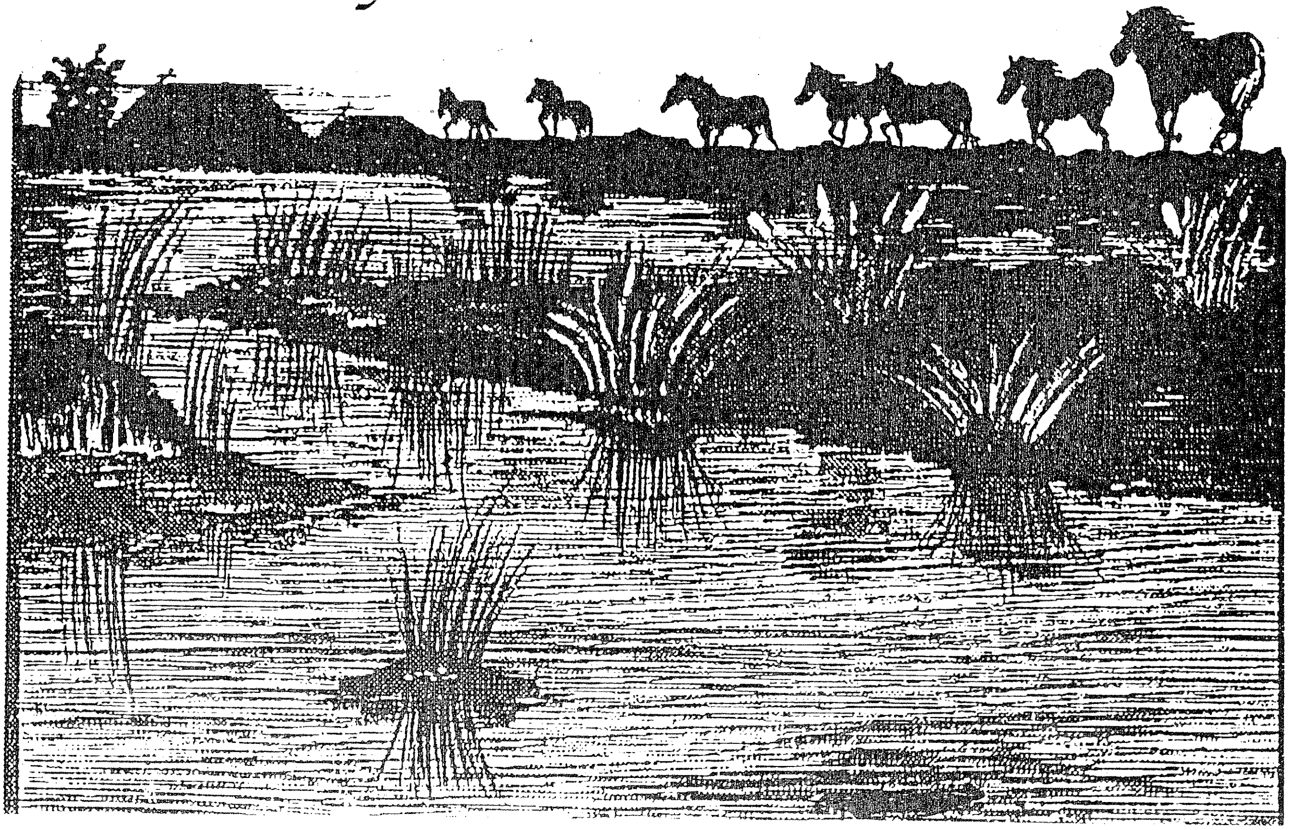
IREM de Montpellier COPIRELEM

ACTES

XXIIIème Colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres



La Grande-Motte : 13, 14, 15 mai 1996

Nous tenons à remercier :

la Direction des Ecoles,
le Conseil Régioral du Languedoc-Roussillon,
le Conseil Général de l'Hérault
l'I.U.F.M. de l'Académie de Montpellier
l'Inspection Académique de l'Académie de Montpellier
l'Université Montpellier II

pour l'aide financière qui a permis le bon déroulement du Colloque et la publication de ces actes ainsi que la M.G.E.N. pour son soutien.

Ouvertures

Mesdames et Messieurs,

Je suis très heureuse de vous souhaiter la bienvenue à ce XXIII^{ème} colloque inter-IREM des Professeurs et Formateurs de Mathématiques chargés de la formation des maîtres, intitulé:

"La formation professionnelle en Mathématiques : enjeux et perspectives"

Je tiens à remercier toutes les personnalités qui ont bien voulu honorer de leur présence cette séance inaugurale :

* Monsieur le Recteur représenté par Monsieur Boutté, Inspecteur pédagogique régional de Mathématiques,
* Monsieur le Président de la région Languedoc-Roussillon représenté par M^{r} Cacciaguera,
* Monsieur Abenoza, directeur de l'IUFM de Montpellier,
* Monsieur Dufau, directeur adjoint de l'IUFM de Montpellier, chargé de la formation des professeurs d'école,
* Monsieur Bontemps, directeur adjoint de l'IUFM de Montpellier, chargé de la formation des professeurs de l'enseignement secondaire,
* Mme Cauwet, directrice du centre de Perpignan et directrice adjointe de l'IUFM de Montpellier,
* Monsieur Dusseau, président du comité scientifique de l'IUFM de Montpellier,

Je remercie également tous les professeurs et inspecteurs ici présents.

Je tiens à remercier tout spécialement Mr Butlen, responsable national de la COPIRELEM (commission Inter-IREM de l'enseignement Elémentaire), et Mrs Bronner et Girmens, animateurs à l'IREM de Montpellier (également enseignants à l'IUFM de Montpellier et de Perpignan), qui se sont chargés de l'organisation de ce colloque.

Je tiens à exprimer également mes remerciements à Mme Dick, secrétaire à l'IREM de Montpellier, qui a assuré en totalité la gestion de ce colloque pour la gentillesse avec laquelle elle a accepté ce surcroît de travail.

Je remercie enfin tous les organismes qui ont contribué au financement de ce colloque : le Ministère de l'Education Nationale par la subvention à la COPIRELEM, la région Languedoc Roussillon, l'université Montpellier 2 et l'IUFM de Montpellier.

En tant que directrice de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Montpellier, je tiens à rappeler succinctement les missions de notre institut.

Les IREM ont été créés en 1969 et chargés des missions suivantes :

* Mener des recherches sur l'enseignement des Mathématiques,
* Contribuer à la formation initiale et continue des enseignants,
* Contribuer à l'expérimentation pédagogique,
* Elaborer et diffuser des documents pour communiquer aux enseignants et formateurs les résultats de ces recherches.

Les deux principales originalités des IREM sont :

- d'une part d'être constitués en réseau : il y a 26 IREM en France (un par académie), coordonnés au niveau national par l'ADIREM (assemblée des directeurs d'IREM) et les différentes Commissions Inter-IREM (au nombre de quatorze),
- d'autre part, la deuxième originalité des IREM est la collaboration des enseignants de tous les niveaux, c'est à dire primaire, secondaire et supérieur. C'est cette diversité des animateurs IREM qui fait la qualité des recherches menées dans les IREM.

Malgré une forte réduction des moyens attribués aux IREM par le Ministère de l'Education Nationale, le réseau fonctionne toujours grâce à l'enthousiasme et souvent le bénévolat des animateurs. A l'IREM de Montpellier, en ce qui concerne la recherche, nous nous sommes engagés dans une politique de contrats avec divers organismes comme le CRDP, l'INRP, la DLC et la DITEN, afin de pouvoir continuer à assumer nos missions. Nous ne négligeons pas pour autant la formation, puisque l'IREM de Montpellier assure, dans le cadre de la MAFPEN, plus de cent journées de stage dans toute l'académie, pour l'année scolaire 1995-96. Vous pourrez, en consultant nos dernières publications disponibles ici, avoir une idée plus précise des thèmes sur lesquels nous avons centré nos efforts.

Depuis plus de quinze ans, les IREM se sont impliqués dans la formation initiale des maîtres et plus récemment dans l'enseignement professionnel comme la préparation des mémoires en collaboration avec les enseignants des IUFM. Les dernières publications de la COPIRELEM, dont j'ai apprécié la richesse, en sont une preuve concrète. Cette collaboration, trop souvent implicite, entre IREM et IUFM peut encore être développée : nous avons des centres d'intérêts communs, comme l'atteste la présence de nombreuses personnalités des IUFM à ce colloque.

Pour terminer, je tiens à remercier tout particulièrement Mr Bourguignon pour sa participation à ce colloque. En effet, Mr Bourguignon est directeur de l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques à Bures sur Yvette, qui est l'un des centres de recherche en Mathématiques les plus prestigieux, en France et dans le monde. Et à un moment où les mathématiques sont l'objet d'accusations répétées (je fais référence par exemple à un article récent de M^r^ Allègre dans la revue "La Recherche" attaquant particulièrement la manière dont les mathématiques sont enseignées), il me semble fondamental que le contact avec la communauté des mathématiciens soit renforcée.

Il me reste à souhaiter que ce colloque soit pour tous un moment riche d'échange d'idées et à vous remercier de votre aimable attention.

Dominique GUIN,
Directrice de l'IREM de Montpellier.

Mesdames et Messieurs,

Pour l'aide apportée par le Conseil Régional et pour sa participation à l'ouverture officielle de ce colloque, je remercie Monsieur le représentant du Conseil Régional de l'Hérault.

Je remercie également, Monsieur le Directeur de l'IUFM de Montpellier pour l'aide apportée par l'IUFM et pour sa participation à ce colloque.

Je remercie pour leur aide financière, le Conseil Général du Languedoc-Roussillon et l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc.

Je remercie, pour sa participation à nos travaux, Madame la Présidente de l'ADIREM.

Je remercie évidemment Madame la Directrice de l'IREM de l'Académie de Montpellier pour le soutien logistique et scientifique apporté par l'IREM.

Enfin, et tout particulièrement, je tiens à remercier les collègues de la COPIRELEM de Montpellier : Alain BRONNER et Yves GIRMENS qui se sont dépensés sans compter pour organiser ce colloque et qui pendant ces trois jours ont continué à assurer les tâches matérielles d'organisation.

Je vous remercie d'être venu, si nombreux, participer à ce XXIIIème colloque qui porte plus particulièrement, cette année, sur la formation professionnelle.

Nous comptons aujourd'hui 188 participants regroupant toutes les catégories de collègues intervenant dans la formation initiale et continue des PE ou s'intéressant aux problèmes de l'école élémentaire :

- directeurs d'IUFM ;
- universitaires ;
- PIUFM ;
- IEN ;
- IMF et IMFAIEN ;
- professeurs de collèges et de lycées.

Comme chaque année, je me dois, pour les participants qui ne connaissent pas encore notre commission, de présenter la COPIRELEM.

La COPIRELEM, comme son nom l'indique, est la Commission Permanente des IREM sour l'Enseignement Élémentaire. Il s'agit donc d'une commission Inter-IREM.

Elle a trois missions essentielles concernant la recherche et la formation.

Sa première mission est de coordonner, d'animer et d'impulser les recherches effectuées dans les 26 IREM de France concernant l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire et maternelle. En fait, son action dans ce domaine est plus large.

Depuis sa création en 1973, en particulier grâce au colloque annuel qu'elle organise, grâce aux actes publiés à cette occasion, la COPIRELEM joue un rôle important dans la diffusion, auprès des formateurs du premier degré, de toutes les recherches sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire : non seulement les recherches effectuées dans les IREM, mais aussi les résultats des travaux de l'INRP, les recherches en didactiques des mathématiques, les recherches-développement des IUFM ...

Les thèses des travaux des ateliers de ce colloque et les communications du séminaire associé en témoignent. Rappelons que le séminaire est une occasion, pour les PIUFM, engagés dans des recherches, de faire connaître leurs travaux. La richesse et la diversité des 10 interventions prévues cette année montrent le succès remportée par cette initiative.

La deuxième mission de la COPIRELEM est la publication de documents à l'usage des instituteurs et des professeurs d'école. Elle remplie cette mission en publiant :

- des "aides pédagogiques", on compte actuellement neuf brochures de ce type, diffusées par l'APMEP ;

- des brochures thématiques comme celle sur la proportionnalité.

Je tiens à signaler que, depuis maintenant deux années, nous nous sommes engagés dans une réflexion commune avec la commission premier cycle, sur la géométrie notamment, qui devrait se traduire par la publication d'un document sur la liaison "école-collège".

La troisième mission de la COPIRELEM est une action de régulation des actions de formation initiale et continue des professeurs d'école, en particulier dans le cadre des IUFM.

Dès le début de l'action des IREM, les recherches sur l'enseignement élémentaire ont été liées à une réflexion approfondie sur la formation des maîtres. La commission a ainsi contribuée à créer des liens très étroits entre les IREM et les anciennes écoles normales. Ces relations se sont maintenues après la création des IUFM. Nous pensons qu'il faut les développer d'avantage.

Le colloque annuel de la COPIRELEM est un lieu d'échanges et de réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire et maternelle et sur la formation des maîtres. C'est un moment important dans la diffusion des recherches sur la formation, des expériences et des pratiques de formation.
Les actes des différents colloques constituent un élément essentiel de la mémoire des formateurs du premier degré. Ce sont des ouvrages de référence.

Depuis cinq années, la commission organise un stage national de "production de documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques". 4 brochures témoignent de ce travail. Ces brochures proposent aux formateurs des situations de formation facilement utilisables en formation initiale et continue. Elles sont diffusées par l'IREM de Paris VII.
Je tiens particulièrment à annoncer la publication du quatrième tome, correspondant au stage d'Angers (mars 1995) et signaler que les actes du stages de mars 96 sont en cours de rédaction. Le thème en est important puisqu'il s'agit de situations de formation spécifiques d'un enseignement à des élèves en difficulté. Un sixième stage aura lieu l'année prochaine, en mars 1997, à Besançon.

Enfin, la commission répond à des demandes ministérielles, à des commandes de la Direction des Ecoles. Elle va ainsi proposer au Ministère, trois documents, l'un sur l'enseignement des décimaux, les deux autres sur l'enseignement à des élèves en difficulté, qui feront l'objet d'une diffusion massive auprès des IEN.

Ce XXIII^{ème} colloque comporte plusieurs types d'activités :

- Trois conférences visant à apporter des informations sur des thèmes variés mais important pour la formation :
  - "*Enjeux des mathématiques dans la société d'aujourd'hui*" par Monsieur Jean-Pierre. BOURGUIGNON, Directeur de l'Institu des Hautes Etudes Scientifiques ;
  - "*Enseignement des mathématiques et psychologie du développement cognitif : quels rapports*" par Monsieur Jean BRUN, professeur à la Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Education à Genève ;
  - "*L'enseignant en classe. Point de vue de l'approche clinique d'inspiration psychanalytique*" par Madame Claudine BLANCHARD-LAVILLE, professeur en Sciences de l'Education à Paris X.
- Deux types d'ateliers.
- Deux séries de communications sur des recherches en cours ou récentes.

Je termine en vous souhaitant un bon séjour à tous.

Denis Butlen,
Responsable de la COPIRELEM

Conférences

L'enseignant en classe
Point de vue de l'approche clinique d'inspiration psychanalytique

CONFERENCE :
Claudine Blanchard-Laville
Université Paris-X

Résumé

A partir des résultats obtenus dans une recherche collective concernant l'analyse d'une séquence de leçon de mathématiques filmée au CM1, il s'agit de sensibiliser à ce qu'une approche clinique d'inspiration psychanalytique des phénomènes didactiques peut apporter. Notamment pour comprendre comment l'enseignant instaure l'espace psychique de la classe par ses paroles et ses comportements non verbaux pour l'ensemble des élèves, et comment des micro-espaces plus spécifiques se construisent dans la relation à chaque élève. Ces conditions psychiques qui sont faites aux élèves, l'enseignant en est responsable. Pour autant, elles se construisent à son insu, émanant de processus inconscients. Ce qui ne signifie pas que ces processus soient inaccessibles au changement mais que pour les atteindre et accompagner les enseignants vers des modifications, des dispositifs de formation doivent être pensés en conséquence. Avec l'hypothèse que professionnaliser ne signifie pas refouler ou occulter encore davantage les dimensions personnelles de l'acte didactique mais au contraire les reconnaître comme telles et les élaborer chacun pour soi pour dégager l'espace pour les élèves.

Voici le plan que je me propose de suivre dans cet exposé, en souhaitant qu'il y ait de nombreuses questions et beaucoup d'échanges entre nous, ce qui serait la meilleure façon de tenter de lever les malentendus qui entourent particulièrement, je le sais, l'approche que je soutiens.

Tout d'abord, je vais me présenter en quelque mots, puis présenter la perspective de recherche qui est la mienne ; ensuite, je dirai ce que j'appelle «le point de vue de l'approche clinique d'inspiration psychanalytique». Puis j'indiquerai quels sont les moyens méthodologiques que j'utilise dans la recherche dont je veux vous parler aujourd'hui et je vous exposerai quelque résultats de cette recherche, en essayant de ne pas perdre de vue qu'il s'agit pour vous de passer des résultats de la recherche fondamentale à la question de la formation professionnelle des enseignants en mathématiques, enjeu de ce colloque.

Présentation

Après un certain nombre d'années passées comme Maître de conférences en Mathématiques à l'Université Paris-X, j'ai rejoint la discipline *Sciences de l'éducation*, discipline dans laquelle j'ai pu faire reconnaître la spécificité de ma perspective de recherche, autrement dit, la dimension essentiellement clinique de mes investigations. Ainsi, je suis Professeur à l'Université Paris-X Nanterre, dans le département de Sciences de l'éducation et, depuis une année seulement, je n'enseigne plus les mathématiques, après les avoir enseignées longtemps, tout d'abord en Faculté des sciences, au début de ma carrière, puis en Sciences Humaines, en Économie, en Psychologie et en Sciences de l'éducation. Les Sciences de l'éducation ont constitué pour moi une terre d'accueil naturelle. J'ai effectué un cursus de licence et maîtrise, à Paris-X, au moment de la fondation du département des Sciences de l'éducation. Pourtant, quelques années plus tard, ma thèse de troisième cycle a été soutenue sous les auspices de la *Didactique des mathématiques*, à Paris-VII, et dix ans après cette thèse, j'ai proposé une Habilitation à diriger des recherches, de nouveau en Sciences de l'éducation. Dans la note de synthèse rédigée à l'occasion de la soutenance de cette Habilitation, j'analyse ces allers-retours ou ces allées et venues entre la Didactique des mathématiques et les Sciences de l'éducation tout au long de mon parcours de recherche. Si cela ne me concernait qu'a titre privé, je ne le mentionnerais même pas, mais je crois que les aléas de ce parcours témoignent de la place du champ de recherches dans lequel je me situe, ou plutôt, de l'absence de place de ce domaine en Didactique des mathématiques. J'y reviendrai.

Donc vous dire que j'enseigne les mathématiques — que j'ai enseigné les mathématiques, le lapsus est significatif puisque je viens de vous dire justement que j'avais cessé depuis un an — à un public de Sciences Humaines et qu'ainsi, j'ai été amenée nécessairement à m'interroger sur les problèmes de transmission et d'apprentissage de ce savoir mathématique. Enseigner les mathématiques n'allait plus de soi, comme ce pouvait être le cas en Faculté des sciences, lorsque je me suis trouvée notamment devant des étudiants en psychologie ! Si je n'ai pas l'expérience de l'enseignement à l'école primaire ni au collège ni encore au lycée, je peux vous dire néanmoins que j'ai eu la chance d'avoir toujours affaire dans mon enseignement à l'Université de Nanterre à des groupes-classes à effectifs réduits pour lesquels il s'agissait de cours-TD intégrés. Autrement dit, je pense avoir une connaissance de l'intérieur de la configuration «espace-classe» comme enseignante de mathématiques. Allons jusqu'au bout, ce que je souhaite signifier par là, et qui est très important pour moi au niveau méthodologique, c'est que, lorsque je m'intéresse comme chercheur aux professeurs de mathématiques, je ne me sens pas indifférente et non concernée. Je parle de moi à travers eux, ou encore si je peux parler d'eux, c'est que j'ai tenté de mettre au clair mes propres questions de professeur. Ou pour le dire autrement, en paraphrasant Didier Anzieu, qui n'hésite pas à dire pour évoquer son «choix» d'être devenu psychanalyste «Je suis devenu psychanalyste pour soigner ma mère... Je veux dire soigner ma mère en moi et chez les autres, soigner en eux cette mère menaçante et menacée», je peux dire à mon tour : «Je suis devenue chercheur pour soigner le professeur de mathématiques, le professeur de mathématiques en moi et chez les autres, soigner en eux ce professeur de mathématiques menaçant et menacé». L'analogie indique bien que si les professeurs de mathématiques sont «à soigner», ce n'est ni plus ni moins que les mères qui sont toutes à soigner — ou aucune —, car c'est bien dans la *fonction* qu'il faut chercher la menace pour elles-mêmes et pour les autres.

Comme vous le savez peut-être, une carrière universitaire n'est pas évaluée sur les pratiques pédagogiques que l'on développe avec les étudiants, mais exclusivement ou presque, sur les publications de recherche que nous produisons. J'ai donc fait de la recherche, puisque enseignant-chercheur nous sommes à l'Université, quasi-contrainte au début, je préférais enseigner, puis la passion d'enseigner s'est transmuée subtilement au cours des années en une passion pour la recherche, qui va d'ailleurs croissant. J'espère vous faire partager un peu de cet enthousiasme ce matin.

Perspective de recherche

Au fond, plusieurs de mes recherches ont tourné autour de ce qui se passe pour un professeur de mathématiques quand il enseigne, au moment où il est en présence d'enseignés, dans un espace d'enseignement, sous l'injonction de l'Institution qui lui demande d'enseigner des mathématiques à des sujets censés être venus là en principe pour cela. Ce qui m'intéresse alors, c'est ce qui se passe dans cet espace, sur le plan psychique, au cours de cet acte didactique.

Ayant conscience, depuis ma thèse, que les apports de la Didactique des mathématiques sont déterminants pour comprendre ce qui se passe dans cet espace-classe lorsqu'il s'agit d'enseigner les mathématiques, je n'ai eu de cesse depuis lors de vouloir coopérer et de coopérer avec des chercheurs en Didactique des mathématiques, avec la réserve suivante. Il se trouve que mon parcours et ma formation personnelle m'ont rendue particulièrement sensible à des phénomènes relevant du registre psychique. Or cette dimension n'est pas pour le moment prise en compte en tant que telle par les recherches en didactique. De là ma question depuis un certain temps déjà (Blanchard-Laville, 1989) : «comment faire pour intégrer cette dimension ou tout au moins pour ne pas l'ignorer et comprendre comment elle s'articule avec les autres dimensions ?» C'est ainsi que j'ai travaillé avec des chercheurs en Didactique des mathématiques qui ne refusaient pas a priori cette interrogation et qui ont accepté l'aventure de la confrontation. Le premier travail a été mené en 86-87 avec Alain Mercier, Guy Brousseau et Pierre Berdot (Vergnaud, Brousseau & Hulin 88). Il s'agissait de confronter des séances de «rééducation» en mathématiques avec des élèves en difficulté, pris en charge en relation individuelle et pour lesquels un dispositif semblable d'observation avait été mis en place, alors même que les approches théoriques des intervenants étaient distinctes. Nous avons tenté une lecture croisée de ces séances. C'est ce travail, présenté au Colloque de Sévres en mai 87, qui constitue la préhistoire de la recherche dont je veux vous montrer quelques éléments aujourd'hui. La suite de cette confrontation (ou si l'on veut «lecture croisée», «articulation») des approches théoriques, c'est ce que nous avons appelé le *Colloque épistolaire*, dispositif de travail que nous a suggéré Yves Chevallard et qui a consisté en ce que plusieurs chercheurs ayant des références théoriques distinctes travaillent ensemble, essentiellement au travers d'échanges de lettres. Dans ce travail, aujourd'hui publié (Blanchard-Laville, Chevallard, Schubauer-Leoni, 1996), après des débats épistémologiques relativement conflictuels et que nous n'arrivions pas à dépasser, nous avons analysé un corpus commun constitué par un cours de mathématiques dispensé en classe de première et enregistré au magnétophone. Cinq lectures distinctes de ce corpus ont pu être menées ; quatre d'entre elles émanant de chercheurs proches de la Didactique des mathématiques, avec néanmoins des sensibilités un peu différentes les uns des autres, celles d'Yves Chevallard, Alain Mercier, Marie-Jeanne Perrin et Maria Luisa Schubauer-Leoni et une analyse de ma part, dans une perspective plus psychologique. Cette forme de travail m'avait suffisamment stimulée pour que, lorsque ce groupe a cessé de fonctionner, je souhaite reprendre l'expérience de la confrontation. C'est ainsi que nous avons commencé la dernière aventure de recherche dont il est question ici et qui se poursuit toujours. Avec la volonté cette fois-ci de travailler sur des séquences d'enseignement de mathématiques filmées et non plus seulement sur des séquences enregistrées au magnétophone. Le nouveau groupe constitué sous mon impulsion a pu bénéficier de la richesse des expériences accumulées précédemment et dont certains d'entre nous étaient porteurs. Si j'insiste sur cette «histoire» et même cette «préhistoire», c'est qu'il faut bien voir que pour des chercheurs d'horizons disciplinaires différents, ce genre d'aventure de recherche est extrêmement coûteux au plan subjectif et que d'ailleurs, on rencontre très peu de récits de telles expériences effectives. Elles nécessitent des conditions très particulières pour que les sentiments de concurrence et d'écrasement ne l'emportent pas sur la fécondité scientifique. Pour que la confrontation puisse s'effectuer dans une atmosphère où aucune théorie ne cherche à prévaloir sur les autres et où l'on ne succombe pas au fantasme d'imaginer qu'il y aurait une seule théorie à même de pouvoir rendre compte de la complexité de ce qui se passe dans l'espace de la classe, au moment de l'acte didactique. A ce sujet, on pourra consulter le texte en forme d'*Épilogue* que j'ai écrit pour terminer le livre *Variations sur une leçon*, actuellement en cours de publication chez l'Harmattan et dans lequel je tente d'analyser en détails ces conditions psychiques de production.

Je m'excuse pour la longueur de ces prolégomènes et je vous entends presque murmurer : venons-en aux faits ! Mais pour moi, cette histoire-là n'est pas indépendante des résultats de la recherche d'aujourd'hui. Il est essentiel de comprendre que lorsque j'aurais évoqué quelques-uns des éléments techniques de méthodologie pour vous dire comment nous avons fait pour trouver les résultats que je présenterai, il faudra se souvenir que ces éléments techniques s'enracinent dans cette longue histoire de recherche, sans laquelle on a beau savoir comment il faut faire pour «voir», on a beaucoup de peine à «voir». Ce point est essentiel dans mon approche.

La recherche actuelle

En fait, le groupe qui s'est attelé à la recherche actuelle réunit deux sous-groupes de chercheurs : l'un, appartenant au *GDR de Didactique et Acquisition scientifique* comprenant Francia Leutenegger, Alain Mercier, Marie-Hélène Salin, Gérard Sensevy et Maria Luisa Schubauer-Leoni, l'autre, appartenant à l'équipe de recherche *Savoirs et rapport au savoir* du Centre de Recherche Éducation et Formation de Paris-X comprenant Françoise Hatchuel, Nicole Mosconi, Suzanne Nadot et moi-même. Cette recherche s'est constituée en réponse à un appel d'offres de l'ex-Direction de la Recherche et des Études Doctorales (DRED). Nous lui avions donné un intitulé un peu compliqué : «*Les composantes implicites des discours et des comportements des enseignants dans des classes de mathématiques et leurs effets sur les apprentissages des élèves*». Nous avions l'ambition de filmer une trentaine de classes, réparties sur tous les niveaux d'enseignement — pour répondre à un appel d'offres, il faut être ambitieux ! — et en réalité, nous avons travaillé pendant trois ans, avec bonheur, sur *une seule séquence filmée*, en obtenant un soutien scientifique et financier de l'Université de Paris-X Nanterre pour poursuivre la recherche lorsque les subventions de la DRED ont toutes été utilisées et le contrat rempli[1]. Pour commenter cet intitulé, je dirai que nous pensions que les enseignants en situation didactique déroulent des discours et construisent des interactions avec leurs élèves qui échappent pour une bonne part à leur vouloir. Les recherches de certains d'entre nous avaient déjà montré que ces éléments de l'ordre de l'«insu» affectaient de manière différentielle l'entrée en rapport des élèves avec le savoir. La recherche proposée s'attacherait, dans un premier temps, à confirmer l'existence de ces éléments sous-jacents sinon souterrains qui imprègnent les discours et les comportements des enseignants dans leurs interactions avec les élèves dans les classes de mathématiques ; puis, dans un deuxième temps, à les identifier de manière plus précise et plus systématique au niveau verbal et non verbal en référence aux théories explicatives dont nous disposions dans l'équipe et à en montrer les répercussions sur la manière dont les élèves entrent en rapport avec le savoir mathématique.

Au début, nous avons commencé par prospecter pour trouver un matériel déjà existant avant de nous lancer nous-mêmes dans la réalisation de séquences filmées et c'est ainsi que nous avons été amenés à collaborer avec le Centre d'Observation et de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques (COREM) et son école pour l'observation Jules Michelet à Bordeaux. Ce Centre possède un matériel important de séquences de leçons de mathématiques filmées à l'école élémentaire, séquences tantôt préparées avec les chercheurs en didactique des mathématiques, tantôt laissées à l'initiative de l'enseignant(e) et nous avons ainsi pu (en accord avec les chercheurs de ce Centre, Guy Brousseau et Marie-Hélène Salin) engager un travail en profondeur sur l'une de ces séquences.

Quand Marie-Hélène Salin nous a amené cette cassette, une certaine euphorie a envahi le groupe. Enthousiasme devant la richesse des interactions de cette séquence de leçon, euphorie déclenchée par l'aspect très vivant de cette séance de classe où il s'agit pour l'enseignante de faire débattre les élèves, selon la culture propre à l'Ecole Michelet. La plupart des élèves en effet participent activement, interviennent effectivement, se déplacent, viennent au tableau, s'expriment. De plus, la qualité technique du film ne pouvait que séduire les amateurs que nous sommes à ce niveau-là. et j'en profite pour remercier chaleureusement Guy Brousseau qui, en faisant vivre cette Ecole, a préservé un trésor pour les chercheurs. Je le remercie d'autant plus qu'il nous a autorisés à puiser dans ce trésor et, qui plus est, il nous a permis d'analyser ce matériel dans une autre perspective que celle pour laquelle il a été filmé.

Au jour d'aujourd'hui, cette phase de la recherche est en train de se terminer et nous publions, grâce à la sollicitation de Jacky Beillerot et à l'accueil de la collection qu'il co-dirige aux éditions l'Harmattan, le livre qui contient l'ensemble du travail sur cette leçon, sous l'intitulé *Variations sur une leçon*.

---

[1] Cf. le rapport du même nom remis au Ministère en Juillet 1995.

Présentation de la leçon

La leçon analysée par notre équipe est une leçon d'écriture des grands nombres au CM1. La séquence dure soixante trois minutes. Dans cette leçon, il s'agit d'apprendre aux élèves à transformer des écritures en lettres en écritures en chiffres pour des nombres de l'ordre des millions. Seuls cinq des exercices préparés par l'enseignante ont été effectivement traités au cours de ces soixante trois minutes, avec un scénario à peu près identique pour chaque exercice. Les exercices traités durant la séquence sont les suivants :

1) Écrire en chiffres Deux millions trois cent quarante mille cent cinq.
2) Écrire en chiffres Dix sept millions deux mille cinquante huit.
3) Écrire en chiffres 4 millions 316 mille 24.
4) Écrire en chiffres 13 millions.
5) Écrire en chiffres 203 millions 21 mille 5.

L'enseignante lit la consigne, puis les élèves cherchent à résoudre l'exercice sur leur feuille, nous disposons d'ailleurs des traces de ce qu'ont fait les élèves sur ces feuilles pendant la séance, ensuite s'instaure un débat et l'enseignante finit par institutionnaliser la bonne réponse. Ce scénario se répète cinq fois avec des temps de plus en plus raccourcis pour chaque phase à chaque exercice.

Notre idée était de regarder des classes dites «ordinaires» ; évidemment, on ne peut pas dire qu'il s'agisse ici d'une leçon ordinaire pour la raison même qu'elle a lieu dans cette École expérimentale Michelet, que l'enseignante a été engagée dans cette école sous le contrat de travailler avec des chercheurs en Didactique des mathématiques ; que, pour être filmé, le groupe-classe se déplace dans la salle prévue à cet effet, qu'il y a des observateurs et des chercheurs présents dans la salle pendant la leçon. En ce sens, cette leçon n'est pas du tout ordinaire, mais ce qui est très important pour nous, c'est que ce n'est pas une leçon préparée avec les didacticiens ; il s'agit d'une leçon préparée par l'enseignante et nous disposons de sa fiche de préparation. Nous faisons alors l'hypothèse, en tout cas pour ce qui concerne les phénomènes que je regarde, qu'ils sont vraisemblablement accentués, mais ne sont pas créés de toutes pièces, par le biais de l'observation filmée. Bien évidemment, c'est un des postulats méthodologiques importants. Si l'on n'y souscrit pas, cela invalide les résultats de la recherche. Je pourrai m'en expliquer si vous le souhaitez.

Hypothèses de base

En ce qui concerne mon approche de cette leçon, je souhaite dire que j'ai travaillé avec deux collègues, Pierre Berdot et Marcelo Camara dos Santos qui sont tous les deux enseignants de mathématiques et formés à l'approche clinique. Nous nous proposions de décrire la manière dont l'enseignante dans cette leçon se positionne par rapport aux élèves et par rapport au savoir mathématique. J'ai pu montrer dans des travaux antérieurs que la manière dont un enseignant se relie aux élèves et la manière dont il se relie au savoir mathématique ne sont pas indépendantes quand on se situe au plan de la réalité psychique. En effet, comme je l'ai annoncé, notre recherche dans ce sous-groupe vise en priorité à atteindre, dans l'analyse de la communication didactique, des phénomènes qui relèvent du registre psychique inconscient, induits par les appareils psychiques de l'enseignant, de l'enseignante en l'occurrence, et des élèves, éventuellement par l'appareil psychique groupal constitué par le groupe-classe. Pour ce faire, nous nous attachons particulièrement à analyser les paroles prononcées par l'enseignante, ainsi que certains de ses comportements non verbaux ; évidemment nous prenons aussi en compte certaines paroles ou certains comportements des élèves, et nous imaginons que nous arrivons à comprendre comment l'enseignante construit ce que j'appelle l'espace psychique de la leçon. Par rapport à ce registre de la réalité psychique inconsciente, ce qui nous importe, c'est que notre travail soit envisagé à partir du postulat de Freud selon lequel l'inconscient divise le sujet, ou pour le dire avec ses mots, selon lequel «le moi n'est pas maître dans sa maison». Autrement dit, si nous ne nous doutons pas que chaque enseignant(e) a une volonté consciente d'enseigner, de transmettre le savoir et de le partager avec les élèves, nous pensons aussi que, à son insu, et malgré sa volonté délibérée, il(elle) est poussé(e) par des motions inconscientes qui peuvent aboutir à ce que ses actions, ses comportements, ses paroles, soient en contradiction avec ses intentions conscientes. On peut dire que le niveau inconscient risque de le mettre en conflit interne avec ses intentions conscientes et ce que nous tentons d'apercevoir, c'est selon quelles modalités, dans cette leçon, le conflit interne chez l'enseignante lui fait mettre en place l'espace de la classe. Il faut absolument souligner que notre approche n'est pas d'ordre évaluatif et que personne d'entre nous, lorsque nous enseignons, n'échappe à la prégnance des processus inconscients. Nous ne pouvons pas nous défaire de notre inconscient en entrant dans la salle de classe. Ces processus d'ordre inconscient sont agissants, ce n'est ni bien ni mal, il s'agit de comprendre leurs modalités d'action dans cette situation particulière de la transaction didactique et comment ils s'articulent avec les autres processus habituellement analysés. Il est certain que le passage à l'étude de cas est très important pour nous, grâce aux enseignants qui acceptent de se prêter au jeu ; cela nous permet de faire une analyse fine des mécanismes que nous pouvons repérer et d'imaginer de généraliser en partie ce que nous découvrons dans une telle étude. J'en profite pour remercier chaleureusement, une fois de plus, l'enseignante de Michelet qui s'est prêtée à ce jeu difficile et nous a ainsi permis de réaliser ce travail.

Questions éthiques et méthodologiques

Pour ce style de travail, il est important d'envisager ce que j'appelle un accompagnement de l'enseignante dont la leçon est analysée. Ainsi, nous nous sommes rendues plusieurs fois à Bordeaux pour rencontrer l'enseignante de cette leçon en lui demandant de regarder le film de cette séquence avec nous. Nous lui avons donné, à chaque séance, des pistes pour regarder la cassette et nous lui avons demandé d'arrêter le film chaque fois qu'elle aurait envie de nous dire quelque chose. Ces rencontres étaient assez extraordinaires pour nous chercheurs car nous avions l'impression, à travers ses paroles, que l'enseignante «voyait» tout ce que nous avions trouvé. En fait, ce n'est pas tout à fait le cas, puisque lorsque nous lui avons donné à lire nos analyses écrites, elle a été beaucoup plus surprise qu'elle ne s'y attendait. Ceci montre qu'il y a forcément un décalage entre une appréhension un peu impressionniste et familière des phénomènes et l'écriture de recherche mais qu'aussi, en ce qui concerne particulièrement notre approche, il y a un décalage entre ce que l'enseignante disait qu'elle voyait et le fait qu'elle ne «savait» pas pour autant ce qu'elle nous disait, ce qui n'est pas pour nous surprendre lorsque cela concerne des phénomènes relevant du registre inconscient. Quoiqu'il en soit, cette enseignante nous dit avoir envie aujourd'hui de continuer à travailler avec nous, et, pour nous, c'est vraiment le meilleur résultat qui soit.

Je tiens à redire que l'analyse qu'une étude de cas nous permet de mener nous conduit à analyser des mécanismes inconscients que nous tous, enseignants, mettons en scène dans nos classes, évidemment chacun avec nos modalités un peu singulières. En tout cas, pour ma part, je pourrais tout à fait dire : «l'enseignante de cette leçon, c'est moi». J'ai tout à fait l'impression que c'est moi (il ne s'agit pas d'une coquetterie) et c'est très important dans la recherche que j'ai conduite. Cela m'amène à vous dire en quelques mots ce que j'entends par «démarche clinique». Comme vous commencez à l'entendre, il s'agit d'une démarche qui repose en priorité sur la prise en compte des processus inconscients et qui a pour spécificité de ne pas pouvoir faire l'économie de ce que nous appelons les investissements contre-transférentiels des chercheurs ; autrement dit les mouvements psychiques qui sont provoqués par le matériel observé chez les chercheurs. Ces mouvements internes sont reconnus comme des moyens méthodologiques pour appréhender dans une sorte de dynamique identificatoire avec l'enseignante ce qui est en train de se passer chez elle.

Donc la recherche s'est faite en deux temps. Dans un premier temps, nous avons utilisé l'analyse de discours comme nous savions le faire de par nos recherches antérieures (Beillerot, Blanchard-Laville, Mosconi, 1996), et nous avons essayé de repérer ce que j'appelle la signature professionnelle de l'enseignante, c'est-à-dire, comme je l'ai indiqué tout à l'heure, la manière dont elle installe au niveau psychique son lien avec les élèves à travers le rapport au savoir qu'elle manifeste. Nous utilisons des analyses de discours, les unes fondées sur les théories de l'énonciation, et les autres sur des analyses lexicométriques. Je rappellerai en quelques mots que dans la communication il y a un énoncé et une situation d'énonciation avec un énonciateur. La pragmatique linguistique a pu montrer que dans le discours lui-même, on peut repérer des marqueurs du procès de l'énonciation, et que cela permet de comprendre comment le sujet qui parle se situe par rapport à ses énoncés, comment il les prend en charge, et, ce qui est très important pour moi, quelle tension il installe dans son message à l'intention du locuteur. Je pense aujourd'hui que c'est en partie à travers cette tension, pour ce qui concerne le registre verbal de la communication, à travers ce que *fait* le locuteur par son *dire* à son allocutaire, pour reprendre les termes d'Austin (How to do things with words), que se met en place ce que j'appelle le climat psychique.

En ce qui concerne mes hypothèses de base, je dirai rapidement que pour moi, ce qui est fondateur dans l'espace classe au niveau psychique, c'est ce que l'enseignant installe comme climat transférentiel. Mes recherches antérieures montrent que l'enseignant est responsable de ce climat psychique, c'est lui qui «a la main» ; bien entendu, à partir de là, les réactions des élèves viennent moduler le ton qui a été donné et il y a des ajustements consécutifs, mais je crois très important de penser que c'est l'enseignant qui instaure ce climat psychique et comme je vous l'ai dit, cela se fait à travers ses paroles, et à travers ses comportements non verbaux. Tout ce qui passe au niveau psychique entre lui et les élèves, comme ce qui est en train de se passer entre nous, ici, ce registre psychique est très difficile à décrire parce qu'en fait, il n'est pas de l'ordre du registre sensoriel, et nous n'avons que des mots qui renvoient au sensoriel pour le décrire, ou peut-être des adjectifs de type climatiques ; on dit que le climat est chaud, froid, glacial, on le ressent, mais on peut difficilement formuler cela, et le communiquer avec des mots, et c'est à ce niveau-là que j'essaye de travailler. C'est cette force avec laquelle l'enseignant modèle l'espace psychique, que j'appelle l*e transfert didactique*, et c'est l'écologie de ce transfert didactique qui m'intéresse, car c'est dans ce climat que se déploient les pensées et les apprentissages des élèves ; ce sont donc les conditions psychiques qui sont faites à l'apprentissage des élèves.

Le transfert didactique dans la leçon

Pour en arriver aux résultats proprement dits concernant la caractérisation de ce transfert didactique dans la leçon observée, voilà quelques éléments de la construction à laquelle nous avons abouti.

Les élèves sont assignés à une place que l'enseignante leur choisit par rapport à l'espace de temps. En témoignent les impératifs du style : «*allez-y, vas-y ou attends, attendez*». Nous avons constaté que ces formes ne figurent pratiquement que sous la forme impérative. Autrement dit, l'enseignante accélère le temps, pour faire croître la tension et à un moment donné, qu'elle choisit, elle donne un coup de frein brutal et demande un différé jusqu'au moment où elle aura décidé de réaccélérer. Par exemple, lorsqu'un élève interroge : «*Je peux y aller ?*» elle répond : «*Vas-y*», minute 16. Par exemple encore, minute 4, un élève dit : «*Je fais le deuxième ?*», elle répond : «*Non, non, ne faites pas le second, attendez*».

Dans cette place qu'elle leur a prévue, les élèves doivent aussi faire ce qu'elle attend. En ce sens, on peut observer, à la minute 23, l'épisode où elle corrige ce qui est dessiné au tableau et même efface des productions des élèves dont elle pense qu'elles ne viennent pas au bon moment, le tout sans un mot ; ou encore, l'épisode avec Youssef à la minute 6 : Youssef s'imagine qu'il pourrait avoir la parole : «*Je vais te dire comment il faut faire*» énonce-t-il. Elle n'entend pas sa proposition et au contraire, elle lui dicte pas à pas la conduite à tenir : «*lis-le nous ...allez...tu peux essayer de relire...fais attention ...bon et maintenant explique nous comment tu as fait ...attends ....alors reprends ....explique ce que tu as fait ....fais , fais , vas-y ... penses-y et ensuite ....et puis ....*».

Les élèves sont invités à suivre les méandres de sa propre pensée, à l'instant même où elle se déroule. L'épisode avec Mathieu est significatif sur ce point : «*Ca y est : voilà Mathieu*» (ce n'était pas programmé) : «*Non, non (...) y-a Mathieu qui croit qu'il a la parole*». Elle prend à témoin toute la classe et ne parle pas directement à Mathieu. Le «pauvre Mathieu» a commis l'erreur de lui couper la parole (minute 16) et s'entend dire «*Ah Mathieu est-ce que c'est une question ça* ? » Ou encore, l'épisode avec Sonia, à la minute 13, où ce qui intéresse l'enseignante pour le moment, ce n'est pas Sonia et sa manière de penser ou de procéder, c'est qu'elle ait fait une erreur. Elle ne donne pas la parole à Sonia et même l'interrompt dans sa dictée de nombres. Elle préfère «le jugement» des autres pour énumérer ce qu'elle a envie, elle, d'entendre, et interpelle le groupe : «*qu'a-t-elle fait, Sonia* ?»; puis, s'adressant à Sonia : «*Est-ce que tu t'étais dit ça, Sonia* ?» laquelle répond «*non*», ce qui n'intéresse pas l'enseignante. Le groupe joue le rôle du choeur. Et l'enseignante se met même à parler à la place de Sonia.

L'enseignante se révèle effectivement maîtresse unique de l'espace et du temps dans cette séquence de leçon. Ce pouvoir sur le temps et l'espace, elle ne le partage pas avec les élèves, contrairement à ce que pourraient laisser penser les apparences visuelles de la classe très active et très en mouvement. Nous venons de voir qu'en réalité, les élèves sont assignés à une place bien déterminée, même lorsque l'enseignante nous donne à voir qu'elle leur laisserait provisoirement sa place. En fait, les quelques élèves qui se risquent à croire à cette possibilité sont rabroués et discrètement remis à la place qu'elle leur prévoit. Cette place, c'est elle qui en dessine les contours : ils doivent et peuvent faire certaines choses et pas d'autres, et de plus, au moment précis où elle en ressent le besoin. Le ballet est réglé très finement, avec des circulations dont elle dessine les lignes et dont il n'est pas question de s'écarter.

Nous remarquons que les élèves se plient assez bien aux jeux de ce contrat sauf quelques-uns qui ne veulent pas y jouer et qu'elle laisse de côté.

En fait, que veut l'enseignante des élèves ? Nous avons noté que le verbe vouloir, en tant qu'auxiliaire modal, est presque exclusivement associé au «je», alors que le verbe pouvoir est réservé aux élèves. «*Pouvoir mettre, pouvoir dire, pouvoir corriger, pouvoir faire, pouvoir essayer, pouvoir aller s'asseoir, pouvoir lire, pouvoir se rendre compte*». Elle veut que les élèves soient dynamiques et actifs. Ainsi, elle leur délègue l'action, et se réserve le désir. On pourrait presque dire qu'elle est la tête, et qu'ils sont ses membres. L'image nous est venue de la maman kangourou avec son immense poche qui remplit tout l'espace et les petits bébés à l'intérieur qu'elle manipule les uns après les autres pour leur faire voir le monde et les remettre à leur place l'instant d'après. À la limite, les élèves doivent deviner ses propres idées et ce qu'elle veut leur faire faire de manière quasi-magique : c'est comme s'ils habitaient en elle, comme s'ils étaient appelés à loger dans sa tête.

Tout le monde doit parcourir le même sillon en même temps. Gare à ceux qui s'égarent, comme à la minute 39 : «*Il faut quand même qu'il sache ce qu'il fait ce pauvre Louis*».

En fait, la communication n'est permise que dans une seule direction : entre l'enseignante et les élèves, elle doit passer par l'enseignante : les communications latérales sont interdites, contrastant très fort avec l'ardeur des mouvements effectifs dans l'espace géographique de la salle. À la minute 32, l'enseignante dit : «*Mais ne parlez pas entre vous. ... Parce que j'en ai assez, j'entends dans ce coin parler entre les uns et les autres. Je ne sais pas qui mais c'est embêtant parce que je crois que la discussion est intéressante* ...».

Cette organisation spatio-temporelle que l'enseignante soutient avec force et dont elle se révèle le centre, lui permet de contenir avec fermeté le groupe d'élèves et de gérer à la fois des liens très individualisés et une dynamique d'entraînement du groupe tout entier. Sa capacité contenante lui permet ainsi de construire une enveloppe psychique à l'intérieur de laquelle les élèves peuvent se mouvoir en toute sécurité, tout en restant sous son contrôle.

En ce qui concerne le savoir mathématique, nous le ressentons comme une sorte d'objet extérieur, qui n'est pas l'objet d'une construction. Les actants dans ce scénario sont le plus souvent, comme nous l'avons constaté des personnes, pas le savoir ; elle-même se situe comme metteur en scène, le savoir est reçu de l'extérieur et on n'interagit pas avec lui, surtout, l'enseignante elle-même ne se risque pas à interagir avec lui. De là s'ensuit le statut de l'erreur, qui est à bloquer immédiatement sous peine d'une escalade des erreurs. Dans une première approche de cette séquence, il aurait pu nous apparaître que cette enseignante se situait par rapport au savoir mathématique dans la perspective scientifique inaugurée par Guy Brousseau :à savoir que l'enseignement mathématique à l'école élémentaire serait un bon support pour introduire les élèves au jeu rationnel et les initierait à une forme de rapport à la vérité. Dans cette séquence, on peut en effet repérer tout un ensemble de formes qui iraient dans ce sens : raison, erreur, avoir des doutes, hésitation, certitude, juste, absolue certitude, se tromper, vrai, être d'accord, être sûr. En fait, en travaillant plus avant la séquence, au-delà des apparences, il nous est apparu que derrière cette première lecture, l'enjeu s'est peut-être déplacé ; celui-ci ne porte plus essentiellement sur les nécessités induites par le savoir mathématique mais surtout sur les propres nécessités de pédagogue de l'enseignante : il s'agirait de savoir qui a raison et qui a tort, qui s'est trompé et combien d'élèves se sont trompés. Nous pouvons remarquer le pourcentage significatif d'occurrences de la forme «trompés» par rapport aux autres corpus. De plus, le contraste entre les fréquences d'occurrences de vrai/faux et de sûr/se tromper va dans le sens de ce déplacement d'enjeux. Il s'agit surtout que les élèves répondent bien à *ses* questions et ne se trompent pas à *ses* exercices. Ce que l'enseignante veut, c'est qu'ils réussissent : «*Je veux que tout le monde réussisse*». Elle souhaite qu'ils soient tous à l'unisson : «*Tout le monde est d'accord* ?» «*Tout le monde écoute*» «*Tout le monde fait l'exercice*».

On peut se demander si ce schéma qu'il faut suivre à tout prix ne serait pas la conséquence des peurs de l'enseignante. Le mot «peur» revient quatre fois dans sa bouche. C'est une forme qu'on ne trouve pas habituellement dans un cours de mathématiques. C'est ainsi que nous avons été amenés à faire l'hypothèse que cette organisation qu'elle construit pour ses élèves, et qu'on peut qualifier de défensive eu égard à ses craintes, elle la construit aussi pour elle. Cette route de laquelle il serait dangereux de s'écarter est balisée par tous ces «alors» qui servent à réorienter sur le bon chemin, arrêter les fausses pistes, stopper net tout ce qui amènerait à sortir du chemin. Dans cette configuration, tout ce qui n'est pas dans le sens prévu est relégué dans le non-sens. On peut en voir un indice à la minute 7, lorsqu'elle exprime à l'intention de Youssef, «*Tu m'as dit que tu as écrit 2 millions, moi, je ne vois que 2*». Elle ne lui laisse pas le temps d'écrire la suite. Voilà Youssef pris en flagrant délit de soi-disant contradictions, alors que tout l'enjeu de la leçon est bien là : l'articulation entre le dit et l'écrit, puisqu'en effet, ces grands nombres posent un problème au niveau de la différence de ce qui se dit et de ce qui s'écrit.

Dans quelle mesure toute l'agitation de ce ballet bien réglé ne sert pas à remplir compulsivement le temps et l'espace de la séance ? Sans doute en lien avec les craintes de l'enseignante, avec son inquiétude autour du savoir mathématique. Comme si son souci principal était, à son insu, d'éviter justement la rencontre, la confrontation directe avec le savoir mathématique.

Vous comprenez peut-être maintenant pourquoi lorsque l'enseignante a lu notre analyse, elle a été quelque peu surprise. D'ailleurs dans un premier mouvement émotionnel, elle a dit à ses collègues de l'école et nous l'a rapporté plus tard :«je vais démissionner, qu'est-ce que je fais à l'école Michelet, si justement ce que je veux faire, faire passer du savoir, faire rencontrer le savoir aux élèves, c'est ce que je ne fais pas». C'est à ce moment qu'il s'agit de bien resituer les choses : nous voulons tous transmettre du savoir en enseignant mais les hypothèses de la psychanalyse montrent que notre inconscient veut lui souvent bien d'autres choses et en particulier avec le savoir. Pour l'inconscient, le savoir a toujours plus ou moins affaire avec le savoir des origines, avec le secret, et nous, enseignants, avons affaire avec l'ambivalence dans la transmission, c'est-à-dire nous voulons transmettre, mais en même temps nous ne le voulons pas vraiment et nous interdisons l'accès au savoir d'une certaine manière. Ce résultat assez classique au niveau général, il nous importe de repérer justement comment il est mis en oeuvre dans cette situation didactique particulière, et comment cette façon de voir s'articule avec les approches des autres chercheurs en didactique. C'est l'enjeu de cette recherche collective.

Pour terminer cette analyse de discours, j'aimerais commenter deux phrases prononcées par l'enseignante et qui nous ont paru significatives de la grammaire énonciative de l'enseignante, dans la mesure où chacune d'elles condense plusieurs des propriétés du discours identifiées dans cette analyse.

— *Je voudrais que tu m'expliques comment il est écrit ce nombre.*
L'enseignante émet un désir «*je voudrais*», à l'intention d'un élève désigné ; «*que tu*» : il s'agit d'une relation duelle, de moi à toi, très spécifique. «*Que tu m'expliques*» : insistance de l'enseignante sur la relation centripète où son moi représente le point central vers où convergent les relations. Parallèlement à cette centralisation, l'explication qui pourrait incomber à l'enseignante est à la charge de l'élève. Que s'agit-il d'expliquer ? «*comment il est écrit ce nombre*». La forme syntaxique évoque l'intemporel, le passif. Il s'agirait moins de construire un savoir que de subir une sorte de règle en quelque sorte «tombée du ciel».

— *On va voir si c'est vrai que vous allez pouvoir l'écrire tous.*
Le vrai porte non pas sur les mathématiques mais sur le pouvoir des élèves, autrement dit, étant donné les enjeux de la leçon, sur le pouvoir pédagogique de l'enseignante, on pourrait dire même sur sa toute-puissance, puisqu'il s'agit que les élèves réussissent *tous*. L'enjeu du rapport à la vérité s'est déplacé des mathématiques à la pédagogie.

Ces phrases nous apparaissent significatives au sens où elles résument la cartographie générale de cette séance et constituent ce que nous appelons la signature de l'enseignante. En particulier, la phrase «*je voudrais que tu m'expliques comment il est écrit ce nombre*», qui illustre bien ce que nous avons tenté de développer, à savoir comment cette enseignante se situe par rapport aux élèves et au savoir et quels sont ses enjeux dans cette séquence.

Premier temps d'échange

Remarque : Les questions n'ont pu être retranscrites dans leur formulation exacte. Néanmoins, les réponses m'ont semblé permettre d'inférer sinon la question du moins son thème et m'ont paru, pour certaines d'entre d'elles, d'un intérêt suffisant pour être rapportées malgré tout.

Question

Oui, je mets beaucoup l'accent dans l'instauration de ce climat transférentiel ou plutôt de ce transfert didactique comme je l'appelle, je mets l'accent sur la distance de l'enseignant à l'objet-savoir. Justement par le biais de l'analyse de discours on arrive à déceler comment l'enseignant positionne le savoir par rapport à lui et on peut repérer des différences considérables entre les enseignants. Entre un objet-savoir qui serait totalement extérieur à l'enseignant, avec lequel il aurait même, pourquoi pas, un rapport quasi-phobique et, à l'autre extrême, des enseignants pour lesquels le savoir est devenu un objet interne, un objet de leur monde interne. Dans ce cas, quand les élèves rencontrent l'enseignant, ils rencontrent l'enseignant et le savoir en une seule chose. Bien sûr, on peut observer toutes sortes de modalités intermédiaires entre ces deux configurations extrêmes, un peu caricaturées pour des raisons didactiques.

Question

«une maman-kangourou et si c'était un papa ? »

Je ne crois pas que ce soit le sexe réel de l'enseignante qui soit intéressant dans cette affaire. Je me situe davantage au niveau de la *fonction*. Je pense que chacun de nous a du masculin et du féminin en lui et se trouve à même d'exercer une fonction maternelle et une fonction paternelle. Or, lorsqu'on est enseignant, je pense qu'on a, cela fait partie de mes hypothèses, à soutenir les deux fonctions, la fonction maternelle, contenante, facilitante, et la fonction paternelle, structurante, vertébrante. Je pense que je pourrais tout à fait voir un enseignant-homme dans une situation similaire, c'est-à-dire exerçant une fonction contenante très sécurisante et enveloppante mais qui ne laisse pas les élèves expérimenter hors de ce contrôle.

Question

Alors là, je ne pourrais pas faire de pourcentage, non, la part, je ne sais pas, mais ce que je peux dire, c'est que si l'enseignant dispose d'un scénario didactique, d'une séquence bien construite, ce qui n'était pas le cas pour cette leçon, je ne crois pas que cela change beaucoup les éléments que j'ai observés. Mais ceci constitue une question en débat avec nos collègues didacticiens et l'avenir de la recherche s'efforcera d'y répondre. Pour ma part, je crois que plus on veut mettre le couvercle sur les phénomènes d'ordre inconscient, plus ils ont de chance de faire irruption de manière incontrôlée. Si mon hypothèse est bonne, cela concerne la formation. C'est ainsi que je propose un travail de formation par le biais duquel les enseignants puissent apprendre à accueillir leurs mouvements psychiques suscités par leur pratique enseignante, plutôt que de continuer à vouloir les contourner, notamment en cherchant des réponses pédagogiques et/ou didactiques. L'expérience de ce travail avec un certain nombre d'enseignants m'amène à penser qu'il faut d'abord accueillir, reconnaître en soi ces mouvements, et les élaborer, évidemment, je n'en déduis pas qu'il s'agisse de se laisser aller à ses penchants et de se sentir bien avec ses élèves et point final ; il s'agit bien d'enseigner, et de se professionnaliser toujours davantage comme enseignant, mais je crois qu'on aboutirait à l'inverse du résultat visé si on pensait que le professionnel doit s'instaurer en refoulant le personnel. Dans tous les groupes d'accompagnement d'enseignants que j'anime, c'est le chemin contraire qui est parcouru. Reconnaître le personnel qui est en train de s'infiltrer dans le professionnel, le travailler, l'élaborer, et dégager un tout petit peu l'espace de ses propres enjeux narcissiques et libidinaux pour laisser la place aux jeux des élèves avec le savoir.

Question

Je crois avoir montré que l'enseignant, même s'il met en place une situation didactique, qu'il fait travailler les élèves et que l'on ne se trouve plus dans la situation d'enseignement frontal classique, pour autant l'enseignant ne peut pas ne pas entrer dans la salle, être vu, entendu, regardé, avoir un corps exhibé, parler pour «dévoluer» la situation, donc dire des paroles qui n'ont pas à voir strictement avec le savoir mathématique, et le pourcentage de ces paroles-là est énorme, et c'est à travers tout cela qu'il ne peut pas ne pas laisser passer quelque chose de son rapport au savoir et de son lien aux élèves. Mais je suis tout à fait d'accord avec vous pour imaginer que l'analyse de ces situations moins traditionnelles nous permettront de moduler ces résultats.

Question

Non, je persiste et je signe ; l'avenir nous dira dans quelle mesure mes hypothèses «tiennent la route».

Pour le moment, c'est sûr, je suis centrée sur l'enseignant et c'est déjà un énorme travail, c'est vrai que je regarde un peu moins les élèves ; là, dans cette recherche, j'ai été amenée à les regarder parce que les didacticiens nous ont montré des phénomènes pertinents qui nous ont donné envie d'aller y voir nous aussi de plus près.

Question sur le «transfert»

Jusqu'ici, en ce qui concerne les apports de la psychanalyse dans le champ de la pédagogie, il s'agissait plutôt d'envisager le transfert des élèves sur l'enseignant ; j'estime faire un pas nouveau en montrant que même si toute cette approche concernant le transfert des élèves sur l'enseignant reste pertinente et permet de découvrir des phénomènes intéressants, penser que l'enseignant est dans une situation de transfert et non pas seulement de contre-transfert, et que ce transfert de l'enseignant sur l'espace de la classe est tissé de son rapport au savoir, ça permet de sortir de l'exportation stricte des concepts analytiques et de prendre en compte les réglages spécifiques à la situation d'enseignement. J'ai, pour ma part, mis de nombreuses années pour me détacher des concepts analytiques purement exportés, et c'est grâce notamment à des travaux comme celui-ci de confrontation avec les résultats des didacticiens qui, eux, s'intéressent en priorité à la question du savoir, que j'ai réussi à trouver un nouveau mode d'utilisation de la théorie psychanalytique. Donc merci à toute l'équipe.

Question

«Est-ce que l'enseignante a changé dans sa manière de se comporter ? »

Au niveau didactique, elle a beaucoup travaillé avec les chercheurs et les didacticiens de Michelet sur cette séquence, semble-t-il, et elle nous assure qu'aujourd'hui elle fait cette leçon tout à fait différemment, toute l'équipe ayant tiré les leçons si je puis dire de cet enregistrement. Séance qui est toujours analysée sur le vif avec les didacticiens, rappelons-le. Au niveau des phénomènes que j'observe, il n'y a pas eu de réel travail avec l'enseignante pour le moment, à part le moment d'accompagnement de sa lecture de notre analyse dont j'ai parlé. Or il faut énormément de temps pour penser changer à ce niveau-là et surtout il faut mettre en place des dispositifs d'analyse de la pratique pensés dans cette perspective, où l'on puisse travailler son transfert. Ce sont des déterminants sur lesquels il faut travailler dans la durée pour qu'ils soient moins agissants, ils ne sont pas inaccessibles au changement pour autant.

Question à propos des élèves
Je peux faire une réponse générale. Oui, un enseignant ne fait pas l'unanimité et les effets qu'il provoque sont différents selon les élèves ; c'est une banalité, la question est de comprendre comment «ça marche». Quand vous allez sortir d'ici, chacun aura ressenti le climat de manière singulière, il y aura des personnes avec lesquelles je serais entrée dans une interaction psychique qui favorisera leur entrée en rapport avec les informations que j'amène et pour d'autres, ce style d'interactions aura plutôt fait barrage et quelque autre personne à ma place avec la même approche aurait suscité des intérêts différents selon les participants. C'est bien là toute la complexité de ce type d'analyse.

Jérôme et Sophie

Pour poursuivre mon apport, je peux maintenant vous faire part des résultats des analyses des épisodes-élèves sur lesquels on a travaillé, où l'on perçoit bien que les conditions particulières qui sont faites à chaque élève sont extrêmement contrastées.

Je voudrais revenir sur la méthodologie propre à l'analyse de ces scènes avec les élèves. Nous avons utilisé un type d'observation des images qui pourrait s'apparenter à de l'éthologie clinique, au sens de Cyrulnik. Nous avons regardé les images de quelques micro-épisodes qui nous avaient été signalés par les didacticiens. Nous avons travaillé en supprimant le son, c'est-à-dire en supprimant le message verbal, donc le contenu, le signifié, et en faisant dérouler le film quasiment image par image. Nous nous sommes laissés allés à nos mouvements d'émotion contre-transférentiels par rapport à ces images et nous avons élaboré à partir de là.

Jérôme est l'élève qui bat les records de temps passé au tableau parmi tous les élèves de la classe. C'est un «permanent» du spectacle, cependant que toute une pléiade d'autres élèves jouent les «intermittents» du spectacle autour de la vedette. Jérôme reste au tableau alors que son propre «show» est terminé depuis longtemps et que d'autres élèves ont pris le relais sur le plan des interactions de savoir, notamment Louis. Au total, ses déplacements devant le tableau témoignent de ce que, en moyenne, sa distance effective à l'enseignante est la plus réduite. Il est celui qui garde la plus grande proximité avec elle tout au long de l'épisode. Nous décrirons deux ou trois instants très marquants au cours de cette longue présence au tableau. Tout d'abord, son arrivée. A la minute 19, cherchant à interroger un élève parmi ceux qui lèvent le doigt, l'enseignante, au cours d'un travelling panoramique de la tête, parcourt l'ensemble de la classe, arrête son regard sur Jérôme et, de manière concomitante, claque dans ses mains et dit : «*Ben, tiens, Jérôme, allez, viens*». Cependant qu'elle prononce le mot «*viens*», elle fait un geste de la main gauche comme pour l'attirer vers elle. L'expression verbale «*Ben, tiens*» pourrait indiquer une sorte de choix de l'élève au hasard mais le claquement des mains, le geste d'invite de la main gauche et la tonalité de la voix démentent qu'il s'agisse d'un choix au hasard. D'ailleurs la manière dont Jérôme répond à cette invitation nous convainc d'une complicité sans mot, presque physique, déjà installée entre eux. Dans le sillage du mouvement de la main de l'enseignante, Jérôme se lève de sa place, située au fond de la classe ; penché en avant jusqu'à mi-corps, comme aspiré par le geste de l'enseignante, le visage rayonnant, il parcourt l'allée de la classe comme s'il s'agissait d'une ligne aimantée jusqu'au tableau. Il est suivi du regard par toute la classe ; en cours de route, il prononce à l'intention de l'enseignante : «*Si tu veux, je...*», aussitôt interrompu par la réponse de l'enseignante : «*Je veux*». La réciprocité de l'attirance est nouée. La micro-scène qui s'ensuit vient confirmer et intensifier la force d'étayage narcissique mutuel qui va les relier dans toute cette partie de la séquence. L'enseignante prend Jérôme par les épaules, le fait pivoter dos contre elle, et ils font face, tous les deux, à la classe. Elle se penche pour amener sa tête à la hauteur du visage de Jérôme et lui chuchote à l'oreille avec une main en cornet pour protéger leur aparté. Pendant ce temps, Jérôme, avec un visage enfantin, suçote la craie. Leurs deux visages proches et leur attitude similaire évoquent une image dédoublée. Cet instant, fugitif au demeurant, fait penser à une idylle amoureuse qui les isolerait face au groupe. D'ailleurs, lorsque l'enseignante relève la tête, c'est pour «faire les gros yeux» à un élève qui n'était pas au diapason et qui troublait leur duo. Ce moment intense laisse la place à un échange d'ordre plus cognitif, mais par moments, l'enseignante continue à envoyer à Jérôme des signaux témoignant qu'elle continue à le créditer de sa confiance inébranlable, même lorsqu'il est «attaqué» par la classe. Lorsque, par exemple, il se met à écrire au tableau en très gros, et que les autres élèves se mettent à rigoler, elle le soutient avec un ton de voix attendri : «*Ben, vous y voyez au moins ! Bon, chut*» ou lorsque certains élèves ne sont pas d'accord avec ce qu'il fait (minute 22), elle le soutient à nouveau avec un : «*laissez-le*» répété trois fois, «*attendez*», «*aidez-le*», «*chut*». A un autre moment (minute 23), elle dit : «*Laissez réfléchir ce pauvre Jérôme, vous allez le massacrer*» et s'adressant à Jérôme directement «*Reprends tes esprits*», en accompagnant ses paroles de la même posture que dans la scène initiale, en le prenant sous son aile. Cette fois, la tonalité de la voix est plus maternelle qu'amoureuse. Elle protège Jérôme des agressions externes et veut qu'il ait toutes ses chances. Au fond, dans cet épisode, ce qui importe vraiment à l'enseignante, c'est Jérôme. Peu importe que Fatia sache ou ait compris, elle n'a pas le temps de s'expliquer, ce temps est redonné à Jérôme par l'enseignante qui fait à Jérôme le crédit absolu d'arriver à comprendre et même d'expliquer à la classe. Pour cela, elle lui prête l'espace-temps nécessaire, comme si rien d'autre n'existait autour d'eux. A deux reprises, l'enseignante utilise un autre geste spécifique : elle désigne Jérôme à la classe avec son index, en accompagnant la posture d'une mimique rieuse signifiant «c'est lui, qu'il faut regarder et écouter, c'est lui la source de vérité». Comme si elle était son supporter fervent. Sa bouche d'ailleurs pré-articule des mots, sans sons, comme pour souffler à Jérôme, à distance, ce qu'il faut dire, pour l'encourager. Au niveau des regards, on dirait qu'elle n'a d'yeux que pour lui. Et quand, fort de ce soutien indéfectible, il demande à son tour à la classe un peu de temps : «*si mais attendez*», prévient-il, elle répète en écho : «*attendez*», laissant à Jérôme le soin de gérer le temps didactique. Dans ce moment, c'est comme si elle lui avait délégué une partie de ses fonctions et Jérôme les reprend bien à son compte. Plus tard, (minute 30), lorsque Jérôme vient de nouveau au tableau, elle lui dit «*Vas-y. Fais-leur. Explique-leur*» et annonce à la classe «*On va voir ce qu'il veut nous montrer*», Jérôme se sent autorisé à parler à Nathalie comme l'enseignante lui parle à lui «*Tu vas me le lire après*», lui dit-il. «*Alors, maintenant, lis-le moi*». Voilà Jérôme dépositaire de la partie «bonne maîtresse» de l'enseignante. Certains élèves ne s'y trompent pas. Nathalie (minute 30) énonce pour convaincre l'enseignante : «*Comme il dit Jérôme*» et plus loin, elle le prend comme référence : «*selon lui*», croyant renforcer son propos, qui n'est tout de même pas entendu par l'enseignante, en lui confirmant qu'elle respecte la place que celle-ci a octroyée à Jérôme.

En d'autres termes, on pourrait dire que l'on voit se dérouler au cours de cet épisode toutes les facettes d'une scène de «séduction narcissique», dans laquelle tout concourt à ce que chacun construise l'autre, dans un jeu qualifiant et vitalisant réciproque. L'enseignante lit sur le visage de Jérôme quelque chose qui lui donne du plaisir à regarder, Jérôme se dilate d'aise et de reconnaissance sous ce regard et répond pleinement à l'attente de l'enseignante, ce qui la comble en retour. Nous parlons à dessein de «séduction narcissique» par opposition à «séduction sexuelle», au sens de Racamier (1991), qui promeut ce concept pour décrire la fascination narcissique mutuelle de la mère et de son bébé, à l'aube de la constitution de la psyché. Dans ce type d'interaction, chacun participe à la reconnaissance de l'autre, «chacun des deux procède à la création de l'autre». Ce cocon narcissique vise à préserver l'unisson d'un monde à l'abri des excitations externes. Pour nous, entre l'enseignante et Jérôme, il se joue quelque chose d'un lien de cet ordre-là. On pourrait aussi dire avec d'autres mots, que l'enseignante projette sur Jérôme sa partie vivante, vibrante et passionnée, et que Jérôme la lui donne à voir en retour, ce qui ne peut manquer de la gratifier narcissiquement. Si l'on poursuit dans cette veine de l'identification projective, cette respiration de la vie interpsychique, nous allons voir qu'a contrario, l'enseignante projette sur Sophie sa partie menacée, fragile, craintive par rapport au savoir et bien évidemment, cette image en retour se trouve beaucoup moins gratifiante ; elle est beaucoup plus insupportable à regarder en face. C'est ce que nous allons découvrir en décrivant l'épisode Sophie.

L'entrée en scène de Sophie s'effectue dans un style tout à fait à l'opposé de celui de l'arrivée de Jérôme au tableau. L'enseignante a pris Sophie à partie sur un ton interrogatif à trois reprises, énonçant : «*Sophie a fini* ? » puis, «*Sophie, tu hésites* ? » et enfin, «*tu viens au tableau* ? ». Entre les deux premières questions, l'enseignante avait insisté : «*Qui est sûr d'avoir bien écrit le nombre* ? ».

Ce qui frappe le plus dans la scène qui suit, c'est que l'enseignante se tient à une distance de un ou deux mètres de Sophie ; distance importante par rapport à son comportement habituel. Elle fait face la plupart du temps à Sophie, tout en ne la regardant pratiquement pas, alors même que Sophie a le visage tourné en permanence vers l'enseignante ; un visage immobile, implorant, seuls ses yeux sont très mobiles ; tantôt ils lancent des regards en coin, comme pour chercher du secours, tantôt, Sophie, tout en se mordant les lèvres, élève son regard vers l'enseignante comme pour guetter ses réactions et implorer son indulgence. Sophie tient la craie dans ses deux mains, en la triturant nerveusement, et pourtant, elle la laisse choir à terre à deux reprises au cours de cette scène, ce qui traduit l'hypotonicité de sa posture.

Le ton de voix de l'enseignante est, d'entrée de jeu, apitoyé, plutôt un peu condescendant. On ressent que l'enseignante se force à être gentille et aimable avec Sophie. Nous sommes très loin du plaisir de l'échange avec Jérôme. Elle parle à Sophie en articulant bien, presque comme pour quelqu'un qui ne comprendrait pas le français. A un moment donné, elle fait un quasi-lapsus mais le mot est lâché, elle ne peut le reprendre. Elle dit, parlant de Sophie qui est à côté d'elle ; «ce qu'elle a *mal* ...»; visiblement elle s'entend prononcer cette évaluation et cela la gêne mais le mot est lâché, elle assume et enchaîne (minute 50) : «mal fait». Nous constatons, à ce propos, qu'elle parle de Sophie à la classe à la troisième personne comme si elle n'était pas présente ; ce comportement fait partie des idiosyncrasies verbales de cette enseignante. Nous avions noté le sur-emploi du «il-élève», qui lui permet à plusieurs reprises d'infliger une légère humiliation à certains élèves, en parlant d'eux à la classe, à la troisième personne, sans leur parler directement. Mais, ce qui nous paraît plus significatif, c'est que, à bout d'arguments, elle propose Jérôme comme modèle à Sophie : «*Fais comme Jérôme*», lui dit-elle. «*Tu ne te rappelles plus ce qu'avait fait Jérôme* ? ». Jérôme qui s'entend cité deux fois se sent autorisé à intervenir alors et il souffle à Sophie une réponse, fausse au demeurant. Si l'hypothèse que nous avançons a quelque pertinence, à savoir que Sophie serait dépositaire des craintes et hésitations de l'enseignante par rapport au savoir, il est certain que sa présence ne peut la gratifier comme celle de Jérôme, au contraire, et c'est bien par un effort volontariste qu'elle tente d'aider Sophie. On peut alors se demander quel effet peut avoir sur Sophie cette tentative qui laisse traverser des sentiments d'apitoiement et d'ennui. De même que Jérôme était confirmé dans sa position valorisée d'enfant merveilleux, ici, Sophie est en quelque sorte confirmée dans sa position ordinaire de «victime».

Deuxième temps d'échange

Question

Cela montre bien qu'au-delà du vouloir conscient — on veut *tous* aider *tous* les élèves de la même façon — au niveau inconscient, ce n'est pas cela qui se passe ; on a des affinités, des mouvements affectifs, des mouvements négatifs, des aversions, il est question de les reconnaître en soi, je ne dis pas qu'il faut se laisser bercer par ces mouvements-là, mais je dis que si on ne passe pas par une reconnaissance de cela, ces processus ne pourront pas évoluer. L'enseignante aura beau vouloir créer un espace de pensée pour Sophie, et c'est bien le cas, visiblement, elle se dit : «je dois aider Sophie, il faut que je l'aide, allons-y», et elle tente de l'aider, mais ce qui traverse au-delà des mots, et même dans les mots, c'est un volontarisme forcé, qu'elle n'a pas de plaisir, et la petite fille qui était déjà en mauvaise posture s'enfonce.

Question

Distinguons bien le travail de recherche qui nécessite un accompagnement des enseignants qui se prêtent au jeu de ce style de recherche d'une pratique de formation des enseignants proprement dite. Ce sont deux choses quand même très différentes, ou en tout cas qui nécessitent d'être distinguées clairement. Sachant ce que les résultats des recherches nous apprennent, il s'agit de mettre en oeuvre des dispositifs d'analyse de la pratique inspirée par cette théorisation et là, on peut espérer aider les enseignants à s'interroger sur ce que j'ai appelé leur signature professionnelle. Je pense qu'il serait d'ailleurs souhaitable de sensibiliser les futurs enseignants en formation initiale à un travail de cette nature, de manière à initier un processus d'élaboration qui se poursuivrait tout au long de leur carrière. Pour ce qui concerne les enseignants expérimentés, eh bien tant mieux, ils se sont construits des défenses, heureusement, pour survivre narcissiquement dans la classe, c'est nécessaire, mais avec un dispositif approprié et au moment où ils le souhaitent, ils peuvent toucher un tout petit peu à cet équilibre défensif. Cela passe par des moments d'inconfort mais pour aller vers quelque chose qui sera moins coûteux au plan de l'énergie psychique dépensée, en général, car ce qui se passe en fait, c'est que, au fil des années, on se forge une ceinture de sécurité, on s'impose des contraintes de plus en plus importantes et ainsi on diminue notre marge de manoeuvre, notre liberté et notre créativité. Les enseignants qui acceptent de travailler dans ce style de groupes retrouvent du vivant en eux, retrouvent du jeu, desserrent un peu l'étreinte défensive tout en s'apercevant que ce n'est pas la catastrophe redoutée, que le monde ne s'écroule pas, qu'il n'y a pas forcément le «bazar» dans la classe, tout au contraire, peut-être.

Question

Sur la question de l'analyse des pratiques professionnelles, je vais en profiter pour vous conseiller le livre que je viens de coordonner chez l'Harmattan, avec Dominique Fablet. Nous avons demandé à plusieurs auteurs de formaliser leur approche de l'analyse des pratiques professionnelles dans plusieurs champs, le champ de l'enseignement, le champ du travail social, le champ thérapeutique, et le champ de l'entreprise. L'enjeu de cet ouvrage, c'est de repérer les différents cadres et références théoriques qui guident ces différentes manières de faire de l'analyse de la pratique. Le modèle qui correspond le mieux à la recherche que je mène est le modèle inspiré des groupes Balint, un modèle selon lequel il s'agit de travailler l'implication psychologique dans la pratique, l'investissement personnel dans le rôle d'enseignant.

Question

Quand je dis «groupe d'inspiration Balint», on sait à quoi se référer. Il y a les livres écrits par Balint lui-même et les recherches qui ont eu lieu depuis sa mort. Le dispositif est relativement codifié. J'utilise ce dispositif avec des professeurs cependant que Francis Imbert l'utilise avec des instituteurs. Bien évidemment, comme chaque enseignant, chaque animateur de groupe Balint a son style.

Le dispositif du groupe Balint est un dispositif de paroles. Il s'agit pour les participants de raconter des situations concrètes qu'ils ont vécues dans leur pratique professionnelle, en essayant de verbaliser dans le groupe les émotions et les affects afférents à ce vécu. Cela se passe en petits groupes, à heure et date régulières. Le participant qui l'a souhaité fait son récit au groupe, et à partir de ce récit, des questions vont lui être posées, l'amenant à faire émerger des souvenirs qu'il avait laissés de côté dans un premier temps, à relier des éléments qui lui avaient paru disjoints ... Arrive toujours un moment dans la séance où le participant dit : «ah mais oui, j'avais oublié de vous dire ...». Ainsi des liens nouveaux se révèlent et progressivement le groupe passe du questionnement à la formulation d'hypothèses nouvelles concernant la situation rapportée, faisant apercevoir à la personne qui a rapporté cette situation une nouvelle ou de nouvelles versions de son histoire. Cette lecture plurielle amène une ouverture kaléidoscopique très importante car elle permet au participant de se décentrer, de se décrisper et peut-être de retrouver une certaine fluidité dans ses investissements ; cela produit des effets souvent surprenants. Ce n'est pas miraculeux, car, pour que les effets bénéfiques «tiennent» à long terme, il faut lutter contre la compulsion de répétition et la durée du travail est nécessaire ainsi que l'élaboration renouvelée de plusieurs situations professionnelles.

Éléments bibliographiques

BEILLEROT J., BLANCHARD-LAVILLE C., MOSCONI N., 1996, "*Pour une clinique du rapport au savoir*", Paris, L'Harmattan.

BERDOT P., BLANCHARD-LAVILLE C., Mercier A. , 1988, Quelques éléments méthodologiques et théoriques issus de l'analyse de suivis individuels d'élèves en échec en mathématiques, in Vergnaud G., Brousseau G., Hulin M., "*Didactique et acquisition des connaissances scientifiques*", Actes du colloque de Sèves, Grenoble, Éditions de la Pensée Sauvage.

BLANCHARD-LAVILLE C., 1989, "*Questions à la didactique des mathématiques*", Revue Française de Pédagogie, n° 89.

BLANCHARD-LAVILLE C., 1990, "*Éléments épistémologiques et méthodologiques à propos de recherches cliniques en Sciences de l'Éducation sur l'enseignement des mathématiques*", Note de synthèse, Habilitation à diriger des recherches, Université Paris-X Nanterre.

BLANCHARD-LAVILLE C., CHEVALLARD Y., SCHUBAUER-LEONI M.L., 1996, "*Regards croisés sur le didactique. Un colloque épistolaire* ", Grenoble, La pensée Sauvage.

BLANCHARD-LAVILLE C. (sous la direction de), 1997, "*Variations sur une leçon. Analyses d'une séquence : « L'écriture des grands nombres »*", Paris, L'Harmattan.

ENRIQUEZ E., 1993, "*L'approche clinique : genèse et développement en France et en Europe de l'Ouest*", in V. de Gaulejac, S. Roy (éd.), Sociologies cliniques, Paris, Desclée de Brouwer.

GHIGLIONE R., TROGNON A., 1995, "*Où va la pragmatique ? De la pragmatique à la psychologie sociale*", Presses Universitaires de Grenoble.

IMBERT F., 1996, "Le groupe Balint, un dispositif pour un métier «impossible» : enseigner" dans Blanchard-Laville C., Fablet D. (eds) L'analyse des pratiques professionnelles, Paris, L'Harmattan.

MAINGUENEAU D., 1994, "*L'énonciation en linguistique française*", Paris, Hachette livre.

RACAMIER P.C., 1993, "*Cortège conceptuel*", Paris, Apsygée.

RACAMIER P.C., 1995, "*L'inceste et l'incestuel*", Paris, Les éditions du Collège.

Enjeux des mathématiques dans la société d'aujourd'hui

CONFERENCE :
Jean Pierre Bourguignon*
Institut des Hautes Études Scientifiques
35, route de Chartres
91440 BURES-SUR-YVETTE
et
Centre de Mathématiques
École Polytechnique
91128 PALAISEAU Cedex

RÉSUMÉ : Il est paradoxal de voir le choix fait dans presque toutes les sociétés du monde de donner aux mathématiques une place importante dans l'enseignement, y compris au niveau de l'école élémentaire, remis en cause au moment où leur présence dans la société n'a jamais été aussi diverse et où beaucoup de choix auxquels les citoyens sont confrontés dépendent d'une compréhension des mécanismes fondamentaux de cette discipline. Une meilleure appréhension de la présence, de la vivacité de cette activité humaine et des enjeux qu'elle implique est certainement aujourd'hui plus que jamais nécessaire aux éducateurs.

Avant-propos

L'idée de cet exposé est issue de discussions variées avec des personnes appartenant à divers milieux, enseignants, industriels ou responsables de l'administration. De ces contacts est né le besoin d'analyser la spécificité des mathématiques et notamment de les débusquer là où elles se trouvent cachées dans notre société.

Pour commencer, il n'est pas inutile que je me situe : chercheur mathématicien, j'ai aussi exercé des responsabilités plus administratives, aujourd'hui comme directeur d'un Institut et président de la Société Mathématique Européenne, mais auparavant au sein du CNRS et de la Société Mathématique de France. Ces tâches non exclusivement scientifiques m'ont convaincu, si je ne l'étais pas déjà en tant que mathématicien de base, de la nécessité de maintenir un contact étroit entre les enseignants, au sens le plus large du terme, et les chercheurs, pour la simple raison que la vie des mathématiques (c'est-à-dire à la fois leur contenu, les personnes qui les font et celles qui les financent) nécessite que ces groupes se connaissent bien mutuellement pour que le courant passe facilement entre eux.

Une telle attitude me semble d'autant plus requise que depuis le début des années 90 on voit fleurir dans la presse des articles dont le contenu vise à créer des difficultés pour les mathématiques en France. Pour ma part, je pense que la réponse à ces attaques viendra essentiellement d'une meilleure mise en évidence du rôle des mathématiques dans la société d'aujourd'hui, et de la prise en compte de cette dimension par les enseignants de mathématiques. Sachant que ce rôle a radicalement changé par rapport à ce qu'il était hier (et

* Je remercie les responsables de la COPIRELEM pour leur invitation à donner cette conférence, les collègues de l'IREM de Montpellier pour leur accueil chaleureux, Hélène Gispert d'avoir insisté pour que j'accepte l'invitation, et enfin Régine Lepori pour le travail ingrat de transformation de la bande son de la conférence en texte utilisable.

changera peut-être encore plus demain), il est urgent d'en prendre conscience nous-mêmes et d'aider à en faire prendre conscience à tous les niveaux.

Mon propos n'est donc pas ici de donner des recettes toutes faites sur ce qu'il faut enseigner en mathématiques, ou sur ce que sont les mathématiques enseignables, mais plutôt d'essayer de décrire ma perception du rôle des mathématiques dans notre société et des conséquences sur l'enseignement. Pour déboucher sur des programmes d'enseignement, il me semble indispensable que les points de vue de personnes très différentes soient confrontés.

Mon point de départ est l'existence d'un décalage entre la *perception ordinaire des mathématiques*, et ce que j'ai envie d'appeler *leur nouvelle relation à la société.*

Que recouvrent ces deux vocables ?

- la *perception ordinaire des mathématiques*, c'est celle de tout le monde, aussi bien des élèves dans les classes, que des hommes politiques ou des journalistes ; il s'agit d'une perception non savante ;
- la *nouvelle relation à la société*, c'est une conséquence du mode actuel d'organisation de la société en général, notamment la société industrialisée dans laquelle nous vivons, avec ses modes de production des biens, des savoirs et de transmission des connaissances, qui ont tous beaucoup changé sans qu'on en mesure bien la portée.

Ce qui justifie que cette conférence ait sa place dans une réunion centrée sur l'école élémentaire, c'est que je souhaite aborder le problème de la place des mathématiques dans la formation d'un citoyen du XXI$^{\text{ème}}$ siècle. Par cela je vise vraiment Madame et Monsieur Tout Le Monde en France. Les futurs mathématiciens ou les futurs utilisateurs de mathématiques sophistiquées ne sont donc pas ma préoccupation essentielle. Ma problématique est : comment donner les moyens d'appréhender correctement leur rôle dans la société, voire l' importance qu'elles peuvent avoir dans la vie personnelle des individus ?

Commençons par approfondir les différents termes *perception ordinaire des mathématiques, vraie nature des mathématiques* et *nouvelle réalité.*

1. Perception ordinaire des mathématiques

Au premier abord il semble qu'on puisse dresser un constat de santé de la discipline puisque pratiquement tous les pays du monde leur donnent une grande place dans l'enseignement, y compris dans l'enseignement élémentaire.

1.1. Leur place dans l'enseignement

Les mathématiques de base ne semblent donc pas un savoir considéré dans aucune société comme superflu, et inutile. En fait cela va plus loin puiqu'il semble qu'il y ait accord sur ce que peut être le contenu de l'enseignement élémentaire. J'ai schématisé ce contact de façon caricaturale en trois volets :

Les nombres et les grandeurs forment le cœur de l'apprentissage à l'école élémentaire : on ne doit pas les confondre et en particulier, dès qu'on parle de grandeurs, on doit apprendre à distinguer une longueur d'une surface et d'un volume, et cela mérite qu'on y réfléchisse et qu'on s'apesantisse sur ces distinctions.

Pratiquement tous les pays du monde incluent aussi une formation à la maîtrise des *algorithmes* des opérations élémentaires. On peut noter que les niveaux d'exigence soit très variables d'un pays à l'autre.

Enfin, les mathématiques sont vues partout comme une discipline, ou au moins une formation à l'étude des *figures géométriques* élémentaires. Là encore, on peut sophistiquer plus ou moins, et demander des choses plus ou moins savantes.

D'un autre côté, il est bien connu que dans tous les pays du monde *l'école élémentaire*, a un rôle fondamental dans l'apprentissage des relations avec les personnes, et aussi la familiarité avec les objets de toutes sortes. Aux États-Unis par exemple, une énorme importance est donnée au rôle de socialisation de l'école élémentaire. En France, on insiste beaucoup sur des leçons de choses autour d'objets familiers par des activités de découverte et d'analyse de leurs fonctions. Il s'agit de donner un sens à cette formation en référence à la vie quotidienne, en essayant de l'enraciner dans une pratique, en relation avec les objets de la vie courante.

Pourquoi rappeler ces points tout à fait naïfs et sur lesquels les formateurs que vous êtes sont plus compétents que moi ? Tout simplement pour les mettre en perspective par rapport à la nouvelle relation à la société que j'évoquais plus haut.

Quelle est donc l'image ordinaire des mathématiques dans le monde qui nous entoure ?

1.2. Quelques contresens à propos des mathématiques

En général, on relève *des contresens* importants, et sur lesquels il est nécessaire de réfléchir, et de méditer un peu.

- Le premier, que l'on relève aussi chez des scientifiques professionnels, est la volonté de *réduire les mathématiques à un langage*. Il est vrai que les mathématiques entretiennent avec le langage une relation qui n'est pas anodine. Les réduire à un langage est à mon avis une erreur fondamentale sur les mathématiques. Elles sont une science, avec le problème de ses relations avec une certaine réalité, ses impasses, ses révolutions et un sens de développement.

- Elles seraient par ailleurs *une science finie, une science morte* ; cette affirmation est très commune chez l'homme de rue, mais aussi chez le professionnel des médias. Il est facile de donner quelques exemples pour vous démontrer que ceci est radicalement faux. Mais cette idée est très fortement ancrée, en particulier chez les élèves. En effet l'idée que l'on puisse découvrir des faits nouveaux en mathématiques est considérée comme totalement incongrue pour beaucoup de jeunes.

- Une autre chose très importante et qui, à mon avis, mérite qu'on y réfléchisse, parce qu'elle est une des bases des quiproquos à propos des mathématiques, est une *incompréhension fondamentale de ce que signifie l'abstraction* ; en effet, bien souvent, il semble aller de soi qu'on peut opposer le concret et l' abstrait. Très souvent sont devenues concrètes des choses qui ont été abstraites suffisamment longtemps pour qu'elles se concrétisent. Par ailleurs, dans abstraction, quand on revient simplement à la racine du mot, il y a l'idée d'extraire d'une situation ou d'un ensemble de situations des idées qui semblent plus fondamentales, plus profondes, plus permanentes. Il y a l'idée qu'il est possible de faire un effort payant (Henri Poincaré n'a-t-il pas dit "*Faire des mathématiques, c'est donner le même nom à deux choses différentes*", ce qui me semble une excellente définition). Il est vrai qu'une bonne partie de l'effort d'abstraction est de cette nature : il s'agit de se rendre compte qu'en extrayant d'une situation donnée les données minimales, on arrive à mieux comprendre ce qui est vraiment à l'œuvre. Bien souvent, cette idée même est totalement gommée, effacée lorsu'on fait référence au mot abstraction. A mon avis, il est indispensable que soit mis en évidence (avec évidemment beaucoup d'exemples et de variétés de situations dans lesquelles ceci s'applique) le processus d'abstraction, du rôle qu'il joue en mathématiques. C'est, à mon avis, la base du quiproquo sur les mathématiques, sur leur rôle et leur importance dans la société d'aujourd'hui;

1.3. Un point spécial à la France

Un autre point a trait à *la place* qu'ont *en France,* plus que dans d'autres pays, *les mathématiques dans le processus de sélection scolaire.* La France vit en effet sous un régime de modèle unique de réussite. Il est possible de reprocher aux mathématiciens d'avoir accepté que leur discipline joue un rôle aussi central dans la sélection des élites. Ceci est indépendant du jugement que l'on porte sur l'utilisation des mathématiques dans les processus de sélection. A contrario, pour rester dans le microcosme français, les efforts faits par les mathématiciens dans les vingt dernières années pour prendre en compte les critiques faites sur leur disciplines (par le biais des IREM par exemple) ne sont pas du tout reconnus, voire même mis à la charge de la discipline. Ce phénomène est probablement un symptôme de l'existence de quiproquos, comme l'est la persistence d'une remise en cause de la réforme des mathématiques modernes, alors que nous savons tous que cette page est tournée depuis longtemps.

En accumulant ces points, mon propos est de montrer que l'image véhiculée par les medias et par beaucoup de gens a besoin d'être corrigée. Cela ne se fera pas sans un énorme effort pour corriger des informations incorrectes et contrebalancer des opinions tendancieuses.

2. Quelle est la nature des mathématiques ?

J'en arrive maintenant à la deuxième face du triptyque évoqué précédemment, *la nature des mathématiques*. Revenons donc aux *mathématiques en tant que science* et j'essaie d'analyser un certain nombre d'éléments qui me paraissent mériter d'être relevés :

- le premier vise à *identifier ce qui fait des mathématiques une science un peu particulière* ; c'est une réflexion que peuvent mener les géologues quand ils s'intéressent à la géologie, ou les physiciens ou les chimistes quand ils s'intéressent à leur propre discipline ;
- un autre aspect intéressant (puisque beaucoup de gens ont des mathématiques une perception incorrecte) est de voir ce qui dans leur nature peut induire cette perception incorrecte.
- enfin il me semble important d'*examiner si ces caractères spécifiques perdurent* malgré les changements considérables que la discipline connaît et qui sont illustrés dans la fin de ma conférence. Et cela doit être mis en relation avec le fait que les mathématiques, science née avec l'Humanité, ont une très longue histoire, beaucoup plus longue que la plupart des autres sciences.

Quels sont ces caractères spécifiques ?

2.1 Un lien particulier au langage

Le premier que je veux mettre en avant est *un lien particulier au langage.* Il est important pour cela de se placer dans une perspective historique. La façon d'exprimer les mathématiques a évolué au cours de l'histoire. On en est aujourd'hui à l'idée qu'une mathématique parfaite serait tout à fait formalisée, tout en sachant que cette mathématique parfaitement formalisée ne peut pas être la mathématique produite par des mathématiciens au travail, ni une mathématique qu'on enseigne.

L'idéal d'une formalisation possible de la mathématique se traduit, lorsqu'on veut énoncer des faits mathématiques, par la contrainte d'utiliser une langue précise. De même, il y a cette obligation, lorsqu'on utilise un langage imagé, de veiller à ce qu'il n'induise pas des images erronées. Cette contrainte peut être vécue comme une contrainte insupportable, surtout si elle s'accompagne, comme c'est le cas le plus souvent, d'un détournement de mots de la langue courante. L'utilisation du langage ordinaire a évidemment des avantages, car il permet de faire des phrases, et de manipuler en permanence des rébus. Le danger est tout de même que, ce faisant, on soit forcé de vivre une sorte de double vie, ce qui n'est jamais facile à mener.

Ce lien particulier au langage explique sûrement en partie la tentation de réduire les mathématiques à un langage, car lors du premier contact qu'on a avec elles cet aspect peut être très troublant. Cela suppose qu'on y réfléchisse vraiment, et probablement qu'on prenne le temps de le discuter avec les élèves, ne serait-ce que, parce que constamment on parsème le discours mathématique de phrases non mathématiques, créant autant de risques de confusion. Cela vaut tant pour des étudiants avancés en mathématiques que pour des débutants.

2.2. Un lien particulier à la vérité

Un autre caractère des mathématiques, qui a déjà transparu dans ce que j'ai dit, est *un lien particulier à la vérité.* Pour aborder cette discussion de façon tout à fait sérieuse, il faudrait vraiment entrer dans un débat philosophique, et ce n'est pas le lieu. Disons, en schématisant beaucoup, qu'on peut classer les mathématiciens sur une échelle. A une extrémité, il y a les *platoniciens* qui pensent qu'il y a une réalité mathématique à laquelle on accède comme à d'autres réalités, mais avec un langage particulier et avec des regards un peu particuliers, et pour lesquels en faisant des mathématiques, on ne fait que découvrir des objets et des faits préexistants. Et puis, à l'autre extrémité, il y a les intuitionistes ou formalistes qui, au contraire, pensent que les mathématiques sont des constructions humaines représentant un consensus entre des communautés qui se définissent elles-mêmes. Pour eux, il n'y a pas de réalité mathématique, mais simplement un discours ayant ses propres règles, en particulier des règles de cohérence bien définies sur des champs sémantiques bien définis, mais aucun n'étant une réalité en soi. Je dois avouer ne pas connaître de mathématicien qui, à un certain moment de son travail, ne reconnaisse pas adopter un point de vue un peu platonicien. En effet, se demander si tel fait est vrai ou faux force ipso facto à poser la réalité de ce fait pour savoir de quoi on parle.

Le lien particulier à la vérité tient au fait que les énoncés mathématiques peuvent traverser les siècles, transcender les cultures, et être aussi facilement transmissibles[1]. J'aborde là l'aspect déductif des mathématiques et du rôle central qu'y joue la notion de *démonstration.* Il s'agit d'une pierre angulaire de la discipline, qui exige rigueur et aussi effort pour prendre des distances par rapport à des conceptions personnelles ou locales. On touche là du doigt l'*aspiration à l'universel* des mathématiques. Du coup, dans cette science l'idéologie joue un rôle relativement limité. Cela ne veut pas dire qu'il n'y ait pas de mode, ou que le niveau de rigueur exigé par rapport à certains concepts ne puisse varier au cours de l'Histoire. *Les mathématiques sont une science qui peut assumer son histoire sans en rayer des pans entiers.* Ainsi elles vivent leur relation au temps d'une façon assez différente des autres disciplines. Ce fait a des conséquences très matérielles. Par exemple, les mathématiciens se battent pour avoir des bibliothèques possédant des documents qui ont plusieurs siècles. Il n'y a pratiquement pas d'autre science qui ait cette relation au passé. Certains chimistes considèrent que tout ce qui a plus de dix ans est absolument sans intérêt. Les mathématiciens consultent régulièrement des textes qui ont 50 ans, 100 ans, voire plus. Cela donne aux mathématiques une sorte de *dimension d'éternité.* Une discussion sérieuse de ce point demande des outils philosophiques plus élaborés que ceux utilisés ici.

Ce lien particulier à la vérité a une autre dimension qui, à mon avis, est à prendre sérieusement en considération sur le plan de la pédagogie et de la fonction que peuvent assumer les mathématiques dans l'enseignement. En effet, une fois qu'une personne (et cette personne peut être aussi bien un enseignant qu'un élève) a établi, ou compris une propriété, il se l'est d'une certaine façon appropriée, et cela lui donne un outil supplémenatire pour résister aux pressions extérieures qui s'appuieraient sur des arguments d'autorité. Deux composantes apparaissent ici en même temps : *la formation à l'esprit critique*[2], *l'indépendance de pensée.* Au niveau de l'enseignement, on se demande tout de suite s'il y a moins de différence dans la réceptivité aux mathématiques que, par exemple, à la littérature ou à d'autres disciplines, entre des enfants issus de milieux socialement défavorisés ou de milieux moins défavorisés ?

---

[1] Une des conséquences est que la communauté mathématique est une des plus internationales qui soit.

[2] Ainsi si lors d'une discussion mathématique un élève se rend compte que le professeur est dans l'erreur, l'élève a les outils, s'il a été formé comme il faut, pour exercer son esprit critique et faire remarquer que ce que l'on vient de lui dire n'est pas correct.

Autrement dit, le vécu par les élèves du contenu social serait-il plus faible en mathématiques que dans d'autres disciplines ? C'est un des éléments avancés pour justifier l'importance donnée à la sélection sur les mathématiques. Cette affirmation est sujette à discussion, même si elle n'est pas dénuée de tout fondement.

2.3. Le succès historique des mathématiques

Une dimension à laquelle je tiens beaucoup[3] est le très grand succès des mathématiques, en fait un des grands succès de l'histoire de la pensée humaine. C'est ainsi que l'héritage des mathématiciens du passé fait que l'on est finalement capable de *dire quelque chose de sensé sur l'infini*. Le grand tournant se trouve vers la fin du XVIIème siècle dans la période autour de Newton, Leibniz et quelques autres. Cette période est très importante car elle a servi de soubassement au développement de tout le mode de développement industriel des sociétés d'aujourd'hui. Sans le calcul différentiel inventé par Leibniz et Newton, il n'y aurait certainement pas eu la mécanique, et en fait l'industrie telle que l'on la connaît. Pour moi, il ne fait pas de doute, que les mathématiques, en tant que science, ont apporté des choses radicalement nouvelles que d'autres n'avaient pas apportées.

Evidemment, on pourrait dire beaucoup d'autres choses sur les spécificités des mathématiques. J'ai délibérément centré mon propos sur des spécificités qui me semblent avoir des répercussions directes sur l'enseignement et le métier d'enseignant.

3. La nouvelle relation à la société

Arrivons-en au troisième volet du triptyque qui sera plus développé. Si le titre vous paraît trop radical, on peut parler de *nouvelles occasions* offertes aux mathématiques dans la société.

3.1. Les mathématiques et les mathématiciens au XXème siècle

Commençons par parler des mathématiques au XXème siècle. C'est une période où les mathématiques (comme beaucoup d'autres sciences d'ailleurs) ont connu une explosion sans précédent. De très nombreux nouveaux théorèmes ont été obtenus. Certains sont très spectaculaires. Ils leur arrivent même dans certains pays de faire la une des journaux comme la démonstration du théorème de Fermat. Mais cette partie visible n'est qu'une infime partie d'une extraordinaire moisson de résultats. Pour donner une idée de l'évolution de la production mathématique, on peut se reporter aux bases de données bibliographiques qui recensent tous les nouveaux articles de recherche parus : dans les années 50, on en dénombre à peu près 5 000 par an, et dans les années 90, on arrive à 80 000 recensions par an. Voyez la croissance énorme entre les années 50 et les années 90 ! Cela n'a pu se produire que parce que le nombre de mathématiciens productifs a lui-même cru considérablement pendant la même période. Les chiffres sont assez difficiles à donner mais un point de repère intéressant est le nombre de mathématiciens assistant au Congrès International des Mathématiciens, le grand rendez-vous quadriennal des mathématiciens du monde entier : un des très grands congrès, le deuxième, a eu lieu à Paris en 1900, avec un peu plus de 150 participants ; le plus grand congrès, celui de Kyoto en 1990, a reçu entre 5 000 et 6 000 personnes.

Le nombre de mathématiciens actifs en recherche dans le monde est aujourd'hui de l'ordre de 50 000. Si on rapproche ce nombre du nombre d'articles publiés, cela donne une idée de la production moyenne évidemment avec des variations d'une personne à l'autre.

Pour vous donner un point de repère, on considère qu'il existe de par le monde environ un million de chercheurs en biologie. Cela donne une idée de la taille relative de ces deux communautés, avec les conséquences que vous imaginez sur la capacité des mathématiciens de faire comprendre leurs besoins spécifiques.

---

[3] parce que je crois que c'est un secret trop bien gardé.

Un autre évènement important pour le développement des mathématiques dans ce siècle est beaucoup plus qualitatif celui-là ; il s'agit de *la généralisation de l'usage de la méthode axiomatique*... au point d'en faire une caricature. Pour donner un exemple de cette évolution, il est intéressant de se reporter à l'apparition des géométries non-euclidiennes. Comme vous le savez, la recherche de la démonstration du postulat des parallèles d'Euclide a mobilisé, au cours des siècles, beaucoup d'énergies avant que, finalement, on admette qu'il y avait la place pour d'autres géométries[4]. Cela a débouché sur la découverte ou l'invention (suivant que vous soyez ou non platonicien) de géométries non euclidiennes par Lobatchevsky et indépendamment Janos Bolya. Lorsque ces nouvelles théories sont apparues, il y avait des résistances idéologiques énormes à les accepter, sous le prétexte que le monde qui nous entoure les démentait. D'ailleurs Lobatchevsky a passé du temps à essayer de voir, en faisant des mesures dans le ciel, si la géométrie de l'univers ne serait pas une géométrie non euclidienne. Il s'agissait pour lui, d'une certaine façon, de parachever son œuvre, en exhibant ces géométries dans la nature sensible. On peut donc dire que la confrontation d'un nouvel objet mathématique aux objets qui nous entourent était considéré comme une sorte de certificat de bonnes mœurs[5]. C'est Poincaré qui tourne la page définitivement et montre bien, comme il dit, que *"la géométrie euclidienne n'est pas plus vraie, ni plus fausse que les autres. Elle est simplement plus commode"* pour rendre compte du monde qui nous entoure. Il met donc clairement en évidence la différence entre la réalité qu'on modélise et ensuite la théorie mathématique qui fournit des modèles et des moyens de les analyser. La conséquence qui nous intéresse directement est le fait que les mathématiciens peuvent travailler en utilisant simplement des axiomes et en développant des théories de façon axiomatique sans se préoccuper a priori d'une adéquation au monde sensible.

