
- de la rédaction de la réponse
- du type d'erreurs et de difficultés qui apparaissent, en faisant des hypothèses sur leur origine.

DEUXIEME VOLET

(8 points)

Les annexes 2 et 3 présentent deux situations de départ concernant l'ordre sur les nombres décimaux. Les annexes 4 et 5 présentent des méthodes pour comparer les nombres décimaux.

1. A quel niveau de classe peut-on présenter les activités des annexes 2 et 3 ?
2. Expliquez comment les seules règles de comparaison sur les nombres entiers peuvent permettre à un élève de donner une réponse juste dans le annexe 3.
3. a) Dans les annexes 2 et 3 quelles sont les variables susceptibles d'avoir un effet sur les réussites et les procédures des élèves ?
b) Dans l'annexe 2 expliquez en quoi les choix de ces variables font que les règles de comparaison sur les nombres entiers évoquées dans la question 2) précédente ne suffisent pas.
4. Lequel de ces annexes vous paraît le mieux adapté pour une situation de départ concernant la comparaison des nombres décimaux ? Justifiez votre réponse.
5. Dans la mise en œuvre de l'annexe 2 comment le maître peut-il aider les élèves dans leur recherche ?
6. Les annexes 4 et 5 présentent plusieurs méthodes pour comparer les nombres décimaux.
a) Quelles critiques pouvez-vous en faire ?
b) Quelle règle proposeriez-vous à vos élèves ?
7. On considère l'exercice suivant :
Trouver un nombre compris entre
8,4 et 8,7
10, 1 et 10,2
25 et 25,1
7 et 7,01
a) Quelle propriété de l'ensemble des nombres décimaux ce type d'exercice permet-il de travailler ?
b) Expliquer pourquoi le choix des valeurs numériques est important dans ce type d'exercice.

ANNEXE 1

Productions d'élèves de CM2

SYLVAIN

$$\textcircled{1} \quad \begin{array}{r|l} 10 & 4 \\ -8 & \\ \hline 20 & 2,5 \\ -20 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \textcircled{2}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ -2 & \\ \hline 10 & 1,5 \\ -10 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{array}{r|l} 8 & 4 \\ -8 & \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

- ① 1 poire = 2,5 F
1 citron = 1,5 F
1 orange = 2

$$10 \div 4 = 2^F50$$

poires franc

BRUNO

$$3 \div 2 = 0,65 \text{ centime}$$

citron franc

$$8 \div 4 = 2^F00$$

citron franc

ANNEXE 1 (suite)
Productions d'élèves de CM2

CYRIL

20 pommes = 8 F

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 2 \\ \hline 14 F \end{array}$$

20 citrons = 13 F

20 oranges = 10 F

Le fruits le plus cher et le citron parceque si on pren
20 citrons sa fait 13 F - 20 pommes 8 F et 20 oranges:

Le fruit le moins chère est la poire.

ALEXIS

Jedis que c'est la poire le fruit le plus cher car: $4 F \times 10 \text{ pommes} = 40$,

Les citron $2 F \times 3 \text{ citrons} = 6$.

Les oranges $4 F \times 8 \text{ oranges} = 32$

ANNEXE 2

Extrait de « le nouvel objectif calcul », HATIER

Nombres décimaux : ordre

Comprendre et expliciter les règles de comparaison des nombres décimaux ;
elles diffèrent des règles de comparaison des entiers.

Découverte

AH OUI !
LES DÉCIMAUX
ON COMMANTE !



Un peu d'ordre !

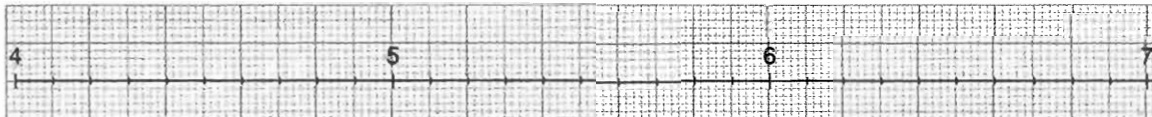
1. Voici douze nombres décimaux qui se situent tous entre 4 et 7.



Ränge ces nombres dans l'ordre croissant.

Pour cela :

- tu peux reproduire, découper et déplacer ces étiquettes ;
- tu peux placer, approximativement, chaque nombre sur la droite numérique.



2. Explique par écrit à tes camarades comment tu rangerais les nombres suivants en ordre croissant.



(Tu peux écrire des phrases ou faire un schéma.)



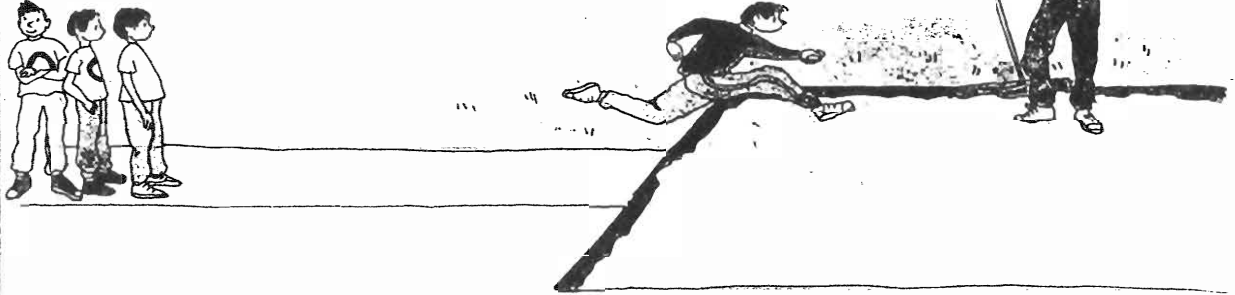
ANNEXE 3

Extrait de « Vivre les mathématiques », ARMAND COLIN

COMPARER ET RANGER LES DECIMAUX

115

Concours de saut en longueur.



	GUILLAUME	JOHAN	ALBAN	BERTRAND
1 ^{er} essai	2,80 m	2,75 m	2,35 m	3,14 m
2 ^{ème} essai	3,21 m	3,08 m	1,95 m	3,25 m
3 ^{ème} essai	2,05 m	3,22 m	2,50 m	3,42 m
4 ^{ème} essai	3,19 m	3 m	2,58 m	2,79 m

- a) Relève la meilleure performance de chaque enfant.
 b) Donne le résultat du concours en rangeant les enfants du 1^{er} au 4^e.

ANNEXE 4

Extrait de « Diagonale », NATHAN



Je retiens bien

Pour comparer deux nombres décimaux

7,25 et 7,3

1^{re} méthode : on compare les *parties entières*
ici $7 = 7$,

2^e méthode : on met les deux nombres
au même format,

lorsqu'elles sont égales, on compare
les parties décimales *chiffre après chiffre* :

7	,	2	5
7	,	3	0

→

$$\begin{array}{r} 7, \boxed{2} 5 \\ 7, \boxed{3} \end{array}$$
 3 est le plus grand
 $7,3 > 7,25$

et on compare les chiffres de ces nombres
à partir de la gauche :

$7,30 > 7,25$

ANNEXE 5

Extrait de « Apprentissages mathématiques », NATHAN

2

J'OBSERVE

POUR COMPARER LES NOMBRES DÉCIMAUX...	
13,25 et 16,38	Je compare les <i>parties entières</i> si elles sont différentes $13 < 16$ donc $13,25 < 16,38$
15,62 et 15,36	Ou je compare les chiffres des <i>dixièmes</i> : $6 > 3$ donc $15,62 > 15,36$
22,471 et 22,483	Ou je compare les chiffres des <i>centièmes</i> : $7 < 8$ donc $22,471 < 22,483$ etc.

JE RETIENS

Pour comparer des nombres décimaux, on compare les parties entières.
Si celles-ci sont identiques, on compare les chiffres des dixièmes.
Si ceux-ci sont aussi les mêmes, on compare les chiffres des centièmes, puis éventuellement ceux des millièmes.

ACADEMIE DE DIJON

PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

Exercice 1

Se reporter d'abord au texte intitulé "*Le Fainéant et le Diable*" de l'annexe 1.

A propos de cet énoncé, répondre aux questions suivantes :

1. On désigne par x la somme détenue par le Fainéant avant le premier passage. Résoudre algébriquement le problème.
2. Donner aussi une solution arithmétique, c'est-à-dire n'utilisant pas de mise en équations.

Exercice 2

ABC est un triangle quelconque. On a tracé le cercle circonscrit à ce triangle, de centre O . Cette figure est donnée dans l'annexe 2. On utilisera cette annexe 2 pour réaliser la suite de l'exercice. La figure complétée sur cette annexe sera jointe à la copie.

Soit D le point diamétralement opposé au point A . Les hauteurs $[BB']$ et $[CC']$ se coupent en H , orthocentre du triangle ABC .

1. Démontrer que la droite (DC) est perpendiculaire à la droite (AC) et en déduire que les droites (BB') et (DC) sont parallèles.
2. Démontrer que le quadrilatère $BHCD$ est un parallélogramme.
3. La droite (HD) coupe la droite (BC) en M et la droite (AH) coupe le cercle en H' .
 - a) Quelle est la nature du triangle $HH'M$? (Justifier).
 - b) En déduire que M est le centre du cercle circonscrit au triangle $HH'D$.
4. Démontrer que H' est le symétrique de H par rapport à la droite (BC) .
5. Que peut-on dire des symétriques de H par rapport aux droites (AB) et (AC) ?
Enoncer la propriété qui a été démontrée au terme de cet exercice.

Deuxième Partie (4 points)

L'annexe 3 présente l'exercice 14 de l'évaluation nationale de mathématiques à l'entrée en 6^{ème} pour l'année 1998.

L'annexe 4 présente les réponses de 5 élèves : A, B, C, D, E.

1. Classer les productions de ces élèves en fonction de la stratégie sous-jacente utilisée pour donner la réponse (même si celle-ci est fausse).

2. Pour chaque élève, décrire les erreurs éventuellement commises (ou signaler l'absence d'erreur).

DEUXIÈME VOLET

(8 points)

Les différentes séquences présentées dans les **annexes 5, 6 et 7** sont extraites du manuel scolaire «Maths» nouvelle collection THEVENET cycle des apprentissages fondamentaux. Cycle 2 - CP.

Toutes les séquences proposées appartiennent à des fiches intitulées «Atelier Problèmes». L'auteur précise dans le guide du maître : « (...) pour exercer des activités de recherche. C'est le cas essentiellement des fiches " Atelier Problèmes " ou des fiches " Pour aller plus loin " qui permettent un travail individuel ou collectif à partir de situations pour lesquelles les élèves ne disposent pas de méthode préalablement établie».

Extrait de la fiche 59 (annexe 5)

1. Les élèves utilisent le fichier comme un cahier de mathématiques.

- a) L'exercice proposé permet-il de faire acquérir aux enfants la stratégie annoncée en haut de la page ?
- b) Quelles sont les réponses qu'il faut accepter à la question : "Pierre a-t-il un voisin ?" Justifier.

Les fiches entre 59 et 68* visent les objectifs suivants

- Savoir résoudre un problème additif du type : réunion de deux collections
- Repérer les données qui manquent pour répondre
- Se poser des questions.

Les élèves ont abordé la notion de dizaine dans plusieurs fiches, mais ne connaissent pas encore la technique de l'addition verticale.

Fiche 68 (annexe 6) .

Avant de commencer cette fiche, le maître propose le problème suivant :

«Muriel a ramassé 12 champignons et François en a ramassé 25. Combien de champignons ont-ils en tout ?»

2. a) Proposer trois solutions de ce problème introductif révélant trois degrés d'appropriation du nombre pour un élève de cycle 2.

b) Quelles sont les tâches que doivent effectuer les élèves pour répondre à chacun des deux exercices de la fiche 68 ?

c) Par comparaison avec l'exercice proposé préalablement par le maître, quelles compétences supplémentaires sont requises pour les deux exercices de la fiche 68 ?

* Ces fiches ne sont pas communiquées.

Fiche 85 (annexe 7)

3. Citer deux difficultés communes aux trois énoncés que peuvent rencontrer certains élèves, les problèmes ayant été lus plusieurs fois.

Un enseignant, utilisant ce manuel, souhaite évaluer ses élèves sur la résolution de problèmes additifs en fin d'année scolaire. Il a prévu la fiche suivante. Pour ne pas évaluer des problèmes de lecture, il lira deux fois le premier énoncé et laissera aux élèves le temps de répondre. Puis il fera de même avec les problèmes 2 et 3. Pour le problème 4, il lira l'énoncé avec la première question, laissera un temps pour la résoudre, puis lira l'énoncé avec la deuxième question.

1. « J'ai des bonbons j'en mange 3 et puis encore 2. Peux-tu me dire combien il m'en reste ? »
 Oui : Il t'en reste
 Non : parce que

2. « J'ai des bonbons ; j'en mange 3, il m'en reste 15. Peux-tu me dire combien il m'en reste ? »
 Oui : Il t'en reste
 Non: parce que.....

3. « J'ai 12 bonbons ; j'en mange beaucoup Oh il ne m'en reste plus ! Peux-tu me dire combien j'en ai mangé ? »
 Oui : tu en as mangé
 Non : parce que.....

4. « Paul a des billes dans son sac. Il en gagne 3, il en a maintenant 15, il en gagne encore 4 »
 - combien a-t-il de billes à la fin ?
 - saurais-tu trouver combien il avait de billes avant de jouer ?

4. Cette évaluation est-elle cohérente avec les apprentissages visés par :
 les fiches 59 à 68 (et le problème introductif à cette dernière)
 la fiche 85 ?

Le Fainéant et le Diable

Un Fainéant se désespérait d'être toujours sans le sou. Ne sachant plus à quel saint se vouer, il eut l'idée d'invoquer le Diable. A peine avait-il prononcé son nom qu'il le vit apparaître. Dominant son effroi, le Fainéant demanda à son visiteur une recette pour faire fortune.

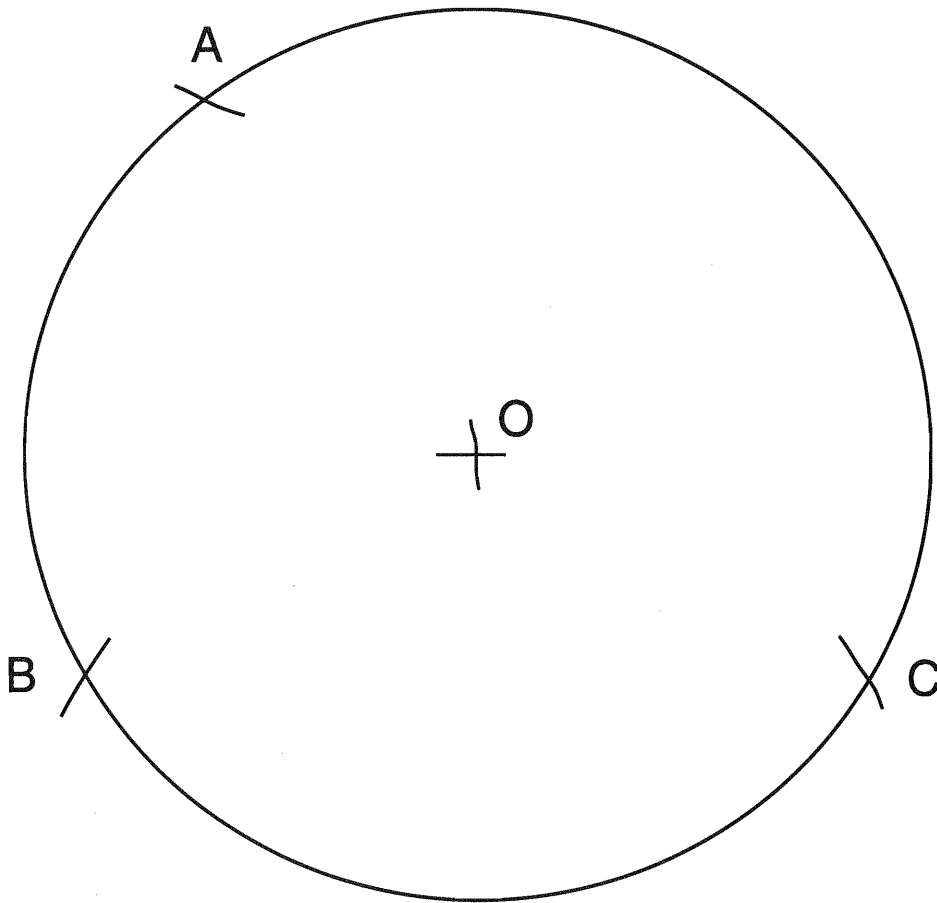
- « C'est enfantin, répondit le diable. Il suffit de traverser plusieurs fois le pont que tu vois là-bas. Après chaque traversée tu te retrouveras avec, dans ta poche, deux fois plus d'argent qu'auparavant.
- Pas possible ! s'exclama le Fainéant.
 - Je m'en porte garant, affirma le diable. Mais attention ! Il y a une condition : pour me payer de ma peine, tu me donneras 24 francs au terme de chaque traversée miraculeuse. Entendu ?
 - Entendu ! répondit le Fainéant enthousiasmé à l'idée de faire si facilement fortune. Commençons sur le champ ! »

Le Fainéant traversa donc le pont une première fois et, ô stupeur ! constata qu'il avait dans sa poche le double de la somme qui s'y trouvait auparavant. Ravi, il s'empressa de donner 24 francs au Diable et de traverser le pont une seconde fois. Il put s'assurer de nouveau que le Diable n'avait pas menti : son argent avait encore doublé. Il remit 24 francs au Diable et fit une troisième traversée, au terme de laquelle, l'argent ayant doublé une nouvelle fois, il se retrouva avec exactement... 24 francs, juste de quoi payer son perfide conseiller qui disparut en ricanant.

Combien le Fainéant avait-il d'argent initialement ?

« Sur le sentier des mathématiques »
(Kordiemsky - Dunod)

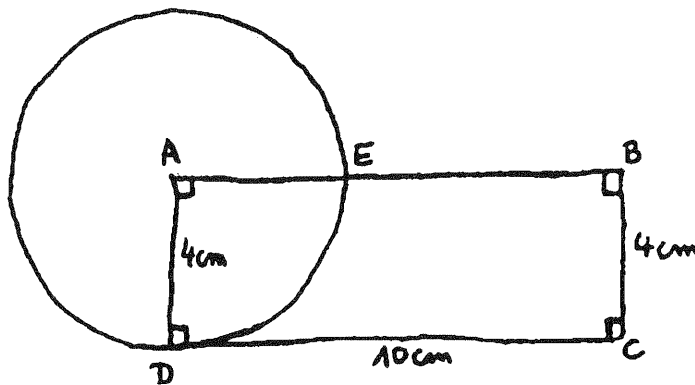
ANNEXE 2



ANNEXE 3

Exercice 14

Sur ce dessin à main levée, on a représenté un rectangle ABCD et un cercle de centre A qui passe par D. Les mesures réelles sont en centimètres. Ce cercle coupe le segment [AB] au point E.



Trouve la longueur du segment [EB].....

Explique ta réponse.....

.....

Elève A

Trouve la longueur du segment [EB]. Elle est de 3,6 centimètres

Explique ta réponse : J'ai mesuré avec ma règle le segment [EB] et je trouve 3,6 centimètres

Elève B

Trouve la longueur du segment [EB]. 6 cm

Explique ta réponse : J'ai pris ma règle et j'ai mesuré le côté de 4 cm. Cela faisait sur ma règle 2,2 cm j'ai reporté cette mesure sur le segment A.E cela faisait même longueur j'ai fait 10 moins 4 et j'ai obtenu 6

Elève C

Trouve la longueur du segment [EB]. 6 cm

Explique ta réponse : car j'ai pris la largeur = 2,2 = 4 cm et $10 - 4 = 6$ cm.

Elève D

Trouve la longueur du segment [EB]. 3,06 cm

Explique ta réponse : j'ai pris la règle et j'ai mesuré

Elève E

Trouve la longueur du segment [EB]. La longueur du segment EB est de 3,8

Explique ta réponse : Pour trouver la longueur de segment EB il faut faire $3,4 + 4 = 3,8$ (L+d)



59. Atelier Problèmes

Faire un schéma
pour répondre à une question

Date

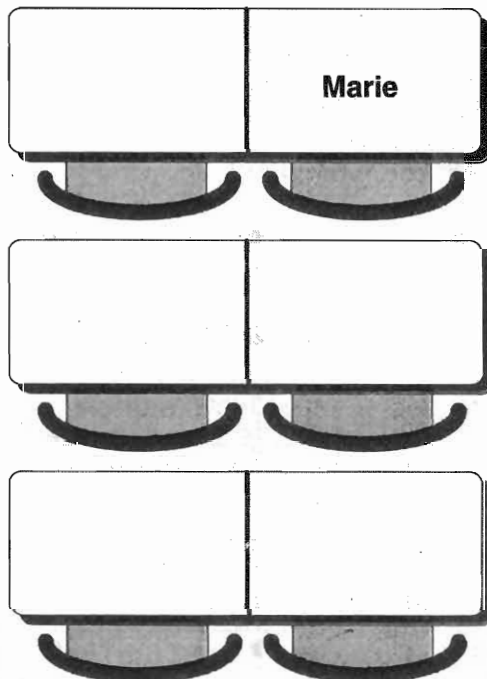
Lis attentivement les énoncés suivants.
Pour répondre aux questions, fais un dessin.

1. J'ai dessiné puis colorié en bleu et en rouge
des ronds et des carrés.

J'ai dessiné 2 carrés bleus et 1 rond rouge puis 5 carrés rouges et 3 ronds bleus.

- Combien y a-t-il de ronds au total ?
- Combien y a-t-il de figures bleues ?
- Combien y a-t-il de figures rouges ?

2. Place les élèves.



- Luc est assis au premier rang
à côté de Marie.
- Pierre est assis derrière Luc, mais
il est devant Julie.
- Joël est le voisin de Julie.

- a. A quel rang est assis Joël ?

.....

- b. Pierre a-t-il un voisin ?

.....



68. Atelier Problèmes

Problèmes additifs

Date

Combien ont-ils ?

Marie



... + ... + ... = ...

Jeanne



... + ... + ... + ... = ...

Luc



... + ... + ... = ...



18 francs



12 francs



6 francs



35 francs



20 francs

Marie a acheté



Elle a dépensé

..... =

Il lui reste

.....

Jeanne a acheté



Elle a dépensé

..... =

Il lui reste

.....

Luc a dépensé

$$18 + 12 + 6 = 36 \text{ F}$$

Dessine ce qu'il a acheté.

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80



85. Atelier Problèmes

Problèmes additifs

Date

1. La partie de billes

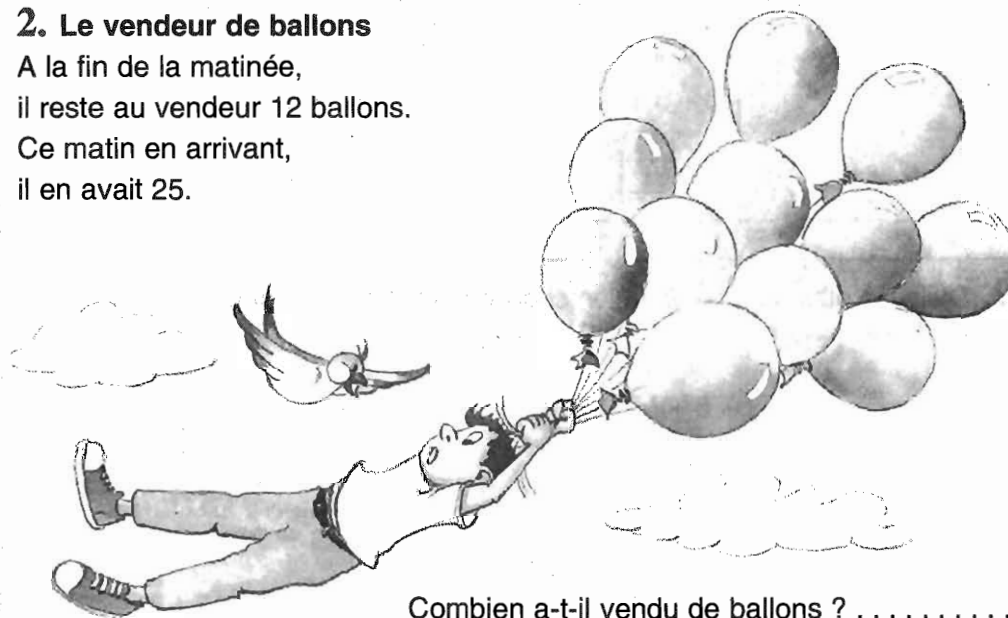
Au début de la récréation,
Luc avait 15 billes.
A la fin de la récréation,
il en a 24.



- Entoure la bonne réponse : il a gagné des billes
il a perdu des billes.
- Combien a-t-il gagné ou perdu de billes ?

2. Le vendeur de ballons

A la fin de la matinée,
il reste au vendeur 12 ballons.
Ce matin en arrivant,
il en avait 25.



Combien a-t-il vendu de ballons ?

3. Les courses

Pierre est allé faire les courses au marché.
Il est parti avec 20 euros. Après le marché, il lui restait 12 euros.
Quelle question peux-tu poser ?

.....

ACADEMIE DE LILLE

PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

Exercice 1

Soit ABCD un trapèze rectangle de hauteur $AD = 4$ cm, de bases $AB = 4$ cm et $CD = 7$ cm, et soit M un point du segment $[AD]$. On pose $DM = x$ cm.