Pourquoi mentionnè-je cette généralisation de la méthode axiomatique à ce moment ? Parce que ce développement a un impact sur l'enseignement. En effet la méthode axiomatique permet de faire un enseignement extrêmement rapide, spécialement à l'université. Cela permet d'amener très vite des étudiants qui travaillent bien au front de taille de la théorie. Si vous attendez qu'une familiarité avec beaucoup de notions soit acquise, vous allez avoir besoin de beaucoup plus de temps pour arriver à ce niveau. Il n'y a donc pas de doute que la généralisation de la méthode axiomatique a joué un rôle important dans l'explosion des connaissances mathématiques de ce siècle et dans le fait qu'on ait pu former aussi vite autant de mathématiciens. Il y a cependant un prix à payer à cette généralisation. Ce prix peut bien être un décrochage, car on court le risque de développer des mathématiques inintéressantes, tous les systèmes d'axiomes n'étant pas égaux entre eux : certaines structures sont plus riches que d'autres. Toute prévision en la matière est difficile et on peut se tromper dans les deux sens ; par exemple croire qu'une structure qu'on a introduite est d'une pauvreté qui la rend totalement inintéressante et se rendre compte plus tard qu'en fait elle contient des germes de quelque chose de passionnant, qui avait échappé à première vue.

3.2. Le couplage avec le progrès des moyens de calcul

Les années 70 et 80 sont les années d'apparition, d'émergence, puis de mise en place généralisée de moyens d'investigation nouveaux, liés au développement explosif des moyens de calcul fournis par les ordinateurs.

Quels sont les effets possibles sur les mathématiques ? J'en verrais quatre familles qui sont différentes car l'*impact de l'informatique sur les mathématiques* a beaucoup de facettes :

- d'abord il est devenu possible de *traiter une très grande quantité d'informations d'un seul coup* ; ainsi des domaines dans lesquels les mathématiques avaient énormément de peine pour pénétrer vont leur devenir accessibles ; c'est le cas par exemple pour les données

---

[4] c'est probablement C.F. Gauss qui a, le premier, pris conscience de ce fait.

[5] Il est très intéressant de voir que vers 1869-1879, dans les compte rendus de l'Académie des Sciences de Paris, on trouve des travaux présentant la preuve du postulat des parallèles révélant des réticences explicites vis à vis des géométries non euclidiennes ; ceci est en partie dû au chauvinisme, puisque toutes ces théories nouvelles avaient été faites hors de France notamment en l'Allemagne, avec laquelle la France allait être en guerre !

statistiques ; auparavant, après un travail très fastidieux de collecte, on ne pouvait plus travailler sur les données car on ne pouvait pas en faire grand chose ; du coup, se pose la question : quelles sont les informations pertinentes qu'on peut tirer d'une énorme quantité d'information ? Ce problème est de nature mathématique ;

- un autre aspect, important pour les mathématiciens, est de forcer à *une nouvelle réflexion sur les relations entre le fini et l'infini* ; les ordinateurs ne manipulent pas l'infini ; mais, ils donnent des outils pour aller regarder de très grands nombres, disons des nombres qui ont 100 000 chiffres au plus ; là, on commence à accéder à des nombres auxquels on n'avait absolument pas accès auparavant, d'où la grande stimulation de théories mathématiques dont, pendant un moment, certaines branches restaient bloquées par manque d'exemples comme la théorie des systèmes dynamiques ou la théorie des nombres ; c'est dans ce domaine que se trouve le champ d'action de la cryptographie, notamment les codes à clef publique, qui sont basés sur un problème difficile (et a priori de nature purement mathématique), à savoir déterminer si un nombre est premier ou non ;

- une troisième facette, dont l'impact au niveau de la visualisation d'objets mathématiques est important, a trait à *la possibilité de faire des opérations simples un très grand nombre de fois*. Il y a deux conséquences à ça : d'abord, la possibilité d'utiliser des algorithmes simples pour faire apparaître des objets très complexes. Un exemple typique est fourni par les fractals, structures incroyablement compliquées, engendrées par des programmes qui s'écrivent en quelques lignes d'un langage peu élaboré, parce que leur structure interne est la même à beaucoup d'échelles (on dit qu'ils sont auto-similaires) ;

- enfin un aspect évident a trait aux nouvelles possibilités de faire des calculs numériques pour trouver des solutions approchées d'équation. Un exemple typique est fourni par les modèles de prévision du temps.

Le développement de l'informatique a donc eu une répercussion profonde sur les mathématiques en donnant de nouveaux outils aux mathématiciens, en faisant accéder à l'outil mathématique des domaines dans lesquels les mathématiciens ne pouvaient pas pénétrer, et en donnant accès à des objets qui auparavant paraissaient purement pathologiques par leur complexité.

Ce qui a pu pendant un moment apparaître aux mathématiciens comme une menace s'est révélé une chance, car *plus d'informatique, cela veut dire plus de mathématiques*. Il y a souvent un malentendu sur les relations entre mathématiques, et informatique. N'entend-on pas *"on n'a plus besoin de mathématiciens, puisqu'on a des ordinateurs"*. Cette erreur d'appréciation mérite d'être dénoncée.

3.3. La pénétration des mathématiques dans la vie quotidienne

Maintenant, l'autre aspect, pour moi le plus important, est la pénétration des mathématiques dans de nombreux domaines de la vie quotidienne.

Ce phénomène est lié au développement de l'informatique, mais aussi à d'autres aspects de la société actuelle a priori non corrélés aux maths, mais qui donnent de nouvelles chances aux mathématiques qui se retrouvent à l'œuvre dans de nombreux objets de la vie courante. La présence des mathématiques y est souvent silencieuse parce qu'il est rare qu'elle touche à l'enveloppe extérieure.

Quels sont les faits nouveaux qui rendent ces mathématiques présentes, et pourquoi cette présence a quelque chose à voir avec l'enseignement ?

Un des faits nouveaux est la diffusion à un vaste public de technologies a priori complexes. On avait déjà au début de ce siècle l'usage d'objets sophistiqués comme le train, puis l'avion. Si la bicyclette est une invention diablement astucieuse, quand vous la démontez, vous savez exactement ce qu'il y a dedans. Une calculette, ce n'est déjà plus le cas, parce qu'il y a miniaturisation et que les mécanismes de base sont moins simples à assimiler. On a maintenant dans sa poche en gros ce qui occupait il y a une peu moins de 50 ans une pièce d'une centaine de mètres cubes. Les effets de réduction d'échelle sont donc absolument saisissants.

Les citoyens d'aujourd'hui ont à leur disposition des technologies de diffusion générale extrêmement complexes (au-delà des calculettes, on peut citer les voitures, les téléviseurs, les lecteurs de disques laser, etc.). Dans nos sociétés industrielles, grâce à une massification des productions, il est possible de produire à très faible coût, donc accessibles à un très grand nombre de gens, des objets extrêmement complexes.

Ce fait met tout de suite le doigt sur un des grands dilemmes de l'école : *doit-on enseigner ce qui est simple ou ce qui est complexe ?* Ce problème n'est pas nouveau car ce qu'on a devant soi apparaît en général comme très complexe : en regardant les planètes, la similarité avec les expériences de gravité que l'on fait à la surface de la Terre ne saute pas aux yeux. D'où la question : doit-on cacher les faits complexes en se ramenant aux faits simples, tout en sachant que, pour trouver des faits simples, il faut un effort intellectuel absolument prodigieux ? Doit-on seulement apprendre à se servir des objets complexes, et surtout ne pas dire comment ils marchent. Par exemple par rapport au consensus existant un peu partout dans le monde sur l'apprentissage des opérations élémentaires à l'école élémentaire, la question de l'augmentation des performances des calculettes pose forcément une interrogation. Mon point est qu'il n'est pas possible de négliger la question du sens de ce que l'on fait en appuyant sur les touches, et donc que l'apprentissage pratique passe inévitablement par un apprentissage des mathématiques sous-jacentes.

3.4. La notion de produit industriel

La société d'aujourd'hui est dominée par la notion de produit. Cela signifie que presque toutce qui nous entoure a été défini d'une façon bien précise. Les objets doivent remplir des fonctions et ont une définition économique qui les fait répondre à un marché. Une des conséquences est que l'on sait qu'il est peu probable que nous retrouverons les mêmes objet dans cinq ans ou dans dix ans. C'est le cas pour les modèles de voiture. De même, si votre téléviseur en noir et blanc vous convenait, il devient de plus en plus difficile de voir des programmes en noir et blanc et vous pouvez rencontrer des problèmes analogues avec votre appareil de photo.

Plus grave, si vous vous intéressez comme les mathématiciens à préserver des archives, vous êtes face au problème des systèmes qui vous permettent de les lire. Comment être sûr que dans dix ans ou dans cent ans, ces archives seront encore lisibles. Qui va assurer la maintenance de ces bases de données rendues électroniques ?

La notion de produit contient en elle-même le fait qu'il est fabriqué pour une durée de vie limitée. Cela crée une relation aux objets tout à fait différente, et fait de leur présentation au titre de la leçon de choses une question qui peut être controversée.

3.5. Vers une société de communication

C'est un truisme de dire que nous passons à *une société de communication.* Quelles sont les conséquences pour notre propos ?

D'abord, les informations sont accessibles beaucoup plus largement qu'auparavant. Éventuellement, on passe d'un sevrage d'information, au contraire, à un déluge d'informations. Apprendre à naviguer dans un monde surinformé n'est pas chose facile. Pour qu'une information soit vraiment utile, il faut qu'elle soit sure. Devant la quantité, on n'a pas les moyens de vérifier toute l'information qu'on manipule. Face à ce déluge d'informations, on peut craindre une perte d'esprit critique, une diminution de la capacité à élaborer sa propre information. Le passage à une société de communication a l'effet potentiel de créer un nouveau pouvoir qui serait entre les mains des gens dont le métier est de produire l'information, alors qu'il est vital que le citoyen soit capable de rassembler des informations nécessaires à se former son opinion et de faire des choix. Par rapport à ce processus, l'école a un grand rôle à jouer, en donnant sa place à une formation à la communication. Ce problème me semble très sérieux, et à propos de la contribution des mathématiques à la formation de l'esprit critique, le fait qu'elles aient une relation particulière à la vérité ne peut pas être tout à fait indifférent.

3.6. Vers une réalité virtuelle ?

On voit en ce moment l'émergence *d'une sorte de réalité virtuelle* avec l'apparition de possibilités de travail à distance par le réseau Internet par exemple. Mais cela va prendre d'autres formes qui, presque toutes, vont nécessiter que l'on s'appuie sur une information recueillie par des capteurs auxquels on doit se fier jusqu'à un certain point (il n'est plus exclu d'envisager des opérations médicales à distance par un chirurgien virtuel). Cela nous ramène à une question que nous avons effleurée : qu'est-ce que la réalité ?

3.7. Quelques exemples de présence des mathématiques dans la société qui nous entoure

Donnons quelques exemples explicites de présence des mathématiques dans la société qui nous entoure. Il n'est pas question d'être exhaustif. C'est un choix personnel, et d'autres meilleurs sont sûrement possibles. Ce qui importe est leur diversité, et le fait qu'ils sont le plus souvent un secret bien gardé.

3.7.1. Les systèmes complexes

Dans les sociétés modernes nous sommes constamment confrontés à des *systèmes complexes*, au point de faire de ce fait l'une des caractéristiques de nos sociétés. De nombreux mécanismes ont été mis en place pour réguler tout un tas de mécanismes.

L'organisation sociale du travail donne de nombreux exemples de cela par le jeu des cotisations pour la sécurité sociale, pour les assurances chômage. Devant la montée du chômage, l'État donne de l'argent aux entreprises pour qu'elles embauchent des chômeurs. Il devient dès lors difficile de mesurer l'impact que va avoir une nouvelle disposition. Le pilotage du système devient extrêmement délicat. Il est donc indispensable que ces organisations très complexes soient analysées, que les phénomènes de bouclage soient identifiés et que les divers couplages qui apparaissent soient interprétés. C'est un travail dont le contenu mathématique est en fait très élaboré, même si les mathématiques interviennent au côté de l'économie, de la sociologie, de la géographie dans l'étude de telles situations.

3.7.2. Les systèmes biologiques

Un autre exemple de systèmes connus pour leur complexité sont les *systèmes biologiques*. Ce domaine a connu une expansion extraordinaire au XX ème siècle, avec la découverte de la clef d'un certain nombre de mécanismes fondamentaux comme la structure de l'ADN. Cette structure est finalement régie par un alphabet, donne accès à des informations génétiques, qui permettront de donner la cause de telle malformation, de telle maladie ou de telle conformation. Agir sur ces systèmes nécessite de stocker des quantités d'information formidables. De ce point de vue le projet de cartographie du génome humain n'est pas seulement une prouesse biologique fabuleuse, mais aussi un défi mathématique et informatique car structurer l'information stockée est un problème mathématique.

3.7.3. Les systèmes de télécommunication

Un autre domaine qui connaît des développements fulgurants est celui des *systèmes de télécommunication*. Ce que nous en voyons ne nous fait jamais penser aux mathématiques : on pense aux câbles, aux machines, aux puces électroniques qu'ils contiennent, et pourtant ces objets matériels ne fonctionnent comme ils le font que parce qu'ils utilisent des mathématiques, et souvent des mathématiques sophistiquées de développement récent. En effet ce qui fait la performance d'un système de télécommunication est sa capacité à transmettre beaucoup d'information de la façon la plus fiable possible, et pour cela il utilise des *codes correcteurs* *d'erreur* ou des *algorithmes de compactage de données*, qui sont essentiellement des concentrés de mathématiques. Comprimer les données répond à des exigences économiques, mais aussi à la nécessité de transporter toute l'information requise pour transmettre des images de qualité suffisante à une vitesse suffisante pour recréer l'illusion du mouvement continu (les fameuses 25 images par seconde). Tout cela bien sûr en se débarrassant de tous les parasites qui ne manquent pas d'abîmer le signal que l'on transmet.

Un autre aspect du codage tient aussi à la volonté d'assurer la confidentialité de l'information transmise, d'où l'utilisation de codes difficiles à casser. Là encore, informatique oblige, on travaille presque tout le temps sur des données discrétisées, on dit digitalisées. Pour la musique, on parle aujourd'hui de *son numérique*. Un lecteur laser porte le nom d'un objet né de la physique moderne, mais il contient tout autant des mathématiques modernes.

3.7.4. Le traitement des données

Des transformations auxquelles nous sommes confrontés tous les jours concernent la *saisie des données*. Au supermarché, nous ne sommes plus étonnés de ne plus voir quelqu'un taper le prix des articles achetés, mais simplement de faire lire un code barre à un dispositif optique. Le gain principal pour le magasin n'est pas le temps gagné à taper le prix, mais que ce faisant est remplie en même temps la fonction de magasinage. Le gérant sait exactement ce qui sort du magasin (en étant payé, car cela ne s'applique aux objets volés !) Ce remplacement de l'objet par un nombre n'a été rendu possible que par la capacité récemment acquise de traiter des quantités de données énormes. Là encore, le processus de reconnaissance des barres est fondé sur un processus qui est essentiellement mathématique.

3.7.5. Les sondages

Un autre exemple de présence des mathématiques dans la société a trait aux *sondages*. Nous en sommes abreuvés à longueur de journée, quelquefois jusqu'à la nausée. L'école doit remplir une mission éducatrice à cet égard en montrant qu'en demandant leur opinion à un certain nombre de gens bien choisis, il est effectivement possible de refléter une opinion moyenne, mais avec une certaine marge d'erreur. Cet apprentissage est très important car, si on n'y prend garde, les sondages peuvent devenir des outils dangereux, pas seulement en politique, mais aussi dans la vie économique. En effet une entreprise ne lance jamais un produit, sans s'assurer au préalable qu'il y a un marché pour ce produit, et pour cela elle a recours aux sondages.

Il me semble important de montrer qu'il y a des mathématiques sérieuses, rigoureuses derrière en accompagnant cette formation d'une mise en alerte de l'esprit critique, car une information scientifique s'accompagne nécessairement des conditions de son élaboration et des marges d'incertitude qu'elles engendrent.

3.7.6. Automatique et systèmes asservis

Un autre champ où des mathématiques sont impliquées par le biais de ce que l'on appelle *l'automatique* est le pilotage des avions. Là encore les mathématiques sont en interface avec de la mécanique, de la physique, mais ce qui le contrôle, est en fait un programme et ce programme est un programme incorporant des mathématiques élaborées, datant au plus de 35 à 40 ans.

Nous sommes en fait entourés de *systèmes asservis*. Cela va des ascenseurs aux satellites de télévision.. Un satellite est bien sûr d'abord un objet, mais il est aussi la réservation d'une certaine portion de l'espace interstellaire dont il n'a pas le droit d'en sortir, sauf à encourir des pénalités. Donc, il y a des gens dont le métier est de piloter des satellites. Le travail de ces techniciens consiste essentiellement à mettre en œuvre des programmes dont le contenu est presque exclusivement mathématique, et le plus souvent des mathématiques récentes.

Un autre fait important, et pourtant souvent caché : tous les systèmes de transport, à part la voiture individuelle, sont, en fait, *des systèmes d'approvisionnement*. Quand vous montez dans un train ou dans un avion, il y a un objet physique devant vous, mais la compagnie a dû beaucoup travailler pour qu'à l'heure où vous êtes et à l'endroit où vous êtes, il y ait effectivement le véhicule qui a la dimension qu'il faut pour que vous puissiez monter dedans , tout en coûtant le moins possible à la compagnie, et ça n'est pas simple car il s'agit d'un système complexe. Là encore, tout cela repose sur des programmes mathématiques complexes, ce qu'on appelle essentiellement *"la théorie des graphes"*. Les magasins rencontrent des problèmes de même nature.

3.7.7. Optimisation des formes

Un autre domaine dans lequel il y a des quantités de mathématiques pas négligeables du tout, est ce qu'on appelle *l'optimisation des formes*. On en voit les effets constamment autour de nous. La partie la plus spectaculaire a trait à l'aérodynamisme des voitures ou des avions, pour économiser de l'énergie.

Mais on pourrait donner beaucoup d'autres exemples : les cocottes-minute sont aussi optimisées... Pratiquement, presque tous les objets modernes ont une forme qui est optimisée, à la fois pour des raisons esthétiques, pour réduire les coûts de fabrication, et pour augmenter la résistance matérielle de ces objets. Un exemple intéressant parce qu'il fait appel à des mathématiques élaborées récemment concerne les points d'ancrage de la suspension d'une voiture sur le châssis.

On pourrait aussi donner l'exemple du formage des pare-brise de voiture, qui sont maintenant souvent courbés dans les deux dimensions. Fabriquer de tels pare-brise est une opération complexe parce qu'ils doivent être coulés à plat, puis formés. Déterminer le contour à plat est une opération assez complexe qui mobilise des mathématiques intéressantes.

3.7.8. Les produits bancaires et les assurances

Les exemples que l'on vient de donner sont pris dans des domaines assez divers, ce qui assure une grande richesse, mais en même temps distingue les mathématiques d'autres sciences comme la chimie, voire la physique, pour lesquelles on peut identifier un secteur industriel qui peut se reconnaît en elles. Dans le cas des mathématiques, il n'en est rien. En fait, les secteurs qui s'en rapprochent le plus sont la banque et les assurances.

L'intensification du lien des mathématiques avec ces secteurs est dû à plusieurs facteurs : l'un est général, et tient à ce qu'on est capable de traiter des quantités d'informations de plus en plus grandes et de plus en plus vite ; l'autre est lié à la simultanéité d'ouverture des marchés dans le monde entier ce qui accroît beaucoup le champ d'opérations possibles pour les banquiers ; un troisième est lié à la pénurie de capitaux dans le monde entier qui incite les structures financières à redoubler d'activités et, donc, à créer des produits financiers nouveaux.

Ces nouvelles façons de faire de la banque la rapproche de plus en plus de l'assurance. Un exemple typique de cette évolution est l'apparition des *options d'achats*. Il s'agit d'engagement à acheter une quantité de produits donnés à une date donnée, et à un prix fixé par un mécanisme précisé dans le contrat, et souvent indexé sur des indicateurs officiels. Mesurer les risques accompagnant de tels marchés est très compliqué. Il est indispensable d'utiliser des probabilités, pour se garantir contre des évolutions inattendues. Ce besoin a amené beaucoup de banquiers à recruter massivement des mathématiciens pour gérer en temps réel ces opérations.

Dans le secteur des assurances, les produits vendus sont de plus en plus complexes. Chaque assureur cherche à offrir un service qui soit le mieux adapté à toute une gamme de clientèles (il lui faut ensuite convaincre que c'est bien le produit que le client recherche) ; comme il doit nécessairement y trouver aussi sa part, il doit procéder à une étude sérieuse des risques, tout en s'assurant qu'il va ainsi draîner un nombre suffisant de clients. Cette adéquation entre une couverture pour l'assureur et un meilleur service pour l'assuré a amené un très grand développement de la théorie des assurances au point où l'on voit apparaître dans beaucoup d'établissements d'enseignement supérieur dans le monde des chaires d'actuaires, financées par les compagnies d'assurances.

Cette sophistication est déjà visible du grand public dans le fait que les informations qu'on met à sa disposition sont de plus en plus sophistiquées (faites-vous la main par exemple sur la notion de taux actuariel brut).

3.7.9. Les statistiques

Enfin la dernière catégorie qu'il convient de mentionner, toujours pour faire écho à différentes dimensions que j'avais déjà évoquées, ce sont les *statistiques*. L'importance qu'elles ont prises dans le monde d'aujourd'hui est liée à la capacité que nous possédons maintenant de manipuler de très grandes quantités d'informations. Maintenant, on peut vraiment les utiliser beaucoup et on peut être tenté de faire dire à des statistiques ce qui arrange celui qui les contrôle. En cela nous rejoignons ce qui a été dit sur les sondages. Il faut donc apprendre à ne pas se laisser manipuler par les statistiques.

Conclusion

En guise de *bilan*, partant du tryptique présenté dans ces notes de conférence, l'objectif principal (parce que si on arrivait à atteindre celui-là, les autres seraient plus faciles à atteindre) me semble être *de faire percevoir que les mathématiques sont une science vivante.*

Pour cela il n'y a pas de solution universelle. Il faut certainement créer plus d'occasions de s'adresser à un public large en faisant des exposés. en étant plus présent dans les moyens audio-visuels, à la radio, à la télévision. J'ai tenté ma chance après d'autres. La tâche n'est pas si rébarbative, mais il faut sans cesse renouveler les initiatives.

Sur le plan de l'école, il est souhaitable de faire admettre l'idée que dans les leçons de choses, il doit y avoir des objets contenant des mathématiques, ce qui signifie qu'il ne faut pas exclure de parler des objets complexes. Il faut arriver à faire percevoir que ce qu'on appelle l'abstraction peut être en action dans des produits et dans des objets.

Une autre idée simple est qu'aujourd'hui il existe des produits mathématiques. Ceci a pour conséquence que les mathématiques sont présentes autour de nous sous beaucoup de déguisements. Cela doit permettre de lever le malentendu sur le mot "abstraction". Un algorithme n'épuise pas les objets mathématiques qui lui ont donné naissance.

Enfin, pour revenir sur l'idée de citoyenneté, le discours de prosélyte que j'ai tenu ne doit pas cacher le fait que les sciences ne sont pas la solution à tout, que les mathématiques ont leur limite comme tout le reste et que comprendre leur limite fait partie de la démarche scientifique. La notion de modèle est d'un usage tellement généralisé dans la société dans laquelle nous vivons qu'il me semble indispensable de faire réfléchir sur sa nature et de la faire toucher du doigt par les élèves.

Enfin, ne vous méprenez pas sur mon discours : il ne signifie pas du tout que les mathématiques dominent la connaissance. Pour armer les citoyens du XXIème siècle, il est indispensable de bien connaître leur présence, mais aussi de bien connaître leurs limites ; pour le moment, nous ne sommes pas très bien armés pour faire cela car les mathématiciens ont trop longtemps négligé cet aspect de leur discipline. Les documents utiles pour cet exercice sont encore trop rares, et mon plaidoyer a aussi pour but de vous inciter à en fabriquer beaucoup pour des situations pédagogiques très diverses.

Les mathématiques restent une des grandes aventures créatrices. Elles sont bien vivantes, et plus diverses que jamais, et les talents qui permettent de réussir comme mathématicien sont aussi plus divers. Pour faire comprendre cela aussi, une bonne connexion avec le monde enseignant est fondamentale, car une des fonctions fondamentales de l'enseignement est de faire rêver et d'émerveiller.

Enseignement des mathématiques et psychologie du développement cognitif : quels rapports ?

CONFERENCE :
Jean Brun
Professeur Honoraire
Université de Genève
SUISSE.

Résumé

Les rapports entre la psychologie du développement cognitif et l'enseignement des mathématiques ont singulièrement évolué avec l'apparition de la didactique des mathématiques. L'analyse faite ici repose sur trois points :
- elle récuse une visée purement "applicationniste" de la psychologie du développement cognitif
- elle resitue l'apport de Piaget dans sa dimension proprement épistémologique
- elle place la théorie des champs conceptuels de Vergnaud au coeur de rapports renouvelés entre la psychologie du développement cognitif et l'enseignement des mathématiques.

J'essayerai au cours de cet exposé de tracer à grands traits la trajectoire suivie par la psychologie du développement cognitif dans ses rapports avec l'enseignement des mathématiques et ceci à travers une revue de travaux. Tenant pour acquis que le développement cognitif a à voir, d'une manière ou d'une autre, avec l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques, mon exposé concerne différents modes sur lesquels ces domaines se conjuguent. J'en distinguerai trois principaux : l'information, l'application prescriptive et l'insertion du développement cognitif au sein de la didactique des mathématiques.

1. Depuis longtemps des psychologues intéressés à l'éducation pensent que leur rôle est de présenter aussi clairement que possible aux pédagogues les faits majeurs et les théories de la psychologie générale pour qu'ils les utilisent à bon escient dans l'enseignement. C'est la position que j'appelle d'information. C'est sous la responsabilité de l'enseignant que le rapport entre enseignement et développement cognitif s'opère, s'il y a lieu. Ce mode de relation avec le savoir de la psychologie est nécessaire de mon point de vue, comme il l'est au sujet d'autres savoirs de référence utiles à l'enseignant. Je ne m'arrête pas sur ce point.

2. Le deuxième mode de relation concerne le savoir psychologique d'une part et un savoir pédagogique en voie de constitution d'autre part: le savoir scientifique général du premier est alors utilisé pour concevoir des normes d'enseignement.

2.1. Prenons d'abord ce mouvement sous son aspect le plus général.

Au début du siècle, le point de vue de l'éducation nouvelle et celui de la psychologie scientifique naissante considèrent les lois du développement cognitif comme lois de nature. L'éducation et l'enseignement consistent essentiellement à les suivre. L'école viendrait en quelque sorte comme un appoint pour entretenir le développement naturel, à la manière du jardinier qui arrose ses plantes pour les faire pousser. La métaphore a beaucoup servi et a permis à ceux qui adoptent ce rapport d'application de la psychologie à l'enseignement de préconiser la reproduction à l'école des conditions naturelles de développement, et de minorer l'enseignement à proprement parler.

Les travaux de Claparède marquent une étape importante dans la subordination de l'enseignement à la connaissance des lois du développement de l'enfant. J'ai cherché dans l'inventaire dressé par Hameline des "Courants et contre-courants dans la pédagogie contemporaine" (1986) le rôle joué par la psychologie scientifique de l'époque sur les mouvements de la pédagogie nouvelle. Hameline écrit : "Les sciences nouvelles ne donnent pas seulement à connaître les choses humaines sous un jour nouveau, elles sont mobilisatrices, offrant motifs et moyens d'action, et ces moyens sont inouïs dont le siècle sera convié à mesurer l'ampleur. Ainsi la révolution qu'instaure la psychologie dans la connaissance de l'enfance est aux yeux de Claparède un tournant qu'il n'hésite pas à qualifier de "copernicien".

Et, de son côté, Emile Durkheim voit, dans la généralisation de la connaissance sociologique, le levier qui, par une meilleure appréhension de ce qui détermine une société à être ce qu'elle est, permettra de dégager le projet qui la transforme" (p.81). Et plus loin Hameline note : "Les sciences humaines sont résolument contestataires d'un ordre ancien des choses ; elles sont émancipatrices. De ce fait, elles mettent en place, sous le discours du constat, un nouveau régime de la prescription et d'une prescription d'autant plus intimidante qu'elle s'y pare des prestiges de la science" (p.82). Il prend l'exemple les travaux de Piaget sur le Jugement moral qui seront repris par les pédagogues : "Il "va de soi" que cette morale de l'enfance active et solidaire, née de l'autonomie et la favorisant, ne peut être que supérieure à celle qu'engendre la dépendance à l'adulte et à l'institution qu'il représente". Constat de psychologue ? Sans doute. Mais, en même temps, confirmation des thèses que, dans ces mêmes années vingt, les pédagogues de l'Institut Jean-Jacques Rousseau tentent d'accréditer, non sans prosélytisme ni propagande, comme étant tout à la fois conclusions vérifiables de la science de l'enfant et prescriptions légitimes d'une morale basée sur la prise en compte de la nature humaine justement estimée à la constance de ses normes" (p.83).

C'est sur le mode de l'évidence que l'on pense tirer un bon mode d'emploi d'une conception scientifique du développement de l'enfant. La recherche sur l'enseignement s'entend alors comme une quête sans cesse renouvelée d'une meilleure théorie dont on pourra déduire une meilleure pratique. Le processus argumentaire se décline sur le mode décrit par Charbonnel (1993) : dénonciation des pratiques en vigueur, explication de ces pratiques par la fausseté de leurs bases théoriques, apports théoriques exacts sur le développement de l'enfant pour fonder une action nécessairement juste et bénéfique. Les théories psychologiques sont alors happées par les besoins de prescription de la pédagogie. Elles n'en demandent souvent pas tant, car, à l'origine, ces théories ne sont pas des théories de l'enseignement. Pour le devenir, elles sont transformées par le présupppposé implicite que l'action, l'intervention, sont au principe même de la lecture qu'on en fait, lecture guidée par la recherche de prescriptions : N. Charbonnel (1993) précise ceci lorsqu'elle écrit : "Notre thèse à nous n'est pas tant que les conceptions font agir d'une certaine façon, mais bien plutôt que, en pédagogie, les actions (à prescrire) font concevoir (ou plutôt exprimer comme si l'on concevait) les choses d'une certaine façon" (p. 63).

On constate très vite d'ailleurs, en retour et comment s'étonner, un phénomène caractéristique, celui de mises au point et même d'accusations d'incompréhensions qui se manifestent de la part des auteurs des théories de référence. Le processus effectif semble donc plutôt être le suivant: application d'une théorie de référence, bienveillance ou encouragement, reprise de distances ou conflit.

Je cite à nouveau Hameline : "Quand en 1919, Edouard Claparède plaidait pour la révolution copernicienne qui ferait désormais tourner le programme autour de l'enfant et non s'exténuer l'enfant autour du programme, il entendait rendre l'instruction des petits d'hommes aux exigences fonctionnelles des lois de la psychologie".

Et, il s'ensuivra en 1923, sous la plume du même Claparède, une lumineuse mise au point sur l'écolier actif que ce psychologue prend bien soin de distinguer de l'enfant simplement en mouvement, a fortiori de l'enfant agité ou errant d'une tâche à l'autre au nom d'un bon plaisir dont le maître devient l'obséquieux serviteur. Le fondateur de "l'éducation fonctionnelle" prend bien soin de dénoncer haut et fort ces déviations perverses de la psychopédagogie" (1986, 116-117). On trouvera le même phénomène à propos du recours à la théorie piagétienne à l'occasion de la réforme des mathématiques modernes. Il faudra alors rappeler que action n'équivaut pas à manipulation d'objets ou bricolages, etc.

Ce n'est bien sûr pas la nécessité d'une théorie que je remets en question, c'est le mode d'évidence sur lequel la psychologie serait une science déductive pour l'enseignement. Cette évidence est à interroger. Ma position sera de concevoir comment se présente le cognitif au sein même de l'enseignement.

2.2. Voyons donc de plus près ce mouvement applicationniste pour ce qui concerne l'enseignement des mathématiques.

Il s'est exprimé, tout particulièrement, à l'occasion des réformes des années soixante. Johsua et Dupin (1993) parlent à leur propos d'une "illusion romantique" qu'ils décrivent en ces termes : "cette illusion concernait "la manière dont les élèves apprennent"... (Elle) venait de plus loin, mais connut un puissant développement à cette époque. Comme la plante, qui grandit "toute seule" si elle est placée dans un bon environnement, le mouvement spontané de l'évolution cognitive d'un élève y était considéré comme devant le mener directement à la connaissance scientifique, les seules difficultés sur cette voie tenant à l'archaïsme des pédagogues et à la "coupure d'avec la vie réelle", au formalisme, au dogmatisme critiqués sans relâche" (p.1-2).

Un effet du rapport applicationniste de la psychologie du développement de l'enfant à l'enseignement est d'ôter toute responsabilité vis-à-vis du savoir, c'est-à-dire toute responsabilité didactique à propos d'objets d'enseignement qui se révèlent difficiles.

R. Floris (1996) a très bien pointé ce phénomène au sujet de l'enseignement de la géométrie. Il cite un rapport d'une institution de recherche psychopédagogique qui s'exprime ainsi:
"Différents arguments, d'ordre pédagogique aussi bien que psychologique ou historique, semblent indiquer que la géométrie constitue une voie privilégiée pour accéder à cet univers en apparence aride (et aux yeux de beaucoup hostile) qu'est celui du raisonnement mathématique. C'est notamment le lien quasi inévitable que la géométrie établit entre représentation et opérations abstraites d'une part, représentations et actions "concrètes" d'autre part, qui nous semble constituer sa caractéristique la plus remarquable. En effet, dans la plupart des cas, l'élève peut opérer avec le support auxiliaire d'une figure ou d'un objet, qui permettent plus facilement de repérer les éléments à traiter, de les comparer, de les combiner, etc..., ou d'envisager différentes formes de vérification et de contrôle".

Selon ce point de vue, nous considérons d'emblée comme dépourvue d'intérêt pédagogique (au moins dans la phase initiale de l'apprentissage) l'idée selon laquelle le dessin d'une droite n'est pas une droite, le dessin d'un carré n'est pas un carré, etc. En adoptant une perspective plus proche de la situation de l'apprenant que des exigences formelles de la discipline, nous considérons que, pour l'élève débutant, le dessin du carré est un carré, les propriétés mises en évidence à l'aide du dessin sont les propriétés du carré, etc. A partir d'une telle approche, et par une démarche d'abstraction progressive, l'élève parviendra peu à peu à considérer le carré et ses attributs comme ayant une existence et un statut indépendants de tel ou tel dessin particulier, représentation imparfaite de l'objet géométrique abstrait et "idéal" (Pini G., Lorenz G. et Emery A. "Connaissances des élèves en géométrie à la fin du cycle d'orientation" CRPP, DIP Genève, 1993. Cité par R. Floris : Qui a tué la géométrie à l'école ? Enquête didactique, de la noosphère à la classe. Mémoire de Diplôme d'Etudes Supérieures, Fapse, Université de Genève, 1996).

On voit que le processus d'abstraction est chargé de résoudre des problèmes que rencontre l'enseignement, sans que celui-ci ait à penser plus particulièrement les obstacles rencontrés. A noter en plus ici la transformation de la théorie de référence en un empirisme passe-partout: du concret à l'abstrait.

2.3. Parmi les modèles généraux du développement cognitif il convient de situer et de caractériser la position originale de Piaget, à qui se voit souvent dévolu le rôle de pourvoyeur d'un modèle général pour des questions relevant de l'enseignement des mathématiques.

On sait que Piaget se défendait d'être pédagogue. Cependant, il a participé activement à la CIEAEM et lors du colloque de La Rochette organisé en 1952, sept ans donc avant le fameux colloque de Royaumont, il présente sa thèse de la parenté entre les structures-mères de Bourbaki et les structures opératoires qui caractérisent le développement de l'intelligence. Cette conférence est publiée en 1955 dans un ouvrage collectif de Piaget, Beth, Lichnerowicz, Choquet, Gattegno, intitulé "L'enseignement des mathématiques".

Un second texte de Piaget sur l'enseignement des mathématiques figure dans son ouvrage "Psychologie et Pédagogie" et date de 1965. Dans un chapitre intitulé "L'évolution de quelques branches d'enseignement" il consacre un paragraphe à "La didactique des mathématiques" (p.68-77).

Un troisième texte de Piaget sur l'enseignement des mathématiques a pour contexte à nouveau le congrès de la CIEAEM, en 1972, où sa conférence est lue; elle est publiée dans la revue Math-Ecole dans son numéro 58 de mai 1973.

Enfin un "entretien avec Piaget" publié en 1976 par la Revue Française de Pédagogie constitue une mise au point à propos de l'utilisation de sa théorie dans la réforme des maths modernes. On a ici la manifestation du phénomène de mise au point évoqué plus haut.

La lecture de ces articles frappe par le fait que s'agissant de textes dits pédagogiques, Piaget ne parle pratiquement pas de pédagogie! Il profite de ces textes pour parler d'épistémologie!

Ces articles sont pour l'essentiel des rappels de ses thèses sur l'épistémologie des mathématiques exposées plus largement dans Logique et Connaissance Scientifique (1967). Dans cet ouvrage, au paragraphe intitulé "L'alternance de réalisme et de constructivisme dans les interprétations historiques de la nature des objets mathématiques", le problème traité est le suivant :
"Si le propre des "êtres" mathématiques est que l'on n'est parvenu à s'entendre ni sur leur nature ni sur leur localisation (pour ainsi parler) par rapport aux autres plans de réalité, il est alors une possibilité qu'il convient de laisser ouverte dès le départ: c'est que non seulement ils ne consistent pas en "êtres" comme les autres, mais encore qu'ils ne constituent peut-être pas des "êtres" du tout. Il importe donc de se demander d'abord, à leur sujet, si le primat de l'être s'impose avec nécessité pour définir l'objet d'une science ou s'il faut réserver l'éventualité d'autres modes d'objectivité, selon lesquels l'être serait toujours relatif à des opérations, à des transformations ou à des constructions".

Or, à examiner les multiples manières dont les mathématiciens ont conçu dans l'histoire l'objet de leur science, ce qu'on trouve est moins une loi simple d'évolution qu'une série d'alternances entre le primat de l'être, dû au fait que le résultat d'une construction finit toujours par sembler exister indépendammnet d'elle et la prise de conscience de la construction elle-même (ces alternances n'excluant d'ailleurs pas une vection générale dont elles ne marqueraient alors que les oscillations)" (556-557).

Et, du point de vue génétique:
"Les données génétiques fournies dans un chapitre précédent nous ont montré suffisamment, sans qu'il soit nécessaire d'y revenir, en quoi les structures mères de Bourbaki étaient profondément enracinées dans le fonctionnement naturel de l'intelligence" (564).

Piaget résume dans Logique et Connaissance Scientifique sa position ainsi : "on peut considérer les mathématiques comme un système de constructions s'appuyant également en leurs points de départ sur les coordinations des actions et des opérations du sujet, et procédant par une succession d'abstractions réfléchissantes de niveaux toujours plus élevés" (p.405).

Cette position est connue sous le nom de constructivisme épistémologique, qu'il convient de distinguer d'un constructivisme pédagogique devenu quelque peu passe-partout et qui, parfois, se ramène à la simple pédagogie active.

Comment définir le constructivisme épistémologique ?

a). D'abord ne pas oublier qu'il a pour objet la création de nouvelles connaissances.
b).Ces connaissances nouvelles sont le résultat d'une construction endogène et c'est l'activité du sujet qui est au centre de la construction.

c).Enfin la pensée se resaisit sans cesse elle-même en se prenant comme objet de réflexion, par l'intermédiaire du mécanisme d'abstraction réfléchissante : les coordinations nouvelles sont réfléchies à partir des anciennes ; les coordinations d'actions, puis les opérations et les structures deviennent objets de pensée.

C'est cette thèse que Piaget expose dans ses différents textes sur l'enseignement des mathématiques, comme si l'essentiel de son propos, et c'est ainsi que je le comprends, était de mettre au principe de toute réflexion sur l'enseignement, et même exclusivement, une réflexion épistémologique. Son texte de 1955 est sans doute le plus explicite de ce point de vue avec cette entrée en matière : "Qu'on se place au point de vue pratique du pédagogue chargé d'enseigner les vérités mathématiques ou au point de vue théorique de l'épistémologiste réfléchissant sur la nature des êtres mathématiques, le problème central semble être dans les deux cas de savoir si les connexions mathématiques sont engendrées par l'activité de l'intelligence ou si celle-ci découvre celles-là comme une réalité extérieure et toute faite" (p.12).

Du choix de l'une ou l'autre solution on ne déduit pas comment enseigner, mais on pose différemment les problèmes d'enseignement des mathématiques.

De même le texte de 1972 commence ainsi :
"L'orientation que l'on compte assigner à l'éducation mathématique dépend naturellement de l'interprétation que l'on adopte de la formation psychologique ou de l'acquisition des opérations et des structures logico-mathématiques, mais elle dépend tout autant de la signification épistémologique qu'on leur attribue, les deux questions de leur psychogenèse et de leur épistémologie étant d'ailleurs liées de près"(p.1).

Puis, il développe sa thèse constructiviste à partir des actions et de leur organisation en schèmes. Ensuite l'essentiel de son propos consiste à convaincre les mathématiciens que l'action n'est pas un obstacle, mais au contraire prépare l'abstraction et la déduction :
"Or la répugnance des maîtres de mathématiques à l'égard de toute action ou expérience matérielles est très compréhensible : ils y voient une sorte d'appel à des propriétés physiques et craignent que les constatations empiriques ne nuisent au développement de l'esprit déductif et purement rationnel qui caractérisent leur discipline. Mais en fait il y a là un malentendu fondamental et l'analyse psychologique permet de le dissiper et de rassurer les mathématiciens quant à leur exigence essentielle d'une éducation de l'esprit déductif et formel" (p.2).

Piaget rétablit "la continuité entre les actions spontanées de l'enfant et sa pensée réflexive" (p.4), ce qui lui permet, dans son texte de Psychologie et Pédagogie, de juger paradoxal l'échec en mathématique. C'est le thème de l'enfant mathématicien, enfant et mathématicien se distinguant par des différences de degrés et non de nature, selon un processus de développement qui est "plus proche de la théorie que de l'histoire" (exemple des intuitions géométriques de l'enfant, d'abord topologiques puis projectives et enfin euclidiennes).

Cette inversion s'explique par le mécanisme de prise de conscience ; en effet "il ne faut pas oublier que, psychologiquement, l'ordre de la prise de conscience renverse celui de la genèse: ce qui est premier dans l'ordre de la construction apparaît en dernier à l'analyse réflexive, parce que le sujet prend conscience des résultats de la construction mentale avant d'en atteindre les mécanismes intimes" (1955, p.14).

Seuls les derniers paragraphes livrent quelques considérations très générales sur l'enseignement à proprement parler, recommandations qui sont celles de la pédagogie active.

Les pédagogues soucieux de prescriptions pour l'action ont pu lire ce texte comme porteur d'applications et même substituer à l'enseignement des notions mathématiques élémentaires un enseignement des opérations logico-mathématiques (voir Ricco 1990 pour l'analyse de tels exemples).

J'insiste sur ce point : c'est par la manière dont on conçoit le rapport de la science de référence avec l'enseignement que l'on forme les catégories prescriptives. Faire du Piaget, du Vygotski, dans l'enseignement n'a pas de sens en soi. On en attribue un par le fait que l'on considère les propositions théoriques depuis un point de vue particulier, celui d'une action à prescrire.

Dans le cas de la théorie piagétienne ces contresens relèvent aussi de la confusion entre le sujet individuel et le sujet épistémique construit pour l'étude épistémologique. Piaget est explicite à ce sujet et nous avertit dans Logique et connaissance scientifique :
"...il convient au préalable de rappeler une fois encore l'équivoque éternelle qui pèse sur tout recours aux activités du sujet et qui conduit les esprits non avertis de la psychophysiologie à confondre le sujet individuel et le sujet épistémique ou "quelconque" (562).
"Sous le sujet individuel, en sa conscience et son idéalisation particulières, il faut donc considérer les structures des coordinations d'actions communes à tous les sujets et ce sont ces coordinations générales (psychobiologiques autant que mentales) que nous appellerons le sujet épistémique".

Cela ne signifie naturellement en rien que les structures de connaissance soient inscrites a priori dans le système nerveux ou dans la pensée : elles se construisent de palier en palier, mais par abstraction réfléchissante à partir des structures plus élémentaires selon une régression (génétique) sans fin. Il en résulte néanmoins que, si une opération particulière peut sembler dépendre des décisions du sujet individuel, la composition des opérations en structures d'ensemble est réglée de l'intérieur par un ensemble de conditions préalables, de telle sorte que les structures les plus intériorisées sont les plus indépendantes des décisions "subjectives" en tant qu'individuelles" (563-564).

On est donc loin de visées prescriptives pour l'intervention, intervention dont le rôle apparaît ici bien mineur, pour ne pas dire inexistant.

Au terme de cet inventaire des textes de Piaget, on conçoit que deux erreurs nous guettent, erreurs que l'on peut aujourd'hui mieux identifier grâce, me semble-t-il, à l'apparition de la didactique des mathématiques dans le débat.

La première erreur est de considérer que la convergence entre la connaissance spontanée de l'enfant et le savoir mathématique règlerait la question du savoir à enseigner: les mathématiques bourbakistes désignées comme savoir à enseigner par exemple ; c'est oublier les phénomènes de transposition. La deuxième erreur est de considérer que la position constructiviste constitue une solution au problème de l'intervention didactique ; c'est oublier les situations didactiques.
Ces deux erreurs ont la même source : prendre pour solutions à des problèmes d'enseignement des thèses qui se rapportent à des problèmes épistémologiques. En fait, on le verra, il s'agira, si on adopte ces thèses épistémologiques constructivistes, de prendre en charge leur caractère paradoxal pour l'enseignement.

La première thèse, celle de la convergence, est paradoxale du point de vue de la transposition didactique, en effet savoir et connaissance (Conne 1992) s'y confondent. La seconde, celle de la construction du savoir par le sujet connaissant, l'est du point de vue de la "situation didactique" (Brousseau 1986). Piaget exprimait à sa manière ce paradoxe dans sa réponse à Vygotsky (1985) en évoquant les écoles dites "actives" qui "s'efforcent de créer des situations qui, par elles-mêmes ne sont pas "spontanées" mais qui provoquent une élaboration spontanée de la part de l'enfant" (p.397). Brousseau théorisera cela avec la dialectique "didactique"/"adidactique".

En conclusion de cet examen des textes de Piaget, je dirai que son épistémologie permet de poser les questions didactiques de façon nouvelle, sans se substituer à une théorie didactique qui s'avère nécessaire. Cette théorisation prendra l'action effective d'enseignement, le traitement des savoirs qui s'y joue et le rôle du cognitif dans ce jeu, comme objets d'études théoriques. De même pour la formation des enseignants, il ne s'agira pas de transmettre une position épistémologique idéale propre à forger les "justes" conceptions de l'enseignant, mais à partir des conceptions effectives de l'enseignant, de travailler ces conceptions, par l'intermédiaire de dispositifs sous le contrôle d'une théorie didactique (voir Portugais 1995).

Continuons à passer en revue les rapports qui se sont instaurés entre l'enseignement des mathématiques et la psychologie du développement cognitif.

3. Une psychologie des mathématiques ?

Une limite très vite rencontrée par la conception applicationniste d'un savoir psychologique général est celle de la spécificité des contenus enseignés.

3.1. Des psychologues ont alors formé le projet d'une psychologie des contenus et en particulier une psychologie des mathématiques (voir en particulier Resnick et Ford, 1981).

Pour eux il semble important de définir la psychologie des mathématiques comme un champ spécifique de la recherche en éducation.

Je cite Resnick & Ford : "Today, a psychology of mathematics that deals directly and explicitly with the interaction between the structure of the subject matter and the nature of human thinking can provide a basis for developing theory and instructional practice in this field" (p.6).

Il faut rappeler aussi que l'évolution même de la psychologie en direction des apprentissages complexes, de la résolution de problèmes, etc, la rapproche des problèmes d'enseignement des disciplines scolaires. La psychologie se diversifie en effet actuellement en une multitude d'objets.

Mais avec cette évolution, le passage des connaissances psychologiques nouvelles à l'enseignement se maintient sur un mode analogue au précédent. Il s'agit toujours d'envisager les "implications" de la recherche en psychologie pour la pratique d'enseignement. Simplement les contenus étudiés se veulent plus proches des disciplines enseignées. Ou bien l'on constate que les théories sont encore bien éloignées des préoccupations des enseignants et des rédacteurs de manuels et l'on traite directement les questions de recherche dans les termes mêmes posés par les applicateurs. C'est me semble-t-il s'engager dans un cercle vicieux, car on conserve le même type de rapport applicationniste, que ce soit à l'origine de la recherche, ou à sa conclusion.

3.2. Une position différente chez les psychologues, celle de G. Vergnaud avec la théorie des champs conceptuels.

On a vu que chez Piaget on a une subordination de la psychologie génétique au projet épistémologique, ce qui fait de la psychologie du développement cognitif de Piaget une psychologie à part en quelque sorte: étudier comment se développent les connaissances chez un sujet humain pour mieux comprendre leur constitution au cours de l'histoire. Pour l'enseignement cela met en avant essentiellement la nécessité d'engager une réflexion épistémologique.

Vergnaud adopte un point de vue semblable lorsqu'il joint comme indissociable épistémologie et psychologie des mathématiques. Dans son article "Epistemology and

psychology of mathematics education" (1990), il commence ainsi : "Epistemology is concerned with one main question: What is knowledge ?
From this question, many others questions can be derived: How is knowledge acquired? What are the parts played by action, by perception, by language and symbolism in the development and the functionning of knowledge ? What is the relationship between routinized knowledge and problem-solving ? And so forth.....To many researchers such questions appear philosophical, nonempirical, and possibly useless. But it is easy to trace implicit epistemological issues in reaserchers' work and in the way teachers teach." (p.15). Il adopte également la thèse constructiviste et interactionniste : la connaissance est essentiellement de nature adaptative, mais il remet en cause le choix des structures logico-mathématiques comme modèle des organisations des connaissances (voir page 15). Il considère nécessaire, pour la recherche didactique de prendre en considération les contenus de savoir enseignés pour les re-examiner d'un point de vue développemental et il défend la thèse de leur organisation en "champs conceptuels" où connaissances et situations sont liées. Je cite Vergnaud 1990 : " Most psychologists interested in mathematics education research today are in some sense constructivists. They believe that competencies and conceptions are constructed by students themselves. But the fact that most researchers do not specify enough the physical and social conditions under which knowledge construction takes place opens the way to a wide range of epistemological positions, from radical constructivism, which denies the possibility of the mind to reflect objective aspects of reality and minimizes the part played by teachers (Cobb, 1986; von Glasersfeld, 1983), to social constructivism, which stresses the fundamental role of cognitive conflict in the construction of objectivity (Balacheff, 1988). The epistemological solution is in principle rather simple : Knowledge construction consists in the progressive construction of mental representations, implicit or explicit, that are homomorphic to reality for some aspects and not for others. Representation is both active, pragmatic, and operational on the one hand, and, discursive, theoretical, and symbolic on the other. Objectivity is rarely complete, but in a sense there is always some objectivity in any representation. Quite often it is not the same representation that governs action and discourse" (p.23).

Entrons plus avant dans la théorie de la conceptualisation de Vergnaud :

a) Cette théorie conserve l'idée la plus fondamentale de Piaget, à savoir que "la connaissance est un processus adaptatif"..."Si la connaissance est une adaptation, comme Piaget et d'autres psychologues l'ont montré, alors il faut mettre en scène et analyser les occasions de cette adaptation." (Vergnaud, 1996, p.277), c'est-à-dire les situations.

b) Cette théorie renonce à la description de la connaissance en termes de structures directement inspirées de la logique comme le fait la théorie piagétienne, mais la description qu'elle adopte cherche à rendre compte des cheminements de la conceptualisation à travers un grand nombre de situations. Le découpage est opéré en "champs conceptuels" (Vergnaud 1991) ; "le champ conceptuel des structures additives est à la fois l'ensemble des situations dont le traitement implique une ou plusieurs additions ou soustractions, et l'ensemble des concepts et théories qui permettent d'analyser ces situations comme des tâches mathématiques".

c) Cette théorie renouvelle le concept de schème comme unité d'analyse des actions en situation (y compris les opérations intellectuelles). Vergnaud 1996 définit le schème de la manière suivante :

1/ "Le schème est une totalité dynamique fonctionnelle" (283) ;
2/ "Le schème est une organisation invariante de la conduite pour une classe donnée de situations... Ce qui est invariant c'est l'organisation de la conduite et non la conduite elle-même." (283) ;
3/ "Un schème est formé de plusieurs catégories d'éléments, tous indispensables : des buts et anticipations, des règles d'action, des possibilités d'inférence en situation et des invariants opératoires." (285).

d) L'explicitation et la théorisation transforment la conceptualisation :
"la conceptualisation sous-jacente à l'action ne se suffit pas toujours à elle-même,... elle est profondément transformée lorsqu'elle est explicitée, débattue et organisée en un système

cohérent de concepts, de principes et d'énoncés, c'est-à-dire lorsqu'elle prend une forme théorique (1996, p.275) et plus loin: "Sans le langage naturel et sans le symbolisme, la théorie serait impossible. Les concepts et théorèmes changent de statut lorsqu'ils sont exprimés, discutés, intégrés, dans des systèmes théoriques cohérents. Les schèmes responsables de l'énonciation des connaissances-en-acte ont donc une importance décisive. La théorie ne va pas sans une pratique théorique" (id., p.289).

Mais surtout Vergnaud se positionne par rapport à l'enseignement de manière différente en renonçant à la thèse applicationniste et prescriptive et en adoptant celle qui caractérise la recherche en didactique des mathématiques lorsqu'il écrit: "The epistemology of mathematics education inherits questions from both fields (mathematics and psychology) and adds new ones because mathematics education takes place in a certain society, a certain institution, a certain classroom, with such differents aims as the education of future mathematicians and the education of rank-and-file citizens. The social constraints on mathematics education do not modify the nature of mathematical knowledge per se, but they have strong implications for the way teachers see the teaching of mathematics and mathematics itself" (p.15). Il marque ainsi la spécificité de l'étude du savoir enseigné.

A mes yeux, on peut donc dire que chez les psychologues, la position de Vergnaud permet de rompre le rapport habituel entre psychologie du développement cognitif et enseignement des mathématiques. En même temps des mathématiciens jettent les bases d'une recherche en didactique ayant comme objet l'étude des "systèmes didactiques". La didactique des mathématiques devient un domaine de recherche en soi.

4. En guise de conclusion : des questions liées au cognitif dans le système didactique peuvent alors être reprises et renouvelées.

J'en mentionnerai deux:

4.1. La question de l'objectivation des connaissances-en-actes.

Le statut de connaissance pleine et entière est reconnu à l'action en situation, ("concepts-en-acte", "théorèmes-en-acte", Vergnaud 1991) ; reste à elle à se confronter à de nouvelles pratiques qui sont de l'ordre du savoir. La théorie des situations (Brousseau 1981) a modélisé un processus qui rend compte de ces pratiques avec les situations d'action, de formulation, de validation et d'institutionnalisation. "Ce processus cherche moins à décrire un processus d'apprentissage interne au sujet qu'un processus de changement de fonctions du savoir comme sources d'objectivité pour les connaissances des sujets" (Brun 1994). Ces différentes fonctions et pratiques du savoir forcent à réorganiser les rapports premiers que l'on a établi envers lui au plan de l'action.

4.2. La question de l'articulation du cognitif et du savoir à enseigner à l'intérieur du processus de transposition didactique.

Les thèses épistémologiques en général laissent totalement ouvertes les questions de transposition. Ou plutôt c'est faute de considérer ce phénomène fondamental de la transposition didactique, révélé avec l'émergence de la didactique des mathématiques par Chevallard (1985), que l'on pensera pouvoir passer directement, dans l'enseignement, de la pensée en développement au savoir savant.

Prendre en considération le processus de transposition didactique c'est poser cette question de l'articulation en des termes entièrement nouveaux. D'abord c'est prendre le système didactique comme objet d'étude, considérer qu'il a ses régularités, ses lois, ses processus propres de fonctionnement. Ensuite c'est prendre le savoir à enseigner comme une réalité distincte, transformée, du savoir de l'institution savante de référence. Cette transformation des savoirs est étudiable, au même titre que la création des savoirs, objet de l'épistémologie classique. Enfin c'est considérer que si la transposition a ses contraintes elle ouvre aussi des choix possibles. Ainsi une série de problèmes concerne l'aménagement de l'enseignement des savoirs en tenant compte des connaissances spontanées. En effet, comme l'ont bien montré Berthelot et Salin (1992) pour la géométrie, de même que Briand (1994) pour le nombre et Orus (1992) pour la logique naturelle, l'élève doit mettre en oeuvre, parmi les connaissances nécessaires à l'apprentissage d'un savoir mathématique, "des connaissances qui ne sont pas enseignées bien qu'on attende de lui qu'il les utilise" (Berthelot et Salin 1992).

Références

A.F.C.D., 1976, "*Une heure avec Piaget. (A propos de l'enseignement des mathématiques)*". Revue Française de Pédagogie, 37.

BERTHELOT R., SALIN M.H., 1992, "L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire". Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I.

BLANCHET A., 1994, "*Résolution de problèmes et didactique des mathématiques*". In : Brun J., Conne F., eds. L'analyse de protocoles entre didactique des mathématiques et psychologie cognitive, compte-rendus des premières journées didactiques de La Fouly, Neuchâtel, IRDP, p.49-67.

BRIAND J., 1993, "*L'énumération dans le mesurage des collections*". Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.

BROUSSEAU G., 1993, "*Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques*". Recherches en didactique des mathématiques, vol.4, n. 2, 1993, p.167-189.

BROUSSEAU G., 1986, "*Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*". Thèse de doctorat d'état, Université de Bordeaux I.

BRUN J., 1994, "*Evolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques*". In : Artigue M., Gras R., Laborde P., Tavignot P. Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Grenoble, La Pensée Sauvage, p. 67-83.

BRUN J., CONNE F., 1990, "*Analyses didactiques de protocoles du déroulement de situations*". Education et Recherche, n. 3 p. 261-286.

CHARBONNEL N., 1993, "*Philosophie du modèle*". Strasbourg, Presses Universitaires de Strasbourg.
CHEVALLARD Y., 1985, "*La transposition didactique*", 1ère éd., 1985, 2ème éd., 1991, La Pensée Sauvage, Grenoble.

CHEVALLARD Y., 1992, "*Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique*". Recherches en didactique des mathématiques, vol. 12, n. 1, p. 73-112.

CHEVALLARD Y., 1994, "*Les processus de transposition didactique et leur théorisation. In: La transposition didactique à l'épreuve*" Grenoble, La Pensée Sauvage, p. 135-180.

CONNE F., 1992, "*Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique*". Recherches en didactique des mathématiques. vol. 12, n. 2/3, p.221-270.

FLORIS R., 1996, "*Qui a tué la géométrie à l'école? Enquête didactique, de la noosphère à la classe*". Mémoire de Diplôme d'Etudes Supérieures, Fapse, Université de Genève.

HAMELINE D., 1986, "*Courants et contre-courants dans la pédagogie contemporaine*". Sion, ODIS.

JOHSUA S., DUPIN J.J.,1993, "*Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*", Paris, PUF.

MERCIER A., 1994, "*Le milieu et la dimension adidactique des relations didactiques*". In : Brun J., Conne F., eds, L'analyse de protocoles entre didactique des mathématiques et psychologie cognitive. Comptes rendus des premières journées didactiques de La Fouly, Neuchâtel, IRDP, p.1-19.

ORUS P., 1992, "*Le raisonnement des élèves dans la relation didactique. Effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire*". Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1.

PIAGET J., BETH, E.W., DIEUDONNE J., LICHNEROWICZ A., CHOQUET G., GATTEGNO C., 1955, "*L'enseignement des mathématiques*". Neuchâtel, Delachaux et Niestlé.

PIAGET J., 1967, "*Logique et connaissance scientifique*". Paris, Gallimard, Encyclopédie La Pléiade.

PIAGET J., 1965, "*Psychologie et pédagogie*". Paris, Denoël.

PIAGET J.,1973, "*Remarques sur l'éducation mathématique*". Math-Ecole, 58.

PORTUGAIS J., 1995, "*Didactique des mathématiques et formation des enseignants*". Berne, Peter Lang.

RESNICK L.B., FORD W.W., 1981, "*The psychology of mathematics for instruction*". Hillsdale, LEA.

RICCO G., 1992, "*Psychologie cognitive et didactique. Constitution d'une nouvelle approche théorique concernant l'appropriation des connaissances scolaires*". Thèse, Université Pierre Mendès France, Grenoble.

ROUCHIER A., 1991, "*Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et en informatique élémentaires: proportionnalité, structures itéro-récursives, institutionnalisation*". Thèse de doctorat d'état, Université d'Orléans.

SCHOENFELD A.H., 1985, "*Mathematical problem-solving*". London, Academic Press.

SCHUBAUER-LEONI M.L., 1986, "*Maître-élève-savoir: analyse psycho-sociale du jeu et des enjeux de la relation didactique*". Thèse de doctorat, Université de Genève.

VERGNAUD G., 1991, "*La théorie des champs conceptuels*". Recherches en didactique des mathématiques, vol. 10, n. 2/3, p.133-170.

VERGNAUD G., 1990, "*Epistemology and Psychology of Mathematics Education*". In Nesher P. and Kilpatrick J. Eds. Mathematics and Cognition. Cambridge University Press, p.14-30.

VERGNAUD G., 1996, "*Au fond de l'action, la conceptualisation*". In Barbier J.M. Ed. Savoirs théoriques et savoirs d'action. Paris, PUF, p.275-292.

VYGOTSKY L., 1985, "Pensée et langage." Paris, Editions sociales Messidor.

Communications

La formation initiale en mathématiques des professeurs d'école : entre conjoncture et éternité

COMMUNICATION C1 :
Marie-Lise Peltier
IUFM de Haute-Normandie

Résumé :
Le travail présenté s'inscrit dans le contexte actuel lié à la création des IUFM. Il cherche à apporter une contribution au problème de la formation initiale en mathématiques des professeurs d'école[1]*. Deux aspects sont envisagés. Le premier consiste à poser quelques questions relatives à l'éventuelle définition d'un corps de savoirs mathématiques et didactiques spécifiques pour ce public et à leur articulation. L'étude porte sur la manière dont l'institution, par le biais des épreuves de mathématiques du concours de recrutement des professeurs d'école, prend à sa charge ce problème et répond à l'injonction ministérielle de professionnalisation du concours. Le second consiste à essayer de repérer l'impact de la formation sur les conceptions des formés eux-mêmes, relatives aux mathématiques, à leur apprentissage et à leur enseignement. Les supports choisis, ici, pour l'étude sont les réponses des étudiants à des questionnaires de début et de fin de formation, des travaux écrits, des bulletins de visite de stage et quelques compte rendus de séances de classe.*

Je vais présenter ici les principaux résultats de mon travail de thèse[2]. Certains ont déjà fait l'objet d'un rapide exposé dans un atelier du stage d'Angers en mars 1995 et sont publiés dans le document[3] issu de ce stage.

Voici le plan de cet article :

Introduction : justification du titre.

1 - Etude des sujets de concours (92, 93 et 94).

1.1 - A propos des mathématiques, trois résultats principaux :
1.1.1 - Les mathématiques évaluées dans le volet 1 des sujets sont majoritairement les mathématiques du collège.
Contenus.
Niveau des connaissances évaluées.
1.1.2 - Il s'agit des "mathématiques" du collège, mais ce ne sont pas "les mêmes mathématiques" qu'au collège.
1.1.3 - Des caractéristiques contradictoires apparaissent dans les évolutions sur les trois années.

[1]Les thèses de A. Kuzniak, *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré*, février 1994, Paris VII et de C. Houdement, *Projets de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies*, avril 1995, Paris VII, portent également sur cette question

[2]M.L. Peltier, La formation, en mathématiques, des professeurs d'école : "entre conjoncture et éternité", Directeur A. Robert, Université D. Diderot, Paris VII, décembre 1995

[3]Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, tome IV, COPIRELEM, IREM de Paris VII, mars 1996.

À propos du titre

La réflexion que j'ai menée s'inscrit dans une **conjoncture** particulière liée à la création des IUFM. Nous assistons en effet, à un grand bouleversement de la formation des maîtres du premier degré, à la fois au niveau du recrutement et du concours, puisque la mise en place des IUFM en 1990-1991, universitarise cette formation, tout en tentant d'en conserver le caractère professionnel, hérité des écoles normales.

Or la plupart des problèmes de formation des enseignants se posent de manière étrangement similaire, du moins dans leur formulation, depuis près d'un siècle. Ils continuent d'ailleurs à se poser et, si parler d'éternité relève de l'hyperbole, on a néanmoins l'impression que les réponses qui sont données aux différentes époques ne permettent jamais d'être satisfait des compétences mises en oeuvre par les formés dans leurs classes. C'est là un "éternel problème" de la formation des enseignants... Ainsi par exemple, Gabriel Compayré, qui était chargé aux ENS de St Cloud et de Fontenay de la formation des professeurs d'école normales, écrivait en 1885 dans son cours de pédagogie théorique et pratique : Pour bien enseigner, il faut d'abord que le futur instituteur "réfléchisse sur les principes mêmes de l'enseignement, sur la nécessité de tenir compte à la fois, et de la nature des enfants auxquels il s'adresse, et de la nature des connaissances qu'il communique". Ce souhait peut être lu et interprété me semble-t-il, d'une manière très contemporaine, la nature des enfants renvoyant aux questions toujours actuelles d'ordre psychosociologique, mais aussi à celles relatives aux conceptions initiales des élèves. Quant à la nature des connaissances communiquées par l'enseignant, cette interrogation concerne à la fois l'épistémologie des disciplines et la didactique. En effet, elle relève de la définition des savoirs scolaires, de leur organisation et de la transposition effectuée à partir des savoirs académiques de références.

En fait j'ai travaillé dans deux directions distinctes mais qui me paraissent complémentaires.
- La première est très conjoncturelle : il s'agit de comprendre la réforme du concours de recrutement des professeurs d'école, consécutive à la création des IUFM, et de cerner les savoirs nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école que ce concours délimite.
- La seconde s'inscrit dans la durée. Elle nous conduit à analyser les effets de la formation sur les formés, en les précisant, pour tenter notamment de comprendre pourquoi il existe une telle distorsion entre le discours produit dans les centres de formation, et partagés par les stagiaires eux-mêmes, et les pratiques effectives dans les classes.

1 - ETUDE DES SUJETS DE CONCOURS

En ce qui concerne l'analyse du concours, j'ai donc étudié la manière dont les auteurs de sujets s'appropriaient les directives officielles. Or, ces directives précisent l'esprit du concours, mais ne définissent pas un programme officiel de contenus, comme c'est le cas pour les CAPES ou l'agrégation. Ce sont donc les acteurs du système eux-mêmes qui vont être conduits à définir par le biais des sujets, un corps de savoirs nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école, en opérant des choix parmi les contenus mathématiques, didactiques ou pédagogiques de référence : ils "jouent aux noosphériens[4]".

Pour cette étude, j'ai donc choisi le corpus constitué par les sujets de l'épreuve de mathématiques des concours de recrutement des différentes académies pendant les années 1992, 1993, 1994, que j'ai analysés le plus précisément possible.

Il s'agit d'un corpus qui me semble intéressant dans la mesure où il traduit ce que les instances académiques dans lesquelles s'élaborent les sujets, se sentent, sans doute, capable de défendre. En quelque sorte, il légitime, *peut-être sans que les auteurs de sujets en aient réellement conscience*, un certain nombre de savoirs puisqu'il est comme une vitrine donnée à voir non seulement aux acteurs du système, étudiants et formateurs, mais aussi à la société tout entière.

En même temps, il permet de mettre en lumière à la fois les contraintes du système, et surtout les difficultés relatives à la définition et à la pertinence même de ces savoirs de référence.

Je ne vais présenter ici l'ensemble des résultats obtenus, mais seulement quelques grands traits qui me semblent susceptibles de donner un aperçu des problèmes qui se posent aux chercheurs, aux formateurs, à l'institution elle-même.

Rappelons brièvement que l'épreuve de mathématiques du concours de recrutement était constituée, pour les trois années qui nous intéressent, de deux volets.

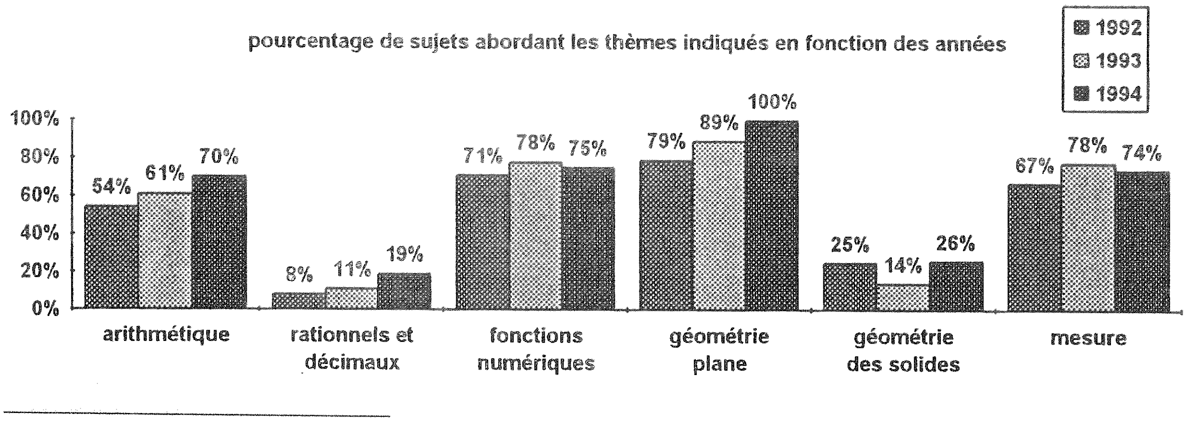
Le premier volet, noté sur 12, devait permettre de juger les compétences du candidat dans la discipline, le second, noté sur 8, avait pour objet l'analyse des approches didactiques et pédagogiques correspondantes ; le texte officiel en vigueur demandait qu'il soit mis en relation avec le premier chaque fois que cela était possible.

1.1 - A propos des mathématiques, trois résultats principaux.

1.1.1 - Les mathématiques évaluées dans le volet 1 des sujets sont majoritairement les mathématiques du collège.

Contenus

Les exercices et problèmes de ce volet "scientifique" portent essentiellement sur quatre thèmes : la géométrie des figures planes (analyse et construction avec ou sans démonstration), la mesure, les fonctions numériques et la proportionnalité, l'arithmétique.



---

[4]Noosphère : terme introduit par Y. Chevallard pour désigner l'ensemble des personnes, des groupes, des institutions qui assurent l'"interface" entre le système d'enseignement et la société. Pour plus de précisions, voir Y. Chevallard, (1985), *La transposition didactique*, La pensée Sauvage éditions, Grenoble..

Arithmétique

Les questions d'arithmétique portent essentiellement (et de plus en plus souvent) sur la division euclidienne (40% des sujets en 1994), et sur la divisibilité.

Nous notons une augmentation du nombre de sujets posant un exercice que nous pourrions qualifier de problème du premier degré dans l'ensemble des entiers naturels, dont la résolution peut être faite soit de manière algébrique en prenant soin de s'interroger sur la validité des résultats obtenus, soit de manière arithmétique en utilisant des propriétés arithmétiques des nombres concernés.

Le pourcentage de sujets dont au moins un exercice d'arithmétique conduit à une mise en équation ou une modélisation qui nécessitent un codage littéral par des nombres entiers, varie peu, il est situé entre 30% et 40%.

Nous rencontrons toujours très peu de problèmes de dénombrement.

Fonctions numériques

De très nombreux exercices font intervenir des fonctions numériques. Il s'agit toujours d'un problème contextualisé, pour lequel les premières questions conduisent à de simples calculs numériques : application d'un pourcentage, calcul d'un rapport, etc. Le candidat est souvent, par la suite, amené à modéliser le problème, ce qui le conduit soit à trouver les fonctions sous-jacentes et éventuellement à les représenter, soit à résoudre des équations ou inéquations.

Nous ne constatons pas de grandes différences entre les années, ni du point de vue des fonctions sous-jacentes, ni du point de vue des contextes.

Les fonctions intervenant dans ces problèmes sont presque toujours des fonctions linéaires, affines, affines par intervalles. Dans ces exercices, les questions relatives à des tarifs divers, à des pourcentages d'augmentation ou de réduction sont toujours très nombreuses, mais de plus en plus de sujets utilisent la géométrie ou la mesure comme support à une étude de fonction.

Les mathématiques apparaissent, au travers de ces sujets, comme un outil de modélisation du réel.

Géométrie

En géométrie plane, les questions sont de cinq types : construire, décrire, calculer, démontrer, représenter. Celles qui relèvent de la géométrie dans l'espace introduisent les problèmes de représentations planes de l'espace : patrons lorsqu'il s'agit de polyèdres, vues lorsqu'il s'agit d'assemblages de cubes ou d'objets.

Nous notons une certaine constance dans les choix faits par les auteurs de sujets ; cependant, nous pouvons noter trois éléments qui nous paraissent relativement significatifs :

- De moins en moins de sujets proposent aux candidats une figure géométrique à reproduire à même échelle ou non. Le candidat doit, de plus en plus souvent, soit suivre un programme de construction donné dans le sujet, soit construire une figure en respectant un certain nombre de contraintes, soit enfin construire le patron d'un solide donné en perspective cavalière ou la section d'un solide par un plan.
- Le nombre de sujets dans lesquels, il est demandé au candidat de décrire une construction ou d'en rédiger un programme décroît chaque année. Ce phénomène est peut-être dû à la difficulté ou plus exactement à la longueur de la correction d'une telle question.
- Le troisième point est relatif au type de questions posées aux candidats sur des configurations de l'espace. Il s'agit le plus souvent de construire un patron d'un solide donné par une description ou par une représentation en perspective cavalière puis d'effectuer des calculs de longueurs, d'aire ou de volume.

Les propriétés et théorèmes géométriques nécessaires à la résolution des problèmes posés sont essentiellement le théorème de Pythagore (52% des sujets en 1994), le théorème de Thalès sous sa forme théorème des milieux, les propriétés des triangles et des quadrilatères. Ce sont le plus souvent les théorèmes directs que le candidat doit utiliser.

Sur l'ensemble des trois années, nous ne relevons que très peu de sujets demandant au candidat de montrer qu'une propriété n'est pas vérifiée. Dans deux cas, il s'agit de montrer qu'un polygone n'est pas régulier. Il faut mentionner en 1994, un sujet de cette nature dans lequel il est demandé au candidat de faire une conjecture sur une configuration géométrique, (à première vue, la figure suggère un alignement de points), puis de confirmer ou d'infirmer cette conjecture par des démonstrations dans plusieurs cadres. C'est un problème qui nous paraît intéressant à plusieurs égards. D'une part, il contribue à lutter contre la tendance naturelle des étudiants à croire que ce qu'ils voient est vrai, d'autre part, il met en évidence qu'il est possible dans de nombreux cas, de résoudre un problème dans divers cadres, ici celui de la mesure des aires, celui de la géométrie des figures, celui, enfin, de la géométrie analytique.

Mesure

Quelques sujets proposent un exercice essentiellement consacré à la mesure d'une grandeur, mais ces questions relatives à la mesure se présentent le plus souvent dans l'un des deux contextes suivants : soit elles sont intégrées dans les exercices ou problèmes de géométrie plane ou de l'espace, soit elles constituent le point de départ d'un exercice consacré aux fonctions numériques.

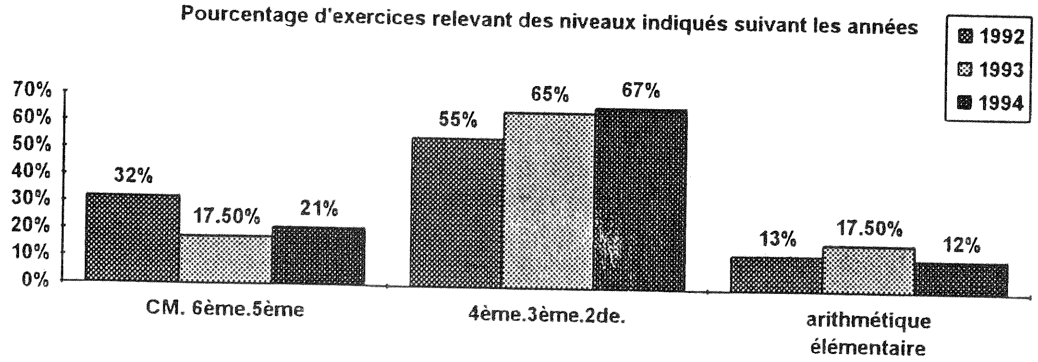
Calcul algébrique

En ce qui concerne le calcul algébrique, les étudiants sont amenés à résoudre des équations et inéquations dans de nombreux exercices portant sur les différents thèmes, arithmétique, fonctions numériques, mesure. Il s'agit essentiellement de résolution d'équations ou de systèmes d'équations du premier degré. Mais il est extrêmement rare qu'un sujet propose un exercice de résolution d'équations en dehors de tout contexte.

Niveau des connaissances évaluées

Pour repérer le niveau des connaissances évaluées, je me suis référée aux programmes officiels de mathématiques des premier et second degrés.

Pour mieux visualiser ces données, j'ai regroupé les niveaux : tout d'abord le groupe "CM, 6ème, 5ème", qui correspond pratiquement, sur les thèmes communs à ces classes, au programme de l'école élémentaire mais étudié de manière plus approfondie ; le groupe "4ème, 3ème, 2de" qui comprend essentiellement, quant à lui, les contenus des programmes de fin de collège, lesquels sont revus et complétés lors de l'année de seconde, enfin le groupe des exercices portant sur des notions d'arithmétique, inclassable sur l'échelle des programmes actuels.

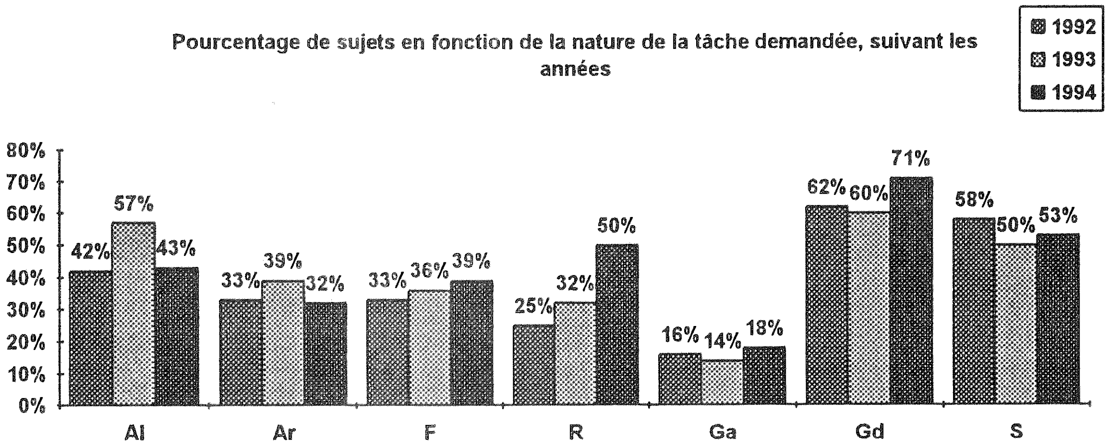


Ce graphique met en évidence une certaine stabilité dans les choix des auteurs de sujets sur ce point relatif au niveau des exercices proposés. Les deux tiers de ceux-ci correspondent au niveau de la fin du collège. Ce choix peut être justifié par le lien entre les contenus de programme du collège et ceux de l'école et par l'esprit des recommandations ministérielles. En effet, proposer des exercices de mathématiques d'un niveau plus élevé comme par exemple celui des sections scientifiques de lycée, ne permettrait peut-être pas mieux de repérer si les étudiants possèdent les connaissances et les compétences en mathématiques qui leur seront indispensables dans leur vie professionnelle.

1.1.2- Il s'agit des "mathématiques" du collège, mais ce ne sont pas "les mêmes mathématiques" qu'au collège.

Après avoir repéré dans les questions posées sur ces différents thèmes, les théorèmes et les propriétés qui avaient à être connus et utilisés pour les résoudre, j'ai essayé d'analyser la tâche du candidat.

Pour cela j'ai regroupé les exercices en sept catégories suivant qu'ils nécessitent :
- une modélisation algébrique (Al), arithmétique (Ar) ou fonctionnelle (F),
- une recherche effective sans outils mathématiques d'un niveau élevé (R),
- une analyse fine d'une configuration (Ga),
- une démonstration (Gd),
- une simple application ou un simple calcul (S).



Nous constatons deux spécificités des sujets illustrant le résultat annoncé.

- Plusieurs exercices se démarquent de ceux que l'on peut rencontrer dans des manuels de collège, dans la mesure où, sans nécessiter la mise en oeuvre de connaissances mathématiques d'un niveau élevé, ils demandent de la part du candidat une réelle recherche non triviale. Le candidat doit ainsi faire preuve de ses capacités à réfléchir, et à élaborer une démarche heuristique de nature analogue à celle qu'il aura à provoquer chez ses élèves ultérieurement.

- Il s'agit, d'autre part, dans de très nombreux cas, de problèmes contextualisés. Les candidats doivent montrer leur aptitude à modéliser la situation.

Au travers de ces exercices, les mathématiques apparaissent davantage comme outil de modélisation du réel, que comme activité formelle consistant à appliquer diverses propriétés ou diverses techniques hors de tout contexte.

Par ailleurs, dans ce volet, quelques sujets proposent aux candidats de faire un pas de côté, de se mettre en position d'enseignant en demandant par exemple de proposer une méthode envisageable pour des élèves. (Il semblerait que le ministère souhaite actuellement inciter les concepteurs de sujets à développer ce point de vue).

1.1.3 - Des caractéristiques contradictoires apparaissent dans les évolutions sur les trois années.

Dans le domaine numérique, on note une baisse du nombre de sujets proposant des exercices conduisant à la résolution classique d'équations ou d'inéquations, au profit d'un accroissement de celui des sujets proposant des situations de recherche.

En revanche, en géométrie, nous pouvons noter une augmentation sensible du nombre de sujets dans lesquels le candidat doit démontrer une ou plusieurs propriétés mettant en jeu les théorèmes classiques des programmes de collège.

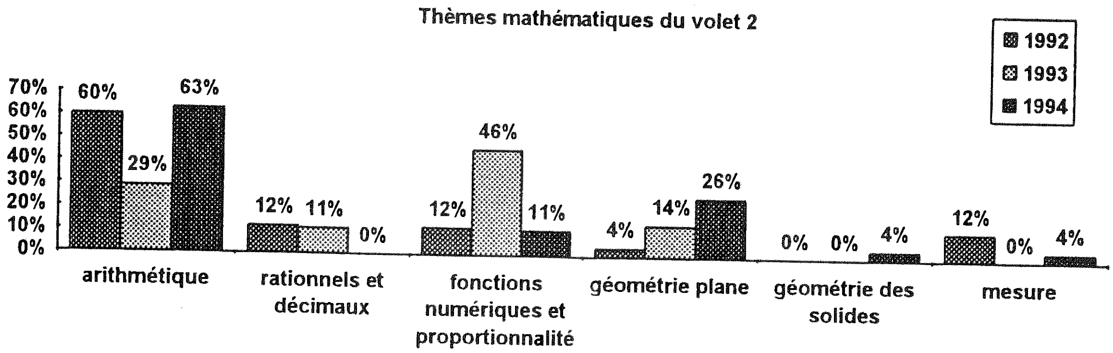
En un sens, c'est le phénomène inverse de celui qui vient d'être signalé : en géométrie, les sujets se rapprochent de plus en plus des problèmes "classiques" de géométrie, rencontrés dans les manuels de 4ème ou 3ème, tandis que dans le domaine numérique, ils s'en éloignent et vont dans le sens de la recherche ou de la modélisation.

1.2 - Les compétences professionnelles évaluées dans le volet 2.

1.2.1 - Les supports pour l'étude.

Les documents proposés pour l'étude sont essentiellement des énoncés d'exercices (dans environ 65% des cas), accompagnés ou non de travaux d'élèves, ou des extraits de manuels scolaires (environ 30% des cas). Il s'agit presque toujours de documents relatifs au cycle 3 (plus de 90% en 1994).

Les thèmes mathématiques abordés dans ce volet se répartissent comme suit :



1.2.2- La méthodologie adoptée.

Pour analyser les parties dites professionnelles des sujets, j'étais dans le flou le plus complet dans la mesure où cette décision de poser des questions didactiques et pédagogiques au concours était récente et, de ce fait, les ouvrages de références encore peu nombreux (ce qui n'est plus le cas aujourd'hui). J'ai proposé successivement deux points d'entrée.

Le premier point de vue s'appuie sur la dialectique apprentissage/enseignement. Toute analyse des phénomènes d'enseignement nécessite ce double éclairage. L'analyse peut être centrée sur l'enfant apprenant, à partir, entre autres, des recherches en psychologie cognitive. Elle peut être centrée sur le rôle du maître, en tant que médiateur entre des savoirs et une classe d'enfants. Elle intègre alors une réflexion épistémologique sur la nature des savoirs enseignés et une autre, plus pédagogique, sur la mise en oeuvre au sein de la classe de situations d'apprentissage.

Le second point de vue consiste à distinguer le type d'expertise qui est requise chez le candidat. Attend-on du candidat une certaine forme d'expertise en préparation et en planification a priori de séances ou de séquences d'enseignement (pour une classe "idéale"), ou souhaite-t-on plutôt mettre l'accent sur ses compétences à analyser a posteriori, et à évaluer, ce qui s'est effectivement passé au cours d'une séance relatée dans un compte rendu.

Pour repérer ce qui relève de l'expertise en préparation, j'ai essentiellement utilisé des éléments de la théorie des situations et de l'ingénierie didactique (analyse a priori, analyse du fonctionnement des connaissances en terme dialectique outil-objet, rôle des changements de cadre dans la construction des savoirs...). Tandis que pour rendre compte de ce qui relève d'une expertise en évaluation, j'ai fait appel à la fois à la notion d'analyse a posteriori et à celle, plus pédagogique, de pratique réfléchie.

1.2.3 - Les résultats de l'étude

J'ai donc repéré dans les questionnements proposés, les points de vue adoptés par les auteurs en fonction des critères que je viens de préciser :

Lorsque le sujet propose une analyse de la situation du point de vue de l'enseignement, les questions amènent à :

		Pourcentage de sujets en		
		1992	1993	1994
Analyse a priori	- identifier les compétences à mettre en oeuvre pour effectuer les tâches demandées dans la situation ou le problème	25%	25%	36%
	- repérer des variables didactiques et étudier leur incidence sur les procédures des élèves	8%	14%	14%
	- prévoir des aides pour différencier la tâche	4%	4%	0%
	- rechercher a priori des procédures envisageables pour des élèves	16%	50%	46%
	- rechercher a priori des erreurs envisageables	8%	8%	18%
	- prévoir des modes de validation à la charge des élèves	4%	4%	7%
Analyse a posteriori	- analyser des procédures utilisées par des élèves	50%	57%	43%
	- comparer des procédures effectives par rapport aux prévisions		4%	0%
	- analyser et interpréter des erreurs	33%	43%	25%
	- rechercher les conceptions initiales des élèves	12%	14%	4%
	- étudier les modes de validation utilisés	8%	4%	4%
	- faire des propositions pour remédier aux difficultés de certains	4%	14%	18%
	- analyser des résultats statistiques pour y repérer des conceptions erronées	0%	11%	0%

Il s'agit ici de questions qui portent sur les éléments à la charge du maître dans la préparation ou la conduite de situations d'enseignement qui sont davantage tournées vers les savoirs que vers les modes d'acquisition de ces savoirs par les élèves. De très nombreux sujets adoptent ce point de vue de l'enseignement : ils proposent aux candidats de commencer l'étude des documents fournis par une analyse globale, relative aux objectifs de la situation, à l'adaptation à un niveau de classe, à sa place dans une progression, aux contenus mathématiques sous-jacents ; on retrouve cette caractéristique sur les trois années. De même, les propositions de prolongements, la formulation de consignes, le repérage des différentes phases de la situation, font partie des compétences évaluées par quelques sujets. Ces questions sont très classiques et correspondent à des compétences attendues de tout enseignant, quel que soit le mode de pédagogie qu'il met en oeuvre, et même quelle que soit la discipline enseignée. Il s'agit ici de savoir-faire fondamentaux et minima d'un futur professeur d'école. Les autres questions sont plus spécifiques de l'enseignement des mathématiques lui-même, mais elles sont également beaucoup moins souvent posées.

Les questions relatives à une analyse a posteriori sont très peu nombreuses. Très rares sont en effet les cas où le candidat doit étudier les prises de décision du maître au cours de la séance, ou même simplement son rôle.

Chaque année, de nombreux sujets proposent un questionnement centré sur l'élève et ses apprentissages, et sur les éléments à la charge du maître pour favoriser ces apprentissages.

Les questions amènent alors à :

		Pourcentage de sujets en		
		1992	1993	1994
Analyse a priori	- identifier les compétences à mettre en oeuvre pour effectuer les tâches demandées dans la situation ou le problème	25%	25%	36%
	- repérer des variables didactiques et étudier leur incidence sur les procédures des élèves	8%	14%	14%
	- prévoir des aides pour différencier la tâche	4%	4%	0%
	- rechercher a priori des procédures envisageables pour des élèves	16%	50%	46%
	- rechercher a priori des erreurs envisageables	8%	8%	18%
	- prévoir des modes de validation à la charge des élèves	4%	4%	7%
Analyse a posteriori	- analyser des procédures utilisées par des élèves	50%	57%	43%
	- comparer des procédures effectives par rapport aux prévisions		4%	0%
	- analyser et interpréter des erreurs	33%	43%	25%
	- rechercher les conceptions initiales des élèves	12%	14%	4%
	- étudier les modes de validation utilisés	8%	4%	4%
	- faire des propositions pour remédier aux difficultés de certains	4%	14%	18%
	- analyser des résultats statistiques pour y repérer des conceptions erronées	0%	11%	0%

Le tableau ci-dessus met en évidence que, pour les auteurs de sujets, un des aspects fondamentaux du travail du maître est de prévoir ce que vont faire ses élèves sur une question donnée, de rechercher des procédures a priori, d'identifier les compétences, de prévoir les erreurs. Pour d'autres il s'agit plutôt de repérer dans des travaux d'élèves les procédures effectivement employées. Un certain nombre de sujets complètent alors cette étude par des questions relatives à l'analyse et l'interprétation d'erreurs parfois assorties de propositions pour y remédier. Il s'agit là de compétences professionnelles qu'il est intéressant d'évaluer, et surtout qui se prêtent relativement bien à une épreuve écrite. Mais nous notons peu de questions explicites amenant à rechercher les conceptions initiales des élèves sur les savoirs en jeu dans le problème. Les seuls cas rencontrés sont les cas classiques de repérage de conceptions erronées, au travers de la mise en oeuvre de théorèmes en acte, sur les décimaux, la proportionnalité et, exceptionnellement, l'aire des surfaces planes. Nous constatons par ailleurs que les éléments également à la charge du maître, comme la dévolution de la situation, la prévision des modes de validation par les élèves de leurs propositions, ou encore la prévision d'aides pour différencier la tâche de chacun en fonction de compétences présumées, sont des questions peu fréquentes dans les sujets.

Enfin, le rôle des interactions entre les élèves, la dimension sociale des apprentissages en milieu scolaire sont des points qui n'émergent pas des questionnements proposés.

1.2.4 - Conclusion de l'étude : consensus et zones d'ombre

A partir de cette étude, j'ai identifié une sorte de consensus actuel sur les "savoirs" didactiques et pédagogiques en quelque sorte estampillés pour faire l'objet de questions d'un concours de recrutement, et j'ai repéré ceux qui pour le moment restent dans l'ombre.

1 - La didactique des mathématiques apparaît tout d'abord essentiellement comme un champ d'étude d'une part des processus d'apprentissages de savoirs ou savoir-faire mathématiques par les enfants, d'autre part des éléments à disposition de l'enseignant pour favoriser ou du moins repérer ces apprentissages.

2 - Les compétences permettant de construire a priori des situations à proposer aux élèves sont davantage évaluées que celles qui permettent d'analyser a posteriori une séance de classe présentée sous forme de compte rendu.

3 - Enfin, les analyses proposées ne conduisent pas souvent les étudiants à se pencher
- sur le choix des notions enseignées compte tenu notamment de l'évolution de la scolarité et des besoins de la société,
- sur la nature des savoirs en jeu, leur organisation, leur transposition en objets d'enseignement,
- sur les conceptions que les élèves s'en construisent.

Ainsi des domaines entiers de préoccupations des recherches en didactique sont absents des sujets.

1.2.5- Des évolutions se dessinent sur les trois années

- Les questions "théoriques" sur les aspects didactiques de l'enseignement de certaines notions disparaissent, au profit de questions permettant d'évaluer les candidats sur leurs compétences à analyser des documents avec les points de vue que je viens d'exposer (objectifs en termes de savoirs, analyse a priori et a posteriori de procédures élèves, analyse d'erreurs).
- Les sujets proposant des documents peu adaptés à une étude didactique ou un questionnement pauvre ou trop vague disparaissent ; simultanément, les sujets originaux et très intéressants sont de moins en moins nombreux.
- Le repérage des choix didactiques de l'auteur des documents fournis est de plus en plus souvent demandé, cette tâche nécessite de la part des étudiants une certaine connaissance de la didactique des mathématiques et des différents courants pédagogiques existants,.
- Par ailleurs la tendance à utiliser le volet 2 pour "faire faire encore un peu de mathématiques aux candidats" se maintient et même se confirme.

En conclusion, nous assistons à une sorte d'uniformisation des sujets, sans doute consécutive à la diffusion d'annales.

1.3- L'articulation des deux volets proposée dans le texte officiel n'est pas suivie d'effet

Malgré l'invitation discrète à une articulation des deux volets proposée par le texte officiel, les deux parties de l'épreuve restent totalement juxtaposées dans la plupart des sujets.

En fait les sujets ne conduisent pas à une analyse mathématique des savoirs qui pourrait éclairer l'analyse didactique. Les raisons de ce fait peuvent être à chercher dans la commodité pratique d'élaboration des sujets, la commission répartissant les tâches entre plusieurs personnes, les unes s'occupant des mathématiques, les autres du volet professionnel. Mais il est vraisemblable que c'est surtout une difficulté de fond, et peut-être même une question idéologique qui conduit les auteurs de sujets à juxtaposer les parties.

1.4- Conclusion : une épreuve ambiguë

L'étude des sujets, dont je viens de présenter quelques aspects, montre clairement l'ambiguïté actuelle de cette épreuve de mathématiques en milieu de formation.

Nous avons vu que, que pour le volet 1, les auteurs de sujets semblent osciller entre deux conceptions de cette partie mathématique. La première conduit à rechercher une légitimité au niveau académique. Il s'agit alors de tester les connaissances des candidats sur des savoirs mathématiques reconnus par l'institution scolaire à l'aide d'exercices classiques nécessitant l'utilisation de théorèmes culturellement reconnus. La seconde conduit à mettre davantage en évidence la spécificité professionnelle du concours. Le choix est alors d'évaluer les candidats sur leur aptitude à modéliser, à chercher, à se poser des questions, à développer une argumentation sur un thème moins classique.

Rappelons enfin que les questions du volet didactique et pédagogique portent surtout sur les processus d'apprentissage des élèves. Elles contribuent en quelque sorte à légitimer la forme de pédagogie préconisée par les instructions officielles, donnant une place centrale à l'élève et conduisant à une modification manifeste du statut de l'erreur dans l'apprentissage. En ce qui concerne le maître, elles mettent davantage l'éclairage sur ce qu'il "faudrait faire" dans la classe de mathématiques, que sur ce qui se fait effectivement et sur les raisons pour lesquelles cela se fait.

Nous constatons ici que la question relative à la définition d'un corps de savoirs tant didactiques que mathématiques pour la formation des professeurs d'école, est loin d'être réglée.

2- EFFETS DE LA FORMATION SUR LES PRATIQUES EFFECTIVES DES PROFESSEURS STAGIAIRES À TRAVERS LES BULLETINS DE VISITE ET QUELQUES SÉANCES DE CLASSE.

2.1 Présentation du travail

Il m'a semblé paradoxal de réfléchir à ces questions relatives à l'identification d'un corps de savoirs au travers des épreuves du concours sans regarder les stagiaires eux-mêmes. Est-ce que les formés prennent conscience de l'existence de savoirs spécifiques nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école, et si oui se les approprient-ils et de quelle manière, les mettent-ils en oeuvre lorsqu'ils sont en stage ? Ce point de vue n'est bien sûr pas le seul à considérer, pour évaluer une formation. C'est un point de vue délicat car il est pratiquement impossible de dissocier la formation en mathématiques de la formation dans les autres disciplines et, par là même, difficile de trouver des implications entre les choix concernant contenus et stratégies mises en oeuvre par les formateurs en mathématiques et leurs effets sur les étudiants. Il s'agit ici seulement de commencer à analyser les effets de la formation et plus précisément à cerner les dysfonctionnements. Ce travail est actuellement poursuivi et approfondi par plusieurs collègues.

J'ai donc dû faire un état des lieux des conceptions initiales des étudiants à leur entrée à l'IUFM[5] sur les mathématiques, leur apprentissage, et leur enseignement. J'ai ensuite repéré les éventuelles évolutions de ces conceptions dans les discours des stagiaires après la formation. J'ai cherché, enfin, si ces éventuelles modifications se traduisent, en actes, dans les pratiques effectives et lorsque ce n'est pas le cas, j'ai cherché à comprendre ce qui fait obstacle.

2.2- Les conceptions déclarées des étudiants sur l'apprentissage des mathématiques et sur leur enseignement sont sensiblement modifiées par la formation...

D'une conception pratiquement unanime d'une pédagogie traditionnelle :"le maître montre, l'élève apprend et applique", les étudiants évoluent vers une autre conception, plus en accord avec le modèle préconisé actuellement par l'institution. Il s'agit d'un modèle qui s'appuie largement sur le constructivisme, et qui prend en compte certains résultats des recherches en didactique. Il met en avant la nécessité de confronter les enfants à des problèmes pour leur permettre de construire des connaissances en leur donnant du sens.

Mais l'impact de la formation et des formateurs sur le discours produit, est à prendre en compte de manière extrêmement prudente dans la mesure où nous savons par expérience la non adéquation entre les déclarations "théoriques" et les pratiques effectives dans les classes. J'ai donc voulu mettre en évidence les éventuelles distorsions entre les conceptions déclarées et celles qui, plus cachées, régissent les choix en situation d'action. J'ai notamment repéré leurs traces dans des situations professionnelles, en particulier au travers de bulletins de visite de stage et à partir de quelques séances effectives en classe.

[5] Cette première partie de l'étude porte sur une centaine d'étudiants entrés à l'IUFM de Rouen (76) en 1993. Les effets déclarés de la formation ont été étudiés sur deux promotions, la première sortie en 1994 (145 stagiaires sur 243), la seconde sortie en 1995 (208 stagiaires sur 239). La recherche de traces indirectes de ces effets dans les pratiques n'a concerné que quelques stagiaires.

2.3- Les professeurs stagiaires hésitent beaucoup à mettre en place une pratique pédagogique prenant en compte les apports de la formation. Essai d'analyse.

L'étude de cas que j'ai ainsi conduite montre que les stagiaires reproduisent souvent une forme d'enseignement relativement peu éloignée de celle qu'ils ont connue lorsqu'ils étaient eux-mêmes enfants. Ils se retranchent derrière les contraintes du terrain, les habitudes de classe. Même s'ils déclarent que leur conception de l'enseignement des mathématiques a évolué, cette évolution n'a dû atteindre que les couches très superficielles de la représentation construite depuis l'enfance. En situation de classe, c'est bien souvent la conception initiale qui resurgit. Nous pourrions dire en ce sens, que les conceptions initiales des stagiaires jouent le rôle d'obstacles à la formation professionnelle, obstacles que j'ai appelés "métacognitifs", en prenant pour modèle la notion d'obstacle sous-jacente à la théorie des situations. Si nous transférons ce modèle à la formation, nous pouvons dire que, pour se construire des connaissances professionnelles, les étudiants devraient être confrontés à des situations dans lesquelles ils pourraient mettre à l'épreuve leurs connaissances anciennes, ici leurs conceptions initiales de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques. Ces situations idéales de formation seraient donc en quelque sorte des situations a-didactiques de formation. Mais ici, nous rencontrons un problème majeur qui, d'après moi, est la nature du milieu. Dans le cas des situations d'apprentissage, le maître peut jouer sur le milieu de telle sorte que les modèles implicites d'action des enfants soient mis en défaut. Dans les situations idéales de formation, le milieu ne peut être qu'une classe d'élèves, dont le formateur ne peut maîtriser ni les caractéristiques, ni les réactions et pour lesquels le temps d'apprentissage ne peut coïncider avec le temps d'enseignement. Le milieu ne peut donc pas jouer son rôle correcteur en temps réel. Pour qu'il y ait effets "retour", il est nécessaire d'accompagner les étudiants dans l'analyse a posteriori de séances effectuées. Il s'agit de les aider à dégager les indices pertinents à prendre en compte pour évaluer l'efficacité de la séance, tout en restant bien sûr très prudent sur l'authenticité des apprentissages des enfants. Cet accompagnement me paraît contradictoire avec la notion de situation a-didactique.

Nous retrouvons ici un point déjà soulevé : plusieurs concepts issus de théories relatives à l'étude des liens entre enseignement et apprentissage ne peuvent être transférés tels quels dans le cadre de l'étude des phénomènes concernant les liens entre formation et pratiques professionnelles.

Plusieurs autres pistes me semblent intéressantes à signaler pour tenter d'expliciter les raisons pour lesquelles un grand nombre de stagiaires hésitent à mettre en place ce qui leur est proposé au cours de la formation :
- La première concerne le "confort" des stagiaires. Le déséquilibre éventuellement produit par la formation, dans leur conception, soit du métier, soit des mathématiques elles-mêmes, n'est sans doute pas propice à la nécessaire confiance en soi pour "expérimenter".

- La deuxième est liée, me semble-t-il, au degré de maîtrise de la discipline enseignée. Si celui-ci est faible, il se peut que la pratique professionnelle altère les connaissances disciplinaires, les transforme, éventuellement les vide de leur contenu.

- La troisième concerne la prise en compte insuffisante des publics difficiles dans le travail d'élucidation des mécanismes et des conditions d'apprentissages, lors de la formation.

- Une quatrième est la durée de la formation. Une hypothèse serait qu'en dessous d'un certain seuil, les étudiants ne parviennent pas à s'approprier une nouvelle conception, même s'ils se disent très séduits et convaincus de son bien-fondé et de son efficacité. Cette hypothèse rendrait bien compte du cas des étudiants qui, reçus en candidats libres au concours, très demandeurs et très réceptifs, ont plus de difficultés que les autres à transférer dans leur pratique ce qu'ils déclarent dans leurs propos.

- Une dernière porte sur la légitimité du discours tenu dans les centres de formation. De nombreux professeurs formateurs de maîtres du premier degré, sans doute plus que ceux des maîtres du second degré, semblent convaincus de la nécessité de transmettre de la "didactique" concerne le maître, elles mettent davantage l'éclairage sur ce qu'il "faudrait faire" dans la classe de mathématiques, que sur ce qui se fait effectivement et sur les raisons pour lesquelles cela se fait.