1. Evaluer, en fonction de x , les mesures a_1 et a_2 des aires du triangle CDM et du quadrilatère ABCM (mesures exprimées en centimètres carrés). (1 point)

2. Représenter la variation de ces deux aires quand M varie sur le segment $[AD]$. On utilisera la feuille de papier millimétré à en-tête jointe, et on prendra pour représenter les unités :

- 4 cm sur l'axe des abscisses (longueurs en centimètres)
- 1 cm sur l'axe des ordonnées (aires en centimètres carrés) (1 point)

3. Graphiquement, puis par le calcul, déterminer M pour que $a_1 = a_2$. (1 point)

Exercice 2

Jacques veut réaliser un enclos pour le poney de son fils. Il dispose pour cela d'un terrain rectangulaire, vierge de toute culture et non clos, de 22 m de long sur 18 m de large.

Il profite d'une vente promotionnelle pour acheter un rouleau de 48 m de grillage et 24 piquets. Le vendeur du magasin lui a conseillé de placer un piquet tous les 2 mètres.

Avant de poser ses piquets et son grillage, Jacques réfléchit à la forme qu'il doit donner à son enclos pour que le poney de son fils ait le maximum d'espace, tout en respectant les conseils du vendeur (un piquet tous les deux mètres).

1. Il se dit d'abord que le plus simple est de choisir une forme rectangulaire

1a) Quels sont tous les enclos à forme rectangulaire possibles ? (1 point)

1b) Parmi tous ces enclos, quel est celui qui offre le plus d'espace ? **Justifier.** (0,5point)

2. Jacques se demande s'il ne serait pas plus avantageux de réaliser un enclos qui aurait la forme d'un hexagone régulier.

2a) Justifiez que cette solution est possible. Démontrez en calculant l'aire d'un tel enclos que cette solution est plus intéressante que celle d'un enclos rectangulaire. (1 point)

2b) Donnez un programme de construction géométrique permettant de réaliser un plan de cet enclos hexagonal à l'échelle 1/200.

Réalisez-le en laissant apparents les traits de construction. Notez ensuite l'emplacement des piquets. (1 point)

3. Jacques se demande maintenant si un enclos qui aurait la forme d'un dodécagone régulier (12 côtés, voir annexe, ci-dessous) ne serait pas plus avantageux encore.

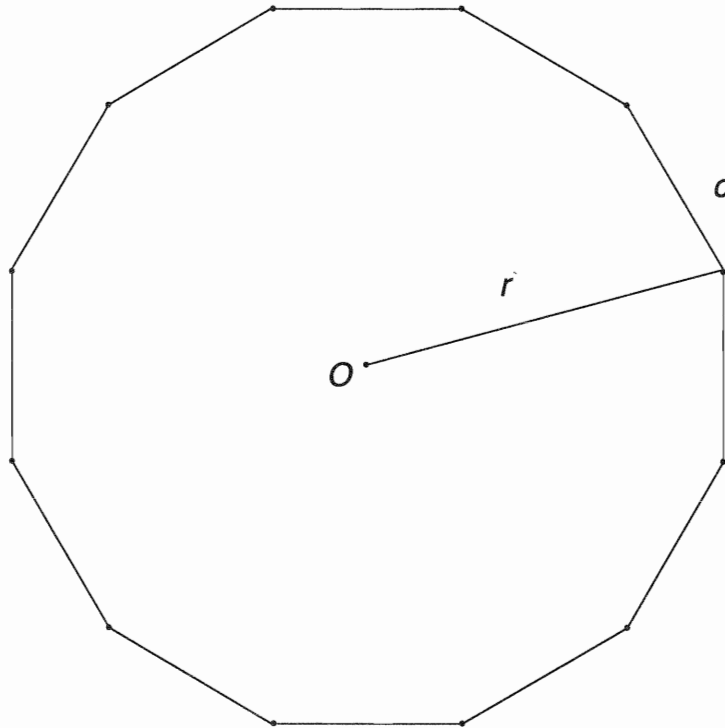
En utilisant le formulaire donné ci-dessous :

3a) Déterminez la longueur au cm près du côté de ce dodécagone et du rayon de son cercle circonscrit. Justifiez alors que cette solution est possible. (1 point)

3b) Montrer en calculant l'aire d'un tel enclos que cette solution est plus avantageuse que les précédentes. (0, 25 point)

4. A la lumière des résultats précédents, pouvez-vous imaginer, sans le démontrer, quelle forme **polygonale** Jacques devrait donner à son enclos pour qu'il fournisse au poney un maximum d'espace ? (0, 25 point)

Annexe : Définition et propriétés du dodécagone régulier



Un dodécagone régulier est un polygone (convexe) à 12 côtés de même longueur c , inscrit dans un cercle de rayon r .

On admet les formules suivantes (qui découlent du théorème de Pythagore)

$$r = c\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cong 1,932 c$$

$$\text{Aire du dodécagone} = 3r^2 = (6 + 3\sqrt{3})c^2 \cong 11,196 c^2.$$

Deuxième Partie (4 points)

Les exercices suivants¹ ont été proposés au tableau dans une classe de CM1 au mois d'octobre :

- 1) Ecrire en chiffres le nombre deux millions trois cent quarante mille cent cinq
- 2) Ecrire en chiffres le nombre dix-sept millions deux mille cinquante-huit

L'exercice 1 est corrigé collectivement avant que l'exercice 2 ne soit donné aux élèves.

Dans les séances précédentes, les élèves ont travaillé l'écriture des grands nombres, ce qui a conduit à l'introduction, pour faciliter la lecture, d'un espace entre les classes qui correspondent à des tranches de trois chiffres, et l'enseignant a conclu : " on remplace les mots millions et mille par des espaces ".

Voici les productions relevées pour chacun des exercices :

Exercice 1 :		Exercice 2 :	
2 340 105 :	17 élèves	17 002 058 :	11 élèves
2 340 500 :	6 élèves	17 200 058 :	5 élèves
2 340 050 :	1 élève	17 200 58 :	2 élèves
200003004015015 :	1 élève	17 2 058 :	1 élève
234500 :	1 élève	17 2000 058 :	1 élève
		17 2000 58 :	1 élève
		17 2 58 :	5 élèves

Questions :

1. Expliquez la différence de réussite entre les deux exercices. (1 point)
2. Faites une hypothèse d'interprétation des réponses dans le premier exercice
 - a) Pour la réponse 2 340 5 00 (0,25 point)
 - b) Pour la réponse 200003004015015 (0,5 point)
3. Dans l'exercice 2), pour chacune des réponses 17 200 058 et 17 2 58, indiquez en quoi elle respecte ou non les conventions usuelles d'écriture et la conclusion du maître. (1 point)
4. Quel argument devrait permettre aux élèves de rejeter la réponse 17 200 058 ?
Permet-il de rejeter 17 2 58 ? Pourquoi ? (1 point)
5. Proposez un nombre qui pourrait poser problème aux adeptes de la réponse 17 2 58 et les inciter à repérer les inconvénients de leur proposition. Justifiez votre réponse. (0,75 point)

¹ Les exercices et productions d'élèves proposés dans cet exercice sont tirés de l'ouvrage " Variations sur une leçon de mathématiques ", paru aux éditions L'Harmattan, sous la direction de C. Blanchard-Laville. La séquence analysée s'est déroulée à l'école J. Michelet à Bordeaux.

DEUXIEME VOLET

I

Voici une situation inspirée du manuel de CP de la collection " Objectif Calcul " édition 1985 (Hatier). Elle est proposée au cours du mois de novembre à des élèves d'un cours préparatoire. Le maître veut faire apparaître l'intérêt d'un groupement par paquets pour comparer des collections.

Conditions matérielles:

Rapprocher deux tables face à face, poser une grande feuille de papier kraft, au milieu de la feuille tirer un trait. D'un côté poser une soixantaine de cubes, de l'autre une collection de bâchettes ayant à peu près le même nombre d'objets. Le travail est réalisé par groupes de 4 enfants.

Consignes :

" **Cherchez si les deux collections ont le même nombre d'objets. Mais attention, chaque collection doit rester du côté où elle a été posée, le trait ne peut être franchi, les collections ne peuvent donc pas se mélanger.** "

Questions posées aux candidats :

1. **a)** Donnez **trois** stratégies de résolution que les enfants peuvent essayer de mettre en œuvre à cette époque de l'année pour résoudre le problème posé. *(1 point)*
- b)** Identifiez **trois** des variables didactiques de la situation, et expliquez les choix faits par le maître en fonction de son intention. *(1, 5 point)*
- c)** Proposez une gestion possible de la séance en distinguant les étapes essentielles que vous envisagez et en indiquant les interventions éventuelles du maître. *(1 point)*

Vous trouverez en **Annexe 1** un exercice d'évaluation élaboré par le maître et proposé individuellement à chaque élève. La consigne donnée oralement est la suivante " Est-ce que chaque poisson aura son bocal ? Si la réponse est non, dites alors ce qu'il faut faire pour que chaque poisson ait son bocal. ". Les élèves devront rendre la feuille (il n'est donc pas question de la découper).

- 2 **a)** Quelle difficulté spécifique présente cette activité par rapport à l'activité précédente ? *(0,5 point)*
- b)** Par rapport aux objectifs du maître, l'exercice d'évaluation proposé vous paraît-il bien conçu ? Développez deux arguments, en référence au document. *(1 point)*
- c)** Donnez sur les feuilles annexes (**annexe 2** et **annexe 3**) à rendre avec la copie, deux exemples de productions d'élèves **correspondant aux attentes du maître**. Justifiez brièvement en quoi elles sont conformes à l'attente du maître et en quoi elles diffèrent l'une de l'autre. *(1 point)*

II

A la fin du CP, le maître propose l'activité suivante.

Conditions matérielles :

Une première collection d'une bonne centaine de cubes est rangée dans une boîte. Une deuxième collection ayant à peu près le même nombre d'objets (bûchettes) est rangée dans une autre boîte. Le travail est encore réalisé par groupes de 4 enfants.

Consignes :

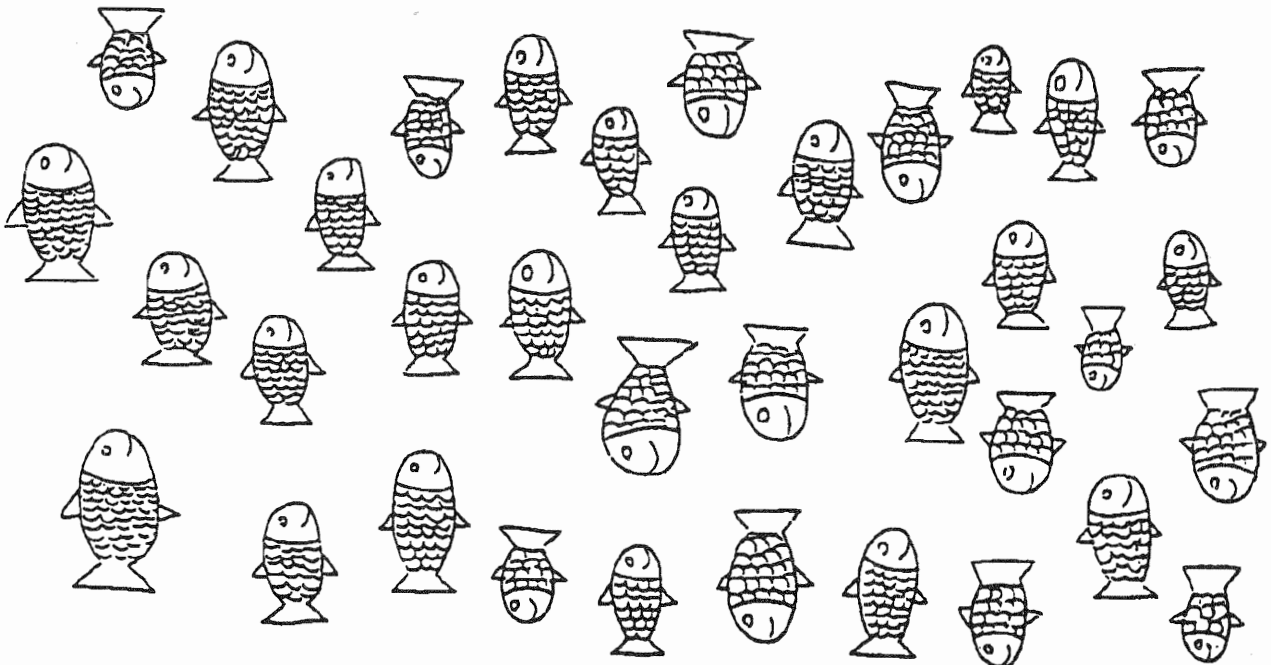
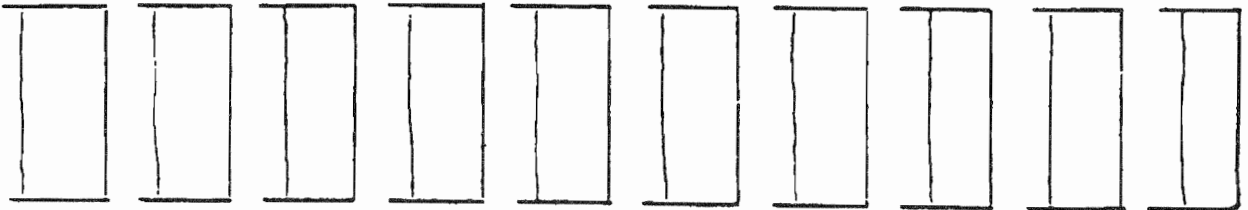
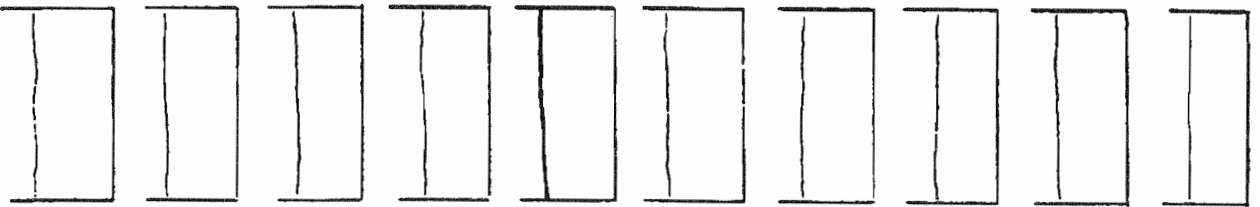
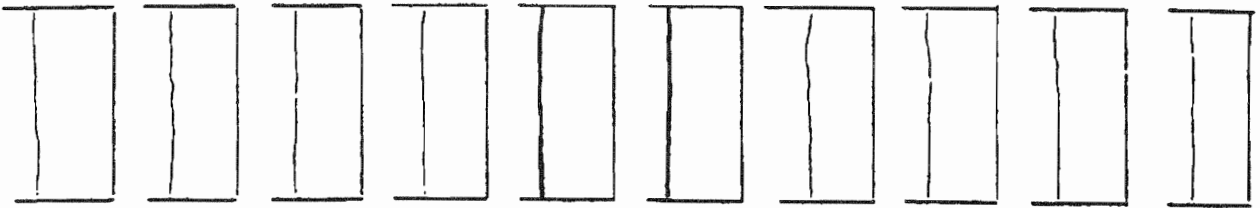
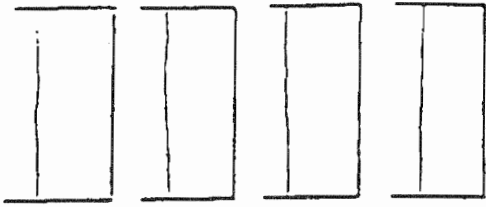
" Cherchez si les deux collections ont le même nombre d'objets. Mais attention, vous ne pouvez ouvrir qu'une boîte à la fois et vous devez remettre les objets dans la boîte avant d'ouvrir l'autre. "

Questions posées aux candidats:

3 a) Proposez l'une des solutions que le maître attend des élèves. (0, 75 point)

b) Quelles nouvelles compétences (par rapport aux activités précédentes) sont travaillées dans cette activité ? Argumentez votre réponse en référence à l'activité. (1, 25 point)

ACADEMIE DE LILLE
ANNEXES 1, 2 et 3



ACADEMIE DE LIMOGES

PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

Problème : (3,5 points)

I

Soit ABC un triangle, A' , B' et C' les milieux des côtés $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$.

1. Tracer la figure à la règle et au compas en laissant apparents les traits de construction.
2. Montrer que (AC) , (BC) et (AB) sont respectivement parallèles à $(A'C')$, $(B'C')$ et $(A'B')$.
3. Calculer l'aire du triangle $A'B'C'$ en fonction de celle du triangle ABC
4.
 - a) Montrer que $[A'A]$, $[B'B]$ et $[C'C]$ sont les médianes du triangle $A'B'C'$.
 - b) Que peut-on dire des positions des centres de gravité des triangles ABC et $A'B'C'$?

II

Soit IJK un triangle. On place les points F , J' et K' respectivement sur les côtés $[JK]$, $[IK]$ et $[IJ]$ de telle sorte que :

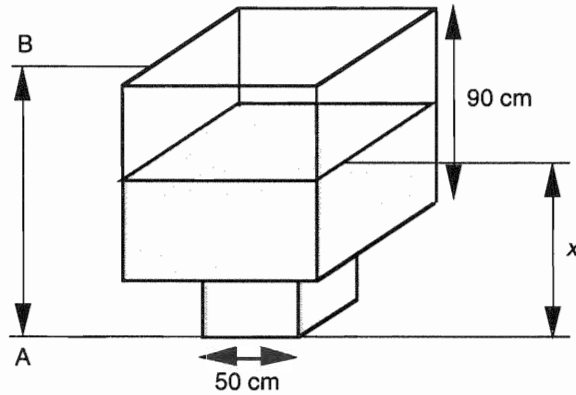
$$\frac{IK'}{IJ} = \frac{JF}{JK} = \frac{KJ'}{KI} = r$$

où r est un nombre compris entre 0 et 1.

1. Dites à quoi correspond le triangle $I'J'K'$ dans les cas où $r = 0$ et $r = 1$.
2. Tracer la figure à la règle et au compas (en laissant apparents les traits de construction) lorsque $r = \frac{1}{5}$
3. Tracer à la règle et au compas les médianes du triangle $I'J'K'$.
4. Quelle conjecture pouvez-vous énoncer ?

Exercice 1 : (3 points)

Une cuve est formée de deux cubes superposés qui communiquent entre eux. L'arête du cube supérieur (le grand cube) mesure 90 cm. L'arête du cube inférieur (le petit cube) mesure 50 cm.



Cette cuve contient un liquide. On note x la hauteur de liquide dans la cuve. On note $V(x)$ le volume, en litres, du liquide dans la cuve lorsque la hauteur est x . (x étant exprimé en cm).

1. Calculer $V(30)$, $V(51)$, $V(90)$
2. Exprimer $V(x)$ en fonction de x .
3. Construire sur la feuille de papier millimétré mise à votre disposition une représentation graphique de la fonction qui à x associe $V(x)$.
4. Sur un segment $[AB]$ on marque une graduation indiquant, en litres, le volume du liquide entreposé dans la cuve. Représenter cette graduation à l'échelle 1/10.

Exercice 2 : (1.5 points)

Voici un exemple de la manière qu'avaient les Egyptiens de multiplier deux nombres entre eux :

25	35
12	70
6	140
3	280
1	560
	875

$$25 \times 35 = 875$$

On convient d'appeler colonne de gauche la colonne des nombres : 25 ; 12 ; 6 ; 3 ; 1. Dans l'exemple fourni, la colonne de gauche comporte 5 lignes.

On convient d'appeler colonne de droite la colonne des nombres : 35 ; 70 ; 140 ; 280 ; 560.

1. En utilisant le procédé égyptien. **calculer** 186×31 .
2. **Justifier**, à partir de l'exemple 25×35 , la validité de l'algorithme de calcul des Egyptiens.
3. **Construire** un exemple de multiplication de deux nombres, exemple dans lequel la colonne de gauche comporte 8 lignes et où l'on barre toutes les lignes, sauf la dernière.

Deuxième Partie (4 points)

Des élèves d'une classe de grande section de l'école maternelle ont déjà travaillé sur le rangement de formes géométriques simples (carrés, disques, rectangles, triangles) en appliquant le critère : « *La forme A est plus petite que la forme B s'il est possible de placer A sur B de telle sorte que la forme A soit entièrement contenue à l'intérieur de la forme B* ».

Aujourd'hui, 18 décembre 1998, la maîtresse remet à chaque élève :

- une enveloppe contenant les formes prédécoupées dans du carton vert représentées dans l'annexe 1 ;
- une feuille de papier A4
- de la colle.

La maîtresse donne la consigne suivante : « *Faites un sapin avec ces formes* ».

En annexes 2, 3, 4 et 5 sont fournies les productions de quatre élèves ainsi qu'une phrase d'explication de sa démarche par chaque élève.

1. Quels pouvaient être les objectifs de la maîtresse ? (0,5 point)
2. Est-ce que l'application stricte du critère de rangement défini par la maîtresse permet de réussir l'exercice ? (0,5 point)
3. Trouver six critères permettant d'analyser les productions des élèves. Appliquer ces critères à l'analyse des quatre productions. (2,5 points)
4. Quelle incidence la formulation de la consigne et le matériel fourni aux élèves ont-ils eue sur les productions de certains élèves ? (0,5 point)

DEUXIEME VOLET

Les réponses attendues devront être précises et brèves.

Barème envisagé: 1,25 ; 2,5 ; 2,5 ; 1,75

En fin de CM1, un maître conçoit, pour sa classe de 22 élèves, un dispositif expérimental lui permettant de travailler sur les ombres. Pour cela, il dispose d'une lampe, d'un support sur lequel il fixera des formes carrées découpées dans du carton et d'un écran sur lequel seront projetées les ombres des formes carrées.

On supposera que :

- le dispositif est opérationnel et permet d'obtenir des ombres aux contours nets, sur lesquelles il est possible d'effectuer des mesures de longueur précises au mm près ;
- les élèves ont déjà travaillé sur les ombres d'un point de vue géométrique. Ils savent, en particulier, qu'il existe des positions relatives de la lampe, du carton carré et de l'écran pour lesquelles l'ombre d'un carré est un carré ;
- les distances, d'une part entre la lampe et le carton, d'autre part entre le carton et l'écran, sont maintenues constantes tout au long de la séance ;
- dans cette classe, les élèves recourent librement à la calculatrice.

1. (1,25 points)

La lampe est éteinte. Le maître dispose sur le support un carré en carton de 9 cm de côté. Il dit: « Lorsque j'allumerai l'ampoule vous verrez apparaître sur l'écran l'ombre de ce carré. Cette ombre sera de forme carrée. Ecrivez sur vos cahiers la longueur que mesurera le côté de l'ombre ».

Il interroge quelques élèves sur leurs prévisions. Les élèves ont fait des estimations qui varient de 12 cm à 43 cm. Toutes les prévisions sont notées au tableau. Le maître invite un élève à effectuer l'expérimentation : allumage de l'ampoule, mesure du côté de l'ombre. Cet élève trouve 24 cm.

Le maître demande : « Qui a fait la meilleure prévision ? Rangez vos prévisions de la moins bonne à la meilleure ».

- 1.1 Pourquoi aucun élève n'a-t-il répondu au maître qu'il était impossible de prévoir la mesure du côté de l'ombre ?
- 1.2 Quelle est la notion mathématique dont le maître a le projet de se servir comme modèle mathématique permettant de prévoir les dimensions des ombres en fonction des dimensions des carrés en carton ? Justifier la réponse par une analyse mathématique, éventuellement accompagnée d'un schéma, de la situation expérimentale
- 1.3 En admettant que 24 cm soit la bonne mesure du côté de l'ombre, comment procéder mathématiquement pour ranger les estimations des élèves de la moins bonne à la meilleure ?

2. (2,5 points)

La lampe est éteinte. Le maître remplace, sur le support, le carré de 9 cm de côté par un carré de 6 cm de côté. Cette nouvelle mesure est écrite au tableau. Le maître demande: « *Et maintenant, quelle est la mesure de la longueur du côté de l'ombre* » ? Toujours, sans allumer la lampe, le maître demande rapidement quelques anticipations, sans leurs justifications.

- 2.1 Certains élèves proposent 21 cm ; d'autres, 15 cm. Analyser ces deux réponses.
- 2.2 Le maître refuse que les élèves discutent des raisons qui ont motivé leurs anticipations. Pourquoi ?
- 2.3 Les élèves pouvaient-ils, à ce moment de la séance, « deviner juste » ?

Le maître fait effectuer par un élève la vérification expérimentale. La lampe est allumée, l'ombre mesurée. L'élève expérimentateur trouve 16 cm de côté.

Un seul élève, avait proposé 16 cm. Le maître lui demande comment il a procédé. Il répond: « *J'ai deviné. C'est le hasard si je suis tombé juste. On peut y arriver en devinant* ».

- 2.4 Quel problème rencontrent alors les élèves ?
- 2.5 Quel problème rencontre le maître ? Quels choix s'offrent à lui ? Argumenter sur la pertinence de ces choix.

3. (2,5 points)

La lampe est de nouveau éteinte. Le maître remplace le carré de 6 cm de côté par un carré de 18 cm de côté. Le maître demande : « *Et maintenant, quelle est la mesure de la longueur du côté de l'ombre ?* » Certains élèves (la majorité) calculent ; d'autres pensent qu'on peut trouver en devinant. Une douzaine d'élèves - tous des calculateurs - propose un même résultat : 48 cm.

- 3.1 Sur quelles propriétés de la notion mathématique mise en jeu, pouvaient s'appuyer les élèves pour justifier la réponse 48 cm ?

Le maître fait effectuer par un élève la vérification expérimentale. La lampe est allumée, l'ombre mesurée. L'élève expérimentateur trouve 47,9 cm de côté. Parmi les élèves qui avaient trouvé 48 cm, certains contestent la mesure tandis que d'autres s'accommodent de la différence de 1 mm. Aucun de ceux qui voulaient trouver le résultat en devinant n'est parvenu à donner une bonne anticipation.

- 3.2 Comment expliquer la différence entre la mesure effectuée par l'élève et la prévision exacte de certains élèves ?
- 3.3 Quelle difficulté pose au maître l'écart entre le prévu et le mesuré ?

A ce point de la séance, un élève dit au maître : « *Au début, le carré de 9 cm donne une ombre de 24 cm. Je me suis dit que l'ombre d'un carré de 1 cm de côté serait neuf fois moins grande. J'ai pris ma calculatrice et j'ai divisé 24 par 9. J'ai trouvé 2,6666666. J'ai multiplié par 18 et j'ai trouvé 47,999999* ».

- 3.4 Analyser l'intervention de cet élève.

3.5 Indiquer deux problèmes que rencontre le maître à la suite de l'intervention de cet élève.

Un élève qui utilisait aussi sa calculatrice, remarque : « *Sur ma calculatrice, 24 divisé par 9, cela fait 2,6666667* ». Un autre élève, dit: « *Sur ma calculatrice, j'ai tapé à la suite $24 : 9 \times 18 =$ et j'ai trouvé 48* ».

3.6 Expliquer brièvement les résultats différents donnés par les calculatrices.

3.7 Le maître demande alors à tous les élèves de ranger leurs calculatrices. Analyser cette décision.

4. (1,75points)

La lampe est éteinte. Le maître place un carré de 15 cm de côté sur le support. Il demande de nouveau de trouver la mesure de l'ombre lorsqu'on allumera la lampe. Les élèves débattent de leurs méthodes.

4.1 Caractériser une telle situation sur le plan didactique.

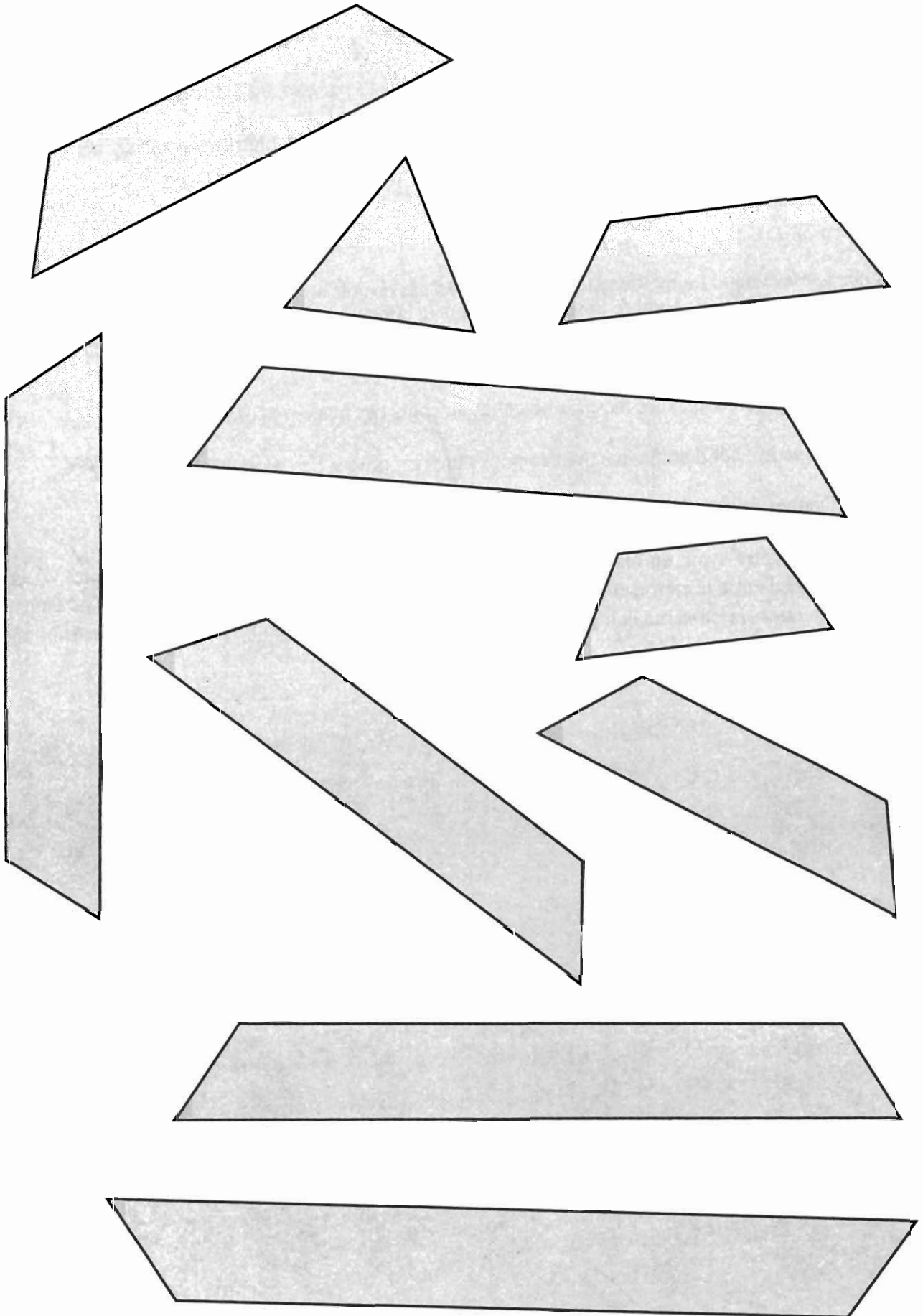
Au tableau figurent toutes les mesures obtenues au cours des quatre expérimentations successives.

4.2 Le maître conduit l'inventaire des procédures proposées par les élèves. Pourquoi ?

4.3 Donner deux cadres possibles de traitement de la notion étudiée.

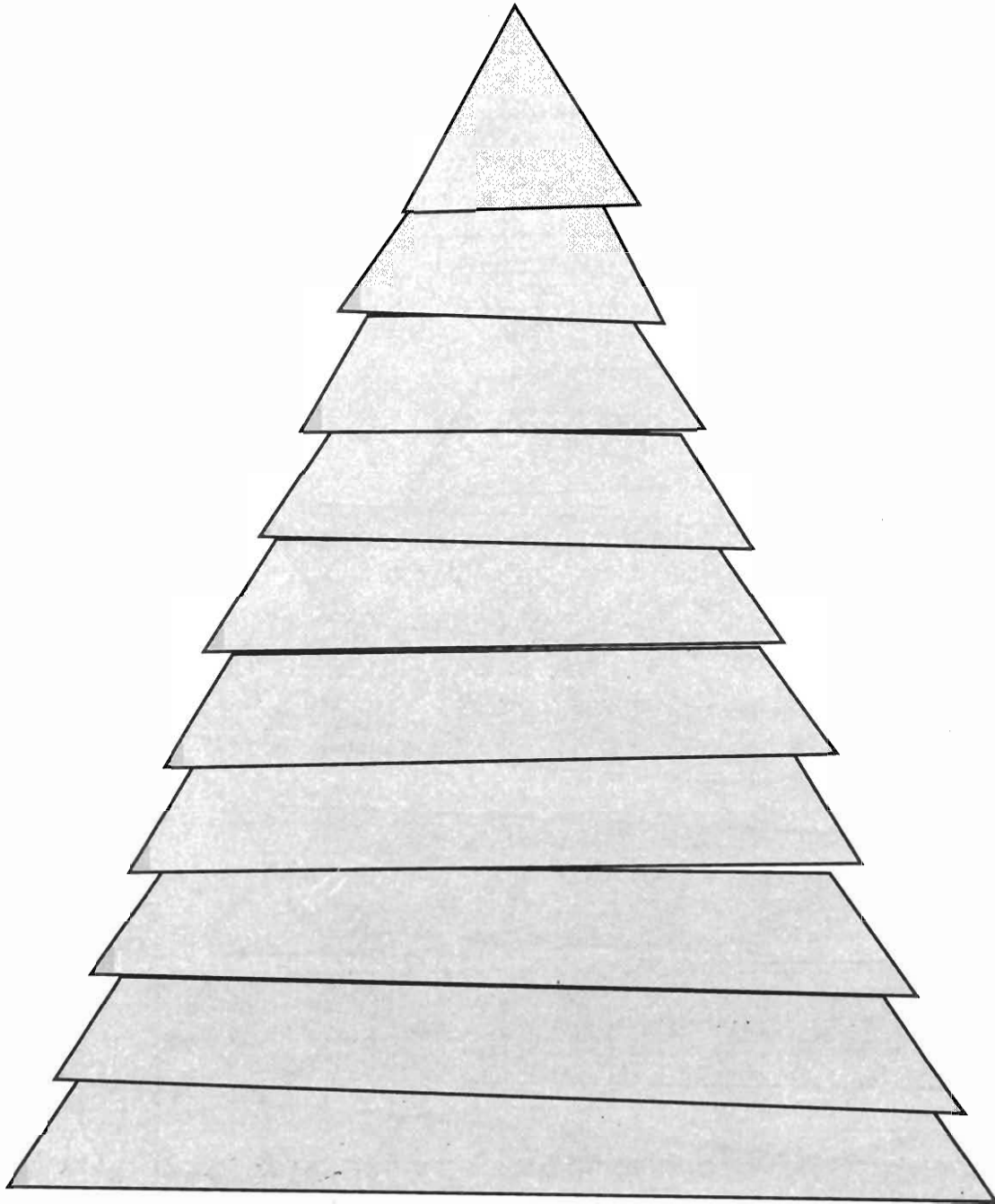
4.4 Si le maître avait, en maintenant constante la distance entre la lampe et le carton fait varier la distance entre le carton et l'écran, aurait-il aussi obtenu un tableau de proportionnalité entre les distances carton-écran et les longueurs des côtés des ombres correspondantes ? Justifier votre réponse.

ANNEXE 1



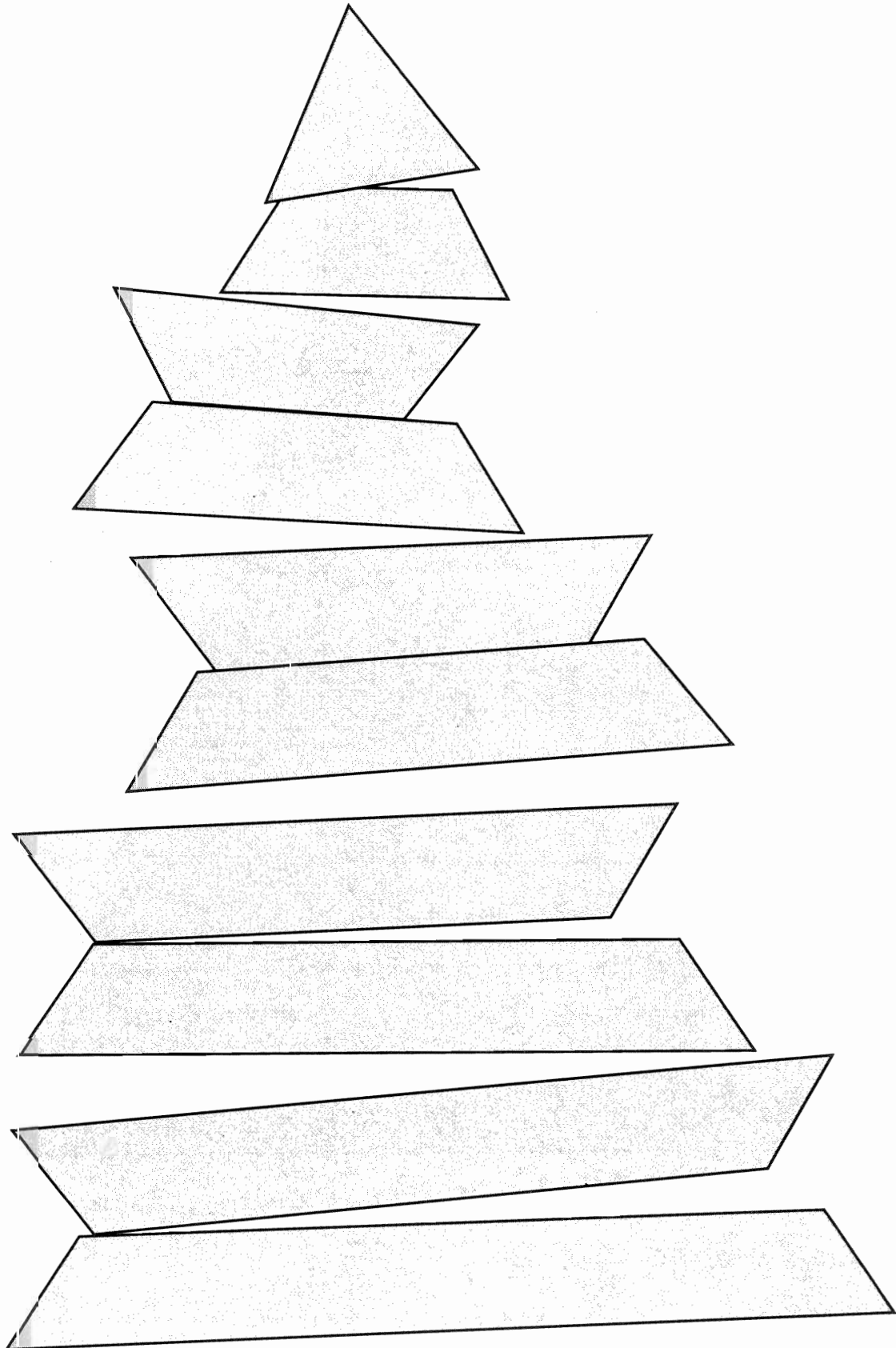
ANNEXE 2

Pierre : « *J'ai d'abord mis le petit triangle en haut puis j'ai mis les autres dessous du plus petit au plus grand , je les ai mis l'un sur l'autre pour voir la taille* ».



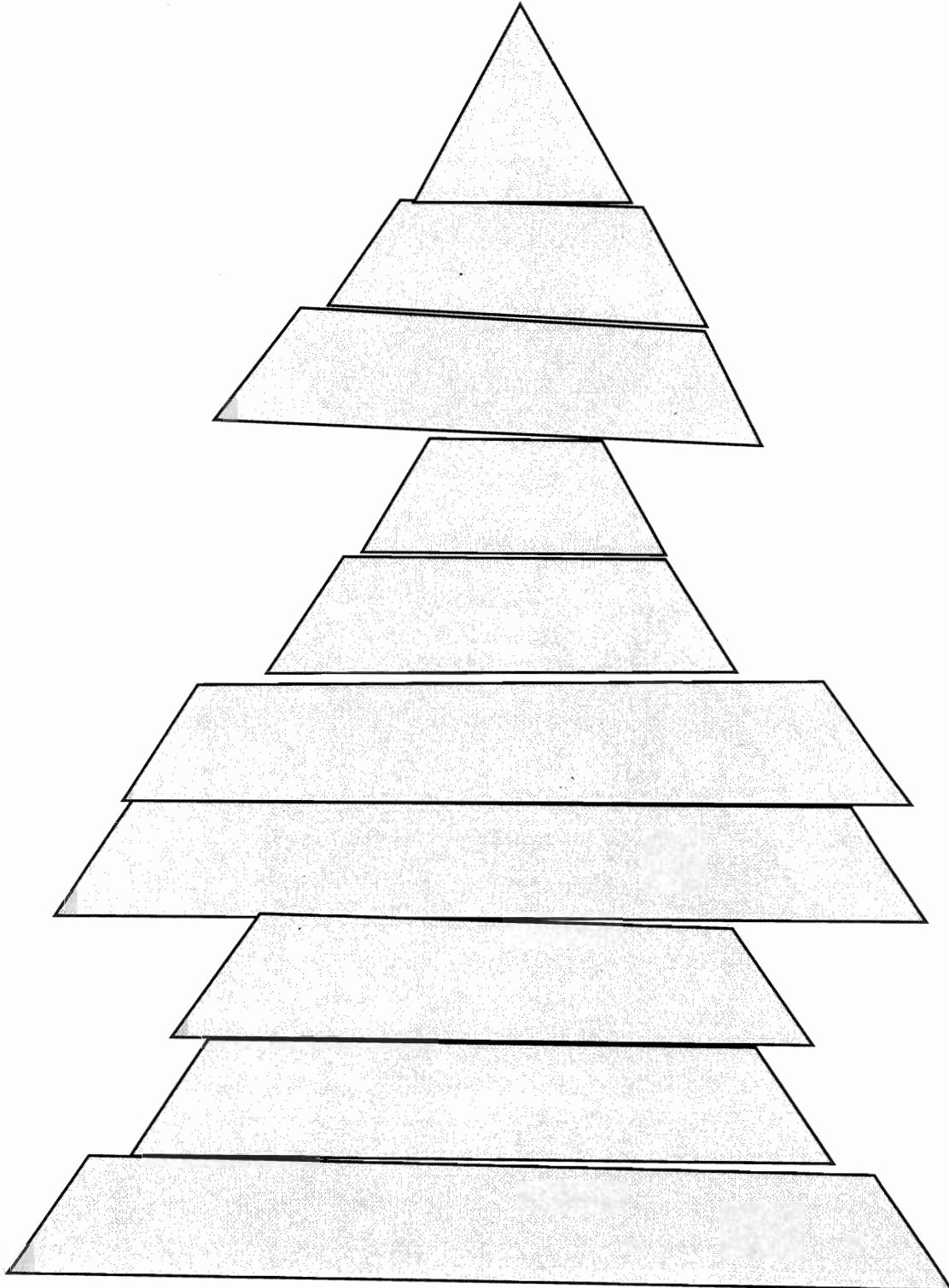
Annexe 3

Caroline : « *J'ai mis le petit morceau en haut et le grand en bas parce que un sapin c'est petit en haut et grand en bas* ».



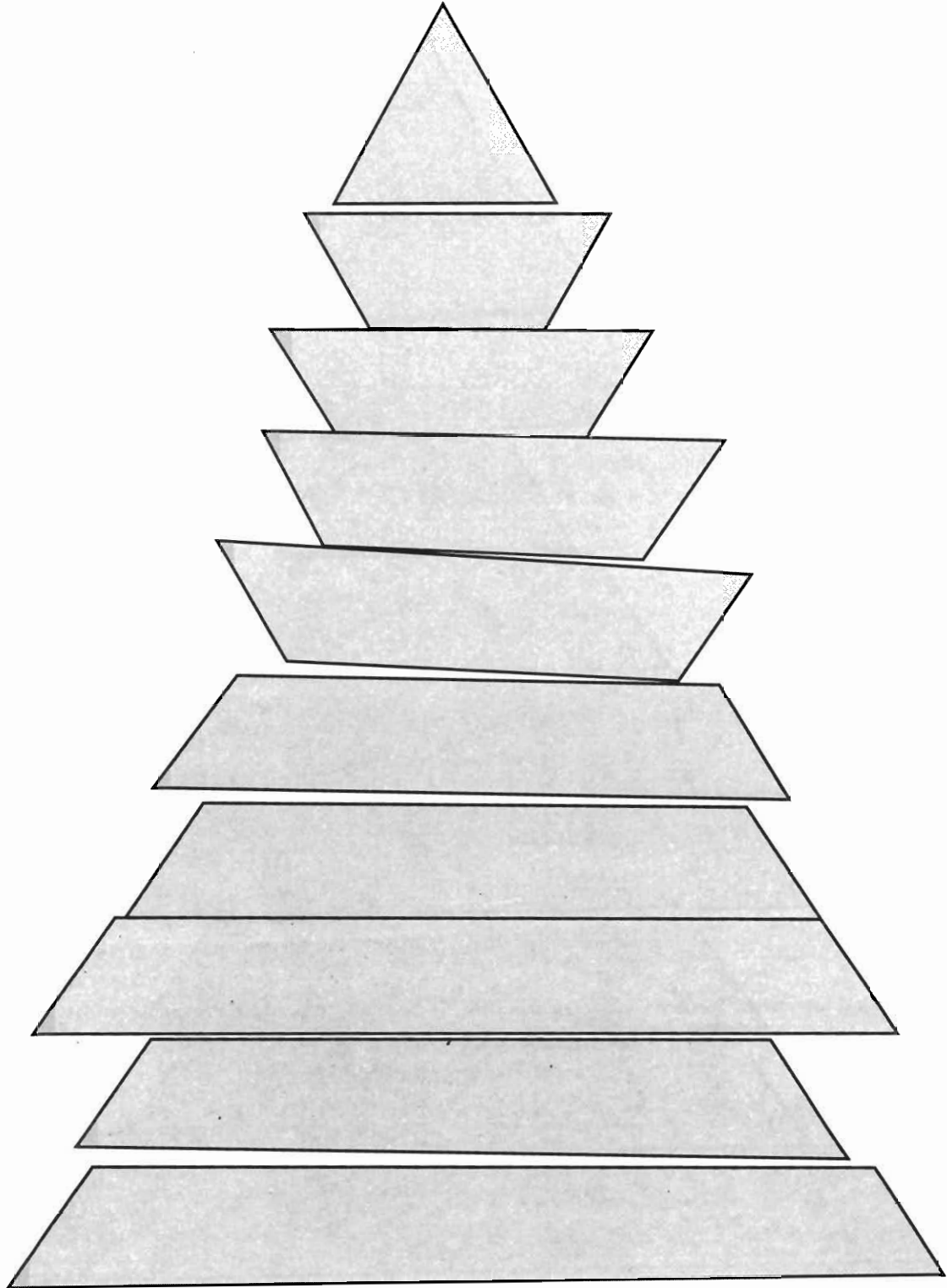
Annexe 4

Elodie : « *J'ai mis le petit en haut, le grand en bas et j'ai fait les branches* ».



Annexe 5

Anne : « *J'ai fait les branches du sapin* ».



ACADEMIE DE LYON, GRENOBLE

PREMIER VOLET

(12 points)

Première Partie (8 points)

Cette partie est constituée de deux exercices, le premier sur 2,5 points et le second sur 5,5 points.

• Exercice 1 (2,5 points)

On considère la suite croissante de tous les nombres entiers naturels non multiples de 7 :

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17...)

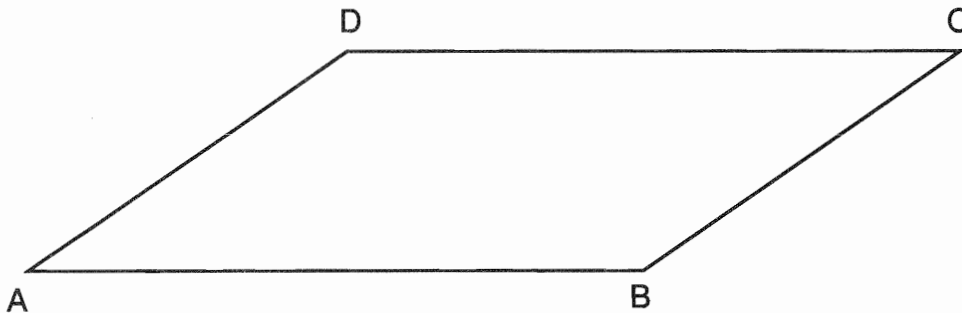
Le terme de rang un est 1, de rang deux est 2, de rang sept est 8, de rang treize est 15, etc.

1. Quel est le rang du terme 47 ? Et celui du terme 741 ?
2. Quel est le terme de rang vingt-six ? Celui de rang cinquante-deux ? Et celui de rang cent trente-six ?

• Exercice 2 (5,5 points)

Les seuls instruments autorisés pour les tracés sont la règle non graduée et le compas.

On considère le parallélogramme ABCD ci-dessous:



1. Reproduire à l'échelle 1 ce parallélogramme avec règle non graduée et compas. Laisser nettement apparents les tracés de construction.
Écrire le programme de construction correspondant.
2. Soit O le centre du parallélogramme ABCD. Soit E le symétrique de D par rapport à A. Soit F le point d'intersection des droites (AB) et (OE).
Démontrer : $AF = \frac{1}{3} AB$ (on pourra utiliser le triangle BDE).
3. La parallèle à (BD) passant par F coupe la droite (AC) en I et la droite (AD) en H.
Calculer les rapports $\frac{AH}{AD}$ et $\frac{AI}{AC}$

4. Soit R le point de la demi-droite [AB) tel que : $AR = \frac{4}{3} AB$.
Soit S le point de la demi droite [AC) tel que : $AS = \frac{4}{3} AC$.
Soit T le point de la demi-droite [AD) tel que : $AT = \frac{4}{3} AD$.
- Placer R, S et T à la règle non graduée et au compas en explicitant le procédé utilisé.
 - Quelle est la nature du quadrilatère ARST ?
 - Exprimer l'aire du quadrilatère ARST en fonction de l'aire du parallélogramme ABCD.