Nous constatons ici que la question relative à la définition d'un corps de savoirs tant didactiques que mathématiques pour la formation des professeurs d'école, est loin d'être réglée.

2- EFFETS DE LA FORMATION SUR LES PRATIQUES EFFECTIVES DES PROFESSEURS STAGIAIRES À TRAVERS LES BULLETINS DE VISITE ET QUELQUES SÉANCES DE CLASSE.

2.1 Présentation du travail

Il m'a semblé paradoxal de réfléchir à ces questions relatives à l'identification d'un corps de savoirs au travers des épreuves du concours sans regarder les stagiaires eux-mêmes. Est-ce que les formés prennent conscience de l'existence de savoirs spécifiques nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école, et si oui se les approprient-ils et de quelle manière, les mettent-ils en oeuvre lorsqu'ils sont en stage ? Ce point de vue n'est bien sûr pas le seul à considérer, pour évaluer une formation. C'est un point de vue délicat car il est pratiquement impossible de dissocier la formation en mathématiques de la formation dans les autres disciplines et, par là même, difficile de trouver des implications entre les choix concernant contenus et stratégies mises en œuvre par les formateurs en mathématiques et leurs effets sur les étudiants. Il s'agit ici seulement de commencer à analyser les effets de la formation et plus précisément à cerner les dysfonctionnements. Ce travail est actuellement poursuivi et approfondi par plusieurs collègues.

J'ai donc dû faire un état des lieux des conceptions initiales des étudiants à leur entrée à l'IUFM[5] sur les mathématiques, leur apprentissage, et leur enseignement. J'ai ensuite repéré les éventuelles évolutions de ces conceptions dans les discours des stagiaires après la formation. J'ai cherché, enfin, si ces éventuelles modifications se traduisent, en actes, dans les pratiques effectives et lorsque ce n'est pas le cas, j'ai cherché à comprendre ce qui fait obstacle.

2.2- Les conceptions déclarées des étudiants sur l'apprentissage des mathématiques et sur leur enseignement sont sensiblement modifiées par la formation...

D'une conception pratiquement unanime d'une pédagogie traditionnelle :"le maître montre, l'élève apprend et applique", les étudiants évoluent vers une autre conception, plus en accord avec le modèle préconisé actuellement par l'institution. Il s'agit d'un modèle qui s'appuie largement sur le constructivisme, et qui prend en compte certains résultats des recherches en didactique. Il met en avant la nécessité de confronter les enfants à des problèmes pour leur permettre de construire des connaissances en leur donnant du sens.

Mais l'impact de la formation et des formateurs sur le discours produit, est à prendre en compte de manière extrêmement prudente dans la mesure où nous savons par expérience la non adéquation entre les déclarations "théoriques" et les pratiques effectives dans les classes. J'ai donc voulu mettre en évidence les éventuelles distorsions entre les conceptions déclarées et celles qui, plus cachées, régissent les choix en situation d'action. J'ai notamment repéré leurs traces dans des situations professionnelles, en particulier au travers de bulletins de visite de stage et à partir de quelques séances effectives en classe.

---

[5]Cette première partie de l'étude porte sur une centaine d'étudiants entrés à l'IUFM de Rouen (76) en 1993. Les effets déclarés de la formation ont été étudiés sur deux promotions, la première sortie en 1994 (145 stagiaires sur 243), la seconde sortie en 1995 (208 stagiaires sur 239). La recherche de traces indirectes de ces effets dans les pratiques n'a concerné que quelques stagiaires.

2.3- Les professeurs stagiaires hésitent beaucoup à mettre en place une pratique pédagogique prenant en compte les apports de la formation. Essai d'analyse.

L'étude de cas que j'ai ainsi conduite montre que les stagiaires reproduisent souvent une forme d'enseignement relativement peu éloignée de celle qu'ils ont connue lorsqu'ils étaient eux-mêmes enfants. Ils se retranchent derrière les contraintes du terrain, les habitudes de classe. Même s'ils déclarent que leur conception de l'enseignement des mathématiques a évolué, cette évolution n'a dû atteindre que les couches très superficielles de la représentation construite depuis l'enfance. En situation de classe, c'est bien souvent la conception initiale qui resurgit. Nous pourrions dire en ce sens, que les conceptions initiales des stagiaires jouent le rôle d'obstacles à la formation professionnelle, obstacles que j'ai appelés "métacognitifs", en prenant pour modèle la notion d'obstacle sous-jacente à la théorie des situations. Si nous transférons ce modèle à la formation, nous pouvons dire que, pour se construire des connaissances professionnelles, les étudiants devraient être confrontés à des situations dans lesquelles ils pourraient mettre à l'épreuve leurs connaissances anciennes, ici leurs conceptions initiales de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques. Ces situations idéales de formation seraient donc en quelque sorte des situations a-didactiques de formation. Mais ici, nous rencontrons un problème majeur qui, d'après moi, est la nature du milieu. Dans le cas des situations d'apprentissage, le maître peut jouer sur le milieu de telle sorte que les modèles implicites d'action des enfants soient mis en défaut. Dans les situations idéales de formation, le milieu ne peut être qu'une classe d'élèves, dont le formateur ne peut maîtriser ni les caractéristiques, ni les réactions et pour lesquels le temps d'apprentissage ne peut coïncider avec le temps d'enseignement. Le milieu ne peut donc pas jouer son rôle correcteur en temps réel. Pour qu'il y ait effets "retour", il est nécessaire d'accompagner les étudiants dans l'analyse a posteriori de séances effectuées. Il s'agit de les aider à dégager les indices pertinents à prendre en compte pour évaluer l'efficacité de la séance, tout en restant bien sûr très prudent sur l'authenticité des apprentissages des enfants. Cet accompagnement me paraît contradictoire avec la notion de situation a-didactique.

Nous retrouvons ici un point déjà soulevé : plusieurs concepts issus de théories relatives à l'étude des liens entre enseignement et apprentissage ne peuvent être transférés tels quels dans le cadre de l'étude des phénomènes concernant les liens entre formation et pratiques professionnelles.

Plusieurs autres pistes me semblent intéressantes à signaler pour tenter d'expliciter les raisons pour lesquelles un grand nombre de stagiaires hésitent à mettre en place ce qui leur est proposé au cours de la formation :
- La première concerne le "confort" des stagiaires. Le déséquilibre éventuellement produit par la formation, dans leur conception, soit du métier, soit des mathématiques elles-mêmes, n'est sans doute pas propice à la nécessaire confiance en soi pour "expérimenter".

- La deuxième est liée, me semble-t-il, au degré de maîtrise de la discipline enseignée. Si celui-ci est faible, il se peut que la pratique professionnelle altère les connaissances disciplinaires, les transforme, éventuellement les vide de leur contenu.

- La troisième concerne la prise en compte insuffisante des publics difficiles dans le travail d'élucidation des mécanismes et des conditions d'apprentissages, lors de la formation.

- Une quatrième est la durée de la formation. Une hypothèse serait qu'en dessous d'un certain seuil, les étudiants ne parviennent pas à s'approprier une nouvelle conception, même s'ils se disent très séduits et convaincus de son bien-fondé et de son efficacité. Cette hypothèse rendrait bien compte du cas des étudiants qui, reçus en candidats libres au concours, très demandeurs et très réceptifs, ont plus de difficultés que les autres à transférer dans leur pratique ce qu'ils déclarent dans leurs propos.

- Une dernière porte sur la légitimité du discours tenu dans les centres de formation. De nombreux professeurs formateurs de maîtres du premier degré, sans doute plus que ceux des maîtres du second degré, semblent convaincus de la nécessité de transmettre de la "didactique" au cours de la formation. Mais, si en mathématiques, ces professeurs sont globalement certains de ce qu'ils savent et qu'ils transmettent, en didactique, ils s'engagent sur des "terrains" dont ils ne sont pas toujours vraiment sûrs, et présentent parfois aux stagiaires des concepts qui sont davantage, pour le moment, des outils d'analyse, que des outils à leur prescrire pour construire leur propre enseignement.

De plus, pour compliquer l'analyse, les formateurs chargés d'évaluer les compétences professionnelles effectives des stagiaires, avalisent la mise en pratique de modèles pédagogiques traditionnels, découlant des conceptions initiales des étudiants et de la résistance du milieu dans lequel ceux-ci se trouvent. En effet, les formateurs énoncent généralement un avis favorable, dès lors que le stagiaire maintient dans sa classe une ambiance de travail et qu'il manifeste son sérieux, par ses préparations et la quantité de travail fourni par les enfants.

CONCLUSION

Cette étude reste limitée, tant sur le plan méthodologique que sur celui des résultats obtenus. La recherche d'un cadre théorique **non réducteur** pour analyser les problèmes soulevés s'est avérée difficile. Les outils de la didactique, utilisés pour étudier les phénomènes d'apprentissage et d'enseignement de savoirs mathématiques identifiés et reconnus dans l'institution scolaire, ne sont pas nécessairement suffisants pour étudier les problèmes de formation. Je pense cependant avoir contribué à confirmer ou à établir un certain nombre de résultats qui, même s'ils n'étaient pas inattendus, n'étaient pas pour autant avérés.

La seconde partie de mon travail contribue à confirmer l'incidence des conceptions initiales des professeurs stagiaires sur leur pratique professionnelle effective, et en particulier leur résistance aux changements.

Ce constat nous conduit à envisager des recherches sur les conditions et les moyens à mettre en oeuvre pour faire évoluer et enrichir ces représentations. Du point de vue du formateur, cela pourrait permettre aux professeurs de s'adapter aux différents environnements qu'ils rencontreront, et de pouvoir intégrer, notamment par le biais de la formation continue, les apports des recherches à venir sur les processus d'enseignement-apprentissage des mathématiques.

Par ailleurs, l'analyse menée sur les sujets de concours confirme l'existence de points de vue divers, voire contradictoires sur la question des savoirs de référence pour la formation en mathématiques des professeurs d'école, que ce soit à propos des savoirs mathématiques ou des savoirs didactiques. Or ces sujets institutionnalisent en quelque sorte "sauvagement" des savoirs nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école. Il me semble donc particulièrement important que les recherches se poursuivent sur ces questions.

Un point sur les recherches de l'équipe de didactique des mathématiques de l'INRP

COMMUNICATION C2 :
Roland Charnay
IUFM de Lyon, Centre local de Bourg-en-Bresse
Equipe de didactique des mathématiques de l'INRP

Où en sont les travaux de l'équipe de didactique des mathématiques de l'INRP qui, depuis une dizaine d'années, conduit des travaux sur les apprentissages numériques et la résolution de problèmes, de la grande section d'école maternelle au cycle 3.

L'équipe de didactique des mathématiques de l'INRP travaille actuellement, pour l'essentiel, sur l'école primaire et le collège.

Au niveau du collège, les travaux ont porté, ces dernières années, sur "apprentissage du langage algébrique et résolution de problèmes" (étude sur les savoirs des élèves de la 5^{e} à la 3^{e}, essais d'ingénierie didactique sur la phase de mise en équation). Actuellement, nous travaillons sur le thème de "l'écrit en mathématiques", avec une focalisation sur l'appropriation par les élèves de formes d'expression spécifiques (tableau de proportionnalité en 6e, par exemple).

Pour ce qui concerne l'école primaire, depuis 1985, nous conduisons une série de travaux sur l'enseignement des nombres, du calcul et de la résolution de problèmes à l'école primaire.Amorcée au niveau de la grande section d'école maternelle, celle-ci se termine actuellement au CM2. C'est sur ces travaux que nous proposons d'apporter quelques éclaircissements aujourd'hui.

Il s'agit d'une recherche de type développement, en ce sens où l'objectif premier est de construire et de mettre à l'épreuve une ingénierie didactique complète sur les thèmes considérés, prenant ainsi en compte le long terme dans les apprentissages. Les ouvrages de la collection ERMEL rendent compte des référents théoriques, des orientations et des propositions d'enseignement issus de ces travaux.

En prolongement, des investigations plus précises sont conduites sur certains thèmes : l'aménagement de dispositifs différenciés d'enseignement au cycle 2, le développement et l'utilisation didactique des capacités argumentatives des élèves au cycle 3. Ces travaux complémentaires donnent lieu à des publications pour les formateurs et les enseignants dans la collection "Rencontres Pédagogiques" de l'INRP.

Par ailleurs, depuis le début de ces travaux, un stage du plan national de formation de la Direction des Ecoles permet à des équipes de formateurs de travailler avec nous pendant une semaine sur les orientations que nous avons expérimentées.

I - Trois axes forts

S'il fallait donner les principes les plus forts qui guident nos travaux, trois pourraient être énoncés :

- la place centrale donnée à la résolution de problèmes (ce qui n'a rien de très original dans l'énoncé) que nous essayons d'intégrer sous deux formes : utiliser la résolution de problèmes pour permettre l'appropriation de connaissances nouvelles (problèmes pour apprendre), permettre aux élèves de progresser dans l'activité même de résolution de problèmes : chercher, formuler, prouver (problèmes pour chercher) ;
- la prise en compte de l'état actuel de connaissances des élèves, d'une part en favorisant l'expression de solutions personnelles, d'autre part pour déterminer au mieux les apprentissages notionnels possibles et les conditions de ces apprentissages ;
- l'intégration constante de tous les outils de calcul disponibles (calcul mental, calcul papier et calculatrice), notamment en faisant de la calculatrice un outil de calcul banalisé et en l'utilisant d'un point de vue didactique pour des apprentissages nouveaux.

II - Des résultats

Les principaux résultats sont exprimés par les dispositifs d'enseignement mis à disposition des formateurs et des enseignants (ERMEL). Trois points seulement sont examinés ici rapidement.

1) Nous pensons avoir contribué à une remise en cause fondamentale de l'enseignement des nombres et du calcul dans les premières années de l'école primaire :

- utilisation des nombres, en situation de résolution de problèmes, dès la grande section d'école maternelle et revalorisation de l'idée d'apprentissage provoqué à ce niveau ;
- travail axé en priorité sur l'utilisation des nombres pour traiter des problèmes, avec une dialectique forte entre les nombres -outils et les nombres-objets (avec notamment un travail sur des champs numériques plutôt que sur des nombres, même si leur étendue peut varier avec les compétences des élèves) en reprenant le concept de dialectique outil-objet proposé par Régine Douady ;
- remise en cause de l'étude successive des opérations au profit d'une approche inspirée des travaux de Gérard Vergnaud, avec notamment un travail simultané sur l'addition et la soustraction dès le CP.

2) Dans un contexte très confus et foisonnant concernant ce qu'on appelle la "différenciation", nous avons élaboré et expérimenté quelques points de repères d'inspiration plus didactique :

- l'idée de macro-objectif, qui permet d'éviter certains pièges rencontrés dans la pédagogie par objectifs ;
- la distinction entre itinéraire d'enseignement (pré-construit et jalonné de situations fortes et incontournables) et itinéraire d'apprentissage, l'approche différenciée permettant de tenter de traiter les inévitables écarts entre ces deux itinéraires ;
- des pistes-repères pour penser la différenciation :
  . par les procédures ;
  . par les variables, ressources et contraintes qui peuvent être gérées par l'enseignant et personnalisées dans certaines situations ;
  . par les rôles confiés aux élèves dans certaines situations ;
  . par les tâches proposées aux élèves.

3) Nous avons fait le choix d'intégrer complètement les calculatrices aux dispositifs d'enseignement proposés, c'est-à-dire que les calculatrices sont à la libre disposition permanente des élèves (comme un outil banalisé). A certains moments, l'enseignant peut les utiliser comme variable didactique en interdisant ou en imposant leur utilisation. Nous n'avons pas rencontré de réticence de principe chez les enseignants qui ont accepté de travailler avec nous, mais la banalisation de l'outil, dans la pratique ne se fait pas sans difficultés : les calculatrices ne sont pas toujours facilement utilisées sous la responsabilité principale de l'élève.

Contrairement à une crainte souvent exprimée, les élèves, s'ils y ont accès librement, n'en font pas un usage excessif..., contrairement à ce que certains disent constater au collège. L'importance que nous accordons aux activités de calcul mental n'est sans doute pas étrangère à ce phénomène, ni sans doute la "pression" exercée par l'environnement social en faveur du calcul écrit. Mais, après que la calculatrice ait été un outil qui calcule à la place de l'élève au moment où l'élève n'est pas capable d'effectuer seul les calculs concernés, il est possible de fixer, avec les élèves, l'enjeu du "savoir calculer" soi-même les résultats que fournit la machine.

Nous avons commencé à explorer l'usage qui pouvait être fait de la machine comme variable didactique, notamment au moment où il s'agit de mettre en place un apprentissage nouveau (Cf. articles de Grand N). La même expérience a pu être faite au collège, avec le logiciel Dérive, pour un travail sur la mise en équation.

III - Des questions

Arrivant à la fin de nos travaux concernant le champ numérique, nous ne prétendons évidemment pas proposer un produit définitif. Au contraire, c'est en interrogeant, en discutant de façon critique ces propositions, comme d'autres propositions, que des avancées nouvelles peuvent être réalisées.

Quelques questions restent très ouvertes.

1) Comment aller plus loin dans la réflexion sur le calcul, en particulier à propos de la place à donner aux différents moyens de calculer ? Comment mieux intégrer les calculatrices et d'autres outils modernes ? Faut-il réduire encore la place accordée aux algorithmes papier-crayon ? Quelles exigences faut-il avoir concernant les compétences relatives au calcul papier-crayon ? A quel moment ? Ces algorithmes peuvent-ils devenir ce que sont parfois les numérations anciennes : des prétextes (et des contextes) pour des apprentissages situés en dehors de compétences sur ces algorithmes, ayant alors un caractère facultatif ? Est-ce le cas de tous les algorithmes ?

2) La proportionnalité n'a pas, dans les programmes actuels pour l'école primaire et pour le collège, la place qu'exige l'importance qu'elle a dans le traitement de problèmes "quotidiens" ou relevant d'autres disciplines ou encore pour le rôle qu'a la notion de linéarité dans la suite des études mathématiques.

Au-delà, il s'agit d'une notion pour laquelle l'articulation avec le collège se pose avec acuité. Quels objectifs faut-il définir pour l'école primaire ? Nous tentons de définir une position et de la traduire en dispositif d'enseignement. Mais la discussion sur ce point nous paraît largement ouverte.

- Dès le CE, une première approche peut en être faite avec deux compétences particulièrement importantes et qui serviront de points d'appui pour la suite :
  . celle liée à l'utilisation de ce que nous appelons pré-linéarité (basée sur 'idée de "un de plus" : si 1 objet coûte 7 F et si je connais le prix de 25 objets, je peux avoir aisément le prix de 26 objets) ;
  . celle qui est associée à l'idée de double (si la quantité double, le prix double).

- Quelles compétences attendre à la fin de l'école primaire ? Pour notre part, nous répondons en trois points :
  . être capable d'utiliser le raisonnement proportionnel, raisonnement contextualisé sur les grandeurs, et qui utilise implicitement les propriétés de linéarité lorsqu'elles ont du sens pour l'élève dans le contexte de la situation ;

. être capable d'utiliser implicitement un raisonnement mettant implicitement en jeu le coefficient de proportionnalité, lorsque celui-ci a du sens pour l'élève dans le contexte de la situation ;
. recourir au passage par l'image de l'unité lorsque les autres procédures sont difficiles à mettre en oeuvre.

- Faut-il enseigner l'usage des représentations (tableau, notamment) ? Notre réponse est très prudente à ce sujet. Des constats faits en classe de sixième montrent que seule une petite minorité d'élèves y a recours spontanément pour traiter les problèmes proposés. D'autre part, le risque de phénomènes de contrat n'est pas négligeable. Enfin, l'usage d'un tableau limite le déroulement et l'explication de certaines procédures utilisées par les élèves.

3) Les phases de mise en commun et de débat sont des moments cruciaux dans de nombreuses situations. Elles ont des fonctions variées : repérage et analyse d'erreurs, discussion sur la pertinence et la qualité des procédures, établissement de "ponts" entre procédures, synthèse ou institutionnalisation d'éléments de connaissance, ... Dans tous les cas, on en espère un progrès cognitif des élèves ; c'est donc un moment important de l'apprentissage. Plusieurs questions se posent, que nous avons commencé à examiner (Cf. ERMEL CE2), notamment :

- gestion adaptée à l'objectif poursuivi, en particulier il est important d'essayer de faire partager aux élèves l'enjeu de la mise en commun ;
- sensibilité particulière de cette phase aux interventions de l'enseignant ;
- difficultés des élèves à expliciter leurs propres procédures ;
- difficulté à communiquer avec leurs pairs plutôt qu'avec l'enseignant ;
- question de l'écart "de connaissances ou de procédures" entre les élèves qui peut rendre difficile, voire impossible, le débat entre élèves du fait de l'incapacité de certains à pouvoir "entrer" dans la procédure d'un autre élève : qui alors apprend au cours de cette phase ?

4) Les phases de mise en commun, comme celles de travail en groupes, sont des moments au cours desquels les échanges d'arguments entre élèves doivent avoir un rôle important. Nous examinons actuellement plusieurs questions, avec les élèves du cycle 3 :
- quelles sont les capacités argumentatives des élèves ?
- peut-on améliorer ces compétences et préparer l'exercice d'une pensée rationnelle lors de débats mathématiques ?
- comment les échanges d'arguments peuvent-ils être utilisés pour favoriser des apprentissages notionnels ?

Cette question est traitée plus à fond dans l'atelier animé par Jacques Douaire (voir le compte-rendu de cet atelier).

Bilbliographie

ERMEL, [de 1990 à 1995], *"Apprentissages numériques et résolution de problèmes"* (parus : Grande section d'école maternelle, CP, CE1, CE2 ; à paraître : CM1), Hatier.

Equipe INRP, [1988], *"Un, deux, beaucoup... passionnément"*, Rencontres Pédagogiques n° 21, INRP.

Equipe INRP, [1995], *"Un, tous... différemment"*, Rencontres Pédagogiques, n° 34, INRP.

CHARNAY R., [1991-92], *"A propos de la mise en place des cycles à l'école primaire, approche didactique"*, Grand N, n° 49, IREM de Grenoble.

CHARNAY R., [1993-94], *"Une calculatrice pour tous à l'école primaire... ou quelles compétences en calcul aujourd'hui ?"*, Grand N, n° 53, IREM de Grenoble.

CHARNAY R., VALENTIN D., [1991], *"Activités numériques et résolution de problèmes en maternelle"*, Cahiers pédagogiques, n° 292.

CHARNAY R., VALENTIN D., [1991-92], *"Calcul ou comptage ? Calcul et comptage !"*, Grand N, n° 50, IREM de Grenoble.

CHARNAY R., [1993-94], *"Un exemple d'utilisation des calculatrices au CE1"*, Grand N, n° 54.

VALENTIN D., GUILLERAULT M., [1994-95], *"Calculette et numération au CE1"*, Grand N, n° 55.

COLOMB J. (sous la direction), [1995], *"Calcul littéral : savoirs des élèves de collège"*, INRP.

VALENTIN D., [1993], *"Faire des mathématiques"*, L'enfant et l'école maternelle : les enjeux, A. Colin.

Les outils de calcul dans la formation initiale des maîtres en mathématiques

COMMUNICATION C3 :
Noguès Maryse & Trouche Luc
Équipe analyse IREM de Montpellier.

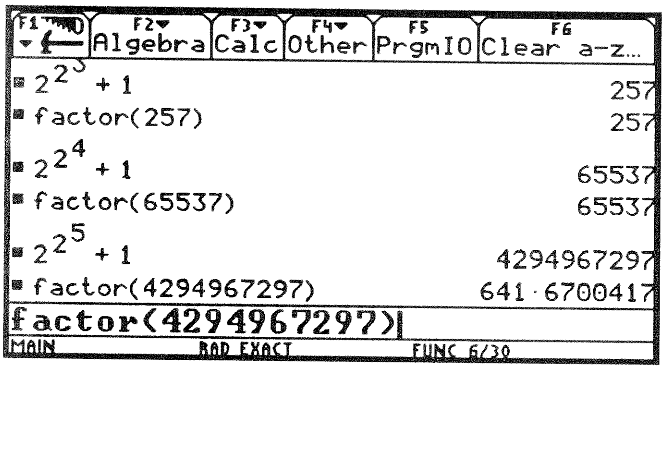
RÉSUMÉ : Pour rendre plus effective l'intégration dans l'enseignement secondaire des nouvelles technologies, plus particulièrement des calculatrices graphiques et "formelles", les enseignants doivent eux mêmes en formation continue, mais aussi initiale, se familiariser avec ces objets. Durant l'année scolaire 95/96, notre équipe a mené, dans le cadre d'une action IUFM/MAFPEN, une recherche auprès des stagiaires PLC2 de Mathématiques de l'IUFM de Montpellier visant à observer les résistances possibles à cette intégration et déterminer des stratégies qui puissent permettre leur dépassement.
Avant d'examiner les résultats de cette recherche, cet exposé présente quelques spécificités des calculatrices "formelles" dont la prise en compte sera nécessaire pour une intégration effective.

1. Chronique d'un bouleversement annoncé.

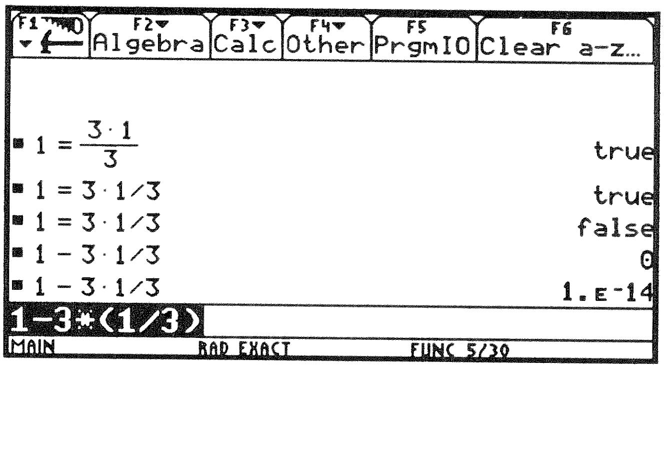
Si les calculatrices graphiques demandent déjà à leurs utilisateurs d'être familiarisé avec la représentation d'un continu "discrétisé" lié au nombre fini de points d'un écran ainsi qu'au problèmes de codage des nombres[1], les calculatrices "formelles" introduisent aussi certaines spécificités dont il faut tenir compte. Les écrans suivants présentent quelques unes de leurs singularités et démontrent, si cela est encore nécessaire, que des adaptations sont à prévoir.

1a. Des calculatrices qui font tout ?

En Arithmétique... Mieux que Fermat...



Mais moins bien qu'un calcul "à la main"[2]

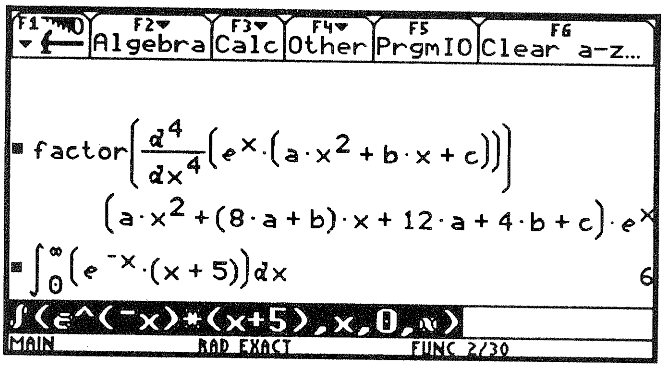


---

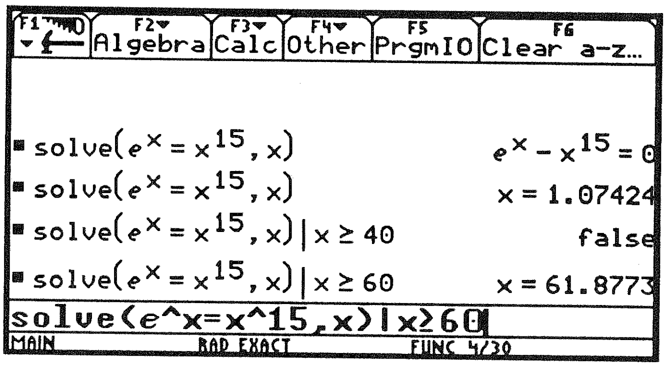
[1] On pourra consulter à ce sujet les brochures du groupe analyse dont les références sont données dans la bibliographie, en particulier : "Pour une prise en compte des calculatrices graphiques en lycée" et "Arithmétique, le retour..."

[2] Ces résultats, surprenants, sont dus au fait que la calculatrice a été mise en mode exact, puis approché. Le bandeau de bas d'écran "exact" n'indique que le mode du dernier calcul effectué.

Comme en Analyse. Plus besoin de calculer...



Ni de réfléchir ?

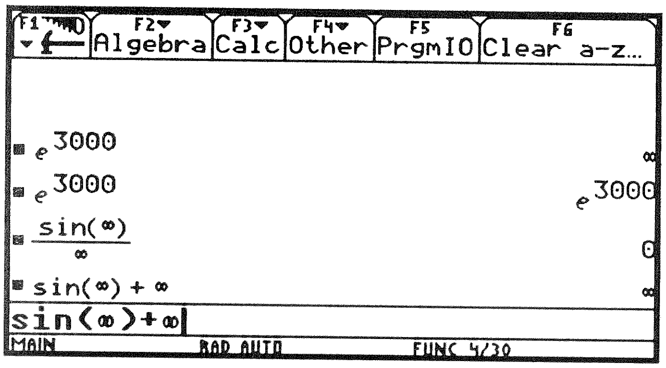


1b. Concurrence déloyale pour les uns... (les professeurs)

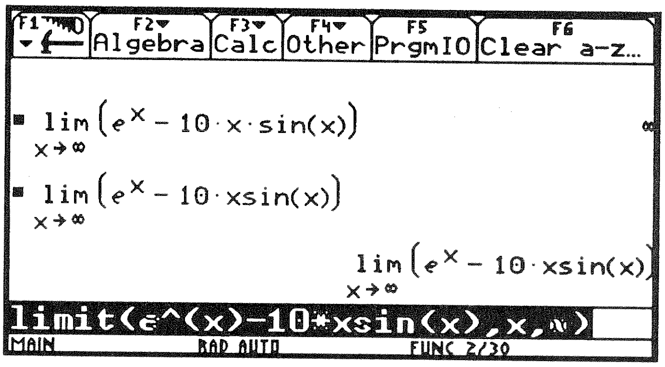
Par rapport à ces calculatrices sensées tout faire, l'enseignant se trouve dans une situation difficile. D'une part, il n'est plus le dépositaire exclusif du savoir, mais par ailleurs, la part de l'imprévu dans la gestion de la classe est démultiplié.

1c. "Succès" garanti pour les autres.... (les élèves)

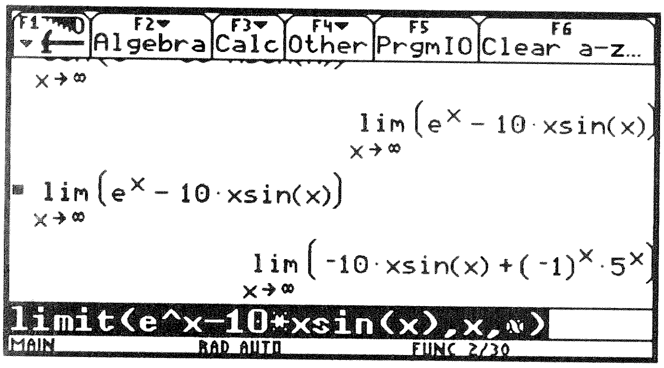
L'infini à portée de main...



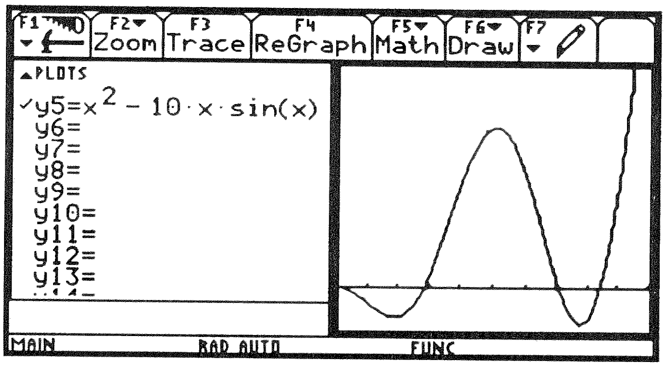
Des réponses aléatoires... [3]



Pour quelle construction de sens ?



"Je vois" a remplacé "je comprends".



La conciliation de tous ces résultats paradoxaux ne peut se faire que de deux façons :

je vois, donc je sais... ➩ que tout cela n'a aucun sens

ou

➩ que la dernière image (ou la première image) fait sens.

---

[3] Les résultats sont différents suivant que la question est correctement formulée pour la calculatrice ou non.

"Il est tout aussi vital d'apprendre aujourd'hui à nos enfants -tous nos enfants- à manier ces outils, qu'il l'était, au XIX siècle, d'apprendre l'arithmétique et la grammaire aux petits paysans. C'est à l'Éducation Nationale que revient cette lourde tâche. Après, c'est trop tard."

[Queau, 93]

2. Bilan d'une formation continue des enseignants.

C'est la force de l'affirmation précédente qui a ainsi fait que notre groupe s'est engagé dans des actions de formation.

2a. Des axes de formation.

Deux thèmes (interdépendants) orientent la réflexion de notre groupe :
- élaborer des activités pour la classe qui intègrent les nouveaux outils de calcul ;
- évaluer d'un point de vue didactique les modifications des processus d'apprentissage liées à ces nouveaux outils.

Cette réflexion se concrétise, pour la formation continue, selon **deux pôles** :
- des brochures proposant différentes activités ;
- des stages :
    * soit au niveau 1er et terminales des lycées,
    * soit fin de collège et seconde.

Les constats les plus fréquents faits lors des stages.

La résistance à l'utilisation des calculatrices dans des séances de cours ou de travaux pratiques peut être liée :
- à la diversité des matériels ;
- à une "mauvaise" maîtrise par l'enseignant du matériel ;
- à l'idée que le matériel est transparent et que l'emploi n'a pas besoin d'être guidé.

Les conceptions des enseignants.

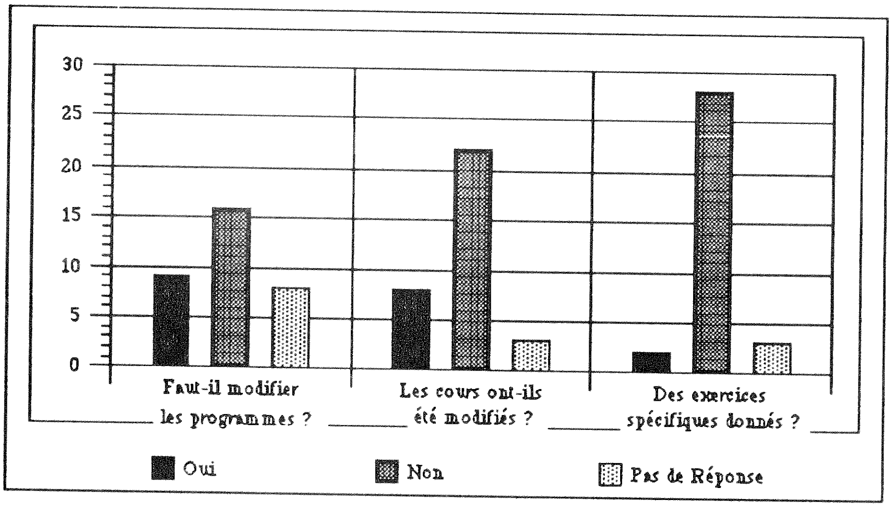


Fig. 1 Quelles modifications entraînées par la généralisation des calculatrices graphiques.
Enquête 1992 auprès des professeurs de 1S de Montpellier. 32/40 enseignants concernés ont répondu.

Même si cette enquête date de 1992 [Trouche 92], les conclusions de celles-ci sont peu susceptibles d'avoir changé : les calculatrices ne sont pas prises en compte par les enseignants qui, majoritairement, ne modifient pas leurs cours et ne donnent pas d'exercices spécifiques.

2b. Les réticences des programmes.

Les réticences des professeurs sont accompagnées ou entérinées par celles des programmes qui intègrent toujours avec quelque retard les nouveaux outils de calcul.

Un aperçu de l'évolution des programmes... et de l'évolution des outils.

<u>1966 "Utiliser tables de log et règle à calcul"</u>
- Calcul numérique à part
- Suites traitées dans le chapitre Fonctions
- Représentations graphiques marginales

<u>1971 "Utiliser les machines à calculer de bureau"</u>
- Calcul numérique à part
- Suites traitées dans le chapitre Fonctions
- Représentations graphiques usuelles

C'est dans les années 75 que les calculatrices programmables se généralisent.

<u>1982 "Utiliser largement les calculatrices"</u>
- Calcul numérique intégré dans le cours
- Suites séparées des Fonctions
- Représentations graphiques : un rôle important

Les calculatrices graphiques apparaissent vers 85.

<u>1986 "Utiliser systématiquement les calculatrices"</u>
- Rôle essentiel des problèmes et méthodes numériques
- Calculatrice programmable exigée, mais bas de gamme
- Évocation de l'informatique pour la programmation
- Représentations graphiques : une place très importante

<u>1991 "Utiliser systématiquement les calculatrices"</u>
- Calculatrice programmable exigée, fonctions statistiques conseillées, "écrans graphiques non demandés"
- Évocation de l'informatique pour l'utilisation des systèmes graphiques (écrans, tables traçantes)

Des calculatrices formelles performantes apparaissent en 95.

2c. La polémique pour l'intégration.

L'intégration des outils de calculs dans l'enseignement des mathématiques est toujours sujet de polémique, un des thèmes les plus fréquents de polémique étant leur utilisation un jour d'examen. L'absence d'accord réel peut entraîner concrètement l'apparition de situations difficilement gérables entre les mentions "calculatrices autorisées" et "calculatrices interdites". Or, *"le statut de la calculatrice aux examens pèse sur son utilisation pédagogique toute l'année"*.

Polémique qui rebondit d'autant plus que depuis cette année Texas Instrument a mis sur le marché les TI 92 qui intègrent deux logiciels performants :
- un logiciel de calcul formel : DERIVE ;
- un logiciel de géométrie : CABRI.

Des prises de position interviennent dans les médias, aussi bien dans une presse à large diffusion que dans des bulletins plus spécialisés...

"Qui a peur des calculatrices trop brillantes" [La recherche, sep 95] ;
"Calculatrices" [courrier lecteur, La recherche, nov 95] ;
"Calculatrices scientifiques programmables et examen, soyons sérieux ! [Epsilon, mars 96].

Les enseignants pensent-ils comme ce personnage du roman de Huxley ?
"Nous ne voulons pas changer. Tout changement est une menace pour la stabilité. C'est là une autre raison pour que nous soyons si peu enclins à utiliser des inventions nouvelles."
[Aldous Huxley, Le meilleur des mondes]

Et est-ce pour cela que leurs déclarations confinent parfois au ridicule ?
"Pour cet examen, tous les moyens d'écriture autre que la plume d'oie et l'encre violette sont interdits. Pour éviter les fraudes, seuls les encriers et les plumes d'oie fournis par l'administration seront autorisés lors de l'épreuve."
[La recherche, sep 95]

3. (Premier) bilan d'une formation initiale.

3a. Le cadre.

Une nécessité.
Reprenant le point de vue de Michèle Artigue [Artigue 95] : pour rendre l'intégration effective, il faut rendre la formation efficace et il importe que les enseignants soient informés sur les phénomènes didactiques spécifiques auxquels ils seront nécessairement confrontés, notre groupe, déjà en prise avec la formation continue a également voulu tenter une double démarche, prospective et d'information dans le cadre de la formation initiale qui est déjà le premier "lieu" de formation.

Une tentative et un projet.
Notre projet de recherche a été centré sur une intervention auprès des stagiaires en mathématiques (PLC2) de l'IUFM de Montpellier durant l'année 95/96.
L'aspect prospectif vise à évaluer les conceptions initiales et finales des stagiaires en établissant un état des lieux en début d'année et en élaborant un bilan terminal rendant compte de l'évolution des conceptions. Le suivi d'un petit groupe de stagiaires volontaires pour participer plus activement à l'expérimentation est aussi prévu.

L'aspect information (ou formation) sur la spécificité des matériels consistera en des séances données en début et fin d'année dans le cadre des journées de regroupement didactique des stagiaires.

La réalisation du projet.
Dans le cadre d'un accord IUFM/MAFPEN, le projet est accepté, et celui-ci peut prendre corps. Sa réalisation s'organise avec :
- des séances avec les stagiaires incluant exposés, exercices et activités possibles (début et fin d'année) ;
- un questionnaire proposé aux stagiaires en début d'année ;
- des mémoires de stagiaires qui ont participé plus activement à l'expérimentation et ont été plus régulièrement suivis ;
- des grilles d'évaluation d'activités faites par les stagiaires.

3b. Les conceptions initiales.

Le questionnaire donné en début d'année aux stagiaires interroge d'une part leur connaissance personnelle de l'outil, mais aussi leurs projets par rapport à cet outil en tant qu'enseignants et leur position en ce qui concerne l'impact des calculatrices sur l'enseignement. Un récapitulatif de l'utilisation personnelle de l'outil faite par les stagiaires est donné par la figure 2 ci-dessous. Le moins que l'on puisse dire est que celui-ci est méconnu dès que l'on s'intéresse à d'autres fonctionnalités que les opérations de base. Notons que tous les stagiaires ont une calculatrice graphique personnelle.

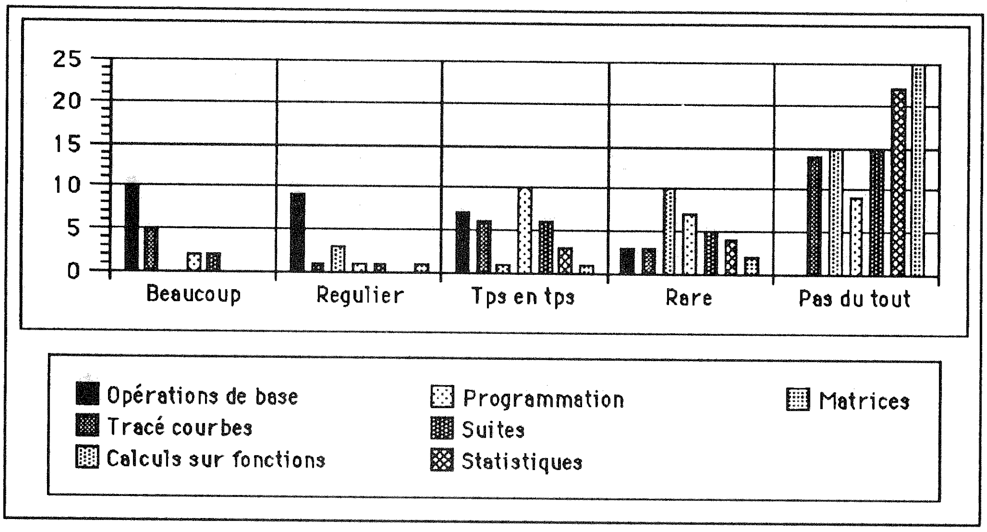


Fig. 2 : ***Utilisation des fonctionnalités de la calculatrice.*** *Résultats d'un questionnaire auprès de 29 stagiaires PLC2 de l'IUFM de Montpellier, 95/96.*

Une question suivante permet d'établir que pour 10 d'entre eux ce sont les calculatrices "quatre opérations" qui ont le plus influencé l'enseignement des mathématiques, les calculatrices graphiques n'étant le plus déterminantes que pour 5 stagiaires.

La figure 3 recense les réponses des stagiaires quand à leur position face à l'outil calculatrice en tant qu'enseignants. La contradiction la plus forte, et que leur propre pratique en tant qu'élèves ne leur a pas encore permis de résoudre, s'observe dans le fait que, même si, de façon majoritaire, les calculatrices représentent un plus pour l'enseignement, elles empêchent fondamentalement les apprentissages de base.

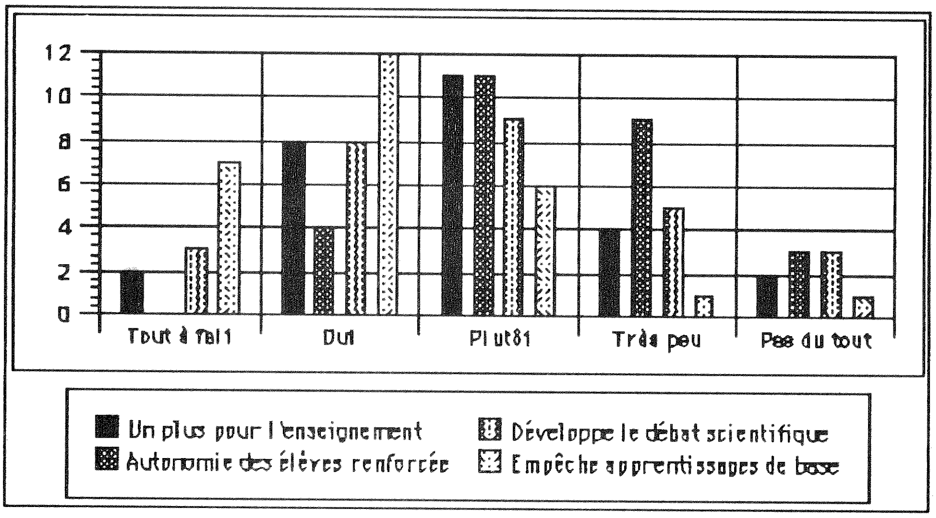


Fig. 3 : ***Calculatrices graphiques et enseignement des mathématiques.*** *Résultats d'un questionnaire auprès de 29 stagiaires PLC2 de l'IUFM de Montpellier, 95/96.*

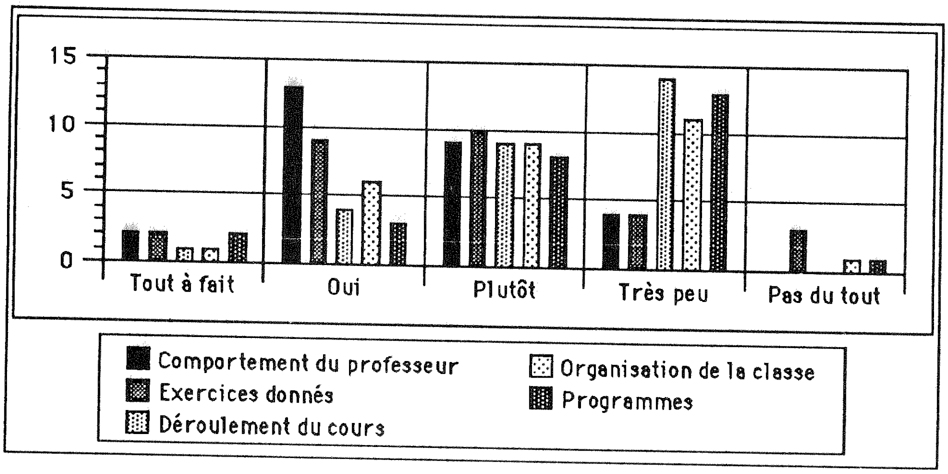


Fig. 4 : Modifications rendues nécessaires par l'utilisation des calculatrices graphiques.
Résultats d'un questionnaire auprès de 29 stagiaires PLC2 de l'IUFM de Montpellier, 95/96.

Enfin cette dernière figure permet d'apprécier ce qui, pour les stagiaires, est déterminant pour un prise en compte des calculatrices dans l'enseignement. S'il ressort ainsi que ce sont essentiellement le comportement du professeur et les exercices qui doivent être modifiés sans qu'intervienne vraiment une modification des programmes, l'impact de l'action menée dans le cadre de notre action peut alors laisser sceptique, car les comportements, mis à part certains cas particuliers où l'action a été plus précise, n'ont guère évolué...

3c. L'impact de la formation.

Prévisions des stagiaires.

Il est apparu lors du questionnaire de début d'année que pour 15 (sur 29) d'entre eux, il est envisageable d'organiser dans leur classe des activités spécifiques avec une calculatrice et 9 pensent cela possible avec une calculatrices graphique. Les raisons de cette différence pouvant s'expliquer par les classes dont ils ont la charge.

Les conceptions finales des stagiaires et leurs réalisations effectives.

Nous n'avons pas testé de façon systématique, sous forme de questionnaire par exemple, les modifications possibles des conceptions des stagiaires en fin d'année. Celles-ci ne peuvent donc qu'être appréciées à travers les "retours" donnés aux propositions d'activités à expérimenter et les mémoires.

En ce qui concerne les réalisations effectives :

- 2 stagiaires réalisent leur mémoire de fin d'année sur le thème de l'intégration des calculatrices ;
- pour les 27 autres stagiaires, 5 donnent le bilan d'une activité réalisée dans leur classe dont un avec Dérive sur ordinateur. Les classes concernées sont des classes de seconde sauf une classe de collège.

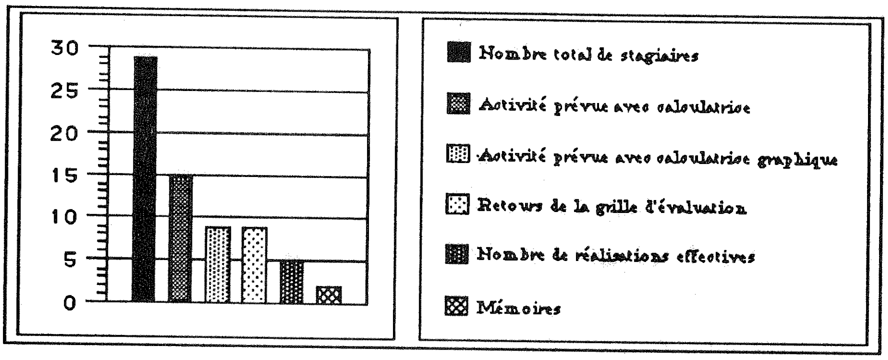


Fig. 5 : Prévisions et réalisations. *Stagiaires PLC2 de Montpellier 95/96..*

Une des principales raisons invoquées par les stagiaires pour ne pas tenter d'activité avec des calculatrices dans leur classe est le niveau de celle-ci : classe de collège. Pourtant l'intégration des calculatrices graphiques et formelles s'inscrit dans une continuité collège/lycée et des activités peuvent être proposées dès le collège, voire le primaire comme l'ont par ailleurs développé P. Clarou [Clarou 95], de l'IUFM de Grenoble, ainsi que E. Bruillard [Bruillard 95] de l'IUFM de Créteil.

4. Pour une "pression didactique".

4a. Un problème général.

"On a vu que les stagiaires ne sont pas preneurs d'idées nouvelles en matière d'enseignement, d'autant plus qu'elles sont toujours partielles, qu'il reste à travailler pour les adapter, qu'ils ne peuvent les voir fonctionner sur le terrain (...)
Il peut paraître paradoxal de réserver à des débutants des modifications de pratiques que des enseignants expérimentés ne tentent pas, eux qui connaissent le terrain, et les contraintes. Et les stagiaires doivent tenir ce raisonnement.
Ainsi, malgré les IUFM, tout le système contribue encore à former des enseignants plus dans la continuité de leurs prédécesseurs qu'en rupture avec eux. Mais y a-t-il lieu de s'en inquiéter ?
Faut-il ou non adapter les pratiques enseignantes aux nécessaires mutations de l'enseignement, notamment aux classes très hétérogènes, voire complètement défavorisées, ou dans un autre ordre d'idées à l'introduction des environnements informatiques ?"

[Robert 96]

4b. Quelques résultats.

Malgré les réticences de la plupart des stagiaires dont la citation d'Aline Robert rend bien compte, trois d'entre eux ont découvert l'importance de la prise en compte des outils de calcul dans leur enseignement, par des cheminements distincts :
➩ l'un à travers la classe du conseiller pédagogique ;
➩ l'autre à travers le lycée dans lequel il avait sa classe en responsabilité ;
➩ la dernière à travers la réalisation du mémoire professionnel.

C'est en étudiant de façon plus précise les phases d'élaboration de ce mémoire que nous essayerons de rendre compte des difficultés rencontrées par un nouvel enseignant qui cherche à intégrer ces nouveaux outils.

Les étapes d'un mémoire.

Préliminaires

➩ Une idée : profiter de la formation IUFM pour traiter un problème nouveau.

➩ Une double hypothèse : l'introduction de calculatrices graphiques dans une classe, même pour une période limitée, favorise l'émission de conjectures, réduit la nécessité des preuves.

➩ Un dispositif expérimental :
- introduction des calculatrices dans la classe ;
- organisation d'un TP suivant deux modalités (avec ou sans calculatrices) ;
- comparaison, et conclusion.

Réalisation

➩ Séance d'introduction : succès.

Enthousiasme de la classe, sentiment de réussite partagé :
"c'est facile"

➩ Séances de TP : échec.

Lenteur, visions restreintes,
cloisonnement des observations, confusions...

Moment crucial

La stagiaire doit choisir : étendre l'expérimentation, ou approfondir les résultats obtenus ?

Bilan

L'échec de la séance de TP après la "réussite" de la séance d'introduction amène la stagiaire à opérer certaines distinctions :

➩ Différence entre familiarisation et appropriation ;

➩ Conjectures : importance du contrat dans la classe ;

➩ Preuves : différents niveaux... ;

➩ Notions mathématiques : problèmes de contagion du signifiant sur le signifié.

Conclusion

Cette expérience aura permis à la stagiaire de découvrir la profondeur d'un problème, d'évaluer la nécessité d'une prise en compte de l'outil et lui aura aussi donné de nouvelles perspectives professionnelles.

4c. Une orientation générale.

Afin de favoriser l'intégration des nouveaux outils, certaines responsabilités incombent à la formation initiale (mais aussi continue) :
- présenter des recueils de situations mises au point par des chercheurs et des innovateurs déjà expérimentés ;
- informer sur les phénomènes didactiques spécifiques auxquels les stagiaires seront nécessairement confrontés, sur les moyens de les repérer et de les gérer efficacement" [Artigue 95].

Mais cela ne suffit pas, il faut aussi agir à l'interface formation/enseignement. Un certain nombre de moyens sont alors envisageables :
- inciter la rédaction de mémoires professionnels sur ce thème ;
- proposer des prêts tournants de matériel ;
- insérer la problématique posée par l'intégration de ces nouveaux outils à d'autres problématiques en la rendant ainsi plus globale, donnons comme exemples :
  - outils de calcul et pédagogie différenciée ;
  - outils de calcul et débat scientifique ;
  - outils de calcul, argumentation, et preuve.

Pour terminer nous ajouterons seulement :

**Un outil de calcul n'est pas un outil pédagogique en soi,
c'est un outil influent,
qu'il faut nécessairement prendre en compte.**

Bibliographie

ABBOUD BLANCHARD M., 1994, *L'intégration de l'outil informatique à l'enseignement secondaire des mathématiques : symptômes d'un malaise.* Université de Paris VII, thèse de doctorat.

ARTIGUE M., 1995, *Une approche didactique de l'intégration des EIAO à l'enseignement.* Équipe DIDIREM, Université de Paris VII & IUFM de Reims. Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur, Eyrolles.

BRUILLARD E., 1995, *Usage des calculatrices à l'école élémentaire et au début du collège.* IUFM de Créteil, rapport de recherche.

CLAROU P., 1994/95, *Réflexions à propos de l'utilisation des calculatrices dans l'enseignement.* Petit X n°39 & n°40.

FINE & FLEENER, 1994, *Les calculatrices comme instruments pédagogiques.* Journal of computers in Mathematics and Sciences of Teaching, 13.1,83-100 (USA).

QUEAU P., 1993, *Le virtuel, vertus et vertiges.* Champ Vallon/INA.

ROBERT A., 1996, *Réflexions sur la formation professionnelle initiale des professeurs de Mathématiques des lycées et collèges.* Repères-IREM n°23.

Publications du groupe analyse, IREM de Montpellier.

BERNARD R., 1995, *Observer et agir, Mathématiques pour la classe de seconde.* IREM, Université de Montpellier II.

BERNARD & FAURE & NOGUÈS & TROUCHE, 1996, *Intégration des outils de calcul dans la formation initiale des Maîtres, Rapport de recherche IUFM/MAFPEN.* IREM, Université de Montpellier II.

BERNARD & FAURE & NOGUÈS & TROUCHE, 1994, *Activités mathématiques pour les classes scientifiques de lycée.* IREM, Université de Montpellier II.

BERNARD & FAURE & NOGUÈS & TROUCHE, 1995, *Arithmétique, le retour.* IREM, Université de Montpellier II.

BERNARD & FAURE & NOGUÈS & TROUCHE, 1995, *Des fonctions et des graphes.* IREM, Université de Montpellier II.

FAURE & NOUAZÉ & NOGUÈS & TROUCHE, 1993, *Pour une prise en compte des calculatrices graphiques en lycée.* IREM, Université de Montpellier II.

FAURE & NOUAZÉ & NOGUÈS & TROUCHE, 1993, *Quelques idées pour la mise en pratique des modules en seconde.* IREM, Université de Montpellier II.

NOGUÈS M., 1992, *Le concept de fonction.* IREM, Université de Montpellier II. Mémoire de DEA.

NOUAZÉ Y., 1995, *Enseigner en DEUG A avec des calculatrices graphiques*. Ellipse.

TROUCHE L., 1992, *Calculatrices graphiques, statut pour l'élève, statut pour le maître*. IREM, Université de Montpellier II. Mémoire de DEA.

TROUCHE L., 1996, *Enseigner en TS avec des calculatrices graphiques et formelles*. Volume 1 "Côté cours" & Volume 2 : "Côté jardins". IREM, Université de Montpellier II.

Compositions et dessins géométriques à l'école maternelle

COMMUNICATION C4 :
Bernard Bettinelli
IUFM de Besançon

Résumé
Compte-rendus d'expérimentations réalisées en 94 et 95 dans différentes classes de l'École maternelle à partir du matériel : La Moisson des Formes.

1 - Conception du matériel

1.1 Intentions

Les résultats présentés au Colloque ont été réalisés par des enfants de l'Ecole maternelle disposant de la valise de *La Moisson des Formes* que j'ai créée pour les écoles primaire et secondaire et dont j'assure la diffusion.

L'objectif constant de cette recherche, dans le choix des pièces qui composent le jeu et dans celui des activités qui sont proposées aux élèves, est d'offrir une perception des figures géométriques dans leur ensemble et surtout, dans les relations qu'elles entretiennent les unes avec les autres (relations de formes par juxtaposition et inscription, relations de longueurs, aires et angles). C'est en manipulant et en composant ces objets que les apprentis géomètres pourront se créer des images mentales dynamiques qu'ils pourront projeter dans le contenu de leur vision et agencer dans leurs créations.

1.2 Composition

Le matériel se compose de 72 pièces en plastique de 36 formes différentes, classées en 6 couleurs qui correspondent aux relations de parenté les plus simples. Le tri par couleurs fournit des sous-ensembles qui se composent, à la manière du tangram, de pièces dont les longueurs des côtés et les angles sont dans des rapports simples.

1.3 Pièces-objets et pièces-outils

Toutes les pièces du jeu sont en relation entre elles. La précision de leur fabrication leur confère un double rôle essentiel : objet d'un jeu de manipulation multiple d'une part ; outils de construction de dessins comme ensemble de gabarits. Le jeu des relations que les pièces entretiennent, permet le tracé de presque toutes les pièces à partir d'une pièce de même couleur.

2 - Composition et dessin dans une section de Grands

2.1 Compositions libres et dessin

Parallèlement à une expérimentation en cycle III, une exploration des possibilités des enfants de 5 ans a fait l'objet d'une première recherche au printemps 94. Elle a duré 4 mois, à raison d'une séance par semaine.

Une utilisation libre par atelier a permis de voir quelle perception les enfants avaient du matériel. La représentation du réel est le moteur des constructions des petits : maisons, bonshommes et animaux sont spontanément représentés de manière stylisée. Deux démarches cohabitent dans le groupe d'enfants : soit le désir de réaliser un objet particulier conduit l'un d'eux à extraire les composantes de sa construction, soit un début d'assemblage évoque chez un autre une idée qu'il complète et autour de laquelle il compose un décor.

Par exemple, un enfant pense à faire un bateau et cherche à composer la coque et place des triangles "verticalement" pour former les voiles ; une autre trie des triangles isocèles pour en faire une fleur ou étoile, manque de pièces pour terminer et décide que son début de construction est le dos d'un hérisson qu'elle complète par une ellipse pour le corps et un petit disque pour la tête.

Pour garder une trace de leur réussite, les enfants demandent à la dessiner. Ce qui révèle plusieurs difficultés qui seront vite surmontées : le dessin à main levée est difficile ; l'utilisation des pièces en gabarit plus efficace, mais il faut parfois l'aide des voisins pour déplacer puis replacer chaque pièce en gardant la même position relative. L'objet dessiné est ensuite environné d'un décor libre : pieds ou pattes, œil et bouche, soleil, fleurs, ...

2.2 Tris, contraintes et langage

La couleur est la solution la plus simple pour partager le matériel entre plusieurs enfants et chacun peut faire ce qu'il veut avec les pièces rouges, oranges, ... Mais parfois les enfants sont déçus de ne pas trouver assez de pièces pour terminer leur projet.

Pour dépasser ces difficultés, nous suggérons qu'on peut fabriquer des pièces manquantes avec d'autres ; en particulier pallier le manque de carrés avec des triangles isocèles rectangles. Les enfants refusent cette éventualité, l'objet ne correspondant pas avec leur intention. Le recours à des exercices imposés est nécessaire.

Il est fait à partir de consignes restrictives. Par exemple, pour augmenter le stock de carrés, on ne donne que les triangles isocèles rectangles (de 2 valises) aux enfants et on leur demande d'inventer des carrés avec ces pièces : cette fois le carré n'est plus l'objet qu'on cherche à placer dans un contexte, mais le but à atteindre, et ils découvrent qu'ils peuvent coller 2 par 2 ces pièces pour réussir, mais aussi 4 par 4, l'angle droit au centre. La semaine suivante, dans les réalisations libres, les carrés manquants sont remplacés par des triangles.

Dans le même sens, les tris servent à créer un langage géométrique par des consignes restrictives du genre : «triez tous les triangles et faites un dessin avec». C'est de cette manière que seront introduits les mots : triangles, losanges, polygones (pour les polygones réguliers à plus de 4 côtés) ; les termes de carré, rectangle et rond étant déja connus. Pour les autres pièces, on se satisfait de mots du langage usuel auxquels ils font penser : étoile, œuf, gâteau, cerf-volant ou diamant, TGV (parallélogramme).

Si les enfants acceptent bien d'appeler triangles toutes les pièces triangulaires (ce qui n'est pas souvent le cas, les matériels du genre blocs logiques conduisant à appeler triangles des triangles équilatéraux, seule forme triangulaire contenue), par contre, ils ont du mal à distinguer les familles de triangles.

2.3 Les productions

Les consignes sont des passages vers une plus grande liberté et une plus grande maîtrise des formes et du geste qui se fait jour de semaine en semaine dans des réalisations libres splendides et richement décorées sur des thèmes proposés : bonshommes, fleurs, animaux (cf figure 1).

2.4 Les étoiles

Dans une autre classe de Grands, en fin d'année, une institutrice a fait une expérience très différente. Avec 2 valises ensemble, ce qui double le nombre de pièces et permet de fermer des compositions circulaires (6 losanges à angles de 60°, 8 losanges à angles de 45°, 10 triangles d'or, 10 triangles isocèles à angles de base de 36°, 10 triangles isocèles à angles de base de 72°, 12 triangles isocèles à angles de base de 30°, ...), les enfants ont réalisé des étoiles (avec une consigne du type : «faire une construction avec des pièces d'une seule sorte qui se touchent»).

Ce projet les a passionnés, d'autant que leurs réalisation étaient mises en valeur sur un grand damier au mur, et ils ont perfectionné ces compositions géométriques dans un sens purement géométrique. Les étoiles à 6 ou à 8 branches ont été agrémentées de pièces remplissant les secteurs entre 2 branches, de petits carrés centrés avec chaque losange, puis de disques centrés avec l'étoile.

La décoration les a conduit à créer des algorithmes colorés complexes : alternance de couleur des branches de l'étoile ou des éléments ajoutés, coloration différente des parties couvertes par le disque central, ... (cf figure 2)

2.5 Frises et pavages

Partant de ce moteur, l'institutrice a poussé naturellement les enfants vers la création de frises géométriques en leur donnant des feuilles de dessin en bandes longues (feuilles de 65 x 25 cm) ; ce qui leur a fermé la porte aux compositions circulaires et les a conduits à des organisations linéaires avec les mêmes jeux algorithmiques de formes et de couleurs. L'organisation circulaire compacte permet au dessin de se fermer de lui-même ; l'organisation linéaire est plus difficile à maîtriser, ce qui a conduit l'institutrice à créer des lignes support pour aider au placement.

De même de grandes feuilles 50 x 65 ont permis la réalisation de quelques carrelages (cf figure 2).

3 - Autres réalisations

3.1 Dans les autres sections de Maternelle

Beaucoup de possibilités restent à mettre en œuvre avec le matériel. A ce jour, quelques essais partiels ont été réalisés dans une section de Moyens, où les enfants ont beaucoup joué avec le contenu de 2 valises et ont ensuite réalisé des compositions complexes et des dessins où la maîtrise du geste est moins grande, mais suffisante pour réaliser des dessins figuratifs inaccessibles à main levée (cf figure 3).

Chez des petits aussi, les manipulations sont riches : constructions spontanées de modèles figuratifs, remplissage d'un espace (habits de clowns), impression en creux dans une galette de pâte à sel.

3.2 Utilisation de miroirs

La dernière expérience (pour l'instant) s'est faite chez des Grands avec le double miroir qui accompagne les pièces. Les enfants ouvrent ce livre-miroir, le dressent sur la table et placent une seule pièce entre les 2 faces miroirs. Ils obtiennent ainsi des effets spontanés de kaléidoscope.

La consigne demande alors qu'ils règlent l'ouverture pour ne pas avoir d'image "cassée" à l'arrière, de compter les images et d'aller prendre une feuille A4 adaptée. Ces feuilles sont étalées et présentent des systèmes de rayons formant 3, 4, 5, 6, 8 ou 10 secteurs de même angle. Les enfants replacent leur pièce sur la feuille choisie et font le dessin de ce qu'ils voient dans les miroirs.

3.3 Jeux de loto

Pour compléter ces activités et entrainer les enfants à une meilleure connaissance des formes géométriques, j'ai conçu des cahiers d'exercices dont le premier est basé sur le jeu de loto et présente différentes variantes de jeux avec des cartes qui sont des pages A4 remplies soit de dessins figuratifs, soit d'un assortiment de pièces, soit de mini-puzzles formés de 2 pièces, tous grandeur nature pour que les enfants puissent les couvrir exactement avec les pièces et aient une évaluation immédiate et personnelle de la réussite de leur essai.

Pour jouer, ils auront soit les pièces à portée de main, soit devront aller chercher une pièce et le jeu se déroulera soit individuellement, soit en groupe chacun à son tour, suivant le degré d'évolution des enfants.

Bibliographie

BETTINELLI B., 1993, LA MOISSON DES FORMES : valise de matériel avec double miroir
BETTINELLI B., 1993, LA MOISSON DES FORMES : Livre guide
BETTINELLI B., 1996, LE DESSIN GÉOMÉTRIQUE AVEC LA MOISSON DES FORMES Cahiers niveaux 1 et 2
Chez : La Moisson des Formes, 1 rue de la Perrouse 25 115 POUILLEY LES VIGNES

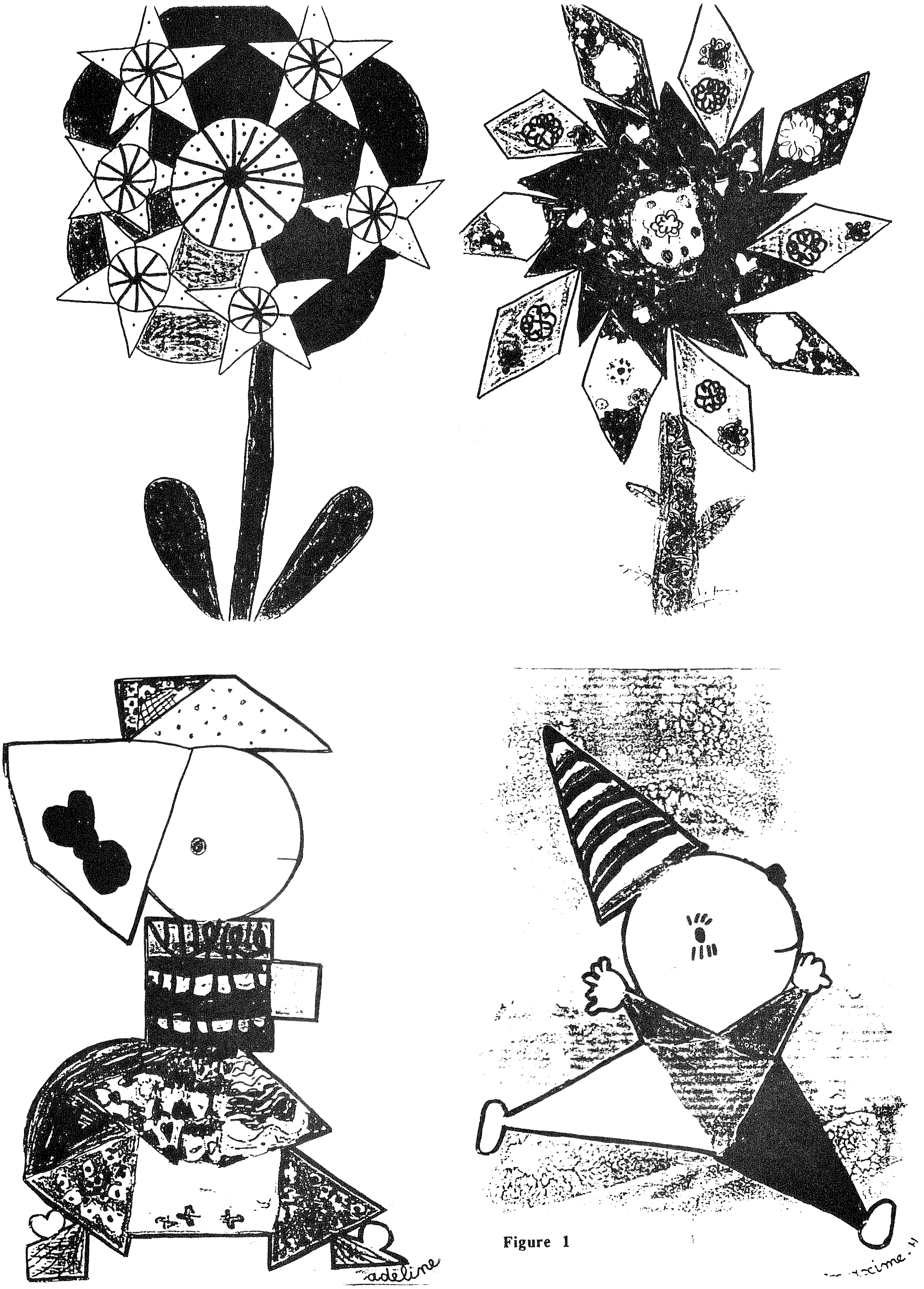


Figure 1

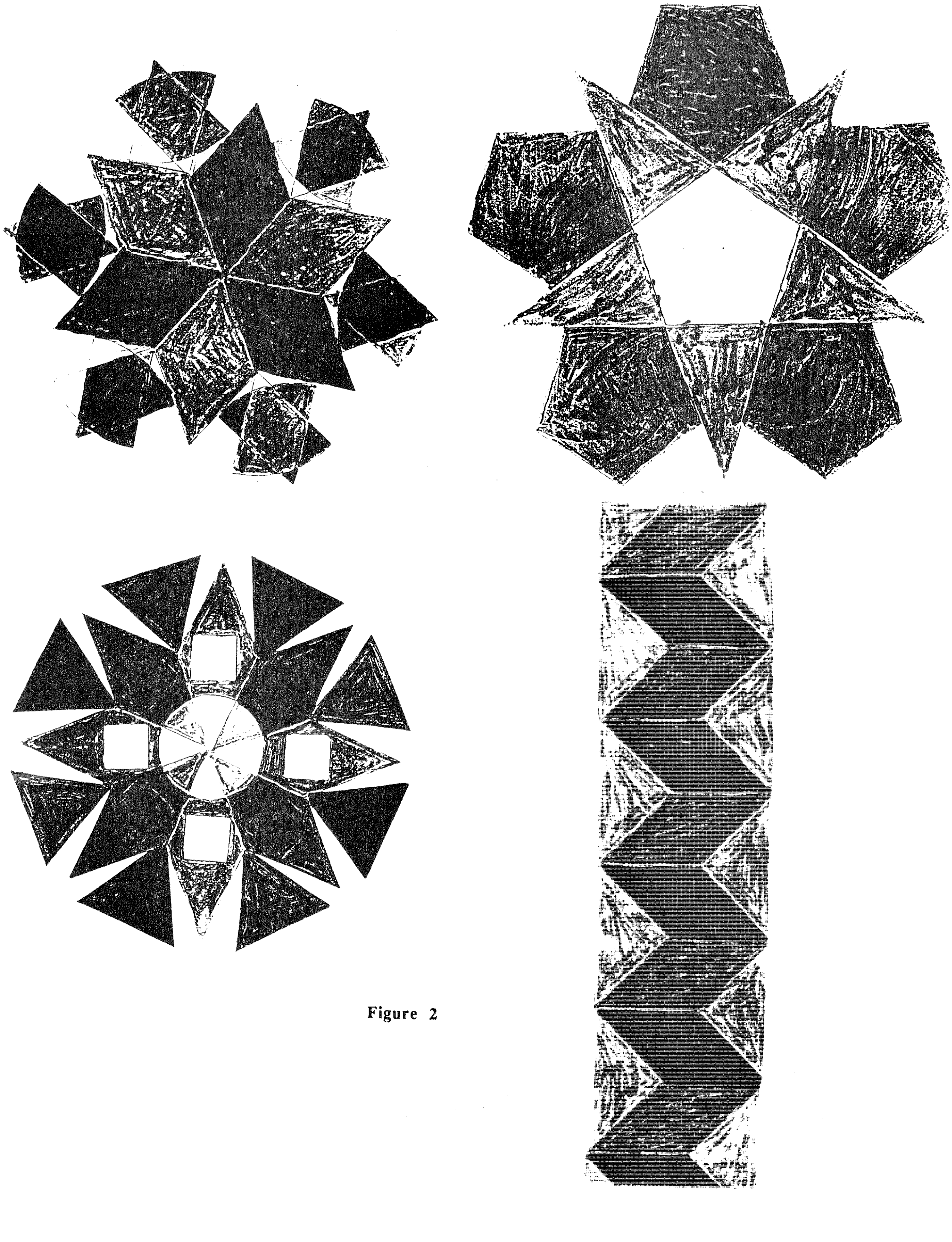


Figure 2

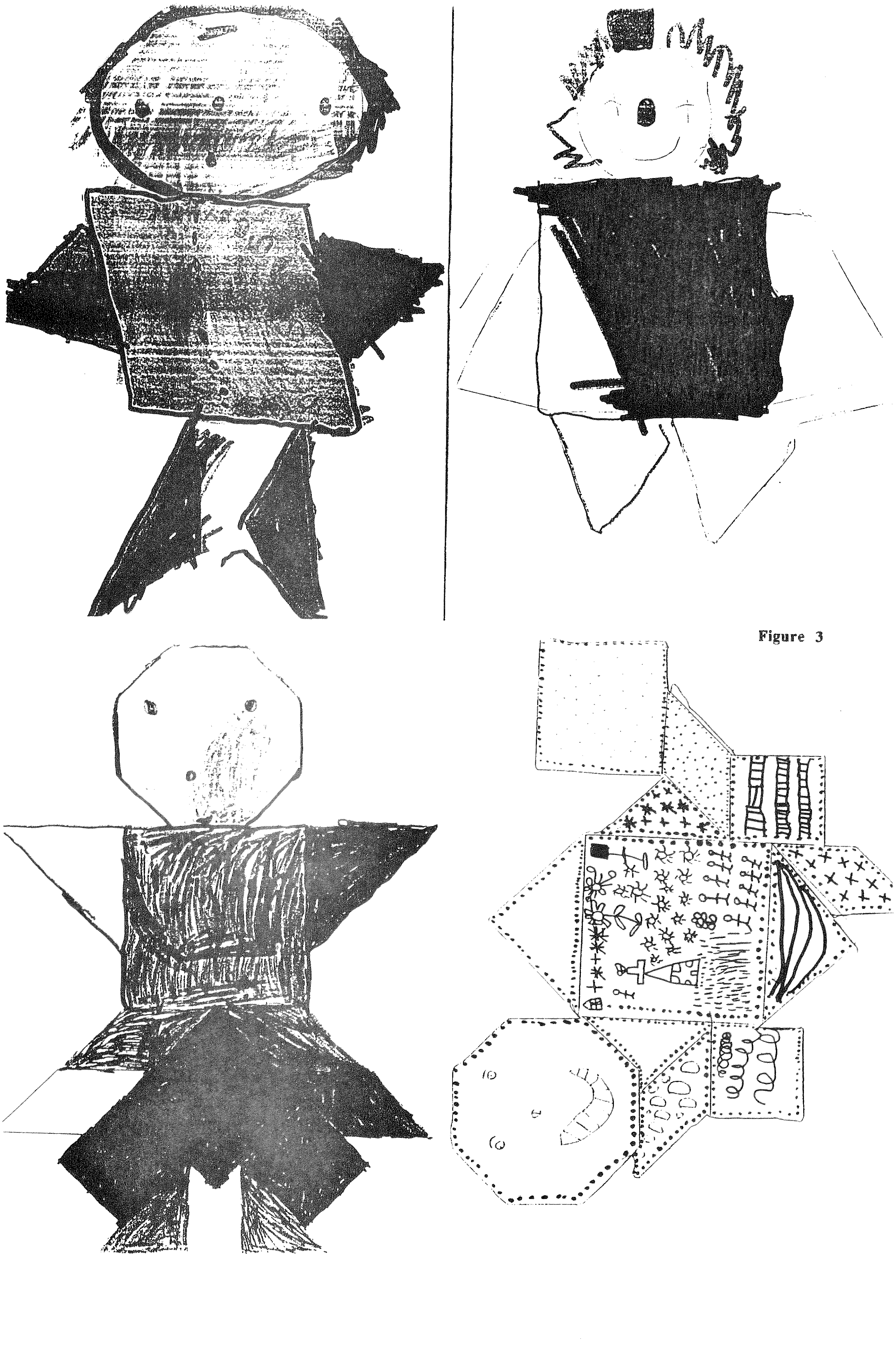


Figure 3

Formation des professeurs d'école : cas des systèmes de nombres

COMMUNICATION C5 :
R. Neyret
IUFM de Grenoble

1. PROBLÉMATIQUE

La création récente des IUFM a contribué à ce que soit posé de nouveau, de manière publique, le problème de la formation des professeurs des écoles. Un enjeu important est d'engager des recherches qui puissent être contrôlées de manière scientifique.

Une de mes questions initiales était d'examiner en quoi consiste une formation disciplinaire dans un institut de formation des maîtres, comment se traduit concrètement la **volonté institutionnelle, déclarée, d'articuler les formations disciplinaires et la formation professionnelle**.

Qu'est-ce que faire des mathématiques en formation professionnelle ? En fait-on comme on le ferait avec des élèves de troisième? En effet ce niveau est souvent évoqué comme niveau de référence par les formateurs et par un certain nombre de personnes gravitant autour des IUFM.

On peut noter d'ailleurs **la difficulté à définir ce que doit être une formation dans la discipline,** comme en témoigne l'**absence actuelle de programmes nationaux**. La formulation de contenus mathématiques, comme on le voit actuellement dans des papiers "officiels", comme les recommandations du jury pour le concours académique de Lyon peuvent laisser perplexes.

D'autre part, j'ai observé, aux cours d'entretiens que j'avais effectués auprès de formateurs divers (IMF, membres du supérieur nouvellement nommés dans les IUFM, anciens PEN, etc...) **des avis divergents des formateurs sur les contenus disciplinaires, selon leur position institutionnelle**. Par exemple j'ai pu noter une quasi absence de besoins disciplinaires exprimés chez des instituteurs maître-formateurs et une exigence très forte sur les contenus pour des universitaires (qui se traduisait par des cours de haut niveau en direction des futurs professeurs des écoles).

Quelle que soit la stratégie adoptée par les formateurs, **il y a une formation mathématique qui vit,** même si les objets de savoir proprement mathématiques restent parfois cachés.

Ce que je voulais éclairer, c'est **sous quelles contraintes se fait cette formation mathématique qui apparaît souvent comme très particulière dans un institut de formation**.

Contrairement aux diverses thèses consacrées dernièrement à la formation des maîtres, dont la préoccupation majeure est de regarder les contenus "didactiques" et leur insertion dans le cadre d'une formation professionnelle, j'ai choisi de privilégier une entrée disciplinaire. Pour cela, j'ai choisi un angle d'attaque à la fois spécifique et limité, à savoir étudier le système didactique à travers un enseignement de mathématiques, celui des "systèmes de nombres".

Le choix du thème du numérique, plus exactement le choix de ce que j'ai appelé "systèmes de nombres" dans le corps de la thèse elle-même, m'a été dicté par le fait qu'il s'agit d'un contenu "crucial" pour plusieurs raisons :

a) on peut attester leur présence dans l'institution-cible et dans l'institution de formation sous des formes nettement différenciées; ils sont donc perçus par les acteurs de la formation comme des objets d'enseignement,

b) ils engendrent des difficultés reconnues d'enseignement dans l'institution de formation,

c) ils ont fait l'objet d'études didactiques dans l'institution-cible qui peuvent être considérées comme des tentatives de détermination des savoirs à enseigner pertinents dans cette dernière. Je disposais ainsi d'ingénieries pour des élèves de l'école obligatoire, organisées autour de situations ayant une dimension adidactique.

J'ai utilisé le terme de "systèmes de nombres", expression courante dans les pays anglo-saxons, pour indiquer l'unité des ensembles étudiés, contrairement à l'opposition culturelle traditionnelle entre les entiers et les "autres nombres" et pour souligner l'importance que j'accordais aux interrelations entre les ensembles de nombres.

S'interroger sur les contraintes qui régissent la formation mathématique dans un institut de formation m'a amené à me poser des questions sur la transposition institutionnelle et sur le fonctionnement des systèmes didactiques de formation, questions que j'ai formulées de la façon suivante :

Sous quelle forme, dans quel état, sous quelle version se trouve cette construction humaine "systèmes de nombres" dans une institution de formation donnée, que ce soit l'école primaire, le collège, le lycée, la faculté ou encore l'IUFM ?
Quelles en sont les conditions d'accès aussi bien pour les formateurs que pour les formés, que ce soient les instituteurs, les élèves, les formateurs et les élèves-professeurs des écoles ?
Quels rapports aux systèmes de nombres peuvent se former dans ces institutions ?
Pour quelles raisons certains rapports sont-ils empêchés de se former ?

Pour essayer de répondre à ces questions et mettre en évidence les contraintes recherchées, j'ai alors mené une double étude:
- une étude historique et épistémologique du point de vue de la transposition institutionnelle des savoirs, à partir de l'institution de production des savoirs vers l'institution de formation des enseignants du primaire, et aussi vers les deux institutions qui sont en interrelation avec celle-ci, l'institution enseignement primaire et l'institution collège ("institution" étant pris au sens de Chevallard) ,
- une étude au sein du système didactique lui-même, en élaborant une ingénierie de formation, à vocation phénoménotechnique. J'ai choisi de la situer en première année de formation, c'est à dire l'année de préparation au concours : l'entrée faite en PE1 est une entrée en général disciplinaire et je pouvais disposer d'un temps relativement long pour que cette ingénierie puisse se développer.

2. L'ABSENCE ACTUELLE D'UN "TRAITÉ" SUR LES SYSTÈMES DE NOMBRES

L'étude au niveau de la transposition institutionnelle m'a amené à m'intéresser au rôle des livres. En effet, ceux-ci ont joué, dès la mise en place d'un système d'enseignement primaire, un rôle important dans le cadre de la formation des enseignants. Je les ai considérés selon deux points de vue : comme produits d'institutions transpositives et comme institution de formation des maîtres du primaire.

2.1. Le livre comme institution de formation

À l'institution "livre" sont attachés des objets de savoir, produits des institutions de transposition. Pour ces objets de savoir se définissent des rapports institutionnels. Dans les manuels dominants, le rapport institutionnel pour un objet de savoir, va être représentatif du rapport institutionnel à ce même objet pour la position d'enseignant dans l'institution à laquelle il est destiné (ici l'école élémentaire).

Un certain nombre d'enseignants vont s'assujettir en tant qu'élèves à certains livres : par exemple, un professeur préparant sa leçon en *lisant et en étudiant* un manuel ou un traité. Il se forme ainsi des systèmes didactiques, où **le professeur est à la fois enseignant et élève**. C'est lui-même qui va prendre l'initiative de lire telle ou telle partie du texte, résoudre tel ou tel exercice, faire des retours en arrière..., et donc modifier son rapport personnel au savoir.

2.2. Hiérarchie entre les traités et les manuels

Cette double modélisation du livre, à la fois comme produit d'une institution transpositive et comme institution de formation me permet de rendre compte de la hiérarchie entre deux catégories de livres, hiérarchie présente à la fin du XVIIIème siècle.

J'appelle **traité**, le livre produit par un auteur (considéré comme institution transpositive), appartenant à la sphère de production du savoir ou très proche de celle-ci dans le but d'élémenter[6] les savoirs à enseigner.

Lorsqu'un auteur de livres s'assujettit à un traité, considéré comme institution de formation, je l'appelle **scribe**. Il est à la fois assujetti à l'exigence d'élémentation mais aussi aux contraintes des systèmes didactiques.

Enfin j'appelle **manuel**, un livre produit par un scribe.

De ce point de vue, les manuels sont la première institution de formation des enseignants.

L'étude de l'évolution historique des rapports entre les savoirs en jeu dans l'institution productrice de savoirs, l'institution de formation, l'institution école primaire et l'institution collège, permet de montrer comment s'établissent les liens entre les savoirs abordés dans les institutions de formation et ceux du collège.

En élargissant la notion de traité à un ensemble de documents écrits par des personnes proches de l'institution de production du savoir, on constate que les auteurs de manuels du collège, les auteurs de documents de formation pour les écoles normales, les auteurs de livres du maître sont assujettis au même moment à un même traité de référence.

Les différents traités que l'on peut repérer se constituent soit en prolongement d'un traité existant, soit en rupture. Les scribes s'assujettissent au nouveau traité, mais sont aussi assujettis aux manuels existant antérieurement.

Ainsi, j'ai étudié le traité de Bezout basé sur la théorie des fractions, rapports et proportions ainsi que les modifications apportées par le Baron Reynaud, mathématicien de moindre renom. Ils ont servi de référence aux scribes, (à l'époque inspecteurs généraux principalement), à la fois pour découper en tranches le traité, suivant les niveaux d'enseignement du primaire, en particulier pour les écoles normales à partir de leur création progressive en 1810, et en même temps pour réaliser les manuels correspondants.

---

6 Terme employé à l'époque dans le sens d'extraire les éléments d'une science, c'est à dire fournir un texte du savoir à partir duquel on peut générer l'ensemble des connaissances de l'époque sur la science en question.

Le livre de J. Drach (1895) , proposant une construction des rationnels de manière formelle peut être considéré comme un nouveau traité. Les livres du primaire vont s'assujettir sans problème à ce nouveau traité tout en restant assujettis aux manuels écrits antérieurement.

Au cours des années 1930, les articles de H. Lebesgue réunis dans un livre “la mesure des grandeurs” forment un nouveau traité en rupture avec le traité précédent. Ce nouveau traité n'a eu que des effets limités au niveau de l'école primaire et au niveau des écoles normales.
Au niveau du primaire, on assiste simplement à une évolution du découpage des objets de savoir enseignés, tout en gardant globalement les mêmes contenus. On peut ainsi constater que l'évolution est allée dans le sens du rejet des fractions du primaire, au profit des décimaux dont l'étude est rabattue sur celle des entiers et du système métrique.

À la fin des années 1960 apparaît alors un nouveau traité, dans lequel on peut placer les éléments de Bourbaki : celui que l'on peut nommer “mathématique moderne”. La notion de fraction est notamment étendue grâce à la construction du corps des fractions d'un anneau intègre. Le traité contient des propositions qui rejoignent le point de vue de Lebesgue d'approcher les réels par des développements décimaux illimités. Il se place ainsi dans la continuité du traité précédent. Les scribes, auteurs de manuels du collège, s'assujettissent alors au traité "mathématique moderne" et une rupture est créée avec les manuels antérieurs.
L'étude réalisée montre qu'il y a ainsi des différences chronologiques entre des ruptures au niveau des traités et des ruptures au niveau des manuels. L'ensemble des documents, manuels du collège, documents de formation, livres du maître, constitue alors un "traité intermédiaire" auquel sont assujettis les auteurs des manuels destinés aux élèves de l'école élémentaire, auteurs en général issus de l'institution-cible.

J'ai modélisé ainsi dans mon étude trois strates hiérarchisées de documents, considérées chacune comme institution de formation pour les sujets de la strate inférieure: les traités proprement dits, les "traités intermédiaires" et les manuels de l'élève. Les savoirs en jeu à un niveau servent de savoirs justificatifs pour un niveau inférieur. Ainsi les savoirs en jeu dans les manuels du collège, ou dans les documents de formation, ou encore dans les livres du maître, servent de justification pour les savoirs en jeu dans les manuels des élèves de l'école primaire.

Actuellement, le traité "mathématique moderne" ne sert plus de référence ni pour les auteurs de manuels du collège, ni pour les formateurs dans les IUFM. L'analyse du “traité intermédiaire” met en lumière un texte du savoir disparate, contenant des fragments de grands traités antérieurs, où la logique qui régit leur organisation n'est pas lisible directement.

Ainsi de nos jours, l'absence d'un nouveau traité articulé avec une théorie sur les interrelations entre les systèmes de nombres, qui remplacerait le traité "mathématique moderne", ne permet pas aux formateurs d'avoir une légitimité qu'ils tireraient de son existence.

3. LE POIDS DES SAVOIRS DU PRIMAIRE

Les déterminations pesant sur l'école primaire créent des contraintes sur le système didactique de formation. Même si les décimaux, objet d'enseignement important au cours moyen, sont actuellement enseignés avec la volonté d'introduire de nouveaux nombres, ils continuent à être manipulés comme des entiers, en restant très liés aux systèmes de mesure, en particulier au système métrique. Ils sont le produit d'un processus de transposition institutionnel qui s'est affirmé au moment où le primaire et le secondaire ont suivi des chemins divergents. Les techniques employées, pour les problèmes d'ordre, de mesures, pour les différents calculs mis en œuvre, relèvent essentiellement de techniques relatives aux entiers. L'analyse de documents de formation que nous avons effectuée pour fixer les choix épistémologiques de notre ingénierie de formation a montré le poids des savoirs du primaire dans les enseignements existants. La forte légitimité culturelle des décimaux dans notre société a entraîné une forte pertinence culturelle de ces derniers dans l'institution école primaire. Les différents caractères mis en évidence, c'est à dire la parcellisation des savoirs, l'intérêt presque exclusif apporté aux décimaux, en particulier aux écritures de ceux-ci, sont le reflet de déterminations de l'école élémentaire sur le système de formation.

Comment ces contraintes externes, l'une provenant de la transposition institutionnelle en direction de l'école primaire, l'autre en direction de l'institution collège, via les institutions traités, contraintes apparemment contradictoires, peuvent-elles cependant permettre à un enseignement de mathématiques de vivre dans un institut de formation ? Ceci est possible grâce à une autre détermination.

4. LA QUÊTE DU SENS : LE PLACEMENT "TECHNOLOGIQUE" ET LE PLACEMENT TECHNOLOGIQUE

Le mot d'ordre de “la quête du sens” est le reflet de la position dominante dans la noosphère qui veut qu'une technique ne peut être enseignée que si on lui donne du sens.

Cependant le sens associé à une technique est envisagé de deux manières distinctes au moins :

- l'une se traduit par une demande de justifications de cette technique, justifications qui peuvent être fournies par une technologie ou une théorie,
- l'autre se réfère à l'activité proprement dite ; le sens est donné par le domaine problématique pour lequel cette technique est valide.

Une technique a besoin d'être justifiée par une technologie. Une technologie peut être elle-même justifiée par une théorie qui, à un niveau supérieur, se rapproche du savoir savant (Chevallard 1993[7]). Suivant la position que l'on occupe dans une institution, une technologie peut être vue comme une théorie ou peut être considérée comme une technique. Voici un exemple qui illustre ce que j'appelle le placement technologique. Il s'agit (dans le cadre de la formation) de résoudre l'exercice suivant :

Compléter l'égalité : 0,278 : 0,0001 =

Au niveau primaire, on peut constater qu'il n'existe qu'une seule technique générale qui permet de résoudre le problème (celle du décalage). Elle est donc particulièrement “lisible” par les différents acteurs de l'institution primaire. Il est possible de l'institutionnaliser sans problèmes et elle sera disponible pour tous les protagonistes. Une autre technique, locale celle-ci, consiste à dire que lorsqu'on divise par 0,1, voire 0,01 ou 0,001, il faut multiplier par 10, 100, 1000.

Au niveau du collège, la technique dominante, quand on a une division de ce type à faire, est la règle de multiplication par l'inverse. Une sous-règle connue sous le terme de “fraction retournée” s'applique lorsque la division se présente comme quotient de deux fractions.

Au niveau du lycée, deux types de règles fonctionnent pour résoudre le type d'exercice proposé et peuvent servir ainsi de technologie pour la règle de décalage :
- l'une s'appuie sur les puissances de dix avec l'utilisation des exposants négatifs
- l'autre concerne le quotient de deux fractions.

Ces deux techniques coexistent car elles s'appliquent à des domaines de savoirs différents.

En effet, ces techniques ou technologies du lycée se rattachent, l'une à une "théorie" concernant le corps des rationnels, dans lequel on peut faire “toutes” les opérations que l'on veut et en particulier toujours calculer l'inverse d'un nombre, l'autre à la "théorie" des développements décimaux des réels.

---

7. CHEVALLARD Y., 1993, "Contrat social et institutions didactiques - Remarques sur quelques notions et problèmes", Séminaire de didactique des mathématiques du 4 Avril 1993, texte non publié, Paris.

La technique de la multiplication ou de la division des deux termes d'un quotient de rationnels par un même nombre, va pouvoir aussi servir de technologie pour la technique du collège (règle de l'inverse).

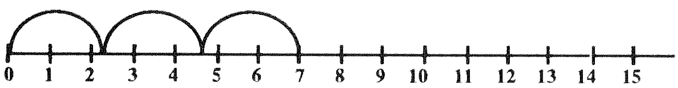
Pendant la séance de formation, les étudiants se sont servis majoritairement de la technique de décalage utilisée à l'école primaire. Celle-ci, au cours de la correction, va immédiatement devenir objet d'étude : les étudiants vont rechercher des justifications à cette technique. Ils vont notamment chercher à rattacher cette règle à la technique de division dans les entiers. Les interventions du formateur visent à orienter la recherche de justifications de la technique du décalage vers la technique d'utilisation du calcul de l'inverse. Un étudiant par contre, va essayer de faire le lien entre le fait de diviser deux décimaux et le fait qu'on peut considérer cette division comme une fraction et ensuite appliquer les règles de transformation des fractions par multiplication et division par un même nombre.

Dans la résolution de ce petit exercice, les étudiants adoptent un placement appelé "technologique" caractérisé par la recherche de justifications à l'aide de techniques "anciennes" permettant de légitimer une technique employée.

Je vais à présent illustrer par un exemple le deuxième aspect où le sens est donné par le domaine problématique pour lequel cette technique est valide.

Le contexte dans lequel travaillent les étudiants est le suivant :

Une piste est graduée régulièrement uniquement par les entiers naturels. Un automate[8] se déplace sur cette piste en partant du point 0 et en faisant des sauts réguliers.
Par exemple, un automate est défini par le fait qu'il arrive au point 7 en 3 sauts réguliers, ce que l'on peut représenter de la manière suivante :



Les étudiants (appelés E_5, E_9, E_3, et E_{12}) doivent jouer le rôle d'experts et examiner des tableaux de relevé de contrôleurs d'automates (qui peuvent avoir fait des relevés incomplets ou erronés). Les étudiants travaillent par groupe et ont à compléter et à corriger éventuellement des tableaux dont voici un extrait :

(12; 8)
(18; 12)
(30;)
(43; 28)

Au début du travail par groupe, les étudiants E_5 et E_9 n'arrivent pas à compléter le tableau proposé. Ce sont donc les deux étudiants E_3 et E_{12} qui vont s'attacher à expliquer aux autres comment ils procèdent.

L'étudiant E_3 avait utilisé la règle de trois, pour remplir le tableau tandis que l'étudiant E_{12} avait utilisé la procédure qui consiste à diviser par 2 puis à multiplier par 3 chacun des termes du premier couple de l'automate.
La recherche de signification de la part des étudiants E_5 et E_9 oblige E_{12} à expliciter sa technique qui est en concurrence avec la technique de la règle de trois. Cette dernière va se trouver disqualifiée parce que E_{12} est capable d'expliquer sa technique dans les termes de la situation, ce qu'il traduit par l'expression "c'est pareil que la règle de trois, sauf que **cela donne du sens**". En fait, la propriété de linéarité qu'il utilise rend compte de sa technique, qui peut s'interpréter dans le cadre de la situation : mise en évidence d'un couple (6 ; 4) différent

8. Cette situation, au moins dans sa phase initiale, a été utilisée dans une autre optique et avec un déroulement nettement différent dans ERMEL CM Tome 2 1982, Ed. Hatier.

des couples (12 ; 8) et (18 ; 12) qui correspond à **un entier 6 par lequel passe l'automate**.

L'enjeu de la discussion, avec des expressions : "recette de cuisine", "petits calculs", "donner du sens", tourne autour de la question du "sens". E 12 va fournir, en se référant au contexte de la situation, l'argument de la recherche du **premier** point par lequel passe l'automate ce qui permet dans tous les cas de répondre au problème posé.

Dans la résolution du problème proposé, les étudiants adoptent un placement que j'appelle "écologique" dans la mesure où la technique est contextualisée et sa légitimité est assurée par le fait qu'elle est rattachable à une technique de l'école primaire.

Mettons en regard les différentes caractéristiques de ces placements :

	Placement écologique	Placement technologique
Les techniques employées	La technique est contextualisée. Son domaine de validité est l'ensemble des problèmes proposés.	Les techniques utilisées sont des techniques anciennes adaptées aux problèmes proposés. Elles ont un domaine de validité étendu dans le champ d'expérience
La question du sens	Le "sens" de cette technique est celui du contexte dans lequel elle est mise en œuvre.	Le "sens" de ces techniques est celui des raisons qui les justifient.
La légitimité de l'emploi des techniques	La légitimité de cette technique est assurée par le fait qu'elle est rattachable à des techniques de l'institution-cible.	La légitimité de ces techniques provient de leur existence en tant qu'objets de savoir déjà étiquetés dans les institutions de référence.

En conclusion

Les principales contraintes mises en évidence au cours de l'étude sont donc les suivantes :

La légitimité des techniques employées

L'analyse des jeux entre étudiants et formateur m'a permis de mettre en évidence l'exigence d'une technologie justificatrice des techniques utilisées relatives aux objets qu'il s'agit de reconstruire. Cette exigence vise à assurer la légitimité de ces techniques et elle est le moteur de l'avancée didactique des séances dans le cadre de la formation des maîtres.

La quête du sens

La quête du sens est un enjeu professionnel dans la situation de formation, enjeu autour duquel vont se rattacher une constellation d'objets de savoir, non étiquetés dans l'institution-cible, par exemple les stratégies envisageables pour la classe de problèmes liés à la mesure rationnelle d'un objet. Ils constituent alors pour les formés des objets de savoir servant à enseigner.

La détermination révélée par cette quête du sens contraint les divers protagonistes, mais leur ouvre aussi un espace de liberté. Deux placements (technologique et écologique) sont ainsi utilisés par les étudiants et par le formateur pour négocier et éviter des blocages : retour au contexte si la "théorie" sous-tendant une technique employée paraît trop difficile aux formés, passage à une justification de technique si les étudiants n'arrivent pas à trouver de solution dans le contexte proposé.

L'absence d'un traité fondant le lien culturel et épistémologique entre diverses institutions

Le jeu du formateur, fortement déterminé par les savoirs en jeu au collège, détermine le jeu des formés quand ils occupent les différents placements envisagés. En retour, le jeu des formés pèse sur le formateur pour qu'il reste garant d'un texte du savoir qui ne soit pas trop éloigné de celui qu'ils ont eu l'occasion de fréquenter au cours de leurs études antérieures.
Le placement d'équilibre que tendent à occuper les étudiants est le placement technologique dans la mesure où il leur permet à la fois de retrouver des savoirs anciens et de disposer d'une technologie justificatrice.

Mais les étudiants offrent une forte résistance à l'élaboration d'une théorie unificatrice, par exemple lorsqu'on veut reconstruire un ensemble de nombres étendant l'ensemble des entiers. La théorie, ou la technologie sous-jacente s'éloigne trop de leurs connaissances anciennes: ils obligent alors le formateur à négocier à la baisse.

En l'absence d'un traité qui à l'heure actuelle fonde le lien culturel, social, épistémologique entre les diverses institutions, notamment l'institution IUFM et l'école primaire, le texte du savoir du formateur va donc représenter un compromis acceptable par les diverses institutions.

Quels pourraient être les contours de ce nouveau traité ? Une élaboration commune par les mathématiciens qui s'intéressent à ces questions et part des didacticiens, permettrait avantageusement de quitter la référence de fin de troisième et donnerait une nouvelle légitimité à nos enseignements.

Bibliographie

BROUSSEAU G. et BROUSSEAU N., (1987), "*Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*", Compte-rendus d'observations de situations et processus didactique à l'école Michelet de Talence, IREM de Bordeaux.

CHEVALLARD Y., (1991), *"La transposition didactique"*, La pensée sauvage, Grenoble, deuxième édition.

CHEVALLARD Y., (1992), *"Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique"*, Recherches en didactique des mathématiques, Vol.12.1, pp. 73-111, La pensée sauvage, Grenoble.

NEYRET R., (1995), "*Contraintes et déterminations des processus de formation : nombres décimaux, rationnels et réels dans les IUFM*", Thèse, LSD2-IMAG, Grenoble.

Etude expérimentale du calcul mental à l'école

COMMUNICATION D1 :
François Boule
IUFM de Bourgogne.

Pourquoi s'intéresser au calcul mental (à l'époque des calculettes)[1] ? Difficulté du sujet. Ce que l'on en sait actuellement ; petit retour sur la Mémoire Protocole expérimental. Les premières surprises. Critique des modèles précités. Recherche de stratégies. Le mystère du 'coût'. Grandeur consécutive de la pédagogie.

Le calcul mental date de la plus haute antiquité. Et il a cependant toujours ménagé des surprises. Zacharias Dase calcula mentalement, sur la demande de Gauss, le produit de deux nombres composés chacun de cent chiffres ; mais il ne comprit jamais rien aux mathématiques. Jacques Inaudy sut décomposer en trois minutes le nombre 13411 en somme de 4 carrés et il proposa deux autres solutions dans les minutes suivantes. Inaudy était berger et illetré.

Les petits enfants de nos jours sont beaucoup plus cultivés.

Ma surprise a été grande en 1979 (elle ne s'est pas entièrement dissipée) en dépouillant les résultats produits par trois centaines d'enfants de CE2 ou de CMl au calcul suivant :

$$\boxed{3 \times 5 \times 4 = \qquad}$$

Il n'est pas impossible que certains d'entre vous connaissent le résultat. J'ai relevé pour ma part trente-sept résultats différents parmi les réponses à ce test. En voici quelques-unes : 19, 23, 35, 50, 60 (n'en soyons pas surpris), 75, 1512, 3004 et même 60460, qui aurait dû sembler légèrement invraisemblable. Gardons-nous d'en rire : il y avait 43% de réponses exactes en CE2 et 53% en CM1. Mais soit : c'était il y a longtemps. Les calculettes n'avaient pas encore eu le temps de tout arranger.

J'ai tenté ailleurs d'interpréter ces résultats et je n'y reviendrai pas. J'ai de plus fraîches moissons à vous offrir ; mais je m'en tiendrai à des additions et des soustractions.