Deuxième Partie (4 points)

Les documents placés en **annexes 1 et 2** sont constitués par les productions de deux élèves, en réponse un problème posé par l'enseignant à des élèves de fin de cycle 3.

- Préciser les connaissances et les compétences qu'un enseignant peut évaluer à l'aide de ce problème.
- Analyser les productions des deux élèves Gaël et Mariem en précisant pour chacune d'elles :
 - les types de procédures que les élèves ont voulu mettre en œuvre ;
 - la nature des difficultés qu'ils ont éventuellement rencontrées ;
 - l'origine possible de ces difficultés.

DEUXIEME VOLET

(8 points)

Un enseignant de CM1 se propose d'utiliser les supports fournis dans l'**annexe 3** pour les deux activités suivantes :

Activité 1 : “ Jeu du portrait ” à partir des figures données en annexe 3.

Les élèves disposent d'une fiche sur laquelle sont reproduites ces figures (sans les questions a et b). L'enseignant annonce aux élèves qu'il a choisi une des figures et qu'ils doivent la retrouver en lui posant des questions. Au début, les questions sont libres (sauf celles qui mentionnent la position des figures sur la feuille ou les lettres qui les désignent) ; ensuite les questions mentionnant les noms des figures sont interdites (par exemple, la question “ *Est-ce un rectangle ?* ” est maintenant interdite).

Activité 2 : Exercice écrit : répondre aux questions a et b figurant dans l'annexe 3.

1. Analyse de l'activité 1

- 1.1 Quelles compétences générales et quelles connaissances relatives aux quadrilatères peuvent être mises en œuvre dans ce “ jeu du portrait ” ?
- 1.2 Analyser le choix des caractéristiques des figures de l'annexe 3 en référence aux objectifs que peut viser l'enseignant à travers l'exploitation du “ jeu du portrait ”.
- 1.3 Après avoir fait jouer au “ jeu du portrait ”, l'enseignant demande à chaque élève de choisir l'une des figures et de fournir un message écrit comportant des renseignements qui permettront aux autres élèves de retrouver la figure choisie. Il impose comme contrainte de ne pas citer de nom de figure. Un élève choisit la figure B.

Indiquer en quoi cette activité de production de messages met en jeu des compétences différentes de celles en œuvre dans le “ jeu du portrait ”.

Proposer trois messages corrects différents que cet élève est susceptible de rédiger pour permettre aux autres élèves de retrouver cette figure.

2. Analyse de l'activité 2

- 2.1 Répondre aux questions posées dans l'exercice proposé aux élèves.
 - 2.2 Indiquer, en le justifiant, l'ensemble des instruments géométriques que vous donneriez aux élèves pour qu'ils puissent répondre aux questions posées.
 - 2.3 Indiquer quels types de difficultés les élèves peuvent rencontrer pour répondre aux questions posées.
3. Dans le but d'évaluer les acquis des élèves, l'enseignant propose une fiche comportant huit figures de l'**annexe 3**, en demandant aux élèves de reconnaître les carrés et les rectangles. Cette fiche comporte quatre intrus (ni carrés, ni rectangles).

Indiquer les huit figures que vous proposeriez en précisant les critères qui ont guidé votre choix.

ANNEXE 1

Prénom : GAEL

Dans la confiserie, on peut acheter des chocolats au détail.
100 g de chocolat coûtent 16 F.

1) Julie rentre pour acheter 250 g de chocolat. Combien va-t-elle payer ?

$$\begin{array}{r} 100\text{g} \quad 16\text{F} \\ + 100\text{g} \quad 16\text{F} \\ \hline 200\text{g} = 32\text{F} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200\text{g} \quad 32\text{F} \\ + 50\text{g} \quad 8\text{F} \\ \hline 250\text{g} = 40\text{F} \end{array}$$

Julie devra payer 40 F pour 250 g de chocolat

2) Hervé demande 325 g de chocolat. Combien va-t-il payer ?

$$\begin{array}{r} 200\text{g} \quad 32\text{F} \\ + 100\text{g} \quad 16\text{F} \\ \hline 300\text{g} = 48\text{F} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200\text{g} \quad 32\text{F} \\ + 25\text{g} \quad 4\text{F} \\ \hline 225\text{g} = 36\text{F} \end{array}$$

il doit payer 84 F pour 325 g de chocolat

3) Sophie demande 430 g de chocolat. Combien va-t-elle payer ?

$$\begin{array}{r} 200\text{g} \quad 32\text{F} \\ + 200\text{g} \quad 32\text{F} \\ \hline 400\text{g} = 64\text{F} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 400\text{g} \quad 64\text{F} \\ + 30\text{g} \quad 4.8\text{F} \\ \hline 430\text{g} = 68.8\text{F} \end{array}$$

Sophie devra payer 68.8 F de chocolat pour 430 g de chocolat.

4) Bernard a payé 24 F pour les chocolats qu'il a achetés. Quelle quantité de chocolat a-t-il achetée ?

ANNEXE 2

Prénom : *Marion*

Dans la confiserie, on peut acheter des chocolats au détail.
100 g de chocolat coûtent 16 F.

1) Julie rentre pour acheter 250 g de chocolat. Combien va-t-elle payer ?

$$\begin{array}{r} 100 \times 2 = 200 \text{ g} \\ \downarrow \\ 16 \times 2 = 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \div 2 = 50 \text{ g} \\ \downarrow \\ 16 \div 2 = 8 \end{array}$$

$$200 + 50 = 250 \text{ g}$$

$$32 + 8 = 40$$

Elle paye 40 F

2) Hervé demande 325 g de chocolat. Combien va-t-il payer ?

$$\begin{array}{r} 100 \times 3 = 300 \text{ g} \\ \downarrow \\ 16 \times 3 = 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 - 75 = 25 \\ \downarrow \\ 16 - 75 = 31 \end{array}$$

$$16 - 75 = 31$$

$$300 + 25 = 325 \text{ g}$$

il paye 31 F

3) Sophie demande 430 g de chocolat. Combien va-t-elle payer ?

$$\begin{array}{r} 100 \times 4 = 400 \text{ g} \\ \downarrow \\ 16 \times 4 = 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 - 70 = 30 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 16 - 70 = 46 \end{array}$$

$$400 + 30 = 430 \text{ g}$$

$$46 + 64 = 110$$

elle paye 110 F

4) Bernard a payé 24 F pour les chocolats qu'il a achetés. Quelle quantité de chocolat a-t-il achetée ?

$$\begin{array}{r} + \quad 16 \\ \quad \boxed{10} \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 + 8 = 24 \text{ F} \\ \downarrow \\ 100 \div 50 = 150 \text{ g} \end{array}$$

$$100 \div 50 = 150 \text{ g}$$

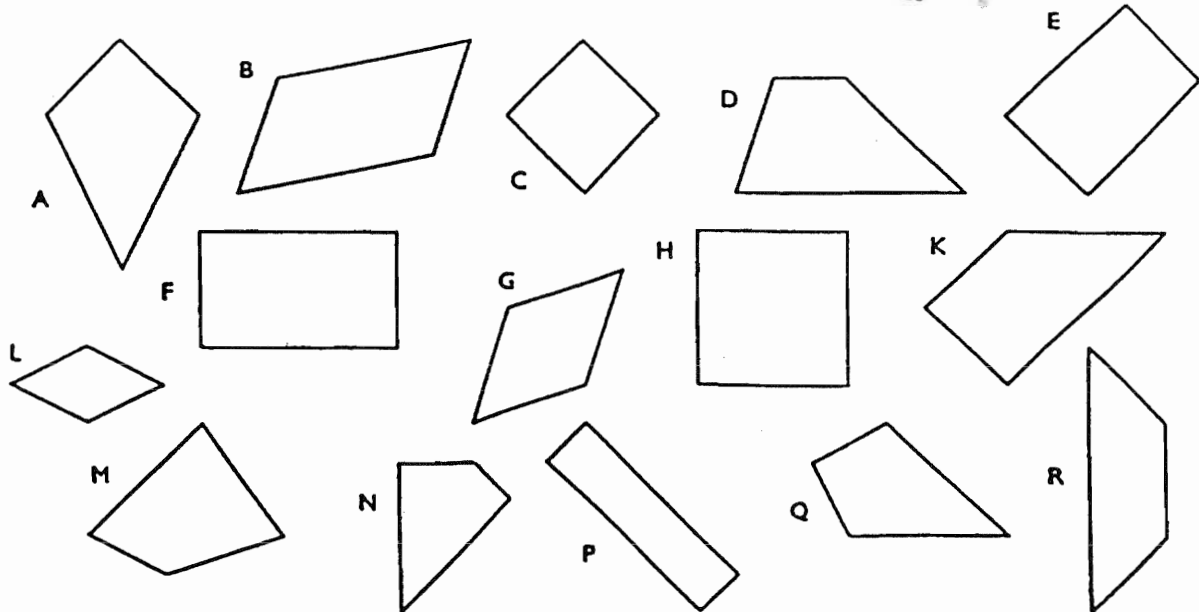
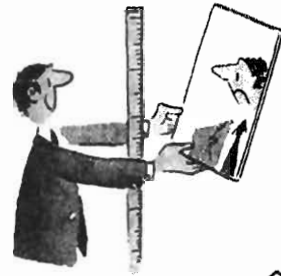
il a acheté 150 g

ANNEXE 3

Extrait de Math en Flèche - CM1 - Collection Diagonale - NATHAN

1 **Activité**
 Qui suis-je ?

- a** • Je n'ai que 2 côtés opposés parallèles ;
 • je possède 1 axe de symétrie.
- b** • J'ai au moins 2 angles droits ;
 • je n'ai que 2 axes de symétrie.



ACADEMIE DE NANCY

PREMIER VOLET

(voir **DIJON**)

DEUXIÈME VOLET

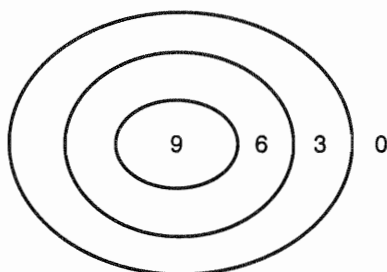
La situation décrite en annexe 5 est proposée à 24 élèves de CP. Elle consiste en une suite de jeux de cible répondant à des règles différentes. Pour chaque règle, les élèves peuvent effectuer plusieurs parties. Les éléments matériels du jeu sont constitués d'une cible dessinée au sol ou sur un mur et de balles en caoutchouc. Les joueurs sont les élèves de la classe.

Dans cette classe de CP, les élèves savent pour la plupart :

- énumérer les nombres entiers jusqu'à 50 environ
- additionner des petits nombres
- comparer deux nombres et justifier leur résultat en calculant l'écart.

- 1 : Citer trois variables didactiques dont un changement de valeur est susceptible d'entraîner un changement de procédure des élèves dans ce jeu. On justifiera la réponse.
- 2 : On s'intéresse dans cette question à la situation relative à la 1^{ère} règle du jeu.
En quoi consiste le travail des élèves ?
S'agit-il d'un contrôle d'acquis ou d'un apprentissage ?
- 3 : On s'intéresse dans cette question à la situation relative à la 2^{ème} règle du jeu.
 - a) Quel est le but de cette séance ?
 - b) Comment procéderait un élève de CE1 pour résoudre ce problème ?
 - c) Décrire deux procédures de résolution, l'une basée sur la représentation, l'autre sur le calcul, que pourraient utiliser les élèves de CP.
- 4 : On s'intéresse dans cette question à la situation relative à la 3^{ème} règle du jeu.
 - a) Quelle est l'opération mise en jeu dans cette situation-problème ?
 - b) Quelle nouvelle règle du jeu peut-on introduire pour que les élèves travaillent sur un autre registre de nombres ?

ANNEXE

JEU DE CIBLE**1ère règle du jeu**

le jeu est individuel. Chaque joueur lance la balle 3 fois. Il marque à chaque lancer le nombre de points indiqué par la zone de la cible que la balle a touchée. Le gain d'un joueur est le total des points marqués aux trois lancers. Le gagnant est celui qui a gagné le plus de points.

Consigne :

- 1 - jouer
- 2 - ordonner les 24 joueurs du gagnant au perdant.

2ème règle du jeu

les joueurs sont groupés par équipes de 4. Chaque joueur lance la balle trois fois. Le score d'une équipe est constitué de 12 nombres les 3 scores de chacun des 4 joueurs. L'équipe gagnante est celle qui totalise le plus de points.

Consigne :

- 1 - jouer
- 2 - ordonner les équipes, de la gagnante à la perdante.

scores réalisés par 3 équipes sur les 6 :

Adrien	6	6	6	Laura	6	9	0	Claire	9	9	6
Pierre	9	3	6	Fanny	3	6	9	Anthony	6	6	9
solène	6	0	9	Marine	3	0	3	Alexandre	0	0	0
Nicolas	9	3	0	Hélène	9	9	3	Julien	3	3	6

3ème règle du jeu

Il s'agit de marquer 18 points ou de s'en approcher le mieux possible. Les joueurs sont en équipes de 4. Chaque joueur lance la balle une fois.

ACADEMIE D'ORLÉANS

PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Toutes les mesures de longueurs, d'aires et de volumes sont exprimées respectivement en cm, cm² et cm³.

A. Soit x un nombre réel positif vérifiant : $0 \leq x \leq 3$.

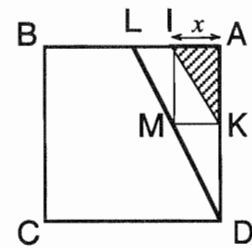
On considère un carré ABCD dont le côté mesure 8 cm.

Soit I le point du côté [AB] tel que $AI = x$.

Soit L le milieu du segment [BA].

M est le point du segment [LD] qui admet le point I comme projection orthogonale sur le segment [BA] et le point K comme projection orthogonale sur le segment [AD], comme le montre le schéma ci-contre.

On se propose d'étudier l'aire du triangle AKI.



1. Démontrer que $AK = 8 - 2x$

2. En déduire l'aire $\mathcal{Q}(x)$ du triangle AKI en fonction de x et démontrer que :

$$\mathcal{Q}(x) = 4 - (x - 2)^2.$$

3. Quelle est la plus grande valeur de cette aire ? Justifier la réponse.

4. Calculer les aires, $\mathcal{Q}(0)$ et $\mathcal{Q}(3)$ du triangle AKI associées aux valeurs extrêmes correspondant à $x = 0$ et à $x = 3$.

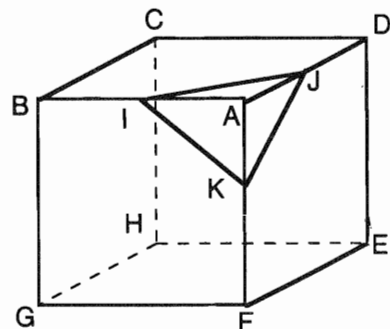
L'énoncé suivant est-il vrai ou faux : « Si $0 \leq x \leq 3$, alors $\mathcal{Q}(0) \leq \text{aire AKI} \leq \mathcal{Q}(3)$ » ? Justifier la réponse.

B. On considère le cube ABCDEFGH de 8 cm d'arête. Les points I, J et K désignent respectivement un point de chacune des arêtes [BA], [AD] et [AF].

On découpe le cube ABCDEFGH selon le plan IJK. puis on détache le tétraèdre AIJK du cube.

On se propose d'étudier le volume du tétraèdre AIJK.

On pose $AI = AJ = AK = x$ avec $0 \leq x \leq 4$.



1. Calculer le volume $\mathcal{V}(x)$ du tétraèdre AIJK en fonction de x .

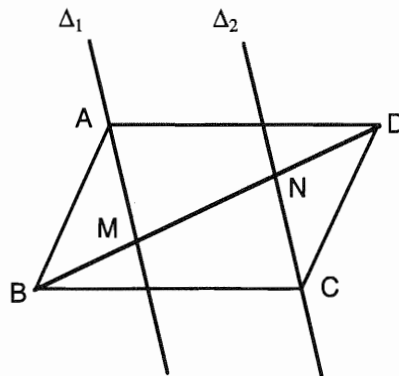
On précisera la base et la hauteur correspondantes de ce tétraèdre permettant d'appliquer la formule ci-dessous.

Note on rappelle que le volume d'une pyramide ayant pour aire de base B et pour hauteur h est :

$$\frac{1}{3}Bh$$

2. Sachant que x est compris entre 0 et 4, donner la plus grande valeur que peut prendre $\mathcal{V}(x)$. Justifier la réponse.

C. Soit ABCD un parallélogramme de centre 0 et Δ_1 et Δ_2 deux droites parallèles qui passent respectivement par A et C. Les droites Δ_1 et Δ_2 coupent respectivement la droite (BD) en M et N.



1. Préciser la nature du quadrilatère AMCN. Justifier la réponse.
2. Prouver qu'il existe une position des droites Δ_1 et Δ_2 , pour laquelle AMCN est un rectangle.
Donner, dans ce cas, le programme de construction du rectangle AMCN.
Le construire dans deux cas :
1^{er} cas : $AC < BD$ 2^{ème} cas : $AC > BD$
3. Le quadrilatère AMCN peut-il être un losange ? Pourquoi ? Modifier les données de l'énoncé pour que AMCN soit un losange.

Deuxième Partie (4 points)*Analyse de productions d'élèves*

On donne le problème suivant à une classe :

« Tu achètes un CD. Le prix est écrit sur l'étiquette : 13 euros.
Cherche le prix du CD en francs.
On considère qu'un euro équivaut à six francs. »

On pourra utiliser les annexes 1 et 2. On y trouvera les productions de trois élèves et un extrait des Instructions Officielles.

1. Démarche de l'élève A (Annexe 1)

- a) Quelle stratégie utilise-t-il pour commencer la résolution du problème ?
- b) Pourquoi dessine-t-il les treize euros ?
- c) Quel savoir mathématique utilise-t-il pour calculer ?

2. Démarche de l'élève B (Annexe 1)

- a) Préciser les savoir-faire mathématiques observables dans la procédure de l'élève.
- b) Comparer la démarche de l'élève B à celle de l'élève A.

3. Démarche de l'élève C (Annexe 1)

- a) Quelle est l'idée de départ de l'élève C ?
- b) Expliciter sa stratégie de calcul en précisant les savoir-faire utilisés.

4. En considérant les procédures des élèves, déterminer les compétences mises en œuvre dans la résolution de ce problème. Préciser en particulier les savoir-faire mathématiques observés.

5. En utilisant les réponses à la question précédente, déterminer le niveau de classe (cycle et année dans le cycle).

Justifier la réponse en citant une compétence absente dans les productions des élèves.

DEUXIEME VOLET

Cette partie consiste à analyser une séquence sur l'étude de quelques quadrilatères particuliers proposée par un manuel de la dernière année du cycle 3 (Maths CM2, Collection Chapuis-Nathan) et le livre du maître correspondant.

Les candidats porteront le plus grand soin à justifier les réponses données.
Le livre du maître prévoit une première étape qu'il décrit de la manière suivante.

Étape 1

Par équipes. Cartes d'identité des quadrilatères. Chaque élève dispose de la première partie de la fiche photocopiée (voir **annexe 3**).

Il s'agit de dresser la carte d'identité de chaque quadrilatère après avoir tracé ses diagonales. Les élèves doivent savoir qu'ils auront à prouver ce qu'ils avancent, notamment à l'aide des instruments de mesures et de tracé, de la superposition, du découpage, du pliage, etc.

Synthèse. Présentation. Confrontation.

Cette communication des fiches d'identité sera l'occasion d'explicitier oralement les justifications et donc d'utiliser un vocabulaire et une syntaxe adaptés.

1. **a)** Préciser les consignes à donner aux élèves pour qu'ils puissent réaliser cette tâche de rédaction des cartes d'identité en suivant les intentions manifestées dans *l'étape 1* du livre du maître.
 - b)** Rédiger les cartes d'identité (voir annexe 3) du carré et du losange auxquelles la classe doit aboutir au terme de *l'étape 1*.
 2. **a)** Quels sont les éléments de vocabulaire minimaux qui paraissent nécessaires pour effectuer le travail demandé lors de *l'étape 1* ?
 - b)** Quelles procédures les élèves peuvent-ils mettre en œuvre pour vérifier les propriétés décrites dans la carte d'identité du carré ? Préciser, dans chaque cas, les instruments utilisés.
- N. B. : On pourra, pour la question 2, se reporter à l'annexe 4.*

A *l'étape 1* étudiée précédemment succèdent les deux étapes suivantes.

Étape 2

Constructions. Par équipes.

Il s'agit de choisir parmi les propriétés d'une figure celles qui vont permettre sa construction. Selon les propriétés choisies, les élèves aboutiront à différentes techniques de construction.

Plusieurs problèmes géométriques sont posés aux équipes.

- Comment construire un carré de 4 cm de côté ?
- Comment construire un rectangle de 6 cm de longueur sur 4 cm de largeur ?
- Comment construire un losange de 4 cm de côté? On attirera l'attention sur le rapport entre la mesure du côté et celle de la diagonale. (...)
- Comment construire un parallélogramme quelconque?

Étape 3

Entraînement et vérification de la compréhension individuelle.

3. On considère ici le problème de construction d'un losange de côté 4 cm proposé aux élèves lors de l'étape 2. Les auteurs du livre du maître écrivent à ce propos : « selon les propriétés choisies, les élèves aboutiront à différentes techniques de construction ».

Donner deux modes de construction différents, utilisant des instruments classiques de tracé, et permettant aux élèves d'aboutir à la figure demandée. On précisera, pour chaque mode de construction, les propriétés du losange sur lesquelles elle s'appuie.

N.B. : On pourra s'appuyer sur l'annexe 5.

4. Un professeur d'école envisage de proposer l'exercice suivant au titre de l'étape 3 :

Exercice: Peut-on construire un losange dont une diagonale mesure 12 cm et le côté 5 cm ?

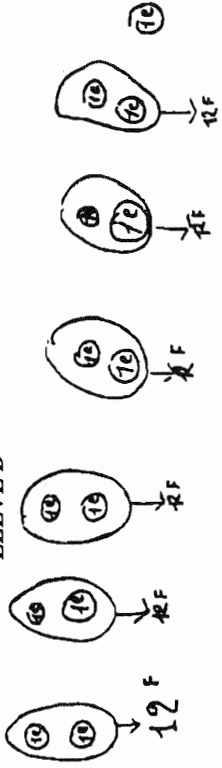
Répondre à la question posée en justifiant succinctement la réponse.

Quelle analyse peut-on faire de cet exercice :

- a) du point de vue de sa liaison avec les travaux précédents
- b) en fonction des programmes du cycle 3 ?

ANNEXE 1

ELEVE B

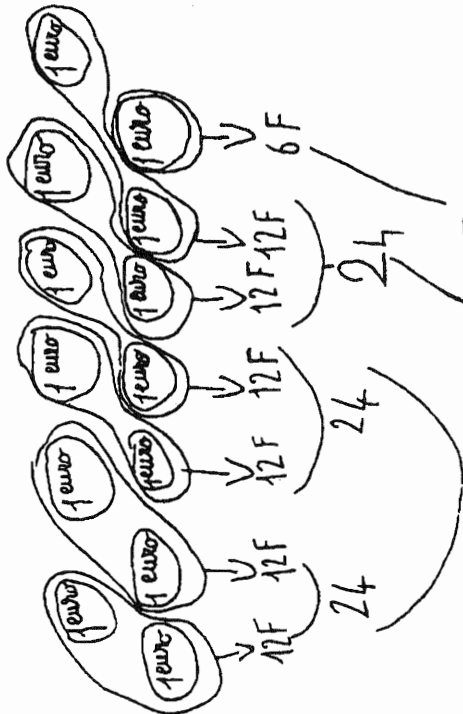


$$12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 6 = 78$$

$$20 + 20 + 20 = 60$$

$$20 + 20 + 20 + 4 + 4 + 4 + 6 = 78$$

ELEVE A

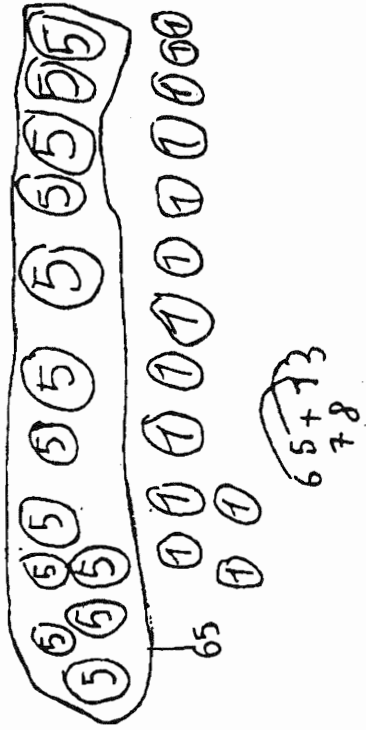


$$48 + 24 = 72$$

$$72 + 6 = 78$$

$$13 \text{ euros} = 78 \text{ francs}$$

ELEVE C



$$65 + 13 = 78$$

ANNEXE 2

- division euclidienne (avec quotient et reste) de deux entiers, division d'un décimal par un entier (le calcul du produit ou du quotient de deux décimaux n'est pas un objectif du cycle) ;
 - évaluer un ordre de grandeur ;
 - utiliser la calculatrice
- Il saura reconnaître les problèmes qui relèvent des opérations évoquées précédemment.

- Il sera capable de :
- lire, construire et interpréter quelques schémas simples, tableaux, diagrammes, graphiques ;
 - reconnaître une situation de proportionnalité et la traiter par les moyens de son choix (utilisation de graphiques, de tableaux de nombres).

Connaissance des nombres

L'élève saura nommer, écrire des nombres entiers ou décimaux, passer d'une écriture à une autre, en particulier :

- associer écriture littérale et écriture chiffrée d'un entier, quelle qu'en soit sa taille ;
 - connaître la signification de chacun des chiffres composant un nombre entier et décomposer ce nombre suivant les puissances de dix ;
 - employer quelques écritures fractionnaires usuelles (demi, tiers, quart, fractions décimales) ;
 - connaître la signification de chacun des chiffres de l'écriture à virgule d'un nombre décimal ;
 - passer, pour un nombre décimal, d'une écriture à virgule à une écriture décimale (et réciproquement).
- L'enfant saura comparer des nombres, notamment :
- comparer deux entiers naturels quelconques et utiliser correctement le signes de comparaison ; ranger des nombres entiers ;
 - comparer, ranger des nombres décimaux ;

Calcul

L'élève sera apte à calculer sur les nombres ; pour cela, il devra :

- utiliser à bon escient le calcul réfléchi (mental ou écrit) ; en particulier, l'élève aura été entraîné à une pratique régulière du calcul mental, dont il maîtrisera les méthodes usuelles (additionner deux nombres mentalement, réaliser certaines multiplications "de tête", savoir multiplier ou diviser un nombre entier ou décimal par 10, par 100, par 1000, multiplier un nombre entier par 0,1, par 0,01 et connaître les critères de visibilité par 2 ou 5) ;
 - maîtriser les techniques opératoires usuelles :
- addition et soustraction des entiers ou des décimaux,
 - multiplication des entiers ou d'un décimal par un entier,

- connaître quelques doubles et moitiés ;
- savoir utiliser les relations entre nombres comme 5, 10, 25, 50, 100...

Calcul

L'élève doit :

- dans le domaine du calcul réfléchi, à partir de résultats mémorisés, savoir élaborer (mentalement ou avec l'aide de l'écrit) le résultat de certains calculs additifs, soustractifs et multiplicatifs, sans recourir nécessairement aux techniques opératoires usuelles ; il aura été particulièrement exercé à la pratique du calcul mental (il connaîtra notamment les décompositions additives des nombres jusqu'à 20 et saura les utiliser pour effectuer mentalement des additions) ;
- maîtriser la technique opératoire de l'addition (seule technique dont la maîtrise est exigée à la fin de ce cycle)
- réaliser des encadrements (d'entiers ou de décimaux) et évaluer un ordre de grandeur ;
- intercaler des entiers ou des décimaux entre deux nombres donnés.

Cycle 3

Résolution de problèmes

- Dans des situations variées, l'élève pourra :
- reconnaître, trier, organiser et traiter les données utiles à la résolution d'un problème ;
 - formuler et communiquer sa démarche et ses résultats ;
 - argumenter à propos de la validité d'une solution
 - élaborer une démarche originale dans un véritable problème de recherche, c'est à dire un problème pour lequel on ne dispose d'aucune solution déjà éprouvée ;
 - élaborer un questionnement à partir d'un ensemble de données.

ANNEXE 2

Cycle 2

Résolution de problèmes

Il est important que, dès le cycle des apprentissages fondamentaux, l'élève soit confronté à de véritables problèmes de recherche (qu'il n'a donc pas encore appris à résoudre) et pour lesquels il peut mettre en œuvre son esprit créatif et son imagination pour l'élaboration de solutions originales.

- A l'issue de ce cycle, il doit donc pouvoir :
- analyser des problèmes de recherche simple ;
 - choisir les données nécessaires à leur résolution ;
 - mobiliser les connaissances déjà acquises
 - exposer clairement des résultats

Connaissance des nombres

Le domaine des nombres maîtrisés s'étend jusqu'à 1000, mais des nombres plus grands peuvent être rencontrés

Ce domaine numérique est structuré d'un triple point de vue : l'enfant doit pouvoir :

- du point de vue des systèmes de désignation écrite et parlée :

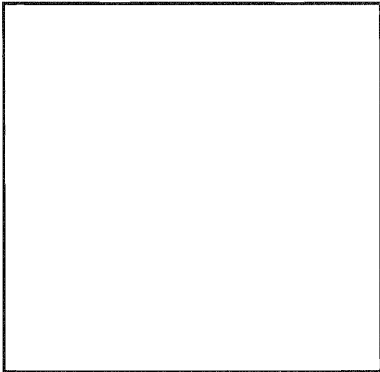
- être capable de coder une quantité par la mise en œuvre de procédures de groupements ou d'échanges par dizaines et centaines,
- comprendre la signification des différents chiffres de l'écriture d'un nombre ; par exemple, être capable de faire la différence entre le chiffre des dizaines et le nombre des dizaines,
- maîtriser les suites écrites et orales de 1 en 1 et de 10 en 10...
- du point de vue de l'ordre :
- connaître la suite des nombres ;
- ranger des nombres en ordre croissant ou décroissant ;
- intercaler un nombre entre deux autres ;
- utiliser des nombres pour repérer des positions sur une ligne graduée ;
- du point de vue arithmétique :

ANNEXE 3

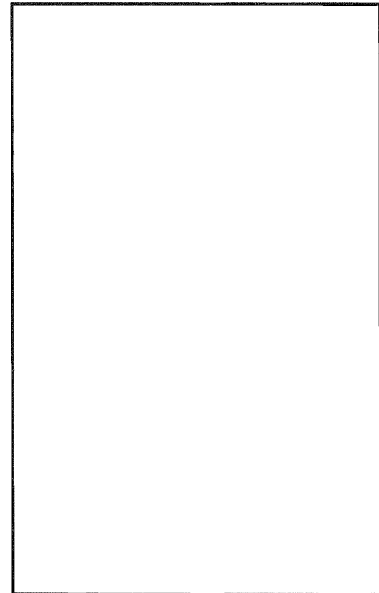
Extrait du livre du maître de MATHS CM2, collection Chapuis Nathan

première partie

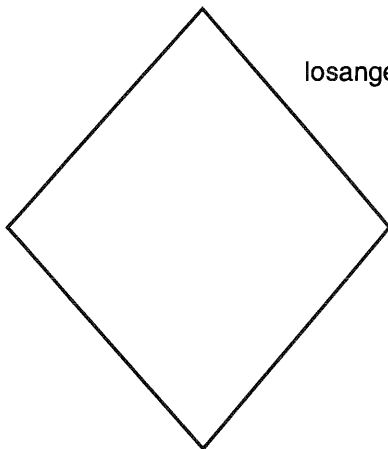
carré



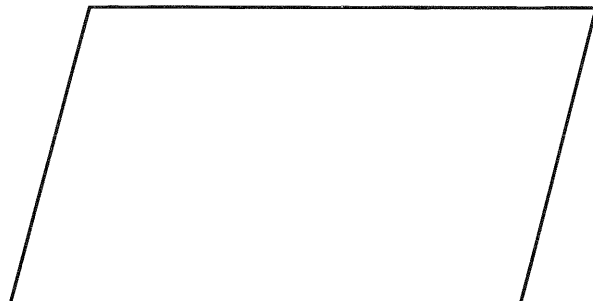
rectangle



losange



parallélogramme



deuxième partie

Nom	carré
Famille	quadrilatère
Côtés	
Angles	
Diagonales	

Nom	rectangle
Famille	quadrilatère
Côtés	
Angles	
Diagonales	

Nom	losange
Famille	quadrilatère
Côtés	
Angles	
Diagonales	

Nom	parallélogramme
Famille	quadrilatère
Côtés	
Angles	
Diagonales	

ANNEXE 4

Extrait des « Compléments aux programmes et instructions officielles »

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

La géométrie présente une grande importance pour toute l'activité mathématique : c'est elle qui permet de visualiser les concepts fondamentaux (ensembles de nombres, continuité, limite (...)), elle est inséparable du nombre et de la mesure. Construire l'espace représentatif est indispensable pour que l'activité mathématique puisse s'exercer.

Les activités géométriques (constructions, tracés, ...) offrent la possibilité de cultiver, chez l'élève, le goût du travail bien fait, car la précision d'une construction dépend du soin apporté à sa réalisation. La conservation, par l'élève, des travaux qu'il a exécutés est, de même, une bonne incitation à une recherche de qualité et une motivation pour procéder à des constructions plus complexes et plus personnelles (...).

2 - LES ACTIVITÉS A CONDUIRE AVEC CES OBJETS

Les activités géométriques consistent à reproduire, à décrire, à présenter, à construire (...).

Décrire

On pourra effectuer des classements et dresser une liste des propriétés de l'objet, en utilisant un langage de plus en plus précis.

Il s'agit donc de décrire pour :

- identifier : l'élève doit être capable d'explicitier les critères discriminants, d'énoncer les propriétés communes aux éléments d'une collection et de préciser pourquoi tel objet n'appartient pas à la collection (intrus) ;
- reproduire : l'élève doit être capable de formuler la demande en matériel nécessaire à la reproduction et de la justifier ;
- représenter : l'élève doit être capable de classer les remarques de type géométrique à propos d'un objet, d'une part celles qui sont mises en évidence dans une représentation donnée, d'autre part celles qui ne le sont pas (...).

Construire

La construction est l'aboutissement d'un processus qui s'appuie sur la représentation et la description. Elle nécessite la mise en œuvre des techniques de tracés associées à un vocabulaire fonctionnel (...).

Dans le plan, on pourra utiliser des planches à clous, des fils élastiques, des baguettes ou procéder à des assemblages (tangram, puzzles). Une partie importante du travail à effectuer concerne l'usage des instruments de tracé et de mesure : règle, équerre, compas, règle graduée, papier caique, quadrillage, réseau, gabarit, rapporteur. Il peut être intéressant, à cet égard, de mettre l'élève en situation de construire un objet qui réponde à un "cahier des charges". La validation est alors immédiate, les causes d'erreurs devant être situées pour progresser (...).

La construction est, en géométrie, un bon exemple de résolution de problème.

3 - REFLEXIONS SUR LES MÉTHODES

Vocabulaire

Le vocabulaire géométrique sert à la transmission et à la compréhension des informations ; il aide aussi à la conceptualisation. Des mots précis, en nombre limité, doivent être acquis en situation fonctionnelle et parfaitement maîtrisés. L'élève doit accéder, le plus tôt possible, au vocabulaire correct et définitif, qui est celui de l'adulte. Il vaut mieux éviter tout vocabulaire provisoire (...).

Il s'agit avant tout d'acquérir un vocabulaire actif et utile.

ANNEXE 5

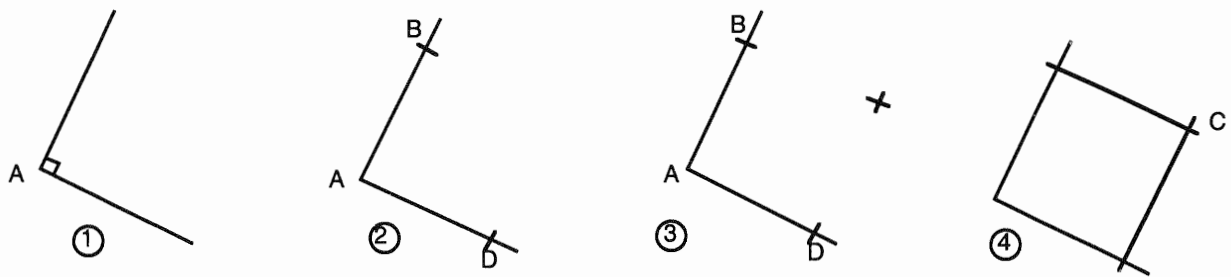
Extrait de MATHS CM2, collection Chapuis Nathan

Le carré

Construire un carré ABCD de 4 cm de côté

Instructions :

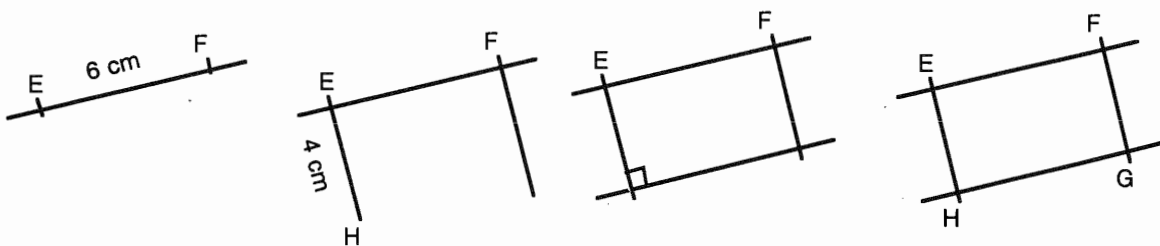
1. Trace un angle droit de sommet A. ①
2. Reporte sur chacun de ses côtés la même longueur (4 cm). Place les points B et D. ②
3. En gardant le même écartement du compas trace 2 arcs de cercle à partir de B puis de D. ③
4. Place le point C à l'intersection des deux arcs de cercle puis trace les 4 côtés. ④



Le rectangle

Construire un rectangle EFGH dont les côtés mesurent respectivement 6 cm et 4 cm

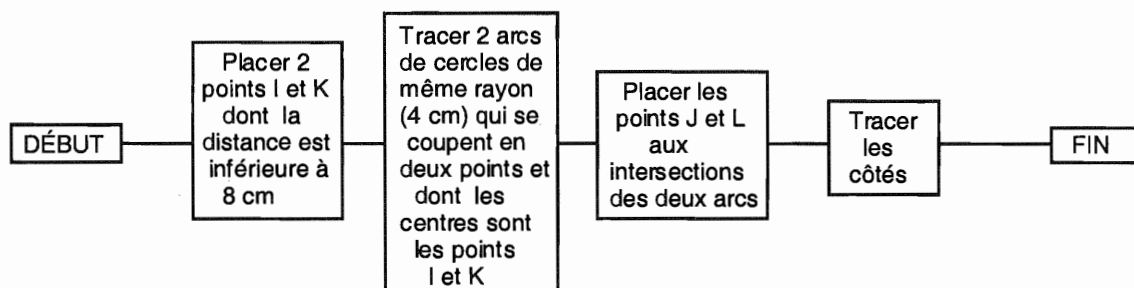
Écris les différentes étapes de ta construction puis trace la figure en utilisant la règle graduée et l'équerre



Le losange

Construire un losange EFGH dont les côtés mesure 4 cm.

Lis cette suite d'instructions puis trace la figure.



ACADEMIE DE REIMS, STRASBOURG

PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

Exercice 1

On considère un champ rectangulaire

- si on diminue sa longueur de 80 m et si on augmente sa largeur de 40 m alors il devient carré.
- si on diminue sa longueur de 60 m et si on augmente sa largeur de 20 m alors son aire diminue de 400 M².

1. Transcrire ces hypothèses sous la forme d'un système d'équations.
2. Déterminer les dimensions du champ.

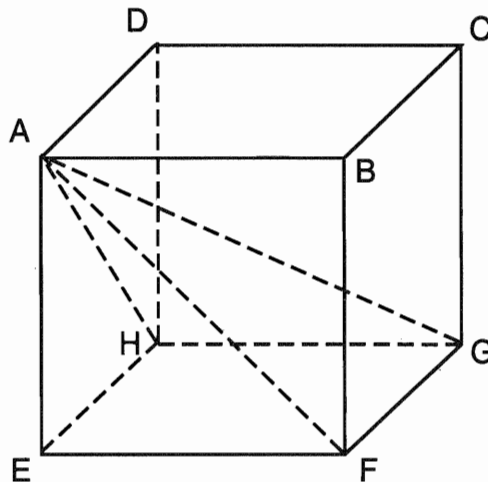
Exercice 2

Vous comptez de 7 en 7 à partir de 38 jusqu'au plus grand nombre entier strictement inférieur à 365.

1. Quel est le dernier nombre nommé ? Combien avez vous nommé de nombres (38 compris) ?
2. Par quels nombres entiers positifs pourrait-on remplacer le nombre 365 de l'énoncé de sorte que les réponses obtenues en question a) restent valides ?

Exercice 3

Dans un cube ABCDEFGH dont les arêtes mesurent 4 cm, on considère la pyramide de sommet A et de base EFGH (voir figure ci-après).



1. Quelle est la nature de chacune des faces de cette pyramide ? (on ne demande pas de justification).
2. Sur la copie (présentant un quadrillage de 4 cm de côté), dessiner un patron de cette pyramide en utilisant uniquement une règle non graduée et un compas. On laissera apparents les traits de construction.
3. Donner une valeur exacte en cm^2 Puis une valeur approchée à $0,01 \text{ cm}^2$ près de l'aire totale de la pyramide AEFHG.

Deuxième Partie (4 points)

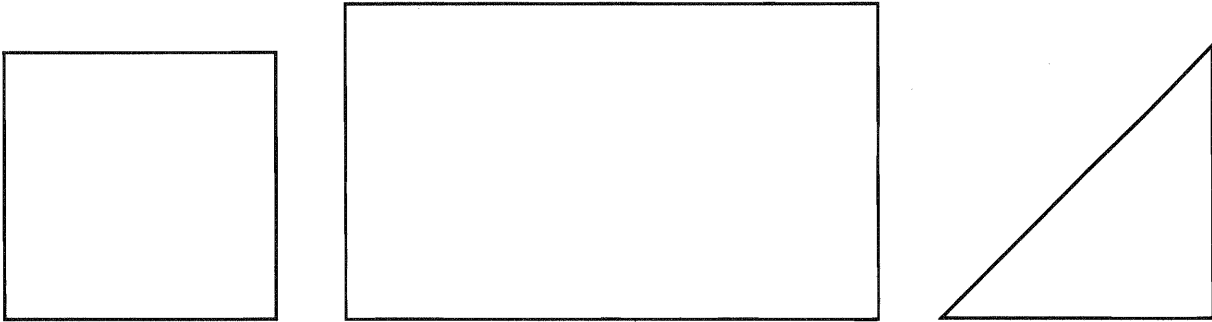
L'exercice 11 figurant sur l'annexe 1 a été proposé dans le cadre des évaluations nationales de Sixième en septembre 1998. La seule consigne donnée oralement fut le temps alloué pour réaliser cet exercice.

1. Identifier si possible, pour chaque production d'élève figurant sur l'annexe 2, les erreurs commises.
2. L'enseignant veut apporter une aide individuelle à chaque élève sans donner la solution. Préciser, pour chaque élève, une intervention orale possible de l'enseignant pour amener l'élève à découvrir son (ou ses) erreur(s).

DEUXIEME VOLET

(8 points)

I Les trois surfaces ci-dessous sont présentées aux élèves sous la forme de pièces cartonnées manipulables.



Le maître demande aux élèves de les comparer.

1. Citer deux grandeurs sur lesquelles les élèves peuvent faire porter leur comparaison.
2. Alain place le triangle "à l'intérieur" du rectangle et dit "le triangle est plus petit que le rectangle". Quelle grandeur a-t-il perçue ?
3. Bernard "fait rouler" les différentes pièces sur le bord de sa feuille, en marquant d'un "trait" "le début et la fin".

Après avoir mis en œuvre plusieurs fois les procédures de comparaison évoquées ci-dessus, Alain et Bernard obtiennent un rangement identique pour les trois figures. Peut-on envisager de transformer l'une des trois figures de sorte qu'Alain et Bernard obtiennent deux rangements différents ? Si oui, proposer une solution et dessiner la figure transformée.

Pour la suite de son travail, le maître propose de ne plus considérer que la grandeur mise en évidence par Alain.

II (Voir annexe 3). Le maître demande aux élèves de comparer les surfaces ① et ② en utilisant les pièces du tangram.

1. Indiquer deux procédés permettant aux élèves d'aboutir à la comparaison demandée.
2. (Voir annexe 4). Le maître distribue des silhouettes (le cygne ①, le chat ②, le danseur ③, le château d'eau ④) et demande de les recouvrir avec les pièces du tangram. Les enfants obtiennent les résultats représentés.
Quelles conclusions peuvent-ils tirer de leur travail, du point de vue de la comparaison des quatre silhouettes ?

III Pour consigner les résultats obtenus dans le **II**, les élèves ont réalisé le tableau suivant :

	Nombre de carrés	Nombre de grands triangles	Nombre de triangles moyens	Nombre de petits triangles	Nombre de parallélogr.
Tangram (Rectangle)	1	2	1	2	1
Chat	1	2	1	2	1
Cygne	1	2	1	2	1
Château	2	2	1	2	1
Danseur	1	2	1	1	1

1. Le seul examen de ce tableau permet-il de retrouver les conclusions obtenues après la manipulation effectuée en **II** ? Justifier la réponse.
2. Créer une nouvelle silhouette pour laquelle le seul examen du tableau ne permet pas la comparaison. Justifier la réponse.
3. Dans le cadre de l'utilisation du tangram et des silhouettes, comment le maître peut-il prolonger ce travail pour parvenir à la mesure de la grandeur considérée ? (Justifier la réponse). Exprimer alors la mesure de chacune des pièces de l'annexe 4.

IV

1. A quel cycle cette suite de séquences est-elle destinée ? Préciser à quelle période de ce cycle elle paraît la mieux adaptée. Justifier brièvement la réponse.
2. Exprimer d'une phrase l'intention du maître dans chacune des parties **I**, **II** et **III** sur le plan des apprentissages mathématiques.
3. Dans la démarche engagée ci-dessus, quelle nouvelle étape pourrait être proposée aux enfants au cours de la leçon suivante ?

ANNEXE 1

Exercice 11

Muriel et Anthony ont inventé un nouveau jeu

On lance quatre dés.

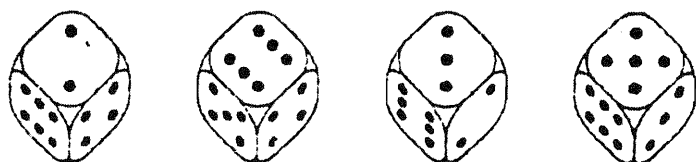
Pour chaque dé :

- si le résultat est pair (2 ; 4 ou 6), on le multiplie par deux
- si le résultat est impair, on le garde.

Puis on additionne les quatre nombres obtenus.

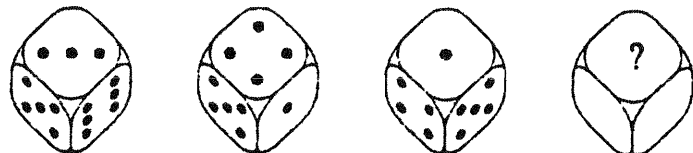
L'enfant qui aura le plus grand total aura gagné.

Muriel joue la première et obtient les résultats suivants: **2 ; 6 ; 3 et 5.**



Anthony lance à son tour les quatre dés et s'écrie aussitôt : " Nous sommes à égalité ! " et il a raison.

Muriel a vu les trois premiers résultats d'Anthony : **3 ; 4 et 1.**



Quel est le nombre indiqué par le quatrième dé d'Anthony ?
Ecris tous tes calculs.

ANNEXE 2

$$\begin{array}{r}
 3+4+1=12 \rightarrow 16 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \times 2 \\
 \hline
 8
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 \times 4 \\
 \hline
 16
 \end{array}$$

Réponse : 2

①

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 + 6 \\
 + 3 \\
 + 5 \\
 \hline
 16
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 + 4 \\
 + 1 \\
 \hline
 8
 \end{array}$$

Réponse : impossible

②

Muriel a obtenu 16 $6+5+3+2=16$

Anthony a 8 $4+3+1=8$

$8+8=16$ Le dernier dé d'Anthony est

Réponse : 8

③

Muriel $2 \times 2 = 4$

$2 \times 6 = 12$

3

3

$\frac{13}{3} 2$

Anthony $2 \times 2 = 4$

$2 \times 6 = 12$

$\times 8$

$\frac{12}{8} 6$

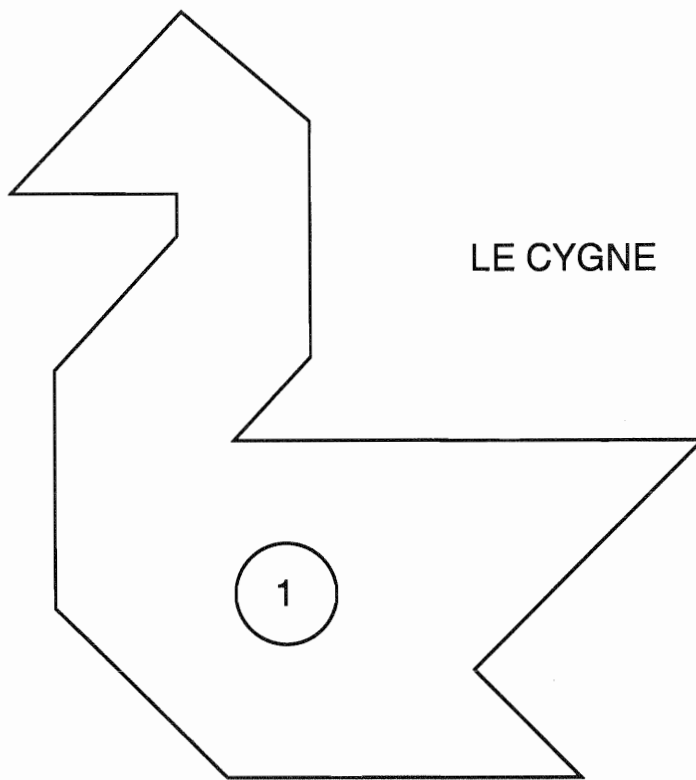
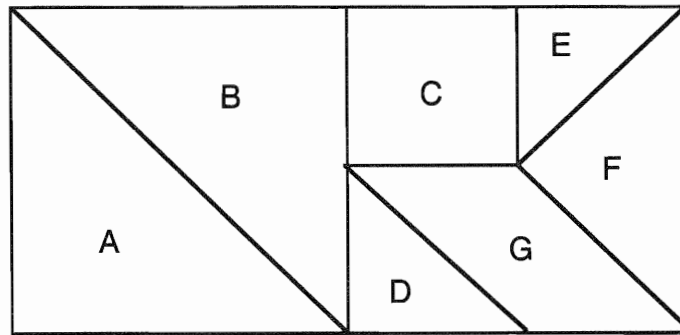
Le nombre indiqué par le quatrième dé d'Anthony est le 6.