Pourquoi s'intéresser au Calcul Mental ? L'une des raisons, que l'on ne tiendra pas pour négligeable, est qu'il a toujours fait partie du Programme de l'école élémentaire. Y compris dans les années 70, (quoique l'on ait pû écrire à ce sujet)[2]. Mais la suite de cet exposé devrait faire apparaître quelques autres justifications.

Je ne distinguerai pas longuement les diverses appellations : calcul mental, oral, rapide ou réfléchi. Non que ces nuances soient superflues ; mais elles sont plutôt de caractère pédagogique et, par ailleurs, les locutions nouvelles sont bien plus nombreuses que les

---

[1] On peut se dispenser de lire les notes.

[2] "Il est essentiel, et cela à tous les niveaux, que les élèves calculent mentalement et par écrit avec aisance et sûreté [...] Les élèves seront entraînés a la pratique du calcul mental au cours duquel on s'attachera à mettre en oeuvre les propriétés fondamentales des opérations (associativité, commutativité, distributivité) et leurs conséquences simples - additionner ou soustraire une somme ou une différence, multiplier une somme ou une différence par un nombre. La valeur éducative des exercices de calcul mental réside tout autant dans la manière de conduire le calcul que dans sa rapidité."

concepts. D'une certaine manière, *tout calcul est mental dès lors qu'il se passe de machine.* Néanmoins, on imagine que l'activité mentale n'est pas la même selon que l'on s'autorise un support écrit ou non, selon que l'énoncé est écrit ou oral et même selon que l'on accompagne ou non le calcul de parole. Nous parlerons de calcul mental dès lors que tout support est exclu entre l'énoncé et la production du résultat.

Les travaux didactiques ne sont pas très abondants sur ce sujet [3]. Par contre les psychologues s'y sont intéressés de bonne heure. Mais il faut opérer dès à présent une première délimitation.

Piaget, comme on sait, s'est amplement intéressé au concept de Nombre et au dénombrement puis bien d'autres à sa suite. Il s'agit là de mettre un symbole en relation avec un ensemble figuré. La biographie de ce domaine est considérable[4], et J-P.Fischer était venu à Besançon nous présenter ses travaux sur ce sujet. Nous réserverons le terme de **calcul** aux situations où deux **nombres** sont présentés, auxquels on entend associer un résultat. Ce qui exclut de notre champ présent les situations-problèmes "habillées", la référence à des objets concrets, ou à des manipulations.

Une nouvelle délimitation, fondamentale, concerne les nombres mis en jeu dans un calcul.

Depuis plus de vingt ans une littérature très abondante concerne les "calculs arithmétiques simples" c'est à dire du type O * O ; où **O** représente un chiffre et * un signe opératoire; il s'agit de ce que le langage ordinaire appelle les "Tables". Une chose importante consiste à savoir si la réponse à une question comme " **7 + 5 = ...**" est obtenue par un comptage, c'est à dire une procédure, ou bien récupérée en mémoire, dans un répertoire de connaissances. Nous donnerons un bref aperçu des méthodes d'étude et des résultats, avant de nous intéresser aux calculs arithmétiques complexes, c'est à dire faisant intervenir plusieurs chiffres : OO * O ou OO * OO.

Il faut voir tout d'abord que l'on se trouve dans la situation d'un astronome qui observe une étoile : il reçoit d'elle un pinceau lumineux dont il peut mesurer l'intensité et la couleur ; c'est à peu près tout ce dont il dispose pour déterminer la distance de l'étoile, sa dimension, sa composition, sa température son âge, son évolution.

Chaque calcul fourni par un enfant ne produit que deux indications objectives : son résultat et le délai de calcul. On peut aussi enregistrer des comportements, inviter l'enfant à parler ou s'entretenir avec lui. Mais ces éléments ne sont pas vraiment objectifs, ni toujours interprétables et peuvent apporter des perturbations.

Les modèles structuraux

Les premiers modèles envisagés prennent en compte les délais de résolution. Groen & Parkman[5] ont testé plusieurs hypothèses de relation entre les opérandes et le délai.
Soit l'opération "**m+n = ...**" Le délai de réponse T pourrait prendre l'une des formes :
[1] $T = a.n + b$ [2] $T = a.m + b$ [3] $T = a.(m+n) +b$ [4] $T = a.MIN(m,n) + b$

Le premier modèle correspond au surcomptage à partir du premier terme et le dernier au fait de choisir le plus petit terme, pour l'ajouter à (surcompter à partir de) l'autre. Le coefficient **a**, bien entendu est beaucoup plus petit pour des adultes que pour des enfants de CP. En résumé et si l'on met à part des situations particulières comme celles des doubles, le modèle n°4 (MIN) se révèle le meilleur (80% de variance expliquée) chez les jeunes enfants, et les modèles [1] et [4] à égalité chez les adultes (env. 72%). Ce modèle [1] invite à considérer l'hypothèse d'une

[3] Mais il y en a : BUTLEN.D et PEZARD.M, [1995] Impact d'une pratique régulière du calcul mental... Colloque Douai.
[4] FAYOL.M [1990] L'enfant et le nombre, Delachaux & Niestlé
FISCHER J-P.[1990] Apprentissages numériques, Presses Universitaires de Nancy
BIDEAUD, MELJAC, FISCHER [1991]: Les Chemins du Nombre, Presses Universitaires de Lille
[5] GROEN & PARKMAN [1972], A chronometrical analysis of simple additions. Psychological Review, 79 (4)

récupération en mémoire. Cette hypothèse est confortée par les travaux de Ashcraft et Battaglia[6] sur des tâches de jugement : on ne demande pas le résultat d'un calcul, mais de répondre par VRAI/FAUX à des énoncés du type "5+7=11" ou "9+3=12". C'est vers le niveau CE2 que l'enfant passerait d'une stratégie "reconstructive" (procédurale, comme le surcomptage), à une stratégie "reproductive" (récupération d'un résultat stocké sous forme déclarative). Pour comprendre ce qui explique des délais variables de récupération, il faut faire un détour par la Mémoire.

Mémoire de travail et MLT

Nous reprendrons la question à peu près là où Mme Marie-Geneviève Séré l'a laissée il y a exactement un an, à Douai. Mais on peut aussi consulter les remarquables ouvrages de Lindsay Norman, et surtout de Baddeley[7], récemment traduit.

La Mémoire de Travail (WM) stocke et traite les informations en instance. Elle échange avec la mémoire à long terme (MLT) et comporte plusieurs modules qui fonctionnent en parallèle. L'un d'eux ("boucle articulatoire") contribue au maintien des informations sous un format acoustique. On s'en rend très bien compte quand on "pense tout haut" les étapes d'un calcul. La Mémoire de Travail a une capacité limitée. C'est pourquoi les notions **d'empan** et de **coût** seront évoquées bientôt.

On imagine assez bien que la résolution de "M+N=" sera facilitée si les données ne disparaissent pas (sinon il faudrait les maintenir en mémoire de travail), ou encore s'il s'agit de 1515 et de 1789, qui semblent (pour un français) plus facile à retenir que des nombres de quatre chiffres pris au hasard. Mais il ne s'agit pas seulement de retenir les *données*, ou les résultats intermédiaires éventuels (et les retenues) ; il faut également convoquer des procédures de calcul, qui vont mobiliser une partie de la mémoire et, peut-être, aussi choisir parmi plusieurs possibles. Il peut donc advenir que cette Mémoire de Travail soit saturée : des informations sont alors perdues. Nous en verrons des exemples simples.

Comment se fait-il que de 9+3 = 12 et 3+9 = 12 l'un est plus facile à solliciter que l'autre, et chacun plus facile que 48+48= 96 ? Ici intervient la Mémoire à Long Terme (MLT) et la notion de Réseau sémantique. On considère désormais que les informations en MLT peuvent être représentées par un graphe et que l'activation d'un nœud se propage aux nœuds voisins, tout en s'atténuant. Ainsi le message "9+3" active les nœuds "9", "+" et "3"; A "9" peut être associée l'information "impair", "carré de 3", etc. De proche en proche, on peut aboutir à un message "9+3=12". La rapidité d'accès dépend à la fois de la proximité sémantique, et de la familiarité des chemins ; une formule souvent utilisée sera récupérée plus vite (et peut-être par un plus court circuit). C'est pourquoi les résultats sur les "petits nombres" (2+2=4) sont récupérés plus vite et plus sûrement que les tables de 7 ou de 9.

Mais on peut aussi récupérer des résultats inexacts, trace d'erreurs anciennes. Siegler & Shrager[8] proposent de définir des "forces associatives" entre les sources (M, N) et le résultat M+N. Ils définissent ainsi une matrice statistique qui rend compte des réponses fournies.

Mais il reste à expliquer pourquoi les durées de récupération seraient proportionnelles à M+N selon certains auteurs, ou encore à $(M+N)^2$ selon d'autres. Ceci est envisagé dans les années 80, en même temps que la question de déterminer les "codes internes" des informations numériques. C'est ce que nous appellerons les modèles sémantiques.

---

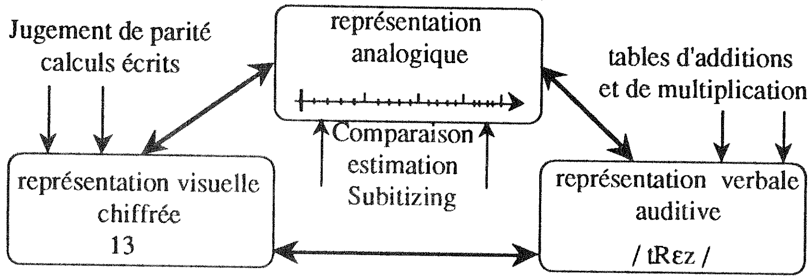
[6] ASHCRAFT & BATTAGLIA [1978] Cognitive arithmetic...Journal of Experimental psychology : Human learning & Memory, 4 (5).

[7] LINDSAY & NORMAN [1980] : Traitement de l'information et comportement humain
BADDELEY [1993] La mémoire humaine, Presses Universitaires de Grenoble.

[8] SIEGLER & SHRAGER[1984] Strategic choices in additions & substractions. in : Origins of cognition skills.

Les modèles sémantiques

L'un des plus intéressants pour ce qui nous concerne est celui proposé par Dehaene[9] en 1992. On peut le représenter par le schéma suivant :



Ce modèle tente une synthèse de plusieurs précédents qui s'interrogeaient sur les codages internes chiffrés et/ou verbaux des informations numériques et il introduit une représentation analogique (droite numérique). Mais il est clair que l'adjonction de modules en parallèle peut finir par tout expliquer en même temps qu'elle défie toute validation.

Cette schématisation spatiale ne manque cependant pas d'intérêt et pourrait rendre compte des effets de "distance" (récupération plus lente sur de plus grands nombres, avec un effet de parallaxe réduisant les "distances" éloignées). Mais à condition de considérer que cette **graduation** n'est pas régulière : tous les nombres n'ont pas des rôles équivalents comme on le verra tout à l'heure.

Travaux en cours

La plupart de ces études sinon toutes concernent les calculs arithmétiques simples du type O * O ; elles ne manquent évidemment pas d'intérêt psychologique, mais les conséquences pédagogiques ne recouvrent qu'une faible partie du domaine du calcul à l'école. Même s'il semble intellectuellement plus prudent que la recherche procède de l'élémentaire au complexe, il est non moins nécessaire de saisir le complexe tel qu'il se présente, quitte à modifier la nature des ambitions. Je reviendrai sur ce point en conclusion.

Il convient d'abord d'assembler des matériaux et de les analyser. La première tâche est un **état des lieux** qui aujourd'hui, en France, n'existe pas. J'ai construit une épreuve de calcul en 95 que j'ai proposé à une centaine d'enfants. Je viens de proposer une variante de cette épreuve à une centaine d'autres en 96, à deux reprises. L'épreuve se passe devant un écran d'ordinateur : une opération est proposée en ligne, par exemple

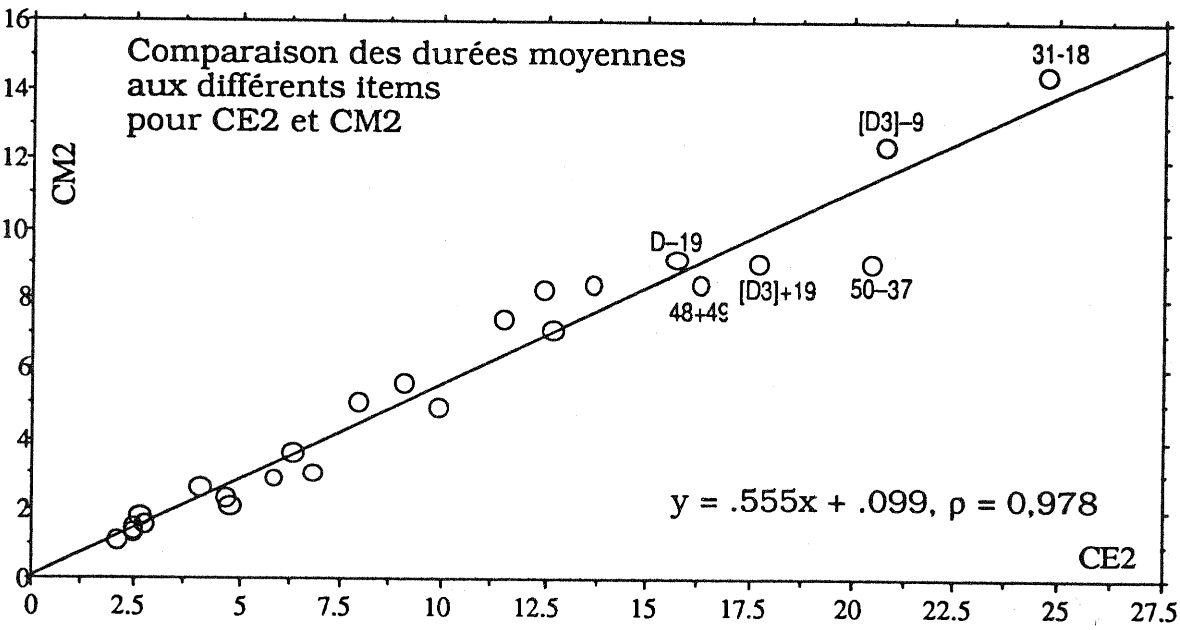
$$31 - 18 = \ ?$$

L'enfant produit sa réponse en frappant sur le clavier. Le message disparaît, et le chronomètre s'interrompt dès qu'il frappe un chiffre. En 95, l'épreuve était scindée en trois blocs analogues de 25 opérations, brassées aléatoirement. Certaines opérations ont été proposées trois fois, comme 31-18, ou 50-37. D'autres ont été proposées avec des variantes sur le premier opérande. Dans toute la suite j'indiquerai [D3]+19 génériquement, les opérations telles que 23+19, ou 43+19 ou 53+19...

Après l'enregistrement de chaque opération du troisième bloc, je demande à l'enfant comment il a obtenu le résultat ; ces entretiens sont consignés à la main. Je dispose donc d'environ dix mille enregistrements d'opérations, dont environ 3700 commentés. Les délais ont été corrigés afin de tenir compte de l'évolution individuelle du comportement vis à vis du clavier au cours de l'épreuve (familiarisation, puis fatigue).

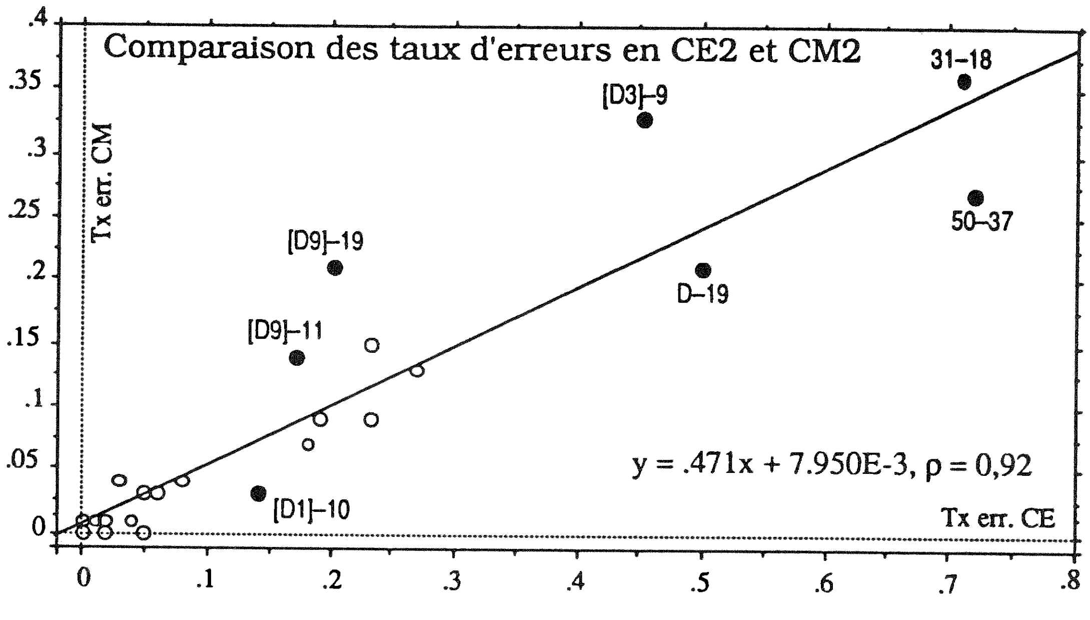
[9]DEHAENE [1993] Numerical cognition. Blackwell Publishers, Cambridge.

Analyse globale des délais et des réussites



Le résultat le plus spectaculaire, c'est la forte relation entre les délais en CE2 et CM2.

Ceci est d'autant plus surprenant que les uns et les autres n'emploient pas les mêmes méthodes. En gros, les enfants de CM2 vont deux fois plus vite, quelle que soit l'opération. Presque aussi remarquable, les relations entre taux d'erreur au CE2 et au CM2 pour chaque type d'opération :



Les points sont un peu plus dispersés, mais la corrélation demeure forte : les erreurs se produisent sur les mêmes items. Ces deux éléments convergents suggèrent une échelle **de difficulté,** en fonction de laquelle classer les opérations, et qui peut conduire à une pondération de l'épreuve.

Toutefois, il peut sembler que faire la moyenne des délais de calcul introduit un biais : dans la durée totalisée, les calculateurs lents pèsent plus lourd que les calculateurs rapides.

$$\text{Soit } Q_S\,(X) = \frac{\text{délai de calcul pour l'opération X}}{\text{délai moyen pour un sujet S}}$$

On neutralise ainsi la rapidité relative des CM par rapport aux CE. On s'aperçoit ainsi que les moyennes de Qs pour CE et pour CM sont tout à fait voisines.

CE2	[D3]+1	[D9]+1 D+	0 [D1]-	D + 9	D - 10	[D9]+5 D	+ 11 [D1]	10 [D3]+5	[D1]+9	D - 1		
Tx er	0	0	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05	0,06	0,08
T.Moy	2,7	2,5	2,1	2,6	2,5	2,8	7,9	4,7	4,1	6,8	5,9	4,8
Quo	0,29	0,26	0,21	0,29	0,27	0,28	0,87	0,48	0,43	0,66	0,55	0,53

[D1]-10	[D9]-11 [D	3]-11 [D1]	+19 [D9]-1	9 D - 9	[D3]+19	[D9]+11 48 +	49 [D3]-	9 D - 19	31 - 18	50 - 37		
0,14	0,17	0,18	0,19	0,2	0,23	0,23	0,23	0,27	0,45	0,5	0,71	0,72
6,3	13,7	12,7	11,5	12,4	9	17,7	9,9	16,3	20,8	15,7	24,7	20,5
0,66	1,38	1,29	1,17	1,39	0,94	1,87	1,04	1,78	2,2	1,61	2,59	1,94

CM2	D - 10	[D9]+1 [D1]	+10 [D1]-1	[D3]+1	D + 9	D + 10 D	+ 11 [D1]-	10 [D3]+5	[D1]+9	D - 1		
Tx er	0	0	0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,03	0,03	0,03	0,04
T.Moy	1,6	1,5	2,6	1,8	1,6	1,4	1,1	2,4	3,7	3,1	3	2,1
Quo	0,33	0,29	0,51	0,35	0,32	0,3	0,2	0,44	0,71	0,58	0,58	0,41

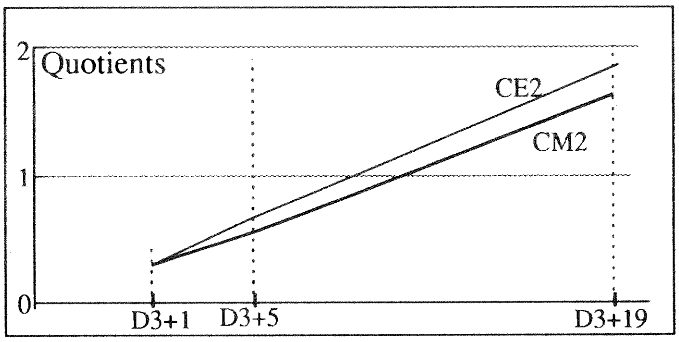
[D9]+5	[D3]-11	D - 9 [D1]	+19 [D3]+1	9 48 + 49	[D9]-11	[D9]+11 [D9	]-19 D - 1	9 50 - 37	[D3]-9	31 - 18		
0,04	0,07	0,09	0,09	0,09	0,13	0,14	0,15	0,21	0,21	0,27	0,33	0,36
5,1	7,2	5,6	7,5	9,1	8,5	8,5	5	8,3	9,2	9,1	12,5	14,5
0,93	1,32	0,86	1,27	1,73	1,61	1,51	0,92	1,66	1,62	1,63	2,2	2,7

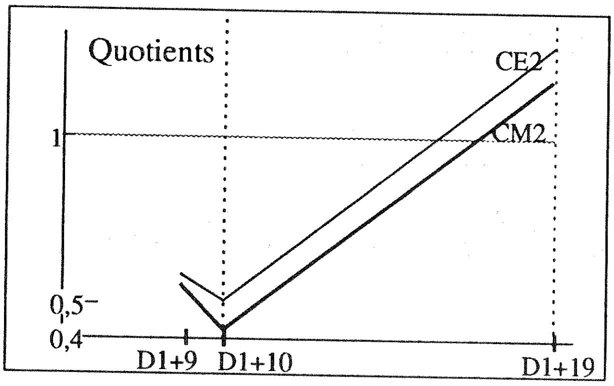
Mais trois questions apparaissent immédiatement :

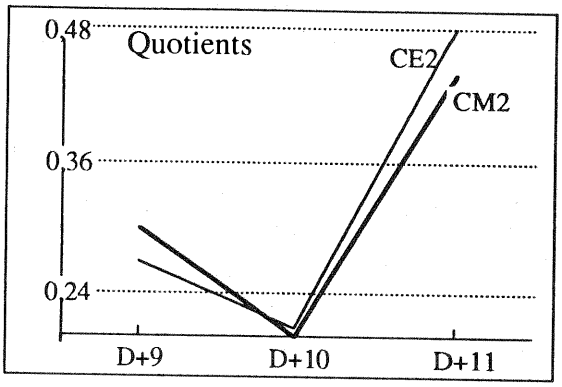
- Comment expliquer cette échelle de difficulté ?
- Comment les enfants s'y prennent-ils pour chaque résolution ?
- Quels sont les types d'erreurs et comment les interpréter ?

Avant cela, demandons-nous si les modèles évoqués pour les "opérations simples" paraissent valides. On dispose pour cela d'opérations comparables : par exemple [D3]+l , [D3]+5 , [D3]+19, ou bien, [Dl]+9 , [Dl]+10 , [Dl]+19, ou encore D+9 , D+10, D+11.

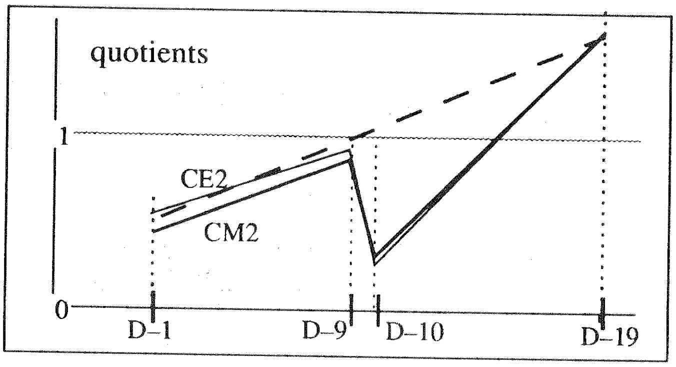
Voici ce que donnent l'évolution des Q_S, en CE2 et en CM2 dans ces trois cas.







On voit que le modèle de Groen & Parkman correspondant au surcomptage du second terme semble parfaitement convenir dans le premier cas ; moins dans le second, et plus du tout dans le troisième. La raison paraît claire : c'est l'intervention de la **dizaine.** C'est encore plus évident en ce qui concerne la soustraction. Les modèles mentionnés ne sont pas adaptés :



On voit l'évidence du décrochement pour la dizaine, et la similitude de comportement en CE2 et CM2. Ceci invite à considérer, à part, certaines opérations qui ne paraissent pas donner lieu à un **calcul.**

Ce sont assurément [D3]+l, D+10, [Dl]-l, D+9, D-10, [D9]+l et peut-être [Dl]+10. Ce sont les résolutions les plus sûres et les plus rapides. Les enfants les accueillent souvent avec un sourire (“facile!”) et n'ont pas d'explication à fournir (“je sais”). Il est vraisemblable qu'il s'agit plutôt d'une **consultation** de liste (nombre suivant ou précédent, dizaine suivante ou précédente) ou bien de poser un chiffre d'unités (D+9) ; il faut à cet égard remarquer que D+9 ne fonctionne pas du tout comme [Dn]+9 ; on voit également que [D9]+l n'est certainement pas traité comme [Dl]+9 et présente peu de difficulté malgré le passage de la dizaine. La représentation selon une graduation qui invite à interpréter ces opérations comme une incrémentation ou une décrémentation (d'une unité ou d'une dizaine) est assez séduisante. Mais le modèle de Dehaene qui explique *l'effet de distance* par une graduation régulière est clairement en défaut.

Voici un argument. Comparons les opérations [D9]-19 et [D-10] *pour les mêmes dizaines*. Les écarts sont les mêmes, la première opération légèrement plus éloignée que la seconde. On devrait donc avoir des écarts Q_1-Q_2 légèrement positifs. Or, les écarts observés sont généralement importants, ce qui invite à considérer que ces deux opérations ont deux statuts pratiques très différents.

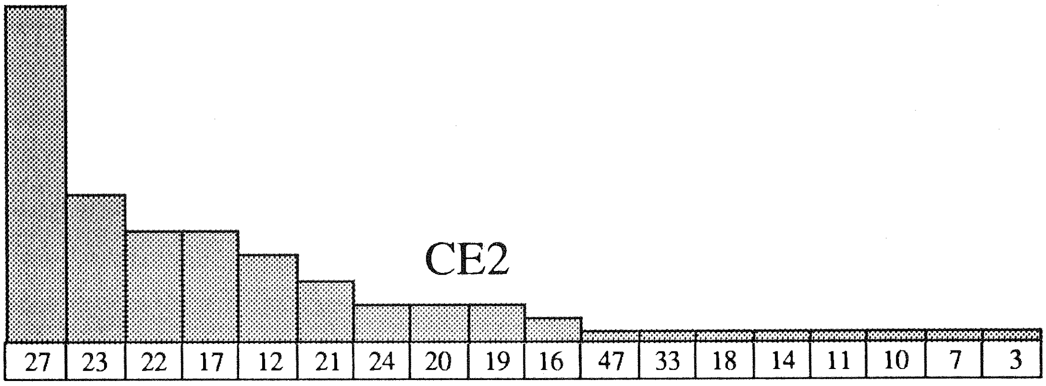
Interprétation des erreurs

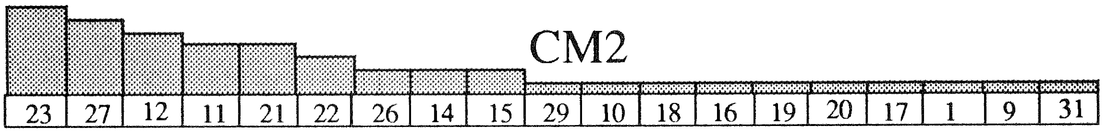
On ne prendra ici qu'un exemple, mais l'un des plus éloquents. Il s'agit de l'opération 31-18.

Rappelons un extrait du tableau présenté ci-dessus:

"31–18"	Délai moyen	Taux d'erreur	Quotient
CE2	24,7	0,71	2,59
CM2	14,5	0,36	2,75

Le plus surprenant est ailleurs, dans le catalogue des réponses erronées. Les voici, présentées par ordre de fréquence décroissante, en CE2 et en CM2 pour la population interrogée en 95 (environ trois cent réponses) :





Deux éléments sont frappants : d'une part l'éventail des réponses est très ample ; d'autre part, il l'est autant en CM2 qu'en CE2 (même si beaucoup de ces erreurs sont marginales).
N.B. : on a exclu des réponses répertoriées 31-18 = 13 (exacte), et 31-18=49 probablement dûe à une "lecture" du signe +.

On dispose de l'entretien individuel pour tenter d'interpréter ces erreurs. Tous ces entretiens ne sont pas intelligibles et ils ne portent que sur un tiers des opérations calculées. Le fait qu'ils se déroulent **après** l'enregistrement du résultat évite un effet évident d'interférence; il arrive qu'en formulant, l'enfant se rende compte d'une erreur, ou encore qu'il ne se rappelle pas de sa démarche. On peut néanmoins interpréter une majorité des erreurs.

Voici quelques exemples :

• **27** "on ne peut pas enlever 8 de 1; j'enlève 1 de 8, cela fait 7; puis 1 de 3, cela fait 2"
Il arrive que ce calcul soit exprimé : "de 1 à 8, il y a 7 ; de 1 à 3, il y a 2".
• **23** omission de retenue "on ne peut enlever 8 de 1; on enlève 8 de 11, ça fait 3 ; puis 3-1 = 2"
• **17** retournement des unités, mais retenue sur les dizaines.
Quelques erreurs sont dûes à des rappels inexacts : 11-8 est donné égal à 2 ou à 4.
Ce qui renseigne les erreurs **•12, •14, •22, •24.**

Un autre registre d'erreurs concerne une perte d'information : un calcul est amorcé mais s'interrompt inopinément. Ainsi :

• **20** Le calcul est amorcé par les dizaines : 30 - 10 = 20. Puis interrompu ; réponse : 20
• **21** Le calcul prévu est 31 – 10 – 8. Mais s'achève à 31 – 10 = 21
Il peut s'agir aussi d'une perte de signe ; une soustraction en attente devient une addition:
• **9** Le calcul prévu est 31 – 20 + 2, mais il devient 31 – 20 – 2 = 9
• **29** Calcul amorcé par les dizaines : 3 - 1 = 2 ; puis 8 + 1 = 9, ou encore
Le calcul prévu est 30 - 10 - 8, mais il devient (30 - 10) + 8 = 29
• **47** 8 - 1 = 7 ; puis 3 + 1 = 4

Ces interprétations permettent d'atteindre 90% des erreurs en CE2 et 66% en CM2.

On peut difficilement espérer un interprétation rationnelle de **toutes** les réponses erronnées. Ceci signifierait qu'aucune part de hasard n'intervient dans les réponses et cette hypothèse semble excessive. Il est certainement faux de croire que toutes les erreurs sont logiques, comme on l'a quelquefois soutenu. Les conditions expérimentales peuvent en susciter, comme la frappe d'une touche à la place d'une autre ; toutefois, lorsque l'enfant s'en rendait compte immédiatement, ce "repentir" a été autorisé. Il reste que des résultats tels que • 10, • 1, • 31 sont difficilement interprétables.

On aperçoit à l'évidence

1. Que les erreurs semblent ressortir de types différents :
   - erreurs déclaratives (" 11 - 8 = 4")
   - erreurs procédurales (8 - 1 = 7 ; 3 - 1 = 2)
   - perte ou affaiblissement d'informations (- devient +, opérateur omis...)
2. Que les **démarches** utilisées se laissent classer en plusieurs familles.

Les conséquences de cette analyse interprétative sont **pédagogiques** : elles conduisent à un traitement adapté des erreurs, selon qu'elles se situent au niveau de la mémorisation, de la méthode, de la compréhension de la numération etc. Mais il est clair que ce diagnostic ne saurait être posé d'après le résultat d'un seul item. C'est ici que le professeur s'éloigne du chercheur. Dans une analyse statistique, s'il advient qu'un point isolé vient fâcheusement accroître la variance (erreur de mesure ou comportement a-typique momentané), le traitement est simple : on le supprime. Mais un tel point représente un individu et celui-ci nous intéresse autant que les autres. C'est pourquoi la recherche d'un modèle –pour utile qu'elle soit– ne saurait évacuer l'analyse clinique.

Analyse des démarches

Ces analyses paraissant un peu disparates, on est tenté de les structurer. D'autant plus qu'apparaissent clairement dans les entretiens deux formes principales *d'évocations*, c'est à dire de représentation mentale de la situation proposée. C'est encore 31-18 qui servira d'exemple, mais ce qui suit est applicable à toutes les opérations complexes.

La première forme d'évocation consiste à "poser l'opération dans sa tête", c'est à dire à opérer en colonnes, comme si l'on procédait par écrit. Cette première forme est largement appuyée sur une *procéduralisalion verbale,* c'est à dire la récitation intérieure (et quelquefois explicite) d'un algorithme. De plus, cette démarche ne s'appuie pas sur les **nombres** 31 et 18, mais sur des **chiffres** (unités ou dizaines). La numération, ainsi que les règles pratiques de calcul, sont au cœur de cette démarche. L'ordre de grandeur du résultat, ou sa vraisemblance, n'interviennent pas. Il s'agit, à la lettre, d'un processus *machinal*. On distingue deux démarches de ce type : la première procède de droite à gauche (unités puis dizaines), la seconde de gauche à droite (dizaines puis unités) avec un retour éventuel aux dizaines, en cas de retenue.

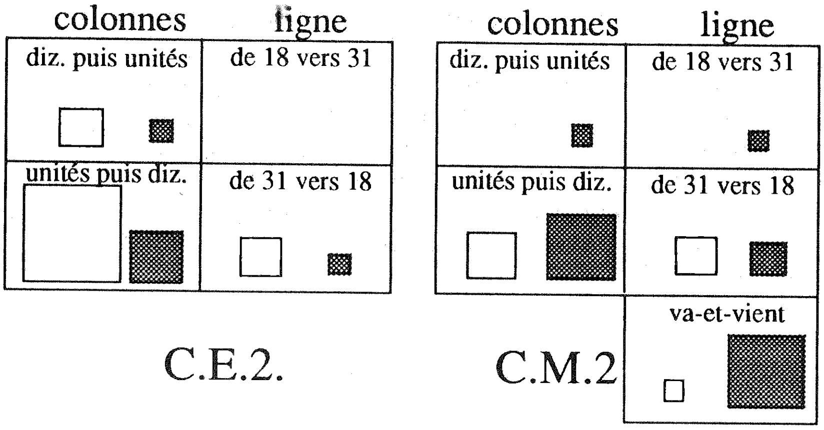
La seconde évocation est celle d'une *distance* "aller de 31 à 18" (ou bien de 18 à 31). Elle est plus probablement *visuelle,* et en tous cas n'est pas décalquée de la technique écrite de la soustraction. Elle opère sur des **nombres** et peut se décrire en termes de composition d'opérateurs :

- en croissant : aller de 18 à 31 (en passant par 20 et 30),
- en décroissant : pour enlever 18 à 31, on enlève 10 puis 8, ou bien 8 puis 10.

Cet aspect peut encore se diversifier, si l'on décompose l'opérateur -8 en -1-7;

- en va-et-vient si l'on interprète l'opérateur -18 en -20 +2, ou encore +2 -20.

Le tableau qui suit récapitule, parmi les démarches identifiées par l'entretien, les fréquences de chaque type, leur échec (blanc), ou leur succès (gris). Pour chaque population les aires sont proportionnelles aux fréquences.



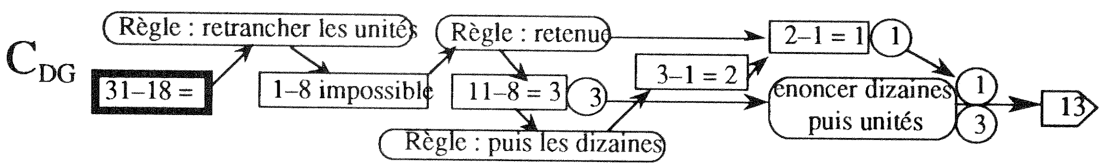
On voit que *l'opération posée* est très majoritaire en CE2, mais entraîne un faible succès. Du CE au CM, on assiste à un déplacement vers la démarche en ligne, avec une efficacité nettement croissante. Les tendances indiquées dans ce tableau ont été largement confirmées par l'expérimentation faite en 96 dans quatre autre classes.

Deux types de questions se posent à ce propos :
- Pourquoi telle démarche était-elle utilisée plutôt que telle autre à un niveau donné ?
- Qu'est-ce qui explique le taux d'échec ?

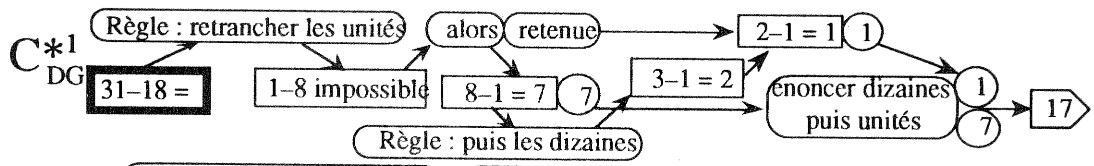
Une hypothèse surgit assez naturellement : en CE2, les enfants dupliquent des techniques écrites parce qu'ils n'en connaissent pas d'autres. En CM2, ils ont pu en apprendre ou en inventer de nouvelles. Ils disposent donc d'un éventail plus ouvert. Mais il ne semble pas que la technique apprise pour l'écrit soit toujours la plus efficace mentalement.

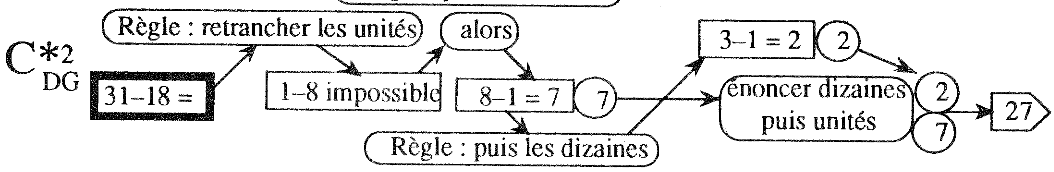
Il s'agit maintenant d'analyser plus précisément ces démarches, si possible en terme de **coût**.

Voici un essai de description de la démarche C_{dg}, opérant sur les unités, puis les dizaines.



et deux exemples de variantes “déviantes” les plus fréquentes :





Plusieurs éléments d'informations sont nécessaires à la poursuite du calcul. Certains éléments sont des résultats partiels (signalés ci-dessus dans un rond) d'autres des Règles ou des enchaînements prescrits. Une erreur peut provenir d'une règle illicite (cas n°2), de l'évocation partielle d'une règle (omission de la retenue), ou encore de la perte d'un résultat partiel, ou enfin de la perte d'un enchaînement. On n'a pas indiqué l'obtention de tous ces résultats partiels.

Arrivés ici, il faut probablement se demander ce que l'on cherche.

Je l'ai dit au début : c'est d'abord un état des lieux aussi précis que possible. On voit le paysage se préciser. Mais dans quelle direction poursuivre l'analyse ? Plusieurs directions se présentent :

• L'une d'elle consiste *à comparer des méthodes pédagogiques,* c'est à dire à repérer l'influence du maître, donc à comparer les classes (sous réserve que leurs populations soient comparables). La méthode choisie n'est pas très adéquate, mais la première impression est que dans les populations examinées, l'"équation du maître" apparaît peu.

• Ceci invite à regarder plutôt le *comportement scolaire des enfants.* Evaluer globalement leurs résultats n'est pas difficile. On dispose d'une épreuve facile à pondérer. L'analyse des erreurs indique des direction de remédiation. J'ai élaboré quelques autres outils permettant de juger de l'éventail des démarches dont dispose un enfant et de leur efficacité.

• On peut également comparer les *processus de calcul.* Intuitivement, il semble que pour une opération donnée, certaines démarches sont préférables à d'autres. Ce qui incline à penser qu'il est souhaitable de les promouvoir.

Mais ceci rencontre deux sortes d'obstacles :

•• une démarche bien adaptée à une opération ne l'est pas forcément à une autre. Ainsi 33–19 est bien traitée par l'opérateur –20+1, alors qu'il y a un moyen plus simple de traiter 39–19. Il n'y a pas de hiérarchie absolue des démarches.

•• l'adéquation d'une démarche devrait pouvoir s'évaluer en terme de **coût.** C'est un concept que l'on a déjà évoqué et qui hante les cognitivistes depuis des années. Mais il se pourrait que l'on hérite là des mêmes implicites que la psychologie génétique. Celle-ci traitait de l'enfant d'âge "A ; M" (années ; mois) indépendamment de l'influence de l'école, des parents, des pairs... Il est satisfaisant de penser qu'une opération complexe entraîne un coût, que celui-ci excède ou non la capacité de traitement et que le délai de réponse en dépend.

On cherche alors à évaluer la capacité de traitement (empan) et à comparer le coût de telle ou telle démarche. Mais c'est compter sans le fait que le coût d'une opération mentale *dépend du sujet.* On l'a dit, une démarche familière est moins coûteuse qu'une démarche peu usitée. La récupération d'une connaissance déclarative est plus rapide que sa reconstruction procédurale.

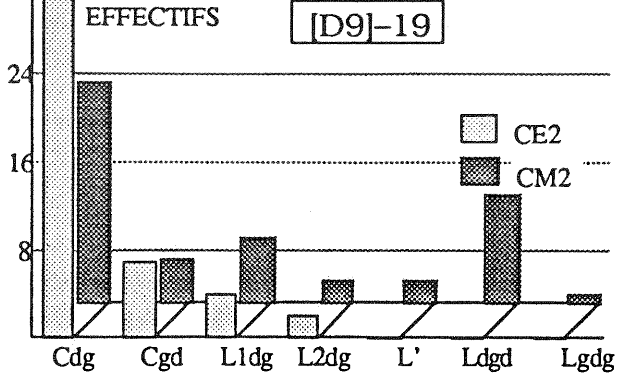
En tout état de cause, il n'y a probablement de modélisation qu'individuelle. Ce qui parait quelque peu décourageant pour le progrès de l'enseignement et la tâche de votre serviteur.

On peut néanmoins constater une double évolution quant aux démarches utilisées :

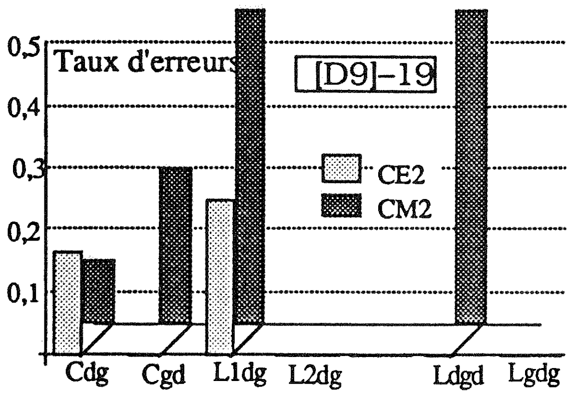
◊ d'une part entre les populations CE2 et CM2,

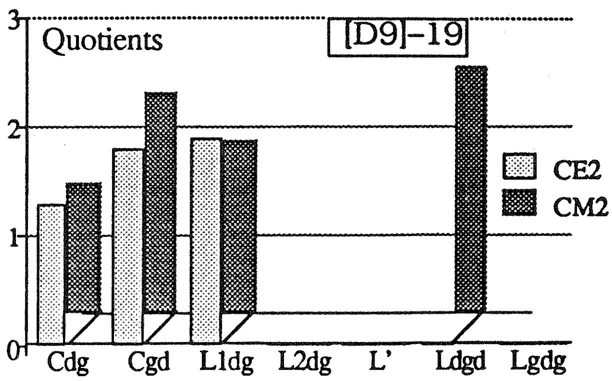
◊ d'autre part au sein d'une même population avant, et après phase d'apprentissage.

Exemple : Le graphique ci-dessous indique les occurences de diverses démarches, en réponse à [D9]-19 (ex. 59-19), en CE2 (premier plan) et en CM2 (second plan) :



On voit clairement que l'éventail est plus ouvert en CM2 et que C_{dg} est en partie abandonnée au profit de démarches "en ligne" (du type –10-9, ou –20+1 ou autres).Ces démarches sont-elles plus rapides, ou plus sûres ? Ce n'est pas évident comme en témoigne les graphiques suivants. Le premier indique le taux d'erreur moyen de la démarche et le second Q_s (délai relatif).





Dans l'expé 96, des classes de CE2 et de CM2 (une centaine d'enfants en tout) étaient partagés en trois groupes. L'un des groupes (Ø) suivait son cours normal; les deux autres (A et B) suivaient cinq séances d'entraînement au calcul mental. Le post-test devait rendre compte de l'évolution comparée. Il faut aller voir le détail des évolutions individuelles pour lire des significations. Et la réalité ne se laisse pas aisément réduire en formules. En effet, plusieurs éventualités peuvent se présenter :

• Pas d'évolution des démarches ; ce peut être légitime, si la démarche donne de bons résultats. On assiste le plus souvent à un gain de Q_s, c'est à dire la l'opération semble intrinsèquement moins "coûteuse"; quelquefois à une amélioration des résultats, éventuellement déficitaire en Q_s.

• Evolution de démarche ; c'est généralement en direction des démarches "en ligne". Il arrive que cette évolution soit "coûteuse", mais au profit d'un meilleur résultat.

L'adoption d'une nouvelle démarche est a priori "coûteux", au moins temporairement, mais peut améliorer les résultats ; il arrive qu'un sujet préfère une démarche familière.

Je ne détaillerai pas aujourd'hui l'étude de l'empan mnésique, dont le rôle semble faible, ni l'esquisse d'une évaluation du "coût" des démarches. Il est temps de conclure.

La première conclusion concerne "l'état des lieux". Il n'est certainement pas complet, mais on l'espère un peu mieux jalonné.
Une connaissance empirique précise semble indispensable quelle que soit la direction dans laquelle on veut l'exploiter.

La seconde, plus importante, concerne le statut de ce type de travail. En particulier, les rapports qu'entretiennent la psychologie, la didactique et la pédagogie ; en fin de compte aussi sa place dans la formation et le rôle de ses partenaires.

La psychologie est sollicitée, on le voit, mais elle n'est pas l'objet principal et elle ne **suffit** pas à éclairer complètement ni les fins, ni les moyens de l'enseignement.

La psychologie contemporaine cherche à modéliser (il me semble que c'est aussi l'ambition de la didactique). En ce qui concerne le calcul en particulier, les sujets dont elle s'occupe sont l'adulte ou l'enfant d'âge N. Elle souhaite obtenir ainsi un modèle du fonctionnement cognitif, par rapport auquel on peut inscrire les particularités propres à tel ou tel groupe, tel ou tel sujet. Un tel modèle est évidemment d'une grande importance pour l'enseignant, mais il est par essence toujours à venir.

On aperçoit une méthode qui permet d'approcher quantitativement la notion de charge cognitive, mais il n'est pas assuré que l'on obtienne des éléments très fiables et ils ne concernent en tout état de cause que le "sujet épistémique", en un de ses comportements moyens. Pour aller plus avant, il faut procéder à des études de cas. Et la notion devient pratiquement évanescente, puisque fortement liée à un sujet, à un moment donné.

On atteint là une limite sérieuse : il n'est –sans doute– pas question de prouver qu'une démarche est meilleure qu'une autre. La preuve demanderait une grande unité de temps, au cours de laquelle beaucoup de paramètres vont évoluer d'une façon difficile à évaluer, et très variable selon les sujets. Mais cela n'interdit pas d'imaginer que certaines démarches, à terme, sont plus judicieuses que d'autres. C'est ici qu'intervient une *décision pédagogique*, un choix qui appartient à l'enseignant et que celui-ci rencontre sa pleine responsabilité. On ne saurait énumérer tous les paramètres qui interviennent dans un acte aussi simple que la résolution d'une soustraction et *il ne convient pas de savoir le faire pour pouvoir enseigner*. C'est pourquoi la pédagogie n'est pas une science. Une singulière illusion (didactique ?) serait d'imaginer qu'une attention opiniatre finira par mettre à jour une pédagogie rationnelle, infaillible et limpide. Toute la réalité l'infirme : à scruter du complexe, on trouve du plus complexe encore ; mais, en chemin, aussi quelques parcelles de connaissance. Il reste à imaginer des pratiques pédagogiques qui prendraient en compte l'état des lieux qui vient d'être esquissé. Mais ceci est une autre histoire...

Dernière conclusion : ce type de travail a son lieu naturel et obligé dans les centres de formation. Il en éclaire et alimente les contenus. La convergence des objectifs des uns et des autres (psychologues, didacticiens, pédagogues en exercice ou étudiants) y est évidente ainsi que la limite de la responsabilité de chacun. Ce principe de coopération organique est écrit en toutes lettres dans les textes fondateurs des IUFM. Mais il semble loin d'être partout reconnu ou exercé aujourd'hui.

Dijon, Mai 1996

Repères pour former de jeunes enseignants de mathématique autour de l'analyse de leus pratiques professionnelles

COMMUNICATION D3 :
A. Lerouge
Equipe ERES Université Montpellier II
IUFM de Montpellier

I) Introduction

Les pratiques professionnelles observées lors de visites de classes relèvent souvent de l'empirisme et de l'auto-formation. Les jeunes enseignants disent que les apports théoriques de l'IUFM sont trop cloisonnés et ne leur permettent pas de traiter de manière opérationnelle la complexité des situations qu'ils vivent sur le terrain. Malgré la bonne volonté des acteurs, les lourdeurs de dispositifs sont telles que les formations didactiques, la formation générale et la formation en stage restent peu intégrées et les connaissances acquises sont contextualisées sur des points isolés, sans véritable possibilité de transfert professionnel.

Pour prendre un peu de recul par rapport aux réponses d'urgence qu'imposent les contraintes institutionnelles, nous développons depuis quatre ans à l'IUFM de Montpellier un processus de recherche visant à tester divers dispositifs permettant d'intégrer au mieux la formation en centre et la formation de terrain. Renvoyant le lecteur intéressé par la globalité de cette recherche à mes précédentes communications citées en fin de cet article, je voudrais donner ici un aperçu concret des retombées de ces travaux en prenant pour exemple la visite de classe en formation initiale des PE2.

II) La visite de classe

Si l'on souhaite utiliser la visite de classe comme creuset de la formation, il convient de modifier sensiblement les principes qui la définissent institutionnellement. Deux modifications nous paraissent essentielles: d'une part séparer les visites formatives des visites certificatives, d'autre part axer la visite formative sur la réflexion du sujet sur sa propre pratique et non sur sa mise en conformité à un quelconque modèle aussi pertinent soit-il a-priori.

Toute action formative suppose de travailler sur des logiques d'erreur, cela est incompatible avec la nécessité de "se faire valoir" dans laquelle se trouvent actuellement les stagiaires du fait de la confusion des fonctions formatives et certificatives des visites de classe. La claire distinction de ces fonctions suppose un contrat clair avec les formés stipulant que deux types de visites seront faites par des formateurs différents, le formateur certificatif n'ayant pas connaissance des observations formatives. Cela conduit à repenser totalement la fonction du "rapport" dans les visites formatives, c'est seulement au prix d'une confidentialité de la visite formative que pourra s'établir la confiance indispensable à un travail sur les problèmes rencontrés.

Au niveau de l'entretien, si les stagiaires vivent implicitement l'intervention du formateur comme conformante, l'explicitation de l'habitus observé ne pourra être menée de manière satisfaisante. Il faut poser a priori la dialectique de l'explicitation et du conseil, en balisant clairement ces deux types d'interventions formatives. Si les deux paraissent nécessaires, elles ne peuvent à l'évidence être menées de pair. Cela suppose de prendre en charge une vraie dévolution aux formés du dispositif de formation par l'entretien, en spécifiant éventuellement les phases d'explicitation et les phases de conseil.

Au niveau du "rapport formatif" il nous paraît tout à fait intéressant de faire rédiger ce rapport par le stagiaire. Une bonne base pour cadrer ce travail est de lui demander de produire un document en trois parties : une synthèse de l'entretien, un projet de formation sur des points précis et une nouvelle fiche de préparation de sa leçon. Ce travail de synthèse par l'écriture pourra rester confidentiel ou éventuellement si le rapport de confiance le permet être intégré à la formation en centre. En aucune manière, il ne devra être communiqué à l'institution.

Ces principes étant posés, il paraît essentiel de sortir du spontanéisme réactionnel du formateur pour structurer un véritable travail d'explicitation des pratiques observées. Cela suppose un minimum d'outillage de l'observation autour de deux axes complémentaires mais tout aussi essentiels l'un que l'autre : l'éclairage pluriel de la complexité du terrain et la logique des situations d'apprentissage.

III) L'éclairage pluriel de la complexité du terrain

Cinq niveaux d'analyse nous paraissent pertinents pour expliciter la complexité des situations professionnelles : le niveau didactique, le niveau de la relation duelle, le niveau de la dynamique du groupe classe, le niveau de l'institution scolaire et enfin le niveau du décalage entre les cultures familiales et la culture scolaire.

1 - *Le niveau didactique*

Le niveau didactique vise à analyser l'adéquation des dispositifs de classe aux savoirs enseignés et aux théories de l'apprentissage. Nous reviendrons plus particulièrement sur ce niveau en le contextualisant aux mathématiques dans le paragraphe qui suit.

2 - *Le niveau de la relation duelle*

Ce niveau éclaire l'analyse d'une difficulté du point de vue du système de projections personnelles que l'élève et le maître développent dans une relation duelle. Il s'agit là de travailler sur l'implicite de la relation professionnelle, ce qui n'est pas chose facile et pose très vite des problèmes de déontologie aux formateurs. Les pratiques de formation oscillent de ce point de vue entre deux extrêmes : certains formateurs refusent d'aborder ce niveau psychologique en considérant qu'ils sont incompétents, d'autres pensent , au contraire, que le travail sur la personnalité doit faire partie de la formation d'un enseignant et prônent des dispositifs intégrant cette dimension.

Ces positions extrêmes nous paraissent tout aussi dangereuses l'une que l'autre. La réalité est là, l'enseignement est un métier de l'humain, l'ignorer inhibe le processus de formation, jouer à l'apprenti sorcier ne peut que figer ce processus dans des réactions de rejet ou de soumission. Les liens entre l'attitude professionnelle et la structuration de la personnalité du maître sont à l'évidence incontournables et il est impossible en ce domaine de ne pas toucher un peu à l'intimité de chacun. Un bon principe est d'affirmer le fait que l'analyse de pratiques pousse nécessairement à un travail sur soi, mais que l'on prendra comme règle de ne rien forcer et de ne travailler que ce que le stagiaire accepte de mettre dans le débat formatif.

3 - *Le niveau de la dynamique du groupe classe*

Le niveau de l'analyse de la dynamique du groupe classe permet d'appréhender une difficulté comme relevant de phénomènes de groupe non réductibles à la simple juxtaposition de relations duelles. Cela conduit, par exemple, à analyser une situation de crise du point de vue de la résistance au changement dans les groupes restreints, ou encore à réfléchir sur l'appropriation par les élèves de règles de fonctionnement de la classe au niveau des médiations possibles dans un groupe d'enfants. On distingue à ce niveau les phénomènes de fonctionnement du groupe classe proprement dit des phénomènes de pédagogie des groupes dans l'apprentissage.

4 - *Le niveau de l'institution scolaire*

Ce niveau permet d'appréhender la source d'une difficulté dans l'organisation même de l'institution scolaire. Par exemple on peut travailler le fait que dans la classe, une même personne cumule les fonctions d'enseignement et d'évaluation et que cette situation viole le principe fondamental du droit consistant à affirmer que nul ne peut être à la fois juge et partie. Cela peut être source de difficultés et peut expliquer des situations difficiles avec certains élèves ou certains parents. Poser le problème en ces termes, conduit à réfléchir sur le pouvoir instituant des maîtres et sur leur action possible sur les fonctionnements institutionnalisés.

5 - *Le niveau du décalage entre les cultures familiales et la culture scolaire*

Ce dernier niveau enfin oriente l'analyse sur le fait que certains élèves n'ont jamais acquis les codes sociaux de fonctionnement de l'école française. Il s'agit ici de travailler au niveau de la transparence supposée entre le monde de l'école et celui de nouvelles communautés culturelles notamment en milieu urbain. Cela conduit, par exemple, en mathématiques à s'interroger sur les habitudes d'apprentissage de la numération à l'école coranique, ou encore à un niveau plus général à travailler avec certains enfants, les repères fondamentaux de vie à l'école, sachant que ces repères n'ont jamais été structurés dans leur milieu familial.

6 - *Le simple et le complexe*

Réduire la complexité que nous venons d'évoquer à l'un quelconque de ses niveaux ne peut répondre à la demande professionnelle. De fait, la prise de décision dans la classe ne relève pas de processus monoréférencés et la formation doit entraîner l'enseignant à articuler entr'eux divers points de vue en le mettant en garde de simplifications trop rapides. Ceci étant, tout n'est pas dans tout et après avoir explicité des hypothèses plurielles, on est amené à travailler la plupart du temps sur un niveau explicatif dominant.

Il faut insister sur le fait que l'analyse des pratiques conçue comme activité modélisatrice de la complexité des expériences vécues, ne peut se concevoir qu'assortie d'une formation théorique sur les différents champs que nous venons d'évoquer. L'enjeu est de tenir la double logique de l'émergence des questions sur le terrain et de la conceptualisation des modèles qui permettent d'analyser ces questions. Cela conduit à définir pour des non spécialistes un système de repérage fonctionnel et réaliste de chaque niveau d'analyse donnant lieu à de vraies séances de formation théorique. Nous travaillons dans notre recherche sur cette référentialisation : je voudrais présenter ici le repérage du niveau didactique contextualisé à l'enseignement des mathématiques.

IV) <u>La logique des situations</u>

1 - *Séquence, séance, situation*

Trois logiques s'entrecroisent dans l'explicitation de pratiques d'enseignement : la logique temporelle, la logique thématique et la logique d'organisation en situations d'apprentissage. L'explicitation consistant pour l'essentiel à sortir de narrations thématiques ou chronologiques pour entrer dans l'implicite des situations d'apprentissage, il est indispensable de repérer par des mots ces différentes logiques, c'est pourquoi nous introduisons la terminologie "séance", "séquence" et "situation".

- <u>La séance</u> est l'unité de référence temporelle. Il s'agit d'une durée d'enseignement en continu, généralement une heure de classe.

- La séquence est l'unité de référence thématique. Elle est constituée d'un certain nombre de séances, consécutives ou non, mais dont l'ensemble est cohérent du point de vue d'une notion à enseigner et forme un tout depuis le "démarrage" jusqu'au contrôle.

- La situation est l'unité de référence dans l'organisation de l'apprentissage. Il s'agit d'une phase de séquence isolable de par sa fonction dans le processus d'apprentissage. Une situation est caractérisée par une stabilisation du contrat didactique c'est à dire par une stabilisation du système des attentes réciproques entre l'enseignant et les élèves. Une situation peut donc être isolée comme une phase stabilisée du fonctionnement de la classe entre deux ruptures de contrat didactique.

Par exemple, le système des attentes entre l'enseignant et les élèves est modifié lorsqu'on passe d'une phase d'activités de découverte à une phase d'activités d'application. Dans les deux cas les élèves font des "activités", mais la fonction de ces activités dans l'apprentissage est tout à fait différente. Dans la phase de découverte il s'agit d'activer un "déjà là" pour le mettre en réseau avec un nouveau système de connaissances, alors que dans la phase d'application, il s'agit de stabiliser des automatismes procéduraux. On imagine aisément que dans chacune de ces phases, les attentes du maître sont radicalement différentes tant au niveau de l'activité mentale que de la production demandée aux élèves. C'est en quoi nous parlons d'une rupture de contrat didactique qui permet d'isoler dans le fonctionnement de la classe ces deux phases de la séquence que nous identifions alors comme des situations.

Généralement ces ruptures de contrats didactiques sont accompagnées de variations du dispositif de classe, mais cela peut ne pas être le cas et il peut arriver que le système des attentes de l'enseignant varie profondément, sans que cette variation se traduise par un changement de dispositif. La rupture, si elle est claire dans l'esprit de l'enseignant, ne l'est généralement pas dans l'esprit des élèves,et pour en revenir à notre exemple, le risque est grand qu'ils traitent les activités d'application comme les activités de découverte.

Cette approche permet d'orienter l'explicitation au niveau de la logique interne de la pratique analysée. En invitant l'enseignant à décrire sa pratique en termes d'unités -les situations- repérées par une stabilisation du contrat didactique, on peut isoler une situation particulière comme objet de travail et l'analyser soit en référence interne en se plaçant au niveau des écarts entre le prévu et le réalisé, soit en référence externe au regard d'une typologie prédéterminée.

Pour travailler l'explicitation en référence externe, nous proposons de repérer la pratique analysée au regard de quatre situations clé dans la conceptualisation en mathématiques: la "mise en acte", la "mise en mots", "l'application" et le "réinvestissement".

2 - *Situations de "mise en actes"*

Une situation de "mise en actes" est une situation dont la fonction est de faire apparaître des connaissances "en actes", c'est à dire des connaissances non nécessairement verbalisables. Ces situations sont essentielles pour démarrer un cycle d'apprentissage. Elles ont pour objectif d'amener les élèves à mobiliser en acte des connaissances déjà installées pour en montrer éventuellement les limites ou le prolongement au regard d'une nouvelle problématique. Ces situations sont généralement identifiées par les enseignants comme des "activités" de découverte et dans la littérature didactique on les désigne souvent par l'expression "situation problème". Au sens piagétien, il s'agit de situations d'assimilation-accommodation visant à rééquilibrer les schèmes opératoires au début d'un cycle d'apprentissage.

3 - *Situations de "mise en mots"*

Une situation de "mise en mots" est une situation dont la fonction est de greffer sur une acquisition en actes les mots qui permettent de la signifier. L'objectif est ici de mettre en place au niveau symbolique la construction du champ conceptuel en travaillant sur les langages qui expriment les concepts en voie de construction. Les enseignants identifient généralement ces situations comme des situations de synthèse, mais l'expression "mise en mots" nous paraît mieux convenir en ce sens qu'elle désigne une véritable activité de classe sur le langage et non une simple mise en forme faite par l'enseignant.

Si ce travail sur le langage est minimisé, le déclaratif est mal intégré au procédural et malgré une compréhension en acte, les langages institutionnels restent vides de sens. Sans mise en mots, les connaissances acquises restent contextualisées, ne sont pas mises en réseau mnésique et sont difficilement transférables. Le contrat didactique d'une situation de mise en mots doit donc permettre une véritable construction langagière en partant de la formulation en langage élève pour aboutir à la formulation institutionnelle choisie par l'enseignant. La question se pose alors du choix de la formulation institutionnelle à faire mémoriser aux élèves. Il nous paraît essentiel de ce point de vue d'intégrer au mieux deux paramètres: la facilité de mémorisation de l'énoncé retenu et sa fonctionnalité dans la résolution de problèmes.

4 - *Situation d'application*

Une situation d'application se place après les deux précédentes, elle a pour fonction de consolider le travail de mise en actes et de mise en mots en traitant les procédures spontanées des élèves pour fixer les routines les plus "économiques" au niveau de la résolution des exercices. Ces situations ont pour objectif d'optimiser et de fixer des automatismes en entraînant les élèves sur des batteries d'exercices ciblés. Le contrat didactique doit permettre l'explicitation des procédures spontanées des élèves et le traitement systématique des erreurs commises ou des lourdeurs de procédures au regard des automatismes qui sont à acquérir.

Ces situations sont bien connues des enseignants ; à l'évidence, elles sont indispensables, mais elles ne doivent en aucun cas anticiper la construction du sens au niveau des actes et au niveau des mots. En effet, si à court terme, le "bachotage" répétitif paraît rentable, cette pratique conduit à plaquer une connaissance sans adhérence véritable, et débouche à moyen terme sur l'amnésie didactique. La réflexion courante "ils l'ont fait l'année dernière, et ils ont tout oublié..." pose le problème d'une pseudo rentabilité didactique des situations d'application isolées d'un contexte constructiviste, qu'il faut sérieusement questionner.

5 - *Situations de réinvestissement*

Une situation de réinvestissement a pour fonction de développer l'utilisation d'un concept hors du champ de référence qui a permis de le construire. Il s'agit d'apprendre à réinvestir un savoir acquis sur des questions non localisés a-priori sur ce savoir. A la différence d'une situation d'application qui reste dans le champ de référence de l'apprentissage et peut fonctionner sur l'analogie, une situation de réinvestissement provoque le balayage en mémoire de divers champs conceptuels et en oblige la mobilisation symbolique hors de l'analogie de référence. Il s'agit de situations essentielles permettant de faire aboutir un processus de conceptualisation en désétayant le concept construit de son contexte de construction. Le contrat didactique doit permettre l'expression et le traitement d'une véritable recherche de l'élève. Dans la littérature pédagogique, on parle aussi de situations de transfert. Nous ne distinguons pas cette notion de celle de réinvestissement.

V) Conclusion

Construire chez de jeunes enseignants des compétences professionnelles suppose d'axer leur formation sur l'analyse et le traitement des pratiques spontanées qu'ils développent sur le terrain. En effet, ce sont ces premières expériences qui généralement stabilisent au sens de Bourdieu un "habitus" professionnel dont ils ont par la suite beaucoup de mal à se départir.

Cela amène à donner un rôle central dans la formation à l'explicitation des pratiques de terrain et à travailler les apports extérieurs, qu'ils soient didactiques ou généraux, dans le sens de construire les champs théoriques nécessaires à l'analyse effective de ces pratiques. Il s'agit de rompre avec une logique de cohérence externe des différents apports, pour développer une logique de mise en cohérence interne de ces apports au niveau de l'analyse de comportements réels en situation. Cela conduit à définir des cycles d'alternance successifs ayant pour creuset la visite de classe conçue comme véritable clé de voûte de tout le dispositif.

Il s'en suit la nécessité de repenser totalement l'articulation entre les formations didactiques et la formation générale pour traiter en système la demande de formation qui émerge du terrain. Ce principe suppose de dépasser les scissions existantes entre généralistes, didacticiens et formateurs de terrain pour développer de véritables équipes intégrées. Cela ne peut se faire que sur la base d'une politique efficace de formation de formateurs visant à intégrer leurs différentes spécificités. Nous pensons qu'une des clés de ce processus d'intégration réside dans la prise en charge de la formation générale par les formateurs disciplinaires.

Nous venons de le voir, cette inversion de point de vue n'est pas sans difficultés et les repères que nous avançons restent bien parcellaires. Cependant, en ces temps où l'on parle beaucoup d'une nouvelle identité professionnelle des enseignants, nous sommes convaincus que seul un travail fondé sur l'analyse de la complexité peut permettre de former les véritables praticiens réfléchis dont a besoin l'école en crise de cette fin de siècle.

Septembre 1996.

Autres communications de l'auteur sur ce thème

Lerouge A.	1994	Les formations transdisciplinaires à l'IUFM sont-elles transférables aux pratiques professionnelles des enseignants débutants. Actes du colloque international sur les transferts de connaissances en formation initiale et continue. Lyon Septembre 1994.
Lerouge A.	1995	La formation par alternance intégrée: une expérience en mathématiques à l'IUFM de Montpellier. Actes du colloque Recherche(s) et Formation des enseignants CERF, IUFM de Toulouse, Février 1995.
Lerouge A.	1996	Groupes d'entraînement à l'analyse de situations éducatives: petit guide d'exploration du niveau didactique en mathématiques Revue les cahiers pédagogiques N° 346 Septembre 1996.
Lerouge A.	1996	Alternance et analyse de pratiques dans la formation des enseignants: d'une cohérence externe à une cohérence interne des dispositifs de formation. Actes du deuxième congrès international d'actualité de la recherche en éducation et formation AECSE 1996.

Traitements cognitifs des figures géométriques

COMMUNICATION D4 :
A. Lobo Mesquita
Université de Lille
IUFM Nord Pas de Calais

Le but de cette communication est de présenter un modèle d'analyse du fonctionnement cognitif des figures géométriques dans le cadre des problèmes géométriques. Ce modèle, inspiré des théories de Merleau-Ponty et de Raymond Duval, part d'une analyse des caractéristiques particulières des figures qui leur permettent de remplir un rôle heuristique ; on y prend en compte les différents modes d'appréhension suscités par les figures, ainsi que les phénomènes de congruence et de non-congruence entre les figures et les discours (langage naturel, langage symbolique) qui y réfèrent. On y propose des critères d'analyse qui puissent être directement utilisés par les enseignants dans des analyses a priori de problèmes géométriques.[*]

La communication sera illustrée de nombreux exemples permettant d'analyser le rôle et la fonction des figures géométriques, ainsi que des difficultés d'élèves de collège face à l'utilisation de ces figures.

Une figure géométrique est une forme de représentation, graphique, d'un objet ou d'une situation géométrique. En principe, la figure et sa représentation sont liées par une relation de ressemblance[1]. Pour représenter les concepts d'une façon graphique, on utilise les règles de ce que R. Duval [1989b, 1995] a appelé le registre figuratif, c'est-à-dire, un système sémiotique de présentation ou représentation de connaissances, lié aux lois de la perception et de la graphique. D'un point de vue didactique, ce fait a une grande importance : en effet, cette forme de représentation peut constituer une aide importante à la résolution des problèmes géométriques, à condition, bien entendu, de savoir utiliser les règles de ce registre ; mais elle peut constituer un obstacle à la résolution des mêmes problèmes, dans le cas contraire.

Une figure géométrique est, nous l'avons dit, une forme de représentation graphique des objets géométriques, basée à la fois sur les lois de la perception et de la graphique. Son importance en géométrie a été clairement exprimée par Frenkel : "les figures permettent de mobiliser simultanément des multiples relations, tandis que la parole ou l'écriture, linéaires dans le temps, ne peuvent les énoncer que successivement" [Frenkel, 1973].

D'un point de vue perceptif, une figure n'existe que parce qu'elle marque une opposition entre elle-même et le fond d'où elle va se démarquer. Donc, elle n'apparaît pas comme un objet autonome, étant indissociable de ce fond dont la figure se détache.

D'un point de vue géométrique, la figure n'est utile à la résolution des problèmes géométriques que si elle dépasse ce niveau global. Il faut souvent identifier des sous-figures dans la figure donnée au départ, il faut reconnaître des fonctions différentes dans un même objet géométrique. Ce qui constitue en fait un problème pour la perception, comme le notait Merleau-Ponty : "une ligne objective isolée et la même ligne prise dans une figure cesse d'être, pour la perception, la "même". Elle n'est identifiable dans ces deux fonctions que pour une perception analytique qui n'est pas naturelle". [Merleau-Ponty, 1945, p.18]. Mais cela dépasse

---

* En (A. Mesquita, 1989b) nous développons ce modèle d'analyse.

1 L'idée de ressemblance, concernant la représentation graphique, est évoquée par Descartes, cité par Jullien (1996), pour lequel une figure est une "image ressemblante à l'objet qui la suscite".

le cadre strictement géométrique. Pour étudier quel peut être l'apport d'une figure dans un problème de géométrie, il faut donc distinguer -pour mieux pouvoir les étudier - les facteurs qui relèvent du domaine géométrique de ceux associés à la perception. La prise en compte des modes d'appréhension proposées par R. Duval [1988b] permet une approche de cette question. En effet, nombreuses études montrent que les traitements mathématiques sont fortement suggérés par le mode d'appréhension suscité par la figure, dans le cadre d'un problème donné [Duval, 1988a, 1988b, 1995], [Mesquita, 1989a, 1989b, 1996], [Padilla, 1992].

I. L'appréhension des figures géométriques

Les problèmes géométriques ne dépendent que de ce qui est énoncé en langage naturel ou symbolique (données, conclusion, éventuellement en utilisant des formules) : les figures associées à ces énoncés ont une importance parfois majeur dans les démarches de résolution. Une analyse des tâches et en particulier l'articulation énoncé-figure s'impose alors. Nous avons repéré des concepts liés à l'appréhension[2] des figures -issus des travaux de Merleau-Ponty [1945, 1964] et de R. Duval [1988a, 1988b] - qui nous semblent pertinents pour une telle analyse. C'est ce que nous présentons ci-dessous.

I.1. Les types d'appréhension des figures

Une même figure peut donner lieu à des appréhensions de natures différentes, comme l'a montré R. Duval [1988b], qui distingue trois formes distinctes d'appréhension d'une figure géométrique.

I.1.1. L'appréhension perceptive

C'est une forme d'appréhension immédiate et automatique de la figure. Cette forme d'appréhension est liée aux lois gestaltistes d'organisation de la perception ; elle est indépendante de l'énoncé et donc de la tâche à laquelle elle est associée. Un exemple de cette forme d'appréhension est donné par la figure suivante[3], laquelle est perçue comme un "L" (lettre majuscule) ou comme un "coin", sans avoir besoin d'aucun énoncé (Cf. fig. 1).

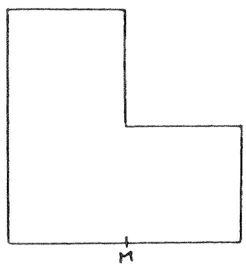


Figure 1

I.1.2. L'appréhension discursive

Une autre forme d'appréhension est celle qui est indissociable des propriétés énoncées ; elle est liée exclusivement aux propriétés associées aux hypothèses. Dans ce cas, les propriétés d'une figure géométrique dépendent de ce qui est énoncé comme hypothèse [R. Duval, 1988b,

---

[2] Nous prenons ici le terme appréhension dans sons sens étymologique de "saisir", concevoir", lié à l'opération par laquelle l'esprit saisit des éléments (perceptifs, mais aussi cognitifs, sans une élaboration spéciale) sur une figure ou une représentation géométrique.

[3] Cette figure a été utilisée par J. C. Rauscher dans une tâche de transmission.

p. 69] : les propriétés de la figure sont celles issues de l'énoncé associé à celle-ci, et non celles qui sont associées à la perception de la figure. L'appréhension discursive est donc "inséparable de la double référence à un réseau sémantique d'objets mathématiques et à une axiomatique locale" (ibid., p. 57) ; c'est dans ce sens qu'elle est alors indissociablement liée aux assertions correspondantes de l'énoncé. Autrement dit, l'appréhension discursive d'une figure relève exclusivement du statut que l'énoncé accorde à ses propositions.

Cette forme d'appréhension peut alors être en discordance avec l'appréhension perceptive; les propriétés de la figure ne sont pas imposées à partir du tracé de la figure, ou de l'apparence de ce tracé, mais à partir des propriétés mentionnées dans l'énoncé. Par exemple, dans le cas cité antérieurement, l'appréhension discursive permet de voir la figure en fonction de ce qui est énoncé comme hypothèse : le point M est considéré comme un milieu si une telle assertion est explicitée dans l'énoncé, de même pour l'orthogonalité.

I.1.3. L'appréhension opératoire

Une autre forme d'appréhension est determinée par la centration sur les modifications possibles de la figure, et sur les réorganisations qui en résultent. Elle met en œuvre des "figures fondamentales" de la géométrie (comme le carré, le triangle, deux droites parallèles ou perpendiculaires), donnant lieu à des opérations de reconfiguration intermédiaire, c'est-à-dire, à des regroupements des éléments de la figure de départ en des sous-figures incluses dans la figure de départ, et ne coïncidant pas avec elle. Les opérations de reconfiguration intermédiaire peuvent suggérer des traitements permettant la résolution du problème. Dans le cas de l'exemple antérieur, l'appréhension opératoire de cette figure suppose la mise en évidence d'un carré, comme figure fondamentale. On peut avoir deux formes possibles d'appréhension : soit la figure est perçue à partir du rassemblement de trois "petits" carrés (Cf. fig.2a), soit elle résulte du retranchement d'un "petit" carré à un "grand" carré (Cf. fig. 2b).

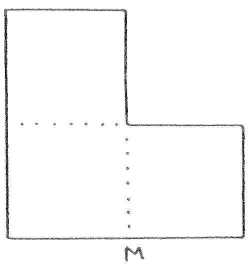


Figure 2a

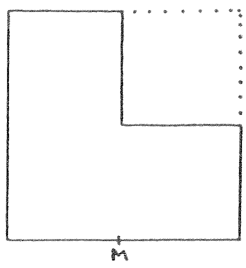


Figure 2b

En résumé, une figure géométrique peut être appréhendée de différentes manières. En général, une seule forme d'appréhension est insuffisante pour résoudre le problème. L'appréhension initiale peut être suffisante pour le traitement, ou, au contraire, elle peut exiger une réorganisation. Si la première forme d'appréhension s'avère insuffisante, un changement du mode d'appréhension peut être nécessaire pour mettre en œuvre une résolution. C'est pour cette raison que la considération du mode d'appréhension apparaît comme un critère important pour une analyse des tâches.

I.2. L'ancrage de l'appréhension : appréhension globale ou appréhension analytique

Les formes d'appréhension que nous venons de considérer sont plutôt liées à la figure et au problème en soi. D'un point de vue de l'individu, l'appréhension de chaque individu peut s'ancrer sur différents éléments de la figure : l'attention peut être attirée, par exemple, par le tout, ou au contraire, par une partie de la figure, ou par certaines parties. Dans le premier cas, il s'agit d'une *appréhension globale* ; dans le deuxième cas, d'une *appréhension analytique*.

Par exemple, dans la figure considérée par J.C. Rauscher, deux formes d'appréhension sont possibles : soit le rassemblement de trois petits carrés, cas où l'on parlera d'une appréhension analytique (Cf. fig. 2a), soit le retranchement d'un petit carré du grand carré, cas d'une appréhension globale (Cf. fig. 2b) ; dans ce dernier cas, c'est le grand carré qui est privilégié par l'appréhension.

I.3. La reconfiguration intermédiaire-clé : quelques critères d'analyse

Pour la résolution d'un problème en géométrie, il est presque toujours essentiel de reconnaître des sous-figures dans la figure de départ. En effet, ce sont ces reconfigurations intermédiaires[4] qui permettent de mettre en évidence des sous-figures ayant des propriétés décisives pour la résolution du problème, et qui donc peuvent suggérer des traitements.

Le discernement de ces reconfigurations particulières dépend de facteurs d'ordre perceptif. Certains facteurs peuvent faciliter ce discernement, tandis que d'autres, au contraire, peuvent l'empêcher ou le contrarier fortement. Ce sont des caractéristiques figurales propres à la reconfiguration qui la rendent soit très facile à voir, soit très difficile à distinguer. Nombreux sont les critères - desquels nous présentons certains ci-dessous - qui peuvent alors influencer la visibilité de cette reconfiguration, comme par exemple, ceux liés à la forme des éléments constituants, à sa position relative, à son point d'ancrage.

I.3.1. L'homogénéité de la reconfiguration intermédiaire

Par rapport aux sous-figures qu'elle mobilise, la reconfiguration intermédiaire-clé peut être *homogène*, quand la reconfiguration est constituée d'éléments de la même forme, ou *hétérogène*, si les éléments ont des formes différentes [R. Duval, 1988b, p. 64]. On peut encore la considérer soit *élémentaire*, si elle est constituée par une seule forme élémentaire (carré, triangle, etc.), soit *assemblée* à partir de plusieurs formes élémentaires.

I.3.2. La position relative de la reconfiguration intermédiaire

La reconfiguration-clé peut mobiliser des sous-figures qui se superposent (quand leur intersection est non-vide) : TRAPZ[5] en est un exemple (Cf. fig. 3 et 3a). Les sous-figures peuvent dans d'autres cas être en *inclusion*, ou *superposition totale*, si l'une est incluse dans l'autre.

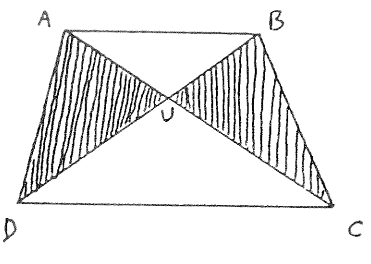


Figure 3

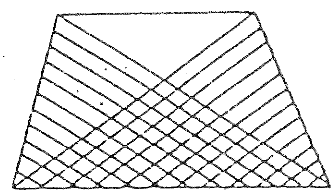


Figure 3a

Les sous-figures peuvent être contiguës, si elles ont un ou plusieurs côtés en commun, sans se superposer, comme par exemple, en PARAL (Cf. fig. 4 et 4a).

---

4 Pour R. Duval [1988b], une reconfiguration intermédiaire est un regroupement de sous-figures, incluses dans la figure de départ, mais ne coïncidant pas avec elle.

5 Dans les trois problèmes mentionnés par la suite (TRAPZ, PARAL, EUCLI), dont les énoncés sont donnés en annexe, il s'agit de la comparaison d'aires de sous-figures. Une analyse plus détaillée est faite en A. Mesquita [1989a, 1989b].

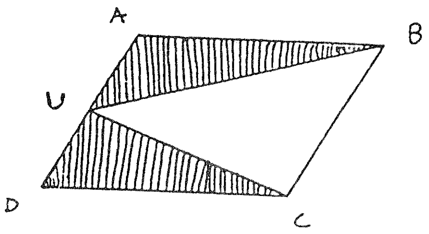


Figure 4

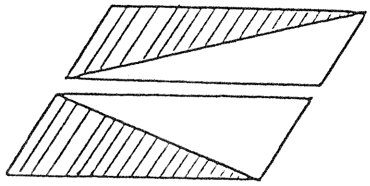


Figure 4a

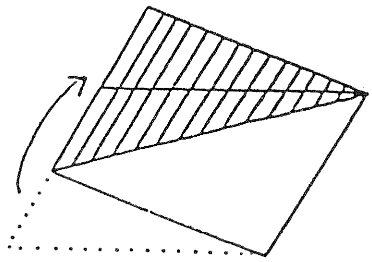


Figure 4b

Elles peuvent encore être formées de façon à constituer une reconfiguration *convexe* (ou non). Par exemple, la reconfiguration en EUCLI (Cf.fig. 5 et 5a) est non-convexe. La reconfiguration-clé peut être aussi analysée du point de vue de sa *connexité.*

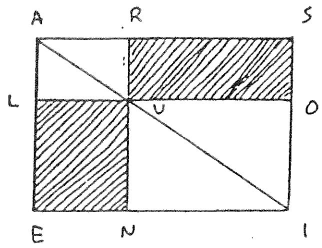


Figure 5

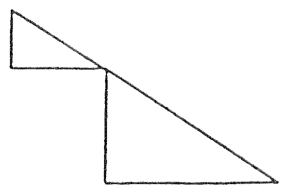


Figure 5a

I.3.3. L'unicité de la reconfiguration-clé

On peut aussi analyser la reconfiguration-clé en termes de son unicité : par exemple en PARAL, deux reconfigurations, au moins, conduisent à une solution (Cf. fig. 4a et 4b, ci-dessus).

I.3.4. Le point d'ancrage de la reconfiguration-clé

On peut encore se référer aux sous-figures auxquelles réfère la partie-question, et pour lesquelles une réponse doit être donnée. Ce point d'ancrage peut être mis en évidence, ou *suggéré* visuellement par la figure elle-même (comme par exemple, par l'utilisation du hachurage, de couleurs, ... Cf. fig. 3, 4, 5) ; au contraire, si aucune indication n'est faite, on dira que le point d'ancrage est *non-suggéré* (Cf. fig. 6).

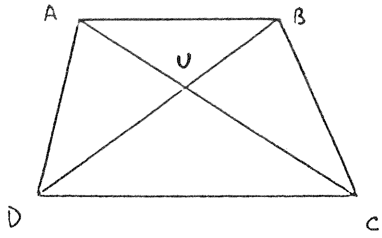


Figure 6

II. L'articulation entre les registres de représentation

En géométrie, peut-être encore plus que dans d'autres domaines mathématiques, on fait appel sans cesse à trois registres, au sens de R. Duval. Un exemple convaincant est donné par l'observation de presque n'importe quelle page d'un manuel scolaire actuel : on peut y voir des figures géométriques (registre graphique), des formules mathématiques et d'autres expressions symboliques (registre symbolique) et bien sûr, le registre du langage naturel. L'enseignement a recours, d'une façon plus ou moins consciente, à chacun de ces registres.

Mais, ayant plusieurs registres, il faut faire des passages des uns aux autres. Les trois registres ne permettent pas les mêmes traitements (c'est même à cause de cela qu'ils sont importants)... Ce qui est important par rapport aux tâches géométriques, c'est que les informations issues de ces registres peuvent être concordantes, cas où il y a une congruence sémantique entre les registres, ou non. Dans les cas de congruence, les objets immédiatement identifiables par simple appréhension perceptive, sont les mêmes qui sont nommés dans l'énoncé ou dans les formules.

L'exemple suivant, étudié par Dupuis *et al.* [1978], illustre bien ce que nous venons de dire. La même figure (Cf. fig. 7) a été donnée à des élèves de 14-15 ans, accompagnée d'énoncés différents :

Enoncé 1 :
Dans la figure ci-dessous,
la droite A'C' est parallèle à la droite AC,
la droite A'B' est parallèle à la droite AB,
la droite B'C' est parallèle à la droite BC.

Montrer que A est le milieu du segment B'C'.

Enoncé 2 :
Dans la figure ci-dessous,
les segments A'C' et AC sont parallèles,
les segments A'B' et AB sont parallèles,
les segments B'C' et BC sont parallèles.

Montrer que A est le milieu du segment B'C'.

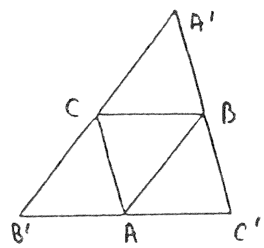


Figure 7

Deux groupes d'élèves - que l'on pouvait considérer par ailleurs comme d'un même niveau - ont réalisé les tâches soit avec l'énoncé 1, soit avec l'énoncé 2, toujours avec la même figure. Les taux de réussite ont été de 18% et 42%, respectivement. En termes de congruence, il y a une différence importante entre les énoncés : tandis que la figure est *congruente* à l'énoncé 2 - en effet, la figure suggère perceptivement des segments, mentionnés dans l'énoncé - elle est *non-congruente* à l'énoncé 1, dans lequel on mentionne des droites. Le taux de réussite passe de 42% (cas de congruence) à 18% (cas de non-congruence). Cet exemple montre bien que le phénomène de non-congruence a un coût cognitif important, dans les apprentissages scolaires.

La question de la congruence apparaît ainsi comme une question centrale en apprentissage ; dans ce qui suit, nous considérons deux types d'articulation : une, inter-registre, entre registres différents ; une deuxième, interne à un registre donné, intra-registre.

II.1. Une première articulation intra-registre qui se pose concerne le langage naturel utilisé; nous désignons par interne ce type de congruence. Dans une tâche de géométrie, les conditions données peuvent être ancrées sur les mêmes objets que la question posée (cas où il y a une **congruence interne**), ou non. E. Koleza-Adam [1987] a montré l'importance de ce type de congruence dans les tâches de proportionnalité ; autrement dit, l'existence ou non de congruence interne à la question est associée à des taux de réussite différents : du point de vue du registre du langage naturel, une tâche non-congruente (celle où il y a une non-congruence entre les objets désignés par la question et ceux auxquels la réponse doit référer) est moins réussie qu'une tâche congruente.

De ce point de vue, TRAPZ est bien l'exemple d'une tâche non-congruente : les conditions données mentionnent le trapèze ABCD et ses diagonales, tandis que la partie-question porte sur les triangles.

II.2. Une deuxième articulation, inter-registre, à considérer est celle qui s'établit entre la figure et l'énoncé, ou entre le registre figuratif et le registre de la langue naturelle. R. Duval [1988b] a montré l'importance de ce type de congruence, sémantique, entre les deux registres, figure et texte, en mettant en évidence la différence de résultats obtenus dans une même tâche (présentée en deux versions, une congruente et l'autre non). Les résultats obtenus par Dupuis et al., déjà cités, montrent bien la différence : la tâche non-congruente obtient alors un taux de réussite moins élevé.

Cette articulation est à la base des deux critères suivants.

II.2.1. Nature de la figure

Un premier critère se réfère à la nature de la figure géométrique. Par le type de traitement qu'elle admet, une figure peut avoir soit une nature de **schéma**, soit une nature d'**objet**. Nous dirons qu'une figure a une nature de **schéma**, quand on ne peut en extraire directement aucune relation géométrique autre que des relations topologiques (incidence, concurrence, adjacence). Le schéma représente simplement l'objet géométrique, soit par une esquisse, soit en perspective, soit encore par quelques traits typiques ; l'existence d'un repère n'y a pas de sens.

Quand une figure a une nature d'**objet**, les relations géométriques utilisées pour sa construction peuvent être réutilisées, partiellement ou totalement. On peut y lire des relations et y faire des observations, comme sur un objet réel ; la relation de ressemblance est respectée. Les différents constituants de la figure sont liés entre eux par des relations géométriques habituelles. D'autres relations géométriques sont admissibles : soit mesurables (euclidiennes), soit affines, selon le cadre de traitement. Par exemple, en PARAL (Cf. fig.4), la nature de la figure est celle d'un objet, tandis qu'en CATHE (Cf. fig.8) la nature est celle d'un schéma. Les figures géométriques peuvent être ambiguës quant à leur nature, car leur construction semble respecter certaines relations géométriques. A ce titre, elles peuvent être regardées comme un objet qu'on étudie, mais en fait elles ont une nature de schéma. Et à ce titre, les relations géométriques ne peuvent pas être directement saisies.

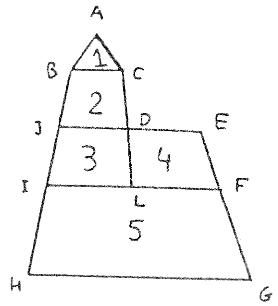


Figure 8

Enfin, quand la figure a une nature d'objet, il importe encore de considérer son degré d'abstraction ou sa représentativité : soit la figure est considérée pour elle-même, comme une figure concrète, représentative seulement de soi-même, soit elle est considérée comme une figure générique, abstraite, représentant une classe de problèmes associés, plus généraux.

Autrement dit, on peut voir la figure comme une représentation d'une seule configuration ou d'une famille de configurations répresentables par cette figure. Ce fait entraîne une ambiguïté, que le registre figuratif, utilisé seul, ne permet pas de résoudre.

Dans les tâches géométriques, ces deux types de figure peuvent apparaître. Les opérations et les traitements admissibles dans les deux cas sont bien entendu différents. La difficulté est que la nature de la figure n'est pas explicite ; c'est le contexte qui permet de la déterminer, d'une façon objective et, en principe, non ambiguë. Mais en fait, une figure, comme un discours ou une photographie, comme toute image, est polysémique. Elle peut "recevoir des interprétations variées puisque toute signification est liée à un ensemble de signes, lui même perçu et interprété par référence au répertoire d'analogies et de hiérarchies de chaque 'récepteur' [...] Chacun est en droit d'interpréter à sa manière jusqu'au moment où le symbolisme émerge, ou, à défaut, jusqu'à ce que l'habitude d'une convention soit acquise" [J. Bertin, 1985, p. 853].

Cela justifie alors que les distinctions que nous venons de faire entre les types de figure ne soient pas automatiquement perçues par les élèves. D'où une non-congruence possible entre la nature de la figure tel qu'elle est engendrée par la tâche et l'interprétation de la figure, telle qu'elle est perçue par chaque individu [6].

II.2.2. Rôle de la figure

Un autre critère est lié au rôle joué par la figure dans la résolution de la tâche. Ce rôle peut être soit **descriptif**, si la figure apparaît comme une simple appréhension synoptique des propriétés en présence, soit **heuristique**, si la figure agit comme un déclencheur de démarches. Dans le premier cas, la figure n'apporte rien d'autre que l'énoncé : elle est une présentation redondante de l'énoncé. Elle est alors peu opérante, puisqu'elle ne met en œuvre aucune démarche de traitement.

On admet généralement que la figure en géométrie remplit simultanément ces deux rôles : "Deux rôles au moins peuvent être attribués aux figures en géométrie : d'une part, elles illustrent les situations étudiées ; d'autre part, elles servent de support à l'intuition au cours de la recherche en faisant apparaître sur un objet visible des relations ou des hypothèses de relations qui ne sont pas clairement évidentes dans un énoncé verbal." [D. Bessot, 1983, p. 35]. En utilisant notre terminologie, le premier rôle est descriptif, le deuxième, heuristique.

Mais, en fait, tel n'est pas toujours le cas, comme l'ont montré les analyses de R. Duval [1988a, 1988b] et les nôtres [A. Mesquita, 1989a, 1989b]. Car si ces deux rôles peuvent coexister dans certains types de tâches, cela ne va pas de soi pour toutes les tâches.

Dans beaucoup de tâches, la figure ne sert pas de "support à l'intuition". Au contraire, elle peut même être un piège, parce qu'elle peut permettre la constatation de certaines relations, sans toutefois permettre leur justification. Ces relations peuvent d'ailleurs être fausses. C'est ce qui se passe en CATHE (Cf. fig.8), par exemple, où la nature même de la figure, oblige à l'utiliser avec certaines précautions. Plus généralement, dans la plupart des tâches sollicitant une appréhension discursive, la figure n'a souvent qu'un rôle descriptif.

Pour un problème donné, le rôle heuristique est intrinsèque à la figure ; il est associé en général à son appréhension opératoire. Si la figure privilégie une certaine forme d'appréhension opératoire, cela peut mettre d'emblée sur des démarches de résolution. Si celles-ci sont mathématiquement correctes, la figure joue un rôle heuristique effectif. Si elles ne le sont pas, la figure fait écran : on parlera alors des pièges de "l'intuition".

---

[6] C'est le cas de CATHE, par exemple, où la nature de schéma n'est pas perçue par les élèves qui utilisent la mesure et la proportionnalité - des procédures incorrectes pour une figure avec une telle nature.

III. Les traitements mathématiques impliqués par la tâche

Les critères que nous venons de présenter, la nature et le rôle de la figure, sont associés, dans la plupart des cas, aux traitements mathématiques susceptibles de résoudre un problème en géométrie. Autrement dit, en fonction de ces critères, un traitement mathématique peut être envisageable pour sa résolution. Mais il importe aussi d'analyser ces traitements d'un point de vue strictement mathématique.

III.1. Cadre mathématique. Un premier critère à considérer est celui du cadre, ou des cadres, au sens mathématique du terme, dans lequel le traitement est possible. Ainsi on peut envisager, selon les cas, un traitement fondé, soit sur la géométrie analytique, soit sur l'algèbre. Par exemple, EUCLI (Cf. fig.5) peut être traité soit par le recours à des propriétés géométriques de la figure, soit par le recours au calcul littéral. Un traitement géométrique peut encore relever, soit de la géométrie euclidienne, fondée sur la notion de distance, soit de la géométrie affine.

III.1.1. Accès à la mesure. En géométrie euclidienne - celle qui est le fond des programmes de géométrie, actuellement, et dans le cadre qu'on peut appeler de géométrie des figures - il est important de considérer la question de l'accès à la mesure. En fait, cela a un effet sur le type de traitement à donner par les élèves.

Par rapport à l'accès à la mesure, nous pouvons distinguer des situations où la nature de la figure interdit cet accès. C'est ce qui se passe avec ce que nous avons appelé les schémas. Par contre dans le cas des figures géométriques avec une nature d'objet, un tel accès peut être possible, en fonction du problème.

Par exemple, dans la plupart des situations considérées de démarches expérimentales [7] l'accès à la mesure peut avoir un sens, même si cela ne permet pas une réponse. Cet accès dépend des situations. Dans certains cas, cet accès permet une réponse ; des fois, la mesure peut être prise en vraie grandeur. Dans d'autres cas, l'existence d'une échelle peut être nécessaire. Dans d'autres cas encore, comme par exemple en EUCLI, seul un rapport entre les mesures peut être obtenu.

La mesure peut être utilisée soit comme un résultat final (par exemple, le calcul des aires), soit comme une étape intermédiaire, soit encore être utilisée à titre indicatif, non pour justifier un résultat, mais pour l'induire. Dans la plupart des cas, la mesure apparaît comme une étape, à utiliser éventuellement en association avec des formules. Ces formules peuvent, bien entendu, être plus ou moins complexes.

III.1.2. Type de connaissances requises. Un autre critère est le type de connaissances requises. Une tâche peut se fonder sur des *universaux*, au sens de A. Moles, c'est-à-dire, sur un ensemble de propriétés, peu liées à des apprentissages spécifiques scolaires, appartenant à un bagage culturel de la plupart des citoyens moyens. C'est le cas d'EUCLI, par exemple, où le traitement se base sur l'égalité des figures et sur une propriété (en fait explicitée par Euclide, mais spontanément utilisée dans des situations courantes : en retirant des quantités égales à des quantités égales, il reste encore des quantités égales).

La plupart des problèmes en géométrie se fondent pourtant sur des *connaissances scolaires*, sur des définitions et sur des théorèmes faisant partie des programmes scolaires.

D'un point de vue de traitement, il importe encore de considérer quels sont les concepts et les propriétés qui interviennent dans la tâche et dans sa résolution. Parmi ces concepts, on peut songer soit aux concepts *recouverts* directement par la tâche, soit aux concepts *mis en œuvre* par le traitement. Ainsi dans TRAPZ, par exemple, tandis que le concept *recouvert* serait celui de trapèze, l'équivalence de triangles de même base et de même hauteur serait le concept *mis en œuvre* pour résoudre la tâche.

---

7 Notons que ces démarches expérimentales sont utilisées de manière différente à l'école et au collège. A l'école, elles sont à la base de l'enseignement de la géométrie, dans une perspective d'une géométrie *construite*, pour reprendre les termes de F. Pluvinage. Au collège, ces démarches changent de statut, elles ne permetront plus de justifier ou de valider un résultat, mais elles ont un rôle considérable dans l'établissement de conjectures.

II.2. Critères de difficulté des tâches. Nous présentons ici quelques pistes de critères concernant la difficulté des tâches.

II.2.1. Type de traitement. Un premier critère concerne le type de traitement. Il est bien connu que les traitements soustractifs semblent plus complexes que les traitements additifs. Tandis que PARAL suscite un traitement additif, EUCLI suggère plutôt un traitement soustractif. L'application des propriétés est alors plus complexe dans ce cas.

II.2.2. Critères de visibilité. L'application des propriétés peut être plus ou moins complexe en présence de certains facteurs de visibilité. Par exemple, TRAPZ exige la reconnaissance de l'équivalence de deux triangles - qui ne sont pas mis en évidence par la figure - et l'opération de retranchement appliquée à ces deux triangles.

Certaines tâches admettent l'existence de traitements alternatifs, autrement dit, leur résolution peut être obtenue par plus d'une procédure. Tel est par exemple le cas de TRAPZ, où une solution est celle mentionnée ci-dessus, par appréhension opératoire, et une autre peut être obtenue - exigeant d'autres connaissances mathématiques - par une application du principe des indivisibles de Cavalieri [G. Glaeser, 1984/85].

Conclusion

Nous avons analysé ici quelques obstacles associés à la question de la représentation en géométrie et à son utilisation, obstacles qui sont en quelque sorte inhérents à la représentation en tant qu'opération mentale.

Les critères que nous avons identifiés, liés à la congruence entre registres, ainsi qu'à leur articulation, nous permettent d'analyser les figures géométriques dans le contexte des problèmes géométriques. D'un point de vue des enseignants, une telle analyse permettra d'anticiper les difficultés, plus ou moins grandes, des élèves, quand ils résolvent des problèmes de géométrie. Ces difficultés sont liées à la présence, ou à l'absence, de certaines caractéristiques de la figure, d'où notre insistance dans l'analyse de ces caractéristiques, d'un double point de vue, perceptif et cognitif. Cette analyse peut contribuer à éclairer certaines des difficultés des élèves face à des problèmes de géométrie. Du côté des chercheurs, cette analyse peut permettre de saisir certains des mécanismes mentaux en jeu.

ANNEXE

TRAPZ Dans la figure suivante (Cf. fig.3), ABCD est un trapèze, AC et BD ses diagonales, U le point d'intersection de AC et BD. Comparer les aires des deux triangles hachurés AUD et BUC. Préciser et justifier la réponse.

PARAL Dans la figure suivante (Cf. fig.4), ABCD est un parallélogramme. Par un point U, milieu du côté AD, on a tracé des droites UB et UC. Comparer les aires des régions hachurées (UAB et UCD) et des régions non hachurées (UBC). Préciser et justifier la réponse.

EUCLI Dans la figure suivante (Cf. fig.5), AI est une diagonale du rectangle ASIE. Comparer les aires des deux rectangles hachurés OURS et LUNE. Préciser et justifier la réponse.

CATHE Paul regarde, d'en bas, une cathédrale. Il fait un croquis (Cf. fig.8), où il dessine ce qu'il a observé. Il note aussi les indications suivantes, prises aux archives de la cathédrale : **1** est un triangle équilatéral, **2** est un rectangle, **3** et **4** sont des carrés, la figure formée par **3**, **4** et **5** est un carré. D'après ces indications, que peut-on dire des longueurs suivantes : LF, FG, CD ? Préciser et justifier les réponses.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BERTIN J. , 1985, "*Graphique (représentation)*", Encyclopædia Universalis, 8, 852-862.

BESSOT, 1983, "*Problèmes de représentation de l'espace*", Enseignement de la géométrie, Bulletin Inter-IREM, 23, 33-39.

DUPUIS C., DUVAL R. & PLUVINAGE F., 1978, "*Etude sur la stabilité de la géométrie en fin de troisième*", Géométrie au premier cycle, tome II, APMEP, 65-99.

DUVAL R., 1988a, "*Ecarts sémantiques et cohérence mathématique*", Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 1, 7 - 25.

DUVAL R., 1988b, "*Pour une approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence*", Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 1, 75 - 93.

DUVAL R., 1995, "*Sémiosis et pensée humaine - Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*", Peter Lang, Bern.

FRENKEL J., 1973, "*Géométrie pour l'élève-professeur*", Hermann, Paris.

GLAESER G., 1984/85, "*La Didactique Expérimentale des Mathématiques*", Publication interne, Cours de Troisième Cycle, Université Louis Pasteur, Strasbourg.

HUSSERL E., 1936 /1962, "*L'origine de la géométrie*", PUF, Paris.

JULLIEN V., 1996, "*Descartes. La géométrie de 1637*", PUF, Paris.

KOLEZA-ADAM E., 1987, "*Décalages cognitifs dans les problèmes de proportionnalité*", Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg.

MERLEAU-PONTY M., 1945, "*Phénoménologie de la perception*", Gallimard, Paris.

MERLEAU-PONTY M., 1964, "*L'œil et l'esprit*", Gallimard, Paris.

MESQUITA A. L., 1989a, "*Sur une situation d'éveil à la déduction en géométrie*", Educational Studies in Mathematics, 20, 55-77.

MESQUITA A. L., 1989b, "*L'influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géométrie : Eléments pour une typologie*", Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg.

MESQUITA A.L., 1996, "*On the utilization of encoding procedures on the treatment of geometrical problems*", Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Valencia, Spain, July 8 - 12, vol III, 399-406.

PADILLA V., 1992, "*L'influence d'une acquisition de traitements purement figuraux pour l'apprentissage des mathématiques*", Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg.

Les gestes professionnels des professeurs d'école débutants, leurs acquisitions en formation professionnelle et ailleurs, vers une optimisation d'un apprentissage par compagnonage

COMMUNICATION D6 :
Denis Butlen,
IUFM de Créteil,
IREM de Paris VII,
équipe de recherche DIDIREM de Paris VII

I) Problématique et cadre théorique de la recherche

I-1 Problématique

Les questions posées , lors de cette recherche :

1 - Extraire, spécifier, hiérarchiser, découper pendant la classe des actions (ce qui peut être vu, entendu par une observation) précises qui sont isolables, partagées par plusieurs individus (régularités dans les pratiques) et qui caractérisent plutôt les débutants.

2 - En s'appuyant sur l'hypothèse que ces pratiques peuvent s'acquérir, s'apprendre en formation notamment, ou du moins peuvent être fragilisées (quand elle existent) et même modifiées, comment accélérer cet apprentissage ?

Ce questionnement est issu d'une réflexion de formateur, d'un effort de rationalisation de ses pratiques et d'une volonté d'optimiser un type d'enseignement professionnel.

L'idée générale de formateur , à la base de cette étude :

Les professeurs d'école débutants font en général pendant la classe des actions maladroites qui fragilisent leur enseignement, les fatiguent, les rendent moins efficaces.

De ce fait, il apparaît important d'essayer de les repérer avec précision afin d'essayer d'accélérer leur transformations en actions "confirmées".

Ce point de vue de formateur doit être dépassé pour avancer, cela nous amène à poser le problème en terme de recherche.

Les questions de recherche :

Nous allons donc essayer :
- d'analyser ces actions ;
- mettre au point des situations de formation adéquates.

Cela nécessite de choisir, de construire ou de préciser un cadre théorique adéquat, adapté, permettant d'avoir accès aux pratiques et de les analyser.

Avant de préciser ce cadre théorique, il semble nécessaire de préciser l'objet de notre étude.

Des actes professionnels liés à un enseignement mathématique

Nous devons préciser deux hypotèses :

Existent-ils des actes professionnels du professeur d'école qui sont spécifiques d'un enseignement de mathématiques ?

Nous pouvons déterminer au moins deux types d'actes professionnels : des actes transdisciplinaires et des actes plus spécifiquement attachés à un enseignement de mathématiques.

On peut s'appuyer sur certaines conceptions naïves notamment sur l'expérience des formateurs pour commencer à définir ces actes.

Ce sont des aspects plutôt techniques des pratiques professionnelles :
- souvent implicites, voire automatisés ;
- rarement décrits, dans tous les cas, ils le sont sans référence à un contenu d'enseignement,
- maîtrisés avec l'expérience professionnelle ;
- dont une mauvaise maîtrise risque d'entraîner des difficultés dans la gestion de la classe ou un accroissement de fatigue dû à un investissement personnel plus important durant le cours.

Y-a-t-il des actes professionnels attachés à un contenu mathématique, à une discipline ou bien sont-ils tous transdisciplinaires ?

Compte tenu du caractère polyvalent du métier d'instituteur, compte tenu de la nature pluridisciplinaire de certains apprentissages effectués à l'école élémentaire, on peut penser qu'une part importante de la fonction de professeur d'école échappe à (ou dépasse) une définition prenant directement en compte les contenus à enseigner. On peut donc penser qu'il existe des actes transdisciplinaires.

Ces actes professionnels non disciplinaires ou transdisciplinaires pourraient concerner :
- la gestion globale du temps : organisation de la journée, de la semaine, répartition effective entre les temps de travail, d'écoute, d'inaction, de détente, répartition des différentes disciplines...;
- la gestion des interventions métacognitives de l'enseignant non attachées à un contenu, voire stimulant d'éventuels transferts ou généralisations (en particulier la gestion de la cohérence de ces interventions) ;
- la gestion des moments de transition entre différents enseignements disciplinaires ;
- la communication dans la classe (règles générales de travail, apprentissage du travail en groupe...).

Ces actes ne sont pas directement ceux auxquels nous comptons nous intéresser.
Par contre, il semble intéressant de cerner d'autres actes plus liés à un enseignement de mathématique, voire à l'enseignement d'un contenu mathématique et d'analyser comment les premiers se manifestent et éventuellement se précisent à travers un enseignement de contenus.

Le problème reste de savoir si ces actes sont des "cas particuliers", de simples applications, des "contextualisations" disciplinaires, des premiers ou s'ils sont attachés à un contenu.

Nous faisons l'hypothèse qu'il existe des actes marqués par un enseignement disciplinaire. Pour cela, nous nous appuyons sur des observations que nous avons pu faire à propos des pratiques de maîtres confirmés, mais aussi sur les "erreurs" de gestion que nous avons pu constater chez de nombreux professeurs débutants.

Que nous apprend l'expérience des formateurs ?

Nous faisons donc l'hypothèse qu'il existe des régularités dans la gestion des différentes phases d'un enseignement qui dépassent les pratiques individuelles.

Nous pensons que ces actes sont assez stables et n'évoluent que sous l'influence de contraintes importantes (élèves très difficiles, remise en questions profondes des pratiques de l'enseignant...).

Nous faisons l'hypothèse que ces actes se construisent dans le temps, que le professeur débutant ne possède pas des actes très stables mais que ceux-ci sont perfectibles par l'expérience professionnelle, par des contacts avec ses pairs, par des prises de distance par rapport à ses pratiques.
Bien que ces actes ne soient pas stables, nous faisons l'hypothèse que même pour le professeur débutant, il possible de repérer des grandes catégories.

I-2 Cadre théorique

Nous reprenons ici le cadre théorique que commence à définir Aline Robert dans ces recherches sur les pratiques professionnelles et qu'elle décrit, en particulier dans le cahier n°26 de la DIDIREM et dans le rapport d'étape de recherche de l'IUFM de Versailles.

La didactique professionnelle porte sur l'étude des rapports entre formation professionnelle et pratiques professionnelle.

Nous allons préciser certaines hypothèses que nous admettons avant d'énoncer notre cadre théorique, dont on pourrait dire qu'il est inspiré de celui de la didactique des mathématiques mais adapté à l'étude spécifique du rapport formation professionnelle/pratiques professionnelles en classe de mathématiques (lycées et collèges pour A. Robert, école élémentaire pour D. Butlen*).*

D'abord nous introduisons une nouvelle variable, en supposant que les pratiques effectives dans les classes peuvent avoir des effets sur les acquisitions des élèves, d'où l'importance de leur prise en compte, de leur analyse. Entendons-nous bien : lorsque nous parlons de pratiques, il ne s'agit pas seulement pour nous des projets (préparations, scénarios théoriques) mis en oeuvre par les enseignants mais bien de la manière de les mettre en oeuvre, des mises en actes, des actions en classe des enseignants, même "à projet égal" (ce qui est bien sûr impossible à strictement parler).
Puis nous faisons une double hypothèse sur les actions des enseignants en classe (ce qui est vu et entendu) en admettant :
** le fait que dans ces actions dans la classe, il n'y a pas que du "privé" : il y a des éléments que l'on peut isoler, qui se retrouvent chez beaucoup d'enseignants, qu'on peut analyser, qui peuvent être évoquées de manière non privée, dépersonnalisée*
** le fait qu'une appropriation de certaines actions nouvelles ou qu'une modification de certaines actions maladroites est possibles, partiellement au moins, et notamment en formation.*

Cela étant, nous développons le cadre théorique suivant, pour effectuer nos analyses du rapport formation/pratiques. Il s'agit de prendre en compte quatre types d'éléments et leurs interrelations, dans le cadre institutionnel à décrire complètement :

** analyses du savoir : quel(s) savoir(s) est (sont) visé(s) dans la formation ?*
Nous renvoyons ici en particulier aux travaux de Catherine Houdement [28], Marie-Lise Peltier [32], Robert Neyret [30].
** analyses des formés : quel rapport à ce(s) savoir(s) ? Comment peut-il s'acquérir" ?*

Il faut ajouter aux travaux précités, ceux d'Alain Kuzniak [29] et Denis Butlen [12], [13] et [14] :
* *analyses des formateurs : quels sont leurs savoirs ? Quelle légitimité ont-ils pour former ?*
* *analyse des situations de formation : quelles stratégies les formateurs développent-ils ? quels scénarios peut-on concevoir ?*

Il est ici nécessaire de citer les travaux de J. Portugais [36] et nos recherches en cours sur les "ateliers de formation professionnelle" D. Butlen et P. Masselot, actes du stage n°5 de Rennes de la COPIRELEM (à paraître) et [15].

Notons que ce propos implique des changements dans la manière de mener des recherches : il y a ainsi :
* *une centration nécessaire sur le sujet apprenant (chaque enseignant doit être formé, il y a des élèves qui n'apprennent pas...) ;*
* *une centration sur les pratiques de classe, en situation, le "faire" en grandeur réelle, en temps réel : or ces situations sont sociales (l'enseignant est payé, responsable aux yeux de la société qui s'y passe et des apprentissages de ses élèves)- les prises de risques sont dépendantes de cette situation particulière très "engageante" ; le principe d'économie n'est pas le même, il en est dépendant. On analyse un sujet en train d'agir et non d'apprendre (sauf peut être dans certaines situations spécifiques de formation où les deux aspects peuvent intervenir) ;*
voir spécifiquement pour les PE [14]
* *une réévaluation de la conjoncture : celle-ci devient essentielle pour la gestion quotidienne de la classe.*

Restent deux interrogations de taille sur laquelle nous devons prendre position :

Comment s'acquièrent les pratiques ? Et comment analyser les pratiques professionnelles ?

Tout d'abord :

I-3 Comment s'acquièrent les pratiques ?

A ce sujet, s'il est tentant de recopier les hypothèses de type constructiviste, cela nous semble réducteur a priori pour des raisons liées à la nature même des savoirs à acquérir.

Comment apprend-on à faire le métier d'enseignant, voire même à vivre certaines situations ? Cela s'apprend-il ?

Les premiers diagnostics en matière de formation de pratiques d'enseignants indiquent déjà que les seules connaissances disciplinaires sont nécessaires mais non suffisantes : l'exposé mathématique clair est insuffisant pour l'apprentissage de certains élèves.

Mais le seul "dire" du formateur sur les pratiques est lui aussi notoirement insuffisant, même argumenté il ne suffit pas à "faire faire", surtout s'il s'agit de préconiser des pratiques un peu différentes de celles que les formés ont vécues ; y-a-t-il des questions de seuil, de longueurs de formation ?

Le "montrer" s'avère lui aussi insuffisant, même s'il contribue à certaines transmissions, à certains moments en tout cas ; le "faire faire comme" est limité par le nécessaire transfert avec changement de rôle qui devra s'effectuer : si on a vécu une situation comme élève, peut-on la "récupérer" comme enseignant ?

Imiter, prendre conscience de ce qu'on fait, réfléchir sur sa pratique, échanger avec des pairs, acquérir des connaissances d'expérience sur les élèves, acquérir des connaissances de didactique transmises grâce à des scénarios mettant en jeu des problèmes d'enseignement en vraie grandeur, autant d'ingrédients qui semblent pouvoir prendre part aux formations, sans qu'on puisse encore théoriser beaucoup plus. La question se pose en effet de concevoir des scénarios fondés sur des hypothèses précises, locales, et de les tester.

Précisons davantage ce que nous allons étudier à ce propos.

Nous abordons ce problème selon deux directions : d'une part, analyser les modes d'apprentissage actuels, d'autre part tester un dispositif visant à optimiser un enseignement spécifique intégré à la formation initiale des PE(1).

Il nous semble que l'acquisition personnelle de la plupart de ces actes se fait par :
- observation, dans un premier temps, de professeurs confirmés ;
- tentative de reproduction de ces actes, s'appuyant sur les observations précédentes, sur le peu d'explicitations données (souvent de façon très contextualisée), sur la prise en compte de souvenirs d'élèves ;
- adaptation en fonction de certains aspects de sa personnalité (à la fois physiques et non physiques, étiques...) ;
- compromis entre contraintes institutionnelles d'une part et d'autre part le discours, les conceptions véhiculées par les formateurs et les conceptions personnelles du stagiaire sur l'enseignement ;
- essais et erreurs, les stagiaires semblant apprendre beaucoup plus de leurs erreurs (souvent douloureuses) que de ce qui a bien fonctionné ou de ce qui a été dit.

Nous faisons donc l'hypothèse d'une appropriation personnelle (personnalisation) de grandes catégories d'actes, susceptibles d'être contextualisés en fonction de certaines contraintes institutionnelles ou locales.

Nous avons de plus constaté une dichotomie certaine entre l'enseignement "théorique" dispensé en IUFM(2) et les apports d'informations plutôt techniques donnés par les conseillers pédagogiques (mais aussi par les PIUFM(3)) lors des stages...

Nous faisons l'hypothèse qu'un enseignement comportant des éléments de didactique des mathématiques et s'appuyant sur un dispositif d'observation inspiré de certaines techniques de micro-enseignement peut optimiser l'acquisition de ces techniques professionnelles.
Nous nous appuyons pour émettre cette hypothèse sur les nombreuses tentatives des PIUFM visant à mettre au point une intervention (même partielle) de ce type.

Nous visons donc à optimiser un apprentissage qui semble se faire actuellement, pour une grande part, par "compagnonnage".
Ce mode de formation ne nous semble toutefois pas assez performant pour plusieurs raisons :
- il conduit à la reproduction globale des pratiques enseignantes actuelles et porte donc en lui un risque de sclérose (ceci indépendamment de tout jugement porté sur la pertinence de ces pratiques) ;
- il impose des passages "douloureux", au moins pour certains professeurs débutants qui n'ont pas forcément tous les outils leur permettant de s'approprier rapidement ces actes qui peuvent leur apparaître mécaniques, vides de sens...

II) La méthodologie utilisée

Intéressons-nous maintenant à la seconde question.

II-1 Comment analyser les pratiques ?

Aline Robert décrit ces travaux [43] :
A l'heure actuelle, nos premiers travaux se fondent sur des comparaisons pour délimiter ce qui va nous intéresser, en particulier ce qui peut avoir une influence sur les élèves, modifier un scénario par exemple et ce qui peut être atteint par une formation ; comparaison débutant/expert, comparaison d'enseignants, en fonction des contenus (nature des contenus, niveaux des

---

(1) PE : professeur d'école (anciennement les instituteurs).

(2) IUFM : Institut Universitaire de Formation des Maîtres.

(3) PIUFM : enseignant chargé de la formation des professeurs d'école dans les IUFM.

classes), et des classes (types d'établissements, types de classes, représentations des enseignants).
Nous essayons de développer à la fois des analyses globales (légitimité, disponibilité) et plus locales, sur ce que l'enseignant ajoute au strict contenu mathématique, et la gestion en temps réel avec les élèves.
Cela nous a amenée à distinguer plus précisémment dans les pratiques diverses composantes :
** une composante "en amont" de la classe, qui correspond à ce qui a été décidé avant la classe (projet de l'enseignant) - cette composante peut être décrite en termes de "lignes d'action", qui préjugent des actions en classe mais ne les déterminent pas complètement.*
** une composante en termes de "mise en actes" (le vu et l'entendu pour l'observateur), qui se décompose en divers actes élémentaires très divers, limités, comme l'écriture au tableau, les déplacements dans la classe, l'appel, l'utilisation de supports, mais aussi des trucs élémentaires pour faire régner la discipline, la passation des consignes, le ton de la voix, les échanges de regards, les rituels de corrections, des moments particuliers du discours et en mises en actes plus globales. Ces mises en actes traduisent la manière dont l'enseignant fait vivre son projet dans une classe donnée, un jour donné. Elles relaient à la fois l'organisation du cours préparé par l'enseignant et mise en oeuvre, ses décisions instantanées, improvisées, mais non aléatoires, traduisant un comportement régulier de l'enseignant (une ligne d'action) et d'autres choix peut-être plus liés à la seule conjoncture.*
Nous ne conservons que ce dont l'enseignant peut être conscient .
Nous pensons qu'il y a eu certaine indépendance enter les actes élémentaires et les mises en actes. En particulier les automatismes qu'aura l'enseignant sont peut être plus faciles à acquérir en ce qui concerne ces actes élémentaires, mettant apparemment en jeu la cohérence de tout le projet. Ainsi ils pourraient s'acquérir par imitation, et garantir un certain degré de bonne marche de la classe, quel que soit l'apprentissage des élèves.

II-2 Une méthode adaptée aux questions posées

Un problème méthodologique central de ce travail réside dans la pertinence des analyses a posteriori effectuées.

Toute analyse de pratiques effectives de débutants va, dans la plupart des cas, mettre en évidence des actions qui se différencient des actions d'enseignants confirmés sur plusieurs points.

En particulier, elles nous semblent maladroites, nous entendons par là qu'elles ressemblent aux secondes, qu'elles n'ont pas l'efficacité attendues, qu'elles entraînent des "dérapages" imprévus par rapport au déroulement attendu et prévisible, qu'elles s'accompagnent souvent d'un surcroît de fatigue pour l'enseignant ; ce sont des actions peu économiques.

Cette affirmation s'appuie sur l'expérience des formateurs de professeurs d'école.

Il reste toutefois à mettre en évidence ces spécificités des pratiques des enseignants débutants, à les analyser, les caractériser, en particulier à définir ces maladresses...

Nous sommes donc confronter immédiatement à deux problèmes méthodologiques :

- comment s'assurer de la pertinence des analyses a posteriori, en particulier en terme d'économie des pratiques, en terme de coût et d'efficacité ?
- le terme même de "maladresse" suppose un ou plusieurs éléments de référence, ceux-ci doivent être précisés, leurs qualités, leur pertinence, doivent être analysées précédemment. Dans tous les cas, ils semblent dépendre de l'observateur ;
- comment s'assurer de la qualité des observations effectuées, en particulier de la prise suffisante d'indices permettant de conduire l'analyse ?

La qualité de la recherche va dépendre de ces choix méthodologiques, en particulier de ce qui va être retenu comme critères de référence de l'expérience du formateur.

Quel type d'analyse a posteriori allons nous développer ?

Il s'agit d'une recomposition à partir :

- *d'une expérience propre d'enseignant confirmé* : certains actes vont être analysés en faisant appel à des référents personnels, à toute une variété de situations déjà vécues, pouvant être interrogées et qui vont permettre de mesurer (a priori comme a posteriori) la pertinence éventuelle ou du moins certains effets possibles de ces actes ;

- *d'une connaissance de pratiques d'experts* : les actes des débutants, leurs effets possibles vont être comparés, mesurés et/ou analysés en les comparant aux actes produits par des enseignants experts (réels ou évoqués) placés dans des conditions similaires et devant résoudre des problèmes de gestions analogues. Cette comparaison pourra se faire de plusieurs façons : comparaison directe de séquences, analyse par un expert de séquences de débutants, comparaison a priori ;
- *d'une analyse a priori de type didactique* : comparaison des déroulements observés et des déroulements possibles construits à partir d'une analyse a priori de type didactique ;
- *d'une analyse "à chaud" de formateur expert* : les actes de professeurs d'école débutants, en particulier leurs effets en termes de confort du professeur mais aussi en termes d'efficacité pour les élèves vont être analysés, en évoquant des situations semblables observées fréquemment comme formateur expert, c'est à dire comme formateur ayant vu, observé, analysé partiellement, conseillé et évalué de nombreux enseignants débutants en classe. Ces actes vont être comparés à des actes évoqués, effectivement observés, reconstruits ou construits par analogie avec les premiers. C'est cette expérience que nous mettons régulièrement en oeuvre lors de nos visites pour juger à chaud les pratiques des stagiaires, pour prendre position sur ces pratiques afin de conduire un entretien comprenant conseils et évaluation ;
- *d'une expérience limitée, mais spécifique, d'enseignant du premier degré* : fréquemment, à diverses occasions, soit comme chercheur, soit lors de tests "naïfs" de situations d'enseignement construits par d'autres, nous avons été amenés, dans des conditions évidemment particulières, à conduire des séquences d'enseignement à des élèves de l'école primaire, cette expérience de professeur d'école "occasionnel", "amateur", sans être semblable à celle construite par un stagiaire lors de stage de pratique accompagnée, par exemple, en est suffisamment proche pour permettre une autre type de comparaison.

Ce mode d'analyse n'est pas usuel en didactique des mathématiques, car il substitue à la méthode classique (comparaison scénario a priori, scénario effectivement observé), une analyse composée de différents modes d'analyse que l'on peut qualifier d'analyses "avant", "après" et "pendant" et qui s'appuient, utilisent différents types d'expériences "professionnelles". Je crois que le terme pouvant la qualifier est celui d'ethno-méthodologie.

La description des différentes composantes de ces analyses nécessite une introspection qui révèle l'existence de "routines" de fonctionnement observées directement ou éventuellement reconstruites pour chaque composante.

Une étude spécifique de ces modes d'analyses a priori et des normes qu'elles sont susceptibles de définir est en cours.

Ainsi, si la "norme", la référence de l'analyse didactique classique est l'analyse a priori, les analyses a posteriori que nous mettons en oeuvre vont dépendre des différents référents intervenant dans les types d'analyse la composant : "normes" du (des) formateur(s), "normes" issues des différentes pratiques d'enseignants : routines jugées efficaces...

Des analyses comparées de séquences faites par différentes personnes : formateurs, conseillers pédagogiques, enseignants confirmés devraient permettre de mieux cerner cet aspect méthodologique.

II-3 Dispositif expérimental : dispositif d'observation, dispositif de formation

1) Dispositif d'observation

Nous nous proposons donc de traiter au moins trois questions :

- affiner notre définition des actes professionnels des débutants ;
- recueillir des informations sur les modes d'acquisition de ces actes ;
- optimiser un processus d'apprentissage supposé fonctionner actuellement.

1.a Observation et analyse des séquences menées par les professeurs débutants

Afin de répondre, au moins partiellement, aux deux premières questions, nous avons décidé d'aborder le problème en prenant comme filtre l'étude de pratiques d'enseignants débutants, en particulier de professeurs stagiaires lors des différents stages de leur formation (pratique accompagnée, responsabilité) .

Nous serons amenés à comparer ces pratiques avec celles de professeurs confirmés afin de préciser les particularités des premières et leur modes d'acquisitions.

1.b Dispositif visant à optimiser l'acquisition de certains actes professionnels

Afin d'apporter des éléments de réponse à la troisième question, nous avons décidé de tester le dispositif d'enseignement suivant :

- enseignement de 48 heures à des étudiants de deuxième année (professeur d'école) comportant des éléments de didactique des mathématiques ;
- conduite d'un groupe de tutorat de 6 à 7 étudiants (volontaires), à raison de 12 heures, visant à répondre aux questions individualisées, ponctuelles de ceux-ci ;
- 12 heures d'ateliers professionnels s'adressant à 12 étudiants volontaires centré autour de l'analyse de séquences de mathématiques (analyse d'une séquence vidéo conduite par un professeur d'école stagiaire, construction et conduite d'une séquence en classe, cette séquence est filmée et ensuite analysée collectivement), ce dispositif s'appuie sur une initiation à l'observation de classe ;
- direction de mémoires professionnels de 4 étudiants volontaires ;
- visite (enregistrée) de certains des étudiants engagés dans cette formation (plus ou moins sur la base du volontariat).

Cette évaluation utilise évidemment les outils classiques : questionnaires, analyse de pratiques effectives, enregistrements audio et vidéo...

III) Quelques résultats portant sur les pratiques des professeurs d'école débutants

Nous avons été amenés à dégager, pour cerner les actes professionnels des débutants, plusieurs axes de singularisation de ce qu'Aline Robert appelle donc des lignes d'actions et ce que j'appelle maintenant des actes professionnels :

III-1 Les modes de gestion (ou d'utilisation) de matériels ou de supports pédagogiques

Semble relever de cette catégorie tout ce qui concerne la gestion :

- d'un matériel relativement spécifique de l'enseignement d'un contenu donné : objets "pédagogiques" à manipuler, supports divers ;
- de l'espace dans la classe en fonction de la situation, du temps ;
- du tableau, de différents supports pédagogiques (ordinateurs, rétroprojecteurs, manuels...).

Nous considérons donc les aspects les plus techniques du métier ; Aline Robert parle d'aspects techniques de pratiques pour désigner des actes ou attitudes de même nature. Nous préférons parler d'actes comme pour les suivants car il nous semble qu'il est très difficile de séparer aspects techniques et axes de singularisation. Il y a un continuum entre les deux. Tout au plus peut-on distinguer des dimensions différentes. Il y a des aspects techniques dans tous les axes que nous allons définir. De même, dans chaque axe, interviennent des marques de conceptions plus globales sur l'enseignement

Cette première catégorie d'actes professionnels, très techniques, est très souvent absent de la formation professionnelle "théorique" des professeurs d'école. Leur description est souvent laissée à la charge des conseillers pédagogiques qui déploient à cette occasion, un discours très technique. L'apprentissage semble se faire par observation, imitation et reproduction plus ou moins personnalisée.

Leur étude acquiert un statut "noble" à deux moments seulement, lors :
- de l'étude de la notion de variable didactique (les supports cités ci-dessus sont alors vus comme un moyen efficace d'agir a priori sur les apprentissages) ;
- des essais de formation de type micro-enseignement où une analyse très pointue des effets de certaines gestions est souvent développée.

Bien que cet aspect de l'enseignement soit considéré comme important par les "formateurs professionnels" (PIUFM), il ne semble pas qu'il soit réellement intégré à leur enseignement, sans doute parce qu'ils ne savent pas comment le prendre en compte.

III-2 Les modes de gestion simultanée de plusieurs variables didactiques

La préparation d'une séquence de mathématiques nécessite de fixer a priori un certain nombre de variables de différents types. Nous devons préciser ici ce que nous entendons par variables didactiques.

Il semble exister des modes de gestion , implicites, de ces variables.
En particulier, les enseignants confirmés semblent les fixer a priori mais aussi gérer (adapter) <u>automatiquement</u> lors du déroulement de la séquence, les valeurs. Ils prennent évidemment en compte, pour cela, les divers documents ou supports pédagogiques disponibles (manuels) et s'appuient sur leur expérience professionnelle. Cette tâche est souvent implicite, notamment quand il s'agit de fixer , en même temps, deux types distincts de variables : données numériques et temps par exemple.

Ce geste peut, notamment, se révéler à travers les décisions prises par l'enseignant en cours de route, à travers les adaptations à la situation réelle.

Lors d'une activité de calcul de produits au CM2, l'analyse de la gestion simultanée et inconsciente, par un professeur stagiaire, de plusieurs variables didactiques d'une situation : données numériques, la forme de travail et le temps accordé aux élèves pour la résolution (le rythme de travail) a montré que cette gestion simultanée est un acte difficile.

Il s'agit d'un(e) professeur d'école stagiaire de seconde année qui conduit une séquence de mathématiques en présence de son professeur de mathématiques de l'IUFM effectuant une visite lors d'un stage de pratique accompagnée (tutelle).
La préparation de la séquence a été faite avec l'aide de l'IMF, titulaire de la classe, qui a dû donner des indications assez précises mais pas trop. C'est justement ce contexte qui nous a permis ici de mettre en lumière un phénomène souvent repéré par ailleurs chez les débutants en stage.

L'étudiante propose dans un premier temps des exercices de calcul mental de deux types :
- "7 est diviseur de 42, donnez l'autre"...
- la recherche de deux multiples d'un nombre donné consécutifs encadrant un nombre donné entier.

Le domaine ainsi exploré ne dépasse pas celui des traditionnelles tables de multiplication.
Le temps consacré à ces exercices est raisonnable pour une activité de calcul mental.

Dans une seconde phase, le stagiaire propose un problème, à résoudre par écrit, dont le texte est le suivant : *"Avec 50 francs, combien de stylos bille à 9 francs peux-tu acheter ?"*.

Les procédures de résolution prévues font intervenir soit des décompositions multiplicatives et additives obtenues à partir du traitement de multiplications à trou, soit des encadrements à l'aide d'une exploration d'une liste de multiples et des productions d'écritures du type précédent.

Nous avons constaté une très grande difficulté rencontrée par le stagiaire dans la gestion simultanée de plusieurs variables didactiques. Ainsi, les données numériques sont assez proches de celles des exercices précédents, par contre la forme de travail (résolution écrite) et le temps laissé aux élèves est nettement supérieur (23mn contre 2 à 4 mn précédemment).

Ces maladresses dans la gestion du temps et de la forme de travail conduisent les élèves à mobiliser des procédures peu économiques, puis à une démobilisation collective de tous les élèves, quelque soit leur degré de performance...

Cet aspect est renforcé par la nécessité d'occuper les élèves ayant terminé à l'aide d'un second exercice. Cela va les démobiliser davantage lors de la correction du premier exercice et il faudra ensuite corriger le deuxième avant que certains élèves n'aient pris connaissance de l'énoncé.

Il y a une fixation approximative des variables au départ, provoquée plus ou moins par l'intervention incomplète de l'IMF dans la préparation. Cette mauvaise appréciation va conduire à des performances très hétérogènes des élèves. S'apercevant de ce fait, ou plutôt ne s'en apercevant pas très bien, mais ressentant un malaise, le professeur stagiaire doit s'adapter en cours de route.

Un enseignant confirmé, comme le prouve le témoignage de l'IMF, aurait changé les valeurs des variables.

La réaction du PE2 est plutôt de l'ordre de "l'acharnement pédagogique"... Et ceci résulte d'un manque d'informations sur les performances effectives des élèves, d'un manque de références passées, d'une timidité devant tout changement par rapport à la préparation.

Il ne s'autorise pas à réduire le temps (au détriment temporaire des élèves faibles), où à changer la forme de l'activité (calcul rapide au lieu de résolution écrite standard).

III-3 La dévolution du problème

De manière assez unanime, les formateurs de professeurs d'école, qu'ils soient PIUFM ou IMF(4) soulignent les difficultés de gestion des phases de passation de la consigne.

Ils soulignent les manques des étudiants.

Là encore, l'apprentissage semble se faire par monstration, imitation, reproduction accompagnée d'essais et d'erreurs répétés.

Il faut toutefois noter que les PIUFM essaient de prendre en charge le traitement de cette question à l'occasion de l'étude de vidéos (en temps réel ou montages), de protocoles (plus rarement), et le plus fréquemment lors d'évocations de séquences (épisodes racontées)...

En fait, il faut observer deux éléments : les différents types de passation de la consigne (types de présentation) et la négociation de celle-ci, en particulier la négociation des contraintes de la consigne en fonction du degré d'exigence du professeur.

Cela nécessite évidemment d'observer plus particulièrement ces phases, et d'analyser les distorsions enregistrées entre le prévu et le réel.

L'analyse des pratiques des débutants permet de relever trois types de difficultés fréquentes :

- négociation individuelle et à la baisse de la consigne (en particulier quand il s'agit d'élèves en difficulté) ;
- utilisation maladroite des supports pédagogiques classiques (polycopiés, livres) ;
- perte de temps occasionnée par la volonté de faire inventer les consignes par les élèves.

Ces maladresses sont souvent le résultat de compromis mal compris entre une impossibilité à réellement dévoluer la tâche et la nécessité (volonté) de prendre en compte "l'idéologie dominante" de l'IUFM, souvent réduite à des slogans du type "tout doit venir de l'enfant", "il faut individualiser les apprentissages".

A cela s'ajoutent la prise en compte de la pression des élèves eux-mêmes, des problèmes de légitimité ou l'inexpérience technique ...

---

(4) IMF : Instituteurs-Maîtres-Formateurs, conseillers pédagogiques partiellement déchargées pour intervenir dans la formation ou pour accueillir des stagiaires dans leur classe.

III-4 La prise d'informations sur les élèves

C'est une trivialité de dire que l'enseignant ne peut pas tout prévoir, qu'il doit prendre des décisions "à chaud" devant un imprévu, qu'il a des choix importants à faire à certains moments. Nous faisons l'hypothèse que ces choix ne sont pas aléatoires chez les professeurs confirmés et qu'ils sont effectués grâce à une prise en compte, souvent implicite et automatisée, d'éléments divers.

Les maîtres confirmés interrogés à ce sujet semblent dire :
- que ces choix ne sont pas toujours conscients ;
- qu'ils prennent leur décisions en fonction de leur expérience professionnelle, en particulier en se référant à :
  - une typologie plus ou moins grossière de procédures ou erreurs ou performances déjà observées ;
  - des prévisions qu'ils peuvent faire sur le niveau de performances de leurs élèves (présents) ; ils semblent se référer là encore à des catégories d'élèves représentées par des prototypes ;
  - différents déroulements observés précédemment (ou schémas de déroulement) ;
  - des sollicitations de certains élèves prenant facilement la parole.

Le professeur débutant n'a pas cette expérience. Nous allons donc nous intéresser à la manière dont il gère ces imprévus. En particulier, comment il essaie de combler son manque d'expérience par une prise d'informations sur la classe.
En fait, nos analyses montrent qu'il est très souvent "prisonnier" des demandes individuelles des élèves ou bien qu'il ne pense pas à noter ce qu'il voit ou ne voit que passagèrement et superficiellement.
Cela est compréhensible car il "agit ", il n'arrive pas à prendre le recul nécessaire pour mener une auto observation même partielle.

III-5 La gestion des phases de synthèse, de bilan, de correction, plus généralement d'institutionnalisation

Cette gestion dépend aussi de la précédente, nous avons là encore observé la fréquence des témoignages des formateurs sur la difficulté de gestion de ces moments.
Nous pouvons faire des hypothèses semblables à celles listées plus haut concernant les modes de gestion des professeurs confirmés. En particulier les témoignages recueillis semblent montrer qu'ils laissent partiellement les élèves décider de qui passent au tableau (les volontaires) mais se réservent le droit de revenir à tout moment sur ces décisions.

Les modes de gestion des professeurs débutants vont par contre prendre en compte d'autres facteurs :
- leurs souvenirs d'élève et de leurs professeurs passés
- les informations explicites reçues sur ce point lors de leur formation
- leurs observations de maîtres confirmés
- la qualité de leur analyse a priori des procédures, erreurs
- le déroulement prévu (ou les contraintes non prévues)
- les pressions exercées par les élèves (demandant par exemple de passer au tableau...)
- les objectifs d'apprentissage de la séquence

Nous avons essayé de cerner différents types de fonctionnement durant ces moments.

III-6 La gestion de certain équilibres

Nous essayons d'analyser comment les enseignants débutants gèrent certains équilibres, avec le sens donné à ce terme par G. Brousseau (dans le paragraphe consacré à la dévolution du problème de Fondements de la Didactique des Mathématiques), notamment : équilibre entre certitude et incertitude, entre plaisir et contrainte, entre recherche et sécurité, entre fidélité à une préparation et improvisation contrôlée, entre individuel et collectif.

Nous regardons ici le fonctionnement du maître à divers moments de la classe. En effet, cela concerne à la fois les prévisions effectuées (préparation), les prises d'informations, le temps de parole laissé aux élèves lors de différentes phases, les initiatives accordées, prévues, et plus généralement le degré et la nature de la participation des élèves aux formulations, validations et institutionnalisations des notions enseignées.

Pour illustrer les quatrième, cinquième et sixième entrées, analysons la conduite par une professeur stagiaire de phases de correction d'exercices de calcul mental (voir annexe).

Nous allons nous intéresser à la correction des second et troisième calculs.

Voici quelques résultats de cette analyse.

Correction du second calcul :

Cette phase représente la première phase de correction d'exercices, de mise en commun d'expériences de la séquence de calcul mental ...

Elle fonctionne sur la base d'une maïeutique entre le professeur et au plus quatre élèves (deux élèves ne sont pas identifiables d'après la cassette audio). Elle dure 3 minutes.

Nous pouvons compter :
- 21 interventions du professeur d'une ou plusieurs phrases correspondant à 21 unités significatives[5] ;
- 17 interventions d'élèves.

La longueur des interventions et la nature des interventions des élèves et du professeur sont très différentes.

Toutes les interventions d'élèves sont des réponses à des questions posées par le professeur. Nous avons relevé :
- 16 interventions comportant une phrase ;
- 1 intervention comportant deux phrases ;

et en particulier :
- 4 interventions de 1 mot ;
- 3 interventions de 2 mots ;
- 5 interventions de 3 mots ;
- 1 intervention de 4 mots ;
- 2 interventions de 5 mots ;
- 1 intervention de 6 mots ;
- 1 intervention de 14 mots.

Nous pouvons décomposer les unités significatives du discours du professeur de la façon suivante :
- 3 énoncés de consigne (demande d'explication ou de méthodes) ;
- 2 demandes d'attention ;
- 2 validation de proposition d'élève ;
- 14 interruptions d'élèves dont 8 validations de proposition suivies de questions fermées.

Correction du troisième calcul

Nous pouvons nous attendre à repérer les mêmes types d'interventions que dans la phase de bilan précédente, toutefois nous avons ici en fait une tentative d'institutionnalisation faisant appel à la mémoire des différents partenaires de la relation didactique.

---

[5] Nous reprenons ici la définition donnée dans le rapport n°2 : une unité significative est un groupe de mots ou de phrases insécables traduisant une seul idée ou un seul concept...

Comme lors de la phase précédente de bilan, nous décomptons :
- 11 interventions du professeur-stagiaire correspondant à 28 ou 29 unités significatives ;
- 11 interventions d'élèves auxquelles il faut ajouter un certain nombre de prises de parole difficilement audibles dans le brouhaha général précédant la conclusion de cette période.

Là encore, les élèves sont souvent interrompus après avoir prononcé quelques mots ; un seul élève parvient à prononcer deux phrases conséquentes de suite.
Nous avons relevé :
- une seule intervention comportant deux phrases complètes (24 mots) ;
- 1 intervention d'une élève (Cécile) ignorée ;
- 1 intervention d'un seul mot ;
- 1 intervention de 2 mots ;
- 3 intervention de 3 mots ;
- 2 intervention de 4 mots ;
- 2 intervention de 6 mots.

Nous dénombrons 22 unités significatives se répartissant en :
- 2 consignes ;
- 3 prises en compte d'interventions d'élèves ;
- 1 jugement portant sur la compréhension d'un élève particulier ;
- 5 évaluations de la compréhension collective de la classe (auxquelles on peut sans doute rajouter la ponctuation "bien" non décomptée ici) ;
- 4 prises d'informations sur la compréhension ou la capacité de mobilisation d'élèves particuliers ;
- 3 interventions laissant présager une réflexion ultérieure ("mise au frigo" collective ou individuelle) ;
- 4 interruptions d'élèves comportant une validation et dans trois cas un encouragement à poursuivre.

Nous constatons dans le second calcul, une gestion des dialogues sous la forme de questions-réponses. L'élève n'a pas vraiment le droit à la parole, tout au plus peut-il s'inscrire dans le questionnement du professeur, il n'a pas vraiment l'initiative et ses interventions sont très courtes.

L'enseignant interrompt fréquemment l'élève interrogé soit pour confirmer ou valider ses dires, soit pour guider, induire ses interventions.

2 élèves se sont trompés, ces erreurs ne sont pas reprises, ces élèves ne sont pas interrogés par la suite.

Par contre, dans le troisième calcul, plusieurs élèves différents (quatre élèves) prennent la parole les uns après les autres sans demander explicitement l'autorisation du maître, pour exposer des méthodes. Nous avons l'amorce d'un éventuel mini débat, que le professeur interrompt en renvoyant le traitement d'une éventuelle difficulté rencontrée par une élève (Cécile, qui n'a pas eu le droit de s'exprimer) à une séquence ultérieure et à traitement individuel ! ("Bien, on essayera de trouver un système, on verra tout seul).

Les élèves protestent contre cette interruption du débat en prenant la parole, tous en même temps. Le professeur a un peu de difficulté à conclure car elle tient compte de l'intervention d'un élève.

Il est difficile évidemment de savoir si cette décision du professeur est due à une peur du débat, à une difficulté à gérer ce type d'intervention ou à une volonté de réduire le bruit de la classe (qui n'existait pas avant la décision) ou s'il s'agit d'une réponse au manque d'intérêt manifesté par certains élèves pour la question en cours (on peut interpréter ainsi la dernière intervention d'élève : *"maîtresse ! il m'embête !"*).

Le but poursuivi par l'enseignant lors de cette deuxième correction est de montrer l'économie d'une mémorisation de produits élémentaires par rapport au calcul additif de ceux-ci. Elle essaie aussi de faire expliciter des moyens mnémotechniques pour mémoriser les tables.

L'étude du dialogue montre que les élèves ne comprennent pas ces deux préoccupations. En effet, une élève essayant de comprendre où veut en venir son professeur réinvente maladroitement une méthode de calcul pour lui faire plaisir ; les élèves ne décrivent aucun moyen mnémotechnique, tout au plus déclarent-ils qu'ils "le savent".
C'est d'ailleurs une question dont la réponse est loin d'être évidente !

Nous sommes là en présence d'un mode de gestion des phases de bilan très courante chez les professeurs débutants. Ils se sentent obligés d'interroger les élèves mais dans les faits, ils ne les laissent pas s'exprimer.
On peut penser que leurs fréquentes interruptions (validations partielles, questionnement fermé, engagements à poursuivre, simples ponctuations) visent à réduire l'incertitude qu'ils pressentent dans les réponses des élèves. On peut aussi penser qu'ils veulent accélérer le rythme du dialogue, réduire le temps consacré au bilan.

Tout se passe comme si le fait d'interroger les élèves correspondait à un rite vide de sens. Pour le maître, seul le professeur peut vraiment donner la bonne réponse. C'est sans doute un compromis entre les représentations de cet enseignant, les contraintes de la conduite de la classe, son statut de remplaçant, son manque d'expérience dans la conduite de bilan et enfin la représentation officielle de l'enseignement de l'IUFM (participation de l'enfant à la construction des savoirs).
Ce compromis amène le professeur stagiaire à gérer une caricature de participation des élèves aux phases de bilan.

Cela est d'autant plus étonnant que cette angoisse devrait être diminuée par le fait que l'exercice est correctement réussi et que les élèves interrogés sont des élèves ayant réussi le calcul ou ayant mémorisé les produits. Ils sont souvent volontaires pour répondre.
Tout se passe comme si le maître avait oublié cette donnée.
Cela amène des malentendus. L'élève, étant interrompu, essaie de deviner ce que veut le maître ; il reconstruit et improvise une solution possible, cela peut le conduire à produire une erreur...
De plus, en voulant réduire le temps et l'incertitude, le professeur obtient souvent un résultat inverse : apparition d'erreurs, d'incompréhension...

On peut aussi expliquer ces maladresses par le peu d'habitude à conduire un débat, ou tout simplement un questionnement.
Si on peut déceler ici des maladresses de débutant, on peut là encore se demander si ce questionnement formel des élèves lors des phases de bilan n'est pas une pratique courante de professeurs d'école.

Nous constatons l'absence de prises d'informations, du moins consciente, chez les étudiants observés visant à préparer les phases de bilan ou de synthèse. L'institutionnalisation quand elle existe ne semble pas s'appuyer sur les actions et les productions des élèves bien que ce souci soit présent dans les préparations.

Nous avons vu que le stagiaire se laisse guider par les manifestations des élèves pour décider qui envoyer au tableau, qui interroger par exemple. Il semble subir la pression des élèves plutôt que d'agir de façon consciente et préparée.
Cela le conduit à chaque fois à vouloir canaliser les dires des élèves, à ne pas leur laisser la parole, et parfois à installer des malentendus notoires.

Il ne s'adresse qu'à un seul élève oubliant presque le reste de la classe.

Cette prise d'informations n'est pas aisée, en effet elle nécessite de prendre du recul par rapport à la classe, elle doit sans doute être plus ou moins pensée à l'avance, elle doit s'appuyer sur une certaine connaissance des élèves et surtout, pour être assez complète, elle impose des moments de travail autonome des élèves.

On peut s'interroger sur les pratiques habituelles des enseignants confirmés sur ce point. Prennent-ils vraiment des informations ? Font-ils des sondages visant à vérifier certaines hypothèses plus ou moins explicites concernant les erreurs et procédures des élèves ?
Ce sondage se limite-t-il à l'observation plus ou moins aléatoires de quelques élèves jugés significatifs de l'ensemble de la classe ?

Un questionnaire nous permettra sans doute de répondre à ces questions.

Dans tous les cas, un professeur stagiaire ne peut pas se permettre, sans risque, de procéder systématiquement de cette manière, car il risque de développer un discours complètement en décalage avec la réalité des productions supposées des élèves.

IV) Quelques remarques et pistes de travail sur les conditions d'appropriation de ces actes professionnels

IV-1 Quelques remarques sur les modes d'appropriation de certains actes professionnels

Le professeur stagiaire précédent commet d'autres maladresses dans la deuxième partie de la séquence suite à un entretien avec le PIUFM lors de la récréation.

L'élément essentiel retenu par le stagiaire porte sur le temps de parole accordé aux élèves. Il ressort de l'analyse de cet entretien et de celui, très court, ayant suivi la seconde partie de la séquence que le stagiaire a voulu appliquer immédiatement ce qui lui a été signalé.
Il doit laisser la parole aux élèves afin de faire expliciter les procédures mises en oeuvre, de traiter les erreurs éventuelles.

C'est, d'après elle, cette volonté qui l'a conduit à mener la correction du problème posé par la suite. L'argument essentiel donné est le suivant : "J'ai laissé parler les élèves, comme vous me l'avez dit. C'est pour cela que cela a duré si longtemps !".

Nous assistons ici à une tentative maladroite de tenir compte de remarques contextualisées (l'explicitation des procédures a été signalée à propos d'activités de calcul mental) par la mise en oeuvre d'un compromis dangereux entre la nécessité institutionnelle de laisser parler les élèves et la volonté de réduire au maximum l'incertitude ainsi créée. Ce mauvais compromis se traduit par un malentendu accru entre les élèves et le professeur. Notons que ce malentendu risque, à terme, de l'amener à opter définitivement pour un mode de gestion fermé car plus confortable. C'est d'ailleurs ce qui semble ressortir du dialogue qui a suivi cette seconde prestation.

Cette interprétation mécanique de conseils, souvent constatée lors d'entretiens, montre bien le défaut d'une formation trop rapide, basée essentiellement sur des observations à chaud et partielles. L'impossibilité matérielle de décrire, de façon suffisamment riche, les pratiques observées amène sans doute le formateur à caricaturer ses remarques, à ne pas séparer les différents niveaux de son exposé (surtout dans mon cas !) et le formé à ne retenir que les aspects superficiels du discours du premier.

Un discours assez général, mais technique, s'appuyant sur des observations très contextualisées ne peut être reçu que de manière caricaturale.
Ici, laisser parler les élèves, va revenir à les forcer à expliquer la multiplication 18 x 1 ou 30 x 3. Les élèves ne peuvent pas le faire, d'où un malentendu plus important, un "acharnement pédagogique" du maître, des décalages importants et à court terme le risque d'un refus de prise en compte des arguments avancés.
Là encore, nous voyons que pour être pertinent ce type d'action de formation doit pouvoir au moins s'appuyer sur un faisceau cohérent d'observations, sur un niveau minimal de connaissances "théoriques" sur les procédures des élèves et sur des aller-retour fréquents entre ces différents aspects de la formation.

IV-2 Un dispositif visant a accélérer certaines acquisitions

Ce dispositif est construit dans le but de prendre en compte la conclusion précédente : à savoir mettre en place des activités hors stage (pratique accompagnée ou responsabilité) où le professeur stagiaire pourra analyser une séquence qu'il a effectivement préparée, conduite et /ou observée en temps réel afin de prendre conscience de certaines difficultés.

Le dispositif *porte sur 4 séances, le public est volontaire.*

Le découpage des 4 séances est le suivant :

* *Première séance :*
Analyse d'une vidéo montrant une étudiante (il y a deux ou trois ans), dans une classe de primaire (niveau CM1), animant une séquence préparée dans le même genre d'atelier.
Nous pouvons raisonnablement penser, c'est ici le formateur qui parle, que si cette séquence n'avait pas été réalisée dans une classe d'application, avec des observateurs présents au fond de la classe, elle se terminait mal, en particulier avec des problèmes de chahut.
Le but est de repérer les erreurs faites et qui auraient pu conduire à cette situation difficile puis de les analyser, voire de prévoir des stratégies de remplacement.

* *Deuxième séance :*
Préparation par groupe de 3 ou 4, d'une séquence qui sera réalisée dans une classe de primaire.
Les classes ont été réservées et le thème de la séquence n'est pas vraiment choisi puisqu'il doit s'inscrire dans la progression de la classe donnée. Les séquences sont préparées avec les formateurs.

* *Troisième séance :*
Réalisation des séquences préparées.
Pour chaque sous-groupe de trois ou quatre professeurs stagiaires, une personne anime la séquence dans la classe. On essaie de récupérer le maximum d'informations sur le déroulement de cette séquence donc on propose qu'une personne du groupe filme et que les deux autres ainsi qu'un des formateurs soient observateurs. Il est évident qu'en aucune façon le film ne sera rendu public ; il ne servira qu'à affiner l'observation.

* *Quatrième séance*
Analyse par les participants, des périodes les plus significatives de ces séquences dans le but de repérer dans les pratiques, ce qui était bien, ce qu'il faut faire ou ce qui pourrait prêter à être amélioré.
Conclusion de l'ensemble de ces quatre séances.

Quelques remarques

Une analyse détaillée de ces différentes étapes est en cours, elle fait l'objet d'une partie du travail de thèse de P. Masselot. On peut toutefois faire quelques remarques à chaud.

Les éléments les plus caractéristiques sont les suivants :
- lors des première et quatrième séquences, les analyses faites par les stagiaires des séquences sont pertinentes, ils prennent aisément conscience des erreurs faites (et des aspects positifs aussi), de leur nature et donnent une explication très raisonnable des raisons qui conduisent à les produire ;
- par contre, on constate lors des préparations, mais surtout lors de la mise en oeuvre effective des séquences que cette analyse n'est absolument pas prise en compte dans l'action, que le fait de savoir analyser ne veut pas dire que l'on est capable d'en tenir comte dans sa pratique effective. Le travail de préparation semble se situer essentiellement au niveau de l'action, ils essaient de prévoir de ce que vont faire les élèves et ne s'intéressent finalement pas beaucoup aux objectifs de la séquence.

Par contre, après analyse des prestations (quatrième séquence), ils prennent conscience de leur action, s'en étonnent et semble pouvoir prendre du recul par rapport à l'action. Tout se passe comme si le stagiaire avait besoin de faire "ces maladresses", de les voir, de les identifier réellement pour pouvoir éventuellement ne plus les reproduire.

Ils semblent très satisfaits de ce type de formation et, par effet d'annonce sans doute, proposent souvent de réduire l'essentiel de la formation à cela.

Les actes observés lors de ces séquences sont très proches et confirment donc largement les observations faites précédemment.

Il nous semble donc possible également d'utiliser ce type de dispositif, certes très lourd et très coûteux, pour optimiser certains apprentissages professionnels.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Actes de la première Université d'Été des P.E.N, "*Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire*", Olivet - juillet 1988, IREM de Bordeaux.

[2] Actes du colloque des P.E.N. (Inter-Irem) de Bombannes, 1979, IREM de Bordeaux 1.

[3] Actes du colloque des P.E.N. (Inter-Irem) de Qimper, 1986, IREM de Rennes.

[4] Actes du colloque des P.E.N. (Inter-Irem) d'Angers, 1987, IREM de Nantes.

[5] Actes du colloque des P.E.N. (Inter-Irem) de Rouen, 1988, IREM de Rouen.

[6] Actes du colloque des P.E.N. (Inter-Irem) de Bordeaux, 1987, IREM de Bordeaux.

[7] Actes du colloque des P.E.N. (Inter-Irem) de Paris, 1990, IREM de Paris VII.

[8] Actes du stage national de Cahors organisé par la COPIRELEM, 1991, "*Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*" tome 1, IREM de Paris VII.

[9] Actes du stage national de Pau organisé par la COPIRELEM, 1993, "*Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*" tome 2, IREM de Bordeaux.

[10] Actes du stage national de Colmar organisé par la COPIRELEM, 1994, "*Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*" tome 3, IREM de Paris VII.

[11] BUTLEN D. Actes de la 6ème université d'été de didactique des mathématiques, Saint-Sauves d'Auvergne, août 1993 "Quelques remarques sur les activités d'observation dans la formation des professeurs d'école - contribution au thème 7 : *l'observation de classes : outil de recherche, outil de formation*".

[12] BUTLEN D. et PEZARD M. Document de travail pour la formation des maîtres n°4 de l'IREM de Paris VII, "*Un enseignement de didactique des mathématiques à des futurs Instituteurs-Maîtres-Formateurs*".

[13] BUTLEN D. et BOLON J. "*Quelle didactique en formation des maîtres : quelques questions posées par des expériences d'enseignement en formation initiale et continue d'instituteurs, de professeurs de collèges et de lycées*", document de travail n°8 pour la formation des enseignants, IREM de Paris VII, université de Paris VII.

[14] BUTLEN D. et PELTIER M. L. "*Enseigner la didactique des mathématiques en formation des professeurs d'école*", document de travail n°9 pour la formation des enseignants, IREM de Paris VII, université de Paris VII.

[15] BUTLEN D., PEZARD M. et MASSELOT P. "T*roisième rapport d'étape de recherche*", IUFM de Créteil.

[16] CHEVALLARD Y., 1992, "*L'observation didactique*", intervention à l'université d'automne de Fréjus des formateurs IUFM sud-est.

[17] COLOMB J., 1992, Contribution à la formation des maîtres, INRP - Paris.

[18] DE KETELE J.M. et POSTIC M., 1988, "*Observer les situations éducatives*", P.U.F - Paris.

[19] DOUADY R. "*Jeux de cadres et dialectique outil-objet*", Recherche en didactique des mathématiques n° 7 - 2, La Pensée Sauvage.

[20] DOUADY R. "*De la didactique des mathématiques à l'heure actuelle*", cahier n°6 de didactique des mathématiques.

[21] DOUADY R., 1992, "*Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement*" Repères n°6, Editions Topiques.

[22] ERMEL/INRP "*Apprentissages mathématiques*", GS de maternelle.

[23] ERMEL CM "*Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire*", INRP, éditions HATIER.

[24]......ERMEL CE "*Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire*", INRP, HATIER.

[25] "*Formation des élèves-instituteurs et didactique des mathématiques (DEUG premier degré)*", publications de l'IUFM de Grenoble, numéro 19, avril 1987.

[26] GAIRIN-CALVO S., 1987, Contribution aux actes du colloque des P.E.N. (Inter-IREM) de Angers.

[27] HENRY M., 1991, "*Didactique des mathématiques, en vue de la formation des enseignants*", IREM de Besançon.

[28] HOUDEMENT C., 1995, "*Projet de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies*", Thèse de doctorat, Université de Paris VII, IREM de Paris VII.

[29] KUZNIAK A., 1994, "*Études des stratégies de formation utilisées par les formateurs des maîtres du premier degré*". Thèse de doctorat, Université de Paris VII, IREM de Paris VII.

[30] NEYRET R., 1995, "*Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les Instituts Universitaires de Formation des maîtres*", thèse de doctorat, université Joseph Fourier, Grenoble 1.

[31] PEAULT H., 1988, Contribution aux Actes du colloque des P.E.N. (Inter-IREM) de Rouen, IREM de Haute Normandie.

[32] PELTIER M.L., 1995, "*La formation professionnelle des professeurs d'école, entre conjonctures et réalité*", Thèse de doctorat, Université de Paris VII, IREM de Paris VII.

[33] PEZARD M. "*A propos de l'enseignement de la proportionnalité*", Cahier de didactique des mathématiques n°20, IREM Paris VII.

[34] PEZARD M., Thèse de 3ème cycle de didactique des mathématiques : Une expérience d'enseignement de la proportionnalité aux élèves-instituteurs", IREM de Paris VII.

[35] PORTUGAIS J, BRUN J , 1994, De futurs instituteurs formés à la didactique des mathématiques, étude de cas, Vingt de Didactique des mathématiques en France, actes du colloque, La Pensée Sauvage.

[36] PORTUGAIS J. Didactique des mathématiques et formation des enseignants, le cas des erreurs de calcul, thèse de doctorat n°195, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Université de Genève, 11 novembre 1992.

[37] ROBERT A. "*Une intervention en didactique des mathématiques à des élèves-instituteurs en 3ème année d'école normale (FP3)*", cahier n°17 de didactique des mathématiques, IREM de Paris VII.

[38] ROBERT A. "*Une introduction à la didactique des mathématiques*", cahier n°50 de didactique des mathématiques, IREM de Paris VII.

[39] ROBERT A. "*Formation en didactique des mathématiques, une expérience en CPR interne*", document de travail pour la formation des maîtres n°1 de l'IREM de Paris VII.

[40] ROBERT A. "*Réflexions sur l'analyse de textes d'exercices des manuels*", cahier n°51 de didactique des mathématiques de l'IREM de Paris VII.

[41] ROBERT A., IUFM An 3, "*Une réflexion sur la formation des PLC2, une analyse des modules communs de mathématiques de l'IUFM de Versailles*", document de travail n° 10 pour la formation des enseignants, IREM de Paris VII.

[42] ROBERT A., "*Professeurs de mathématiques de collèges et lycée : formation professionnelle initiale, ou comment désaltérer qui n'a pas soif*", document de travail n° 14 pour la formation des enseignants, IREM de Paris VII.

[43] ROBERT A., "*Une approche de la formation professionnelle initiale des futurs enseignants de lycée et collège en mathématiques, un essai de didactique professionnelle*", cahier de DIDIREM n°26, IREM de Paris VII.

[44] TOCHON F.V., 1993, "*L'enseignant expert*", Ed Nathan.

ANNEXE

II -3-2. Premier calcul

P : 2 que je multiplie par 9.
Bon, vous notez sur votre ardoise combien ça fait quand je le dirai, vous ne regardez pas sur votre voisin.
Tu est prêt Alexandre ?
Tu veux bien te dépêcher ?
(...) contestations inaudibles ?
Bon allez !
Très bien.
2 fois 9. 2 multiplié par 9.
09.40 Ca y est. Levez!

(...) Un élève seulement se trompe, il propose 17

Bien ! Ca va mieux qu'hier, hein ?

Interventions d'enfants commentant joyeusement cette appréciation.

II-3-3 Second calcul

I-3-3-1 énoncé(s) de la consigne, résolution des élèves

<u>Protocole</u>

09.41 M : 3 multiplié 8.
(...)
Jérôme tu ne regardes pas sur ton voisin.

Silence

Vous levez !

Silence. Deux élèves se trompent et proposent respectivement 17 et 21

P : Chut...

Silence

P : Bien alors,

Silence

II-3-3-2. Explication du deuxième calcul

<u>Protocole</u>

P : Dis - moi, veux tu expliquer comment fais tu pour obtenir 24 , comment as-tu fait pour trouver 3 multiplié par 8. Dans ta tête ?
E : Je l'ai trouvé.
P : Tu l'as trouvé. Bon.
Est-ce qu'il y en a qui ont un truc pour retenir ?
09.42 Amandina ?
Amandina : Je fais, euh ...deux, trois, quatre.
P: Tu fais deux fois quatre ? Alors ?

Le professeur écrit au tableau pendant le dialogue.

2 x 4

8

Amandina : Et puis deux fois quatre.
P : Tu fais 2 fois 4, ça fait 8. Après.
Amandina : *Silence*....2 fois ...*Inaudible*
P : Comment tu fais ?
Amandina : Je la connais.
P : Tu la connais. Bon.
P : Est-ce qu'il y en a qui ont du mal à retenir et qui auraient un truc pour retenir plus facilement. Stella ?
Stella : Je ...
P : Écoutez bien, alors Vincent écoute bien , Tony aussi, Cécile.
Stella : Je
P : Reprends, je n'ai pas entendu.
Stella : 3 fois 10
P : Tu fais 3 fois 10. Oui.

Pendant le dialogue, le professeur écrit au tableau :

3 x 10 - 3

30

27

Stella donc, là tu trouves ?
Stella : -3.
P : Et tu trouves -3. Alors ? 3 multiplié par 10, ça fait combien.
Stella : 30.
P : 30 et tu fais -3. Qu'est-ce que c'est qu'on demande, là ? J'avais demandé 3 fois 8. Tu as pourtant trouvé la bonne réponse. 30 - 3 ça fait combien ?
Stella : 3 fois 3.
P : Comment.
Stella : 3 fois 3.
P : 3 fois 3, ça fait 9. Alors, attends. J'ai demandé 3 fois 8. Tu me dis, j'ai fait comme ça. Est-ce que c'est bon ? ça ? Tu me dis 3 multiplié par 10, ça fait 30. Et après tu enlèves 3.
Stella : - 6, ça fait 24.

Pendant le reste du dialogue, le professeur écrit au tableau :

30 x 10 - 6

30 - 6

P : -6. Bon, alors ? Tu fais 3 multiplié par 10, 30 et tu enlèves. Pourquoi enlèves tu -6 ?
E : Parce que.
Stella : Il faut trouver 24 donc c'est -6. 3 fois 8 ça fait 24, donc.

09.44 P : Oui, ça veut dire que tu l'as retenu. Tu le sais déjà au départ, c'est après coup que tu fais ce résultat là. Effectivement, on va le reprendre ce raisonnement là ; 2 fois 3 ça fait 6 ; effectivement, tu peux trouver 24. C'est un petit peu long. Il faut mieux effectivement bien retenir la table. On a vu que c'était très long quand on essayait de, euh...
Stella : Faire des paquets.
P : Faire des paquets ou bien essayez de trouver des ficelles pour (...).

II-3-4. Troisième calcul

II-3-4-1. Énoncé(s) de la consigne, résolution des élèves

<u>Protocole</u>

E : Est-ce qu'on les récupère la pomme de terre ?
P : Oui, à la récré.
09.44 P : Bien, on essaie encore. Alors, Bastien, tu fais bien attention ! Tony aussi. Je laisse un peu plus de temps. Pour voir si c'est bien.
d'accord, Alors 3 multiplié par 7.

Silence

Bruits d'ardoises

09.45 P : Vous levez.

Un élève propose 22 , Tony ne lève pas son ardoise.

II-3-4-2. Explication du calcul, en fait institutionnalisation de cette première partie de séquence

<u>Protocole</u>

P : C'est bon, oui. Tu n'as pas compris ? Tu n'arrives pas à la retenir ? Comment as-tu fais Cécile pour retenir ta table ? Tu arrives un peu mieux. Tu as trouvé un système ? Tu as appris par coeur ?
Bien

Cécile commence à parler doucement et est immédiatement interrompu par le professeur

P : Est-ce qu'il y a quelqu'un qui arrive à retenir, à apprendre ses tables de multiplication grâce à un système ? Non ? Vous les retenez comme ça ?
E : On les écrit.
P : En les copiant ? Oui, pourquoi pas.
E : En les épelant.
P : En les épelant. Euh, comment fais tu pour les retenir.
E : Je les écris.
P : Tu les écris, ça marche pas ?
E : Faut essayer.
P : Il faut le faire plusieurs fois, alors. Tu fais le deux fois.
E: Moi, ma maman, elle me dit, euh récite ta table ! Et après et après elle me le refait pour voir si je les connais bien.
E : Et moi, avec un petit jeu.
Nicolas : Avec un petit jeu, ça m'aide.
E : C'est dans l'ordre...
P à Cécile : Bien, on essayera de trouver un système, on verra tout seul.
Bien maintenant, vous prenez. Pour les autres c'est bien, je vois que vous avez bien retenu vos tables de 2 et de 3. Deux, je savais déjà que c'était bien. Trois, il y en avait encore qui hésitait. On verra ça plus vite. D'accord ?

Quelques enfants parlent à voix haute , tous parlent en même temps, un élève explique qu'il utilise une machine (sans doute un jeu avec une machine à calculer)

P : Et ça t'aide ?
E : Oui.
P : Bien. Tu n'as pas besoin d'une machine à calculer.
P : Cette après-midi, on verra plus, un système pour retenir...
E : maîtresse ! Il m'embête !
P : Bien, alors vous prenez votre livre. hein, maintenant, vous rangez votre ardoise.

Bruits d'ardoise, un élève pose une question sur la table de quatre.

Ateliers

Liaison entre théorie et pratique dans la formation professionnelle (le cas des PE2)

ATELIER A1 :
R. Berthelot
IUFM d'Aquitaine, Antenne de Pau

2 séances de une heure trente ont été consacrées à cet atelier. Le compte rendu ci-aprés est rédigé (tardivement), sur la base de mes notes et de celles bien utiles d'une collègue que je remercie.

SEANCE 1 : R. Berthelot propose un premier échange autour de 3 points :

- Objectifs en termes de compétences des PE ; lesquelles sont pertinentes ? Lesquelles sont possibles à atteindre ?
- Le milieu objectif de la formation (organisation administrative, plans de formation et nombre d'heures, effectifs des PE, effectifs des IMF, etc.
- Dispositifs de formation au choix du formateur.

Les participants proposent de récolter par écrit afin de les collecter des informations sur les conditions matérielles de la formation (voir en annexe 1).

Il est décidé de centrer l'échange sur le point n° 1, que R. Berthelot introduit par quelques transparents briévement commentés :

Le découpage suivant a été proposé à la discussion en rapport avec des compétences qui sont proposées explicitement et qui figurent sur la grille d'évaluation du stage en responsabilité à Pau.

1 - SAVOIR CHOISIR parmi les propositions de documents professionnels une suite locale d'objectifs articulée en progression et les ADAPTER.
Les conditions de la mise en scéne dans la classe seront trés différentes selon que l'articulation de la suite des séances relévera :
- d'une logique qualifiée «du déroulement de la description standard du savoir» ;
- d'une logique qualifiée «de l'organisation des connaissances», basée sur des questions et des problémes articulés

2 - SAVOIR CONDUIRE (présenter, réguler, conclure) différents types de séances d'enseignement, que je propose de classer :
- séance de présentation ostensive des savoirs ;
- séance d'élaboration de connaissances nouvelles ;
- séance de résolution de problèmes (textes de) ;
- séance d'évaluation.

Une discussion au début un peu difficile s'est progressivement établie, dont il ressort quelques directions et questions :
- Quel savoir théorique permet d'outiller quelles compétences et questions professionnelles ?

- Quelles activités va-t-on mettre en place pour aider à élaborer des compétences professionnelles (dispositif).

Un départ des référentiels de compétence ...
- Quelle est la part des enseignants de maths et quels sont les outils théoriques spécifiques pour travailler la gestion de la classe, l'étalement dans le temps, la détermination et la régulation d'une progression, l'évaluation..., la mise en place d'une pédagogie différenciée...?
- Le professeur de mathématiques doit-il prendre à son compte tous les modes sur le registre théorique... Quelle part de théorie, hors de la théorie didactique, prendre en compte ?
- Un départ sur la prise d'informations dans la classe : comment le professeur prend-il des indices sur les élèves, sur quelles cat égories d'éléves, y a-t-il des routines de fonctionnement, lesquelles...?

On peut se questionner sur la place du constructivisme dans les classes, dans la formation des PE.

Les classes d'application mettent-elles en oeuvre une pédagogie constructiviste comme les instructions semblent le préconiser ?

La question est posée de la nécessité d'une théorie : en a-t-on vraiment besoin ? La pratique, même celle des IMF, n'a pas attendu de théorie pour être établie ...

Peut-on parler de reproductibilité y compris par rapport aux classes d'application ?

Il pourrait y avoir divers niveaux de reproductibilité balisés par des repères conceptuels et des repères pratiques.

Quel rapport entre la pratique courante des IMF dans leur classe et celle proposée aux PE2 ? On peut prendre dans leurs préparations ce qui a trait aux objectifs par rapport à l'enseignant nécessité de faire cibler par les PE de quel type de séance il s'agit : découverte, apprentissage, renforcement.. Définir clairement les catégories... (sur quelles bases le faire ?)

Il faudrait au minimum 3 ou 4 séances pour élaborer des compétences professionnelles.
Que fait-on à partir de ce document ?
Quels outils théoriques ont-ils été investis à partir de cette préparation ?
Quelles questions ces éléments théoriques permettent de poser à la situation ?
Est-ce que la professionnalisation des PE peut être évaluée par l'apprentissage de l'enfant, et est-ce le seul élément ?

On va quand même poser la question "qu'est-ce qu'ils ont appris", mais il peut y avoir une échéance d'apprentissage à long terme, le tout est de disposer d'éléments de repères (lesquels ?), se demander s'il y a eu d évolution ou non, analyser la tâche du maître.

Peut-on parler d'un couple «valise théorique, mise en oeuvre» associé à PIUFM, IMF ?
Quelle est la part de compétence disciplinaire et transversale, comment les articuler ?
Faut-il limiter la théorie à des contenus disciplinaires et la pratique à des contenus méthodologiques ?

Denis Butlen se réfère à une recherche qu'il mène sur un sujet proche (voir son compte rendu plus clair dans son exposé du mercredi) : analyse des pratiques des enseignants et leurs adaptations.

Peut-on se baser sur les deux niveaux du référentiel : gestion de la classe, compétences disciplinaires ? Une progression qui permette aux maîtres en formation dans une première étape d'être à l'aise dans leur fonction, dans une seconde de mettre en place un dispositif d'enseignement (état initial du savoir, construction, évaluation).
Comment contractualiser, hiérarchiser au niveau des PE 2 ?
Comment articuler avec la formation générale ?
Quelle est la légitimité du point de vue théorique par rapport à la «tradition» ou à ce qui est déclaré comme «pratique» sans théorie ?
Peut-on élaborer une progression dans l'enseignement des compétences professionnelles ?

LE BILAN que j'ai tiré de cette séance est mitigé. La présentation volontairement générale, pour ne pas bloquer l'échange sur un seul point de vue de la théorie didactique, était certainement inadéquate à l'émergence d'une discussion sur l'identification de ce que nous, les formateurs ici présents considérions comme outils théoriques (à part la connaissance des mathématiques), opérationnels pour des PE2, dans les conditions institutionnelles de notre enseignement. Et s'il y a, à ce sujet, des questions de fondement de tel ou tel point de vue, est-il raisonnable d'attendre des formulations, qui appelleraient des débats, sans base d'une situation d'action ?

SEANCE 2

R. Berthelot propose au travail de l'atelier un document (voir annexe 2) produit par un groupe de PE2 en début d'année, après le stage en pratique accompagnée, à l'occasion de la préparation d'une séance en maternelle dans le cadre des heures de formation en mathématiques. La séance a été réalis ée par l'un d'entre eux, observée et filmée, analysée avec le professeur.

Ce document a été mis à la disposition de l'atelier la veille de la séance, afin que certains puissent s'en servir pour avancer questions et propositions sur le thème.

Question à R.B. : quels apports th éoriques ont-ils ét é apport és par la formation au moment de la production ?

Réponse : peu à cette époque de l'année. Ils disposent du travail de PE1, et on a rappelé la situation fondamentale du dénombrement, les différentes situations qui en dérivent.

Question de R.B. aux participants : quels apports auriez-vous fait avant ? qu'en auriez-vous tiré après ?

Remarques :

Les observations notées concernent surtout les élèves, qu'en est-il de l'action du maître ?

Ceci peut être lié à une difficulté de position par rapport au collègue qui fait la leçon, et ceci peut-être vrai que soit un PE2 ou un IMF.

Peut-être aurait-on pu ajouter une colonne «comportements du maître»

Dans la fiche de préparation, rien n'est indiqué sur le rôle du maître, ... mais comment déterminer ce qui doit être indiqué ?

Une discussion s'ouvre sur le statut de la fiche, les éléments que l'on impose aux PE2 d'y placer, (selon le moment de la formation ?).

Ce document n'est pas reproductible, car le rôle du maître reste implicite et repérable au niveau de l'action et de la validation... mais doit-il être reproductible ?

Quand on fait une analyse hors terrain, on demande d'analyser ce que font l' élève et le maître. Il manque à ce document l'analyse a priori et l'analyse didactique.

Tout est exprimé en termes d'actions ; il n'est jamais précisé comment cela va être fait ? (la discussion ne permet pas de savoir si c'est la fiche ou l'observation qui est visée par cette remarque ; pour la fiche, une situation a-didactique classique ne permet-elle pas de s'en tenir à ces él éments de communication ? pour l'observation, le compte rendu comporte des façons de faire des élèves, incomplètement bien entendu...)

On peut repérer le rôle du maître en précisant ce qui doit permettre de prendre une décision pertinente à un moment donné ? Prévoir des routines d'enseignement ...

Sur la fiche, je demande «ce qui est attendu par le prof, ce qu'il fait d'essentiel à un moment donné».

La phase de validation n'est pas explicitée, y a-t-il eu vérification ou non avant ?

Débat sur la question : «Cette phase est-elle ou non une situation d'apprentissage ?» (rôle de l'évaluation, de la communication entre les élèves, institutionnalisation ...).

La variable nombre permet-elle le respect ou non des réponses des enfants ?

Chaque séance doit-elle proposer un apprentissage de connaissances explicites ?

Il serait souhaitable de faire des suites de séances et non des séances isolées ... et d'en faire plusieurs en cours d'année.
Comment faire un état des «connaissances des PE et de leur évolution ?».

BILAN DE L'ANIMATEUR : La discussion a été très intéressante, les notes personnelles prises insuffisantes, et les souvenirs dissipés.
La première page du compte rendu non remise a manqué.

Une prochaine fois, s'il y en a, je pense plus adéquat de commencer par un document du type de celui qui a ét é remis en seconde séance, accompagné de la présentation plus ostensive des choix de formation du présentateur, à travers, par exemple, un type de correction de ce document.

ANNEXE 1

IUFM	Heures PE2	Nbre stg PA	Prép	Durée, place stg responsab	effectifs	eff IMF antenne	Autres éléments
ROUEN Evreux	44h + suivi modules sans PE1 : 66h	2 1 début 1 fin +1/2 / sem tout au long de l'année	non	2 + 3 + 3	8 gr = 220	30	
ROUEN Mt St Aignan	4h oblig + 12 ou24h (1 à 2 modules) sans PE1 66h	1 début d'année	non	2+2+4	10 gr = 240	?	
Clermont Ferrand Moulins	45 + mod maternelles	2s1/2 en maternelle	sans	4+2+2 f év-juin	2x40=80	25	
Grenade Valence	38 + 10 pour les non PE1	0 pour les ex-PE1 3s pour les autres		3+2+2	4x20	?	ateliers optionnels en avril-mai
Créteil Melun	48 + intervention dans les atel.professionnels de formation (10 à 22h)	2x2s	non	2 fois 4s	1200	?	
Nantes Angers	40	1s1/2 septembre	en groupes de référence	2+2 janv/mai	3x28	50	90h de groupes de référence pour travailler sur la pratique. Cette année, pas de lien avec les maths
Montpellier	45 + otionnel 15 + maternelle 12			2x3s			

IUFM	Heures PE2	Nbre stg PA	Prép	Durée, place stg responsab	effectifs	eff IMF antenne	Autres éléments
Lille Vatreau	20 + 18 maternelle+ mod lecture 3/4h) + ateliers pratiques péd gpes 8-9 PE	1x3s	non	2x4s mars et mai	2x32	13	fonctionnement en modules
Créteil Livry	48 + 12	2s + jours filés = 4s début d'année + janvier	oui		700	150	laboratoire d'essais pédagogiques
Rennes	60 + 12 analyse de pratiques en math ématiques	4s en cycle 2	oui	2x4s 1 par cycle y.c. le st PA	75 en 3 groupes	30	modules 60h An des prat /gr de 8 avec un formateur
Orléans BLOIS	50	2j/sem pendant 6s + 1 sem 1er trimestre	oui	2x4s en mars-avril	3x24	24	
Limoges Gueret Tulle	60	1 + stage filé au 1er trimestre	non	2x30 1 gr 1 gr			
Versailles Antony	60 grandes variations d'un groupe à l'autre	1 stage 3s, en gén éral avant le 1er stage en resp : 1er trimestre chez IMF si pas fait de PE1. Chez IMF ou M d'acc pour autres	oui	2x4s	480 en 16 gr	90	politique par équipes d'enseignement sur la formation générale
Nantes	40 + 15 options possibles	2s + 1s	oui	24x5	50		+ 90h en groupes de référence dans lesquels les pb généraux transversaux sont traités

ANNEXE 2 :

Le début (jusqu' à «organisation») n'a pas ét é remis aux stagiaires, mais seulement évoqué.
Le couvert.
Vendredi 13 octobre 1995.
Classe de grande section de maternelle à l'école Marançy I.

Objectifs généraux :

- Résolution de problèmes.
Mettre en oeuvre des stratégies de tâtonnement pour trouver des solutions aux problèmes pratiques qui lui sont posés.

- Approche du nombre.
Mettre en oeuvre des procédures numériques.

- Le nombre comme mémoire de quantité.
Comprendre que le dénombrement est un moyen expert pour construire une collection équipotente à une collection donnée hors de la présence de celle-ci.

Objectifs de la séance

- Se familiariser avec le matériel.
- S'approprier la consigne.
- E écuter la consigne.
- résoudre un problème.
- Réaliser une collection équipotente à une collection donnée, hors de la présence de celle-ci.
- Dénombrer jusqu' à huit.
- Garder en mémoire le nombre huit.
- Vérifier l'équipotence des deux collections.

Matériel

Huit assiettes disposées sur une table. Dans des boîtes, loin de la table et en grande quantité, des couteaux, fourchettes, cuillères, verres, bols, serviettes, ronds de serviettes et bonbons.
Des plateaux sont à la disposition des enfants.

Durée

La séquence est prévue pour durer vingt minutes.
Comme deux groupes passeront à cette activité dirigée, la durée totale sera de quarante minutes.

Organisation

Les huit enfants seront assis autour de la table et chaque enfant aura devant lui une assiette.
Les éléments du couvert à rajouter seront posés sur une étagère dans un coin de la classe, loin de la table.

Au vu de cette fiche, le déroulement prévu de la séquence a été le suivant :

PHASE 1 : Présentation de l'activité

Objectif :
- Se familiariser avec le matériel.
- S'approprier la consigne.
- Exécuter la consigne (en simulation avec trois assiettes).
- Aller chercher autant de fourchettes que d'assiettes.

Durée : 2 minutes.

Organisation : Phase orale collective : «et si j'en mets autant ?»

Consigne : En une seule fois, tu vas chercher autant d'objets qu'il y a d'assiettes ; juste ce qu'il te faut, pas plus, pas moins.

PHASE 2 : Phase d'action (premier essai du premier sous-groupe)

Objectifs :
- Exécuter la consigne.
- Aller chercher autant d'objets que d'assiettes.
- Résoudre un problème.
- Dénombrer jusqu' à huit.
- Garder en mémoire le nombre huit.
- Vérifier l'équipotence des collections.

Durée : 3 minutes.

Organisation :
Quatre enfants vont chercher (respectivement) des cuillères, des fourchettes, des couteaux et des verres pendant que les quatre autres restent assis à leur place.
Au retour des enfants, on procède à une vérification de la réussite ou de l'échec.

PHASE 3 : phase d'action et de réajustement (deuxième essai du premier sous groupe)

Le déroulement est le même que celui de la phase 2, les élèves ayant échoué repartent reposer leurs couverts pour tenter un nouvel essai.

Seule la consigne varie : «Comme çà ne va pas, tu reprends tout ce que tu viens de porter et tu recommences».

PHASE 4 : Phase de validation

Objectif : Vérifier l'équipotence des deux collections.

Durée : 2 minutes.

Organisation : Phase orale.
Les enfants vont remplir le tableau de validation.
Consigne : «vous mettez une croix en face de votre nom si vous avez échoué, un rond si vous avez réussi».

PHASE 5 : Phase d'action (premier essai du deuxième sous groupe)

Le déroulement est le même que la phase 2. Seul le matériel diffère : les enfants vont cette fois-ci chercher autant de bols, serviettes, ronds de serviettes et bonbons que d'assiettes.

PHASE 6 : phase d'action et de réajustement (deuxième essai du second sous groupe)

PHASE 7 : phase de validation

PHASE 8 : phase d'action volontaire (les deux sous groupes sont réunis)

Objectif : permettre aux enfants de recommencer s'ils le désirent.

Durée : 2 minutes.

Organisation : les volontaires du groupe recommencent.

COMPTE RENDU DE LA SÉANCE, EXPLICATIF DE SON RÉSULTAT

Ce compte rendu est présenté dans un tableau, permettant ainsi de mettre en parallèle l'application de notre fiche pédagogique, la façon dont les consignes ont été comprises, et les actions demandées accomplies et enfin l'explication des événements observés lors du déroulement de la séance.
Sur les trois groupes prévus ce jour là, seuls deux groupes sont passés à l'activité dirigée (mettre le couvert), le groupe des oranges puis le groupe des verts.

Pour chaque groupe, le tableau suivant a été établi.

	Evénements effectivement observés	Evénements qui auraient pu éventuellement se produire.	Explication des événements imprévus ou explications imprévues de ce qui s'est produit.
Phase 1	1 - Un élève va chercher beaucoup de fourchettes : «j'en ai pris beaucoup, mais c'est pas grave, j'en ai pris pour les autres». 2 - Au deuxième essai, l' élève dénombre et réussit 3 - Validation collective.	- L' élève aurait pu dénombrer dès le premier essai, car il savait dénombrer jusqu'à six.	Il n'a écouté que partiellement la consigne.
Phase 2	Echec des 4 enfants (il en manque) : - 3 enfants n'en comptent que quatre - 1 enfant n'en compte que six Tous les élèves prennent conscience de leur erreur «il n'y en a pas assez».	Les élèves auraient pu réfléchir quant à l'utilisation d'une stratégie pour résoudre le problème	Les élèves ont peut-être été influencés par la division en deux sous groupes de 4. L'élève, soit n'a pas vu toutes les assiettes, soit ne sait pas dénombrer au delà de 6.
Phase 3	Trois enfants ont réussi : un a compté jusqu' à huit trois ont rajouté ce qu'il manquait un enfant a encore compté jusqu' à 4	La maîtresse aurait dû inciter à la réflexion : «tu peux y arriver, réfléchis avant de partir». Les enfants auraient pu tout reposer au lieu decompléter leur première collection.	L'enfant n'a pas compris la consigne ou n'a pas une vision globale de la table.
Phase 4	Le remplissage du tableau se fait de façon désordonnée. Cependant, les enfants ont conscience de leur échec ou de leur réussite	La maîtresse aurait dû s'assurer que «l'outil tableau» était connu des enfants ainsi que les codes (0 ou +)	L'utilisation du tableau aurait été plus rationnelle si elle avait eu lieu sur la table, plus près des enfants.
Phase 5	Les quatre enfants n'en portent pas assez : il n'y a pas utilisation du dénombrement.	Dénombrement exact ou par excès (qu'ont-ils retenus du travail des autres élèves ?)	
Phase 6	Deux enfants en ont trop : un s'est servi au hasard. Voyant qu'il en avait trop, l'autre a été tenté de rapporter l'excédent tout de suite. Deux enfants n'en ont pas assez	Les enfants auraient pu tout reposer, au lieu de compléter.	Avant d'aller chercher les objets, aucun enfant n'a dénombré ce qu'il fallait. La maîtresse là encore aurait dû inciter à la réflexion.
Phase 7	Un élève pense avoir réussi alors qu'il en avait trop porté ;	Le tableau aurait pu être mieux utilisé et mieux interprété.	Avoir mis un verre par assiette constitue pour elle une réussite, même si il lui en restait dans les mains
Phase 8	Non réalisée		Manque de temps

Groupe des verts

	Evénements effectivement observés	Evénements qui auraient pu éventuellement se produire.	Explication des événements imprévus ou explications imprévues de ce qui s'est produit.
Phase 1	Un élève en prend trop au premier essai et réussit au second.	Etant capable de dénombrer jusqu'à six, l'enfant aurait dû réussir dès le premier essai.	Mauvaise intégration de la consigne.
Phase 2	Deux enfants ne prennent pas assez d'objets. Un enfant prend tout le lot de verres. Un enfant réussit en dénombrant correctement et en se souvenant de la quantité. Pas de validation de l'essai.	Les trois enfants n'ont pas tenu compte des informations données par le quatrième : «il en faut huit».	Trois enfants en échec n'ont employé aucune stratégie. La maîtresse a été mobilisée par un enfant de l'autre groupe.
Phase 3	Pas de nouvelles stratégies, les trois enfants ont repris les couverts au hasard.	La maîtresse aurait dû inciter à la réflexion. L'enfant qui avait réussi au premier essai aurait pu recommencer pour vérifier sa stratégie.	
Phase 4	Le remplissage du tableau ne s'est pas fait.		Oubli de la maîtresse qui a du mal à intégrer le remplissage du tableau.
Phase 5	Deux enfants n'en portent pas assez, un en a trop, et un porte le nombre exact.		Un enfant qui avait correctement dénombré a ét perturbé par l'oubli de l'objet à rapporter. Utilisation efficace du dénomrement. Un enfant a compris la consigne, mais s'est content é de soupeser les bonbons qu'il devait rapporter.
Phase 6	Deux enfants réussissent, un n'en n'a pas assez.		La réussite se fait en ajoutant ce qu'il manquait à la première collection.
Phase 7	le remplissage du tableau s'est fait avec tout le groupe.	Cela a posé des difficultés. Certains ne se souvenaient plus de ce qu'ils avaient fait.	Certains ont triché.
Phase 8	Non réalisée		Manque de temps.

L'analyse de travaux d'élèves avec des PE1

ATELIER A2 :
Jean-François Favrat*
IUFM Centre de Nîmes

L'analyse de travaux d'élèves est devenue depuis la session de 1995, un exercice spécifique du concours de recrutement des professeurs des écoles. Cette apparition prend en compte une pratique fréquente en formation mais la traduit sous des formes qui méritent examen car elles peuvent en retour influencer ces pratiques, au moins pendant la première année en IUFM.

Les buts de cet atelier furent donc de :
- dégager les types d'exercices proposés dans le cadre du concours,
- pointer les dérives possibles,
- cerner les finalités d'un tel exercice, au concours, en formation,
- échanger le plus précisément possible sur ce que nos faisions dans nos centres.

Le déroulement prévu initialement pour cet atelier comportait trois parties.

La première partie devait être consacrée à la formulation d'une crainte : après l'examen des sujets d'analyse de travaux d'élèves proposés pour le CRPE 1995, en provenance de 26 académies, on peut se demander si, à cause de la décontextualisation des travaux d'élèves, rendant impossible l'articulation de leur analyse avec les conditions de leur production, on ne risque pas d'avoir une épreuve artificielle n'évaluant que très peu de compétences professionnelles.

La seconde partie devait permettre d'expliciter des modifications souhaitables à apporter à cette partie du concours.

La troisième partie devait être l'occasion de présenter et soumettre à la critique des exemples d'exercices d'analyse de travaux d'élèves, utilisés à Nîmes. Ces exercices sont d'un type particulier : le corpus de travaux d'élèves est accompagné d'une description succincte du déroulement de la séance où ils ont été recueillis. La tâche des étudiants ne consiste pas uniquement à analyser les travaux mais il leur est demandé d'effectuer des propositions didactiques.

Les quatre heures d'atelier permirent de réaliser surtout les deux premières parties. Pour la troisième, les documents furent distribués, rapidement présentés et les collègues furent invités à me communiquer leurs réactions par écrit. Je remercie vivement ceux qui le firent. Le compte rendu reprend le découpage en trois parties : les remarques, contributions des participants à l'atelier y sont restituées, je l'espère, fidèlement.

* Equipe ERES Université de Montpellier II
IREM de Montpellier.

Ière partie : Quel bilan tirer de l'introduction au CRPE 1995 d'un exercice d'analyse de travaux d'élèves ?

Pour le faire, j'ai analysé les exercices (2de partie du volet mathématique) et j'ai résumé mes observations dans cinq documents. Ils sont reproduits ici (cf les documents n°1, 2, 3, 4, 5). J'y ajoute quelques commentaires.

I.1 A propos du document n°1

- La très forte représentation du cycle III n'est peut être qu'un défaut de jeunesse de cette épreuve et évoluera probablement.

- Il n'y a qu'un seul sujet consacré à la mesure.
- La répartition entre les travaux géométriques et les travaux numériques n'est pas tellement inattendue.
- Par contre, l'importance des problèmes devrait attirer l'attention des candidats car leur analyse n'est pas toujours aisée: beaucoup de critères doivent être pris en compte : démarches de résolution, expressions numériques écrites, techniques de calcul utilisées, formulation de la solution, type de schématisation éventuelle, etc...

Epreuve d'analyse de travaux d'élèves. CRPE 1995.

Répartition par cycle de scolarité

Cycle III ou début 6ème	96 %
Cycle II	4 %
Cycle I	0 %

Répartition par thème

Travaux numériques 73 %	dans N seulement		35 %	
	dans N ou D		38 %	
Il s'agit de	calculs décontextualisés		23 %	
	problèmes	50 % sur	les opérations	35 %
			la proportionnalité	15 %
Travaux géométriques ou sur la mesure		27 %		

Document n°1

I.2 A propos du document n°2

La question posée "Quelles sont les compétences professionnelles évaluées ?" peut surprendre - les étudiants n'ont eu qu'une année de formation - mais est légitime si l'on pense au rôle de l'analyse de travaux d'élèves dans la pratique de l'enseignant. Quand lui arrive-t-il, quand a-t-il besoin de se livrer à cet exercice ? Citons au moins deux tels moments :

- l'un au cours d'une séance : les élèves réalisent un travail individuellement, le maître circule parmi eux pour observer les démarches ; cela lui permet de mieux organiser la phase suivante de la séance, qu'il s'agisse d'une confrontation collective, de constituer des groupes de travail, de choisir entre plusieurs exercices de consolidation...

- l'autre quand, après une séance, le maître en fait le bilan à partir non seulement des souvenirs qu'il en garde mais également au travers des traces écrites de ses élèves. Là encore, cette analyse lui sert à localiser dans le déroulement ce qui a pu dysfonctionner, à envisager des modifications, à faire des choix pour la suite.

Dans ces deux exemples, l'analyse porte sur la totalité des travaux d'une classe, se doit d'être rapide, centrée sur l'essentiel et surtout s'inscrit dans un processus d'enseignement qui l'oriente et la finalise.

Or au concours (cf le § C du document n°2), contrairement à ce qui se passe dans l'exercice du métier d'enseignant, l'analyse de travaux d'élèves - dont le bien fondé n'est pas à remettre en cause - est le plus souvent déconnectée de ses retombées didactiques.

Epreuve d'analyse de travaux d'élèves. CRPE 1995.

Quelles compétences professionnelles sont évaluées ?

A- Faire une analyse a-priori d'une tâche-élève 31 %

Il est parfois demandé de
- réaliser la tâche proposée
- expliciter les savoirs, les contenus mathématiques en jeu
- expliciter les compétences visées ou requises
- faire le lien avec les instructions officielles, les niveaux de scolarité
- anticiper les réponses possibles de la part des élèves

B- Analyser des productions d'élèves 100 %

cf les deux documents suivants:

- Sur quoi doit porter l'analyse ?
- En quoi consiste l'analyse ?

C- Faire des propositions didactiques 12 %

En voici de rares exemples

- Formuler une consigne
- Dégager des axes de travail
- Proposer des remédiations

Document n°2

I.3 A propos du document n°3

Il est intéressant de citer des extraits du texte officiel servant de cadre de référence pour cette épreuve du concours, notée sur quatre points.

> "(Elle) consistera à repérer les erreurs et les qualités dans une production d'élève, à les analyser et à les commenter en référence aux objectifs et aux contenus de la discipline tels qu'ils sont définis dans les programmes et instructions de l'école primaire." (B.O.E.N n°43 du 24 Nov 1994.)

Cela permet de constater les adaptations opérées par les auteurs de sujets :
- ne pas se contenter d'une production d'un seul élève,
- orienter les candidats vers l'examen des erreurs et des démarches,
- restreindre le commentaire relatif aux programmes et instructions.

A l'évidence, le terme "qualité" n'a guère été repris.

Epreuve d'analyse de travaux d'élèves. CRPE 1995.

Sur quoi doit porter l'analyse ?

Le candidat doit s'intéresser (*)

- aux erreurs, à la réussite ou non	62 %
- aux démarches, procédures, stratégies	54 %
- aux compétences	15 %
- aux savoirs, savoir-faire mathématiques connaissances, propriétés mathématiques	23 %
- aux qualités	8 %

à propos des productions écrites

- d'un seul élève	15 %
- de quelques élèves (2 à 6)pour la même tâche	70 %
- de plusieurs élèves pour des tâches voisines	15 %

(*) La plupart du temps (93 %), les auteurs des sujets indiquent explicitement ce sur quoi doit porter tout ou partie de l'analyse. Je suis resté le plus près possible des termes employés par les auteurs des sujets.

Document n°3.

I.4 A propos du document n°4

Autre évidence, les verbes "analyser" et "commenter" sont la plupart du temps du temps spécifiés. Les auteurs ne souhaitent en général pas - et cela est parfaitement légitime - que les candidats s'en tiennent au seul constat des erreurs ou maladresses, à la seule description des démarches. Ils attendent des interprétations.

Celles-ci se répartissent, sans s'exclure dans un même sujet, entre la recherche d'explications causales et une amorce d'évaluation des compétences des élèves. Cela requiert, pour y parvenir, des connaissances mathématiques et didactiques que l'épreuve permettra ainsi d'évaluer.

Mais en fait, un enseignant n'en resterait pas là. Il réagirait en fonction des conditions (élèves, moment, consignes, savoirs déjà travaillés...) dans lesquelles ces travaux ont été produits, du rôle qu'il souhaitait donner à la tâche, aux erreurs...N'y aurait-il rien d'évaluable, après un an de formation, à propos du traitement par le maître, des travaux de ses élèves ?

Seul le sujet d'Amiens se risque à demander, au vu des erreurs dans une division, les "validations et les remédiations" qu'un maître pourrait proposer. Ce sujet fut justement l'objet d'un travail dans l'atelier (cf ci-après).

I.5 A propos du document n°5

Pourquoi figurent aussi peu d'indications sur le déroulement des séances pendant lesquelles les travaux ont été obtenus ? Est-ce que les auteurs n'en disposent pas ? Pour quelles raisons ?

Est-ce par souci de ne pas allonger le temps de lecture des documents pour les candidats ?

Est-ce que les auteurs les jugent inutiles ? Les tâches proposées à l'analyse (calculs, problèmes, le plus souvent) seraient tellement "classiques" que leur mise en oeuvre devrait être "naturellement" connue par les candidats et leur bien-fondé hors de tout soupçon.

Est-ce enfin un effet de la séparation souhaitée dans les textes régissant le concours (cf plus haut) entre l'évaluation des compétences mathématiques au travers des deux épreuves du premier volet et l'évaluation des compétences didactiques au travers du second volet ?

Epreuve d'analyse de travaux d'élèves. CRPE 1995.

En quoi consiste l'analyse ?

Souvent elle prend l'un ou l'autre des aspects suivants (*)

Le candidat doit faire des constats	100 %
- vérifier des solutions, corriger - relever des erreurs, les classer - expliciter, décrire un procédé - appliquer une typologie	
Le candidat doit se livrer à des interprétations	
- qui permettent d'expliquer les productions	58 %
> dégager des modèles, des règles implicites, des stratégies	23 %
> caractériser la nature des erreurs	8 %
> chercher des causes, des explications	19 %
> expliciter des liens entre les observations et la tâche proposée aux élèves	8 %
- qui peuvent conduire à évaluer ces productions	42 %
> lister des critères d'évaluation et les appliquer	4 %
> indiquer les qualités d'un travail > décrire les savoirs, savoir-faire mis en oeuvre par les élèves > dégager des compétences éventuellement acquises, en cours d'acquisistion	34 %
> expliciter les avantages et les inconvénients de tel ou tel procédé	4 %
Parfois aussi	
le candidat doit se débrouiller !	27 %

On demande par exemple, sans plus d'indications
> d'analyser les productions, les erreurs
> d'analyser la démarche

(*) On peut trouver plusieurs aspects dans un même sujet, d'où l'indication de taux dont la somme dépasse 100 %.

Document n°4.

Epreuve d'analyse de travaux d'élèves. CRPE 1995.

Le candidat peut-il savoir d'où proviennent les travaux d'élèves ?

Niveau scolaire

- Il est indiqué	62 %
- Il est demandé au candidat	4 %
- Aucune allusion n'est faite au niveau	34 %

Intentions de l'enseignant

- L'objectif visé est indiqué	12 %
- L'objectif est demandé au candidat	38 %
- Aucune allusion n'est faite à l'objectif visé	50 %

Insertion dans un dispositif d'enseignement

- Il s'agit d'extraits d'une évaluation, d'un concours	19 %
- Les travaux sont simplement introduits par "Voici des travaux", "On a donné"	73 %
- Les travaux ont été obtenus lors d'une séance dont le déroulement est au moins succinctement décrit	8 %
- On dispose d'éléments de la progression suivie, du travail antérieur des élèves	0 %

Constitution du corpus

- On dit que ce sont toutes les productions d'une classe	4 %
- Rien n'est dit explicitement des choix effectués	96 %

Document n°5.

2de partie : Examen de quatre sujets du CRPE 1995.

Chaque sous-groupe disposait d'un exercice d'analyse de travaux d'élèves proposé à la session de 1995 et devait accomplir les tâches suivantes :

1- Réalisez brièvement les tâches demandées aux candidats.
2- Auriez-vous posé d'autres questions à partir du même matériau. Les auriez-vous posées autrement ?
3- Que sait-on de l'origine des travaux d'élèves ? (Niveau ? Comment ont-ils été obtenus ? Par qui ? Dans quel but ? Après quel travail ? Pourquoi n'y a-t-il que les travaux de ces élèves-là ?..)
4- Pour un sujet d'analyse de travaux d'élèves sur le même thème, faites des propositions visant à le rendre plus proche de la pratique.

Mon but était de savoir si on pouvait parvenir à modifier les questions, le corpus de travaux, à étoffer les informations fournies aux candidats, etc, pour donner à l'exercice, sans trop l'alourdir, un caractère plus professionnel, pour que l'analyse demandée ait une fonction proche de celle qu'elle peut avoir dans la pratique, cad, aider à prendre des décisions didactiques.

J'avais sélectionné les exercices proposés par les académies d'Amiens, Lille, Rennes et Toulouse (cf les documents n° 6, 7, 8 et 9).

II.1 Remarques formulées par chaque groupe ou collectivement

II.1.1 A propos du sujet d'Amiens

Des collègues avaient le souvenir d'avoir corrigé cet exercice pour le CNED : plusieurs candidats faisaient comme si le quotient de 12457 par 15 était égal à 83 ! (La remarque est confirmée dans le rapport du jury d'Amiens). C'est assez dire l'intérêt de l'exercice !

Toutefois les tâches demandées sont formulées de manière un peu imprécise. Dans "l'analyse des productions" le candidat ne devait-il pas penser à expliciter l'algorithme utilisé par chaque élève ? Dans les remarques sur "la nature des erreurs", ne devait-il pas faire des hypothèses sur leurs causes ?

La demande de "remédiations" est extrèmement difficile à satisfaire. D'autant que le candidat ne sait rien sur la genèse de la technique de la division dans cette classe de CM1/CM2. Les élèves de ces deux niveaux ne doivent pas avoir le même vécu à ce sujet. Le candidat peut simplement observer, en faisant confiance aux traces rapportées dans le sujet, que les élèves ne disposent d'aucun moyen de contrôle de leurs calculs ou n'en utilisent pas.

Deux propositions ont été faites :

- soit donner une liste d'activités parmi lesquelles le candidat devra choisir (en argumentant éventuellement) celles qui permettraient de traiter les erreurs des élèves ;
- soit demander aux candidats de dire quels moyens de contrôle pourraient être travaillés avec les élèves.

Quatre élèves de CM1/CM2 ont effectué la division de 12 457 par 15.
Voici leur travail.
De manière succincte, vous analyserez leurs productions, vous indiquerez (s'il y a lieu) la nature de l'erreur (ou les erreurs) et les validations et remédiations que vous proposeriez.

Elève A

```
 12457 | 15
- 120  |----
 ----- | 83
   45  |
 - 45  |
 ----- |
   00  |
```

q = 83 r = 00

Elève B

```
12457 | 15
0045  |----
  007 | 83
```

q = 83 r = 7

Elève C

```
12457 | 15
019   |-----
  45  | 7130
   07 |
    7 |
```

q = 7130 r = 7

Elève D

```
12457 | 15
0145  |----
  107 | 896
   10 |
```

q = 896 r = 10

Document n°6. CRPE AMIENS 1995

II.1.2 A propos du sujet de Lille.

La discussion a beaucoup porté sur l'intérêt d'un tel sujet pour le concours et sur l'intérêt d'un tel problème pour les élèves.

Un maître a proposé la résolution du problème suivant à ses élèves:

"Un grossiste a expédié, à son client, 382 pots de yaourts identiques dans 11 cartons semblables.
Tous les cartons sont pleins sauf peut-être un.
Combien y a-t-il de pots de yaourt dans chaque carton ?"

Une production d'élève est proposée en annexe 1.
1- Analyser, pour cet élève, la démarche suivie ainsi que les réponses formulées.(1)
2- Toutes les solutions ont-elles été trouvées par cet élève ? Justifier votre réponse.

$$\begin{array}{r|l} 382 & 11 \\ \cline{2-2} -33 & 34 \\ \cline{1-1} 052 & \\ 1\ 44 & \\ \cline{1-1} 08 & \end{array}$$

$382 = 11 \times 34 + 8$
34 c'est pas assez
j'essais 35
$385 = 11 \times 35$
$382 = 385 - 3$
ça va pas,
il reste 8 pots, il manque un carton
je divise par 10

$$\begin{array}{r|l} 382 & 10 \\ \cline{2-2} -30 & 38 \\ \cline{1-1} 082 & \\ -80 & \\ 02 & \end{array}$$

$382 = 10 \times 38 + 2$
Il range 38 pots dans les cartons.

(1) Il ne s'agit pas seulement de décrire les opérations effectuées, mais aussi et surtout d'expliciter et de valider les raisonnements mis en jeu par cet élève.

Document n°7. CRPE LILLE 1995

Cette manière de poser un problème de partage équitable n'est pas classique, l'envie de diviser par 11 est très forte, trouver toutes les solutions ne semble pas à la portée de beaucoup d'élèves de l'école primaire, ni même de tous les candidats. Le sujet va donc permettre d'évaluer des compétences mathématiques. Il est donc cohérent avec les textes régissant le concours (cf plus haut).

Toutefois l'énoncé de ce problème a été critiqué : pour chaque nouvelle solution, la contenance des cartons change ! Cela ne correspond pas tout à fait à l'idée que l'on peut avoir "d'un grossiste expédiant des yaourts". Des collègues ont proposé de remplacer "yaourts" par "billes", "cartons" par "sacs".

Beaucoup de questions se posent :
- Dans quel contexte cet énoncé a-t-il été donné ? A quelle classe ?
- Dans quels contextes cet énoncé pourrait-il être donné ? (Rallye mathématique ? "Problème-ouvert" support à des apprentissages méthodologiques ? Réinvestissement de l'égalité de la division euclidienne ?...).
- Qu'ont fait les autres élèves ? Quelles difficultés ont-ils rencontrées ? Certains ont-ils cherché à représenter l'énoncé par un dessin ? Ont-ils fait des essais ?
- Comment gérer une séance à partir de ce problème ? Avec quels objectifs ?

Il est clair que la référence aux "contenus et objectifs définis dans les programmes" est escamotée. Il aurait été pourtant intéressant de saisir l'occasion de ce problème pour savoir comment les candidats l'auraient situé par rapport aux objectifs relatifs à la résolution de problème et à la division.

Pour pouvoir aller dans ce sens, il semble bien qu'un minimum d'informations sur le scénario de la séance, que la présence d'autres travaux, auraient été utiles.

II.1.3 A propos du sujet de Rennes

J'avais choisi ce sujet car il était l'un des rares à fournir des éléments du scénario de la séance.

Les remarques du groupe de travail ont d'une part concerné l'évaluation des compétences mathématiques que permettait le sujet. Il est en effet demandé de construire la figure, les auteurs s'attachent donc au résultat, alors que le message n°2 pose un petit problème de construction; il aurait été intéressant de savoir comment les candidats l'auraient résolu avec la contrainte de s'en tenir strictement aux informations contenues dans ce message. Cette question a de l'intérêt, même pour l'enseignant qui a proposé la figure aux élèves, et donc qui la connaît, car il devra vraisemblablement se demander si le message n°2 est suffisant. Une autre formulation de la question a) fut donc souhaitée.

D'autre part, les questions b) et c) ont :
- suscité quelques commentaires sur les très grandes différences (niveaux de langue, correction orthographique, précision du vocabulaire, emploi de lettres) entre le message n°1 et les deux autres ;
- provoqué une discussion sur les savoirs manifestés par les élèves de ces deux classes de CM2. Cette question ne semble pas posée dans le sujet. Elle est pourtant légitime. Tout maître ne se la poserait-il pas après une telle activité ? Certains utilisent un vocabulaire technique (quadrilatère, diagonale, parallèle...), certains effectuent des observations (mesures, repérage d'angles droits, de segments parallèles...). Mais prennent-ils tous en compte le but de la tâche qui est de rédiger un texte permettant à un autre élève de CM2 de construire la figure sans l'avoir sous les yeux ? Si l'on adopte le point de vue du catalogue des connaissances, le message n°3 est plutôt riche. Du point de vue de l'efficacité, le message n°1 l'emporte.