Réponse : Muriel a le plus grand total que Anthony.

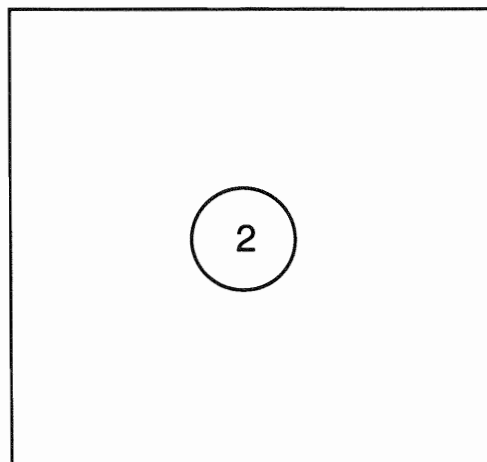
④

ANNEXE 3

TANGRAM

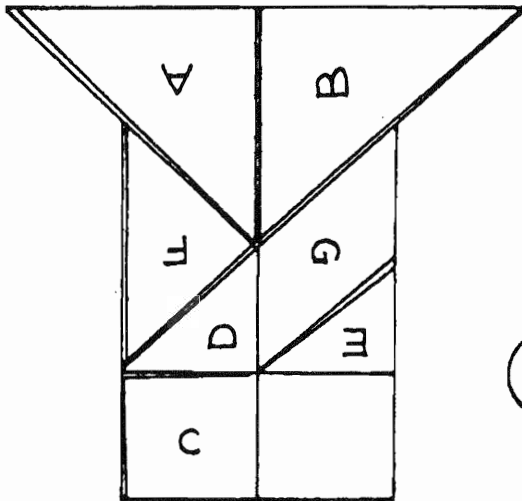


LE CYGNE



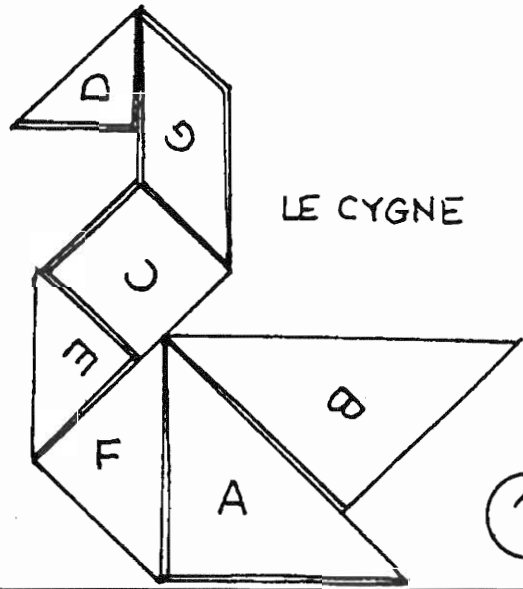
ANNEXE 4

LE CHATEAU D'EAU

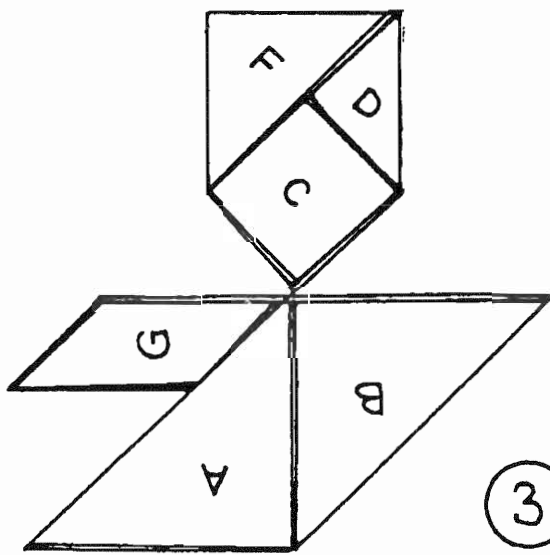


4

LE CYGNE



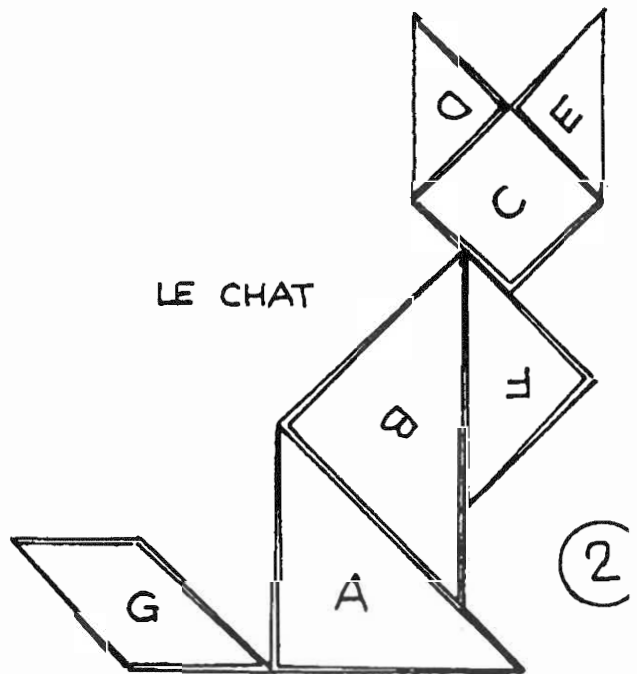
1



3

LE DANSEUR

LE CHAT



2

ACADÉMIE DE RENNES

PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

Exercice 1

A propos de la conversion des francs en euros, des citations sont extraites du guide de L'euro du ministère de l'Economie, des Finances et de l'Industrie. Les calculs sont basés sur la valeur officielle de 1 euro pour 6,55957 francs.

“ Une règle impérative d'arrondi : elle est appliquée pour aboutir à un prix en euros qui ne comporte que deux chiffres après la virgule, les cents ou centimes. Si le troisième chiffre après la virgule est inférieur à 5, on arrondit au cent ou centime inférieur. S'il est égal ou supérieur à 5, on arrondit au cent ou centime supérieur ”. “ S'il y a addition de plusieurs prix sur un ticket de caisse ou une facture, seul le montant total sera converti en euros. Ceci évitera de fausser l'addition en accumulant les arrondis. En effet, la somme des arrondis des prix ligne par ligne, pourrait ne pas correspondre à l'arrondi de la somme globale ”.

1. A l'aide d'un ou plusieurs exemples, montrez comment vous comprenez la dernière phrase de cet extrait.

“ Pratique : Un procédé simple pour avoir une idée approximative de la valeur des francs en euros : ajoutez la moitié de la valeur en francs et divisez le total par 10 ”.

2. Que pensez-vous des affirmations suivantes ?

a - Pierre : “ Ce procédé ne donne le résultat exact pour aucune somme ”.

b - Charles : “ Pour effectuer la conversion inverse (d'euros en francs), il suffit de retirer la moitié de la valeur en euros et de multiplier par 10 ”.

Exercice 2

La presque île d'Htel est un obstacle redouté par les navigateurs. Voici comment l'un d'entre eux décrit son parcours.

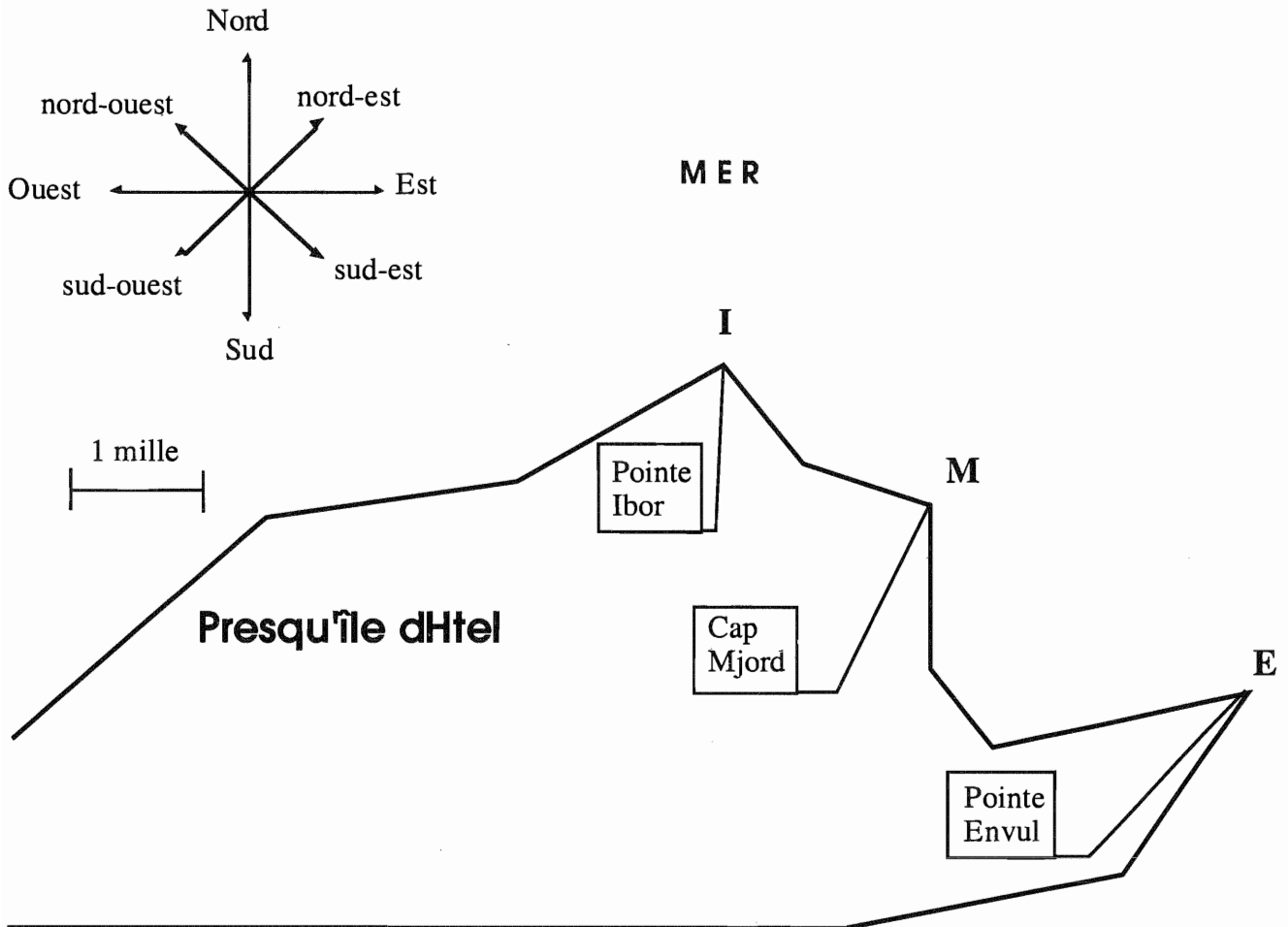
“ A 10 h du matin, j'ai aperçu la pointe Ibor (point I) exactement à l'Est (position P_1). J'ai fait route pour rester à distance constante de cette pointe, jusqu'à me trouver à égale distance de la pointe Ibor et du cap Mjord (point M) (position P_2). J'ai alors mis le cap au sud-est, jusqu'à apercevoir la pointe Envul exactement au sud-ouest (position P_3). J'ai mis alors le cap au Sud. Dans cette direction, j'ai parcouru 3 milles. Il était alors 11 h et j'ai aperçu la pointe Envul (point E) exactement au nord-ouest (position P_4) ”.

L'objet de l'exercice est de reconstituer le parcours de ce navigateur.

1. a) - Montrer que le triangle P_3EP_4 est rectangle isocèle.

b) - A quelle distance du point E se trouve le navigateur à 11 h (Point P_4) ?

2. A partir du point P₄, retrouver, avec les instruments de la géométrie, le parcours du navigateur (on utilisera la figure ci-dessous).



Deuxième Partie (4 points)

L'exercice suivant a été proposé à des élèves de cycle III. On trouvera en annexe 1, 2 et 3, les productions de quatre élèves.

Une agence de location de cassettes vidéo possède 3200 films.
 Au cours de la première semaine, le tableau des cassettes louées et rendues est le suivant :

films	cassettes louées	cassettes rendues
policier	497	375
aventure	1388	1299
dessins animés	479	384

Indique le nombre de cassettes qui restent disponibles à la fin de la semaine

* non reproduite ici

QUESTIONS :

1. Expliciter la procédure utilisée par chacun des élèves ; indiquer dans chaque cas si le résultat est juste ou erroné.
2. a) Indiquer les causes possibles des erreurs dans les productions où le résultat exact n'a pas été obtenu.
b) Quelles remédiations peut-on apporter aux élèves dont le résultat n'est pas correct ?

DEUXIEME VOLET

Les questions font référence aux annexes 4 et 5. Ces documents proviennent du livre de l'élève *Collection Diagonale, Editions Nathan*, niveau CM2 ; ils regroupent les pages 102 et 103 dans un chapitre consacré aux fonctions numériques.

QUESTIONS :

1. a) Préciser les objectifs pédagogiques de cette séquence.
b) Indiquer la compétence de fin de cycle sollicitée.
c) Quelles sont les notions essentielles sous-jacentes à ces activités ?
2. a) Après lecture des annexes 4 et 5 (pages 102 et 103), donner les différents supports utilisés pour mettre les élèves dans une situation d'apprentissage sur les fonctions numériques.
b) Que peut apporter la traduction graphique de données numériques ?
3. Quels sont les intérêts et/ou les inconvénients des deux activités de la page 102 ?
4. Dans l'ensemble des exercices proposés en annexes 4 et 5, la possibilité pour les élèves de construire leurs propres stratégies apparaît-elle ? Expliquer pourquoi.
5. Dans l'exercice 1 de la page 103, quelles sont les variables didactiques de la situation ?
6. a) Le fait de suivre pas à pas le livre de l'élève traduit-il une démarche pertinente ?
b) Justifier l'existence de l'exercice 3 page 103 en fin de séquence.

ANNEXE 1

Une agence de location de cassettes vidéo possède 3200 films.

Au cours de la première semaine, le tableau des cassettes louées et rendues est le suivant :

films	cassettes louées	cassettes rendues
policier	497	375
aventure	1388	1299
dessins animés	479	384

~~$$\begin{array}{r}
 3200 \\
 + 497 \\
 + 1388 \\
 + 479 \\
 \hline
 2364 \\
 - 2058 \\
 \hline
 0306
 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r}
 3200 \\
 - 375 \\
 + 1299 \\
 384 \\
 \hline
 2058
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3200 \\
 - 1306 \\
 \hline
 2894
 \end{array}$$

Indique le nombre de cassettes qui restent disponibles à la fin de la semaine

Il reste 2894 films disponibles à la fin de la semaine.

Une agence de location de cassettes vidéo possède 3200 films.

Au cours de la première semaine, le tableau des cassettes louées et rendues est le suivant :

films	cassettes louées	cassettes rendues
policier	497	375
aventure	1388	1299
dessins animés	479	384

$$\begin{array}{r}
 \text{Loués} \\
 3200 \\
 + 497 \\
 + 1388 \\
 + 479 \\
 \hline
 1344
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Rendues} \\
 375 \\
 + 1299 \\
 384 \\
 \hline
 1058
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3200 \\
 - 1058 \\
 \hline
 2142
 \end{array}$$

Indique le nombre de cassettes qui restent disponibles à la fin de la semaine

Le nombre de cassettes qui restent disponibles à la fin de la semaine est : 2142 cassettes

ANNEXE 2

Une agence de location de cassettes vidéo possède 3200 films.

Au cours de la première semaine, le tableau des cassettes louées et rendues est le suivant :

films	cassettes louées	cassettes rendues
policier	497	375
aventure	1388	1299
dessins animés	479	384

Indique le nombre de cassettes qui restent disponibles à la fin de la semaine

$$\begin{array}{r} 497 \\ -375 \\ \hline 122 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1388 \\ -1299 \\ \hline 089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 479 \\ -384 \\ \hline 095 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 122 \\ 89 \\ + 95 \\ \hline 306 \end{array}$$

Il reste 306 cassettes vidéos disponibles à la fin de la semaine.

ANNEXE 3

Elève D

solution	Operations
Il y a eu <u>2 364 cassettes loués</u>	$\begin{array}{r} 322 \\ 3388 \\ + 479 \\ + 497 \\ \hline 2364 \end{array}$
Il y a eu <u>2 058 cassettes rendus</u>	$\begin{array}{r} 3239 \\ + 384 \\ + 375 \\ \hline 2058 \end{array}$
Il reste <u>306 cassettes non rendus</u>	$\begin{array}{r} 2364 \\ - 2058 \\ \hline 0306 \end{array}$
Il ya <u>2894 cassettes disponibles</u> à la fin de la semaine	$\begin{array}{r} 3200 \\ - 1306 \\ \hline 2894 \end{array}$

ANNEXE 4



Fonctions numériques (1)

Avec les nombres...
 Trouver trois nombres compris entre 9 et 10 5,6 et 5,7 0,12 et 0,13.

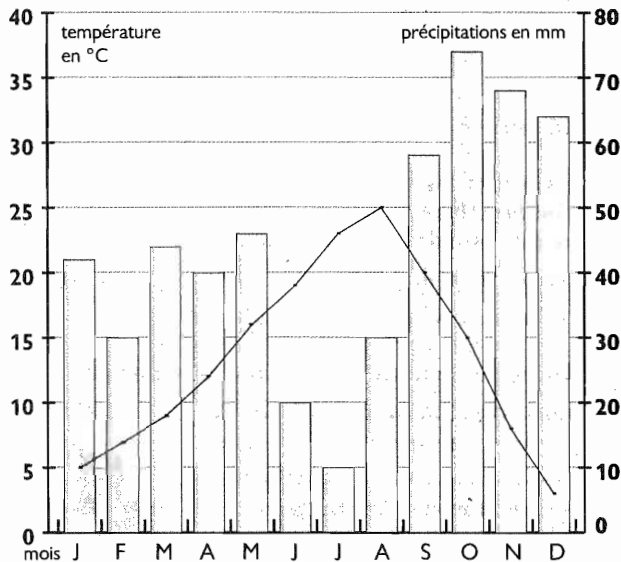
1 Activités

a Au mois d'août à Marseille, la moyenne des températures a été de 25 °C. Ce même mois, il est tombé en moyenne 30 mm d'eau par jour.

- Comment lis-tu ces données sur le graphique ?
- Complète le tableau ci-dessous en utilisant le graphique.

b Calcule l'écart de température entre la température moyenne minimale et la température moyenne maximale.

Le temps à Marseille cette année - là...



mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
température en °C								25				
précipitations en mm								30				

2

Dans l'Antiquité, certaines unités de longueur étaient associées à des éléments du corps humain : le pouce, le pied, la coudée, etc.

- À Babylone, la coudée valait 54 cm ; le doigt valait un trentième de coudée.
- Chez les Grecs, le doigt valait 1,9 cm ; le pied valait 30 cm et la coudée 48 cm.
- Chez les Romains, le doigt valait 1,8 cm ; le pied valait 29 cm et la coudée 44 cm.



En France, jusqu'à la Révolution, on utilisait les unités suivantes : le pied du Roi valait 32,4 cm et le pouce, un douzième de pied.

a Organise toutes ces données dans un tableau. Des cases restent vides. Pour en remplir certaines, tu dois faire des calculs.

b Complète le tableau :

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
doigt romain (en cm)	1,8									
pouce français (en cm)										

c Une longueur est comprise entre 7 et 8 doigts romains et entre 4 et 5 pouces d'avant la Révolution. Que peux-tu dire de cette longueur ?

ANNEXE 5

1 Exercices

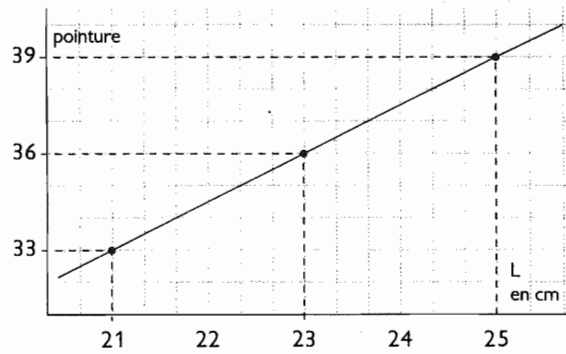
Pour déterminer la *pointure* d'une chaussure correspondant à un pied, il suffit de mesurer la longueur du pied et de consulter un tableau de correspondance.



Voici une partie de ce tableau :

longueur en cm	21	23	25	27
pointure	33	36	39	42

- Reproduis le graphique ci-contre sur ton cahier en y indiquant les pointures données dans le tableau.
 - À l'aide de ce graphique, détermine les longueurs L pour les pointures intermédiaires non données dans le tableau : 34, 35, 37, 38, 40 et 41.
- Donne les résultats sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction.



2

Un constructeur d'automobiles fournit les renseignements suivants pour un modèle de voiture.

BREAK 850 GLT	
• Sur route pour 100 km, à la vitesse de 90 km par heure, la consommation est de 6,40 l.	
• En ville pour 100 km, à faible vitesse, la consommation est de 12,40 l.	

a Complète le tableau.

distance parcourue en km	50	100	150	200	250
consommation sur route en l					
consommation en ville en l					

b Quel serait le nombre de litres de carburant nécessaire pour parcourir 25 000 km en ville ?

- Un automobiliste a calculé qu'il avait consommé en un an une quantité d'essence correspondant à 15 000 km réalisés sur route. Calcule cette consommation.



3

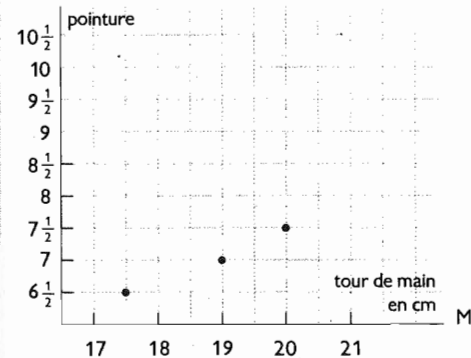
La pointure des gants, pour un adulte, est, en général, un nombre compris entre $6\frac{1}{2}$ et 10.

Pour connaître la pointure d'une personne, on mesure en cm le tour de sa main (M) et on consulte le tableau de correspondance :



M en cm	17,5	19	20	21,5	23	24	25,5	27,5
pointure	$6\frac{1}{2}$	7	$7\frac{1}{2}$	8	$8\frac{1}{2}$	9	$9\frac{1}{2}$	10

Reproduis et achève le graphique ci-dessous, en y indiquant toutes les pointures de $6\frac{1}{2}$ à 10 en fonction du tour de main M en cm.



ACADÉMIE DE ROUEN

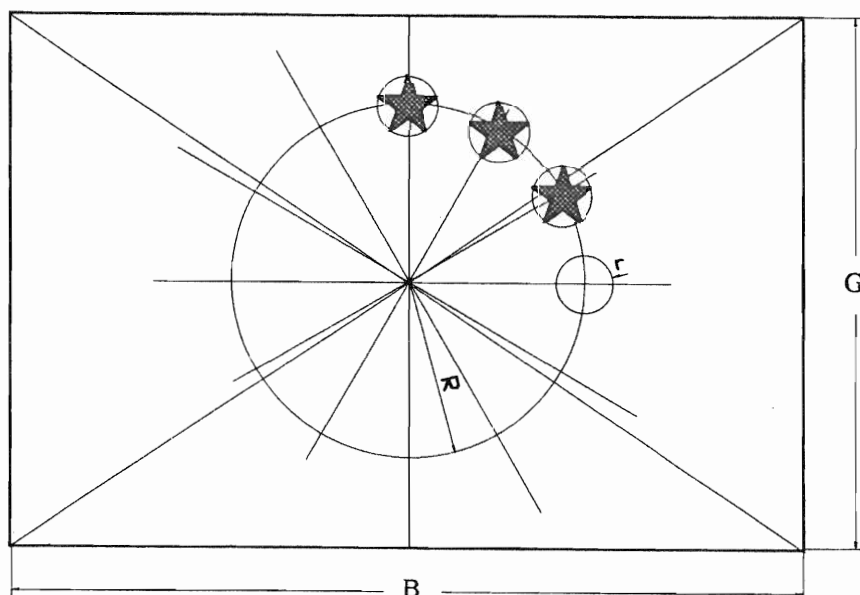
PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

Exercice 1 :

Description géométrique du drapeau de l'Europe : (D'après Hypercube n° 16 de février/mars 1997)

"L'emblème est constitué par un rectangle bleu dont le battant (B) a une fois et demie la longueur du guindant (G). Les douze étoiles d'or s'alignent régulièrement le long d'un cercle non apparent dont le centre est situé au point de rencontre des diagonales du rectangle. Le rayon de ce cercle (R) est égal au tiers de la hauteur du guindant. Chacune des étoiles à cinq branches est construite dans un cercle non apparent dont le rayon (r) est égal à 1/18 de la hauteur du guindant. Toutes les étoiles sont disposées verticalement, c'est-à-dire avec une branche dirigée vers le haut et deux branches s'appuyant sur une ligne non apparente, perpendiculaire à la hampe".