Ces remarques ont conduit à s'interroger sur l'objectif d'une telle activité :
- soit employer le vocabulaire enseigné à l'occasion du travail sur les polygones,
- soit produire un texte géométrique correct permettant de construire une figure.

Si les auteurs avaient formulé l'objectif, ce qui aurait été naturel puisque le maître en préparant, devait bien l'avoir en tête, plutôt que de le laisser deviner, et s'ils avaient été plus précis sur la phase de mise en commun (organisation, consignes) les candidats auraient pu être conduits à interpréter les travaux en tenant compte aussi de cet objectif et du déroulement.

Une figure de géométrie est distribuée aux élèves d'une classe de CM2. Par groupes de 2, ils produisent un écrit qui devrait permettre à un élève d'une autre classe de CM2 de construire la même figure. Après 10 minutes de recherche, les élèves sont réunis pour mettre en commun leurs idées et poser des questions de vocabulaire à l'enseignant. Les trois messages sont reproduits ci-dessous:

Message n°1
Pour dessinée cette figure: il faut trasser un trai de 4 cm, après vous former un angle droit de 3 cm du côté gauche et vers le haut, avec le 2ème trai forme un autre angle droit de 4 cm qui va vers la gauche, maintenant remplie les troux et trouve le nom de cette forme.

Message n°2
C'est un quadrilatère ABCD.
AB = 4 cm BC = 5 cm
CD = 4 cm DA = 5 cm
la diagonale BD est de 3 cm.

Message n°3
Une des diagonales de la figure mesure 3 cm. De chaque côté de cette diagonale il y a deux triangles rectangles dont les deux autres côtés mesurent 4 cm et 5 cm.
Les côtés de la figure qu'on obtient sont parallèles et égaux 2 à 2.

a) Construire la figure à partir des renseignements de ces trois messages.
b) Donner les différences essentielles entre les stratégies de description de cette figure.
c) Les messages n°1, 2 et 3 ont été distribués chacun à 3 élèves d'une autre classe de CM2.
Les résultats d'observation sont consignés dans l'encadré ci-dessous.
Interpréter ces résultats en fonction des caractéristiques de chacun des trois messages.

Message n°1 : il n'a conduit à aucune erreur.
Message n°2 : les élèves, séparément, tracent un rectangle dont les côtés mesurent 4 cm et 5 cm. Seul, un élève constate son erreur sans proposer une nouvelle figure, il croit que le rédacteur du message s'est trompé.
Message n°3 : 2 élèves tracent un triangle isocèle dont les côtés mesurent 5 cm, 5 cm et 8 cm. La hauteur du triangle perpendiculaire à la base est également tracée, elle mesure 3 cm. Seul un élève parmi ces deux constate son erreur et trace ensuite la figure attendue. Le troisième élève qui a construit sa figure à parir du message n°3 trace immédiatement la figure attendue.

Document n°8. CRPE RENNES 1995

II.1.4 A propos du sujet de Toulouse

Une première remarque est apparue : tous les élèves ont fait le lien entre le problème de timbres et la décomposition de 254 en dizaines et unités. Certes Sonia se trompe dans le décompte des dizaines, Aurélie et Laurent perdent un peu de vue le but recherché : trouver le nombre de carnets entiers : leur décomposition est correcte mais la réponse attendue (26 carnets) n'est pas expressément formulée. Ces travaux sont donc très proches, il n'y a pas de réponses correspondant à une modélisation non basée sur la numération, par exemple 2540 ou 264, l'analyse devra être précise.

Les auteurs, légitimement soucieux de guider les candidats, ont donné une liste de critères, mais au risque d'entraîner une certaine redondance : les "savoirs engagés" forcément déjà évoqués dans la description des stratégies devront être repris pour l'application du 3ème critère. C'est la raison pour laquelle, le groupe ayant travaillé sur ce sujet, a proposé de transformer les consignes en
- expliciter les stratégies des élèves ;
- expliquer l'erreur de Sonia ;
- comparer l'expression de la réponse dans les cinq travaux.

Avec cette modification, la fonction principale de ce problème - évaluation de fin de 1er trimestre CE2 (information fournie dans le sujet) - n'est plus l'objet d'une question. Ne pourrait-on demander aux candidats de formuler l'objectif que le maître comptait évaluer, puis d'évaluer ces travaux au regard de cet objectif ?

Voici les travaux de cinq élèves de CE2. Ils ont été effectués à la fin du premier trimestre, lors d'un exercice d'évaluation.

Analyser ces cinq productions :
- par rapport au calcul et à la stratégie de résolution utilisés;
- par rapport à l'expression de la réponse;
- par rapport aux savoirs engagés, aux erreurs et aux manques.

Copie de Sonia
Les timbres sont vendus par carnets de 10.
Combien de carnets faut-il acheter pour timbrer 254 enveloppes ?

20 × 10 = 200 74
20
54 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 4
30 40 50 60 70 4

Copie d'Aurélie
Les timbres sont vendus par carnets de 10.
Combien de carnets faut-il acheter pour timbrer 254 enveloppes ? 25 c + 4 timbres

(2 x) 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + ~~8~~10 + 10 + 10 = 200
5 carnet de 10 + 4 timbres

Copie d'Hélène
Les timbres sont vendus par carnets de 10.
Combien de carnets faut-il acheter pour timbrer 254 enveloppes ?

26 200 = 20 c
54 = 6 c - 6 t

Copie de Laurent
Les timbres sont vendus par carnets de 10.
Combien de carnets faut-il acheter pour timbrer 254 enveloppes ? 200 t

10 c de 10 + 10 c de 10 = 200 timbre + 54 t
5 c de 10 + 4 timbre = 54 timbre 254

Copie de Jean-Marc
Les timbres sont vendus par carnets de 10.
Combien de carnets faut-il acheter pour timbrer 254 enveloppes ?

pour faire 200 il faut 20 carnet
pour faire 50 il faut 5 carnet
pour faire 4 il faut 1 carnet et puis tu en enlève 6.

Document n°9. CRPE TOULOUSE 1995

Il est apparu qu'il y avait plusieurs réponses possibles.

S'agit-il d'évaluer la capacité des élèves à décomposer 254 en dizaines et unités ? Auquel cas, le candidat devrait faire ressortir que tous les élèves ont cherché à décomposer 254 (sans succès pour Sonia) et qu'aucun ne semble passer directement de 254 à 25 dizaines et 4 unités. Il devrait alors en chercher les raisons probables.

S'agit-il plutôt d'évaluer la capacité des élèves à résoudre un problème particulier de division ? Alors le candidat devrait souligner :

- que tous les élèves ont perçu le lien avec la numération,
- que les stratégies sont pertinentes même si certaines sont coûteuses (celles basées sur le recomptage de 10 en 10) ou n'aboutissent pas à cause de l'interférence entre deux tâches (compter de 10 en 10 et dénombrer les dizaines),
- que chez certains, l'atteinte d'un sous-but (décomposer 254) fait oublier le but principal (trouver le nombre de carnets vendus).

On le voit, ainsi formulée, cette question obligerait le candidat à énoncer au moins deux objectifs possibles. Une autre suggestion a été faite qui permettrait de se rapprocher encore plus de la pratique. Comme l'enseignant qui a proposé ce problème à ses élèves de CE2, connaissait l'objectif, pourquoi ne pas l'énoncer dans le sujet ? Il suffirait ensuite de demander aux candidats d'évaluer les travaux en fonction de l'objectif annoncé et d'apprécier la pertinence du problème par rapport à cet objectif.

II.2 Synthèse à propos de ces quatre sujets

II.2.1 **Le souci d'évaluer les compétences mathématiques du candidat est présent dans les quatre sujets ou leurs modifications proposées par les groupes de travail**, mais à des niveaux très différents de difficulté :

- algorithme de la division, son contrôle (Amiens),
- égalité de la division euclidienne, résolution d'un problème de division (Lille),
- construction d'une figure, lecture d'un texte géométrique (Rennes),
- décomposition d'un nombre dans la base dix (Toulouse).

Les moyens pour y parvenir peuvent être :

- soit directs : la résolution d'un problème est explicitement demandée (cf le sujet de Lille ou la proposition de modification souhaitée pour le sujet de Rennes),
- soit indirects : au travers des analyses, le candidat doit montrer qu'il est capable d'identifier les savoirs mathématiques attendus a priori ou mis en jeu par les élèves (cf les sujets d'Amiens, Toulouse, Rennes).

Les deux voies sont intéressantes (le sujet de Lille emprunte d'ailleurs les deux) et l'idée d'un équilibre entre les deux fut avancée. En effet, elles présentent toutes les deux des risques.

La première pourrait conduire à transformer l'analyse de travaux d'élèves en exercice supplémentaire de mathématiques et lui faire perdre sa spécificité par rapport aux autres exercices du volet mathématique.

La seconde, par l'imprécision de certaines consignes due à la volonté de ne pas trop induire les critères d'analyse, pourrait entraîner la dilution de la référence aux savoirs, dans un flot de remarques très hétérogènes.

Une des pistes possibles pourrait être de demander plus fréquemment une analyse à priori de la tâche proposée aux élèves. Qu'est-ce que les élèves doivent connaître ou savoir faire pour réaliser la tâche ? Quelles procédures sont utilisables par les élèves du niveau considéré ? etc.. Autant de questions dont les réponses seraient utiles aux candidats, puisqu'elles les aideraient à expliciter certains critères d'analyse des productions. D'autre part, ce sont des questions que se posent les maîtres quand ils préparent une séance. Il y aurait alors une convergence plus appuyée entre la préparation au concours et la préparation au métier.

II.2.2 **Les sujets examinés n'incitent guère le candidat à formuler des propositions didactiques**. En quoi pourraient-elles consister ? Elles pourraient être :

- une refonte de l'activité,
- une modification du dispositif d'enseignement,

- une liste d'activités pour la suite,
- ou plus simplement des axes de travail,
- des suggestions de regroupements d'élèves,
- etc...

L'exemple rencontré - le sujet d'Amiens demandait d'indiquer succinctement des remédiations possibles - est apparu très difficile. La question a été simplifiée pour que l'exercice soit plus réaliste compte tenu du barème, de l'inexpérience des candidats et du manque d'information sur les progressions suivies par le maître. Exit donc la formulation de remédiations ! Pour les trois autres sujets aussi. Aucun groupe n'a formulé pour les autres sujets des questions complémentaires allant dans ce sens.

En fait, à propos des trois autres sujets, toutes les tentatives de poser des questions conduisant les candidats à faire des propositions didactiques nécessairement articulées aux travaux analysés nous ont amenés à nous demander à chaque fois où voulait en venir l'enseignant qui avait proposé la tâche aux élèves. Avait-il un objectif pour les élèves ? Lequel ? N'en avait-il pas deux, de niveaux différents ?

Un préalable, à la possibilité de poser des questions sur les retombées didactiques de l'analyse de travaux d'élèves, est apparu : que les auteurs du sujet indiquent le ou les objectifs visés plutôt que de les évacuer ou de les laisser deviner. Là encore, l'épreuve se rapprocherait de la pratique professionnelle : le maître analyse les productions de ses élèves en se référant aux objectifs qu'il connaît et non qu'il construit après coup. Il peut d'ailleurs arriver à la conclusion que l'objectif n'était pas adapté au niveau des élèves, que la tâche n'était pas adéquate, que des évènements pendant le déroulement, prévus ou imprévus, l'ont fait dévier, etc...

Bien sûr, ce préalable commode n'est pas apparu suffisant. Il faudrait que les auteurs des sujets fournissent assez d'informations, par exemple assez de travaux significatifs, assez d'éléments du scénario, pour que les candidats puissent étayer leurs réponses.

Le volume des informations à traiter par les candidats ne serait-il pas alors incompatible avec la durée de l'épreuve et son barème ? Ne faudrait-il pas envisager de lier cette épreuve avec le volet didactique ? Il suffit de compléter la citation du texte officiel sur le concours

> "Le second volet (...)
> Il a pour objet l'analyse "des approches didactiques et des démarches pédagogiques correspondantes"; il sera mis en relation avec le premier, chaque fois que cela est possible "
> BOEN n°43, 24 Novembre 1994.

pour se rappeler que cette voie est vivement recommandée.

IIIème partie : Exemples d'exercices d'analyse de travaux d'élèves.

Comme le titre de cette partie le rappelle, il ne s'agit pas de propositions de sujets pour le concours mais des fiches utilisées en travaux dirigés ou des exercices de devoirs donnés en temps libre. Elles sont communiquées ici telles qu'elles ont été utilisées avant la tenue de cet atelier. Elles représentent un état brut du travail et peuvent être améliorées. Cela d'ailleurs aurait pu être fait pendant l'atelier si nous en avions eu le temps. Voici quelques commentaires en guise de présentation.

III.1 Fiche de travail sur la production d'écritures numériques au cours préparatoire (cf les fiches 1.a et 1.b)

La fiche 1.a est distribuée avant la fiche 1.b. Les étudiants doivent donc décrire des productions sans en avoir vu. Cette séance de travaux dirigés se situe vers la mi-Octobre.

La fiche 1.b est distribuée ensuite, elle permet aux PE1 de valider leurs anticipations, de dégager des types de représentations des quantités au début du CP, de s'interroger sur l'influence de quelques paramètres (nombre et forme des gommettes), sur les rôles tenus par le maître, sur la nature de la validation des messages.

Les consignes 5 et 6 sont ouvertes. Le but recherché est que les étudiants formulent des hypothèses d'enseignement cohérentes avec les analyses faites juste avant.

III.2 <u>Fiche de travail sur le passage de l'écriture littérale des nombres à l'écriture chiffrée</u> (cf les fiches 2.a et 2.b)

Les deux parties de la fiche sont en fait distribuées ensemble. La troisième consigne est là pour amener les étudiants à formuler et ne pas laisser en suspens des questions que l'analyse des travaux devrait induire :

- Les élèves ont-ils réellement utilisé des étiquettes ?
- Le maître s'est-il assuré de la compréhension de la consigne ?
- Que penser de la consigne elle-même ?
- Le but est-il de trouver tous les nombres possibles ?
- Comment gérer un travail aussi long ?

III.3 <u>Fiche de travail sur la résolution d'un problème de division</u> (cf les fiches 3.a et 3.b)

Les deux parties de la fiche sont distribuées ensemble.

Il est sans doute intéressant de préciser que ces problèmes ont été donnés par un maître qui était en train de travailler la technique posée de la division. Il avait déjà enseigné aux élèves l'algorithme pour un dividende inférieur à 1000 et un diviseur inférieur ou égal à 9. Son but était donc de passer à une nouvelle étape de sa progression, celle où le diviseur pourra s'écrire éventuellement avec deux chiffres. La fiche montre que cette progression mérite discussion.

<u>En guise de conclusion...</u>

Il me semble que l'analyse de travaux d'élèves peut conduire à une réflexion prenant en compte le savoir enseigné, l'élève, la classe, le maître. Bien sûr, les fiches présentées sont destinées à servir de support à des travaux dirigés. Les consignes sont parfois trop ouvertes, trop ambitieuses ; les travaux sont peut-être trop nombreux ; les réponses que nous donnerions à certaines questions seraient peut-être trop polémiques pour un sujet de concours.

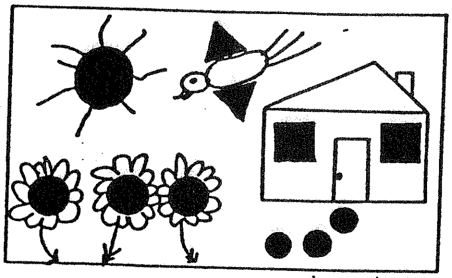
Puissent alors ces fiches servir ailleurs et susciter des réactions dont je suis toujours le preneur !

Fiche de travail sur la production d'écritures numériques au cours préparatoire

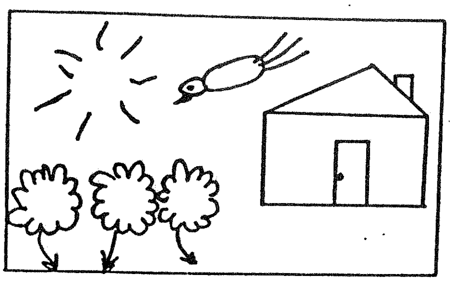
réalisée à partir d'une séance conduite le 10 Septembre 1993 dans un cours préparatoire.

1. Observe les dessins

2. Ecris ce qu'il te faut pour compléter le dessin du bas.



3. Complète ce dessin pour qu'il soit identique à celui du haut.



Document n°1. Fiche de travail pour les élèves de CP (échelle 1/2)

A/- *Présentation des documents*

Doc n°1 : fiche de travail prévue pour les élèves. Ils vont devoir passer commande par écrit des gommettes juste nécessaires pour compléter le dessin du bas.

Doc n°2 : travaux de quelques élèves obtenus lors du premier essai.

Doc n°3 : travaux des mêmes élèves obtenus après la mise en commun des premiers travaux.

B/- *Déroulement de la séance.*

Chaque élève dispose d'une fiche. Elle a été réalisée par photocopie de fiches originales sur lesquelles les triangles, carrés, disques du dessin du haut sont des gommettes autocollantes. Les originaux sont affichés au tableau.

Phase n°1 : La maîtresse organise l'observation et la comparaison des deux dessins puis explicite la tâche.

Phase n°2 : Rédaction de la commande par chaque enfant. La maîtresse intervient peu, elle observe surtout en vue de la phase suivante (cf le doc n°2)

Phase n°3 : La maîtresse reproduit au tableau les commandes des élèves D, F et G. Elle demande aux élèves si chacune des trois commandes est claire, et exacte. Elle fait porter la discussion sur le respect ou non des quantités, des formes, des différences de taille. Elle fait comparer les commandes entre elles.

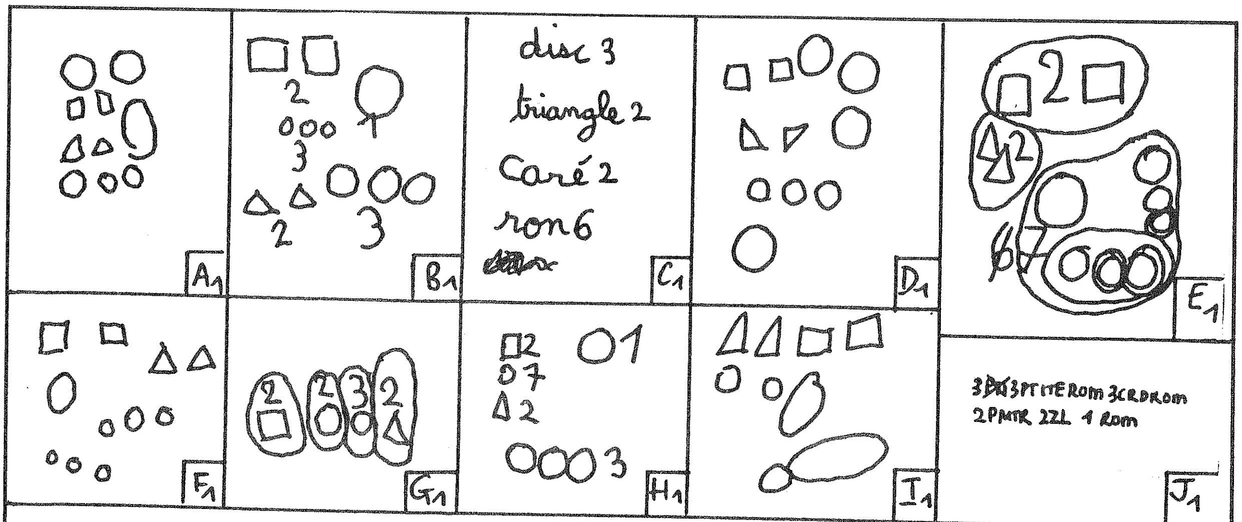
Phase n°4 : Rédaction d'une nouvelle commande sur papier libre (cf doc n°2).

Phase n°5 : Distribution et collage des gommettes.

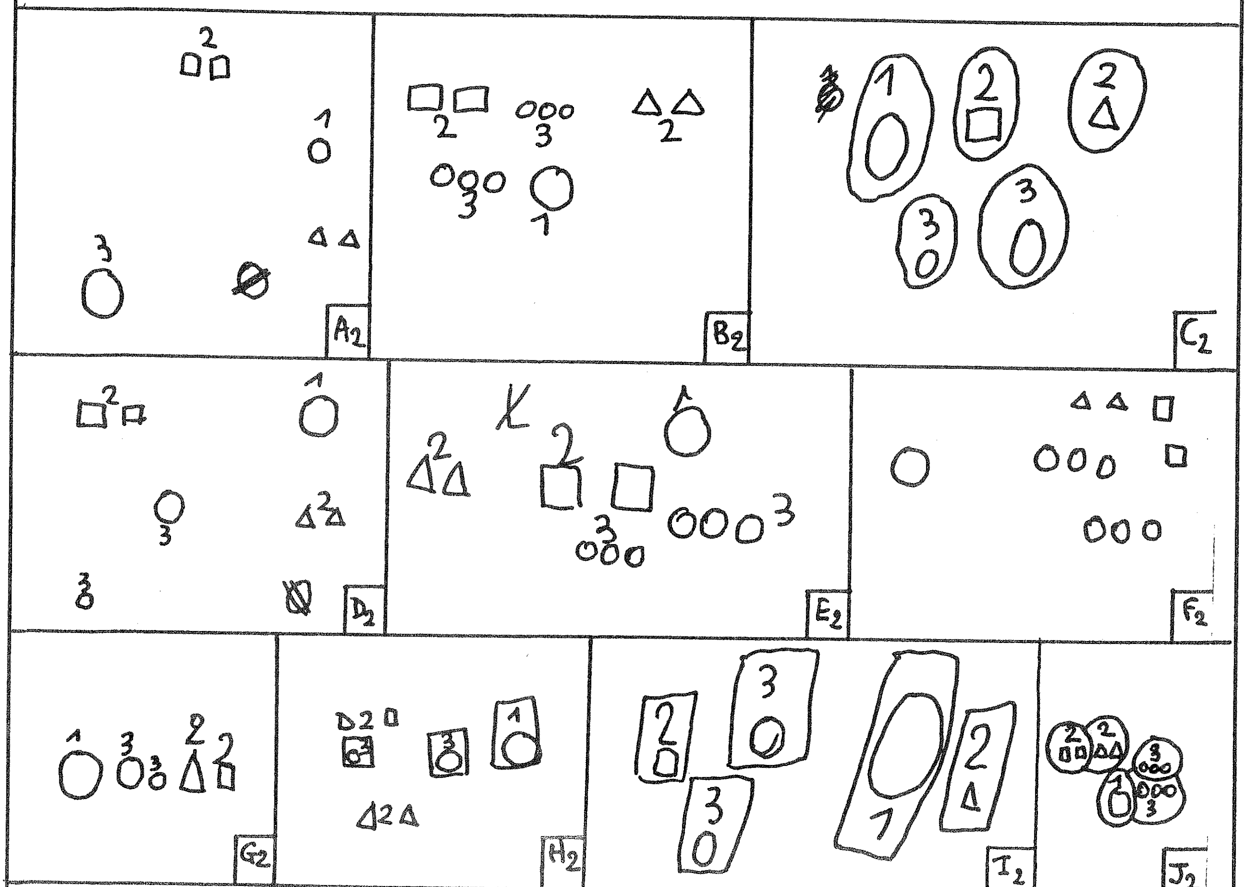
C/- *Consignes de travail.*

1/- Quel est l'objectif pédagogique de la séance ?

2/- Quels types de productions pouvez vous attendre a priori dans la phase n°2.



Document n°2 : travaux d'élèves obtenus pendant la phase n°2 (échelle0.4).



Document n°3 : travaux d'élèves obtenus pendant la phase n°4 (échelle 0.4)

(suite des consignes de travail)
3/- Comparez les productions réunies dans le document n°2.
4/- Analysez quelques effets de la mise en commun .
5/- Proposez des suites possibles pour cette séance.
6/- Vous auriez à conduire une séance analogue, quelles modifications apporteriez-vous ?

Fiche de travail sur le passage de la numération littérale à la numération chiffrée au CE2.

Voici l'énoncé d'un exercice donné à des élèves de CE2 vers la mi-Octobre.

---

a)- Découpe de petites étiquettes sur lesquelles tu écris :

cent(s) trois un

Quels noms de nombres peux-tu composer avec 1, 2 ou 3 de ces étiquettes ?
Ecris-les avec des chiffres : ____________________

b)- Même travail avec les étiquettes

huit | dix | cent(s) | deux

____

____

____

c)- Même travail avec les étiquettes

neuf | cent(s) | zéro | trente

____

____

____

1ère question: Réalisez la tâche demandée aux élèves.
2de question: Analyser les travaux d'élèves reproduits ci-après.
3ème question: Expliquez comment vous vous y prendriez si vous aviez cet exercice à proposer dans une séance de début CE2.

Fiche 2.a

Elève A

a)- Découpe de petites étiquettes sur lesquelles tu écris:

[cent(s)] [trois] [un]

Quels noms de nombres peux-tu composer avec 1,2 ou 3 de ces étiquettes ?
Ecris-les avec des chiffres: 100, 3, 1, 300, 103, 101, 301

b)- Même travail avec les étiquettes

[huit] [dix] [cent(s)] [deux]

8, 10, 100, 2, 18, 102, 12, 108,
112, 118, 818, 212, 812, 218

c)- Même travail avec les étiquettes

[neuf] [cent(s)] [zéro] [trente]

9, 100, 0, 30, 130, 90, 190, 300
930

Elève B

a)- Découpe de petites étiquettes sur lesquelles tu écris:

[cent(s)] [trois] [un]

Quels noms de nombres peux-tu composer avec 1,2 ou 3 de ces étiquettes ?
Ecris-les avec des chiffres: 3 - 100 - 1 | 100 - 1 | 100 - 3 |

b)- Même travail avec les étiquettes

[huit] [dix] [cent(s)] [deux]

100-10-8 | 2-100-8 | 2-100-10 |
10-8 |

c)- Même travail avec les étiquettes

[neuf] [cent(s)] [zéro] [trente]

100-9 | 30-9 | 100-30 |

Elève C

a)- Découpe de petites étiquettes sur lesquelles tu écris:

[cent(s)] [trois] [un]

Quels noms de nombres peux-tu composer avec 1,2 ou 3 de ces étiquettes ?
Ecris-les avec des chiffres: 100 - 3 - 1 - 103 - 300 - 301

b)- Même travail avec les étiquettes

[huit] [dix] [cent(s)] [deux]

100 - 10 - 8 - 2
110 - 102 - 108
118

c)- Même travail avec les étiquettes

[neuf] [cent(s)] [zéro] [trente]

100 - 9 - 30 - 0
900 - 39 - 109
139 - 930

Elève D

a)- Découpe de petites étiquettes sur lesquelles tu écris:

[cent(s)] [trois] [un]

Quels noms de nombres peux-tu composer avec 1,2 ou 3 de ces étiquettes ?
Ecris-les avec des chiffres: trois-cent-un / cent-un / trois-cent / trois / un / cent

b)- Même travail avec les étiquettes

[huit] [dix] [cent(s)] [deux]

dix-huit / cent dix-huit / cent /
cent dix / dix / cent huit / cent
deux / deux /

c)- Même travail avec les étiquettes

[neuf] [cent(s)] [zéro] [trente]

cent trente / cent neuf /

Elève E

a)- Découpe de petites étiquettes sur lesquelles tu écris:

[cent(s)] [trois] [un]

Quels noms de nombres peux-tu composer avec 1,2 ou 3 de ces étiquettes ?
Ecris-les avec des chiffres: 213 - 123 - 312 - 321 - 132 - 12 - 13 - 32 - 23 - 21 - 31

b)- Même travail avec les étiquettes

[huit] [dix] [cent(s)] [deux]

CENT dix, CENT huit,
cent dEux,

c)- Même travail avec les étiquettes

[neuf] [cent(s)] [zéro] [trente]

NEUF cent, trente neuf
cent neuf, cent trente

Elève F

a)- Découpe de petites étiquettes sur lesquelles tu écris:

[cent(s)] [trois] [un]

Quels noms de nombres peux-tu composer avec 1,2 ou 3 de ces étiquettes ?
Ecris-les avec des chiffres: 100, 3, 1 . 103, 101, 130, 110

b)- Même travail avec les étiquettes

[huit] [dix] [cent(s)] [deux]

10, 8, 100, 2
18, 108, 102, 110,
810, 12

c)- Même travail avec les étiquettes

[neuf] [cent(s)] [zéro] [trente]

9, 100, 0, 30
109, 1000, 130,
9100, 30100

Fiche 2.b

Fiche de travail: Analyse de travaux d'élèves de CM1.
Procédures de résolution de problèmes de division.

Remarques importantes :

Ces travaux ont été obtenus au CM1 dans une même séance de mathématiques, au mois de Novembre. Voici le déroulement de cette séance.

Première partie:

* Résolution individuelle du problème n°1. Le maître s'est d'abord assuré que l'énoncé était compris.

* Mise en commun des solutions. Le maître s'est appuyé sur les solutions des élèves St, Ch et S.

Deuxième partie:

* Résolution individuelle du problème n°2.

* En cours de résolution, le maître est intervenu pour signaler que la contenance des boîtes de chocolats avait changé.

* Mise en commun des productions.

Questions

1/- Analysez les travaux d'élèves obtenus pour le problème n°1.
2/- Analysez les travaux d'élèves obtenus pour le problème n°2.
3/- Compte tenu des analyses faites, proposez des modifications pour l'organisation de cette séance.

Problème n°1 :
Un patissier a fabriqué 256 bouchées en chocolat. Pour les vendre, il les range dans des boîtes de dix. Combien de boîtes pourra-t-il remplir ?

Elève A

solution
Il remplira 25 boîtes de dix bouchées en chocolat. Il lui en restera 6

Opération
256 | 10
56 | 25
6

Elève St

Solution
100 = 10+10+10+10+10+10+10+10 +10 +10
50 = 10+10+10+10+10
100 = 10+10+10+10+10 +10+10+ 10 10 10

Opérations

Elève S

Solution
256 : 10 = (25)+6
Il remplira 25 boîtes
~~Il restera 6 chocolats~~

Opérations
256 | 10
56 | 25
6

Elève Ch

il faut que le nombre se termine par un zéro Il ne se termine pas par un zéro alors ont sait qu'il en restera 6 Donc il reste le nombre 250 Il faut 25 boîtes.

Elève D

Solutions
Il remplira 25 boîtes
Il me restera 6 chocolat

Opérations

Fiche 3.a

Problème n°2 :
Un patissier a fabriqué 475 escargots en chocolat. Pour les vendre, il les range dans des boîtes de douze. Combien de boîtes pourra-t-il remplir ?

Elève A

Pou......
(NB : effacé par l'élève)

$$\begin{array}{r} 475 \\ -240 \\ \hline 235 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 235 \\ -120 \\ \hline 115 \end{array}$$

30 boîtes

Elève St.

Solution

100 = 12+12+12+12+12+12+12+12+12+12
100 = 12+12+12+12+12+12+12+12+12+12
100 = 12+12+12+12+12+12+12+12+12+12
100 = 12+12+12+12+12+12+12+12+12+12
70 = 12+12+12+12+12+12+12

NB : l'élève St n'a d'abord écrit que des 10 qu'il a remplacés par des 12.

Opération

17c – R
(NB : effacé par l'élève)

Elève S

Solution

475 : 12 = 39+7
Il remplira 39 boîtes
Il restera 7 escargots

Opération

$$\begin{array}{r|l} 475 & 12 \\ 115 & 39 \\ 7 & \end{array}$$

vérification

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 12 \\ \hline 78 \\ +390 \\ +\ \ 7 \\ \hline 475 \end{array}$$

Elève D.

Solution

Il remplira 47 boîtes de douze.
Il lui

Opération

$$\begin{array}{r|l} 475 & 12 \\ 75 & 47 \\ 5 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 12 \\ \hline 94 \\ 470 \\ 564 \end{array}$$

Elève Ch.

475 – 12 = 463
463 – 12 = 451
451 – 12 = 439
439 – 12 = 427
427 – 12 = 415
415 – 12 = 403
403 – 12 = 391
391 – 12 = 379
379 – 12 = 367
367 – 12 = 355
355 – 12 = 343
343 – 12 = 331
331 – 12 = 319
319 – 12 = 307
307 – 12 = 295
295 – 12 = 283

suite....

283 – 12 = 271
271 – 12 = 259
259 – 12 = 247
247 – 12 = 235
235 – 12 = 223
223 – 12 = 211
211 – 12 = 199
199 – 12 = 187
187 – 12 = 175
175 – 12 = 163
163 – 12 = 151
151 – 12 = 139
139 – 12 = 127
127 – 12 = 115
115 – 12 = 103
103 – 12 = 091
91 – 12 = 89

suite ....

89 – 12 = 77
77 – 12 = 65
65 – 12 = 53
53 – 12 = 41
41 – 12 = 29
29 – 12 = 17
17 – 12 = 05

Fiche 3.b

Références bibliographiques utilisées

[1] BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE n°43 du 24 Novembre 1994.

[2] G.BROUSSEAU, J.BRIAND, A.DUVAL, G.VINRICH "Annales 1995 : Sujets et corrigés du CRPE" (IREM de Bordeaux, 1995).

[3] E.BONTE, P.JEULAND, M.LAVILLUNIÈRE "Mathématiques : Sujets et corrigés du concours CRPE externe, session de 1995" (CDDP de l'Aude, 1995).

Faut-il continuer à enseigner la géométrie en formation des maîtres premier degré ?

ATELIER A3 :
C. Houdement,
IUFM de Mont Saint-Aignan
A. Kuzniak
IUFM Centre d'Evreux

Résumé:
Enseigner la géométrie aux futurs Professeurs d'écoles ne va pas de soi. Les étudiants des IUFM ont généralement suivi des cours de géométrie de «type Lycée ou Université» et doivent enseigner une géométrie de «type école». Cette dernière apparaît si différente que certains auteurs pensent même qu'il n'y a pas de géométrie à l'école et qu'il est donc inutile de l'enseigner aux futurs Professeurs d'Ecole.
Nous proposons, en nous inspirant des travaux de Gonseth, une réconciliation de ces différentes géométries basée sur la synthèse de trois aspects complémentaires: l'intuition, l'expérience et la déduction.
Nous donnons des exemples de ce type d'approche puis nous tentons de voir sur un exemple si notre vision plus étendue de la géométrie est compatible avec le concours de Professeurs d'Ecole.

Problématique de l'atelier

Quelques paradoxes liés à l'enseignement de la géométrie

A l'école élémentaire

Certains affirment qu'étant donné l'évolution de la géométrie (des mathématiques en général) vers une étude des structures (groupe, espace vectoriel, programme d'Erlangen, Klein 1892) et le regroupement des secteurs "anciens" par analogies structurales, la géométrie élémentaire n'existe plus en tant que telle ; elle n'est plus qu'une partie de l'algèbre linéaire. Or l'algèbre linéaire n'est pas un objet d'étude mathématique de l'école (ni des professeurs d'école).

D'autres (les mêmes ?) pensent que sans démonstration, il n'y a pas de géométrie ; or les capacités de l'élève de l'école ne lui permettent pas d'accéder à cette maîtrise bien calibrée du raisonnement.

Donc la géométrie de l'école n'est au mieux qu'un ensemble de recettes (... de la cuisine !).

A l'IUFM

Les conséquences de ces conceptions vont se faire sentir à l'I.U.F.M. En effet, s'il n'y a pas de véritable géométrie à l'Ecole Elémentaire, faut-il continuer à enseigner la géométrie en formation des maîtres premier degré ? De même si la géométrie de l'école se réduit à un ensemble de recettes, ne vaut-il pas mieux laisser les futurs maîtres faire leur propre cuisine ?

De manière plus nuancée, certains admettent que les mathématiques géométriques de l'école sont du côté des pratiques géométriques, de l'accumulation d'expériences géométriques, à la limite de la technologie (cf. le rôle des instruments...). Mais alors que penser des sujets de concours pour les Professeurs d'Ecole qui semblent privilégier des exercices exigeant de véritables démonstrations, délaissant petit à petit les exercices de construction ou de représentation ? Quel est le rapport entre ces sujets et cette idée de la géométrie à l'école ?

En conclusion diverses conceptions de la géométrie apparaissent et semblent donner naissance à des pratiques contradictoires à l'école primaire, à l'I.U.F.M. ou lors du concours. Quel objet savant peut-on transposer comme objet d'enseignement à l'école ? Comme objet de formation ?

Nous souhaitons, dans cet atelier, clarifier ces différentes conceptions de la géométrie et préciser leur rôle dans les pratiques mises en place à l'école primaire et en formation des maîtres.

Les questions liées à la géométrie en formation des maîtres

Quelles peuvent être les questions relatives à la géométrie susceptibles de préoccuper un individu en tant que membre d'une institution de formation d'enseignants ?

La question la plus simple "Qu'est-ce que la géométrie ?" va se particulariser et ne plus renvoyer seulement à une question ontologique ou épistémologique mais à un type de question utilitariste "Pourquoi faire de la géométrie ?"

Pour un individu, cela peut en définitive relever du choix personnel et n'engager que le mathématicien ou l'amateur qui fait cette activité. Dans un cadre institutionnel de formation des maîtres la question se précise en "Pourquoi faire faire de la géométrie ?"

Cette fois la question peut être résolue de manière extérieure et purement formelle par la réponse à l'injonction de l'institution scolaire : je fais faire de la géométrie car la géométrie est au programme de l'école. Ce point de vue ne nous satisfait pas et ceci pour diverses raisons, morales, sociales et intellectuelles.

La question "Pourquoi faire faire de la géométrie ?" va de manière classique en formation des maîtres se dédoubler en deux questions l'une concerne les futurs enseignants, l'autre concerne les élèves de l'école :

"Pourquoi faire faire de la géométrie à l'école ?"

"Pourquoi faire faire de la géométrie en formation des maîtres ?"

Le formateur d'enseignants doit aussi définir une stratégie de formation adéquate. Cette stratégie doit théoriquement permettre aux futurs maîtres d'enseigner une géométrie aux élèves de l'école élémentaire correspondant à l'idée que les formateurs d'enseignants se font de la géométrie. Le formateur d'enseignants doit donc préciser ses propres conceptions de la géométrie et finalement, nous bouclons le cercle de nos questions en revenant à la question initiale " Qu'est-ce que la géométrie ?" maintenant dédoublée en deux formes propres aux formateurs d'enseignants qui s'intéressent à la géométrie :

"Qu'est-ce que la géométrie qui doit être enseignée aujourd'hui ?"

"Quelles sont les stratégies qu'il faut utiliser en formation des maîtres pour enseigner cette conception de la géométrie ?"

Notre approche du problème et l'apport de GONSETH.

Nous avons choisi comme première approche des problèmes posés précédemment d'utiliser les travaux de Ferdinand GONSETH en les interprétant en fonction de notre position de formateur d'enseignants.

GONSETH est né en 1890 dans le Jura bernois et est mort à Lausanne en 1974. C'est un mathématicien, contemporain de PIAGET (1896-1980) qu'il a côtoyé et dont il a dit "Piaget n'a aucun sens des mathématiques. Tout ce qu'il en dit, c'est moi qui le lui ai appris .[1].". Gonseth a été presque aveugle assez jeune. Il a fait beaucoup de philosophie des sciences. Il a été Professeur à l'école polytechnique de Zurich. Il a également formé pendant deux ans des enseignants, ce qui a donné naissance à son ouvrage "*Les fondements des mathématiques*" (1926 Ed Blanchard). Citons aussi :

1936 *Les mathématiques et la réalité*, Ed Blanchard.

1945-1955 *La géométrie et le problème de l'espace* , Ed du Griffon, Lausanne.

[1]Cité in *Espace et horizon de réalité*.

Un colloque a été consacré en 1990 à Gonseth dont les actes sont parus sous le titre suivant :
1992 Espace et horizon de réalité, colloque sur GONSETH, par PANZA et PONT, Ed Masson.

GONSETH intègre sa réflexion sur la géométrie dans le cadre plus vaste d'une réflexion sur la démarche scientifique. Son approche n'est pas historique mais dialectique et vise à mieux comprendre l'effort qui construit et fédère la géométrie dans son rapport à l'espace et au monde sensible. Il ne cherche pas à relever des contradictions, mais à comprendre l'évolution de la géométrie naturelle à la géométrie axiomatique. Pour cela, il dégage différentes synthèses dialectiques qui s'organisent autour de trois piliers essentiels (intuition, expérience et déduction) liés à trois types d'espaces.

Nous allons donner quelques précisions sur ces trois aspects très complémentaires de la géométrie :

intuition : il s'agit de l'intuition de l'espace sensible que l'adulte a développée, elle est mise à l'épreuve par nos comportements et nos expériences (approche kantienne) ;

expérience : elle se développe dans un monde mesurable (grâce à la perception ou à des instruments), elle inclut des problèmes comme comment construire une droite ou un plan expérimentalement ;

déduction : elle est basée sur le raisonnement logique et elle permet de réorganiser les apports de l'expérience.

L'intuition et l'expérience "constitue le pôle empirique de la géométrie, la déduction participe du pôle théorique".

Une pensée de Gonseth éclaire le lien entre les trois aspects : "*être géomètre c'est ne pas confondre une évidence issue de l'intuition avec un renseignement issu de l'expérience et le résultat d'une expérience avec la conclusion d'un raisonnement*".

Ainsi les élèves réussissent à tracer un "vrai" triangle dont les dimensions sont 8, 6 et 14. Le résultat de l'expérience est invalidé par la déduction (inégalité triangulaire) qui permet de conclure à la nature "aplatie" du triangle en question.

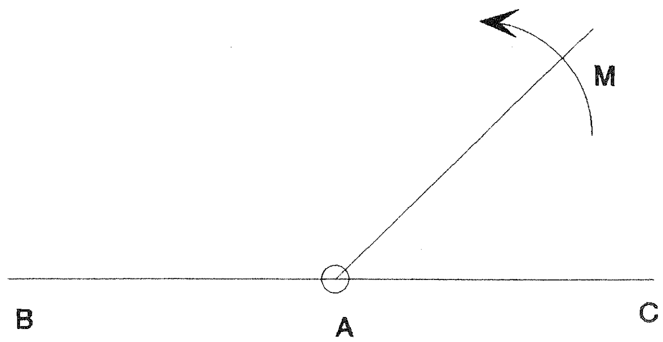
A partir de là GONSETH propose trois synthèses dialectiques qui réorganisent les trois composantes précédentes.

1) La géométrie élémentaire (ou naturelle) : sa source de validation est la réalité, le sensible. En ce sens la géométrie d'Euclide n'est pas élémentaire; il s'agit plutôt de celle de Legendre (ou celle de Clairaut) où la déduction peut être liée à une expérience mécanique.

Ainsi Gonseth cite-t-il la "démonstration" que fait Legendre du théorème suivant :

Par un point pris sur une droite, on peut élever une perpendiculaire sur cette droite, et on ne peut en élever qu'une.

Legendre base son raisonnement sur la figure matérialisable suivante :



La droite AM d'abord couchée sur AC tourne autour du point A. L'angle MAC d'abord petit devient grand contrairement à son angle adjacent MAB qui devient petit pour atteindre 0. Ainsi l'angle MAC d'abord plus petit que MAB devient plus grand que cet angle : par conséquent il y aura une position AM de la droite mobile où ces deux angles seront égaux et il est évident qu'il n'y en aura qu'une seule.

Rien ne correspond ici à la démonstration mathématique "suite de syllogismes enchaînés avec rigueur et continuité". Nous sommes dans le monde sensible et non dans l'abstrait et plus qu'à la raison et à la logique il est fait appel à l'expérience du monde sensible. On peut parler d'une "géométrie expérimentale".

Cette preuve dynamique s'oppose aux démonstrations statiques de la géométrie axiomatique, mais elle semble par contre très proche de la perception que peut avoir l'enfant de l'espace.

Une autre preuve peut aussi résulter de l'usage du pliage. Suivant la terminologie présentée par Lebesgue [2], il s'agira d'un pliage de deuxième espèce qui permet de partager un angle en deux parties égales.

Ainsi que ce soit par pliage ou par "mouvement virtuel", la construction et la perception sont au coeur d'une géométrie de type expérimental. Le raisonnement que privilégie cette approche est le raisonnement de type constructif, J.F. Richard le pointe aussi dans sa réflexion sur la résolution de problèmes.

2) La géométrie axiomatique mais où les axiomes sont fondés sur le sensible.

Gonseth pose un certain de nombre de questions sur cette géométrie. Quelle est la place de l'axiomatique ? Peut-on choisir n'importe quel type d'axiomes ? Quelle est la place de la réalité quand on axiomatise ?

Selon Gonseth, l'axiomatisation est une formalisation, mais elle n'est pas nécessairement formelle, la syntaxe n'est pas coupée de la sémantique.

La deuxième synthèse propose une géométrie qui n'est pas réduite au naturel, mais elle conjugue les notions d'horizon de la réalité, de schéma et de modèle, elle ne croit pas comme la première que la géométrie, c'est la réalité, mais travaille sur un schéma de la réalité.

Gonseth illustre cette idée par sa fable de la forêt :

> Une plaine est recouverte d'une forêt assez dense, mais dont les arbres sont irrégulièrement distribués. Quelque part à l'intérieur de la forêt il y a une clairière et dans cette clairière une grande boule. Il nous faut la faire rouler jusqu'en un point, peu importe lequel, de la lisière.

Plutôt que faire rouler la boule et la pousser au petit bonheur, on peut passer par l'intermédiaire d'un schéma sur une feuille où des points figureront les arbres ; des couleurs indiqueront les segments interdits pour le passage de la boule (distance entre les arbres inférieures au diamètre de la boule). Le problème pourra ensuite être résolu ("à la table d'une auberge") grâce aux indications portées sur le schéma.

3) La synthèse non euclidienne, une géométrie axiomatique où les axiomes ne sont plus fondés sur le sensible, mais où s'affirme la primauté du raisonnement logique. Gonseth n'insiste pas beaucoup sur ce dernier aspect. On pourra consulter avec profit et un courage certain l'ouvrage monumental de Boi [3] sur le sujet.

A coté de la vision de l'évolution de la géométrie comme une suite de ruptures irréconciliables, GONSETH propose une vision unificatrice et cohérente de la géométrie grâce à cette idée de synthèse dialectique évolutive entre divers pôles. Cette vision nous paraît fondamentale dans une perspective de formation des maîtres. La géométrie peut contenir les trois pôles (intuition, expérience, déduction) ; il y a malaise si l'un des pôles est perdu (exemple hypertrophie du pôle déductif).

Les questions des membres de l'atelier.

Autour de la nature de la géométrie

* La question de "qu'est-ce que la géométrie" ne semble pas pertinente : plutôt "quel rapport construire à la géométrie" ? Quel rapport à l'espace ? Quel rapport aux objets géométriques du collège ?

* Pourquoi dit-on <u>faire de la géométrie</u> et pas <u>faire du numérique</u> ?

---

[2] LEBESGUE H. (1950) 1987 *Leçons sur les constructions géométriques*. Editions Jacques Gabay.

[3] Boi L.1996 *Le problème mathématique de l'espace. Une quête de l'intelligible*. Springer Verlag.

* On sait répondre les nombres à quoi ça sert, pas à la géométrie à quoi ça sert sauf à faire de la géométrie ?
* Les objets géométriques ont-ils un intérêt pour eux-mêmes ou ne sont-ils que prétextes à des math ?
* Quelle géométrie aussi au collège ? Selon R.Delord seuls les élèves de 1°S et de T S font vraiment géométrie.

Autour des approches proposées
* Pourquoi ces 3 entrées (intuition, expérience, déduction) seraient pertinentes à l'école ? A l'école maternelle ?
* Comment cette conception peut casser la coupure plan d'un côté, espace de l'autre ?
* Recherche d'un fil conducteur de la géométrie.

Mise au point des animateurs.

Chez Gonseth, trois visions se complètent pour former la géométrie, celle-ci apparaissant comme une synthèse dialectique. Cette conception de la géométrie est en liaison directe avec le problème général de l'espace. Cette approche est à distinguer de celle qui porte sur les connaissances spatiales.

Selon nous, la synthèse et la définition exacte de la géométrie ne sont pas figées et dépendent du niveau des apprenants. Ainsi l'intuition et l'expérience de l'espace d'un enfant de maternelle et d'un élève de l'école élémentaire sont très différentes. De même, les capacités de déduction évoluent avec l'âge des élèves et doivent conduire les enseignants à distinguer plusieurs niveaux de justification. Rappelons qu'il ne faut pas confondre déduction et démonstration[4]. Le jeu de la preuve est bien plus varié que le jeu démonstratif basé sur une conception axiomatique de la géométrie.

Comme le signalent certains membres de l'atelier, l'emploi du mot intuition pose de nombreux problèmes. Il semble nécessaire de préciser son lien avec l'évidence et aussi avec les conceptions de l'enfant. Mais ce problème n'est pas nouveau [5].

La nature de la géométrie à enseigner à l'école et au collège n'est pas une question simple. De plus, elle concerne de nombreux intervenants internes et externes à l'éducation.
L'action sur la formation des professeurs d'école est, pour nous, plus facile mais alors :
- comment faire percevoir ces différentes conceptions de la géométrie aux étudiants et à quel moment est-ce pertinent ?
- comment gérer les problèmes vis à vis de l'institution et de ses attentes supposées ?

Peut-on construire des situations pour les professeurs d'école stagiaires. pour leur montrer qu'il existe plusieurs approches ? Peut-on utiliser autre chose que des stratégies d'homologie [6] et passer par un détour épistémologique réflexif sur la géométrie ?

Travaux pratiques

Première voie de réflexion : recherche de situations de formation.

Ce thème de réflexion est proposé aux membres de l'atelier. La question suivante est posée : "quelles situations peut-on proposer pour les professeurs d'école stagiaires et qui sont susceptibles d'intégrer les trois approches intuitive, expérimentale, déductive de la géométrie ? "
La première partie de l'atelier s'achevant, quelques évocations non détaillées sont faites qui tentent de revaloriser le pôle expérimental et ceci par le biais de construction "raisonnées". Citons des exemples:
* Les premiers du côté de la géométrie des pliages :

---

[4] Voir par exemple Gil F (1988), Preuves Aubier.

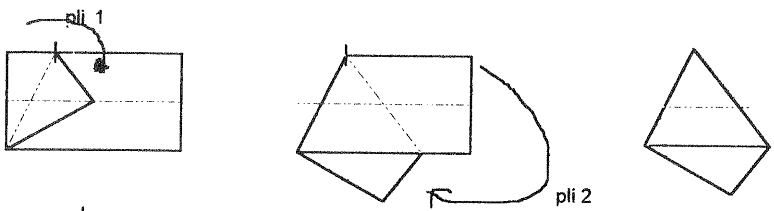
[5] Hintikaa J 1996 *La philosophie des mathématiques chez Kant*. PUF.

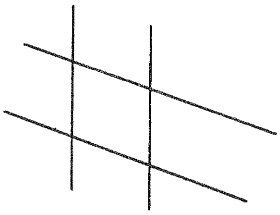
[6] Kuzniak A 1994 *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré* Université de Paris 7.

le pliage est un thème mathématique complexe. Il faut bien choisir les situations de départ pour pouvoir ensuite les interroger de manière mathématique avec une certaine efficacité. La situation suivante est proposée :

un pliage permet d'obtenir un triangle équilatéral à partir d'un rectangle et de sa médiane parallèle à la longueur selon le schéma ci-dessous ; pourquoi est-ce un triangle équilatéral ?

Une autre question se pose "pourquoi un pli (classique) est-il une droite ?".





Pourquoi la superposition de deux bandes de même largeur donne-t-elle un losange ?

* Le second exemple du côté de la géométrie de la bande de papier :

il est usuel, à l'école, de définir un losange par l'intersection de deux bandes de même largeur ; pourquoi cette définition est-elle en accord avec celle du losange comme quadrilatère à quatre côtés de même longueur ?

* Enfin l'usage des instruments est abordé :

- les instruments classiques avec le risque d'un usage trop familier qui ne permet plus de les interroger. Cette familiarité dépend du niveau de l'enfant ;
- la règle à deux bords pour tracer deux droites perpendiculaires ;
- les outils de visée pour un travail dans le méso-espace.

Deuxième voie de réflexion : Autour des sujets de concours.

La seconde voie, dans laquelle le groupe s'est engagé, consiste à étudier quelques extraits géométriques de sujets de concours 95 sélectionnés par les animateurs.

Précisons d'abord la place donnée à la géométrie dans les sujets de concours (cf. transparent en annexe), en nous appuyant sur la thèse de M.L.Peltier [7], qui a étudié les annales de trois années (92, 93 94).

Il s'avère en résumé, que :

* la géométrie plane semble incontournable dans la partie mathématique des sujets de concours (100% de sujets en contiennent en 94) ;

* la part réservée à la démonstration augmente de 92 à 94 ; il existerait une axiomatique de base de la formation mathématique des professeurs d'école, qu'on pourrait lister à travers les sujets de concours (cf. le tableau de l'annexe listant les propriétés les plus nécessaires aux réponses correctes) ;

* le volet didactique reste pauvre en géométrie, surtout de l'espace.

Certes dans les sujets de concours, il n'est pas dit que les formateurs mettent en oeuvre leurs conceptions de la géométrie et de la géométrie pour les professeurs d'école. Cependant si on les examine ainsi, que révèlent-ils des conceptions des auteurs ?

[7] M.L.Peltier 1996, *La formation initiale, en mathématiques, des professeurs d'école : entre conjoncture et éternité*, Université de Paris 7.

Essayons d'analyser à quel niveau (intuition, expérience, déduction) les propositions de sujets de concours interrogent les étudiants. Le questionnement lié aux sujets reste-t-il dans la synthèse de la géométrie élémentaire ou passe-t-il dans la synthèse axiomatique ?

Dans le cas où nous acceptons comme valide la géométrie naturelle pour les professeurs des écoles, comment transformer ces énoncés pour rester dans cette synthèse en touchant aux 3 approches ?

Voilà une liste de questions sur lesquelles les participants se sont penchés, en centrant leur réflexion sur 3 extraits (exercices du volet 1 de Dijon 95, Montpellier 95, Caen 95).

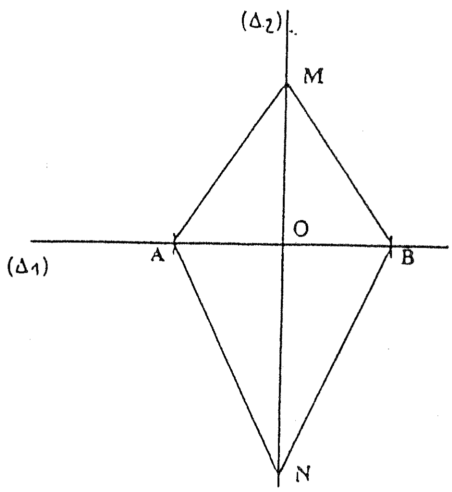
Nous donnons quelques éléments de réponse sur l'extrait du sujet de DIJON 95.

L'exercice choisi cherche à faire trouver aux étudiants à quelles conditions un cerf-volant (quadrilatère dont une diagonale est médiatrice de l'autre) est un losange, voire carré.

EXERCICE 1 *(5 points)*

CRPE
DIJON 1995

On considère la figure ci-contre.
L'unité de mesure est le centimètre.
Les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont perpendiculaires.
O est leur point d'intersection.
A et B sont deux points fixes de (Δ_1) symétriques par rapport à O et tels que $OA = OB = 2$.
M et N sont deux points de (Δ_2) situés de part et d'autre de O.
On pose $OM = h$ et $ON = k$.



1. Étude du quadrilatère $AMBN$.

a) A quelle condition sur h et k, $AMBN$ est-il un losange ?
Justifier la réponse.

b) A quelle condition sur h et k, $AMBN$ est-il un carré ?
Justifier.

c) Le quadrilatère $AMBN$ peut-il être un parallélogramme sans être un losange ?
Justifier.

d) Dans le cas général, calculer en fonction de h et k l'aire du quadrilatère $AMBN$.
Comparer cette aire au produit $MN \times AB$ et expliquer ce résultat.

Les questions **a** et **b** peuvent en effet donner naissance à plusieurs types de réponses.

Du côté expérimental puis déductif :

Il est possible d'envisager une expérience (virtuelle) de variation des longueurs. En effet, supposons le dispositif matérialisé par deux tiges (MN) et (AB) fixes et perpendiculaires, les points A et B sont fixes sur la tige.

Pour la question **a**, M est aussi fixe sur la tige, l'intuition nous dit que AM = MB et que NA = NB (existence d'un axe de symétrie (MN). On fait varier N sur la demi-droite (NO] ; d'abord loin de O, il s'en rapproche progressivement : la longueur AN diminue de "très grande" à OA, elle passe nécessairement par la longueur AM (supérieure à OA), ce qui donne un quadrilatère à quatre côtés de même longueur. La condition (suffisante) est alors par déduction sur l'égalité des triangles AMO et AON par exemple, que MO = ON.

La question **b** est prétexte à la même approche : on reprend le même dispositif, mais là M et N peuvent glisser sur la tige ; il est possible de faire glisser M de façon que l'angle BMA soit droit (expérimentalement possible puisque selon la longueur de AM, la mesure de cet angle peut varier de 180° à une valeur très faible (pour M "très loin de O"). Le triangle AMB est alors rectangle et isocèle. Quand la position de M assure un angle droit AMB, il suffit de positionner le point N par symétrie.

Ceci montre l'existence du carré, s'en déduit la condition sur les longueurs, par étude de la configuration obtenue.

On a donc bien un exemple de raisonnement expérimental et déductif dans la géométrie élémentaire. Ces démonstrations sont très semblables dans leur esprit à celle de Legendre citée plus haut.

Du côté axiomatique.

Un raisonnement dans la géométrie axiomatique évoquerait, par exemple, le théorème qui caractérise le losange comme quadrilatère aux diagonales perpendiculaires et qui se coupent en leur milieu pour aboutir à h = k comme condition nécessaire et suffisante pour **a**, et pour **b**, la caractérisation du carré comme losange ayant ses diagonales de même longueur.

Le mot **justifier** est ambigu, dans notre perspective : dans quelle géométrie se place cette justification ? L'implicite classique est la géométrie axiomatique, mais la géométrie de l'école n'est pas celle de l'axiomatique. Et, comme nous venons de le voir, certaines réponses peuvent se faire dans les deux géométries.

Par contre pour la question **d**, il nous semble que les auteurs font délibérément le choix de la géométrie où doit se placer l'étudiant : en effet, la question **d** présuppose que l'étudiant calculera (le mot calculer peut d'ailleurs agir comme mot inducteur de changement de cadre : du cadre géométrique au cadre algébrique ou numérique) en s'appuyant sur la formule de l'aire du triangle, puisqu'il demande ensuite la justification d'une égalité d'aires qui peut être celle qui fonde le calcul d'aire du triangle. En effet une étude expérimentale de la figure aurait pu convaincre l'étudiant que son aire est aussi celle du rectangle (non dessiné) de longueur MN et de largeur MP (P tel que MP = OB, MP // OB) , donc la moitié de MNxAB .

Là délibérément les auteurs semblent repousser l'expérience pour attendre de l'axiomatique (formule de l'aire du triangle).

Pour conclure.

Nous n'irons pas plus avant dans cette étude. Nous avons déjà pointé quelques problèmes.

- L'étude des sujets de concours en géométrie font apparaître des conceptions d'auteurs : les réponses attendues semblent plutôt du côté axiomatique ;
- Comment sont prises en compte dans les corrections du concours les réponses émises dans une autre géométrie ?
- Quelle image de la géométrie à l'école renvoient les sujets de concours aux futurs P.E. si seules sont évaluées leurs compétences en géométrie axiomatique ?

Dans le groupe que nous constituions, des opinons fort diverses se sont déjà manifestées : si la majorité des formateurs était a priori d'accord pour accepter, favoriser, valoriser des validations dans la géométrie élémentaire dans le cadre de la formation aux futurs P.E., par contre les avis étaient beaucoup plus partagés sur l'évaluation au concours de ces types de réponses, certains n'acceptant qu'une justification axiomatique.

La contradiction entre le concours (peut-être la part des conceptions qu'on "montre" aux autres professeurs de mathématiques) et la formation apparaît donc visible et stigmatise le problème de la géométrie.

Ne risque-t-on pas de dénaturer la géométrie à l'école en donnant de celle-ci par les concours une image plutôt axiomatique ? Ne pourrait-on pas explicitement enseigner et évaluer la connaissance des diverses approches de la géométrie en général en formation des maîtres ? Certes d'aucuns affirmeront que pour transformer la formation, il faut d'abord être au clair sur quelle géométrie à l'école. Mais une telle réflexion ne peut-elle être aussi amorcée par les acteurs du système, en l'occurrence les professeurs des écoles, qui auraient pris conscience des hiatus actuels ? C'est sur cette piste que nous nous engageons.

Une priorité semble donc de définir quelle géométrie enseigner aux professeurs des écoles.

Ont participé à ce groupe

BOSC René, CHARNAY Roland, DELEGUE Henri, DELORD Robert, DUPLAY Jean-Paul, EXCOFFON Yvonne, GOUSSARD Annick, GUILLERMARD Rirette, HUGUET François, IMBERT Jean-Louis, JOHSUA Marie-Alberte, MESQUITA Ana, MÜL André, PERRIN Marie-Jeanne, SOUCHE Christian, SOUMY Jean-Guy.

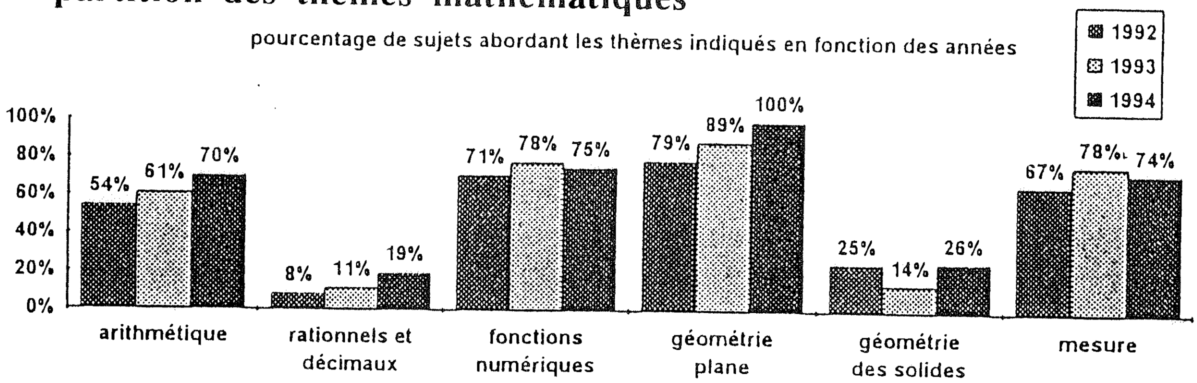
ANNEXES :

Etude de l'évolution des sujets de concours sur trois ans 1992, 1993, 1994

(extraits de la thèse de Marie-Lise PELTIER)

VOLET 1

Répartition des thèmes mathématiques



Répartition des questions dans les différents sujets

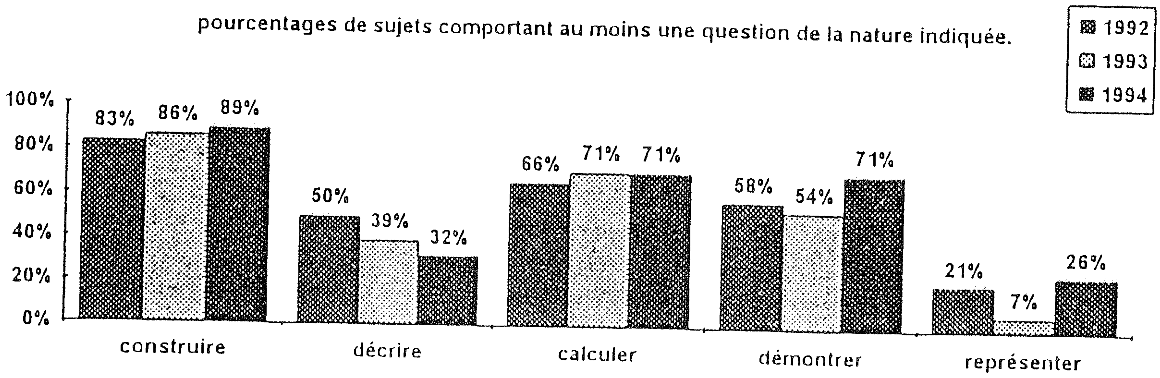
Les mots-clés : **décrire, représenter, construire, calculer, démontrer**.

Décrire - rédiger un programme de construction de la figure
- décrire les étapes de la construction de la figure.

Représenter - représenter par un patron un solide de l'espace, donné en perspective cavalière (sujets aussi comptabilisés dans la rubrique **construire**)

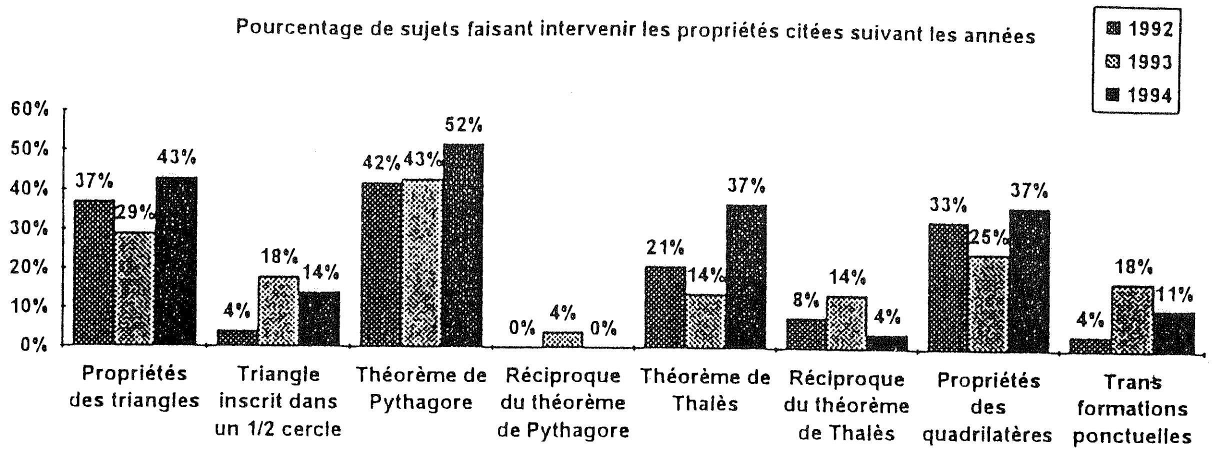
Construire et représenter : construire à la règle et au compas,
- soit en suivant un programme de construction donné ;
- soit en connaissant le nom de la figure à construre ;
- soit en analysant un certain nombre de contraintes ;
- soit en reproduisant un modèle donné.

Calculer et démontrer : effectuer des calculs de longueurs, d'aires de volumes ou d'angles, élaborer une petite démonstation de type déduction en utilisant des propriétés classiques.



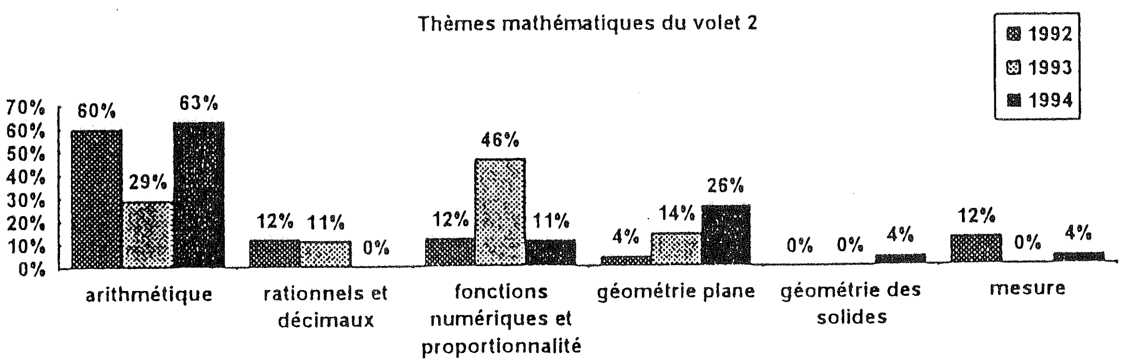
VOLET 1 (suite)

Répartition des propriétés géométriques nécessaires à la résolution des problèmes posés



VOLET 2

Répartition des thèmes mathématiques abordés dans le volet 2



Les mathématiques dans la formation continue des enseignants du premier degré

ATELIER A4 :
Jacqueline Euriat
I.U.F.M. de Lorraine

Texte de présentation

Cet atelier a pour but de confronter les participants avec les pratiques de formation continue.
Deux axes sont envisagés :

1. *Chaque département gère la formation continue des professeurs d'école et instituteurs à sa façon. Les possibilités d'intervention des formateurs de l'I.U.F.M.sont liées à cette gestion. C'est pourquoi un exposé rapide de situations sera pratiqué.*
2. *Ces éléments étant établis, il pourront être pris en compte pour réfléchir à des protocoles de formations : Quelles activités envisager ? En réponse à quels besoins ? Quelles mises en pratique de ces activités ?*

Compte rendu

L'atelier se propose d'être un lieu d'échanges entre les participants autour du thème de la formation continue ; plus particulièrement de la place des mathématiques dans la formation continue des enseignants du premier degré.

Un certain nombre de points, d'ordre institutionnel entre autres, ne peuvent être abordés que sous forme de constat, mais l'atelier se veut une réflexion autour des contenus et formes d'activités possibles permettant le développement des connaissances relatives aux mathématiques ou à leur enseignement.

1. Constat

Pour permettre une discussion sur les contenus, libre de toute contrainte, il est d'abord nécessaire d'aborder les conditions locales de la mise en úuvre de la Formation Continue. Un tour de table permet à chaque participant de présenter les modalités dans son département. Il existe deux sortes de stages :

1. Ceux placés sous la responsabilité d'un I.E.N. (Inspecteur de l'Education Nationale)
   - L'I.E.N. est le maître d'oeuvre : il propose le contenu ; il sollicite les intervenants qui sont C.P.I.E.N. (Conseiller Pédagogique auprès d'un Inspecteur), P.I.U.F.M. (Professeur en Institut de Formation des Maîtres), MF (Maître Formateur).
   - Les stagiaires sont des enseignants de la même circonscription.

2. Ceux placés sous la responsabilité de l'I.U.F.M.
   - Un professeur est responsable de la formation, propose contenus et mise en oeuvre.
   - Les stagiaires sont des enseignants de tout le département.

La durée des stages, autre élément important pour l'organisation, est trés variable : elle peut être de deux semaines maximum (Vosges) à quatre semaines (Haute Vienne) voire cinq semaines (Marne). Bien souvent un stage "court" est mono-disciplinaire, ce qui n'est pas le cas d'un stage "long". Lorsque le stage fait appel à plusieurs disciplines, il est fréquent que celles-ci se juxtaposent, sans véritable homogénéité dans les contenus.

2. Des stages particuliers

Certains stages sont organisés pour des causes particulières ; ils permettront au groupe d'explorer certains contenus ou formes de travail. Ce sont des stages à destination :
- de maîtres qui veulent acquérir une compétence particulière : préparation au CAFIMF (Certificat d'Aptitude à la Fonction d'Instituteur Maître Formateur), préparation à recevoir des étudiants de première année IUFM ou des professeurs stagiaires de deuxième année (maître d'accueil),
- de maîtres situés dans certains secteurs d'enseignement tels les ZEP (Zone d'Enseignement Prioritaire),
- de maîtres devant s'initier à un nouveau poste.

Mais en dehors de ces cas particuliers, on constate une faible demande de fréquentation des stages de mathématiques par les enseignants du premier degré. D'où une première réflexion sur la motivation.

3. Motiver...

Comment gérer les attentes des stagiaires tout en pensant à celles des formateurs ?

Il est nécessaire de faire prendre conscience de la nécessité de se former en mathématiques, de l'existence de modifications dans l'enseignement. Pour ce il faut travailler en collaboration avec l'I.E.N. : une animation pédagogique peut être le lieu de cette prise de conscience et l'incitation à fréquenter un stage ; pour l'inspecteur c'est, avec les visites qu'il fait dans les classes, l'occasion de faire le point sur le besoin de formation des enseignants de sa circonscription.

Une autre motivation peut être dans le descriptif des stages : trouver des "thèmes porteurs", inviter un "homme de l'art" ; mais des propositions alléchantes ne peuvent masquer les conditions de travail demandées au cours du stage.

Et si on envisageait de penser la formation continue à d'autres moments que ceux des stages ? Voici quelques pistes, que l'on pourrait explorer :
- Travail, en dehors de la période des stages, des professeurs d'I.U.F.M. en collaboration avec les maîtres dans leurs classes,
- Groupe de réflexion se réunissant régulièrement et regroupant des personnels des différentes catégories concernées par l'enseignement,
- Ateliers de pratiques ...

4. Forme et contenu

S'il est vrai que les stages de formation continue sont le lieu de circulation d'informations, d'aide à la construction et à l'organisation d'activités pour les classes, il nous faut trouver un moyen de susciter un intérêt nouveau pour les stages concernant les mathématiques et une curiosité quant aux méthodes d'enseignement.

4.1 Quelles stratégies ?

- Prévoir des activités menées dans les classes durant le stage.
- Prévoir un document écrit en fin de stage utilisable dès la rentrée du stagiaire dans sa classe.
- Préparer une exposition qui pourrait ensuite se "promener" dans les classes.
- Préparer une activité type rallye pour un ensemble de classes.

- Associer les mathématiques à d'autres disciplines (voir les mathématiques que l'on rencontre dans les manuels scolaires d'autres disciplines,...) ou à d'autres objectifs (les mathématiques dans la vie quotidienne, les mathématiques du citoyen,...).
- Ouvrir la curiosité mathématique (inviter un mathématicien ou un scientifique connu, utiliser des ouvrages non scolaires, ...).
- Intéresser la formation continue à la formation initiale.
- Faire des mathématiques, résoudre des problèmes.
- ...

4.2 A partir de quoi ?

- De travaux des élèves des classes des stagiaires.
- De documents vidéo tournés dans une classe.
- D'exercices de type rallye.
- De situations de classe.
- ...

4.3 Pour quoi ?

- Réfléchir sur les mathématiques du citoyen du XXIème siècle.
- Comprendre le changement des demandes dans les programmes.
- Vivre une façon de travailler transférable dans les classes et conforme aux théories actuelles d'apprentissage.
- Oser tâtonner et faire des erreurs.
- ...

5. Les attentes du groupe

Chacun des participants a conscience de vivre des difficultés, des obstacles identiques aux autres ; le malaise est général.

C'est pourquoi, l'idée de créer un réseau d'échange a été envisagée. Celui-ci pourrait faire part de petits problèmes de mise en situation qui ont fait leurs preuves, de descriptifs de stages qui ont connu le succés, de formes nouvelles de stage ... Mais il reste à déterminer une organisation pratique et technique : différents supports sont envisageables : revue [8], réseau informatique, vidéo,... mais qui peut gérer une telle ambition, un IREM, une commission inter-IREM, ou ... ? Il reste aussi à supposer que tout formateur est prêt à écrire le document à diffuser...

---

[8] Il a été rappelé à cette occasion que la revue Grand N accepte de présenter des situations de formation continue, si les formateurs se décident à les écrire...

La géométrie des pailles
Les quadrilatères plans
Lien CM2 / 6ème

ATELIER A5 :
Nicole Bonnet
I.U.F.M. centre de Nevers

Type : Activités de formation initiale ou continue
Origine : Création personnelle.
Durée prévue : * Première partie mises en oeuvre sur les terrain : six séances en CM2 d'une heure trente chacune.
* Deuxième partie : recherche et exploitation avec des adultes quatre heures.

PREMIERE PARTIE

I - PRESENTATION DU TRAVAIL

1 . Public

Le travail présenté a été conduit cette année scolaire dans une classe de CM2, et peut être utilisé en formation initiale (futurs professeurs des écoles, non spécialistes en mathématiques), ou en formation continue.

2 . Etat des lieux : la géométrie plane à l'école primaire

On commence la discrimination de figures simples dès la maternelle : reconnaissance des formes : le carré, le rond, le triangle par des touchers d'objets de même forme, mais de consistances différentes ou de matières différentes : papier, carton, carrelages, feutrine, également activités de tris ou de classement...

Les empreintes de solides aident aussi à la construction des figures géométriques.

C'est un travail descriptif : à l'école maternelle, on manipule des objets, on montre des représentations, on verbalise à leur propos.

A l'école primaire, le travail de discrimination se poursuit : reconnaître un rectangle parmi d'autres figures, citer ses propriétés, faire l'inventaire de tous les triangles, des polygones et citer leurs propriétés en ce qui concerne le nombre des côtés, les angles, les diagonales, les axes de symétrie (fiches d'identité de figures simples ou de solides). La notion de centre de symétrie est repoussée au collège.

Les quadrilatères : le carré, le rectangle, le parallélogramme, et les autres...sont bien souvent vus séparément, indépendamment l'un de l'autre, de façon isolée, même si dans certaines activités, on fait semblant de les mêler. (Exemples en annexe 1).

Mon hypothèse est la suivante : la connaissance de la famille des quadrilatères ne consiste pas seulement en une maîtrise de chaque élément : carré, rectangle, parallélogramme..., avec énumération de la liste de ses attributs (annexe 1).

L'apprentissage des quadrilatères sera effectivement mise en place lorsque les relations existant entre les classes de figures seront bien établies.
Dans la création des savoirs, il ne s'agit plus tellement d'identifier, de décrire et de s'approprier des êtres mathématiques, **mais d'établir un réseau de relations**.
Il semble primordial de privilégier les relations aux êtres.

De fait, de puissants liens existent entre les quadrilatères. Mais ces liens sont peu exhibés car complexes.

Alors comment faire ? car c'est bien dès l'école que les concepts se construisent.

Il y a l'outil informatique qui permet de manipuler des configurations : je pense à Cabri Géomètre qui est un outil puissant, adapté à mon avis au collège et au lycée. Mais à l'école primaire, nos moyens ne sont pas les mêmes. Dans beaucoup de classes, des TO7 et TO8 finissent leur vie comme supports de pots de fleurs ou aquariums... j'exagère un peu, mais la réalité n'est pas très éloignée : je ne connais aucun instituteur (dans mon département) utilisant des logiciels de géométrie à l'école.

Il me fallait un matériel simple, efficace et pas cher. Je l'ai trouvé : il s'agit d'utiliser des pailles de cocktail et de la ficelle de cuisine.
Je coupe trois morceaux de pailles, j'enfile la ficelle et je fais un noeud, j'obtiens un triangle. Si je coupe quatre morceaux, j'ai un quadrilatère.
La différence entre les deux, c'est que les triangles sont fixes, on ne peut pas les déformer, alors que les quadrilatères sont mobiles. Ils sont plusieurs en eux-mêmes. Leurs états ne sont pas stables.
Un carré est aussi un losange, un rectangle est aussi un parallélogramme.

J'ai ainsi trouvé une dynamique qui permet d'exhiber les liens qui unissent carré/losange et rectangle/parallélogramme, mais aussi figures convexes et non convexes, quadrilatères "normaux" et croisés.

3 . Un peu de théorie

La différence triangles/quadrilatères, différence palpable, concrète, m'a beaucoup interrogée :

"Par trois points, il passe un plan", jamais cette réalité n'est plus tangible que lorsque l'on manipule un triangle en pailles et un quadrilatère en pailles. On observe que le triangle est rigide, ne se déforme pas, alors que le quadrilatère peut se déformer en "restant plan" : étirement à partir de deux sommets opposés par exemple, ou se déformer "dans l'espace" (points non coplanaires ...) jusqu'à matérialiser une surface de l'espace, intersection de deux plans, qui n'est pas un tétraèdre malgré tout. On le nomme quadrilatère gauche, mais s'il est peu étudié, c'est qu'il ne possède pas de "bonnes propriétés", par exemple, ses diagonales ne se coupent pas.

Ce phénomène de rigidité des structures triangulaires se retrouve très fortement dans les constructions métalliques : poteaux électriques dits "homme debout", Tour Eiffel, ponts, viaduc de Garabit, ...
Nous pouvons alors, nous poser la question : qu'est-ce qu'un quadrilatère ?

La définition admise est celle-ci : un quadrilatère est une figure géométrique qui a quatre côtés (une ligne polygonale fermée). Nous considérons ici le contour. Mais, je considérerai aussi la surface délimitée par les quatre côtés.
La seule donnée de quatre points ne suffit pas, encore faut-il qu'ils soient ordonnés.
La seule donnée des diagonales n'est pas usuelle à l'école primaire car il y a aussi un problème de notation des segments, sinon on obtient un quadrilatère croisé, également peu étudié.

4 . Objectif et conception des apprentissages

Mon objectif était d'améliorer les connaissances des enfants en ce qui concerne les quadrilatères, mais aussi et surtout de mettre en place des relations existant entre les diverses figures simples.

Je me suis placée dans une perspective constructiviste : l'élève peu à peu construit ses savoirs en agissant sur ces objets concrets et mobiles, supports de ses futures représentations mentales, action, mais aussi formulation des critères et évolution des connaissances par la mise en évidence des relations internes aux quadrilatères.

Les enfants vont donc tisser des liens entre ces figures en les manipulant et en verbalisant leurs actions, puis en élaborant des tableaux...
Et ce qui compte vraiment, c'est la traduction mentale que les enfants vont en faire : ce qu'il vont se représenter "dans leur tête" (images mentales, représentations).

5 . Les images mentales

L'image mentale est le processus psychologique qu'un individu met en oeuvre pour faire exister un objet dans la pensée en son absence. "L'image mentale, c'est de l'action intériorisée" dit Piaget.

Le matériel est particulièrement efficace quant aux images mentales dynamiques qu'il crée.

Les "représentations" mathématiques offrent un support à la pensée. Elles permettent la formulation et l'évolution des concepts mathématiques. Elles constituent un système symbolique offrant la possibilité de faire le lien entre le problème réel et sa résolution mathématique.

La représentation symbolique est un moteur de la compréhension, elle est source de progrès. D'où la mise en avant de la notion de "configuration-clé" dont une appellation didactique est "figure prototypique". Cette notion permet à beaucoup d'élèves de déclencher des réflexes de reconnaissance.

Mais elle ne permet pas de rendre dynamique et interconnectée cette reconnaissance et d'en faire une connaissance opérationnelle, conduisant à une "expertise" qui me semble être un véritable objectif d'apprentissage.

Pour cela, je propose une appréhension selon trois systèmes parallèles :

* le mode kinesthésique (sensori-moteur) dynamiques

* le mode visuel / auditif

* le mode symbolique ----------------------------> statique qui peut **devenir dynamique.**

Dans un premier temps, on apprend par l'action, par la manipulation, c'est le mode kinesthésique. Connaître, c'est d'abord agir.
Pour apprendre, on a besoin de manipuler les données, de les percevoir par ses sens, de les inscrire "dans nos muscles". On pourra ainsi se représenter une chose sans l'avoir devant les yeux. L'action est transformée en image mentale.
Mais à ce niveau l'enfant sera capable de distinguer un carré d'un rectangle, sans arriver à formuler les raisons de cette distinction. Si on ne peut pas verbaliser ses actes, ses représentations, on ne peut pas les analyser ou les communiquer.
Le lien avec le mode symbolique se fera par l'oralisation. Le langage est un médiateur pour atteindre l'abstraction.

Mais il est nécessaire que ces images mentales ne restent pas figées, isolées. Mon but est donc de les mettre en connexion de manière dynamique.

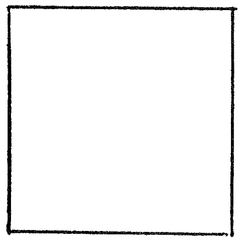
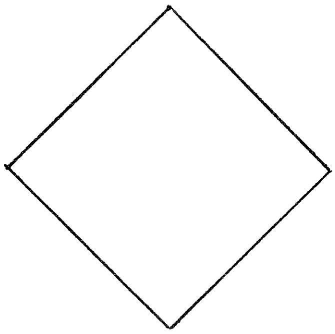
Une autre remarque me vient à l'esprit, elle concerne les figures prototypiques et les manuels scolaires de l'école primaire.

Les manuels scolaires, par les représentations très majoritairement utilisées des figures planes (mais aussi de l'espace) construisent (ou tout au moins contribuent à construire) un modèle mathématique de ces figures planes qui constituera plus tard un obstacle à la compréhension plus fine des notions.

En effet, à titre d'exemple, voici des statistiques sur toutes les occurrences des formes "carrés" et "rectangles" dans tout un manuel, dans et hors des leçons spécifiques ("Pour comprendre les mathématiques CP Hachette", les scores seraient voisins dans tout autre manuel)
(Statistiques effectuées par Michel Worobel P.I.U.F.M. Auxerre).

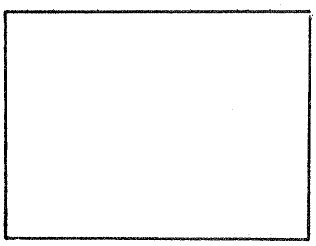
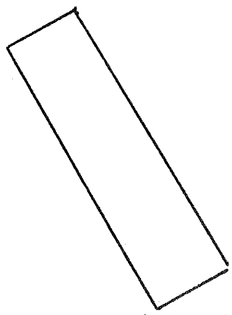
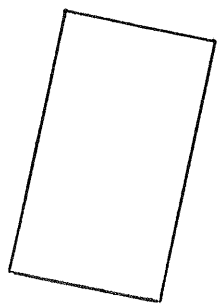
Pour le carré :

2813 présentations "verticales" contre 70 en positions "obliques" soit environ 3% d'obliques.

Pour le rectangle :

1736 présentations "verticales" contre 54 en position "obliques" soit environ 2,6% d'obliques.

On construit donc, volontairement ou non une représentation où :

a) les quadrilatères n'ont qu'une base "horizontale" ;

b) la distinction entre carré, losange, rectangle, parallélogramme est complète, ces ensembles seraient disjoints.

Le problème est de savoir si c'est un passage "obligé" ou simplement une convention, une facilité d'usage. Si c'est un passage obligé, à partir de quel âge s'attaquera-t-on à ce qui va constituer un obstacle épistémologique certain ? On connaît bien la difficulté d'identifier un carré placé sur la pointe."

Dans tout mon travail, j'ai essayé de positionner de manière différente les quadrilatères.

6 . Statut des configurations

Les figures jouent un rôle important en géométrie. Ici, il s'agira de manipuler des "**images animées**" en utilisant un matériel simple.

Lors de l'université d'été 1995, François Boule, Professeur à Dijon, parlait des configurations dans les termes suivants :

"Les figures animées ont un statut intermédiaire entre la **figure concrète** (celle qui figure sur la page d'un livre et qui n'a pas de degré de liberté, mais qui permet de travailler sur une représentation en vraie grandeur) et la **figure générique** (qui comporte des degrés de liberté et qui nous autorise à dire que les "grands carrés", les "petits carrés" font partie de la même famille et sont en fait des carrés. Il existe une autre sorte de figure, il s'agit de la **figure schématique** : c'est un croquis à main levée, qui signifie seulement un ensemble de relations.

A l'école élémentaire, tout à coup apparaît une exigence de précision dans les représentations. Lorsque l'on fait de la géométrie, les enfants ne dessinent plus sans instruments : règles, gabarits, ... et j'ai observé que cela durait jusqu'à la seconde des lycées et que, même alors, les élèves ont du mal à tracer des croquis rapides, supports de raisonnements. Que s'est-il passé pendant ces longues années ? N'avons nous pas perdu des possibilités exploitables ?

7 . Problématique

Comment mettre l'enfant en situation active avec un matériel "favorisant", pour affiner la perception que les enfants ont des objets plans ?

CONCLUSION

La place des objets dans l'enseignement de la géométrie est donc essentielle. Pour résumer rapidement, ils servent à :

- asseoir les ressemblances et les différences entre les grandes catégories - permettre des observations ;
- illustrer des propriétés caractéristiques (parallélisme, orthogonalité, équidistance,...) ;
- sortir du plan et à y revenir parfois ;
- motiver les élèves par le biais d'activités de fabrication ;
- ...

Il me semble essentiel que des objets adaptés soient onmiprésents dans les activités géométriques à l'école primaire.

J'ai pu contrôler, après les séances qui sont décrites dans la partie suivante, que les enfants de CM2 avaient progressé dans leurs rapports avec les figures géométriques. Leurs images mentales sont fortes et ils peuvent s'y raccrocher facilement.

II - LES REALISATIONS SUR LE TERRAIN

Six séances ont donc été réalisées. En voici le descriptif succinct.

J'ai pu montrer des morceaux de film lors du colloque de Montpellier, mais celui-ci est un document de travail et ne pourra être diffusé.

Séance 1 : CLASSEMENTS DES QUADRILATERES

1) Production de quadrilatères.
2) Un premier classement.

Dans cette séance, nous nous dotons tout d'abord d'un matériel important en demandant à chaque groupe d'enfants de construire un quinzaine de quadrilatères différents avec des pailles à cocktail et de la ficelle de cuisine.

Après observation et analyse des difficultés rencontrées, nous leur demandons de classer leur production suivant les critères de leur choix, critères définis après une brève concertation des membres du groupe. Les enfants ont pu fixer les formes voulues à l'aide de scotch.

J'ai pu observer des critères de classement assez "pauvres" :
* classement suivant la taille : les grands, les petits ;
* classement suivant les angles : les quadrilatères qui ont un (des) angle(s) droits, ceux qui n'en ont pas. (C'est un critère prégnant) ;
* classement selon le critère suivant : ceux dont on connaît le nom, les autres (les non convexes, les croisés) ;
* classement selon la longueur des côtés.

<u>Séance 2</u> : UN AUTRE CLASSEMENT (quadrilatères convexes)

1) Phase de formulation.
2) Recherche dynamique.
3) Le tableau de classement.

Après une phase de formulation des critères de classement proposés en séance 1 (phase qui nous permet la continuité entre deux séances), nous demandons aux enfants de répondre aux questions suivantes :
* Qu'est ce qui change quand on bouge les figures ?
* Qu'est ce qui est conservé ?

Ce qui ne change pas : le nombre de côtés, la longueur des côtés.
Ce qui change : le nom des quadrilatères, les angles, les longueurs des diagonales, la surface, les axes de symétrie.

Puis un tableau à double entrée sera rempli collectivement.
Ce nouveau tableau permet d'utiliser d'autres critères de classement liés aux diagonales et aux axes de symétrie. (Annexe 2).

<u>Séance 3</u> : "LOSANGE" poème de GUILLEVIC

Après avoir abordé les quadrilatères sous leur aspect kinesthésique, provoqué une dynamique grâce aux matériaux utilisés et formulé les effets des déformations, nous proposons ici une vision poétique des carrés / losanges.

LOSANGE

Un carré fatigué
Qui s'est laissé tirer

Par ses deux angles préférés,
Lourds de secrets.

Losange maintenant,
Il n'en finira plus
De comparer ses angles.
-S'il allait regretter
l'ancienne préférence ?

Les enfants tentent d'expliquer le poème, puis ils mettent en oeuvre leurs capacités artistiques pour tisser un autre lien entre ces quadrilatères. (Annexe 3).
Je vois là une possibilité d'interdisciplinarité et d'enrichissement culturel : les mathématiques peuvent aussi être poétiques et s'exprimer dans l'art !

Séance 4 : UN TABLEAU INTERACTIF

Dans cette séance, après une recherche individuelle, nous construisons collectivement un tableau qui met en évidence les liens forts qui existent entre quatre quadrilatères particuliers : le carré, le losange, le rectangle et le parallélogramme.
La manipulation des objets concrets en paille est constante et permet l'élaboration de ce tableau. (Annexe 4).

Séance 5 : LE JEU DU PORTRAIT

Notre objectif est de réinvestir les propriétés caractéristiques mises en évidence dans les séances précédentes.

La mise en oeuvre pédagogique est ludique dans le sens où une compétition est proposée. Les enfants rédigent une énigme qui sera proposée à leurs camarades. Si le code du quadrilatère est trouvé, l'équipe gagne un point, si de plus son nom est trouvé, l'équipe gagne un point supplémentaire.
Le jeu du portrait permet de faire produire des écrits mathématiques rigoureux.

Les difficultés des enfants résident dans la maîtrise du langage : formuler puis rédiger des consignes descriptives courtes et rigoureuses.
Lors du premier exemple donné, il y eut une discussion collective sur un portrait particulier afin d'élucider partiellement les difficultés langagières. Exemple : quelle est la signification de: "des côtés égaux deux à deux"

Séance 6 : AIRE / PERIMETRE

Cette séance a pour objectif la prise de conscience que des figures différentes peuvent avoir des aires différentes mais le même périmètre.
Elle permet en outre un travail sur formulaire et une représentation graphique aisée (ouverture sur la proportionnalité). Mise en oeuvre des théories de la didactique qui préconisent des changements de cadres pour mieux appréhender un concept : on passe ici du cadre géométrique au cadre numérique, puis au cadre graphique. (Annexe 5).

DEUXIEME PARTIE

J'ai proposé un travail de recherche aux participants

J'ai recueilli les propriétés proposées par les enfants, qui concernent les quadrilatères. Ils sont écrits sur des étiquettes ci-dessous.

La consigne a été la suivante : Vous allez les découper et exprimer les liens logiques qui les unissent.

On dit que la propriété A > B si tout quadrilatère qui satisfait à A satisfait aussi à B.
Il peut arriver que la réciproque soit également vraie. On dit alors que A et B sont équivalentes.
Si A et B ne sont pas équivalentes, il existe des quadrilatères qui possèdent la propriété B, mais pas A.
On va donc chercher des relations du type A > B et pour chacune imaginer une figure qui répond à B, mais pas à A.

Quatre côtés égaux		Les diagonales sont perpendiculaires
Les diagonales sont perpendiculaires	mais pas	Quatre côtés égaux

Exemple :

Côtés opposés parallèles

Deux côtés parallèles et non égaux

Deux côtés parallèles et égaux

Les diagonales se coupent en leur milieu

Les diagonales sont égales

Les diagonales sont perpendiculaires

Les diagonales ne sont ni égales ni perpendiculaires et ne se coupent pas en leur milieu

Un centre de symétrie

Un angle droit

Deux angles droits

Trois angles droits

Quatre angles droits

Quatre côtés égaux

Un axe de symétrie

Pas d'axe de symétrie

Deux axes de symétrie

Quatre axes de symétrie

Deux paires de côtés adjacents égaux

Deux côtés égaux

Deux côtés opposés égaux

Deux côtés égaux

N.B. Les étiquettes sont à prendre au sens large. Cela signifie que par exemple l'étiquette : "quatre axes de symétrie" ne doit pas être comprise dans le sens "quatre axes de symétrie **exactement**" mais "au plus quatre axes de symétrie".

Les participants qui ont effectivement eu la gentillesse de se prêter à cette recherche ont fait les remarques suivantes :

* Il s'agit d'un excellent exercice de visite dans mon musée personnel.
* Je ne peux penser à tous les cas, et ça me gêne quelque part.
* Quand je ne trouve pas de contre exemple, je mets une implication.
* C'est un exercice déroutant car les réponses sont organisées différemment d'une personne à l'autre.
* Il serait intéressant de donner cet exercice à des PE1, mais n'est-ce pas trop difficile ?

Je pense que cet exercice peut constituer le canevas d'une animation en formation initiale ou continue.

Ce travail est difficile et montre bien la complexité des liens qui existent entre les quadrilatères.

En effet, ces propriétés sont déconnectées de toute réalité et a part les implications évidentes ("deux axes de symétrie" ⇒ "un axe de symétrie"), il faut faire appel à nos images mentales ou à la logique pure.
Cet appel de nos représentations se fait en fonction de notre mémoire (utilisation de telle relation pour montrer telle propriété sur des configurations usuelles), mémoire qu'il faut essayer de mettre en défaut en imaginant d'autres configurations ayant la propriété en question.

Une fois fait un premier travail d'implication, la démarche est négative. Il faut briser certains stéréotypes de connections ou de représentations. Et cela pose toujours des difficultés de penser sans matière c'est de la rhétorique ou cela relève du domaine religieux. Le mathématicien pense à partir d'une "réalité", qui le convainc, puis avec sa logique, il vérifie sa pensée.
Un doute agaçant persiste "ai-je pensé à tous les cas possibles ?" Je ne peux être sûre de l'exhaustivité de mes représentations.

Dans cette deuxième partie d'atelier, nous sommes passés d'une géométrie concrète, Euclidienne, où nous pouvons manipuler les figures, travailler sur des objets qui ont un sens, à une géométrie qui se veut détachée de la réalité, Hilbertienne, où seules les idées, les connections logiques cohérentes sont exprimées.

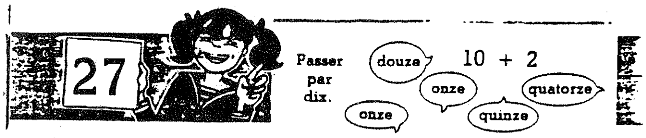
Cela nous amène à une connaissance plus abstraite de la géométrie.
Cette rupture était voulue, car je m'adressais à des collègues.

Voir en annexes 6, 7, 8, 9 et 10 des productions de participants et en annexe 11 ma propre production.

Remerciements à F. BOULE, M.CARRAL, M. WORROBEL avec qui j'ai eu des dialogues constructifs et qui m'ont aidée par leurs suggestions et leurs critiques à préciser ma pensée.

ANNEXE 1

27 — Passer par dix.

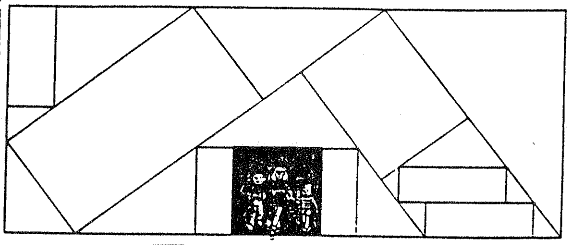


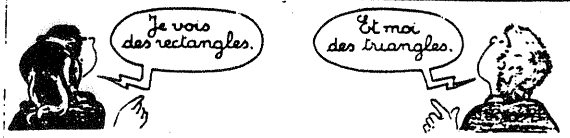
Math CP coll. CHAPUIS

JE RECONNAIS DES FIGURES (1)

Le mur du préau

• Colorie les figures.





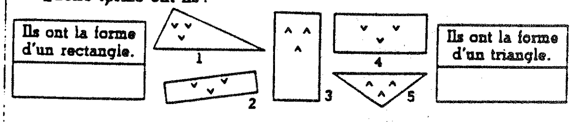
• Compte le nombre de figures.

Rectangles	Triangles

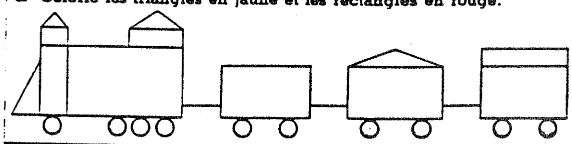
Math en herbe CE1 coll. DIAGONALE

EXERCICES

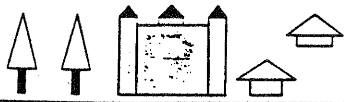
1 Quelle forme ont-ils ?



2 Colorie les triangles en jaune et les rectangles en rouge.

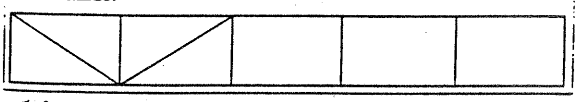


3 Compte le nombre de figures.

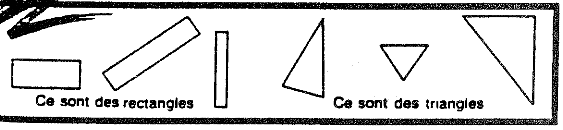


Triangles	Rectangles

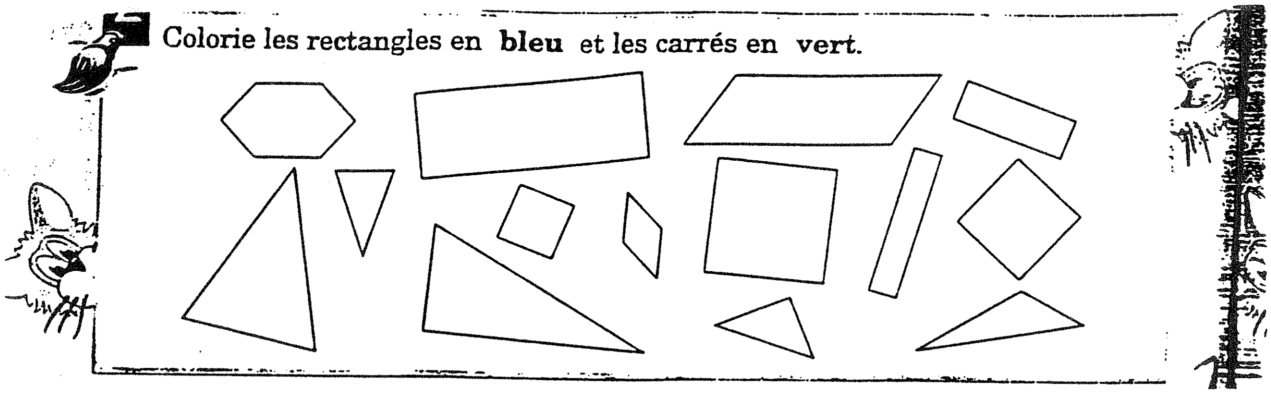
4 Continue.



Repères



Colorie les rectangles en **bleu** et les carrés en vert.