I°) La construction du drapeau.

1°) Calculer les dimensions G et B du drapeau quand le rayon (r) d'un petit cercle est 6 cm.

2°) On veut construire sur une feuille de format A3 (297 mm sur 420 mm) un drapeau européen de telle façon que r, R, G et B soient des nombres entiers de mm. Quelle valeur doit-on donner à chacune de ces différentes mesures pour que le drapeau obtenu soit le plus grand possible ?

II°) La construction d'une étoile.

On veut construire une étoile en partant d'un cercle de rayon $r = 6$ cm.

En utilisant le « film » donné en annexe 1, réaliser la construction (laisser les traits de construction apparents).

III°) L'étude du pentagone convexe régulier ABCDE obtenu à partir d'un cercle de rayon 6 cm. (voir annexe 1, figure 1)

1°) Calculer les mesures des angles $\widehat{A\hat{O}B}$ et $\widehat{A\hat{B}C}$.

2°) Calculer les valeurs exactes des longueurs MA et ON.

3°) En déduire que la troncature à deux décimales de la mesure, en cm, du côté de ce pentagone régulier est 7,05.

IV°) L'étude du pentagone étoilé régulier ACEBD obtenu à partir d'un cercle de rayon 6 cm. (voir annexe 1, figure 2)

1°) Pourquoi appelle-t-on ACEBD un pentagone étoilé ?

2°) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{C\hat{A}D}$.

3°) On sait que le rapport entre la diagonale du pentagone convexe régulier et son côté est égal au nombre d'or Φ .

a) Sachant que $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, calculer la troncature à une décimale de la mesure, en cm, du côté AC du pentagone étoilé.

b) Le nombre d'or occupe une place importante dans l'histoire mathématique. Donner une propriété de ce nombre.

Exercice 2 :

Dans la division euclidienne d'un nombre non nul par 7, on trouve un quotient égal au double du reste.

Trouver toutes les valeurs possibles du dividende, du quotient et du reste de cette division.

Deuxième Partie (4 points)

Dans le cadre de l'Evaluation Nationale d'entrée en sixième, il a été proposé aux élèves d'effectuer, sans calculatrice, la division euclidienne de 4 584 par 8.

Les documents en annexe 2 présentent les travaux de cinq élèves A, B, C, D et E.

1°) Précisez sur cet exemple la technique opératoire que doit connaître un élève en fin de CM2.

2°) Décrivez pour chaque élève les procédures utilisées pour effectuer la division proposée.

3°) Relevez et caractérisez les erreurs éventuelles.

4°) Quelle technique intermédiaire de la division pourriez-vous proposer pour aider les élèves B et C ?

DEUXIÈME VOLET

(8 pts)

Cette partie a pour objet l'analyse de trois documents extraits de manuels de CM2.
(**annexes 3, 4 et 5**).

1/ Ces trois documents commencent par une première partie introduite par les mots : « découverte », « je découvre », « découvrir ».

En analysant ces premières parties, montrez en quoi l'appellation « découverte » est justifiée ou non.

2/ Résolvez la question 3 de la partie « découverte » du document 2 (annexe 4).

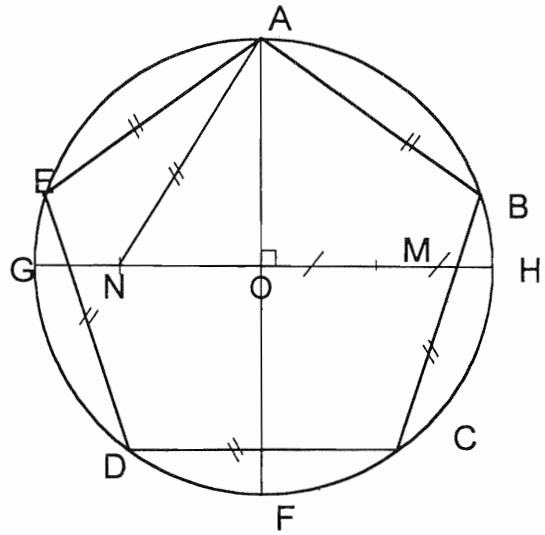
3/ Que proposeriez-vous comme contenu de l'aide-mémoire du document 2 (annexe 4) ?

4/ Vous paraît-il possible de proposer un aide-mémoire à la suite de la partie « découvrir » du document 1 (annexe 3) ? Si oui, lequel ? Sinon, pourquoi ?

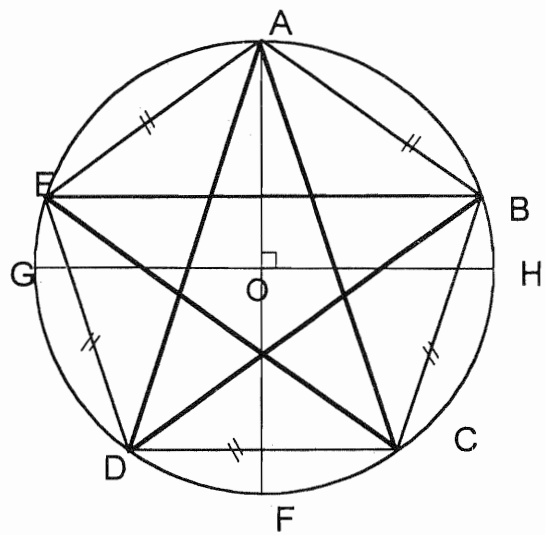
5/ Quels sont les rôles des exercices proposés dans la rubrique « s'exercer » du document 1 (annexe 3) et des exercices et problème du document 2 (annexe 4) ?

Annexe 1

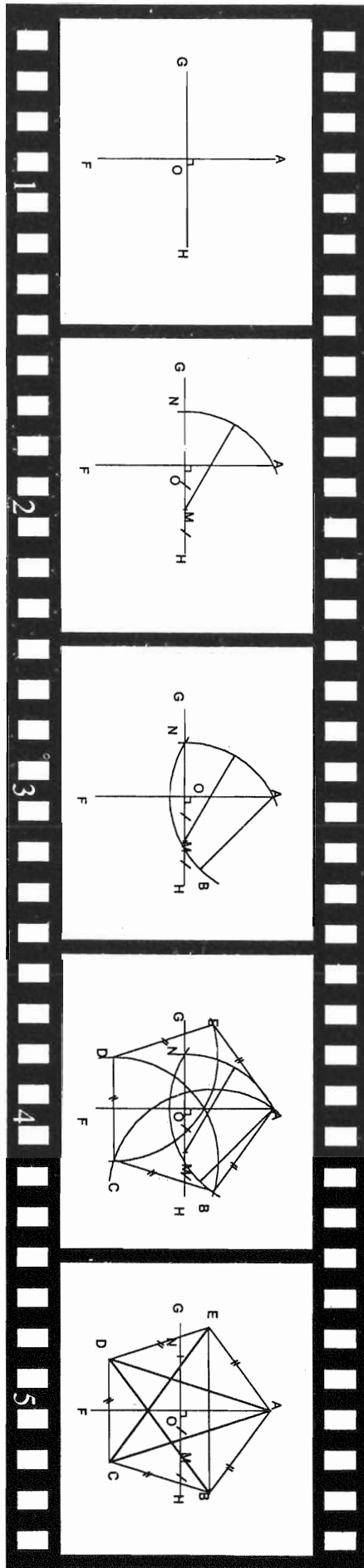
Le pentagone convexe (figure 1)



Le pentagone étoilé (figure 2)



Ces deux figures ne sont pas en vraie grandeur.



Annexe 2

Elève A:

$$\begin{array}{r}
 1 \times 8 = 8 \quad 80 \quad 800 \\
 2 \times 8 = 16 \quad 160 \quad 1600 \\
 3 \times 8 = 24 \quad 240 \quad 2400 \\
 4 \times 8 = 32 \quad 320 \quad 3200 \\
 5 \times 8 = 40 \quad 400 \quad 4000 \\
 6 \times 8 = 48 \quad 480 \\
 7 \times 8 = 56 \quad 560
 \end{array}$$

4584	8
4000	573
0584	
5600	
024	
24	

Elève B:

4584	8
4000	55
0584	
500	
105	
160	
024	
24	

Elève C:

4584	8
4000	573
0584	
5600	
024	
24	

Elève D:

4584	8
105	510
104	
4	

Elève E:

4584	8
40	573
058	
66	
124	

Annexe 3

Document 1

Maths outils CM2

Edition Magnard (1997)

COMPÉTENCE

CONNAISSANCE DES NOMBRES

Divisibilité par 2, 5 et 10

1 Découvrir

1 Une classe de CM2 compte 30 élèves. Le maître veut constituer des équipes composées de 2 élèves pour le tennis, de 5 élèves pour le basket et de 10 élèves pour le relais. Indique si, pour chaque sport, tous les élèves de la classe feront partie d'une équipe.

2 La maîtresse de la classe de CM1 veut, avec ses 25 élèves, procéder comme le maître du CM2. Les élèves pourront-ils tous faire partie d'une équipe pour chaque sport ?

3 Que se passerait-il pour la classe de CE2 qui compte 27 élèves ?

Pour l'aider

	quotient	reste
30 : 2
30 : 5
30 : 10

Pour l'aider

	quotient	reste
25 : 2
25 : 5
25 : 10

2 S'exercer

1 Recopie la liste et souligne les nombres divisibles par 2.
10 - 14 - 16 - 21 - 38 - 49 - 52

2 Recopie la liste et souligne les nombres divisibles par 5.
10 - 29 - 36 - 40 - 55 - 75 - 83

3 Recopie la liste et souligne les nombres divisibles par 10.
20 - 25 - 37 - 50 - 68 - 100 - 290

4 Écris les nombres suivants puis souligne d'un trait rouge ceux qui sont divisibles par 2 et d'un trait bleu ceux qui sont divisibles par 5. Que remarques-tu ?
14 ; 28 ; 37 ; 50 ; 66 ; 75 ; 110 ; 123 ; 525 ; 1 240 ; 37 919 ; 50 162.

5 Reproduis le tableau et complète-le.

	: 2	reste
nombres pairs	2	
	16	
	48	
	64	
nombres impairs	100	
	3	
	11	
	25	
	47	
	79	

Quels sont les nombres divisibles par 2 ? Quels sont les restes possibles ?

Annexe 4

21

Multiples et diviseurs d'un nombre (1)

Utiliser les notions de multiples et de diviseurs dans des problèmes. Retenir quelques critères de divisibilité, notamment pour développer des stratégies de calcul rapide ou pour vérifier qu'un résultat est possible.

Découverte

Voici comment Arthur a commencé à remplir un tableau de nombres.

0	1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16	17
18								



1. Reproduis et complète quelques lignes de ce tableau.
 2. Dans quelle colonne va-t-on écrire : 36 ? 50 ? 75 ? 100 ? 175 ?
 3. Dans quelle colonne va-t-on écrire : 571 ? 1000 ? 10000 ? 10^5 ? 3527 ? 5324 ?
- Écris le message qui explique ta méthode pour répondre à cette question.

AIDE-MÉMOIRE N° 5 PAGE 213.

Exercices et problèmes



Reproduis et complète quelques lignes des tableaux suivants. Puis, pour chacun d'eux, réponds aux questions :

- Quelle est la propriété commune aux nombres de la 1^{re} colonne ?
- Que peut-on dire des nombres de chacune des autres ? Calcule leur reste dans la division par 2, pour le tableau a, par 3 pour le tableau b, par 5 pour le tableau c.

a/

0	1
2	3
4	5
6
.....

b/

0	1	2
3	4	5
6	7	8
9
.....

c/

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10
.....
.....



Place correctement les nombres suivants dans les colonnes de chacun des tableaux a, b, c de l'exercice n° 1 :

39; 67; 129; 450; 1248.

Annexe 5

8 Multiples et diviseurs

Je découvre

25		16		12	
	30		40		56
33		28		61	
	9		17		75
27		10		6	
	60		64		63

Observe, puis recopie la grille de loto : tous les nombres entourés en rouge sont des multiples de 2.

16 est multiple de 2, car $16 = 2 \times 8$.

On peut aussi dire que 16 est divisible par 2 ou par 8.

2 et 8 sont des diviseurs du nombre 16.

a Par quels chiffres se terminent les multiples de 2 ?

Un nombre pair est un multiple de 2.

b Recherche dans la grille, puis entoure en bleu tous les multiples de 5. Par quels chiffres se terminent tous ces nombres ?

c Recherche dans la grille, puis entoure en vert tous les multiples de 10. Par quel chiffre se terminent ces nombres ?

Tous les multiples de 5 se terminent par 5 ou par 0.
Les multiples de 10 se terminent par 0.

d Complète :

$33 = \square \square \times 3$

$27 = \square \times 3$

$30 = \square \square \times 3$

$63 = \square \square \times 3$

- ◆ Que peux-tu dire des nombres 33, 27, 30 et 63 ?
- ◆ Fais la somme des chiffres qui composent chacun de ces nombres. Que remarques-tu ?
- ◆ Entoure maintenant en noir tous les multiples de 3 de la grille de loto.

Un nombre est un multiple de 3 si la somme de ses chiffres est elle-même un multiple de 3.

e Que peux-tu dire des nombres qui sont entourés en rouge et en bleu ?

f Que peux-tu dire des nombres entourés à la fois en rouge, en bleu, en vert et en noir ?

g Que peux-tu dire des autres nombres de la grille de loto ?

ACADEMIE DE TOULOUSE

PREMIER VOLET

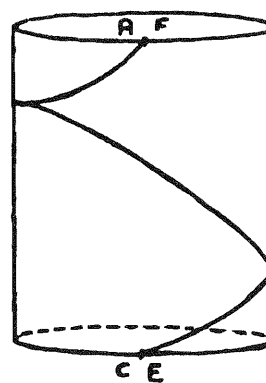
Première Partie (8 points)

Exercice 1 (5 points)

ABCD est un rectangle tel que $AB = 24$ cm, $BC = 16$ cm, E est le milieu de [AB], F est le milieu de [CD], G est le projeté orthogonal de E sur la droite (AF).

1.
 - a) Démontrer que (AECF) est un parallélogramme.
 - b) Déterminer l'aire du parallélogramme.
 - c) Calculer la longueur AF.
 - d) En déduire la longueur EG.

2. On découpe le parallélogramme AECF et on l'enroule sur lui-même de telle sorte que A vienne sur F et E sur C. On forme ainsi la face latérale d'un cylindre de révolution (voir figure ci-contre).
 - a) Calculer la valeur exacte du rayon de la base, puis en donner une valeur approchée à 1 mm près par défaut.
 - b) Calculer la valeur exacte de son volume, puis en donner l'arrondi à 1 mm³ près.

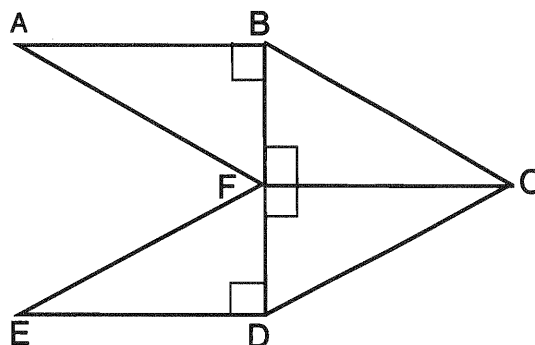


Exercice 2 (3 points)

On veut réaliser la figure ci contre. Les quatre triangles rectangles (ABF), (BFC), (FCD), (FDE), sont superposables. On pose $AB = x$ et $BF = y$.

1. On veut que l'aire de la figure soit 96 cm², que $x > y$ et que x et y soient des entiers. Donner toutes les valeurs du couple (x,y) .

2. Les conditions précédentes étant vérifiées, montrer qu'il existe un seul couple (x,y) tel que le périmètre du polygone (ABCDEF) soit 56 cm.
Faire la figure, sur papier blanc non quadrillé, à la règle graduée et au compas, en laissant visibles les traits de construction.



Deuxième Partie (4 points)

Analyse de travaux d'élèves

Ce document a été distribué à des élèves. On remarque que la photocopie distribuée ne respecte pas les dimensions réelles.

Les triangles A, B, C et D sont identiques. L'aire de chacun est 6 cm^2

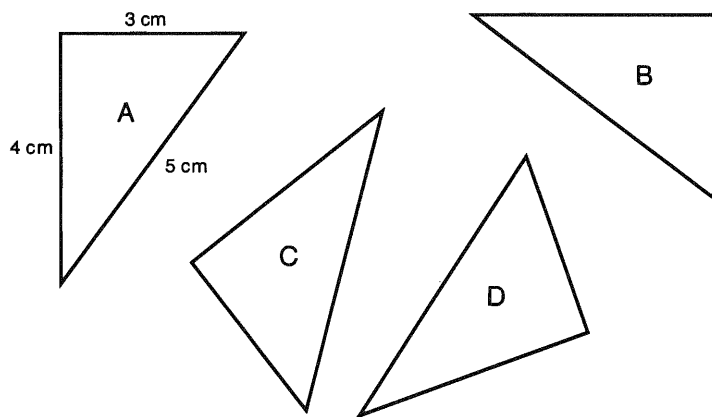


Figure 1

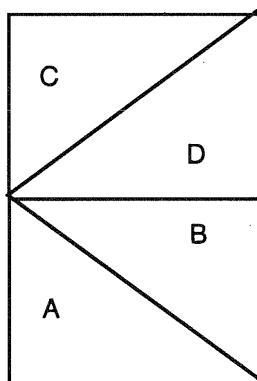
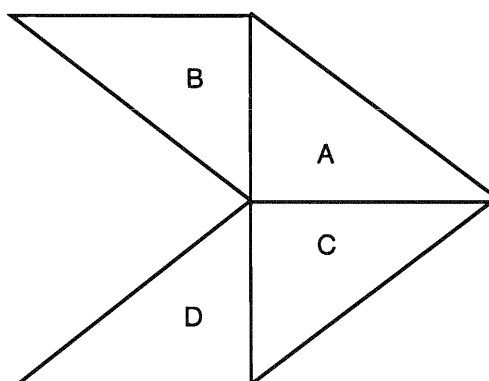


Figure 2



Ecrire les calculs permettant de trouver :

- a) Le périmètre de la figure 1
- b) L'aire de la figure 1
- c) Le périmètre de la figure 2
- d) L'aire de la figure 2

Voici les réponses de cinq élèves :

Imane	a) $(3+5+4) \times 4 = 42 \text{ cm}$
Dorian	<p>a) $(3,2+4,8) \times 2 = 16$ c) $3,2+4+4+3,2+4+4 = 27,4$</p> <p>b) $3,2 \times 4,8 = 15,36$ d) A et C: on le met dans le trou entre B et D on obtiendra la même figure que la précédente, alors c'est la même aire = 15,36</p>
Léna	<p>b) $6 \times 4 = 24$ d) je ne sais pas calculer</p>
Charlotte	<p>b) $6 \times 4 = 24$ d) $6 \times 4 = 24$</p>
Jennifer	<p>a) $(3,2 \times 2) + (4,8 \times 2)$ $= 6,4 + 9,6$ $= 16$</p> <p>b) $3,6 \times 6,4$ $= 61,44$</p>

QUESTIONS:

1. Quelle est la règle implicite utilisée par Imane ?
2. Explicitez les connaissances sur lesquelles s'appuie Dorian pour répondre aux questions a) et c), puis celles qu'elle utilise pour répondre aux questions b) et d).
3. Interpréter la non-réponse en d) de Léna.
4. Donner deux interprétations possibles pour chacune des réponses b) et d) de Charlotte.
5. Au vu des productions de Jennifer, quelles connaissances a-t-elle des notions de périmètre et d'aire ?

DEUXIEME VOLET

En annexe, trois documents tirés du livre de l'élève MATH EN FLECHE (CM I) Collection DIAGONALE Editions NATHAN.

Annexe 1 pages 94 et 95

Annexe 2 pages 98 et 99

Annexe 3 pages 100 et 101

NB : les pages 96 et 97 du livre, non données, n'ont rien à voir avec la progression étudiée.

1. ETUDE RAPIDE DE LA PROGRESSION.

1. Préciser en quelques lignes l'articulation recherchée par les auteurs entre les trois chapitres.
2. Quels sont les pré-requis nécessaires pour commencer ce travail ?

2. ANALYSE DE LA DEMARCHE PROPOSEE.

1. Annexe 1 :

1. Citer trois notions mathématiques utilisées dans cette page.
2. Quels sont les exercices de cette page qui permettent de résoudre l'exercice 3 de la page 98 (reproduite en ANNEXE 2). Justifier votre réponse.

2. Annexe 2 :

1. Quelle rupture dans la progression amène l'activité 1 ?
2. A partir de quel exercice fait-on le lien avec l'activité 1 ?
3. A quelle notion fait appel le tableau de l'exercice 4 de la page 99 ?

3. Annexe 3 :

1. Quel est l'objectif poursuivi dans l'activité 1 ?
2. Quel est l'objectif poursuivi dans l'exercice 1 ?
3. Quelle est la notion mise en œuvre dans l'exercice 3 ?
4. Quel exercice peut-on relier à l'activité 1 de la page 98 (ANNEXE 2) ?
5. On trouve, dans l'exercice 5, l'écriture 1 m 45 mm. Comparer les systèmes d'écritures 1 m 45 mm et 1 h 45 min. Donner pour chacune des grandeurs une écriture sous la forme : "partie entière + partie décimale".
6. Résoudre l'exercice 6. Préciser l'intérêt d'un tel exercice.

3. SYNTHESE.

1. Quels sont les savoirs que l'élève devrait avoir acquis à la fin de la progression ?
2. Un peu plus tard, un élève effectue l'opération suivante

$$\begin{array}{r} 12,82 \\ +13,64 \\ \hline 25,146 \end{array}$$

Qu'a-t-il retenu de ces 3 chapitres ?

3. Faites une proposition pour compléter le résumé "JE RETIENS BIEN".

Les fractions sur la droite numérique

Avec les nombres... Compléter $3 \times \square = 2 \times 3 \times 4$
 $16 : \square = 2 \times 4$; $2 = 2 \times \square$

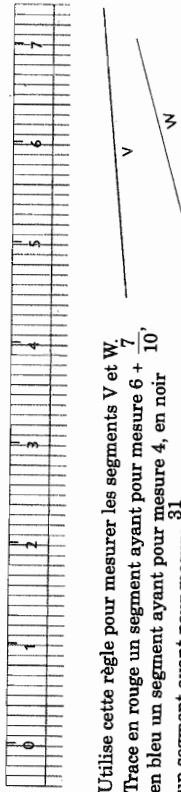
1 Pour mesurer facilement des longueurs avec la bande u comme unité, on a commencé à graduer régulièrement la droite rouge en reportant plusieurs fois de suite cette unité u .

2 Recherche et écris la mesure de chaque bande du graphique. Donne deux écritures pour les bandes dont la mesure est plus grande que 1.

3 Reproduis cette graduation sur ton cahier et construis trois bandes dont voici les mesures :

- F mesure $1 + \frac{7}{10}$ et G mesure $3 + \frac{5}{10}$.
- La mesure de H est comprise entre $2 + \frac{4}{10}$ et $2 + \frac{5}{10}$.

4 Découpe une bande sur le bord d'une feuille de cahier pour te fabriquer une règle graduée comme ci-dessous :



Utilise cette règle pour mesurer les segments V et W. Trace en rouge un segment ayant pour mesure $6 + \frac{7}{10}$ en bleu un segment ayant pour mesure 4, en noir un segment ayant pour mesure $\frac{31}{10}$.

2 Unités, dixièmes de l'unité, centièmes de l'unité... Le segment, tracé en bleu sur ce morceau de papier millimétré, est choisi comme unité de longueur.



Reproduis ce segment sur une feuille de papier millimétré.

1 Le segment vert mesure 1 cm. Combien de fois doit-on le reporter pour obtenir l'unité de longueur ? Quelle fraction de l'unité représente 1 cm ?

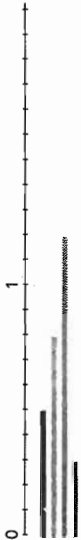
2 Avec l'unité de longueur choisie, quelle est la mesure de AM ? Quelle est la fraction qui code le point M sur la droite numérique ?

3 Marque le point P pour que AP mesure $\frac{9}{10}$, puis un point N pour que PN mesure $\frac{3}{10}$. Code chacun de ces points avec une fraction.

4 Trace un segment AR mesurant entre $\frac{7}{10}$ et $\frac{8}{10}$ en plaçant ce point R sur une graduation fine. Comment peux-tu coder ce point R ? $10 \frac{7}{10}$ Quelle fraction de l'unité représente un intervalle de 1 mm ?

Exercices

1 Trouve la fraction représentée par la longueur de chaque bande.



2 Complète par une écriture qui convient pour repérer la position de chaque point rouge.

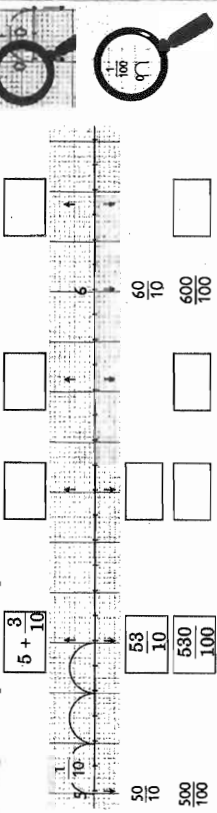


3 Sur cette même droite, marque en vert les points qui sont repérés par les écritures suivantes :

$$2 + \frac{2}{10}, \frac{4}{5}, 1 + \frac{4}{5}, \frac{21}{10}, 2 + \frac{5}{10}$$

Trouve d'autres écritures pour ces points.

2 Comme sur l'exemple, complète les étiquettes par des écritures qui conviennent pour repérer la position des points.



3 Regroupe les écritures qui désignent le même nombre.

- 1 $100 \times \frac{1}{10}$, $100 \times \frac{1}{100}$, $10 \times \frac{1}{10}$
- 2 100 , 10 , $\frac{1}{10}$, $10 \times \frac{1}{100}$

4 Écris en toutes lettres.

- 1 $\frac{3}{10}$, 45, 25, $\frac{345}{100}$
- 2 $\frac{1}{10}$, 100, 1 000, 10, $\frac{100}{100}$

5 Écris sous forme d'une fraction. deux centièmes vingt dixièmes dix-sept millièmes onze centièmes

Je retiens bien

Les fractions décimales

1 unité ou 10 dixièmes ou 100 centièmes ou 1000 millièmes	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes
	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
			3	0	2	

$$302 \text{ centièmes} = \frac{302}{100} = 3 \text{ unités et } 2 \text{ centièmes} = 3 + \frac{2}{100}$$

ANNEXE 2

Les nombres décimaux (1)

Trouver $\frac{1}{2}$ parmi $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{10}$.
Avec les nombres...

Une convention d'écriture.

Les nombres qui s'écrivent avec des fractions décimales s'écrivent aussi sous une autre forme : on utilise une virgule pour repérer où se situe l'unité. Par exemple, pour écrire les nombres $34 + \frac{8}{10}$ et $3 + \frac{2}{100}$, on utilise le tableau :

dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes
10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
3	4	8		
	3	0	2	

3 unités et
2 centièmes
 $3 + \frac{2}{100}$
3,02

Dans 34,8 : 3 est le chiffre des dizaines.
4 est le chiffre des unités.
8 est le chiffre des dixièmes.

Dans 3,02 : 3 est le chiffre des unités.
0 est le chiffre des dixièmes.
2 est le chiffre des centièmes.

Explique pourquoi on a besoin d'utiliser le chiffre 0 dans l'écriture à virgule du nombre 3 unités et 2 centièmes.

Écris les nombres suivants sous la forme de nombres à virgule :

$$45 + \frac{3}{100} \quad 6 + \frac{4}{10} \quad 400 + \frac{18}{1000}$$

$$5,4 \quad \frac{45}{100} \quad 4,5 \quad \frac{450}{100} \quad 45$$

$$\frac{450}{1000} \quad 0,45 \quad \frac{450}{10} \quad 45 \quad 54$$

$$1000 \quad 10 \quad 10$$

Recopie ces nombres et entoure d'une même couleur ceux qui sont égaux.

Observe cette publicité.

Que désignent les quatre nombres qui figurent sur le document ?
Que représente le chiffre 5 dans chacun de ces nombres ?

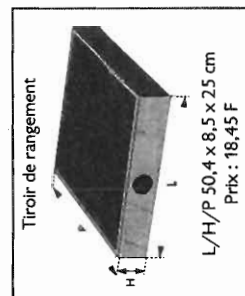
Utiliser des nombres à virgule pour écrire des prix...
Complète ces égalités avec des nombres à virgule (c est l'abréviation de centime) :

$$1c = \text{---} F \quad 50c = \text{---} F$$

$$12F 5c = \text{---} F \quad 7F 85c = \text{---} F$$

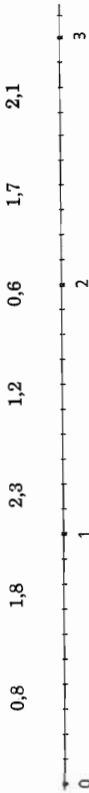
Utiliser des nombres à virgule pour écrire des mesures de longueur...
Complète ces égalités avec des nombres à virgule :

$$1dm = \text{---} m \quad 1cm = \text{---} dm \quad 1mm = \text{---} m$$

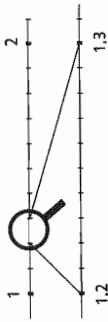


Exercices

Les nombres 0 ; 1 ; 2 et 3 ont été placés sur la droite numérique. Place correctement les nombres décimaux suivants sur cette droite :



Comme la graduation n'est pas assez précise pour placer le nombre 1,23, on a fait un agrandissement de la partie comprise entre 1,2 et 1,3. Place alors 1,23 et 1,24.



Que dois-tu faire pour placer 1,237 ? Place le nombre sur la droite.

24,53 s'écrit également 24 unités 53 centièmes ou $24 + \frac{53}{100}$.

Écris de la même façon :

$$1,45 \quad 5,67 \quad 1,07$$

$$6,123 \quad 56,7 \quad 41,03$$

Regroupe les écritures qui désignent le même nombre.

- 23,07
- 23 unités 7 dixièmes
- 237 dixièmes
- 230 dixièmes 7 centièmes
- 23 unités 7 centièmes
- 23,7
- 2 dizaines 307 centièmes
- 230 dixièmes 370 centièmes

4 est le chiffre des dixièmes de 21,49

dizaines	unités	dixièmes	centièmes
2	1	4	9

214 est le nombre de dixièmes de 21,49

Pour chaque nombre A, B, C et D, écris le chiffre des dixièmes et le nombre de dixièmes.

- A 759 centièmes
- B 3 unités 25 centièmes
- C 2 dizaines 27 centièmes
- D 60,451

Pour ces mêmes nombres, écris le chiffre des centièmes et le nombre de centièmes.

Recopie ces nombres en supprimant tous les zéros inutiles. Explique pourquoi tu conserves certains d'entre eux.

- 2,03
- 08,5
- 0067,89
- 0,010
- 12,001
- 02,20
- 20,030
- 020,010
- 40,04

Écris les fractions suivantes sous forme de nombres à virgule.

$$\frac{1}{10} \quad \frac{45}{10} \quad \frac{234}{10}$$

$$\frac{1}{100} \quad \frac{76}{100} \quad \frac{794}{100}$$

$$\frac{1}{1000} \quad \frac{95}{1000} \quad \frac{875}{1000}$$

ANNEXE 3

Les fractions décimales ; les nombres décimaux (2)

Écrire en dixièmes $2 + \frac{7}{10}$ $3 + \frac{1}{10}$ $9 + \frac{7}{10}$
Avec les nombres...

Fais afficher à l'écran de ta calculatrice le nombre 506,72. Attention ! le \cdot remplace la virgule. A l'aide des touches chiffres et des touches $+$ $-$ $=$ et $\frac{\square}{\square}$ il est possible de transformer ce nombre et d'obtenir 516,72 en tapant successivement les touches $+$ 1 $\frac{\square}{\square}$ $=$

506.72 + 10 = 516.72

Fais afficher le nombre 125,25. Quel programme de calcul tapes-tu pour obtenir le nombre 125,15 ?

Écris et tape les programmes de calcul pour transformer ensuite :

125,15	en	130,05	en	135
135	en	135,56	en	0,56

Exercices

Complète le tableau.

	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes
43,521		4	3	5	2	1
	1	0	7	0	9	
0,106						

40 + 3 + $\frac{5}{10}$ + $\frac{2}{100}$ + $\frac{1}{1000}$

20 + 3 + $\frac{9}{1000}$

Recopie tous ces nombres,

en entourant le chiffre des dixièmes :

84,25	163,7	1,245	101,101	6,75
6,32	13,01	400,25	6,001	48,53
245,08	23	12,45	48,5	0,004

en indiquant le nombre de centièmes :

	8,456	6,75
	11,07	48,53
	0,457	0,004

En choisissant le mètre pour unité, écris les mesures de longueur suivantes :

4 750 cm	1 234 mm	1 m 45 mm	142 dm
42 mm	143 m	502 cm	$\frac{435}{100}$ m

...	km	hm	dam	m	dm	cm	mm	...
				0	1	0	5	

Exemple : 1 dm 5 mm = 0,105 m

Écris les nombres décimaux correspondant à chaque flèche rouge.

Marque les points correspondant à 17,2 et à 23,9.



Écris les nombres décimaux correspondant à chaque flèche rouge.

Marque les points correspondant à 20,75 20,89 21,21.



Recopie les nombres des étiquettes en regroupant ceux qui sont des écritures différentes d'un même nombre.

4,850	48,5	$(4 \times 10) + 8 + 0,5$
$\frac{485}{10}$	0485,0	$4 + 0,8 + 0,05$
$48 + \frac{5}{10}$	$\frac{4850}{10}$	$\frac{485}{100}$
$4 + \frac{8}{10} + \frac{5}{100}$	48,500	$40 + \frac{85}{10}$
485	$\frac{48500}{100}$	4 + $\frac{85}{100}$

Écris les nombres suivants sous forme décimale :

15 millièmes 4 unités et 7 centièmes
50 centièmes 4 unités et 16 millièmes
34 dixièmes 6 centièmes et 1 millième

On recherche un nombre...

• il a 123 dixièmes ;
• le chiffre des millièmes est 5.
Ce nombre peut-il être parmi les étiquettes suivantes ?

$\frac{312,376}{12,305}$ $\frac{112,35}{12,235}$ $\frac{12,2305}{12,2305}$

Je retiens bien

Différentes écritures d'un nombre décimal

écritures fractionnaires

$12 + \frac{82}{100}$ $\frac{1282}{100}$
 $12 + \frac{8}{10} + \frac{2}{100}$
 $7 + \frac{12}{1000}$

écriture à virgule

12,82
7,012

12 unités et 82 centièmes

7 unités et 12 millièmes

...	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	...
		2	8	2	
	partie entière				partie décimale

ACADEMIES DU GROUPEMENT II (BORDEAUX, CLERMONT, NANTES, POITIERS, ILE de la REUNION)

PREMIER VOLET

Première Partie (8 points)

Exercice 1

Le 7 avril 1795 (18 Germinal An III), le système métrique devient légal ; il remplace d'anciennes mesures telles que la toise, le pied et le pouce.

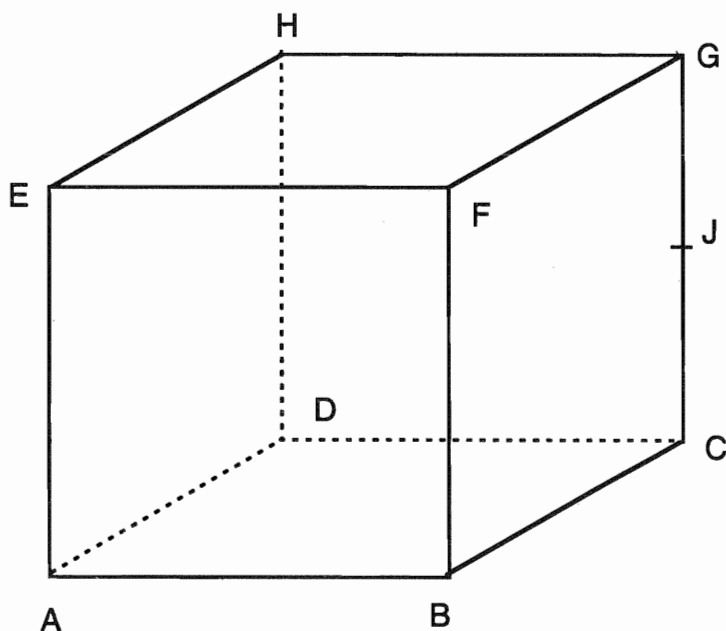
1. Dans ces anciennes mesures, 3 toises et 2 pieds sont équivalents à 240 pouces ; 5 toises et 1 pied sont équivalents à 372 pouces.

Combien de pieds vaut une toise ? Justifier la réponse.

2. a) Sachant qu'un pouce correspond à 0,027 m, calculer la mesure en mètres d'un pied.

b) Un soldat de l'an II mesure 1,70 m ; donner sa taille en utilisant à la fois le pied et le pouce comme unités de mesure.

Exercice 2



La figure ci-contre représente un cube de 10 cm d'arête.

A. Le point J est le milieu du segment [CG].

1. a) Reproduire sur votre copie le tableau ci-dessous et le compléter en répondant par oui ou par non.

Pour la dernière ligne, on nommera un triangle autre que ceux qui figurent dans le tableau.

Le triangle	est-il rectangle ?	est-il isocèle ?	est-il équilatéral ?
DJH			
ACG			
AFC			
EHG			
	oui	non	non

1. b. Justifier vos affirmations concernant la nature des triangles AFC et EHG.

B. On considère que la figure ci-dessus représente un cube en bois (de 10 cm d'arête). On le partage en deux morceaux à l'aide d'une scie, qu'on suppose sans épaisseur réalisant une coupe plane passant par les trois points R, S et T :

le point R est à 6 cm du sommet E, sur l'arête [EH],

le point S est à 3 cm du sommet E, sur l'arête [EA],

le point T est à 6 cm du sommet E, sur l'arête [EF].

On applique une des deux surfaces obtenues sur un tampon encreur et on imprime cette section RST sur une feuille.

1. a. Sans faire de calculs, dessiner en taille réelle à la règle et au compas le contour de la surface imprimée. On utilisera des constructions géométriques annexes (les faire figurer sur la copie).

1. b. Expliquer succinctement la construction géométrique.

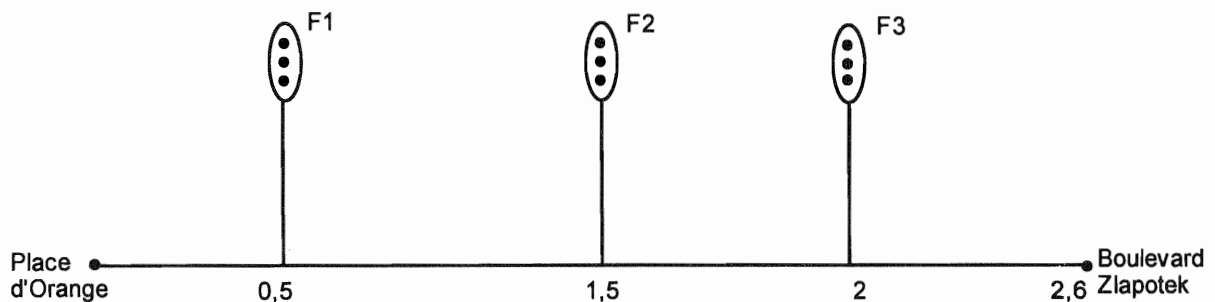
2. Calculer la dimension exacte de la longueur TR.

3. Calculer l'aire exacte en cm^2 de la section obtenue.

Exercice 3

Sur certaines avenues, les feux tricolores sont synchronisés. Dans le problème qui suit, les réglages ont été prévus pour qu'une automobile roulant à la vitesse constante de 60 km/h et passant le premier feu au vert, passe tous les autres feux au vert.

L'avenue qui nous intéresse comporte trois feux selon le schéma ci-dessous



Pour chaque feu, on a indiqué la distance en kilomètres depuis la place d'Orange.

On règle les feux de façon que chacun d'eux devienne vert quinze secondes avant le passage d'une automobile partie à l'instant $t = 0$ de la place d'Orange et roulant à la vitesse constante de 60 km/h.

Chaque feu suit un cycle d'une minute qui se décompose en trente secondes au vert et en trente secondes au rouge (on assimile feu orange et feu rouge).

1. Calculer en mètres la distance parcourue par l'automobile en trente secondes.

2. On appelle $d(t)$ la distance en mètres parcourue par l'automobile en fonction du temps t . Exprimer $d(t)$ en fonction de t . Tracer la courbe représentative de la fonction d dans un repère orthogonal où 1 cm vaut trente secondes sur l'axe des abscisses et deux cents mètres sur l'axe des ordonnées. On utilisera la feuille de papier millimétré.

3. Trouver les cycles des trois feux en recopiant le tableau ci-dessous sur votre copie et en mettant dans chacune des cases un V ou un R selon que le feu soit vert ou rouge pendant la période considérée.

Feux \ t	0s	15s	45s	75s	105s	135s	165s
F1							
F2							
F3							

4. Un cyclomoteur part de la place d'Orange quinze secondes après l'automobile et roule à la vitesse constante de 45 km/h entre chaque feu.

a) Tracer dans le repère de la question 2, la courbe représentant la distance parcourue par le cyclomoteur en fonction du temps.

b) Donner graphiquement et par le calcul le temps mis par le cyclomoteur pour parcourir l'avenue.

Deuxième Partie (4 points)

Cet énoncé de problème a été proposé à des élèves sortant de l'école primaire.

“ Un fleuriste fait des bouquets avec des roses et des iris Une rose coûte 10 F et un iris coûte 4 F. Il doit y avoir 15 fleurs par bouquet et le prix d'un bouquet ne doit pas dépasser 100 F ”.

Trois propositions de réponses sont faites aux élèves : “ le fleuriste peut-il mettre x roses et y oeillets ? ”, x et y correspondant à des nombres déterminés. On demande aux élèves :

- 1) de dire si oui ou non, chacune des propositions est acceptable ;
- 2) d'expliquer leur réponse pour chaque proposition.

PRODUCTIONS D'ELEVES :

JOHNNY	MAXIME	GAËLLE
a) Le fleuriste peut-il mettre 8 roses et 5 iris ? Réponds par oui ou par non : <i>oui</i> Explique ta réponse: $\begin{array}{r} 8 \text{ roses} = 80 \\ 5 \text{ iris} = 20 \\ + \quad \quad \\ \hline 100 \text{ F} \end{array}$	a) Le fleuriste peut-il mettre 8 roses et 5 iris ? Réponds par oui ou par non : <i>non</i> Explique ta réponse: <i>Non, il ne peut pas car 8 + 5, ça fait 13 et pas 15</i>	a) Le fleuriste peut-il mettre 8 roses et 5 iris ? Réponds par oui ou par non : <i>non</i> Explique ta réponse : 8×10 fait 80 F + 4×5 fait 40 F <i>donc ça dépasse 100 F.</i> $8 \times 10 + 4 \times 5 = 100 \text{ F}$
b) Le fleuriste peut-il mettre 5 roses et 10 iris ? Réponds par oui ou par non : <i>oui</i> Explique ta réponse: $\begin{array}{r} 5 \text{ roses} = 50 \\ 10 \text{ iris} = 40 \\ + \quad \quad \\ \hline 90 \text{ F} \end{array}$	b) Le fleuriste peut-il mettre 5 roses et 10 iris ? Réponds par oui ou par non : <i>oui</i> Explique ta réponse: <i>Oui car 5 + 10 = 15 et</i> $(5 \times 10) + (10 \times 4) = 90 \text{ F}$	b) Le fleuriste peut-il mettre 5 roses et 10 iris ? Réponds par oui ou par non : <i>oui</i> Explique ta réponse: 5×10 fait 50 F + 10×4 fait 40 F <i>donc ça ne dépasse pas 100 F.</i> $5 \times 10 + 10 \times 4 = 90 \text{ F}$
c) Le fleuriste peut-il mettre 8 roses et 7 iris ? Réponds par oui ou par non : <i>non</i> Explique ta réponse: $\begin{array}{r} 8 \text{ roses} = 80 \\ 7 \text{ iris} = 28 \\ + \quad \quad \\ \hline 108 \text{ F} \end{array}$	c) Le fleuriste peut-il mettre 8 roses et 7 iris ? Réponds par oui ou par non : <i>non</i> Explique ta réponse: <i>Non, car $(8 \times 10) + (7 \times 4) = 108$ et ça dépasse 100 F</i>	c) Le fleuriste peut-il mettre 8 roses et 7 iris ? Réponds par oui ou par non : <i>non</i> Explique ta réponse: 8×10 fait 80 F + 7×4 fait 24 F <i>donc ça dépasse 100 F.</i> $8 \times 10 + 7 \times 4 = 104 \text{ F}$

N. B. : Les écritures en italique correspondent aux réponses écrites des élèves.

I - Faire l'analyse des réponses qui sont données par les 3 élèves en indiquant :

1. La pertinence des procédures utilisées et des réponses données.
2. Les compétences et connaissances dont ils paraissent disposer et les causes possibles des erreurs, le cas échéant.

II - A partir de l'analyse des réponses de ces élèves, pouvez-vous dégager les notions mathématiques sous-jacentes à ce problème ?

DEUXIEME VOLET

On trouvera en annexe quatre exercices proposés successivement par un maître de CM1 sous les paragraphes “ Revoir, Découvrir, Appliquer ”. Les exercices 1 et 2 sont empruntés au manuel Optimath CM1, Hachette Éducation, 1997.

1. Réaliser l'exercice 2, en justifiant vos réponses puis la question c) de l'exercice 3.

2. Quelles sont les notions mathématiques sous-jacentes à ces quatre exercices ? Préciser les objectifs visés par les exercices 1, 2 et 3.

Comparaison des phases I, II et III :

3. a) Leurs résolutions nécessitent-elles les mêmes connaissances et les mêmes compétences mathématiques ?

b) Donner deux procédures utilisables par les élèves de CM₁ pour répondre à la question c) de l'exercice 3.

4. a) En vous référant aux caractéristiques des situations didactiques, analyser la progression choisie par l'enseignant.

b) Indiquer les éléments essentiels que le maître peut retenir dans un bilan à la fin de l'exercice 3.

5. Faire une analyse critique de l'exercice 4, en précisant l'objectif visé au regard de la progression choisie.

ANNEXE

I – Revoir

Exercice 1 : complète les tableaux

$\times 156$	
10	
5	
	156
	312

$\times ?$	
7	70
11	
	250
10 000	

Exercice 2 : vérifie si on peut passer des nombres de la colonne de gauche à ceux de la colonne de droite en multipliant par un même nombre.

$\times ?$	
12	36
29	87
2	6
14	42
100	300

$\times ?$	
50	750
7	105
13	195
25	325
5	65

II - Découvrir

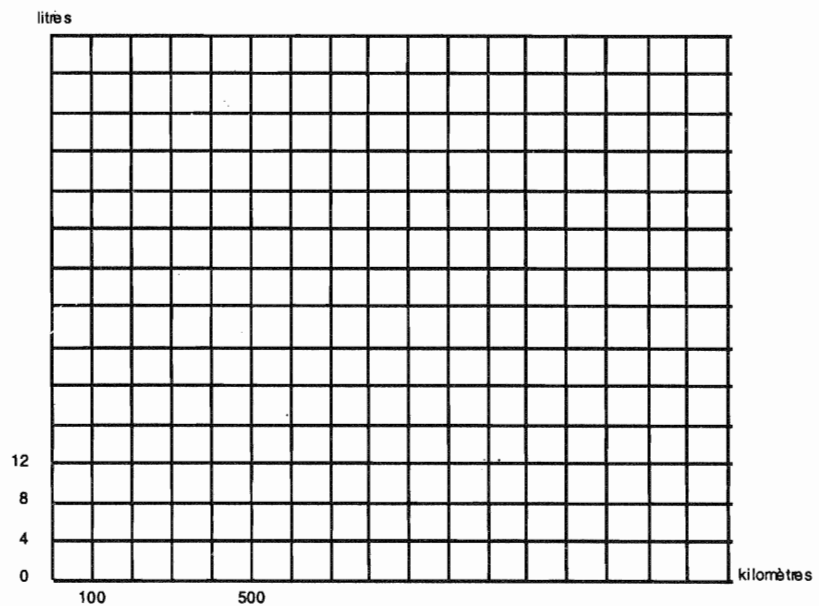
Exercice 3 : la voiture de Monsieur Durand consomme en moyenne huit litres aux 100 km.

a) Complète le tableau et donne la consommation pour 300 km.

b) Complète le graphique et en l'utilisant, donne la distance parcourue pour vingt litres.

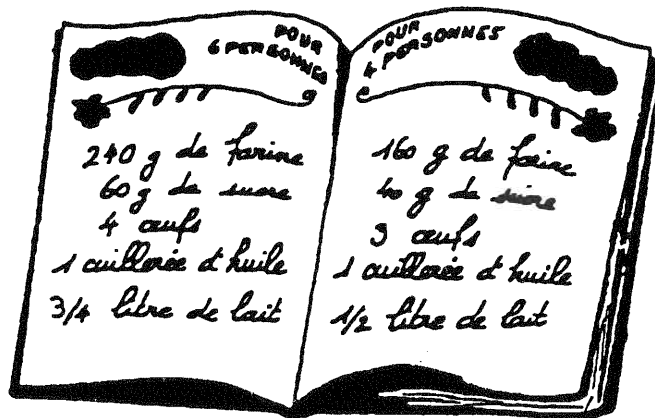
c) Calcule en posant à chaque fois une ou plusieurs opérations, la consommation pour un parcours de 1 200 km, de 320 km, de 10 km.

Nombre de kilomètres	100	200	300	500	700
Consommation en litres					



III - Appliquer

Exercice 4 : voici deux recettes de crêpes, l'une pour six personnes et l'autre pour quatre personnes



a) Compare les deux recettes.

b) La maîtresse désire faire des crêpes pour les 30 élèves de la classe.
Quelles quantités doit-elle prévoir ?