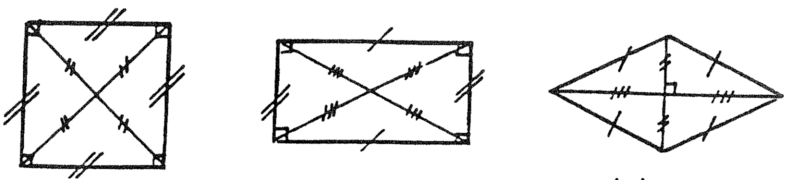


Objectif calcul CE2 coll. HATIER

aide-mémoire

Un polygone à 4 côtés s'appelle un quadrilatère

• **Voici des quadrilatères remarquables. Ils ont des propriétés qui permettent de les reconnaître et de les construire.**



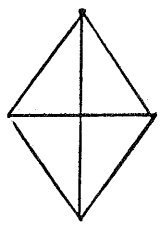
le carré — le rectangle — le losange

Remarque : pour chaque dessin note que : • les côtés de même couleur sont parallèles ; • les segments marqués de façon identique sont égaux ; • les angles droits sont représentés par ⊾

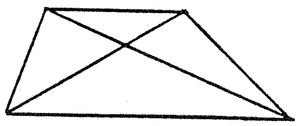
ANNEXE 2 CLASSIFICATION DES QUADRILATERES

Place dans le tableau suivant les noms des quadrilatères qui conviennent

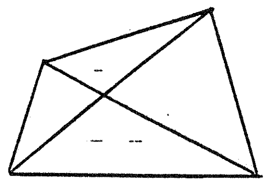
	Pas d'axe de symétrie	Un axe de symétrie	Deux axes de symétrie	Quatre axes de symétrie
Diagonales égales				
Diagonales perpendiculaires				
Diagonales qui se coupent en leur milieu				
Diagonales différentes				



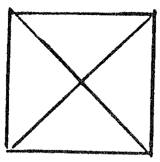
Losange



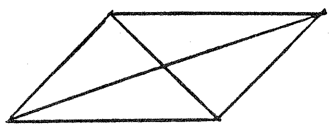
Trapèze quelconque



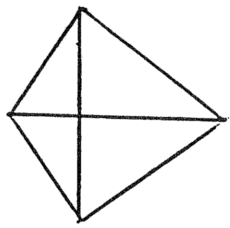
Quadrilatère quelconque



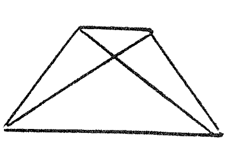
Carré



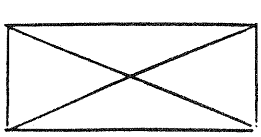
Parallélogramme



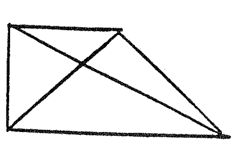
Cerf-volant



Trapèze isocèle



Rectangle

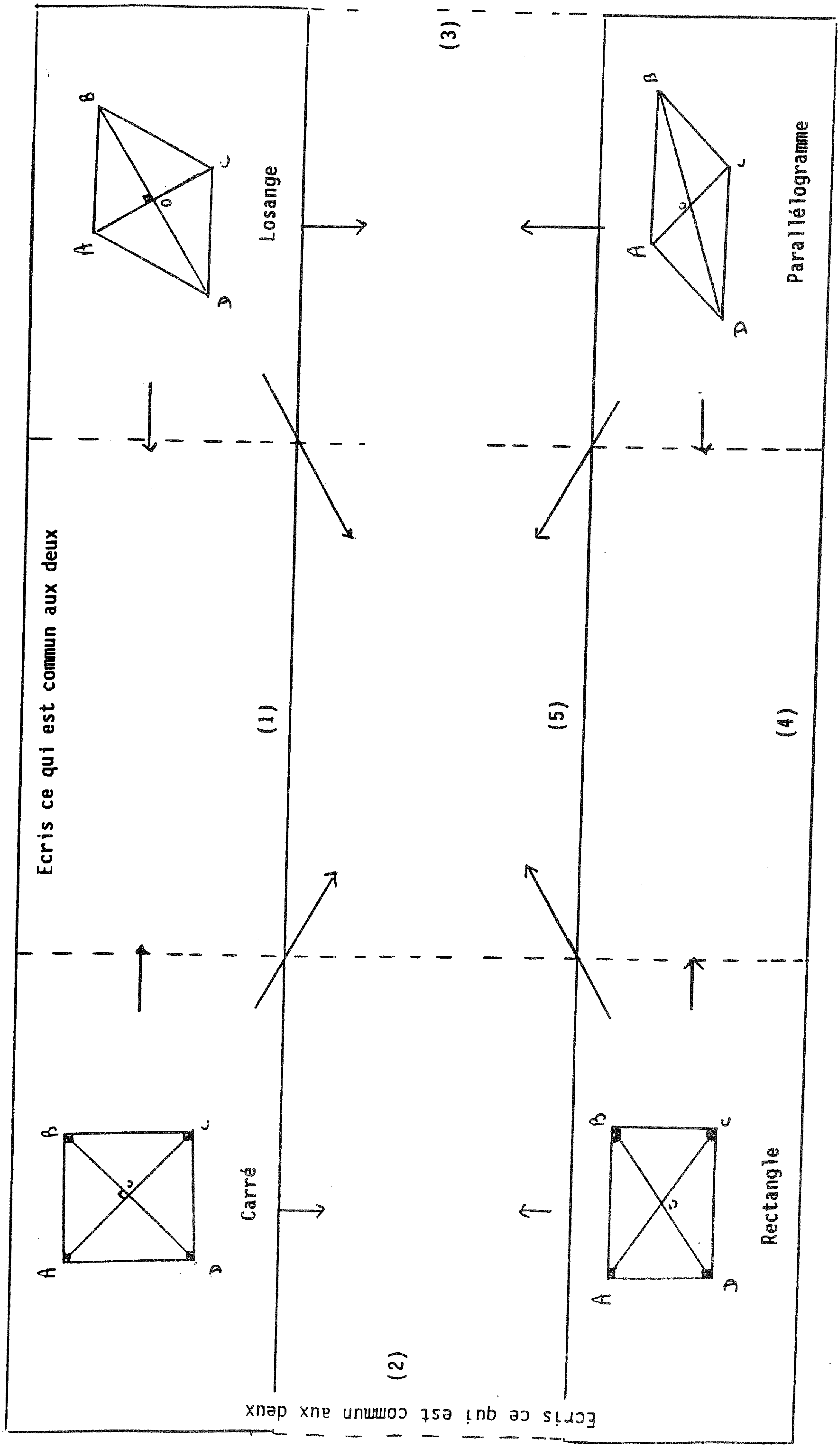


Trapèze rectangle

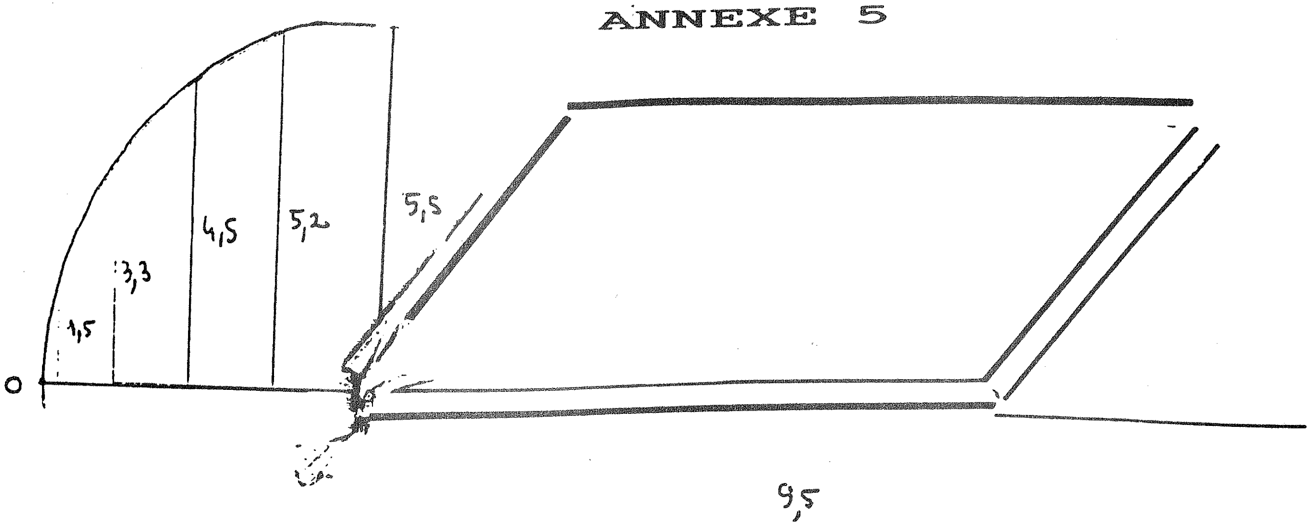
ANNEXE 3

ANNEXE 4

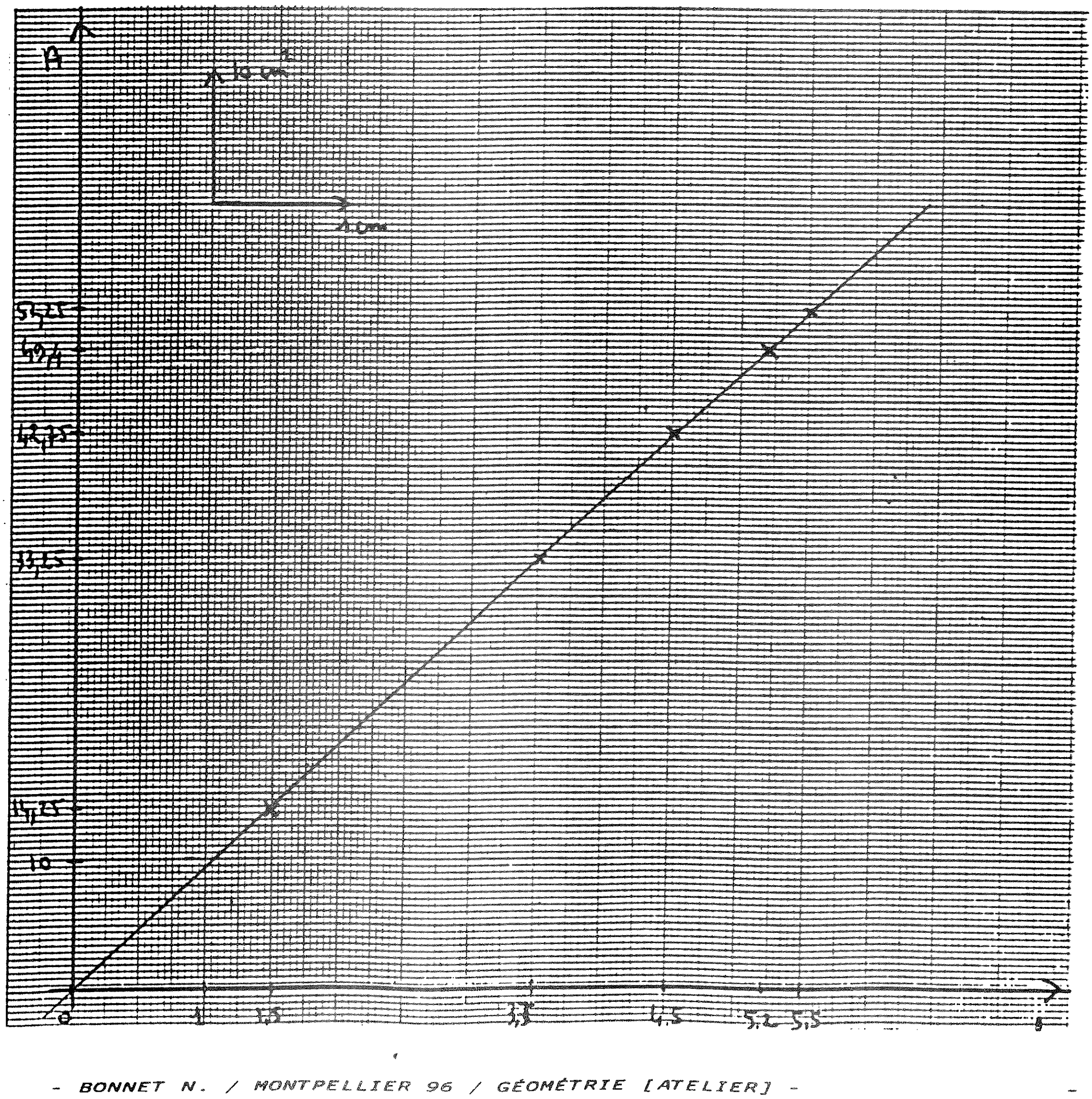
CLASSIFICATION DES QUADRILATERES



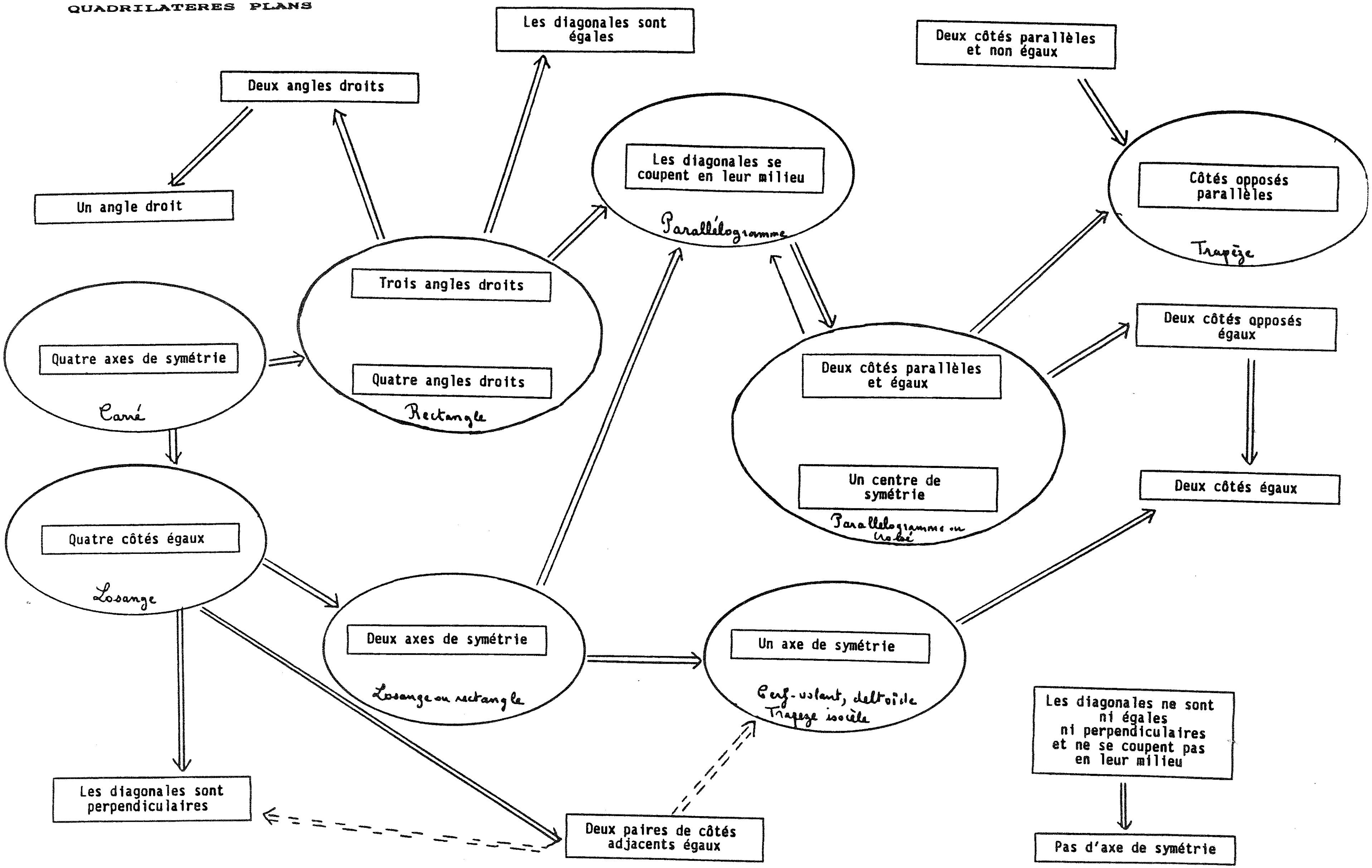
ANNEXE 5



h en cm	0	1,5	3,5	4,5	5,2	5,5
A en cm²	0	14,25	33,25	42,75	49,4	52,25
P en cm	30	30	30	30	30	30



RELATIONS LOGIQUES ENTRE QUADRILATERES PLANS



⟶ oui, si convexe

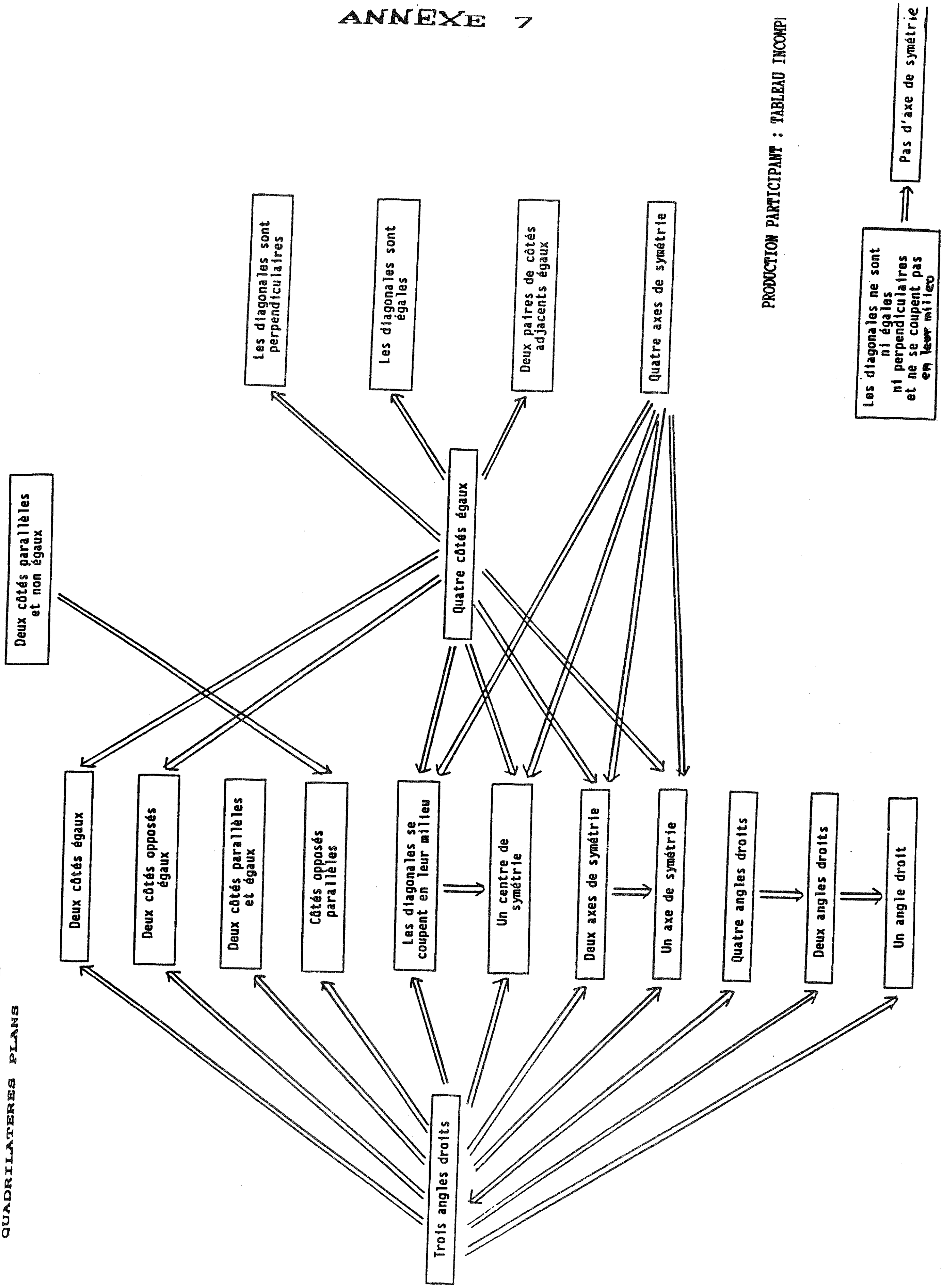
⇢ oui, si les deux paires sont " distinctes"

PRODUCTION PARTICIPANT : TABLEAU INCOMPLET

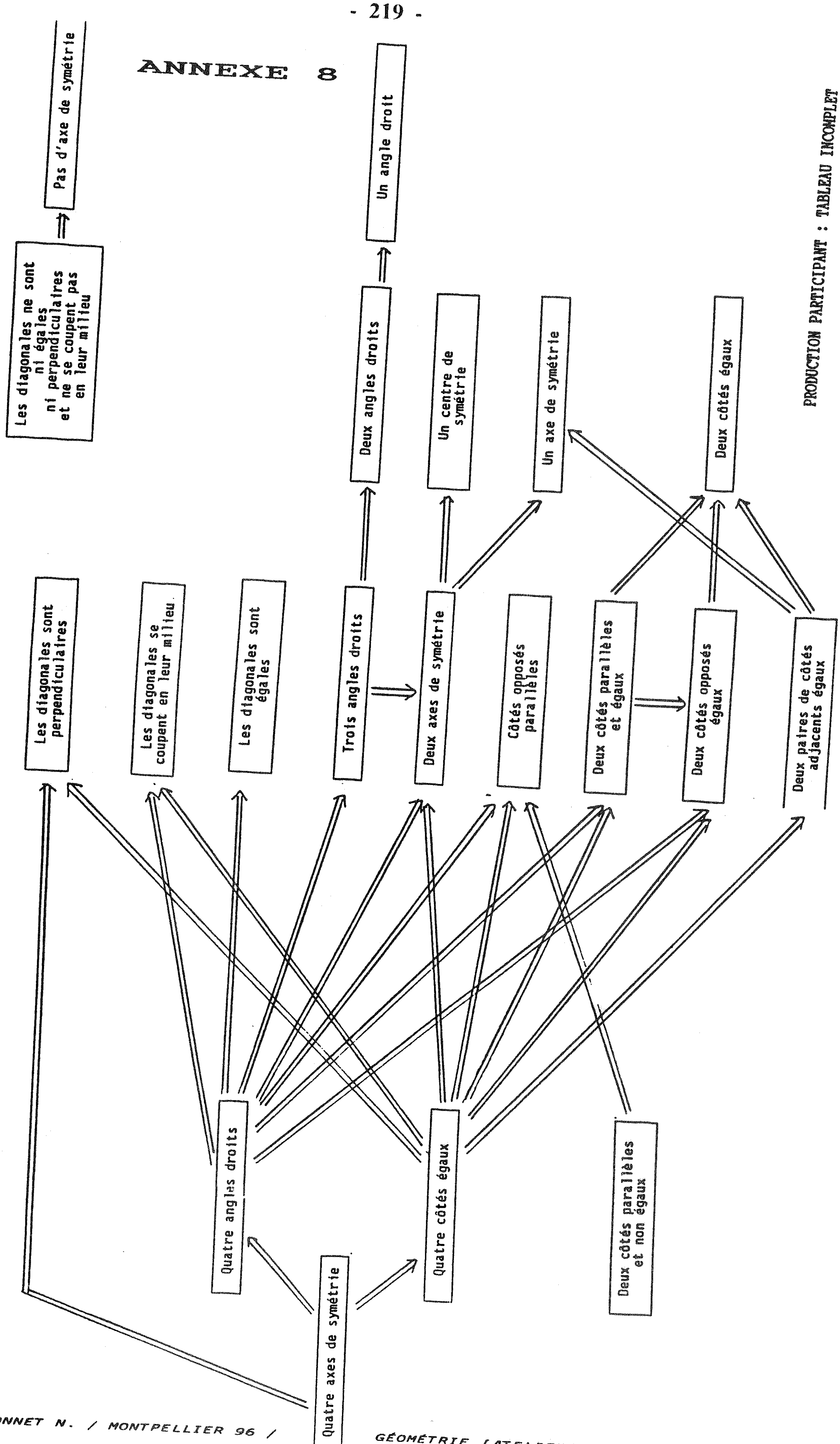
ANNEXE 7

PRODUCTION PARTICIPANT : TABLEAU INCOMPL

RELATIONS LOGIQUES ENTRE QUADRILATERES PLANS



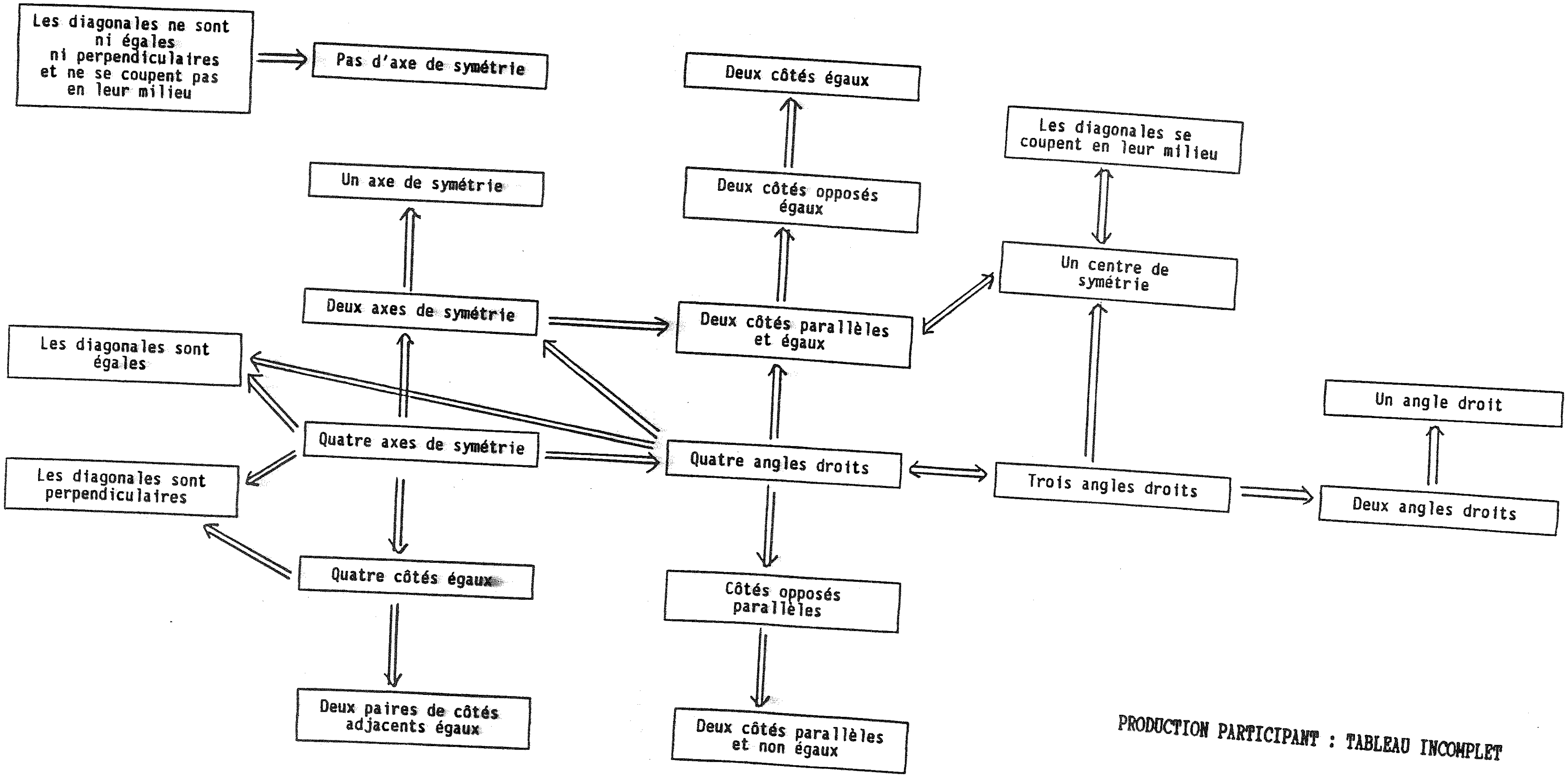
ANNEXE 8



PRODUCTION PARTICIPANT : TABLEAU INCOMPLET

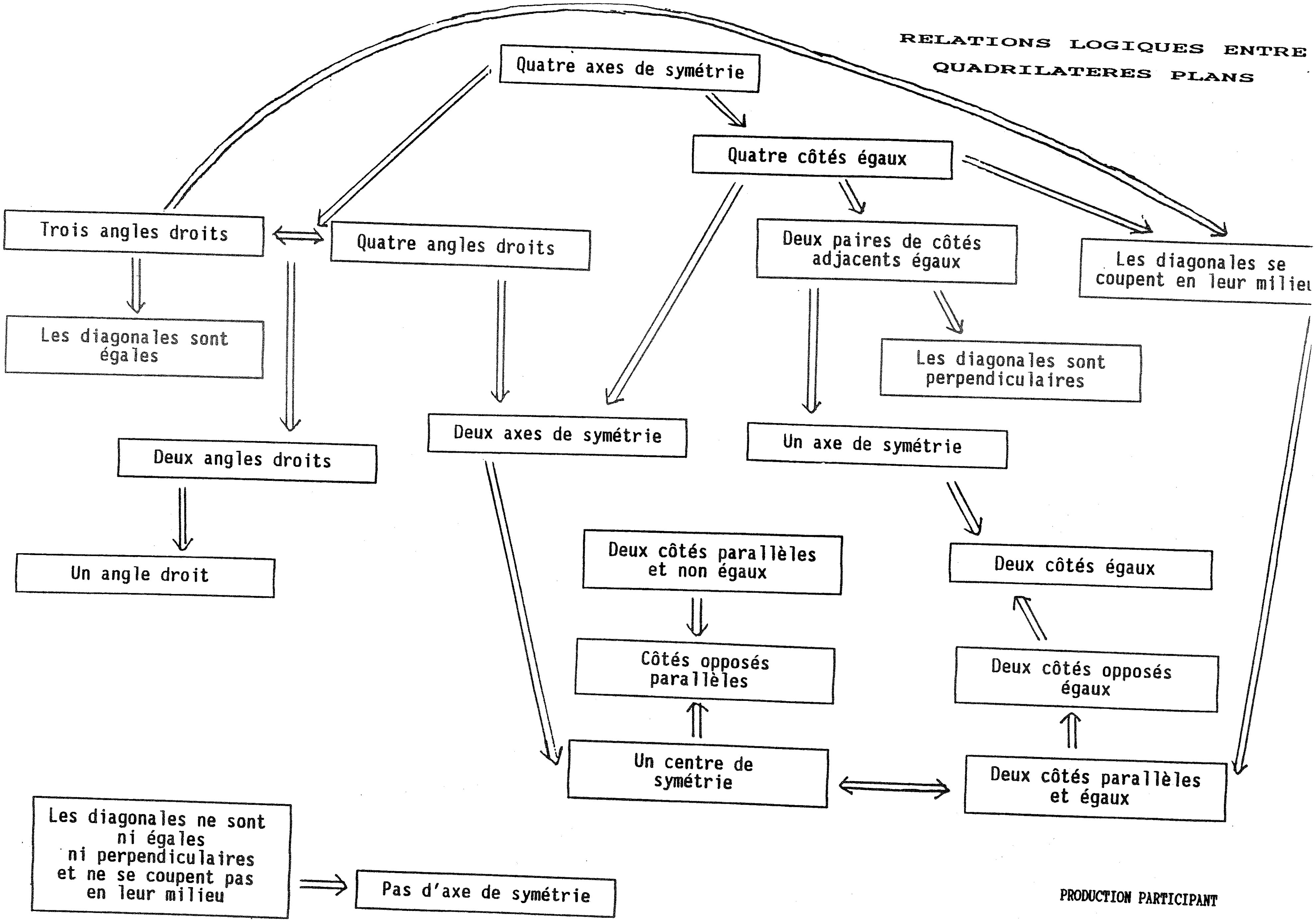
RELATIONS LOGIQUES ENTRE QUADRILATERES PLANS

Quadrilatères convexes ou concaves, mais pas croisés



PRODUCTION PARTICIPANT : TABLEAU INCOMPLET

RELATIONS LOGIQUES ENTRE QUADRILATERES PLANS

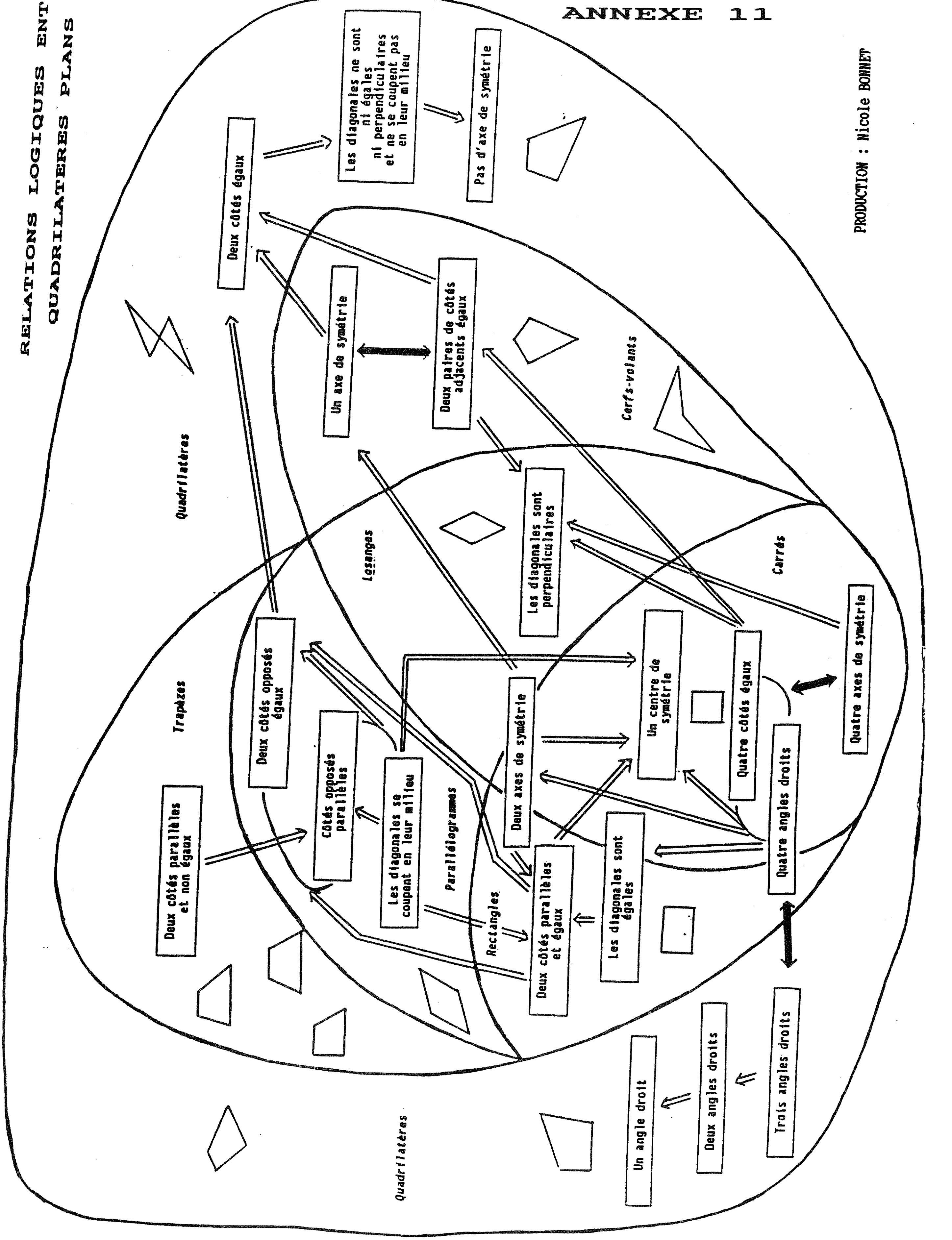


PRODUCTION PARTICIPANT

ANNEXE 11

RELATIONS LOGIQUES ENTRE QUADRILATERES PLANS

PRODUCTION : Nicole BONNET



Figures géométriques de l'école au collège

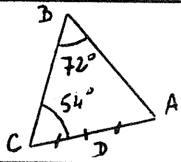
ATELIER A7 :
Maryvonne Le Berre*
IREM de Lyon
Annick Massot*
IREM de Nantes

Le thème de l'atelier était la recherche de passerelles entre géométrie de l'observation et géométrie déductive. Dans la première partie de l'atelier, nous avons proposé l'analyse de travaux d'élèves de sixième et de cinquième, de façon à faire un point sur les difficultés du passage au déductif et sur certains moyens que peuvent se donner les enseignants pour le négocier. La deuxième partie devait, à partir de la construction d'évaluations diagnostiques en début de sixième, permettre d'engager la discussion sur l'enseignement de la géométrie à l'école. En fait, comme d'une part, le temps des ateliers a été raccourci et que, d'autre part, le temps d'analyse des erreurs a été plus long que prévu, cette partie a été effleurée.
Le texte ci-dessous reprend les principaux points abordés.

Difficultés du passage au déductif

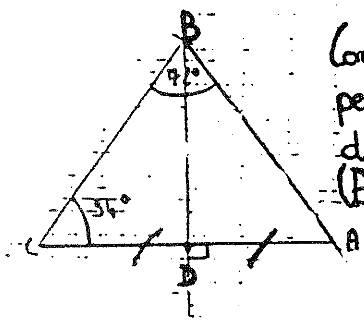
Nous avons choisi des exemples en cinquième pour illustrer les deux grands types de difficulté : la "lecture" de la figure , d'une part, les problèmes liés à son changement de statut, d'autre part.

Enoncé : *Vrai ou faux ?*
La droite (BD) est la médiatrice de [AC].
Dessin à main levée



Exemple 1

Pour reconnaître une médiatrice, il faut qu'elle soit perpendiculaire segment en son milieu. (il y a trois façons) .
pour savoir, dans cas de l'exercice, si la droite (BD) est la médiatrice de [AC], il faut faire le dessin (en suivant les informations données)
c'est à dire, les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ABC}$.)



Comme vous le voyez, (BD) passe perpendiculairement par le milieu du segment [AC].
(BD) est donc la médiatrice du segment [AC].

* Commission Inter-IREM 1er cycle.

Pour cette élève, les données permettent de faire **la** figure (bien que ce soit ici à une similitude près). Mais c'est **sa** figure qui permettra de répondre à la question.

L'élève répond à la demande de l'enseignant (utilisation des données et du cours) tout en gardant sa conception (c'est la figure qui fait preuve).

On connaît la résistance des élèves à l'interdiction de s'appuyer sur la figure pour déduire. Pour un tel exercice, étant donné la certitude que donne la figure une fois construite, on aurait pu, soit interdire purement la construction par la consigne : "Sans faire la figure, peut-on répondre à la question ?", soit modifier légèrement les données, de façon à ce que la lecture de la figure puisse être source d'erreur, par exemple en proposant un angle de 53° au lieu de 54°.

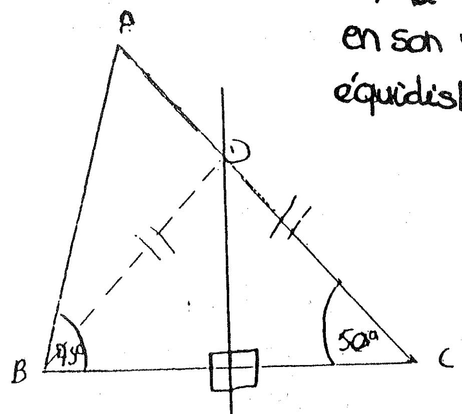
Le tracé de la figure dans l'exercice précédent est clairement un obstacle, son rôle est tout à fait différent dans celui qui suit :

Trace un triangle ABC tel que BC = 6 cm, $\hat{B} = 75°$ *et* $\hat{C} = 50°$
Construis la médiatrice de [BC], elle coupe [AC] en D
1 - Quelle est la nature du triangle BDC ? Justifie.
2 - En déduire les mesures des angles $C\hat{D}B$ *et* $D\hat{B}A$.

Le mode de construction de la médiatrice choisi par l'élève peut jouer un rôle si la construction de la médiatrice au compas mobilise la propriété qui permet de répondre. Même si cette mobilisation ne va pas de soi, on peut penser que l'élève qui trace la médiatrice à l'équerre a plus de chemin à faire pour répondre à la première question ...

Exemple 2

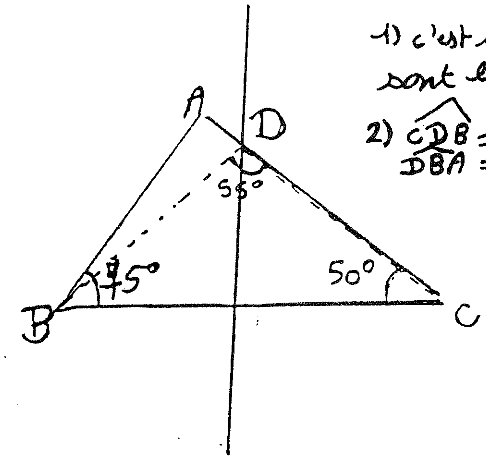
1) BDC est un triangle isocèle car la médiatrice coupe [BC] en son milieu. B et C sont équidistant de D



2) $\widehat{CDB}$ = 75 + 50 = 125
180 − 125 = 55
l'angle D = 55 °

La justification semble s'appuyer sur la lecture de la figure et le tracé de la médiatrice effectué par l'élève.

Exemple 3



1) c'est un triangle isocèle parce que [BD] sont égaux parce qu'il mesure tous les deux 4

2) $\widehat{CDB} = 55°$
$\widehat{DBA} =$

On ne connaît pas le mode de tracé (règle graduée seule ?), mais on est sûr de l'appui sur le mesurage pour répondre à la première question.

La deuxième question a donné lieu à une erreur d'un autre type : la connaissance à engager est bien reconnue (j'ai deux angles d'un triangle je peux calculer le troisième) mais appliquée sans contrôle. Le contrôle étant ici celui d'une lecture pertinente de la figure ...
(A noter, dans un cas comme dans l'autre, le tracé de [BD] en pointillés. C'est "bizarre" d'imbriquer dans un triangle, un trait qui n'est pas habituel ; une droite remarquable par exemple.)
Les deux exemples étudiés illustrent la difficulté à passer d'un registre à un autre.

Activités de construction de figures et problèmes de construction

Cela nous amène à nous interroger sur le rôle des activités de tracé et de construction de figures qui occupent une part importante de la géométrie en sixième et cinquième. Quel type d'analyse de la figure et quel point de vue sur le rôle de la figure ces activités peuvent-elles développer chez les élèves ?

Nous avons proposé à des élèves de sixième et de cinquième, les figures suivantes analysées par JC Rauscher dans un article à paraître (brochure d'accompagnement des programmes de sixième - 1996).

fig 1

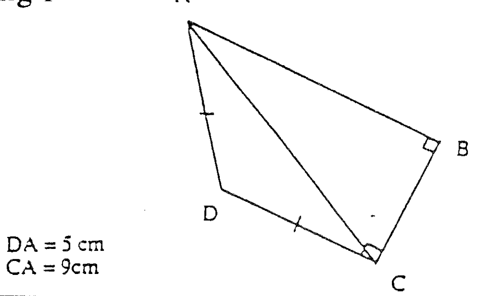
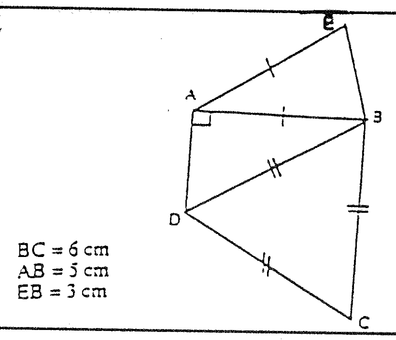


fig 2

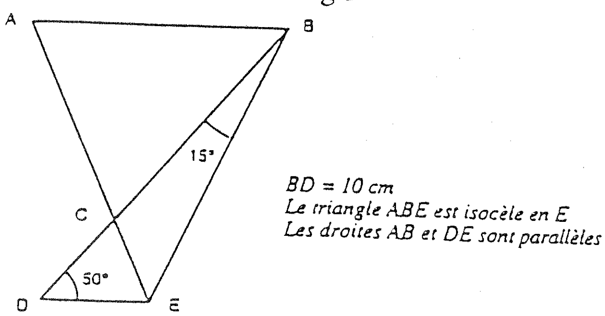


1 la figure 2 peut poser de redoutables problèmes de validation :

L'élève peut par exemple, supposer et utiliser pour sa construction le fait que l'angle $A\hat{B}C$ est droit, or il est "presque droit" !

Toute vérification à l'équerre en persuadera les élèves, ils n'ont pas les connaissances qui permettraient de prouver ou de comprendre la preuve du contraire : l'affirmation "$A\hat{B}C$ est droit" doit en sixième (et encore en cinquième) rester indéterminée : "on n'a pas les moyens d'être sûr que cet angle est droit ! On ne peut donc pas s'appuyer sur cela pour construire la figure..."

fig 3



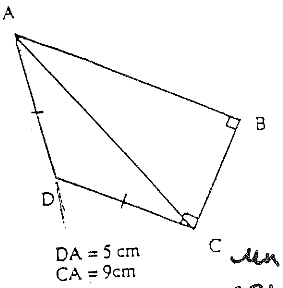
En sixième

Les figures ont été données à chaque élève, sur papier blanc, avec la consigne : *construis la figure en respectant les indications données* (ce qui suppose un agrandissement).

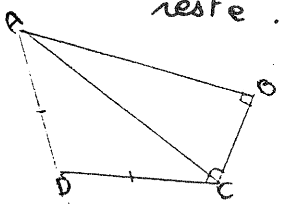
Nous avons choisi pour ce compte-rendu, quelques exemples caractéristiques d'élèves plutôt en début de sixième et en fin de sixième.

En début de sixième la construction de triangles est un vrai problème de construction !

exemple 4

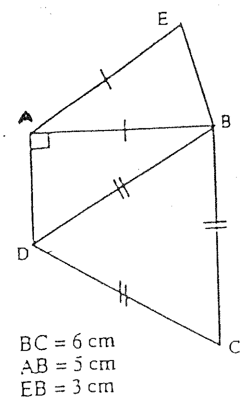


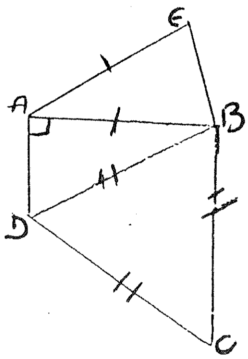
J'ai pris ma règle.
J'ai porté le zero
de ma regle sur le A
un trait et ensuite j'ai tracé j'ai fais le
reste.



Pour l'élève, la tâche est de reproduire la figure donnée, il ne prend pas en compte les indications qui l'accompagnent et prend des mesures sur "le modèle". Le codage semble considéré comme un élément de la figure à reproduire.

exemple 5





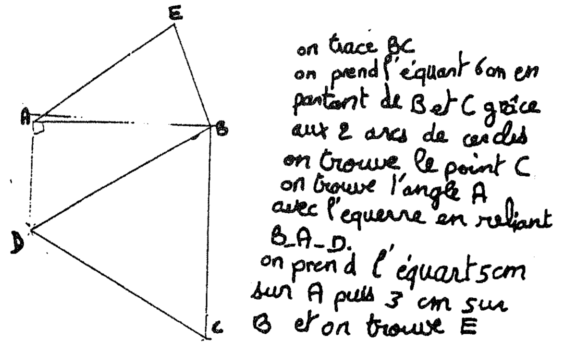
Le dessin est translaté : l'élève s'appuie fortement sur l'orientation du dessin dans la feuille, ses premiers repères étant les horizontales et verticales. Peut-être cette orientation est -elle plus ou moins perçue comme un élément à reproduire ?

En fin de sixième, la signification des codages étant acquise, la construction d'un triangle au compas en passe de devenir une routine, la figure 1 est un simple exercice mais les figures 2 et 3 posent un problème de construction "nouveau" : il faut déterminer un point comme intersection d'une droite et d'un arc de cercle.

Les exemples ci-dessous montrent comment le problème peut être esquivé, entre autres par l'appui sur la figure donnée.

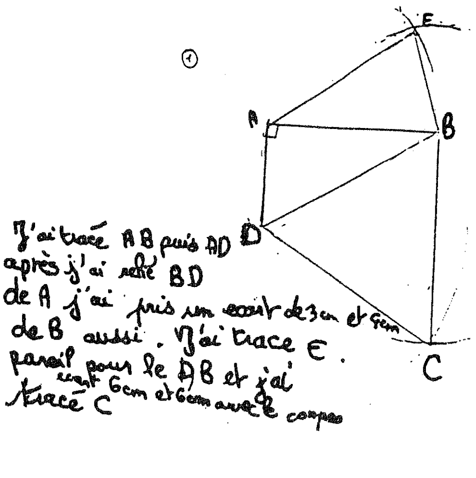
Dans les deux cas, le texte a été pris en compte et les dimensions sont correctes. Les dessins sont à peu près réussis.

ex 6 (dessin réduit à 50%)



L'ordre de construction choisi part de la figure : tracé des segments [AB] (horizontal) et [AD] : il manque alors une information qui doit se déduire de BC = 6 cm, mais la construction, à vue, d'une parallèle au segment [BD] du modèle permet de réaliser la figure, quoique de façon très imparfaite. Les points E et C sont ensuite construits au compas.

ex7 (dessin réduit à 50%)



L'ordre de construction suit celui des indications de longueurs données : en premier BC = 6 cm, puis la construction au compas du triangle BCD. Ce choix amène l'élève devant un problème qu'il n'a pas les moyens de résoudre : respecter les deux conditions AB = 5 cm et l'angle $\hat{A}$ droit. La feuille porte de nombreuses traces de gommage ! Le pivotement de l'équerre peut permettre un résultat assez satisfaisant, mais là encore l'orientation du dessin dans la feuille a joué un rôle déterminant : le tracé de [AB] horizontal puis la recherche de l'angle droit amènent à un dessin correct.

Les élèves en question savent dire où se trouvent tous les points situés à 5 cm d'un point donné, cela apparaît d'ailleurs dans leur façon de formuler la construction des points C et E. Ce n'est pas pour cela qu'ils pensent à se servir du compas pour les points qui posent problème : d'une part, en sixième, il y a parfois une résistance à ajouter des traits de construction à la figure, d'autre part le problème de construction ne se pose pas pour l'élève dans les mêmes termes que pour l'enseignant. Pour l'élève, il s'agit de réaliser la figure demandée. Il ne fait pas nécessairement de différence entre une construction rigoureuse et un tracé nécessitant des ajustements.

Dans une classe de cinquième hétérogène et en fin d'année :

La figure 3 a été mise sur transparent et projetée : le mesurage est impossible, la prise d'informations parasites à vue est encore possible.
(Notons que pour cette dernière figure, la possibilité de l'appui sur horizontales et verticales de la feuille peut dispenser de lire ou traiter l'information parallélisme. La position de la figure dans la feuille est donc une variable à modifier de façon impérative.)
Il était demandé à chaque élève de laisser les traits de construction et d'écrire succinctement son plan, condition indispensable pour récupérer de l'information.

Le problème de construction a été majoritairement résolu. Les élèves ne reprennent pas la disposition du modèle dans la feuille (parallélisme aux bords). La classe de figures s'élargit !
A part quelques erreurs de mesurage d'angles, les erreurs ont été les suivantes :

- 4 oublis de consigne : (AB) // (DE) ou ABE isocèle en E ;
- 1 erreur de lecture de texte au lieu de BD = 10 cm, il a été lu BE = 10 cm ;
- 1 lecture sur figure : DEC isocèle en E ;
- 1 construction par tâtonnement.

En fait la **principale source d'erreurs a été la prise d'informations "croisées"** (texte et figure).
La construction de la figure 3 ne devrait plus être un problème en fin de cinquième. Les compétences qu'elle requiert : lecture croisée d'informations, analyse de la figure (avec l'obstacle des triangles imbriqués) sont en principe acquises au cours des deux premières années de collège.

Conclusion

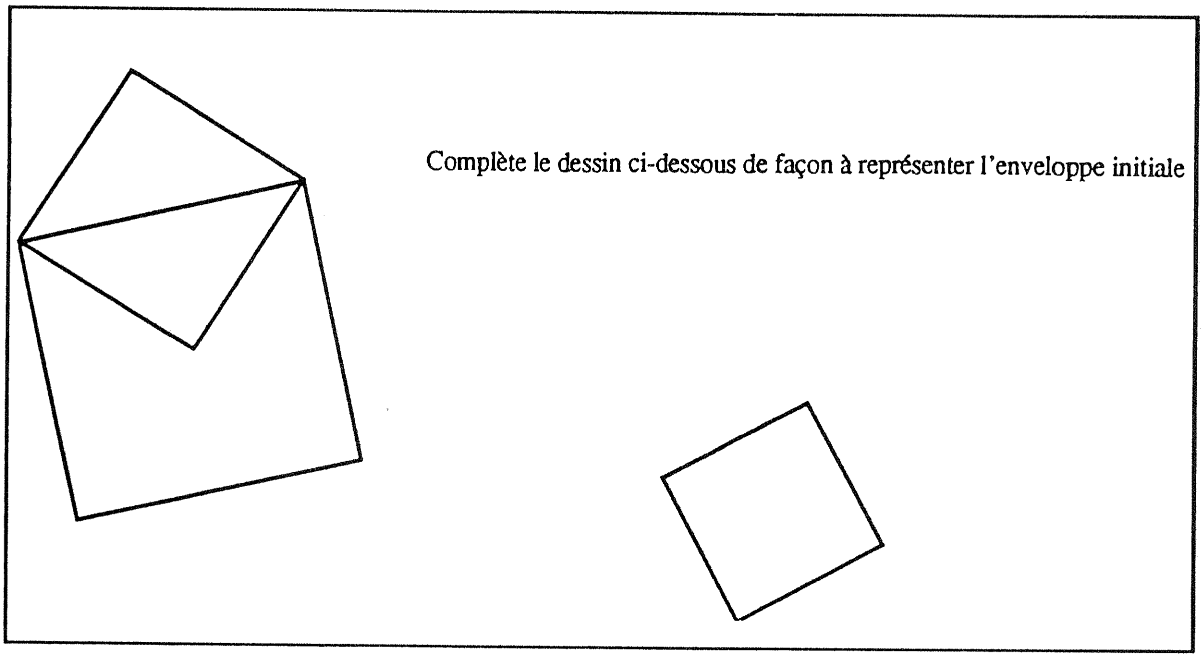
Les exemples ci-dessus montrent comment les problèmes de construction s'évanouissent au fur et à mesure que le stock des constructions de référence connues des élèves s'accroît. Ces constructions de référence sont rapidement automatisées et facilement déconnectées des propriétés sous-jacentes. Pour faire fonctionner celles-ci, il faut sans cesse proposer de nouveaux petits problèmes de construction, mais sous quelle forme ? L'énoncé "figure + texte" permet à l'élève de démarrer sur l'analyse de la figure ("supposons le problème résolu" est donné), mais on voit les écueils : l'analyse que fait l'élève dépend de ce qu'est pour lui une figure de géométrie. Il nous semble que le remplacement de la figure par un schéma codé permet d'éviter pas mal de ces écueils, en incitant davantage à la lecture du texte d'accompagnement.

Par ailleurs, nous proposons aussi aux élèves de sixième des activités de reproduction ou d'agrandissement de figures pour lesquelles ils ont à prendre des informations sur la figure, et ce dans le but de faire fonctionner ou expliciter certaines propriétés ou relations, par exemple, le fait que le centre d'un demi-cercle est le milieu de son diamètre... Comment l'élève fait-il pour s'y retrouver ? L'emploi du dessin à main levée, pour les problèmes de construction, peut aussi permettre de clarifier les choses, sans passer par des interdictions.

De l'école au collège ?

Pour certains participants de l'atelier, les activités proposées en sixième ont paru représenter un saut important par rapport à aux pratiques de l'école.
Quelles devraient être les compétences d'un élève à l'entrée au collège ?
Un accord s'est dégagé sur
- reconnaissance et tracé de parallèles et perpendiculaires à main levée ou avec les instruments.
- "savoir suivre un énoncé pour réaliser une figure" (mais quel énoncé et quelle figure ?)

En revanche, l'exercice suivant, que nous proposions comme test possible à l'entrée en sixième a été jugé par certains trop difficile :



Il s'agit d'une version simplifiée d'un exercice proposé dans le manuel de CM2 Diagonale, qui réclame une analyse de la figure mais qui nous semblait tout à fait basique. Il nous semblait d'autant plus réalisable qu'il y avait deux solutions.

Nous nous interrogeons sur ces accords et ce désaccord. Après tout, la droite n'est pas au programme de l'école, le carré si, depuis la maternelle! La question n'est-elle pas celle de la place de la résolution de problèmes en géométrie ?

Un autre point de désaccord a concerné deux propositions tout à fait hétérogènes entre elles, faites par des participants :
- fonder la connaissance de classes de figures en CM sur la manipulation de figures géométriques matérialisées
- entamer l'apprentissage du codage des figures à l'école

Le temps a manqué pour mener à bien l'explicitation des points de vue sur :
- quelles classes de figures ?
- quel apprentissage du codage ? (celui-ci pouvant poser les mêmes problèmes de statut que la figure !)

Autres points à expliciter : qu'entend -on par
- classes de figures ?
- "*Connaissance de quelques objets géométriques usuels (cube, parallélépipède rectangle, sphère, carré rectangle, losange, triangle, cercle, disque*".

Bibliographie :

R. NOIRFALISE, 1993, "*Contribution à l'étude didactique de la démonstration*", Recherche en Didactique des mathématiques, pp. 229-256, la Pensée Sauvage.

R. DUVAL (Irem de Strasbourg), 1992-1993, "*Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive ?* "Petit X n°31

P. H. HIELE, 1959, "*La pensée de l'enfant et la géométrie*", Bulletin APMEP n° 198.

Une forme d'activité pour favoriser l'apprentissage d'un concept, d'après Britt Mari Barth

ATELIER A8:
Jacqueline Cabanac et Danièle Cosi.
IREM de Grenoble.

Notre groupe "collège" de l'IREM de Grenoble essaie de tirer parti des travaux de recherche fondamentale sur la mémoire et sur l'activité mentale pour l'adapter à notre enseignement des Maths.

Lorsque nous avons lu, il y a 4 ans, le livre de Britt Mari Barth nous avons été très séduites par son modèle théorique car ce modèle théorique rejoignait les travaux de recherche des psychologues et des didacticiens. Ce qui nous a particulièrement intéressé c'est que ce modèle permet à chacun de s'approprier une notion en gardant son propre mode de fonctionnement; c'est à dire que l'élève peut analyser une situation en considérant soit les ressemblances, soit les différences, soit qu'il soit plus analytique, soit plus synthétique, inductif ou déductif .....tout en se référant à une situation qu'il connait.

Mais évoquons un exemple donné par Britt Mari Barth elle même : "Imaginez un petit enfant avec sa mère à un carrefour de routes. Un énorme camion passe, il est rouge, il fait beaucoup de bruit. La mère le montre du doigt et dit "camion". Le lendemain un autocar passe au même endroit : il est énorme, il est rouge, il fait beaucoup de bruit. L'enfant montre l'autocar et dit "camion"- "non dit la mère, c'est un autocar". Et ainsi de suite. Quand l'enfant saura reconnaître les camions selon un certain nombre de signes communs (ici déterminés et imposés par la mère) qui reviennent chaque fois, bien que les camions soient différents, il aura acquis le concept "camion".

Ce n'est pas le fait de dire le mot "camion" qui montre cette acquisition mais le fait de le dire chaque fois que l'enfant se trouve devant un exemple de camion qu'il n'a jamais vu auparavant. Il montre qu'il sait généraliser.

C'est bien par une suite d'exemples et de contre-exemples que le concept "camion" a pu se faire.

Ainsi Britt Mari Barth distingue 3 phases dans son modèle de l'apprentissage d'un concept .

Une première phase d'observation dans laquelle l'élève va dégager les critères du concept.
Dans la deuxième phase il va essayer de reconnaître le concept en s'appuyant sur ces critères.
La troisième phase est celle de la généralisation dans le temps.

Un exemple d'animation :

La séquence présentée à l'atelier du colloque est l'exemple du concept: "losange" : (cf. la revue "x" n°30, 1991-1992, pages 43 à 57) suivi par d'autres exemples.

Première phase

Le tableau noir étant divisé en 3 parties verticales, on présente successivement des exemples de losanges qui sont appelés exemples "oui" sur la partie gauche du tableau et des exemples "non" c'est à dire les exemples qui ne sont pas des losanges et qui sont placés sur la partie droite du tableau ; quant à la partie centrale elle est réservée aux conjectures que les élèves font sur les propriétés du concept. La première fois que l'on pratique ce type d'activité, il est nécessaire de bien expliquer aux élèves la règle du jeu; du style : "*C'est vous qui allez trouver l'idée que j'ai dans ma tête ; pour cela, je vais vous donner des exemples de mon idée, ce sont les exemples "oui" et pour vous aider encore plus, je vais vous donner des exemples qui n'ont pas toutes les propriétés de mon idée, ou qui n'ont aucune des propriétés, ce sont les exemples "non". Par contre les exemples "oui" ont toutes les propriétés de mon idée... et c'est vous qui allez les trouver ; on va écrire vos idées sur le centre du tableau. Si vous vous trompez, ce n'est pas grave, on peut corriger et ça peut même être une aide pour les autres*".

Les élèves sont donc sollicités par l'enseignant à exprimer leurs idées sur la nature des figures géométriques "oui". Les conjectures sont écrites au tableau puis renvoyées à l'ensemble de la classe qui va discuter de leur validité pour les barrer si besoin est. Cette phase se termine lorsque les propriétés essentielles du concept (carte d'identité) sont trouvées et ont reçu l'assentiment de la classe.

Deuxième Phase

Une fois les critères essentiels dégagés, on présente successivement d'autres exemples. Ce sont les élèves qui cette fois déterminent si ce sont des exemples "oui" ou des exemples "non". Et ceci <u>en vérifiant si chaque propriété écrite au tableau est présente dans l'exemple proposé</u>.

Pour Britt Mari Barth le nom du concept devrait arriver à la fin de cette phase là.

Troisième phase

Cette phase est plus classique. Il s'agit d'utiliser, d'appliquer, de transférer, cette connaissance (construire un losange sur papier quadrillé, sur papier blanc, le reconnaître dans une situation complexe...). C'est la phase de généralisation du concept.

Analyse du rôle de l'élève, de son activité mentale et du rôle du professeur :

1* Phase d'observation (Perception, comparaison, tri)

L'élève analyse la situation, propose ses conjectures, il peut se tromper, tout ce qu'il dit est pris en compte. Il va chercher ses connaissances dans sa mémoire et les verbalise aussi clairement que possible pour être compris par toute la classe, il confronte ses connaissances à celles des autres.

L'enseignant présente des exemples, anime la discussion, fait préciser la pensée de l'élève et il écrit au tableau toutes les propositions sans les valider, sans les inciter. C'est un médiateur entre l'élève et le savoir et un animateur des prises de parole des élèves. Une fois que toutes les propriétés attendues sont trouvées il les valide et, enfin, nomme le concept ou le valide si il avait déja était trouvé.

2* Phase de vérification de l'acquisition (reconnaissance, justification)

Dans cette phase l'élève doit reconnaître, distinguer le concept et justifier cette reconnaissance avec les critères écrits au tableau et de plus le nommer. L'action d'identifier, de justifier avec les critères lui permet de commencer à les memoriser efficacement car les propriétées sont non seulement associées à une nouvelle figure mais à une classe de figures. C'est le début de l'abstraction.

Le professeur n'est plus un médiateur par rapport au savoir. Il détient le savoir, il valide les réponses et les démarches des élèves.

3* Phase d'abstraction et de généralisation.

Elle est très classique : exercices de construction, d'utilisation.....les livres sont remplis de ce type d'exercices ! L'élève va utiliser, appliquer, transférer le concept dans des contextes variés dans les semaines, les mois et les années suivantes.

Quelques réponses à vos questions :

1* Comment préparer une telle séquence ?

Pour la préparer ? Choisir les propriétés attendues, les lister de façon précise (sachant qu'il y en aura d'autres!) en fonction du niveau de la classe. (Dans le cas du losange, on avait sélectionné les propriétés des côtés....nous n'avions pas prévu que les élèves donneraient les propriétés des diagonales!). Les exemples "oui" sont présentés des plus classiques aux plus complexes. Les exemples "non" sont préparés avec les erreurs connues des élèves.

2* Le permier losange présenté n'est-il pas un losange bien classique avec la pointe en bas ?

C'est en effet un "bon" losange. C'est ce que l'on appelle le "prototype". Dans la mémoire à long terme, il va servir de référence à la classe d'objets. C'est le plus fréquemment rencontré. Par exemple, Worobel en 95 dénombre que, dans les manuels scolaires 6ème-5ème, le "bon" rectangle (avec la longueur bien horizontale) a une fréquence de 97%. Mais, avec ce genre d'activité, le prototype va vite être étoffé par un sous ensemble qui va être lui aussi un groupe de référence.

3* Est il opportun de présenter les propriétés du losange sans donner une définition pour amorcer le raisonnement déductif sur les autres propriétés ?

Nous dirons qu'il s'agit là d'une première étape, celle de reconnaissance du concept (carte d'identité) ; cette étape est nécessaire car elle ne donne pas la priorité à l'une ou l'autre des propriétées et c'est l'apprentissage du raisonnement déductif qui va permettre à l'élève de passer d'une propriété à l'autre, donc de passer d'une définition (souvent donnée pour des raisons historiques ou ethymologiques) aux propriétés. De plus, dans la résolution de problèmes, il n'y a pas de propriété première, plus importante et l'un des buts de notre enseignement des mathématiques est bien que nos élèves sachent résoudre les problèmes....

4* Et si dans la première phase l'élève nous donne le nom du concept ?

Cela n'a aucune importance..Nommer ne veut pas dire connaitre."Losange ? Qu'est ce que cela veut dire pour toi ?"

5* Tous les concepts peuvent -ils s'enseigner ainsi ?

Britt Mari Barth en semble convaincue... Nous, moins. Dès que les mots sont polysémiques, cela devint difficile à gérer ; beaucoup de concepts mathématiques se prêtent bien à ce genre de présentation (médiane bissectrice...symétrie, une fraction,...et biens d'autres encore) mais on peut aussi apporter à cette méthode quelques aménagements, des variantes que l'on peut utiliser à d'autres moments du cours (remédiation), pas forcément au moment de l'introduction du concept. Ce n'est qu'une méthode parmi d'autres.

Du dessin à la figure avec "Cabri-Géomètre" en formation de PE

ATELIER A8 :
Jean-Michel Baricault
IUFM de Rouen.

Thème :

Décrire les conditions d'utilisation du logiciel "Cabri-Géomètre" en formation de professeurs des écoles en I.U.F.M. pour la didactique de la géométrie.

Quels sont les savoirs et savoir-faire mobilisés par les étudiants ou stagiaires ?

Quelle est la pertinence du logiciel pour l'apprentissage de notions didactiques ? Quelles notions ?

Discussion critique des choix pédagogiques de l'animateur.

Bibliographie :

Compte-rendu de l'Université d'été 9-13 Juillet 1993 à Grenoble.
"Apprentissage et enseignement de la géométrie avec ordinateur : utilisation du logiciel Cabri-Géomètre en classe" (Mars 1995), 80FF avec disquette, port 10FF. IUFM/IREM de Grenoble.

Matériel demandé à la COPIRELEM pour l'atelier :

A défaut de salle équipée de P.C., au moins un P.C. avec écran couleur VGA et cellule de rétroprojection compatible (lampe de 400 W pour le rétroprojecteur). Que l'IREM de Montpellier en la personne d'Alain Bronner soit remercié de l'aide apportée.

Contenu de l'animation :

Jean-Michel BARICAULT va présenter à l'auditoire une intervention en formation initiale, PE 2, de deux fois deux heures dans le cadre d'un module obligatoire de 28 heures intitulé "L'informatique à l'école". Sur le plan pratique, il alterne sur une plage de 4 h avec un enseignant de Français qui présente des didacticiels de sa propre discipline.

L'objectif principal de ces deux séances est d'une part, une présentation succincte d'un imagiciel pour de futurs enseignants par une prise en main rapide et, d'autre part, des éléments de réflexion sur la didactique de la géométrie à l'école (et plus particulièrement au cycle des approfondissements C3).

Listes des documents distribués :

- architecture des systèmes informatisés ;
- présentation de Cabri-Géomètre et de ses concepteurs ;
- tableau des commandes dans les différents menus ;
- liste des messages d'erreur et des différents aspects du pointeur de la souris ;
- série progressive d'exercices, niveau étudiants ;
- exercice prolongeant le n°6 de la liste précédente sur Thalès.

Prise en main du logiciel :

* Ne pas confondre prise en main du matériel informatique en général et prise en main particulière d'un logiciel spécifique.
* Opposition objet libre / objet lié.
* Objet libre sur un autre objet.
* Ordre des objets pointés pour l'exécution d'une commande.
* Nécessité de sélectionner un objet avant d'agir dessus (sous géoplan et pas dans Cabri-Géomètre)
* Les différents objets et relations géométriques disponibles.
* Notion d'objet dessinable ou non.
* Intersections multiples.
* Intersections vides, uniques.
* Création et enregistrement d'une macro-construction.
* Modifications des menus.
* Modifications des objets.
* Manipulations diverses.

Les étudiants sont, pour une grande part, novices en informatique; l'an dernier, ils ont utilisé un traitement de textes pour la rédaction de leur dossier professionnel. Aussi, il est nécessaire de présenter les matériels et les rudiments d'ergonomie générale.

Ergonomie générale :

1. Architecture des systèmes informatisés.
   - Unité Centrale.
   - Interfaces.
   - Périphériques.

2. Les 5 actions de la souris.
   Clic-G, clic-D, clic-GD, double-clic, glisser.

3. Psychomotricité.
   - tenir une souris : indépendance des doigts ;
   - utilisation du clavier : touches préfixes.

4. Arborescences.
   - notion de menu et de sous-menus ;
   - notion de macro ;
   - gestion des fenêtres ;
   - gestion de fichiers.

5. Choix de ce logiciel.
   - économie : peu onéreux et ne nécessitant pas de machine puissante ;
     (réalité des écoles)
   - facilité et rapidité d'apprentissage.

Cette présentation ne doit pas excéder trente minutes, en grand groupe de 16, tout de suite les étudiants sont répartis par deux sur les 8 machines (PC 486 écran VGA couleur) de la salle.
Les étudiants sont invités à effectuer l'exercice n°1 de la série progressive distribuée (voir annexe).

Ce premier exercice, au delà de l'aspect manipulatoire, permet d'aborder la notion de figure géométrique et de programme de construction, l'opposition objet libre - objet lié ; elle montre les possibilités d'auto-évaluation de l'apprenant par ses manipulations permises par l'imagiciel.

Les étudiants sont invités à déplacer les différents points du dessin qu'ils ont élaborés à l'écran. Le nouveau dessin est bien souvent autre qu'une réalisation de la figure demandée. Cela permet de revenir sur les programmes de construction et sur les significations des différentes commandes présentes dans les menus.

Autre notion abordée à propos de cet exercice : la notion d'invariants d'une transformation ponctuelle, alignement, milieu, parallélisme.

Chaque partie d'exercice donne lieu à une synthèse collective. Dans le même temps chaque groupe de deux progresse à son rythme.

L'exercice n°2 donne l'occasion de s'interroger sur l'apprentissage du vocabulaire géométrique en particulier de toutes les propriétés rencontrées dans le triangle, d'aborder la notion d'erreur didactique. Il est l'occasion de rendre compte d'observations faites en classe sur les procédures des élèves et leurs difficultés, par exemple la difficulté d'associer une hauteur et une base pour le calcul de l'aire du triangle ; la difficulté de concevoir les cas où l'orthocentre est extérieur au triangle.

A la fin de la première séance, en quelques minutes, les étudiants sont invités à faire le bilan de cette mise en oeuvre où les objectifs étaient donnés à l'avance. Très curieusement, ils ne les avaient pas lus.

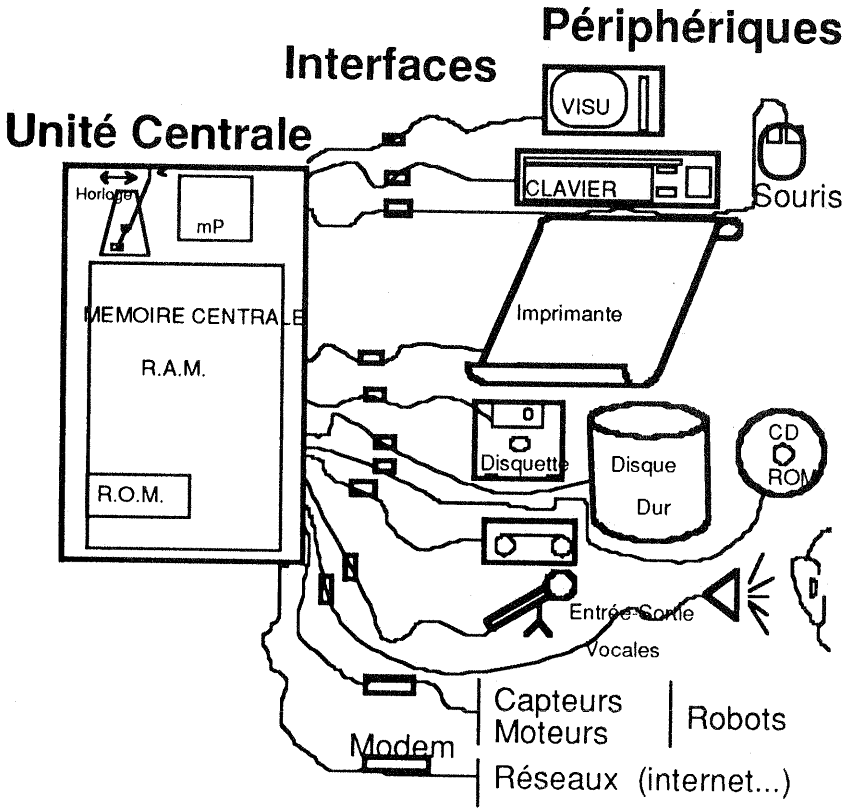
Lors de la deuxième séance, quelques minutes sont nécessaires pour retrouver les compétences manipulatoires du logiciel. Les étudiants travaillent d'abord l'exercice n°6 (illustration du théorème de Thalès) de la série progressive. La notion didactique de jeu de cadres est illustrée. Grâce à la commande "Mesurer" du menu "Divers" les nombres apparaissent. Cela permet de passer du cadre géométrique au cadre numérique, et vice versa, à propos de la proportionnalité. Les nombres recueillis sur le dessin de l'écran sont organisés en un tableau de proportionnalité. L'étude de ce tableau permet, entre autre, d'aborder les approximations, particulièrement celles liées aux activités de mesure.

Lors de cette deuxième séance, les étudiants sont libres de choisir un dernier exercice dans la série proposée. Ils ont ainsi la possibilité d'aborder des fonctionnalités plus poussées du logiciel comme la création et l'enregistrement de macro-constructions. Pour les plus rapides je donne l'énoncé suivant : "construire un trapèze isocèle orthodiagonal", cet exercice présente des difficultés très significatives au plan didactique.

Discussion :

Parmi les participants, ceux qui utilisent le logiciel dans des classes de collège ont montré l'intérêt de la modification autorisée des menus, surtout lors de l'élaboration de macros. Les instituteurs du cycle des approfondissements souhaitent des descriptions d'activités montrant l'articulation entre séquences de géométrie avec papier, crayon et instruments d'une part et l'imagiciel d'autre part. La pertinence de ce logiciel est évidente pour le travail sur les relations géométriques et leur invariance dans de multiples dessins d'une même figure géométrique (ce que nous appelons les cas de figure).

ARCHITECTURE DES SYSTÈMES INFORMATISÉS

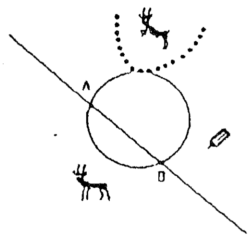


RAM	Random Access Memory, mémoire de travail ou mémoire vive.	DB data bank	Banques ou bases de données.
ROM	Read Only Memory, mémoire enregistrée par un fournisseur de matériel ou de logiciel.	FD HD	Floppy disk ou disque souple Hard Disk ou disque dur.
CD-ROM	Compact Disk en lecture seulement (semblable au CD audio). Capacité environ 540 Mo.	Carte Graphique	Interface matérielle et logicielle de l'écran, Hercule, EGA, VGA, superVGA.
Driver ou pilote	Interface de périphériques (imprimante, lecteur de disques°).	Configuration	État de branchement d'un système informatisé, ensemble des unité centrale et périphériques connectés.
Mhz	Mégahertz, fréquence de 1 million de cycles à la seconde.	Mo	Mégaoctets, 1 million d'octets ou groupes de 8 BITs
BIT	Binary Digit, chiffre binaire.	K - kilo	pour mille ou 2^{10} soit 1024.
Modem	Modulateur-démodulateur, interface des réseaux téléphoniques ou commutés.	Moniteur	Ecran cathotique, à ne pas confondre avec une télévision (tuner + moniteur), tuner=récepteur-décodeur d'ondes hertzienne.
Fichier	A ne pas confondre avec "base de données", un fichier est un enregistrement magnétique d'informations (quelle qu'en soit la nature : données ou logiciel).	WINDOWS	Environnement ou logiciel d'accueil et de gestion des ordinateurs (clones de PC-IBM). Assure la facilité de l'ergonomie commune aux logiciels et des échanges d'informations.

LE GÉOMÈTRE

Manuel de l'utilisateur

Un «CAhier de BRouillon Interactif»
pour un nouvel apprentissage de la géométrie
(Version MS-DOS)



Laboratoire de Structures Discrètes et de Didactique
Institut d'Informatique et de Mathématiques Appliquées
de Grenoble
Université Joseph Fourier (Grenoble I)
Centre National de la Recherche Scientifique

Version Août-Septembre 1989

NATHAN
LOGICIELS

CONFIGURATION REQUISE

Ce logiciel fonctionne sur tout compatible PC, XT ou AT :
- disposant d'au moins 640 K de mémoire vive,
- équipé d'une carte graphique CGA, VGA, EGA ou Hercules,
- muni d'un lecteur de 360 K,
- acceptant les souris compatibles Microsoft ou la souris AMSTRAD.

Système d'exploitation
MS DOS Version 3.0

Imprimante
L'impression s'effectue sur la plupart des imprimantes matricielles (séries ou parallèles).

A PROPOS DU GÉOMÈTRE...

LE GÉOMÈTRE est un logiciel dont l'objectif premier est l'aide à l'apprentissage de la géométrie : il permet en effet de construire à l'écran la quasi-totalité des figures de géométrie plane que l'on rencontre au niveau de l'enseignement secondaire (Premier ou Second Cycle), de les modifier, ou de les transformer. Les figures obtenues peuvent à tout moment être imprimées sur l'imprimante graphique dont dispose l'usager, et sur certaines tables traçantes. Les figures peuvent être également enregistrées sur un support magnétique et donc être réutilisées ultérieurement, les relations entre les objets ayant été conservées.

Les figures que traite LE GÉOMÈTRE font essentiellement intervenir points, droites ou cercles ainsi que les objets ou notions qui leur sont habituellement associées : segments, triangles «quelconques» ou «particuliers», parallélisme, orthogonalité, symétries axiales ou centrales, etc. LE GÉOMÈTRE permet également de visualiser à l'écran les ensembles de points de nature quelconque (coniques, courbes diverses) qui peuvent se présenter dans les recherches classiques de «lieux géométriques».

Ainsi l'élève peut utiliser les outils que ce logiciel met à sa disposition comme autant d'aides à la résolution de problèmes : il peut les utiliser pour explorer les propriétés ou les cas de figure qu'envisagent... ou que passent sous silence... les énoncés qui lui sont proposés.
De son côté, l'enseignant a la possibilité de préciser les situations didactiques qu'il désire mettre en œuvre puisque le logiciel lui permet, par exemple, d'ajouter ou de supprimer certaines possibilités de construction ou de tracé : on peut ainsi supprimer (au début de l'enseignement géométrique du Premier Cycle par exemple) la possibilité de tracer immédiatement la médiatrice de deux points ou la bissectrice de deux droites si l'on désire réutiliser pour les tracés correspondants les définitions dont l'élève dispose. D'un autre côté, on peut constituer une bibliothèque de constructions prédéfinies, réutilisables à tout instant suivant les besoins : il devient ainsi possible par simple appel de voir se tracer quasi instantanément à l'écran «tous» les éléments familiers de la géométrie du triangle (points, droites ou cercles «remarquables») dès que l'on a affiché sur celui-ci trois points quelconques et qu'on les a désignés comme arguments d'entrée de la macro-instruction correspondante.

L'exploration du monde de la géométrie plane affine ou euclidienne élémentaire peut être ainsi entreprise par l'élève, mais aussi par le maître, de manière à la fois structurée, originale et rapide. La recherche de propriétés géométriques ou d'invariants de figures peut être entreprise grâce à la multiplication immédiate des cas envisageables puisque les difficultés, la longueur et l'imprécision du dessin géométrique effectué avec les instruments classiques ne viennent plus entraver l'esprit de créativité ou de recherche.
Le temps ainsi gagné offre la possibilité d'un investissement plus profond et plus durable dont l'enseignement classique se doit de profiter aussi bien sur le plan technique (problème de tracés) que sur le plan des conjectures et des démonstrations.

L'idée centrale du logiciel est d'offrir à tout moment la possibilité de modifier les caractéristiques d'un des éléments de base d'une figure (par exemple en le déplaçant à l'écran) et de voir celle-ci se redessiner alors en temps réel à l'écran. Ceci permet de multiplier très rapidement les cas de figure, d'envisager ou au contraire d'éliminer certains cas particuliers (en choisissant par exemple la figure qui paraît être «la plus générale»), de visualiser les propriétés communes que peut posséder un ensemble de figures (mise en évidence de l'invariance de certaines propriétés pour un ensemble de «cas de figures») ou encore de suivre les déplacements d'un ou de plusieurs éléments en fonction du déplacement parfaitement contrôlable d'un élément de base de la figure. Il devient donc ainsi possible de disposer d'une figure dont tous les éléments intéressants peuvent être suffisamment distingués les uns des autres : les 16 premiers points classiques du «cercle des neuf points» (milieux des côtés d'un triangle, milieux des bipoints sommets-orthocentre, pieds des hauteurs, points diamétralement opposés à ceux-ci sur le cercle, points de contact (tangence) avec les cercles inscrits et exinscrits) peuvent enfin après quelques essais immédiats, ne plus être en quasi-coïncidence les uns avec les autres.

Bien que les grands écrans apportent confort et clarté de lisibilité des figures, il est possible, avec les petits écrans, de travailler sur des figures dont la taille est supérieure à celle des écrans. La vitesse d'affichage est naturellement plus grande avec les machines de type PS/2 et dérivés.

LE GÉOMÈTRE, mis au point dans le cadre du Laboratoire de Structures Discrètes et de Didactique de l'Institut d'Informatique de Mathématiques Appliquées de l'université Joseph Fourier de Grenoble, s'insère dans un projet plus important et à caractère national, C.A.B.R.I. (Cahier de Brouillon Interactif). Ce projet vise à créer, dans des domaines très variés, un environnement de travail informatisé qui offre à son utilisateur les fonctionnalités classiques d'un cahier de brouillon (essais, reprises, corrections, mise en œuvre d'idées diverses, ...).

Menu principal et sous-menus du logiciel CABRI-Géomètre

Fichier	Edition	Création	Constructions	Divers
Sous-menu en cliquant				
Nouveau Ouvrir… ------------------ Enregistrer Alt-S Enregistrer sous… Revenir Détruire un fichier… ------------------ Format d'impression… Imprimer… ------------------ Quitter Alt-X	Annuler Alt-Z ------------------ Aspect des objets Nommer ------------------ Tout effacer ------------------ Préférences	Point Droite Cercle ------------------ Segment déf 2 pts Droite déf. 2 pts Triangle déf. 3 pts Cercle déf. 2 pts	Lieu de points ------------------ Point sur objet Intersection de 2 objets ------------------ Milieu Médiatrice Droite parallèle Droite perpendiculaire Centre d'un cercle ------------------ Symétrique d'un point Bissectrice Macro 1 Macro 2 Etc…	Supprimer un objet Supprimer des relations ------------------ Lier un point à un objet ------------------ Gestion des ambiguités…(?) Macro-constructions… Choisir les menus… ------------------ Historique Mesurer Marquer un angle

Les … derrière l'identificateur d'une commande indiquent l'ouverture d'une boite de dialogue.

Commandes clavier

F1	Aide	**F5**	Déclenche l'enregistrement automatique	**F6**	Arrête l'enregistrement automatique	**F7**	Actif uniquement lorsque toutes les fenêtres sont fermées, il permet de relire les fichiers obtenus par un enregistrement automatique.
Alt+E	Recommencer la dernière opération	**Alt+R**	Rafraîchir l'écran	**Alt+X**	Quitter	**Ctrl+N**	Indique le nombre total d'objets construits (visibles, cachés ou intermédiaires)
Suppr	Tout effacer	**F3**	Plein écran	**F4**	Retour à l'affichage initial	**Échap**	ou **Escape**, Annuler
Ctrl + souris	Faire glisser le dessin sur l'écran						

Les formes du curseur

Le curseur sur l'écran suit les mouvements de la souris et prend des formes diverses qui correspondent à différentes fonctionnalités que nous précisons ci-dessous :

: le curseur classique avec lequel on choisit les menus, on répond aux dialogues, ...

: c'est le curseur de base qui apparaît quand il ne se passe rien dans une fenêtre de GÉOMÈTRE.

: le curseur prend cette forme à proximité d'un des objets de base de la figure et indique que l'on peut déplacer cet objet dont le type est précisé.

ce point : ce curseur indique que l'on peut désigner l'objet situé au bout de la flèche en cliquant et qu'il s'agit d'un point.

: classiquement ce curseur apparaît quand on peut déplacer la partie visible de la figure. On le voit aussi apparaître lorsque l'on veut déplacer le nom d'un objet, la mesure d'un segment, ...

: le curseur crayon indique que l'on a lancé une opération qui va modifier la figure.

? : ce curseur indique que l'on pointe actuellement dans le rectangle où est indiquée l'opération en cours. Un message d'aide s'affiche si l'on enfonce le bouton de la souris.

La liste des messages

En cas de fausse manœuvre, d'erreur, d'imprécision, LE GÉOMÈTRE vous envoie des messages vous donnant selon le cas des conseils ou des directives. Les messages concernant les manipulations des figures sont reproduits ci-dessous en précisant, si besoin est, leur signification ou en vous renvoyant au paragraphe correspondant. Les messages concernant l'ordinateur lui-même (enregistrement, mémoire, ...) se passent d'explications et ne sont pas répertoriés ici.

La droite n'a pas été créée : vous avez relâché le bouton de la souris prématurément.
Pour construire une droite par cet article, regardez le chapitre 4.1

Le cercle n'a pas été créé parce que son rayon est trop petit.
Regardez le chapitre 4.1

Vous essayez de créer un point trop près d'un point existant.
Vous ne pouvez pas créer deux points au voisinage l'un de l'autre.

Un objet identique a déjà été créé. Peut-être est-il caché ou inexistant à ce stade de transformation de la figure ?
Il existe déjà un objet ayant les mêmes caractéristiques que celui que vous désirez construire. Peut-être avez-vous gommé cet objet ?

L'objet que vous essayez de construire n'existe pas.
Dans l'état actuel de la figure votre construction est impossible. Voir le paragraphe 4.1.

Cette intersection existait déjà bien que non explicitement créée.
Les point communs aux deux objets dont vous voulez construire l'intersection existent déjà. Voir 4.1.2.

Vous ne pouvez pas faire cette opération, le nombre d'objets dans une figure est limité.
Vous êtes limité à 300 objets par figure (y compris les objets intermédiaires des macro-constructions).

Dans sa version actuelle LE GÉOMÈTRE considère une telle macro-construction comme incohérente.
Les objets initiaux et finaux que vous avez désignés lors de la création d'une macro-construction ne respectent pas les contraintes définies au paragraphe 4.8.1.

Vous avez déjà ajouté ou créé une macro-construction portant ce nom.
On ne peut pas donner à une macro-construction le nom d'une autre macro-construction déjà installée dans le menu Constructions.

Cet objet n'a pas de constituants
Vous avez activé l'article *Supprimer une relation*, mais l'objet que vous avez désigné est un point, une droite ou un cercle sans constituants, il n'a donc pas de relations avec d'autres objets.

Le point que vous avez désigné précédemment ne va pas être modifié par le déplacement de cet objet.
Vous avez activé l'article *Lieu de point*. Vous avez désigné le point dont vous voulez le lieu, mais vous venez de saisir un point dont le déplacement n'a aucun effet sur la position du premier point.

Le point et l'objet sont trop éloignés pour être associés.
L'article *Lier un point à un objet* n'accepte de lier que les points qui sont au voisinage de l'objet.

Il existe déjà une liaison entre ce point et cet objet.
Le point ne peut pas être assujetti à un objet dont il est constituant ou dépendant.

Activités à l'aide de CABRI-Géomètre

Exercice 1

Soit un point A extérieur à un segment BC de milieu M.
Soient D, E et N les symétriques du point A par rapport aux points (respectivement) B, C et M.

Activité :

Effectuer la construction à l'écran.
Déplacer ou tenter de déplacer tour à tour les différents points de la figure (à l'écran).
Construire la droite DE.
Dessiner les segments AD et AE et les peindre en rouge.
Ecrire le programme de construction, selon deux langages (machine, aux instruments sur papier).

Objectifs:

Apprentissage de la manipulation matériel / logiciel.
Notion de conservation (invariant) :
* de l'alignement,
* du milieu,
* du parallélisme.

Notion de figure.
Notion d'objets libres / liés.

Exercice 2

Points remarquables d'un triangle :

Orthocentre (point de concours des hauteurs).
Centre de gravité (point de concours des médianes et sa position sur chacune).
Centre du cercle inscrit (point de concours des bissectrices).
Centre du cercle circonscrit (point de concours des médiatrices).

Activité :

Effectuer la construction à l'écran.
Déplacer ou tenter de déplacer tour à tour les différents points de la figure (à l'écran).
Colorer un côté et la hauteur associée à cette base.
Ecrire le programme de construction, selon deux langages (machine, aux instruments sur papier).

Objectifs:

Révisions sur le vocabulaire géométrique et quelques propriétés.
Modifier les représentations (erronées depuis le collège) :
- éléments hors de la figure-triangle ;
- notion d'éléments associés.

Exercice 3

Perspective cavalière d'un squelette de cube.

Activité :

Effectuer la construction à l'écran.
Déplacer ou tenter de déplacer tour à tour les différents points de la figure (à l'écran).
Ecrire le programme de construction, selon deux langages (machine, aux instruments sur papier).

Objectifs :

Construction de parallélogrammes.
Représentation dans le plan de solides.

Exercice 4

Perspectives diverses d'un squelette de cube.

Activité :

Effectuer la construction à l'écran.
Déplacer ou tenter de déplacer tour à tour les différents points de la figure (à l'écran).

Objectifs :

Représentation dans le plan de solides.
Les invariants des représentations.

Exercice 5

Perspectives diverses d'un squelette de cube tronqué.

Activité :

Effectuer la construction à l'écran.
Déplacer ou tenter de déplacer tour à tour les différents points de la figure (à l'écran).
Ecrire le programme de construction, selon deux langages (machine, aux instruments sur papier).

Objectifs :

Représentation dans le plan de solides.
Les invariants des représentations.
Préparation à la réalisation de patrons de solides.
(exemple de la trisection du cube).

Exercice 6

Illustrer le théorème de Thalès.

Activité :

Effectuer la construction à l'écran.
Déplacer ou tenter de déplacer tour à tour les différents points de la figure (à l'écran).
Ecrire le programme de construction, selon deux langages (machine, aux instruments sur papier).

Objectifs :

Révision du théorème de Thalès.
Les invariants du parallélisme.
Produire des tableaux de nombres proportionnels.

Exercice 7

Les différents types de triangles.

Activité :

Effectuer la construction à l'écran :

- d'un triangle rectangle,
- d'un triangle isocèle,
- d'un triangle isocèle-rectangle
- d'un triangle équilatéral.

Tracer les éléments remarquables pour chacune des figures.
Déplacer ou tenter de déplacer tour à tour les différents points de la figure (à l'écran).
Ecrire le programme de construction, selon deux langages (machine, aux instruments sur papier).

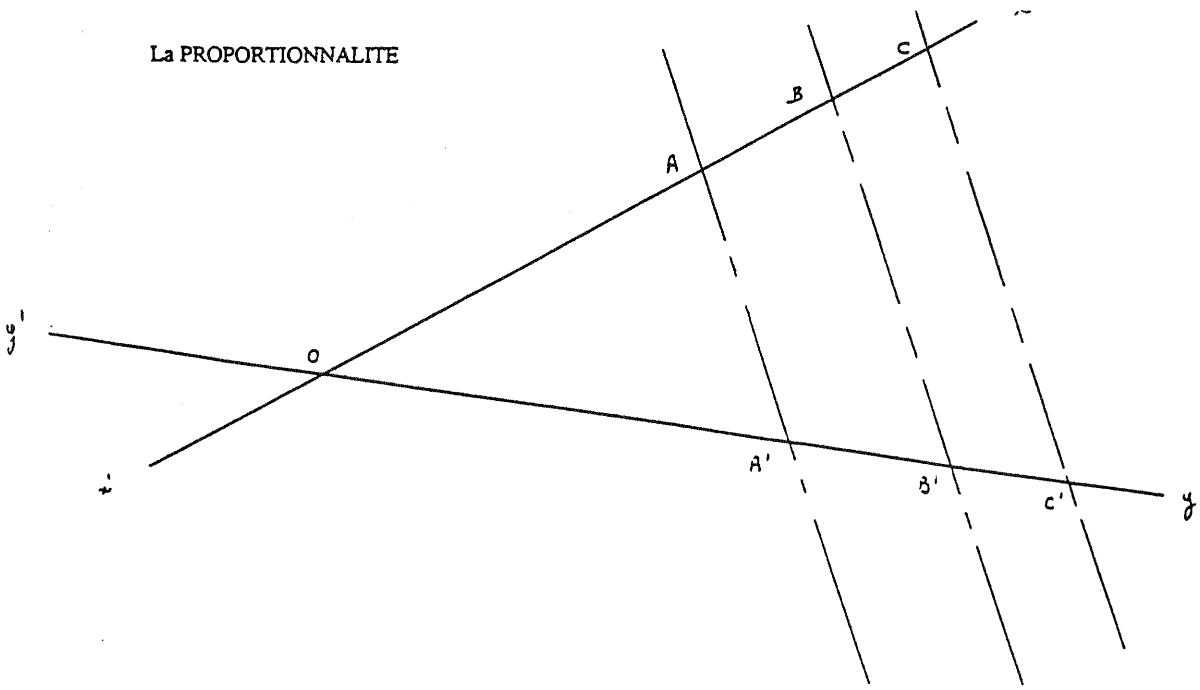
Objectifs :
Vocabulaire géométrique.
Propriétés des différentes figures citées.

Exercice 8
Papier pointé.

Activité :
Effectuer la construction à l'écran.
Ecrire le programme de construction, selon deux langages (machine, aux instruments sur papier).

Objectifs :
Notion de réseaux de mailles données.
Produire des modèles pour utilisation ultérieure en classe.

La PROPORTIONNALITE



A', B', C' sont les projections des points A,B,C selon une même direction sur la droite y'y.

Vérifier à la calculatrice l'égalité des rapports :

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'}$$

Vérifier que cette égalité reste vraie si on fait varier la position du point C (à l'aide de la souris).

Noter dans le tableau ci-dessous les différentes valeurs observées à l'écran:

OA	OB	OC	OC_2	OC_3	OC_4	OC_5
OA'	OB'	OC'	OC'_2	OC'_3	OC'_4	OC'_5

Vérifier, sur l'écran, que la suite des nombres verts est proportionnelle à la suite des nombres rouges respectifs et à la suite des nombres bleus respectifs, c'est à dire que :

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'} = \frac{AA'}{BB'}$$

de même que :

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OA'}{OC'} = \frac{AA'}{CC'} \text{ et } \frac{OB}{OC} = \frac{OB'}{OC'} = \frac{BB'}{CC'}$$

Vers une politique d'élaboration de sujets de concours

ATELIER B1:
Marie-Lise Peltier
IUFM de Haute-Normandie
Joël Briand
IUFM de Bordeaux

Cet atelier se situe en continuité avec les travaux de la COPIRELEM (Colloque de Douai (1995) et stage d'Angers (1995)) au cours desquels ce sujet fut abordé.

I - INFORMATIONS GENERALES

- Mise en place par la DE/DGES d'un groupe de travail qui se propose de faire l'analyse exhaustive des sujets de concours 1995 et 1996 en vue d'un texte de cadrage. Ce texte sera diffusé aux présidents des jurys de concours dès l'année 97.

- A Bordeaux (au Laboratoire de Didactique des Sciences et Techniques), parallèlement au travail de rédaction des annales, un groupe travaille à la production d'une brochure à destination des concepteurs de sujets.

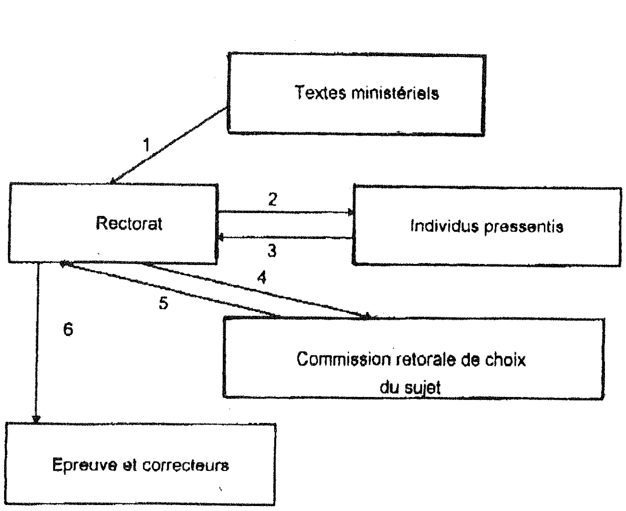
- L'année 97 verra, sans doute, l'arrivée de sujets inter-académiques avec mission pour une académie de réaliser le sujet. Dommage que le groupe de travail du Ministère n'ai pas été mis au courant...

II - CHRONOLOGIE 96 DE LA CONSTRUCTION D'UN SUJET

Dans l'atelier B1, un premier tour de table met en évidence le fait que les conditions institutionnelles de conception, de choix, de correction des sujets de concours sont extrêmement variables, il y a même des académies dans lesquelles les formateurs en IUFM ne sont impliqués dans aucun de ces trois points!

Rappelons le chemin suivi pour la construction d'un sujet :

Chronologie 96 de la construction d' un sujet :



2.1 Constats :

L'institution reconnaît la nécessité d'une formation à la didactique des mathématiques. Le législateur a donné un cadre permettant des initiatives. Mais, le système décrit plus haut peut mettre en jeu des acteurs choisis allant de l'universitaire président de la commission de choix à l'instituteur pour les corrections.

En l'absence de textes précis, les opinions des uns et des autres sur ce que doit savoir un futur instituteur font l'objet des discussions lors du choix.

2.2 Les questions posées à Montpellier :

Les participants demandent : "*Quel est exactement le programme du concours ?*"

Réponse : "*Le programme du concours est régi par des textes officiels qui précisent les rôles respectifs des trois parties et les relations qui peuvent exister entre elles. Du point de vue des connaissances mathématiques, le programme est celui de l'Ecole élémentaire, étoffé par les connaissances qui permettent et d'avoir un regard critique sur ce programme*[1] ".

"*Peut-on préciser ce programme ? Va-t-on vers un concours national ?*"

Réponse : "*Il n'est pas question, pour l'instant, pour le Ministère de préciser de façon exhaussive ces connaissances (connaissances théoriques, connaissances en didactique), ni d'organiser un concours national. Par contre, des regroupements académiques peuvent avoir lieu (voir information dernière minute)*".

2.3 Hétérogénéité des sujets :

Lorsque l'on regarde les sujets des différentes académies, on constate des analogies et des différences dans la conception même des sujets. Doit-on s'insurger contre cela ? Pour plus de réflexion, on pourra consulter les articles de Le Goff et Briand (Le Goff, réponse de J. Briand dans Repères d'avril 96, n°27).

III - BILAN APRES TROIS ANNEES DE REALISATION DES ANNALES DE LA COPIRELEM-IREM DE BORDEAUX

La COPIRELEM, l'IREM d'Aquitaine et le LADIST de l'Université de Bordeaux I collaborent pour la rédaction et la publication des annales. Leur diffusion est nationale[2].

Le but assigné a été de ne pas se cantonner à la rédaction d'une correction type, mais d'y apporter des analyses, remarques, critiques éventuelles, en jouant le rôle simultané des annales, des compte-rendus des jurys et d'observateurs.

---

1 Est-il besoin de rappeler que les "mathématiques nécessaires au futur professeur des écoles ne peuvent se réduire à une bonne connaissance des mathématiques de l'école primaire: d'abord, la plupart des notions enseignées à l'école élémentaire sont reprises et approfondies au collège. Il est donc indispensable d'avoir une maîtrise de ces notions dans leur continuité.

De plus, faire des mathématiques, résoudre des problèmes, avoir envie de chercher est une pratique qui s'entretient bien au delà des contenus de l'école primaire.

D'autre part, la formation à l'enseignement des mathématiques fait appel à d'autres contenus qui permettent d'aborder les questions suivantes :

- Comment un enfant apprend-il ?
- Quelles transformations subissent les savoirs mathématiques lors de leur enseignement ?
- Quels effets peuvent être prévisibles, souhaitables, néfastes ?
- Quels rôles joue le professeur ?
- Quelles décisions peuvent-être prises ?

2 Le CNED les préconise.

3 .1 En quoi ces annales peuvent-elles constituer un instrument de régulation de la formation des professeurs des Ecoles ?

En direction des étudiants : qui apprennent, au travers des sujets, à mieux appréhender la spécificité des mathématiques qui leur seront nécessaires dans leur métier.

En direction des éditeurs : par exemple, les présidents de commission de choix qui souhaitent s'informer sur les sujets antérieurs, les débats suscités, etc., trouvent dans les annales matière à réflexion.

En direction des concepteurs de sujet : quelque soit leur origine, les désignés peuvent avoir recours aux annales pour concevoir de nouveaux sujets.

En direction des formateurs : les sujets obéissent à une loi bien connue : celle du consensus. Le risque est d'une uniformisation vers le bas et de réduire les sujets à des mathématiques de troisième agrémentées de commentaires de salon sur des leçons plus ou moins inventées.

Des commentaires, des pistes de réflexion adressés aux formateurs peuvent être profitables. Ils doivent, impérativement, faire référence aux travaux théoriques qui s'effectuent dans le cadre de la recherche en didactique des mathématiques.

Remarque : on comprend que tout commentaire associé aux corrections, qui veut s'adresser à telle ou telle population citée ci-dessus, ne paraîtra pas forcément utile à telle autre. C'est là une difficulté de la rédaction[3] des corrigés qui doit à la fois présenter une "copie raisonnable" pour l'étudiant et faire, le cas échéant, une analyse plus poussée du sujet, quitte à le remettre en cause en tout ou en partie.

IV - T.P. : ETUDE D'UN SUJET DE CONCOURS

Le groupe B1 de Montpellier a travaillé sur le sujet (partie didactique : deuxième volet) de Limoges 95. Voici le sujet tel qu'il était proposé :

[3] Les annales permettent d'effectuer plusieurs types de remarques, d'analyses : les auteurs de Bordeaux ont décidé, pour les annales 96, de séparer ces remarques afin de dissiper les confusions qui pourraient se produire, par exemple :
- Des compléments de cours (en direction de l'étudiant) (La mesure, Limoges 95).
- Des questionnements plus délicats (en direction de l'étudiant et des formateurs) (Partie mathématique du sujet des Antilles sur raisonnement algébrique).
- Des remarques de didactique (choix didactiques) (Limoges 95).
- Des notes explicatives (de l'énoncé).
- Des références (références aux travaux de recherche concernant le sujet).
- Des remarques sur la faisabilité (penser au candidat) (Corse 96 : 99 items à analyser).
- Des remarques sur la conformité aux textes (demander de faire des leçons) (Amiens 96).
- Des remarques sur la réponse que les auteurs des annales ont décidé de faire.
- Des remarques sur le choix du sujet, par rapport à des sujets antérieurs (Amiens 96).

DEUXIÈME VOLET (8 points)

Extrait d'une fiche de préparation de séquence à l'usage du maître (niveau cycle 3)

• Répartir les enfants par groupes de 3 ou 4 et leur demander d'effectuer des mesures en utilisant différentes unités (non conventionnelles).
Chaque groupe notera ses mesures dans un tableau préparé par le maître sur une grande feuille *(voir ci-dessous).*

	UNITES DE MESURES		
	Allumette	Stylo	Bâton
Longueur du tableau			
Largeur de la porte			
Longueur du cahier			
Longueur de la classe			

Phase 1 *Demander aux élèves :*

- comment ils comptent utiliser le tableau ;
- pourquoi certaines cases ont été noircies.

Phase 2 *Faire effectuer les mesures et remplir le tableau.*

Phase 3 *Phase de synthèse :*

- faire exprimer les difficultés rencontrées ;
- confronter et analyser les résultats.

Phase 4 *Faire formuler quelques constatations d'ordre général concernant la mesure.*

Phase 5 *Poser la question à la classe : "comment améliorer la mesure ?"*

DOCUMENT 1

Reproduction de travaux d'élèves

Groupe 1

	UNITES DE MESURE		
	Allumette	Stylo	Bâton n° 1
Longueur du tableau		entre 13 et 14	un peu plus de 2
Largeur de la porte	14 allumettes et demie	5	presqu'un bâton
Longueur du cahier	un peu plus de 5	2	
Longueur de la classe			presque 9

Groupe 2

	UNITES DE MESURE		
	Allumette	Stylo	Bâton n° 2
Longueur du tableau		13	presque 4
Largeur de la porte	15 allumettes	6	1 bâton et plus
Longueur du cahier	5 allumettes	2	
Longueur de la classe			presque 17

DOCUMENT 2

(figurant dans la préparation du maître et non donné aux élèves)

• *Mesure en cm des objets*

Longueur du tableau	200
Largeur de la porte	80
Longueur du cahier	29,7
Longueur de la classe	800

• *Mesure en cm des allumettes*

Longueur de l'allumette	5,5
Longueur du stylo	14,8
Longueur du bâton n° 1	90
Longueur du bâton n° 2	50

Questions

1. Dégager les objectifs de cette séquence.

2. Analyser la phase 1 : objectifs, contenu...
Le maître a choisi de noircir certaines cases. N'aurait-il pas pu procéder autrement ?

3. Quelles sont les fonctions :
- du travail de groupes proposé dans cette activité ;
- de la phase de synthèse.

4. Quelles conditions vous paraissent nécessaires à la réussite de cette phase de synthèse ?

5. Au vu document 1, quels aspects de la notion abordée devront être mis en relief lors de la synthèse ? (Justifier chaque proposition).

6. Interpréter les écritures suivantes :
- document 1 groupe 1 *"entre 13 et 14"*
- document 1 groupe 2 *"presque 17"*.

7. Quels sont les savoir-faire transversaux mis en oeuvre dans cette séquence ?

Le goupe est invité à réfléchir sur les questions suivantes :

1. Répondre aux questions posées au candidat
2. Analyser les questions du sujet : Les garderiez-vous ? Les modifiriez-vous ? En ajouteriez-vous ?

Le temps disponible n'a pas permis d'aborder toutes les questions. Il apparait immédiatement que les participants proposent un éventail très large de remarques : (place de la séquence : s'agit-il de l'introduction de la notion de mesure, de réfléchir sur le choix judicieux de l'unité ou/et sur la possibilité d'affiner une mesure ? Du point de vue de l'activité, s'agit-il d'une activité mathématique ?).

Prenons, par exemple, la question du choix des unités : dans une activité de mesure vraie (celle qui consiste à mémoriser une grandeur en vue de résoudre un problème), le choix d'une seule unité n'est pas fondé. Pour mesurer une longueur de tableau, on a peut-être intérêt, dans des conditions sur lesquelles il faut réfléchir, à commencer par des bâtons puis finir, pour être précis, par des allumettes.

Cette question n'est ni abordée dans la fiche ni dans le sujet proposé.

D'autre part, il est seulement indiqué que la séquence proposée se situe au cycle 3, ce qui exclut l'introduction de la notion de mesure qui a dû être faite en cycle 2, mais qui laisse le champs ouvert à toutes sortes de possibilités : encadrements, décimaux, ...

Autes remarques :

- Question 6 : "entre 13 et 14", "presque 17". Là encore une grande variété d'interprétations, par exemple presque 17 signifie entre 16 et 17 puisqu'il s'agit de la mesure de l'intérieur de la classe et qu'on ne peut pas reporter le bâton une fois de plus, d'autres l'interprètent comme 17 est valeur approchée à 1 près de la mesure, comprise donc entre 16 et 18... Faut-il comparer les résultats élèves à ceux calculés à partir des données du maître ? La mesure serait alors 16. Qu'en penser ?

- Il ne faudrait pas limiter le vocabulaire à celui de la pédagogie générale. Par exemple la question 1 sur les objectifs et la question 7 sur les savoir-faire transversaux, qui amènent un grand éventail de réponses, ne sont pas assez ciblées. Il faut poser des questions suffisament fermées pour éviter un discours long et creux et inciter alors le candidat à s'engager dans des jugements argumentés, clairs et, éventuellement, négatifs.

- Certaines questions sont anecdotiques, par contre, aucune piste d'analyse didactique de la séance n'est fournie. Il faudrait établir un questionnement qui permettent aux étudiants d'aborder cette analyse didactique et qui les amène, au moins, à caractériser l'activité mathématique de l'enfant.

La correction des annales de Bordeaux comportait plusieurs remarques :

- En premier, une analyse didactique de la mesure (page 264 bis) qui conduit à différencier le concept selon l'usage.

- Une remarque sur l'influence de la mise en scène sur les productions possibles des élèves (2ème remarque page 264 ter). Une analyse a priori demandée aux étudiants aurait permis de travailler cette question.

- Une remarque sur la séparation, bien souvent hâtive, entre savoir et savoir-faire.

- Une conclusion sur la non-existence d'une problématique dans la fiche proposée et sur l'absence de prise de position de la part des concepteurs du sujet par rapport à cela.

En conclusion : on demandait au candidat de répondre à une question dont l'auteur de la séquence connaissait évidemment la réponse, situation artificielle mais habituelle lors d'un problème d'examen. Par contre, on ne lui demandait pas de s'engager dans un jugement argumenté sur le déroulement de cette séquence et sur l'adéquation à des objectifs précis. Dès lors, l'analyse ne pouvait que rester floue. Même si le candidat avait vu les faiblesses d'une telle séquence, le sujet incitait à ne rien dire.

Même si les concepteurs du sujet évoquent une légère critique (à propos des cases noircies), il est clair qu'ils sont passés à côté d'une analyse systématique qui aurait pu fournir une liste de questions précises à poser à un futur professeur des Ecoles.

Les questions doivent :

- Contribuer à caractériser l'activité mathématique des élèves.

- Obliger l'étudiant, de façon honnête, à s'engager dans des jugements argumentés clairs avec cette idée que **le professeur fait des mathématiques autant pour la gestion de la classe que pour dominer les mathématiques des élèves**. Donc, il faut fermer les questions pour engager une culture professionnelle qui s'appuie sur des savoirs en didactique.

Liaison cycle 3 - 6ème

ATELIER B3 :
Bernard Casenove
Mirène Larguier
Michel Séco
(Groupe Didactique de
l'IREM de Montpellier)

Le problème de la liaison entre le cycle 3 et la classe de 6ème est nettement évoqué dans les nouveaux programmes officiels et fait l'objet de demandes très nombreuses au sein du PAF 2. Ce thème a déjà fait l'objet d'un atelier (A5) lors du précédent Colloque COPIRELEM.

Pour cet atelier deux objectifs ont été fixés :

- **expliciter la notion de liaison ;**
- **opérationnaliser cette liaison du point de vue des compétences des élèves en mathématiques.**

Le compte rendu qui suit respecte la chronologie du cadre de travail de l'atelier.

1er jour :

* Le premier jour, pour amorcer l'explicitation de la notion de liaison, les animateurs proposent aux participants de l'atelier un travail de réflexion par groupes initialisé par la question suivante :

"Quelles sont les différentes composantes de la notion de liaison ?""

La journée s'achève par une synthèse des travaux des groupes.

2ème jour :

* Le deuxième jour, la poursuite du travail, fixée par le premier objectif, se fait par l'examen d'un document de synthèse élaboré par les animateurs. Ce document prend en compte les travaux de la veille (cf. annexe 1) qui mettent à jour plusieurs entrées possibles pour aborder la notion de liaison.

* Les animateurs proposent ensuite d'approfondir l'entrée "programmes" par la recherche dans les programmes officiels de cycle 3 et de 6ème des textes qui mettent en évidence le souci explicite de cette liaison.

En particulier, l'attention s'est portée sur l'importance des travaux écrits des élèves ainsi que sur la prise en compte des acquis dans les deux programmes.

* Les animateurs proposent ensuite d'opérationnaliser, de façon pointue du point de vue mathématique, la liaison cycle 3-6ème à propos du thème repérage.

Les participants étudient précisément le thème repérage dans les programmes (cf. annexe 2).

La présence non explicite de l'objet "droite graduée" dans les programmes de cycle 3 a été une source d'interrogation.

Le travail fixé par le $2^{ème}$ objectif se poursuit en groupes. Les participants travaillent sur un document (cf. annexe 3) présentant 4 exercices à propos des graduations avec pour consigne :

"Quelles sont les compétences nécessaires pour réaliser les exercices ?"

Une synthèse des réponses est élaborée et les animateurs proposent une liste de ces compétences (cf. annexe 4). Cette liste est extraite du fascicule de l'IREM de Montpellier "Liaison cycle 3-$6^{ème}$ - Un outil d'aide à l'analyse des compétences en mathématiques". Il s'en est suivi une présentation, plus générale, du fascicule qui est un outil pour améliorer la liaison entre les 2 cycles.

Annexe 1

Synthèse de l'atelier du 14 mai 1996

Quelles sont les différentes composantes de la notion de LIAISON ? Plusieurs entrées sont possibles.

I - LES PROGRAMMES

■ **Le vocabulaire utilisé :**
«consolider ; poursuite ; bonne liaison ; progression ; temps d'évolution ; passage ; étape ; ruptures ; continuité ; intégration ; cohérence ; prendre en compte progressivement ; prendre appui sur ; préparer les étapes ultérieures ; initier progressivement ; prolonge ; achève de construire ...»

■ **Les contenus :**
cohérence dans l'élaboration des nouveaux programmes :
- glissements dans certains contenus : par exemple la multiplication des décimaux ;
- utilisation des instruments : consolidation de l'usage des instruments de mesure ; de dessin et de calcul (une nouveauté : le rapporteur).

■ **Les objectifs (précisés dans les programmes officiels) :**
Cf page 105 des programmes du cycle 3 : «compétences à acquérir au cours de chaque cycle».
Les enseignants de 6ème peuvent, après vérification, utiliser ces compétences.

II - LES BASES

■ **Compétences incontournables et essentielles pour la construction des concepts :**
Par exemple :
- connaissance des formes géométriques en cycle 3, nécessaire pour aborder la figure géométrique au collège ;
- utilisation du nombre décimal comme valeur approchée d'un nombre.

Il est important de repérer l'existence de ces bases, de repérer en quoi leur valeur est essentielle. Elles ne figurent pas toujours dans les compétences à acquérir.

■ **Savoirs procéduraux**
Par exemple :
- algorithme de base ;
- calcul mental ou approché ;
- mise en forme des résultats.

III - LES ENSEIGNANTS

■ **Les communications ou rencontres entre les enseignants :**
- organisation de journées portes-ouvertes ;
- échanges à propos de compétences non acquises ;

- observation d'un collègue dans sa classe ;
- transmission des résultats (bulletins, tests) ;
- échanges à propos des programmes ;
- élaboration de projets communs ;
- colloque style COPIRELEM.

■ **Qualité des rapports humains :**
- tolérance ou bien mépris ;
- rapport des enseignants au savoir : perceptions différentes des concepts.

IV - LES PRATIQUES

La liaison doit s'interroger sur les points suivants :
- traces écrites du travail de l'élève (cf. communication de R. Charnay du 13/5/96 : il faut favoriser l'expression personnelle de l'élève avant de lui proposer une expression standard) ;
- traces écrites du savoir mathématique ;
- apparition spontanée d'outils mathématiques dont l'apprentissage n'est pris en compte nulle part : par exemple le codage des figures ;
- l'autonomie des élèves ;
- l'évaluation (contrôle continu, composition) ;
- usage du cahier de texte ;
- dérives possibles à propos : des tests d'évaluation et du non respect des programmes (anticipation) ;
- les consignes ;
- conception de l'erreur.

V - L'INSTITUTION

- Le repérage des continuités mais aussi des ruptures nécessaires au développement de l'enfant et à la prise en compte du changement de statut écolier-collégien ;
- les tests d'évaluation (en CE2, en 6ème) ;
- formation initiale et continue ;
- groupements d'établissements par bassins ;
- livres scolaires qui posent les problèmes suivants :
  - transposition du savoir
  - perception de l'élève à travers la façon dont on s'adresse à lui
  - le livre-outil.

Remarque : Hiatus des arrêtés pour la mise en oeuvre des nouveaux programmes

- septembre 96 pour 6ème

- septembre 97 pour CM2.

VI - L'ELEVE ET SA FAMILLE

- Cf les programmes de l'école primaire page 38 :

«les passages école maternelle - école élémentaire et école élémentaire - collège constituent pour chaque enfant des temps d'évolution forte que les maîtres doivent faciliter».

- Intégration de l'élève à un nouveau milieu de vie et problème d'adaptation ;
- passage d'un maître à des professeurs ;
- gestion du travail à la maison ;
- passage de l'enfance à l'adolescence.

VII - BIBLIOGRAPHIE

BROUSSEAU G., 1995, *Les mathématiques à l'école*, Bulletin APMEP n° 400.

GUILLAUME J.C., 1986, *La conception des situations didactiques au collège*, INRP.

Collection rapports de recherche, 1986, *Enseignants de CM2 et de 6ème face aux disciplines*, n°6, INRP.

CHARNAY R et MANTE, *De l'analyse de l'erreur en mathématiques aux dispositifs de remédiation*, revue Repères.

BOLON J., 1992-1993, *L'enseignement des décimaux à l'école élémentaire*, revue Grand N, n° 52, pp. 49-79.

BROUSSEAU G. et BROUSSEAU N., 1985, *La construction des nombres rationnels et décimaux.*

Nombres décimaux, Bulletin APMEP n° 61.

Groupe Didactique de l'IREM de Montpellier, 1995, *Liaison cycle 3 - 6ème : un outil d'aide à l'analyse des compétences en mathématiques.*, édité par l'IREM de Montpellier.

VERGNAUD G., 1988, *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, pp. 33-35, IREM de Strasbourg.

Annexe 2

REPERAGE

CYCLE 2

- Utiliser des nombres pour repérer des positions sur une ligne graduée.
- Mesure : l'enfant doit être capable de se servir de la règle graduée en centimètres.

CYCLE 3

■ Lire, construire et interpréter quelques schémas simples, tableaux, diagrammes, graphiques

■ reconnaître une situation de proportionalité et la traiter par les moyens de son choix (utilisation de graphiques, de tableaux de nombres).

SIXIÈME

Au collège :

- se représenter la droite graduée complète avec son zéro séparant les valeurs positives et négatives et apprendre à y localiser les nombres rencontrés ;
- s'initier à la lecture et à l'utilisation de représentations, de graphiques.

En classe de sixième:

Contenu	Compétences exigibles	Commentaires
2. Quotient de deux nombres entiers. Ecriture fractionnaire	Placer le quotient de deux entiers sur une droite graduée dans des cas simples	À l'école élémentaire l'écriture fractionnaire a été introduite à partir de situations de partage. . . . . Dans des situations de proportionnalités, la quotient de deux nombres est utilisé comme un opérateur. On visera aussi à lui faire acquérir le statut de nombre au travers de multiples activités : repérage (placement sur une droite graduée).
3. Nombres décimaux en écritures décimales et fractionnaires	. . . . Sur une droite graduée : - lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement. - Situer un point d'abscisse donné. Graduer régulièrement une droite.	
6. Nombres relatifs et repérage	Sur une droite graduée, les valeurs en jeu étant des entiers relatifs : lire l'abscisse d'un point donné, placer un point d'abscisse donné. Dans le plan repéré, les valeurs en jeu étant des entiers relatifs : lire les coordonnées d'un point donné, placer un point des coordonnés données	Sur la droite et dans le plan, le cas de points dont les coordonnées ne sont pas des entiers relatifs doit être envisagé en classe, mais ne donne pas lieu à une compétence exigible.

Organisation et gestion de données. Fonctions

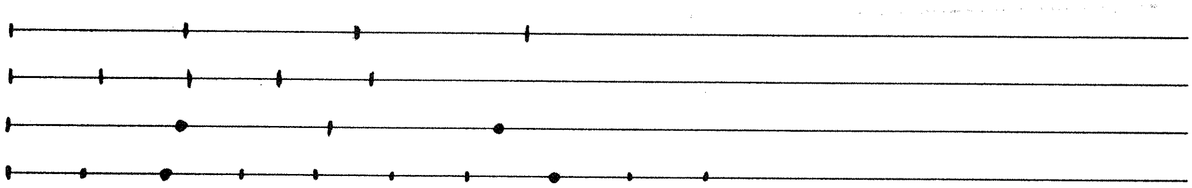
Cette rubrique a pour objectif d'initier à la «**lecture**», à «**l'interprétation**» et à «**l'utilisation**» de diagrammes, tableaux et graphiques et d'en faire l'analyse critique.

On se servira des deux exemples du tableaux (voir commentaires) pour :
- lire et établir des relevés statistiques sous forme de tableaux ou de représentations graphiques, éventuellement en utilisant un ordinateur.

Annexe 3

Exercice 1

Sans mesurer, complète ces graduations :



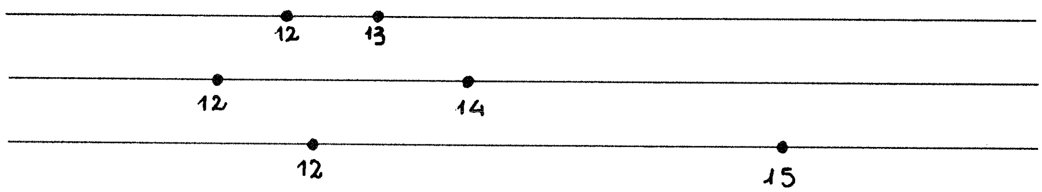
Exercice 2

Complète ces graduations e plaçant, convenablement, les nombres de 10 à 15, régulièrement espacés :

Item 1

Item 2

Item 3



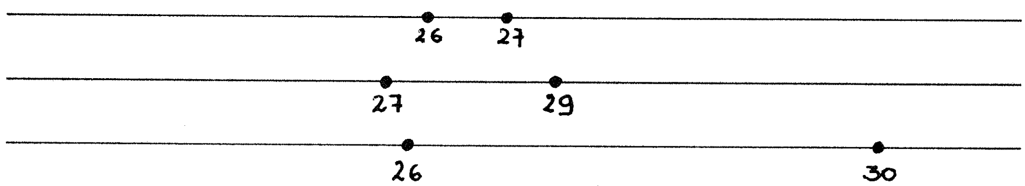
Exercice 3

Complète les graduations. Il faut placer les nombres de 25 à 30. Tu peux utiliser ton compas, mais tu n'as pas le droit de mesurer.

Item 1

Item 2

Item 3



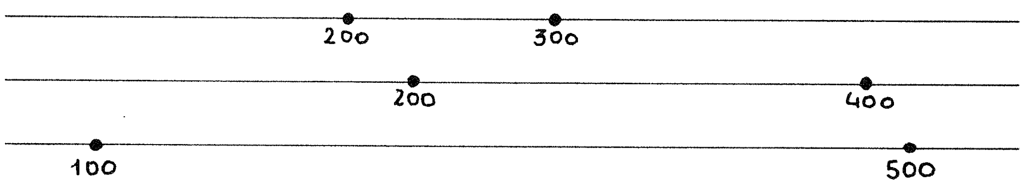
Exercice 4

Compléte ces graduations en plaçant, convenablement, les nombres 100, 200, 300, 400, 500 ...

Item 1

Item 2

Item 3



Annexe 4

REPERAGE [1]	Acquises en fin de cycle 3	En cours d'acquisition en cycle 3	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème
7. Savoir que la longueur du segment d'extrémités 2 points successifs d'une graduation est le pas de la graduation.			
8. Savoir que sur une droite il peut y avoir plusieurs graduations de pas différents.			
9. Savoir que sur une droite 2 points donnés successifs ne définissent pas toujours le pas de la graduation la plus pertinente et qu'il faut parfois déterminer une autre graduation avec un autre pas.			
10. Savoir qu'à certains points d'une droite graduée, on peut faire correspondre des nombres entiers.			
11. Savoir que sur une droite graduée d'origine O, . à chaque point M de la droite correspond un nombre m (entier, décimal ou fractionnaire) . la longueur du segment OM est égale à m unités.			
12. Savoir placer sur une droite graduée, à origine et unité précisées, le point correspondant à : . un nombre entier, . un décimal non entier, . une fraction [2]			
13. Savoir compléter une droite graduée canonique.			
14. Savoir trouver sur une droite graduée le nombre correspondant à un point connu ou donner un encadrement à ce nombre.			
15. Savoir que si des segments ont des longueurs égales, les écarts entre les nombres associés à leurs extrémités sont égaux.			
16. Savoir représenter sur une droite graduée d'origine O, un segment de longueur donnée dont une extrémité est O.			
17. Savoir que si l'écart entre 2 nombres successifs placés sur une droite est n, alors la pas canonique s'obtient en partageant en n parties égales le segment d'extrémités les points associés à ces 2 nombres.			
18. Savoir que si l'écart de 2 nombres placés sur une droite graduée est une puissance de 2, on peut, en déterminant des milieux successifs obtenir le pas de la graduation.			
19. Savoir que le pas d'une graduation n'est pas toujours le pas canonique.			

[1] Nous parlons de droite graduée dans l'acceptation des pratiques courantes : s'agit-il d'une droite graduée ou d'une droite numérique ou d'une demi-droite graduée ? Cela peut-être l'objet d'un débat.

[2] Fraction indique une écriture fractionnaire à numérateur et à dénominateur entiers.

Enseignement de la géométrie Continuité et cohérence de la maternelle au collège L'utilisation raisonnée des instruments

ATELIER B4 :
François Boule,
IUFM de Dijon

Le thème de cet atelier tire son origine d'une impression paradoxale.

La géométrie est souvent un domaine agréable pour le professeur de mathématiques, surtout s'il en a fait jadis, c'est à dire s'il approche ou dépasse la cinquantaine. Il se sent là une petite supériorité secrète sur les bourbakistes qui ont suivi. Mais, il reste à prouver que ce qui est bon pour soi l'est aussi pour les autres. On y arrive, sans trop de peine, avec un peu d'imagination. Il y a des situations propres à surprendre et extasier les petits enfants : compter les faces et les arêtes de polyèdres, découper des bandes de Mœbius, énumérer les patrons de cube, décortiquer des pavages d'Escher. Nous avons participé, comme bien d'autres, à ces plaisirs innocents.

Mais cela ne fait pas un enseignement. Et l'on constate qu'à l'école comme au collège, la géométrie est assez peu ou assez mal enseignée et que les professeurs témoignent d'une certaine inquiétude à ce sujet (cf. enquête de C. Houdement in Actes du Colloque de Douai).

Un regard plus précis sur l'enseignement secondaire accroît cette alarme.

Dans les années 80, on s'est appliqué, louablement, à rapprocher les programmes de CM. et de Sixième-Cinquième dans la lettre et dans l'esprit, afin de réduire la discontinuité C.M./Sixième. Cependant, le hiatus persiste (cf. enquête Fenichel & Pauvert et l'article de Kuzniak, COPIRELEM 96).

Au CM la géométrie est une pratique ; au collège elle n'est pas vraiment concrète, pas encore déductive ; on constate, en effet, que les démonstrations passent mal. L'alternative est alors : ou les remettre à plus tard, ou bien admettre les résultats. Admettre un résultat ne pose aucun problème si l'on se trouve *a priori* dans un référent déductif (c'est le cas pour les étudiants de mathématiques) : on pourrait démontrer, mais on ne le fait pas. Mais, si ce référent n'est pas encore établi, **admettre** revient plutôt à invoquer un principe de réalité : on admet parce que c'est comme ça. Que deviennent alors les mathématiques et qu'est-ce qui les distingue d'une Leçon de Choses ?

Il y a pire et c'est de mélanger les genres. "Que peut-on dire du triangle ABC ? — il *a l'air* isocèle". Doit-on observer ? mesurer ? justifier ?

Pire encore : on ne parle plus maintenant que d'enseignement de masse et de la difficulté nouvelle de maintenir pour tout le monde les exigences de la démonstration. Devrait-il donc y avoir une mathématique au rabais ? Cela ressemblerait à un scandaleux abandon.

Bref, on fait peu de géométrie et sans savoir pourquoi on en fait (et sans doute à cause de cela). Après un repli général dans les années 70, pour cause de maths modernes, et un retour empirique et bricolé dans les années 80, on ne sent guère de principe directeur.

Pour les Nombres, au contraire, pas de doute : savoir compter et calculer est un objectif séculaire. Et si les difficultés sont bien pointées (calcul mental, division, résolution de problème, décimaux et fractions), les efforts convergent pour proposer des solutions raisonnées. Alors que l'enseignement de la géométrie semble être un vestige à peine justifié, un plaisir bizarre pour initiés.

La question souvent posée est de savoir **quoi** faire, ou même **comment**, plutôt que **pourquoi** le faire. C'est mauvais signe.

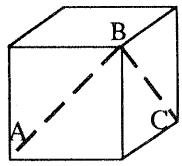
Le quoi-faire revient à l'institution. La didactique a quelque chose à dire sur le comment-on-fait, éventuellement sur le comment-faire. Mais les conclusions définitives sont toujours à venir. Les impatients —les enseignants— ont à se débrouiller avec le Réel.

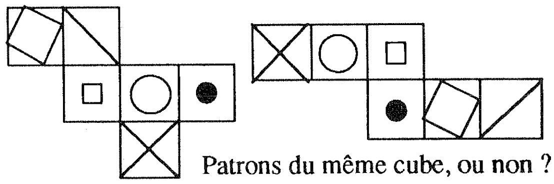
Pourquoi de la géométrie ?

Il convient probablement de distinguer ESPACE (construction de l'espace) et GEOMETRIE. Cette distinction a été récemment enrichie par les travaux de M-H.Salin et R.Berthelot. Ceux-ci ont proposé de mettre d'un côté les savoirs pratiques (qui pourraient être procéduraux, mais est-ce toujours le cas ?) et de l'autre les savoirs théoriques, plus proches des savoirs savants.

Je proposerais plutôt d'articuler la distinction autour de l'**implication du sujet**. S'agissant de repérage des lieux, d'orientation, de déplacements, il s'agit clairement de construction de l'espace. Mais l'implication du sujet dans la situation n'est pas nécessairement physique ; elle peut aussi concerner une représentation. Ainsi dans les deux problèmes ci-dessous, ou dans certaines situations (non toutes) de géométrie dans l'espace.

Angle ABC ?





Patrons du même cube, ou non ?

Plutôt que d'invoquer des connaissances de géométrie, le premier problème requiert de *changer de point de vue*, c'est à dire de faire tourner le cube (réellement si l'on dispose d'un cube, sinon par la pensée) pour faire apparaître les trois côtés du triangle ABC. Dans le second problème, les mains peuvent aider à simuler le repli de certaines faces, afin de faire entrevoir les oppositions et les contiguités sur le cube constitué). On voit par là que la construction de l'espace ne s'achève pas à l'école, ni même au collège.

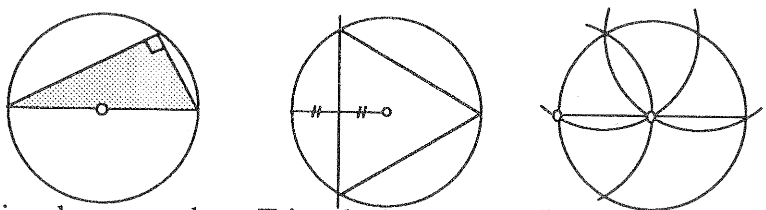
La géométrie consiste plutôt à **créer**, **organiser**, **régler** des schémas (on dit aussi des configurations) à partir des objets réels et en toute indépendance du sujet (il s'agit alors d'un espace "objectif", au sens où Piaget l'indique). Mais il y a plusieurs façons d'organiser des savoirs; on peut s'en tenir à une nomenclature, c'est à dire une structure vide, ou bien établir une structure déductive, organisée par des preuves.

C'est pourquoi il convient de distinguer différentes finalités à l'enseignement de la GEOMETRIE. En voici trois :

GA. L'une est liée à la représentation, à la schématisation, aux **configurations**. C'est un mode d'organisation et de repérage. Il s'agit d'établir un vocabulaire, mais aussi de reconnaître des (bonnes) formes et enfin de leur associer des procédures ou des résultats. C'est cette mise en réseau qui constitue le moteur de la résolution de problème.

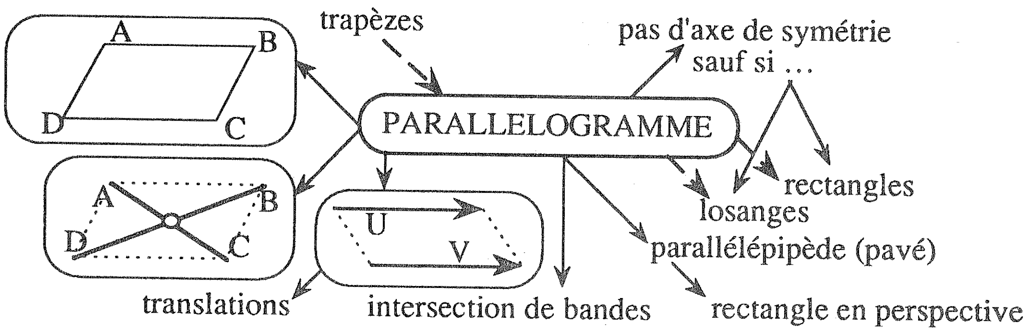
Ainsi, un parallélogramme peut être "lu" même en l'absence de ses côtés, s'il y a des vecteurs égaux, ou bien un centre de symétrie pour quatre points, etc. Les nœuds de ce réseau s'organisent autour de bonnes formes (carré bien assis, etc.) d'abord comme reconnaissance perceptive, puis agglomèrent des figures moins immédiates, des procédures, des relations logiques (les flèches du graphe). C'est peut-être ce point qui constitue la transition entre Espace et Géométrie classique, c'est à dire entre perception et abstraction (l'abstraction n'est pas l'un des pôles d'une opposition concret/abstrait, c'est un processus; cf. F.Gonseth : Les mathématiques et la réalité, 1936).

Exemple de quelques configurations liées au cercle :



Triangle rectangle Triangle équilatéral Hexagone régulier

et un aperçu du nœud "parallélogramme" :



GB. Une autre est liée à des **résultats** généraux (et simples). Ce sont des résultats qui ont eu une importance décisive dans la construction des connaissances, mais **constituent** aussi le bagage nécessaire de tout citoyen. C'est ici que le concept d'Elémentarité (cf. Arbogast, Condorcet, F.Buisson) mériterait d'être revisité. Le plus pur exemple et l'un des plus utiles, c'est le théorème de Thalès. Il associe une configuration et un calcul. Mais il y en a d'autres, en dimension 2 ou 3. Ces résultats ne sont pas forcément *organisés* : ils emplissent la musette du futur citoyen. Dans cette affaire, un regard sur l'évolution de l'enseignement depuis un siècle pourrait être salutaire. Que penser des droites concourantes du triangle ? des vecteurs ? du théorème de Pythagore ?

GC. Une autre enfin concerne la **preuve**. C'est probablement celle qui a la plus grande permanence historique et explique le succès millénaire des Eléments d'Euclide. Ceux-ci constituent l'exemple le plus accompli de la révolution intellectuelle grecque, au point que "l'esprit de géométrie" y a trouvé son lieu d'exercice le plus sûr. C'est pourquoi Spinoza organise ainsi son Ethique et que la géométrie constitue pendant des siècles un pilier de l'enseignement classique. On ne visait pas tant des résultats (dont l'accumulation a émoussé peu à peu la portée, et le sens même), mais une méthode ("un art") de pensée. En même temps, c'est ce qui permet d'organiser le bagage précédent. Beaucoup de résultats (Droite d'Euler, Ménélaüs, Poncelet...) peuvent sembler superflus ; mais c'est le chemin qui y aboutit qui est l'objet véritable. Ainsi des Droites Coucourantes du triangle ; véritable objet de culture? Ce n'est pas bien sûr et l'on sait bien que le souvenir n'en subsiste pas longtemps. L'intéressant est que les quatre démonstrations sont de type différent. C'est pourquoi il n'est pas souhaitable d'anticiper ces situations à l'école (puisque leur véritable objet n'y peut être traité). Il en est tout autrement de situations dont la *fréquentation* à l'école permet *d'établir* des représentations qui seront ensuite exploitées (typiquement dans le registre Espace).

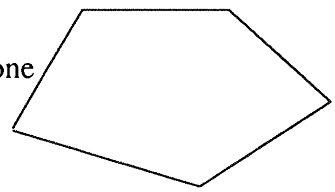
C'est dans cette troisième direction que la géométrie rencontre la logique et le langage. Ces rapports ne sont pas simples d'ailleurs. La logique aussi était objet d'enseignement (cf. Port-Royal, Condillac, L.Caroll...). Mais la logique enseignée ne se dégage de celle d'Aristote qu'au XIX° siècle et pour entrer en crise. Les Mathématiques Modernes l'introduisent de nouveau et de façon peu convaincante, comme on sait, et temporaire. On a beaucoup disserté dès lors sur Logique et Langage, sans qu'il n'en sorte rien de clair quant à la méthode, ni à l'enseignement.

Il reste que la géométrie est le lieu exemplaire de la démonstration. Mais s'agit-il d'une forme spéciale de raisonnement, dans laquelle on ne rentre qu'avec difficulté et de plus en plus tardivement ? C'est à cette incertitude que l'on assiste au Collège. On commence par observer ; on hésite à démontrer, et de plus en plus tard ; on admet de plus en plus et pas seulement au collège. C'est confondre la méthode et l'objet. C'est croire aussi que la démonstration est un lieu à part, où l'air est raréfié et les objets abstraits, un monde inconnu, ou pour mieux dire, exotique. S'il en est ainsi, la géométrie va disparaître et les mathématiques devenir bientôt une simple boîte à outils. Dans cette direction, les poussées les plus démagogiques ne sont pas les moins ministérielles.

Il doit être clair que ces finalités ne sont pas *exclusives*, ni *successives*. Beaucoup de situations les font coexister. Cependant, à un moment donné, le professeur doit pouvoir déterminer si l'activité pratiquée ressortit principalement à telle ou telle de ces finalité; les exigences en jeu (précision du tracé, ou du vocabulaire,...) seront différentes selon les cas. C'est ce qui n'apparaît pas toujours clairement dans les exercices proposés par les livres :

Mesure les angles A, B, C, D, E de ce polygone
Calcule la somme des mesures obtenues.

[Mathématiques 6° Magnard]



Mesurer, calculer ? Quel est le statut du résultat ? Quel est le rôle de ce pentagone ?

Mais la finalité du maître n'équivaut pas à la finalité pour l'enfant. Le cas du jeu en Maternelle est exemplaire. Si l'enfant joue, son but est de gagner. Alors que celui du maître est de faire exercer, ou découvrir, ou apprendre quelque chose ; but qu'il n'est pas nécessaire d'expliciter.

Un programme pour l'atelier

Ces différentes finalités ne doivent surtout pas être envisagées dans une succession. On l'a dit, la Géométrie ne succède pas à l'Espace. Et la soudaineté d'une exigence de preuve (démonstration) en Quatrième conduit à l'incompréhension et à l'échec.

Le présent atelier se propose de s'interroger, plus particulièrement, sur la continuité qu'il peut y avoir entre : expliquer, justifier, argumenter, prouver, démontrer, du Primaire au Secondaire :

- la continuité des exigences entre élémentaire et secondaire ;
- la nécessité de justifier,
- et de le faire en des termes variés, pas seulement ceux de la démonstration .

Dès l'école on est fondé à justifier, à argumenter sans entrer dans l'appareil formel de la démonstration. Et à côté des situations de manipulation, d'observation qui visent à construire l'espace et le représenter, il y a place pour justifier.

Voici deux exemples :

1. En GS, les enfants forment une ronde. Un coussin est placé à l'intérieur, plus près de certains enfants. La règle est de rejoindre le coussin le plus vite possible. Des enfants se récrient : c'est injuste. Alors ? Où placer le coussin ? et comment convaincre tout le monde qu'il n'y a plus d'injustice ? l'usage d'une ficelle constitue un critère objectif qui met tout le monde d'accord, et installe l'idée de centre du cercle (équidistance). Justifier, c'est ici trouver un critère acceptable par tous.

De plus, ceci illuste le point GA : on met en rapport le rond (connu depuis longtemps, par.ex. cerceau) et le cercle centré (roue...). Donc deux nœuds du "réseau" géométrique sont ainsi connectés et une possible définition du cercle apparaît.

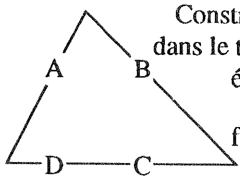
2. On propose de petits puzzles combinant deux ou trois pièces de la Moisson des Formes, ou du Tangram, ou des Taktiles. Indiquer a priori –sans essai– quelles pièces *ne peuvent pas* convenir. S'il y a litige ou contestation, quels arguments invoquer ? En dernière recours, la manipulation valide. La formulation –ici– n'a pas une valeur prépondérante ; c'est la nature de l'argument qui est intéressante. Exemple des pavages (C.M.-collège) : on sait que des hexagones réguliers pavent (tommettes). L'incidence aux sommets est 3. C'est un argument **suffisant** pour dire que des pentagones réguliers **ne peuvent pas** paver (incidence 3) ; alors que des carrés pavent (incidence 4).

Remarque : Il peut sembler qu'en maternelle, les situations sont plus *riches* (c'est à dire moins épurées, empruntées à un contexte illimité et traitées sans restriction a priori). Tout est bon à prendre. Alors qu'ensuite on semble se restreindre de plus en plus à des "situations d'école". Mais ce que l'on perd en diversité, on le gagne probablement en approfondissement (maîtrise des instruments etc.).

Dessin/figure, Constructions, instruments

La géométrie passe du dessin (concret, singulier) à la figure. Comment passer à la figure ? Si le dessin **montre**, peut-on avoir envie de **dé-montrer** ? Comment éviter alors que le dessin fournisse son évidence ? Un moyen serait de ne produire qu'un texte, en fonction duquel chacun élabore son dessin. Mais c'est un peu brutal. Les problèmes de *construction* permettent de ne donner qu'une partie du figuré et donc d'éviter de seulement lire le dessin.

Exemple classique :



Construire un carré, inscrit dans le triangle, le côté [CD] étant porté par un côté

fig.1

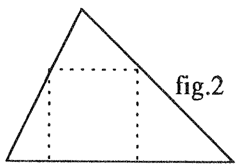


fig.2

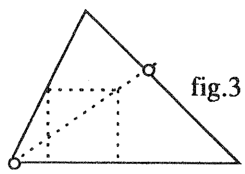


fig.3

Il y a deux grandes familles de situations propices où se mêlent l'empirique, la conjecture et la justification : les "lieux" et les constructions géométriques. Les "lieux", jadis prisés, peuvent passer pour des situations quelque peu artificielles ou spéciales.

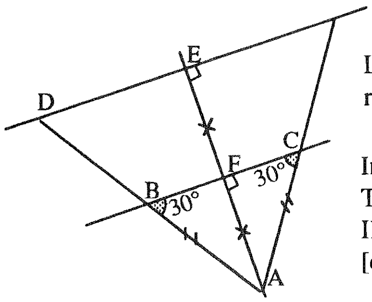
On parvient plus aisément à lier les problèmes de constructions à des situations pratiques. Elles font intervenir des instruments, dont la variété est significative [cf. annexe 1]. Les instruments, comme les configurations, **condensent** de la géométrie. C'est pourquoi leur usage réglé est important et pas seulement quant à la qualité de réalisation. De plus, aucun résultat n'est à lire sur la figure. La justification est donc nécessaire.

Trois statuts différents de la représentation figurée :

1. Dessin (objet singulier donné à voir). On peut décalquer, observer, mesurer...
2. Figure d'étude (ex. fig. 2 et 3 ci-dessus)
3. Figure (générale) : c'est une classe de cas différents (schéma) qui abolit les cas particuliers.

Un livre propose nécessairement des dessins (malgré des contours volontairement tremblés, ou des précautions oratoires) et masque nécessairement cette multiplicité de statuts. Ils sont *a priori* exacts, d'où l'étrangeté des exercices comme celui-ci :

Enoncé de problème (Magnard, 6°) : “Un exercice plus difficile”.

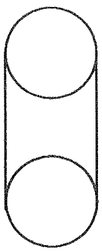


La figure a été mal dessinée, mais tous les renseignements sont justes. Essaie de la réaliser

Indications :
Tu as probablement remarqué un axe de symétrie.
Il est tentant de le tracer en premier. Essaie.
[etc.]

Le manuel s’autorise à produire une figure “mal dessinée”. Cela peut-il faire partie du contrat de l’élève ? A quelle condition ? Quoique mal dessinée, la figure laisse voir un axe de symétrie, qu’il est “tentant de tracer”...

Autre exemple :



MAUVAIS DESSIN
Voici un dessin de Luc, représentant un cylindre reposant sur une table. Ce cylindre a une hauteur de 2cm et le rayon de la base est 0,8 cm.
Ce dessin est faux.
Chercher l'erreur, et faire un dessin correct.
[Mathématiques, Alpha, 5°, Hatier]

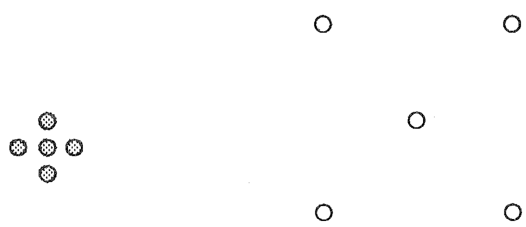
Quelle est la convention de représentation ? Est-ce une perspective ? Pourquoi les dimensions interviennent-elles ?
Quels instruments utiliser et dans quel ordre les introduire ?

Pour reproduire une figure : on peut décalquer (tout) ; mais aussi prélever des **indices** (pas forcément des mesures) ; ceux-ci dépendront du support et des instruments donnés (quadrillé, réseau, bande de papier,...).

Supports possibles :
papier blanc ; géoplan, papier pointé ; papier quadrillé ; trame, réseaux.

Instruments possibles :
ficelle ; gabarits (allumettes, blocs carrés, disques...) : règle non graduée, à deux bords ; équerre, fausse équerre ; compas ; règle graduée...
Un instrument c’est de la géométrie condensée, c’est à dire des propriétés fonctionnelles, en acte. Enoncer une procédure c’est passer au langage, mais l’usage des instruments a valeur d’argument. Exemple de la variété des ressources instrumentales : annexe 2.

Le **changement** d’échelle est très significatif. Pour trois raisons.
• la première relève de la perception. Exemple 1 :

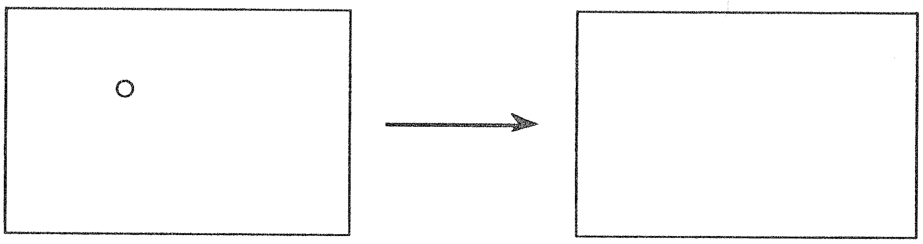


Il s’agit de la même configuration. Néanmoins, la première peut être perçue comme “bonne forme” et pas la seconde, à cause du changement d’échelle (cf perception du très jeune enfant : identifier une forme ou en distinguer deux ne suppose pas nécessairement mesure).

• Exemple 2. On cherche à délimiter un rectangle d'abord sur une feuille de papier. Les instruments retenus pourraient être la règle et l'équerre. Mais, si l'on veut planter dans la cour quatre piquets qui déterminent un rectangle de 6m sur 8m comment s'y prendre et valider le résultat ? Suffira-il de planter au jugé et de monter au 4° étage de l'école pour "voir" ? On imagine que l'usage d'une ficelle et la propriété d'égalité des demi-diagonales est pertinente (mais quelle sera leur longueur ?).

Cela montre que **l'échelle** du problème induit des propriétés, donc des instruments différents.

• Exemple 3. Situer un point sur une figure B comme il l'est sur une figure A :
(instruments : règle non graduée, équerre)



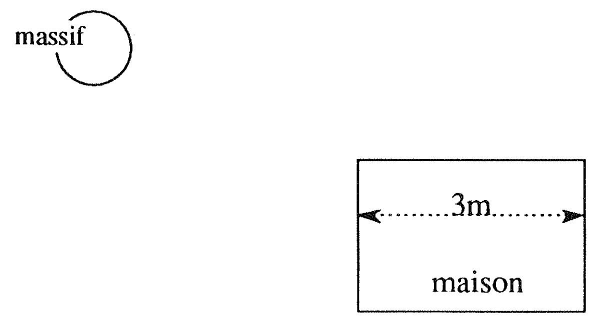
Il peut se faire qu'à vue de nez, on trouve une réponse satisfaisante. Doit-on en être satisfait ? Ceci pose la question de la marge d'erreur. Le professeur peut accepter une marge d'erreur si l'objectif n'est pas la précision de la réalisation, mais l'argumentation (par ex. *superposition* de figures découpées). C'est alors lui qui est maître du critère (il estime que l'enfant a compris ou non ce qui est en jeu), sans devoir expliciter la précision de cette marge. ce n'est pas un contrat, parce qu'il n'y a pas de symétrie et que le statut de l'erreur n'est pas ici explicite et le concept de "contrat didactique" est en défaut.

Mais on peut aussi valider la réponse en imposant des instruments (par ex. règle-équerre, ou bien règle-compas). Peut-on expliquer comment on s'en est servi ? La réponse est alors langagière. Ou bien encore on transpose le problème de A4 —>A2, avec les mêmes consignes instrumentales. La construction "à vue de nez" donne assurément de moins bons résultats. Si le point est bien situé, il y a de meilleures chances que la procédure soit convenable.

N.B. Le texte ci-dessus tente d'intégrer à la fois la présentation de l'atelier et les élements de discussion qui sont apparus au cours des deux séances. Il n'a pas l'illusion d'être objectif, ni exhaustif.

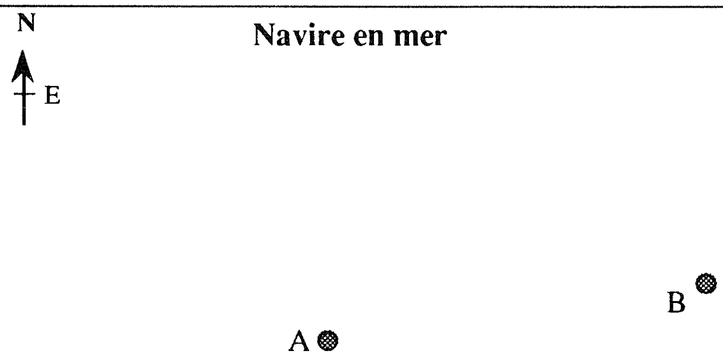
Annexe 1 : deux exemples de problèmes de construction :

Chasse au trésor (2)



Le trésor est enterré à deux mètres de la maison,
et à deux mètres du massif de fleurs . Où faut-il creuser ?

Navire en mer



Le navire M est au Nord-Est de A
et au Nord-Ouest de B

Annexe 2 : Exemple de constructions avec différentes ressources instrumentales. LE TRIANGLE EQUILATERAL

1. Contruction avec le compas seul

C'est évidemment la plus simple. Tracer un cercle de centre O. Avec le même rayon, un arc centré en A' sur le cercle. Il le rencontre en B et C. Puis de B ou C comme centre et toujours le même rayon, on obtient le point A, diamétralement opposé à A'

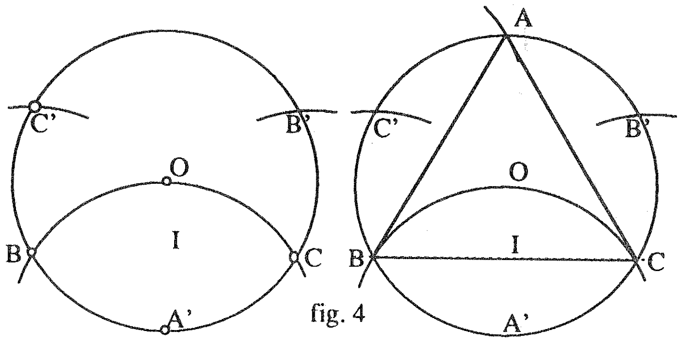
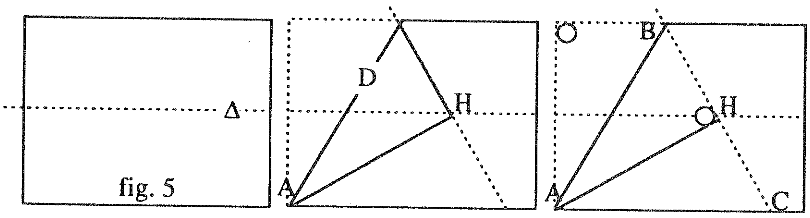


fig. 4

2. Pliage d'une feuille rectangulaire



Plier selon la plus longue médiane Δ. Puis en gardant le coin A immobile, amener le coin supérieur gauche sur Δ (fig.2). Le point H est à la fois milieu de [BC] et hauteur de ABC. Donc AB=AC. De plus, les hauteurs issues de A et de B sont égales. Donc ABC est équilatéral. C'est la propriété des médiatrices qui est mise en œuvre.

3. Avec un disque et une règle

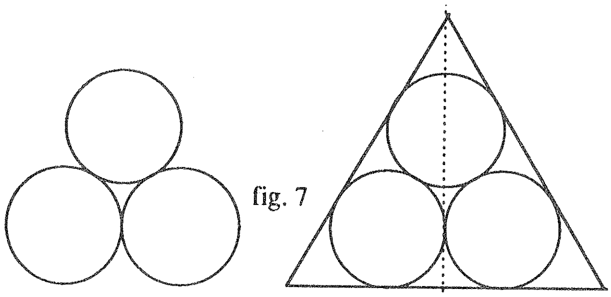


fig. 7

Tracer trois cercles (de même rayon) tangents deux à deux ; les tangentes communes dessinent un triangle équilatéral. Ce sont les axes de symétrie de la première configuration qui sont utilisées.

4. Pliage d'un disque en papier (trace d'un cercle)

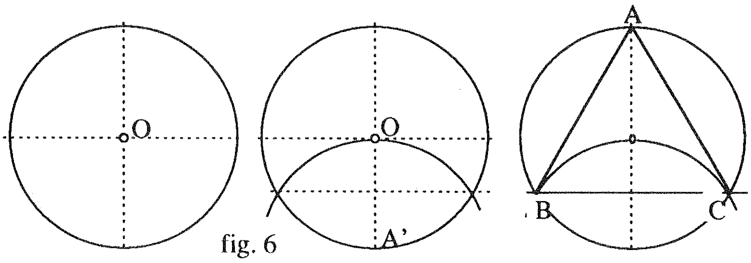


fig. 6

Faire apparaître par pliage deux diamètres perpendiculaires, donc le centre O. Plier le point A' sur O. Soit [BC] ce pli. Puis plier selon [AB], puis selon [AC]. Le triangle ABC est équilatéral. C'est ici l'inscription du triangle dans le cercle qui est utilisée et la symétrie par rapport à (BC).

5. Avec une règle à bords parallèles (ou une bande)

Préalable : construire un réseau parallèle et une perpendiculaire (fig.1). Les bords de la règle passant par A et B sur Δ déterminent un losange, dont la diagonale (IJ) est perpendiculaire à l'autre diagonale (AB).

fig. 1

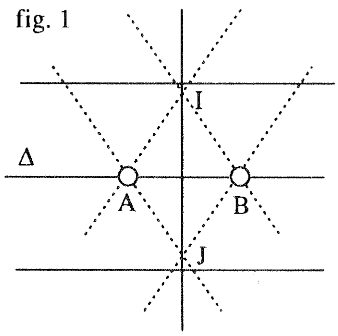
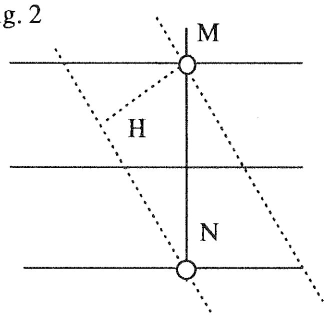


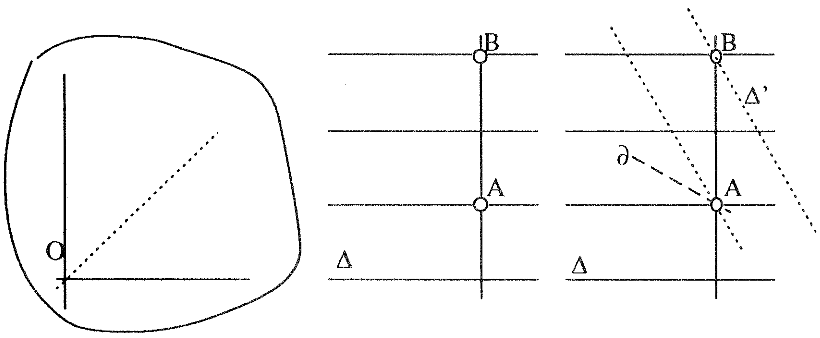
fig. 2



Placer la règle en sorte que les deux bords passent par M et N.Dans cette disposition MH = MN/2, donc NMH est un demi-équilatéral.

(NH) détermine un angle de 60° avec les lignes du réseau.

6. Pliage d'une feuille quelconque



On fait apparaître un réseau parallèle équidistant.

Il existe un pliage (∂) passant par A tel que l'image de Δ passe par B. On est ramené au cas précédent : (Δ, Δ') = 60°.

******

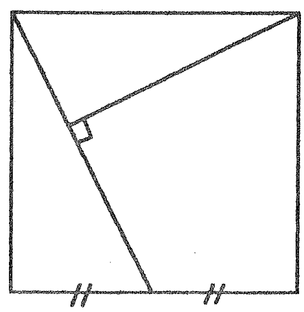
La notion de mesure exacte : de l'impossibilité physique à la nécessité mathématique, les conditions d'une rupture inévitable

ATELIER B5 :
Francis Reynès,
Collège Grand Air, ARCACHON
IREM D'AQUITAINE.

La notion de "mesure exacte" est propre aux mathématiques et en rupture non seulement avec l'idée usuelle, "naïve", mais aussi avec la mesure utilisée dans les sciences dites "exactes"... Elle est étrangement absente de tous les programmes de l'enseignement secondaire, ce qui n'empêche évidement pas qu'elle pose un problème spécifique dont la résolution ne va pas de soi. Elle est pourtant incontournable en classe de 3^e : comment, en effet, faire accéder $\sqrt{2}$ au statut de nombre si l'on n'a pas intégré le fait que la mesure d'un segment — en l'occurrence la diagonale d'un carré de côté 1— s'exprime par UN nombre ? Elle est même indispensable bien avant, dès qu'un exercice de géométrie (démonstration ou construction) intègre des mesures d'angles ou de segments, pour éviter le recours aux procédures de mesurage sur la figure liées à une confusion des domaines image physique / modèle idéal (procédures que l'on rencontre encore en seconde ...). Or les activités pratiquées à l'Ecole et au début du Collège génèrent un obstacle didactique sans doute inévitable ... Au travers d'une expérience menée en classe de 4^e, nous proposons une réflexion sur les possibilités de dépassement de cet obstacle, afin qu'il puisse être effectif à la sortie du Collège.

1) Première séquence

A l'Ecole, les objets géométriques sont présentés de façon ostensive comme des "formes matérielles" (voici un triangle, voici un carré, etc.) et non par une définition conceptuelle. Et il n'y a évidemment pas moyen de faire autrement ! On est en plein "stade opératoire concret", et la familiarisation avec ces objets passe par des manipulations physiques (découpages, puzzles,etc....) et des activités de dessin.

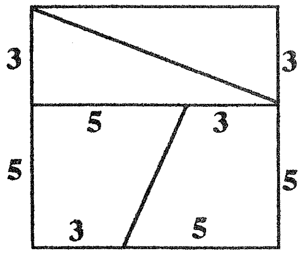


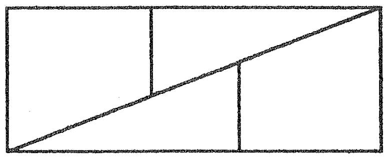
Par exemple le découpage d'un carré comme indiqué ci-contre est une source d'activités très riches puisqu'il permet de reconstituer six autres "figures géométriques".

Mais se pose alors de façon cruciale la question de la validation : comment être certain que l'on a, par exemple, "fabriqué" un trapèze isocèle ?

Des "règles du jeu" sont indispensables à propos des angles et des longueurs pour que, lorsqu'on "recolle les morceaux", on soit sûr qu'il n'y ait pas de "trou".

La question «à partir de quel moment, de quelles normes, un dessin, une figure peuvent-ils être considérés comme "justes" ou "faux" ?» a donc été soulevée … et le "contre-exemple" bien connu suivant a été évoqué :





qui conduit à l'aberration 64 = 65 si l'on ne réalise pas qu'il y a un trou dans la diagonale du rectangle.

La question : «la mesure fait-elle partie des mathématiques ?» nous a conduit à faire une distinction entre l'action de mesurer (le mesurage) et le résultat de cette action qui serait à proprement parler la mesure, ainsi qu'entre mesure effectuée (par mesurage) et mesure calculée. L'accord s'est établi sur le fait que le mesurage était une activité concrète effectuée sur des objets matériels à l'aide d'instruments tout aussi matériels et que c'était donc à ce niveau que se posait le problème de l'imprécision —et donc de la fiabilité— des résultats de mesure obtenus, résultats qui, logiquement, devraient donc s'exprimer par un "intervalle de confiance".

Lorsque, au Collège aussi bien qu'à l'Ecole, on découpe un morceau de carton aux dimensions indiquées ou que l'on partage une longueur en deux moitiés, on **fait comme si** les résultats de ces manipulations étaient parfaits, ce qui permet de valider des coïncidences. Mais fait-on prendre conscience du fait que c'est précisément ce "faire comme si" qui est la source de notre confiance dans la validation qui suivra ?

Plus largement, c'est la question «quel rapport à la Géométrie veut-on (peut-on ?) instaurer à l'Ecole ?» qui a été posée … avec un certain nombre de corollaires : Qui prend en charge les questions de mesure après l'Ecole ? Il semble que le mesurage soit du domaine de la physique et que la détermination de mesures par le calcul soit de celui des mathématiques. Est-il possible de prendre ces deux aspects en compte dès l'Ecole ? Dans le "micro-espace" de la feuille de papier sur laquelle on travaille, tout semble évidemment mesurable. Pourrait-on introduire des situations-problèmes où interviendrait un mesurage inaccessible ? Mais inaccessible en quel sens ? La mesure (exacte) de la diagonale d'un carré de côté 1 dm semble un nombre inaccessible à des élèves de 3^{è} ! Et l'on retombe fatalement sur le problème du statut du nombre, de la représentation d'un nombre sur une droite graduée, de la "nature" d'un point d'une droite … et l'on se heurte immanquablement, d'une façon ou d'une autre, au problème de l'infini … et à celui de la démonstration en géométrie, par exemple à propos de l'existence d'un triangle dont les côtés mesurent 7, 5 et 12. L'évocation de ce dernier problème a bien marqué la rupture nécessaire entre le monde physique de l'"à peu près" et celui de la cohérence interne des mathématiques. Dans le même ordre d'idée a été mentionnée l'activité que l'on pouvait mener à propos du format A4.

Vers la fin de la séance j'ai distribué un certain nombre de documents utilisés en classe de 4è, au début de l'année, et qui ont pour but d'essayer de faire réfléchir à la nature des objets géométriques et à faire la distinction d'une part entre objet et représentation de cet objet, d'autre part entre objet physique et "objet idéel". Si tous les élèves sont vite d'accord pour convenir que l'image d'une pipe n'est pas une pipe (cf le tableau de Magritte), en revanche beaucoup maintiennent encore, après cette réflexion, que l'image d'un cercle est le cercle !

2) La mesure exacte utopie géométrique ou nécessité numérique ?

(Texte distribué aux participants à la fin de la première séquence)

En 6^{è} et 5^{è}, les activités de mesurage sont monnaie courante puisqu'il faut "faire du concret". Mais on est censé faire des Maths, pas de la Physique : le problème de la précision des mesures est donc purement et simplement évacué ; on s'arrange pour que les situations proposées éludent la question et on fait comme si la mesure était exacte, sans savoir ce que cela veut dire, ce que cela sous-entend et implique. Bien entendu, cet implicite, ce "non dit", est générateur de confusions dont les effets néfastes resurgissent violemment en 4è lorsqu'on commence à essayer de pratiquer la Géométrie avec une certaine rigueur (cf. le fameux "*on voit sur la figure*"). L'utilisation, comme données aussi bien que comme résultats, de mesures comportant, au pire, un chiffre après la virgule, ne fait que renforcer ce malaise. En voici deux exemples :

1) Ci-dessous est représenté un segment [A B] tel que AB = 12,4978 cm :

A ____ B

Réaction de plusieurs élèves : ils prennent leur double décimètre, mesurent et protestent : "*Non, le segment fait douze centimètres et demi !* "...

2) Représenter ci-dessous un segment [K L] tel que KL = 13,216 cm.

Réaction de nombreux élèves : "*C'est impossible !* "

Questions :
Qu'est-ce qu'un segment ?
Que signifie "représenter" ?
La représentation d'un segment est-elle ce segment ?
Que mesure-t-on avec un double décimètre, un segment ou une représentation d'un segment ?
Effectuer une mesure avec un double décimètre, est-ce faire des Mathématiques ?

☞ En 5è le nombre π est introduit pour la mesure de la circonférence d'un cercle et la question "π, *ça fait combien ?* " est inévitable.

☞ En 4è, l'arrivée du théorème de Pythagore repose le problème historique de $\sqrt{2}$. L'interrogation récurrente "$\sqrt{2}$ *ça fait combien ?* " est l'exemple typique de la question mal posée à laquelle il est impossible de répondre d'emblée puisqu'il faut d'abord la reformuler en : "quel est le nombre qui donne la mesure de la diagonale d'un carré dont les côtés ont pour mesure 1 ? ", problème qui, pour être résoluble, suppose que :

1) tout segment soit mesurable,

2) la mesure soit exacte, c'est-à-dire s'exprime par UN nombre unique. Car on ne peut pas se poser la question de la "nature" de $\sqrt{2}$ si l'on n'a pas accepté la nécessité de son "existence". Et l'on ne peut accepter, pour le désigner, ce nouveau graphisme incommode et dérangeant que si l'on a compris qu'il n'y a pas moyen de faire autrement, parce que le nombre positif qui a pour carré 2 n'est, hélas, égal à aucun nombre rationnel. (Notons au passage que la compréhension du concept d'égalité, en rupture totale avec toute idée de précision ou d'approximation, est un autre préalable).

Nous voyons donc ici trois problèmes :

I Le statut des "objets géométriques" et de leurs représentations matérielles.

II La question de la mesure "abstraite" d'"objets abstraits", en continuité ou plutôt en rupture avec la mesure physique d'objets matériels.

III Le lien concret–abstrait, on pourrait dire le lien Physique– Mathématique, plus précisément la relation "monde matériel"–"modèle conceptuel".

Et un danger constant : l'amalgame implicite des domaines.

L'objet géométrique est un objet idéalisé, quasiment utopique ou onirique, donc idéel, conceptuel, et qui résulte non seulement d'un saut dans l'imaginaire (trait de plus en plus fin, alignement de plus en plus précis, etc.), mais encore d'une sorte de "passage à la limite" qui consacre définitivement la rupture avec le "monde réel" (ligne d'épaisseur nulle, ligne droite, etc.).

Conceptuellement épuré pour ne conserver que le minimum de propriétés garantissant son caractère opératoire, cet objet géométrique va pouvoir servir de modèle à des objets matériels.

C'est dans l'adéquation du modèle (idéel, donc idéal) au problème concret que se pose la question de la précision.

Pour savoir combien il me faut de moquette pour le salon, je mesure (physiquement) le plancher du dit salon et je choisis à partir de là le modèle géométrique qui me semble le plus adéquat (rectangle, trapèze, ...), je prends par précaution une "marge d'erreur" et je fais fonctionner le modèle pour calculer (rigoureusement) une aire théorique qui couvrira mes besoins réels.

C'est bien parce qu'un segment est un objet idéel et non matériel qu'on ne mesure pas un segment avec un double décimètre. Et c'est bien pour cette même raison que sa mesure pourra être admise comme parfaite ("la perfection n'est pas de ce monde"). Ce qu'on peut mesurer avec un double décimètre c'est, forcément et toujours, un objet tout aussi matériel que ce double décimètre !

En fait, le problème du mesurage d'un segment (ou d'un angle) ne se pose jamais : ou bien sa mesure est donnée, connue ; ou bien sa mesure peut se déduire d'autres mesures déjà connues en utilisant des propriétés ad hoc.

Si l'on travaille sur des représentations, il faut que soit au préalable posé et partagé un système de normes qui fixe sous quelles conditions on pourra considérer une représentation comme fiable, fidèle. Par exemple on demandera la précision du millimètre pour les longueurs mesurables avec un triple décimètre, du degré pour les angles mesurables au rapporteur. Et l'on s'accordera pour reconnaître l'autorité d'un "expert" (en principe le professeur...) pour apprécier si ces normes sont respectées. Et il est essentiel de comprendre qu'il n'y a pas de différence de nature entre mesurer le plancher du salon et mesurer un dessin de quadrilatère sur son cahier : dans les deux cas on ne fait pas de Mathématique !

L'acceptation de la nécessité de la démonstration géométrique passe obligatoirement par la reconnaissance du caractère abstrait, de l'essence idéelle des objets géométriques et par le découplage entre objets conceptuels et représentations matérielles.

3) Deuxième séquence

Nous avons commencé par une reprise de quelques questions posées à la fin de la première séquence.

Il n'y a pas de mesure exacte d'un objet matériel : on pourrait presque dire que la question ne se pose même pas : elle est hors sujet ... Le langage utilisé n'est pas monosémique et entraîne des dérapages sémantiques : lorsqu'on demande, par exemple : «découper dans du carton un carré de 8 cm de côté», on fait deux glissements du domaine conceptuel au domaine matériel : ce n'est pas le carré que l'on découpe mais une image de carré, et cet objet physique n'aura pas 8 cm de côté mais **on fera comme si** c'était le cas car il en est ainsi pour le modèle qu'il représente.

Ce n'est pas "couper les cheveux en quatre" que d'insister sur cette distinction. Car la question qui se pose au collège est : de quoi parle-t-on lorsqu'on fait une démonstration ? L'objectif est-il de travailler sur des objets ou sur des informations ? L'initiation à la déduction peut-elle se faire sans que soit clarifié le niveau auquel elle se situe : celui des idées ? D'où la nécessité, à notre avis, de réfléchir sur des notions aussi élémentaires que celles de point et de droite pour pouvoir comprendre à quel jeu on va jouer : l'observation de "deux traits rectilignes qui se croisent" ne permettra jamais de savoir combien ils ont de points communs !

Il a été noté que, pour les élèves, un objet physique est avant tout une "chose manipulable" et que c'est peut-être pour cela que la "figure géométrique" a beaucoup de mal à être assimilée à un objet matériel : elle n'est pas considérée comme un dessin d'un "objet imaginaire". D'ailleurs la "figure géométrique" peut être considérée comme une sorte d'objet intermédiaire, représentant d'une classe d'objets géométriques.

Ensuite ont été distribuées les fiches "Question de mesure" que nous utilisons depuis trois ans en 4ème pour tenter de ... faire approcher la notion de mesure exacte. **Il va de soi que l'utilisation de ces fiches suppose réalisé tout le travail de "mise en place" du statut des objets géométriques que nous avons mentionné précédemment.**

Toutes ces activités prennent du temps, bien évidemment. Mais il faut savoir ce que l'on cherche à obtenir : un montage de mécanismes procéduraux qui seront forcément fragiles, ou bien une familiarisation avec certaines **méthodes de réflexion**. Pour notre part, après tout ce travail, nous avons pu constater qu'il devient exceptionnel qu'un élève de 4è prenne son double décimètre pour faire une démonstration et lorsque cela se produit, il suffit la plupart de temps de lui montrer la reproduction du tableau de Magritte "La trahison des images" qui est affichée dans la classe et de lui rappeler que l'on fait des mathématiques.

A propos de validation, nous sommes revenus sur le problème évoqué lors de la première séquence : s'il est clair qu'une "vérification matérielle" ne peut qu'amener à proposer une conjecture, en revanche il est parfaitement recevable qu'une non-vérification puisse servir de contre exemple, à condition que soit connue la "fourchette de confiance" que l'on peut accorder à la manipulation d'une représentation du modèle : si mon intervalle de mesure m'assure que $12,3 < m < 12,8$ et si une "démonstration" me conduit à $m = 14$, alors je peux être quasiment certain que j'ai commis une erreur dans ma démonstration. C'est un résultat qui n'est pas à négliger !

QUESTIONS DE MESURE

I) Introduction

Dans les "Sciences exactes" (Physique, Chimie, Biologie, etc) on mesure certaines *caractéristiques* d'**objets matériels** en utilisant des *instruments de mesure* (qui sont d'autres objets matériels). Par exemple on peut mesurer une masse avec une balance, une température avec un thermomètre, etc.

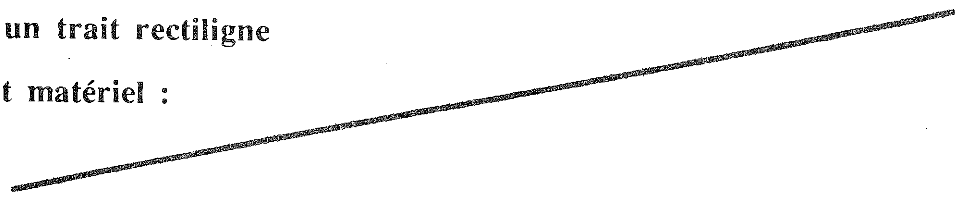
En Mathématique, la situation est tout autre : en effet, les "*objets mathématiques*" étant abstraits, imaginaires, il n'est pas possible de les "mesurer" au sens habituel, concret de ce mot ! La question de la mesure doit donc être posée autrement : puisque les "*objets*" à mesurer sont imaginaires, abstraits, alors les "*procédés de mesure*" doivent l'être aussi.

Nous allons essayer de comprendre cette distinction.

II) Activité : un peu de Physique

A) Mesurons un trait rectiligne

Voici un objet matériel :



C'est un "trait rectiligne", fabriqué avec de l'encre. Il a une *longueur* et une *épaisseur*.

1) Mesure de sa longueur

Prends une règle graduée et mesure sa longueur.

Ecris le résultat de ta mesure en prenant pour unité le millimètre : ....

Peux-tu être **absolument certain** que tu as trouvé la "*vraie*" mesure, la mesure "*exacte*" ? .... Pourquoi ?

A ton avis, entre quelles valeurs voisines peux-tu être certain que se trouve la "*mesure exacte*" ? Entre .... mm et .... mm.

Quel est l'écart entre les deux nombres ci-dessus ? ....

Cet écart est l'imprécision de la mesure.

Si on désigne par "w" la mesure exacte de cet objet on a : .... ≤ w ≤ ....

On obtient un **encadrement** à .... près.

.... s'appelle la **valeur approchée par défaut**.

.... s'appelle la **valeur approchée par excès**.

2) Mesure de son épaisseur

Essaye maintenant de mesurer, avec ton double décimètre, l'épaisseur "e" du trait rectiligne de la page précédente et d'en trouver un encadrement.

.... ≤ e ≤ ....

Est-ce facile ? .... Pourquoi ?

Penses-tu que l'on puisse mesurer l'épaisseur d'un cheveu avec un double décimètre ? .... Pourquoi ?

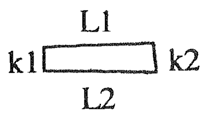
Penses-tu que l'on puisse mesurer la distance de la Terre à la Lune avec un triple décimètre ? .... Pourquoi ?

Conclusion :

B) Mesurons les côtés d'un dessin de quadrilatère

1) Première étape

Voici un autre objet matériel :



On appelle k1, k2, L1, L2 la "valeur exacte" de la mesure de chaque côté. Effectue la mesure avec ton triple décimètre, puis écris un encadrement de la "valeur exacte" en prenant comme unité le millimètre :

≤ **L1** ≤	≤ **L2** ≤
≤ **k1** ≤	≤ **k2** ≤

Pour chaque dimension tu as obtenu un encadrement à .... près.

Les **valeurs approchées par défaut** sont :

pour L1 : .... ; pour L2 : .... ; pour k1 : .... ; pour k2 : ....

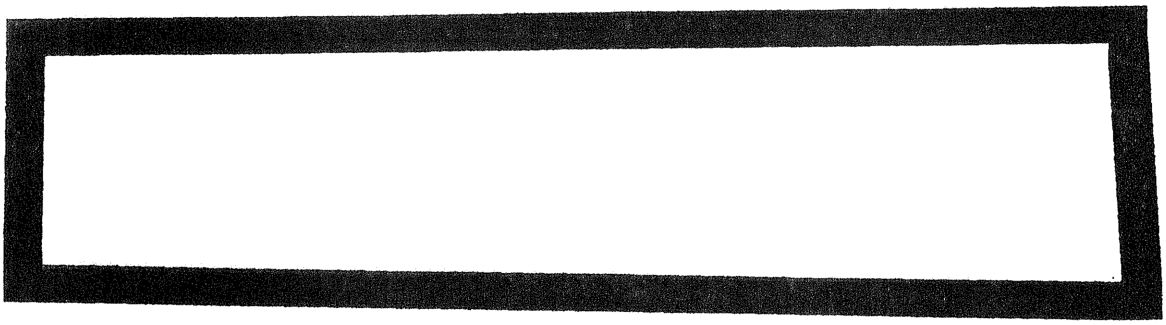
Les **valeurs approchées par excès** sont :

pour L1 : .... ; pour L2 : .... ; pour k1 : .... ; pour k2 : ....

2) Deuxième étape

Dans l'espoir d'améliorer la précision des mesures, on fait un agrandissement de l'objet précédent. On a choisi un coefficient d'agrandissement de 10, **ce qui a pour effet de multiplier chaque dimension par 10**.

Voici le résultat de cet agrandissement :



Mesure chaque côté puis, en reprenant les noms que tu as donnés aux "valeurs exactes", écris les encadrements pour l'agrandissement :

$\leq 10 \times L1 \leq$ $\qquad$ $\leq 10 \times L2 \leq$

$\leq 10 \times k1 \leq$ $\qquad$ $\leq 10 \times k2 \leq$

Enfin, en divisant tous les nombres par 10, écris les nouveaux encadrements de l'objet original :

$\leq$ **L1** $\leq$ $\qquad$ $\leq$ **L2** $\leq$

$\leq$ **k1** $\leq$ $\qquad$ $\leq$ **k2** $\leq$

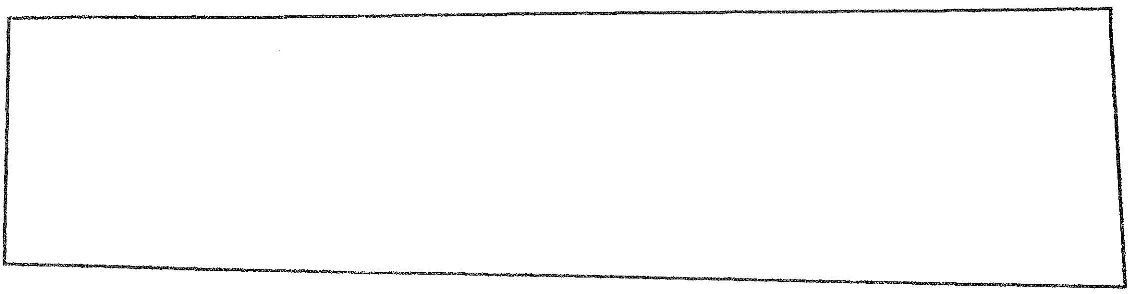
L'encadrement de L1 est à .... près. L'encadrement de L2 est à ....près.

L'encadrement de k1 est à .... près. L'encadrement de k2 est à .... près.

Faire un agrandissement a-t-il permis d'améliorer la précision des mesures ? Pourquoi ?

3) Troisième étape

ALORS, IMAGINONS L'IMPOSSIBLE : imaginons que l'on agrandisse le dessin sans augmenter l'épaisseur des traits, ce qui est, évidemment, matériellement impossible ! On obtiendrait alors ceci :



Mesure puis donne les quatre encadrements des côtés :

$\leq 10 \times L1 \leq$ $\leq 10 \times L2 \leq$

$\leq 10 \times k1 \leq$ $\leq 10 \times k2 \leq$

En divisant par 10 tous les nombres, écris les nouveaux encadrements des mesures de l'objet original :

$\leq$ **L1** $\leq$ $\leq$ **L2** $\leq$

$\leq$ **k1** $\leq$ $\leq$ **k2** $\leq$

Tu as obtenu des encadrements à .... près. La précision est-elle meilleure ? .... Pourquoi ?

4) Quatrième étape : Imagine que l'on agrandisse encore 10 fois le dernier dessin, toujours sans augmenter l'épaisseur des traits, et que les mesures donnent les résultats suivants :

$1453 \leq 100 \times L1 \leq 1454$ $1477 \leq 100 \times L2 \leq 1478$
$324 \leq 100 \times k1 \leq 325$ $368 \leq 100 \times k2 \leq 369$

En divisant par 100 (10 fois 10) tous les nombres, donne les nouveaux encadrements :

$\leq$ **L1** $\leq$ $\leq$ **L2** $\leq$

$\leq$ **k1** $\leq$ $\leq$ **k2** $\leq$

Tu as obtenu des encadrements à .... près. Que penses-tu de la précision obtenue ?

5) Imagine maintenant que l'on répète indéfiniment les agrandissements : que deviendrait l'écart des encadrements ?

III) Conclusions

1) Lorsqu'on effectue une mesure d'un objet matériel avec un instrument, on ne fait pas de Mathématique !

2) Toute mesure physique d'un objet matériel est imprécise et ne peut s'exprimer que par un encadrement entre deux valeurs.

3) En Mathématique, on imagine que l'on peut parvenir à un écart nul (égal à zéro) car les "objets mathématiques" et les "outils mathématiques" sont imaginaires et on peut donc les imaginer parfaits. On peut donc concevoir une mesure parfaite, c'est-à-dire dont le résultat s'exprime par un nombre unique et non plus par un encadrement.

Argumentation en Mathématiques au cycle 3

ATELIER B6 :
J. Douaire
I.U.F.M. Centre d'Antony.

1- Présentation

Cet atelier se propose de mener une réflexion sur le rôle de l'argumentation en mathématiques au Cycle 3, en s'appuyant notamment sur les travaux menés par l'équipe mathématique INRP, dans le cadre d'une recherche en cours ("Apprentissages mathématiques et argumentation au Cycle 3").

Cette recherche privilégie deux axes qui sont en interaction :

Premier axe : élaborer, expérimenter, analyser des dispositifs complets d'enseignement cohérents dans le domaine des apprentissages numériques pour l'ensemble du Cycle 3 [1], s'appuyant sur le rôle essentiel de la résolution de problème dans la construction des connaissances.

Deuxième axe : conduire quelques investigations sur les capacités argumentatives des élèves en mathématiques et sur l'utilisation de phases argumentatives pour la construction et le développement des connaissances :

1- Etudier le rôle de l'argumentation dans les apprentissages mathématiques concernés, en particulier : comment favoriser une évolution des connaissances ? Quel rôle pour l'enseignant : quand doit-il intervenir pour mettre en évidence ou contredire tel argument ? Comment gérer ces débats ?
2- Repérer les compétences argumentatives des élèves en mathématiques : comment permettre aux élèves d'apprendre à prouver ?

Dans ce but, nous construisons et expérimentons des situations où les apprentissages s'appuient de façon essentielle sur des phases de débat argumentatif : la valeur de vérité de propositions y est établie en faisant appel à des savoirs connus et à des règles de raisonnement. Le cas échéant ces propositions acquièrent ensuite un statut de savoir aux yeux des élèves.

Le contenu de l'atelier a abordé quelques points relatifs au deuxième axe : la présentation d'une situation expérimentée au CM, un rappel de quelques informations provenant de différents travaux sur le thème de l'argumentation en mathématiques, quelques résultats provisoires issus de la recherche citée. Des échanges ont porté sur ces différents éléments et sur les expériences des participants.

Compte rendu établi avec l'aide des notes de Monique Pézard
[1] publiés dans la collection ERMEL (ERMEL CM1 à paraître en 1997).

2- Présentation d'une situation expérimentée au CM

La situation présentée est un problème ouvert (recherche du plus grand produit que l'on peut faire avec les termes de la décomposition additive d'un nombre). Sans en redécrire ici le déroulement de façon détaillée, cette situation se compose de deux phases bien distinctes.

Une première phase porte sur la recherche des solutions pour quelques valeurs numériques (10 et 14), elle a pour but de permettre l'appropriation du problème.

Dans une seconde phase les élèves recherchent une méthode plus générale (en se situant dans un domaine numérique restreint où les résultats peuvent avoir un sens pour eux). Cette seconde phase comporte l'élaboration par chaque élève de propositions, puis les différentes propositions sont collectées par le maître. Les propositions trop ambiguës ("il faut beaucoup de petits nombres"), doivent être précisées pour qu'elles puissent être débattues ultérieurement.

Certaines de ces propositions peuvent être étudiées immédiatement (celles dont on est sûr qu'elles sont vraies - par exemple :"mettre un 1 dans le produit cela ne sert à rien"- ou fausses, ou dont la preuve peut être établie en faisant appel à des connaissances reconnues).

D'autres propositions pour lesquelles il n'y pas de certitude ou d'accord sur leur valeur de vérité (par exemple "pour un nombre impair il faut trois termes"), mais qui sont le cas échéant reprécisées, sont choisies par le maître pour être débattues par groupe ; les élèves ont à se prononcer : sont-elles vraies, fausses, et pourquoi ? Ces groupes associent des élèves qui ont pu émettre des avis différents, formuler différentes méthodes, mais où les débats sont possibles.

Une mise en commun permet de faire expliciter les conclusions de chaque groupe et de mener un débat collectif sur la validité de ces propositions.

Le rôle du maître est donc différent selon les phases de ces situations : il doit donner aux élèves la charge de la preuve, établir les règles du débat et l'organiser, faire reformuler certaines propositions, garantir la vérité des propositions sur lesquelles un accord se fait, rappeler des savoirs connus des élèves. C'est en particulier la distinction de ces différents rôles du maître qui peut rendre délicate la gestion de ces situations .

3- Bref rappel de quelques éléments relatifs à l'argumentation en mathématiques issus de différents travaux de recherche

Il ne s'agit pas ici de présenter une synthèse des travaux (issus de domaines différents : psychologie, didactique, épistémologie, logique et philosophie, ou relatifs à la maîtrise de la langue.,...), mais de rappeler simplement quelques points essentiels, qui ont été plus largement développés dans l'atelier (une bibliographie est jointe). Les recherches concernées sont souvent centrées sur les problématiques d'apprentissage de la démonstration.

Le raisonnement démonstratif et le raisonnement argumentatif different, par le statut des propositions dans chacun d'entre eux et la nature même des relations entre ces propositions (DUVAL). Mais, l'argumentation en mathématique obéit à des contraintes de validité, et a pour but de modifier la valeur épistémique d'un énoncé-cible, et de déterminer sa valeur de vérité. L'argumentation en mathématique est donc spécifique :

- elle cherche à établir la valeur de vérité d'une proposition (et pour cela à élaborer des preuves et à en faire la critique) ;
- elle se situe dans un domaine défini, fait appel à des savoirs et a recours à des raisonnements ;
- les règles du débat sont spécifiques.

La capacité des élèves à développer des discours argumentatifs en mathématiques, dans le cadre de débats dans des moments de synthèse, de mise en commun, est fonction de leurs connaissances mathématiques et de leur niveau de conceptualisation. Le passage entre différents types de preuve (empirisme naïf, expérience cruciale, exemple générique, expérience mentale), repose sur les connaissances, le langage, les types de rationalité qui sous-tendent les preuves produites (BALACHEFF).

Les travaux de recherche effectués dans le domaine de la maîtrise de la langue, (GOLDER, BRASSART) fournissent des informations sur les capacités des élèves du CM à prendre en compte les arguments des autres, à mettre en œuvre un dialogue argumentatif élaboré.

Des conditions concernant la conception ou la mise en œuvre de situations permettant l'emploi de l'argumentation en mathématiques pour la construction de connaissances et l'appropriation de règles spécifiques du débat mathématique, sont précisées dans de nombreux travaux de didactique des mathématiques, en particulier :

- ces situations présentent des problèmes dont la résolution constitue un réel enjeu pour les élèves. Cela implique que l'évidence ne fasse pas obstacle (il ne s'agit pas de prouver quelque chose dont l'élève est persuadé avant de chercher), ce qui suppose l'existence d'un attendu ainsi que la possibilité de construire l'affirmation associée à cet attendu et à sa négation ;
- la dimension sociale de la preuve est une caractéristique déterminante ;
- le maître doit expliciter les règles du débat en mathématique : les propositions de tous peuvent être remises en question, en mathématiques pour débattre on s'appuie sur des propriétés clairement énoncées sur lesquelles on s'est mis d'accord,....Cela suppose la prise en compte par les élèves du rôle du maître dans le débat (ex. interpréter les questions du maître : si le maître redemande à un enfant ce qu'il a trouvé cela ne veut pas signifier que l'élève s'est trompé...) ;
- le maître doit garantir la vérité des propositions. Soit les élèves:
  - se sont mis d'accord sur une preuve de la conjecture, le maître doit l'entériner ou en négocier l'abandon ou l'amendement;
  - ne se sont pas mis d'accord, le maître doit intervenir pour reconnaître les preuves acceptables et rejeter les autres.

4- Quelques constats provisoires

Les situations expérimentées sont aussi l'occasion de faire le point sur certaines compétences des élèves, d'abord sur les connaissances, dont le rôle est fondamental dans les démarches de preuve (en particulier pour l'abandon ou non d'une proposition réfutée, l'utilisation d'une nouvelle propriété qui vient d'être prouvée), mais aussi sur des éléments de rationalité (une proposition mathématique est soit vraie, soit fausse, un contre-exemple suffit pour invalider un énoncé, des exemples qui vérifient un énoncé ne suffisent pas à prouver qu'il est vrai...). En cours de recherche nous ne pouvons faire que quelques constats provisoires.

Nous avons repéré la possibilité de plusieurs types de progrès chez les élèves du CM portant sur :

- la compréhension des aspects spécifiques du débat en mathématiques ;
- l'amélioration de formulations de propositions par les élèves pour en permettre le débat ;
- l'élaboration de preuves et leur critique. Dans leur recherche de preuves, les élèves distinguent progressivement la valeur de vérité d'un énoncé et la valeur de vérité de l'argument qui le fonde. Beaucoup aussi sont en mesure d'utiliser et de produire à bon escient un contre-exemple pour réfuter une généralisation fausse, et de comprendre qu'un contre-exemple n'a pas le même statut qu'un exemple ;
- une plus grande capacité à remettre en cause des convictions antérieures ou des représentations fausses pour en établir de nouvelles.

5- Eléments de bibliographie sur l'argumentation

Actes du Colloque de l'Association pour la Recherche Cognitive, *Les modes de raisonnement* " [1984].

Actes du 7ème colloque Inter-IREM *Epistémologie et histoire des mathématiques : La démonstration mathématique dans l'histoire* [1989].

ARSAC G. *L'origine de la démonstration : essai d'épistémologie didactique* (RDM 8.3)[1987].

ARSAC G. *Les recherches actuelles sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation en France* (RDM 9.3) [1988].

ARSAC G., CHAPIRON G., COLONNA A, GERMAIN G., GUICHARD G., MANTE M. *Initiation au raisonnement déductif au collège* (IREM de Lyon, P.U. Lyon) [1992].

BALACHEFF N. *Processus de preuve et situations de validation* (Educational Studies in Mathematics 18) [1987].

BALACHEFF N. *Une étude du processus de preuve en mathématiques chez les élèves de collège* (Thèse, Université Joseph Fourier Grenoble) [1988].

BARBIN E. *Quelles conceptions épistémologiques de la démonstration pour quels apprentissages?* (Repères-IREM- n°12) [1993].

BRASSART D. *Le développement des capacités discursives chez l'enfant de 8 à 12 ans* (RFP n°90) [1990].

DUVAL R., EGRET M.A. *L'organisation déductive du discours* (Annales de Didactique et de Sciences Cognitives) [1989].

DUVAL R. *Pour une approche cognitive de l'argumentation* (Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives- Vol 3) [1990].

DUVAL R. *Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration* (Educational Studies in Mathematics, 22) [1991].

DUVAL R. *Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive* ("petit x" n°31) [1992-1993].

DUVAL R., EGRET M.A. *Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif* (Repère n° °12) [1993].

DUVAL R. *Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée* (Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Vol 5.) [1993].

GIL F. *Preuves* (Aubier) [1988].

GOLDER C. *Argumenter : de la justification à la négociation*, (Archives de Psychologie, Genève, Ed. Médecine et Hygiène, Vol. 60, n° 232) [1992].

GRIZE J.B. : *De la logique à l'argumentation* (Droz) [1982].

GRIZE J.B. : *Logique et langage* (Orphys) [1990].

GRIZE J.B., Pierrault-Le Bonniec G. *La contradiction* (PUF) [1989].

LAKATOS I. [1976] *Preuves et réfutations* (Paris Hermann) [1985].

MARGOLINAS C. *De l'importance du vrai et du faux* (La Pensée Sauvage) [1993].

NOIRFALISE R. *Contribution à l'étude didactique de la démonstration* (RDM n°13.3) [1993].

PERELMAN C., OLBRECHTS-TYTECA L.*Traité de l'argumentation* (Ed.Univ. Bruxelles) [1958/1988].

PERRET-CLERMONT A.N., SCHUBAUER-LEONI M.L., GROSSEN M. *Contexte social du questionnement et modalités d'explication* (Actes du Colloque "LE JEUNE ENFANT ET L'EXPLICATION") [1990].

PIAGET J. *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant* (Delachaux et Niestlé) [1924, 1993].

PIAGET J., GARCIA R. *Vers une logique des significations* (Murionde, Genève) [1987].

YACKEL E."*The evolution of second grade children's understanding of what constitues an explanation in mathematics class*" (ICME Québec).

Analyse de pratiques et formation à la Didactique en formation initiale (PE2 - PLC2) et en formation continue

ATELIER B7 :
Jean-Luc Millet
Martine Grimaud
Irem de Limoges

1 - Planning de l'atelier

☐ ***Introduction***

- Le plan de formation des PLC2 à Limoges (annexe 1).
- Une nouveauté : 30 h consacrées à l'analyse de pratiques (séances d'observation) dans le cadre du mémoire professionnel.

Une problématique : Comment articuler ces séances d'observation et une formation à la didactique des mathématiques sachant que l'option prise est d'expliciter certains concepts de didactique.

☐ ***Des expériences en formation initiale d'instituteurs (PE2)***

- Les contraintes institutionnelles actuelles (plan de formation).
- Quelques expériences : description d'une expérience à Limoges (repérage des compétences numériques chez des enfants de début de C.P. ou de fin de G.S.) suivie d'un tour de table.
- Description et analyse de deux types de séances d'observations :
  * séance type 1 : observation d'élèves entrain de résoudre des problèmes.
  * séance type 2 : observation de séquences d'enseignement.

☐ ***Une expérience en PLC2***

☐ ***Difficultés rencontrées et élaboration d'un autre dispositif*** (séance type 3)

2 - Compte-rendu d'expériences

2-1 - La division euclidienne au CM1

<u>Activité menée avec les stagiaires</u> (PE2) :

- Classification de procédures d'élèves face à des problèmes de division [1].
- Elaboration d'un dispositif d'observation (annexe 2).
- Observation.
- Compte-rendu et analyse (annexe 3).
- Hypothèses sur un apprentissage possible (avec le maître de la classe).
- Étude du document de Bordeaux (la division à l'école élémentaire).
- Comparaison avec des manuels et place dans une progression-répartition.

<u>Remarques</u> :

- Par rapport à une classification de stratégies de formation ([2], annexe 4) cette activité rentrerait dans la catégorie 4 (transposition).

- Les observations réalisées par les stagiaires PE2 sont toujours de «qualité» (exploitables en formation).

2-2 - Jeu du portrait : «décrire une figure pour la reconnaître» au CM1

Activité menée avec les stagiaires :
- Situation vécue (COPIRELEM, actes de Cahors [3]).
- Situation construite par un groupe de stagiaires.
- Réalisation - Observation.
- Compte-rendu (annexe 5).

Remarques :
- Cette activité rentrerait dans la catégorie 3 (homologie), de la classification des stratégies de formation de C. Houdement et A. Kuzniack.
- Les stagiaires ont essayé plusieurs modalités de déroulement (variables de gestion) : maître ou élève meneur de jeu, jeu collectif ou en groupes... mais le «pôle» enseignant n'apparaît jamais dans leurs compte-rendus (décisions, effets...).

2-3 - Les aires au CM et en 5ème

Activités menées avec les stagiaires :
- «Le vase» [4] (séance type 1, annexe 6).
- « Élaboration, réalisation et observation d'une séance au CM2 (séance type 2, annexe 7).

2-4 - Le point oublié en seconde

Activités menées avec les stagiaires :
- Elaboration, réalisation et observation d'une séance d'introduction à l'homothétie en classe de seconde (à partir d'une proposition décrite dans le Bulletin Inter-IREM seconde [5]).
- Analyse des faits observés et rédaction d'un compte-rendu (annexe 8).

Remarques :
- Cette activité rentrerait dans la catégorie 4 (transposition), de la classification des stratégies de formation de C. Houdement et A. Kuzniack.
- Sa place, en fin de formation (avril), explique la qualité du document rédigé par les stagiaires. Le rôle de l'enseignant y est décrit mais de façon «rigide» : aucun écart, par rapport à une ligne directrice n'est explicité.

3 - Éléments d'analyse des deux types de séances d'observation.

3-1 - Séances de type 1

A l'origine de ces séquences, des publications décrivant des productions d'élèves sur des thèmes en relation ou non avec les classes en responsabilité des stagiaires sont étudiées ou vécues puis, éventuellement, modifiées pour être l'objet de séquences d'observation (séquences de type 1). L'élaboration, le déroulement et l'analyse de ces séquences sont de la responsabilité des stagiaires qui doivent rédiger un compte rendu de leur travail.

3-2 - Séances de type 2

Les difficultés d'apprentissage qui émergent alors sont explicitées et des éléments de réponse recherchés en commun. L'étude d'ingénieries ou de situations-problèmes les enrichissent (documents recherchés par les stagiaires et présentés au groupe ou textes apportés par le formateur).

Elle permet l'élaboration de séquences qui devraient être des réponses aux difficultés relevées lors des observations (séquences de type 1). En fait, les difficultés de programmation des temps de formation à l'I. U. F. M. ne nous permettent pas (encore ...) cet enchaînement et c'est sur d'autres notions que sont projetées, conçues, réalisées et analysées des situations d'enseignement (séquences de type 2).

3-3 - «Outils» d'analyse

Deux «outils» d'analyse ont été présentés et discutés au cours de l'atelier :

- Une étude systémique empruntée à J. Portugais [6] : les séances d'observations (types 1 et 2) constituant un essai de la part du formateur de faire le lien entre des savoirs didactiques théoriques (construits en première année) et des savoirs didactiques d'expérience (connaissances), construits lors des stages de pratique accompagnée ou non.

- «La structuration du milieu» (ce que l'on observe), empruntée à C. Margolinas [7] : lors des séances de type 1 et 2 n'apparaissent, dans les commentaires des stagiaires, que des effets de la situation a-didactique ce qui provoque un retour sur l'activité proposée mais pas sur sa gestion (décisions du prof...) ; d'où l'idée de créer une autre situation de formation.

Ce que l'on observe : séances type 1 séances type 2

Milieu	Elève	Professeur	Situation
M-3 Matériel	E-3 objectif		S-3 objective
M-2 Objectif	E-2 cognitif		S-2 d'action
M-1 d'action	E-1 apprenant	P-1 observateur	S-1 d'apprentissage
M0 d'apprentissage	E0 élève	P0 professeur	S0 didactique
M1 de projet	E1 réflexif	P1 projeteur	S1 de projet
M2 de projet		P2 constructeur	S2 de construction

4 -Séance type 3 (expérimentée en formation continue)

Activités menées avec les stagiaires (Professeurs d'Ecole en stage de formation continue) :-

- Un premier temps de travail a permis l'observation des connaissances d'élèves de sixième sur une notion. La séquence d'observation, élaborée par les stagiaires, a été conduite par le professeur habituel de la classe.
- L'analyse des informations recueillies (observations directes et productions des élèves) a montré la nécessité (et la possibilité) d'une séquence d'apprentissage. Cette séquence a été élaborée par les stagiaires et livrée «clés en main» au professeur de la classe : seul un bref échange (10 minutes avant le début de la séquence) est prévu.
- La séquence est observée par les stagiaires et suivie d'un bilan « à chaud » au cours duquel sont explicités les écarts entre la gestion prévue, nécessairement partiellement communiquée, et la gestion réalisée. La recherche des causes et des effets de ces différences.

• Une réécriture de la séquence suit ce bilan : la gestion est alors une dimension importante du compte-rendu.

Il s'agit en fait de créer une situation de communication entre un professeur acteur (observateur et projecteur) et un stagiaire (observateur , projeteur et constructeur). Et c'est cette répartition des informations et des moyens d'action qui oblige les stagiaires à prévoir les prises de décisions du professeur acteur.

Bibliographie

[1] R. NEYRET, "*Procédures utilisées par des enfants de cours moyen dans certains problèmes de division. Repérage de quelques difficultés. Comment font-ils ? (l'élève et le problème de mathématiques)*", Rencontres Pédagogiques n°4, INRP.

[2] C. HOUDEMENT, A. KUZNIAK, "*Autour des stratégies de formation des maîtres du premier degré*".

[3] COPIRELEM, Documents pour la formation des professeurs d'école en mathématiques, Tomes 1 à 4.

[4] M. GRIMAUD, J. JARDY, J.L. MILLET, J. G. SOUMY, "*Problèmes pouvant nécessiter des reconfigurations intermédiaires en CM2 et en 5ème*", Actes du Colloque Inter-IREM de Géométrie, IREM de Limoges.

[5] "*Un point vous manque... à propos de l'homothétie*", IREM de Lyon, Bulletin Inter-IREM Liason Collège-Seconde, 1989-1990.

[6] J. PORTUGAIS, "*Didactique des mathématiques et formation des enseignants*", Peter Lang.

[7] C. MARGOLINAS, H. STEINBERG, "*Double analyse d'un épisode : cercle épistémologique et structuration du milieu, 20 ans de Didactique en France*", La Pensée Sauvage.

Annexe 1 : Le plan de formation des PLC2 à Limoges

PLC2

☐ A propos d'évaluation (sixième et seconde).
- Notions d'objectif opérationnel, de taxonomie d'objectif.
- Analyses a priori (QCM et codages).
- Analyses de travaux d'élèves (synthèse).

☐ Présentation du module "analyse de pratiques".
- Résultats de séances d'observations réalisées en PE2 (division au CM1 en CM2 et cinquième).
- A propos de la racine carrée (à partir du travail de A. BRONNER).

☐ Réalisation des séances de type 1.

☐ Introduction à la didactique des mathématiques.

☐ Apprentissage de la démonstration.
- Analyse d'un protocole de séquence.
- Exposé sur les différents travaux en didactique.
- Expliquer - prouver - démontrer.
- Analyse de productions d'élèves (types de preuves - textes démonstratifs (défauts)).
- Les "seuils" (Duval et Egret).
- Analyse de productions d'élèves.
- Analyse d'une séance de module en seconde sur l'apprentissage de la démonstration.
- Visionnements de séquences vidéos.
- Le débat scientifique (avec la gestion des différentes phases).

☐ Apprentissage du calcul algébrique.
- Difficultés des élèves - Organisation des connaissances des élèves - Activités possibles.
- Progressions - répartitions (prenant en compte les différents types de savoirs).

☐ "Théorie" des situations (avec analyse a priori des situations présentées).

☐ Etudes de notions particulières (ayant donné lieu à des travaux en didactique) :
- Théorème de Thalès en troisième.
- Proportionnalité en sixième et troisième.
- ...

L'accent est mis sur les analyses a priori et postériori (procédures et variables didactiques).

☐ Journée de synthèse sur la notion d'activité (avec tous les types de formateurs).
(Le but étant de construire une ingénierie complète sur des notions choisies par les stagiaires).

☐ Réalisation des séances de type 2.

Annexe 2 : Elaboration d'un dispositif d'observation

► **Protocole**

Les enfants sont par groupes de deux. (ils peuvent échanger)
Deux observateurs par groupe :

- Interventions éventuelles:
  - demander de recompter un calcul erroné,
  - en cas de blocage, relire l'énoncé (et donner le matériel pour l'énoncé 1).
- Lorsque l'enfant a trouvé, lui demander d'expliquer ce qu'il a fait.

- Pour chaque paire d'enfants noter:
  - les échanges éventuels,
  - les procédures utilisées (garder les feuilles de calcul),
  - les erreurs liées aux procédures choisies,
  - l'interprétation donnée au reste,
  - la stabilité éventuelle des procédures.

► **Rédiger une chronique.**

Enoncé 1 (texte lu)

"Dans l'enveloppe il y a 89 allumettes.
Il faut partager ces allumettes entre 7 personnes de façon que chacune d'elles en ait autant."

Enoncé 2

On partage équitablement 75 billes entre 6 enfants.
Combien de billes aura chaque enfant?

Enoncé 3

On partage équitablement 273 billes entre 14 enfants.
Combien de billes donnera-t-on à chaque enfant?

Enoncé 4

Un ouvrier doit carreler le mur extérieur d'un immeuble.
Il dispose de 3 479 carreaux.
Il doit les poser par rangées de 171 carreaux.
Combien fera-t-il de rangées complètes?

Problèmes de réserve

Avec ses bottes de sept lieues, le Petit Poucet se déplace entre deux villes.
Il fait des bonds de 28 km.
Il doit parcourir 224 km.
Combien de bonds va-t-il faire ?

On range 277 oeufs dans des boîtes de 12.
Combien de boîtes va-t-on utiliser ?

On range 387 livres dans des cartons contenant chacun 25 livres.
Combien va-t-on remplir de cartons ?

Annexe 3 : Compte rendu de l'observation et analyse

(Les procédures effectivement apparues sont en caractères gras)

1 **Simulation d'une action**

◆ **Représentation (schémas)**

Remarque: La procédure " addition réitérée d'un même nombre avec calculs de tous les résultats intermédiaires " n'a pas été observée.

2 **Procédure additive**

2.1 ◆ Additionner un certain nombre de fois le diviseur, **bilans partiels, ajustement (par addition ou soustraction).**

La procédure étant peu économique, les élèves sont amenés a l'améliorer par:

2.2 ◆ **Utilisation de sommes partielles (seule procédure additive observée)**

2.3 ◆ Utilisation de multiples

3 Procédures soustractives

3.1 ◆ **Soustraire un certain nombre de fois le diviseur**

3.2 ◆ **Soustraire des multiples**

4 Procédures multiplicatives

4.1 ◆ **Essais successifs de multiples avec ajustement** (encadrement) avec éventuellement à une addition répétée pour le calcul

4.2 ◆ .**Recherche d' un multiple, soustraction du diviseur et recours à une procédure plus primitive pour terminer.**

4.3 ◆ **Recherche d'un multiple, soustraction du diviseur et réitération du procédé.**

5 Procédures canoniques (utilisation de la "potence")

◆ **Procédure mixte** (recours à une procédure plus primitive, ici 4.3)

Erreurs, difficultés, obstacles

◆ **Erreurs dans l'éxécution des opérations.**
Les difficultés liées aux techniques de la multiplication et de la soustraction bloquent certaines procédures (3.2 et 4)

◆ **Recherche du dividende dans le "table" du diviseur.**
Une opération doit donner un seul résultat.

◆ **Difficulté à interpréter "quotients" et" restes" partiels.**

◆ **Difficulté à gérer toutes les données**
Oubli du nombre de parts, du fait que le partage est équitable....

Remarques:

- En cas de difficultés les élèves ont recours à des procédures plus primitives.
- Souvent les élèves changent de procédure pour ajuster.
Par exemple, l'élève "enlève" un multiple puis a recours à une addition répétée pour terminer.
- Dans le problème du "petit poucet" , la représentation sur une droite numérique est apparue.
- Dans les procédures multiplicatives les élèves privilégient les multiplications par des puissances de 10.

Utilisation pédagogique possible:

On pourrait penser à 4 catégories d'élèves:

- Catégorie 1:
Formée des élèves utilisant les procédures les plus primitives (1)
- Catégorie 2:
Formée des élèves utilisant les procédures 2 et 3.
- Catégorie 3:
Formée des élèves utilisant les procédures 4.1 et 4.2.
- Catégorie 4:
Formée des élèves utilisant les procédures 4.3 et 5.

► Un **premier module** de formation consisterait à améliorer les performances des élèves en travaillant essentiellemnet sur le sens.
Les élèves de la catégorie 1 doivent au cours de ce module passer dans la catégorie 2.

► Un **deuxième module** de formation consisterait à faire passer les élèves de la catégorie 2 dans la catégorie 3.

► Un **troisième module** de formation aurait pour but de faire passer un maximum d'élèves dans la catégorie 4.

Annexe 4 : Tableau comparatif des différentes stratégies de formation*

** Autour des stratégies de formation des maîtres du premier degré, C. Houdement et A. Kuzniak.?*

Tableau comparatif des différentes stratégies						
Stratégies	Dominante de la stratégie	Savoir(s)	Formateur [1]	Etudiants[2]	Thèmes mathématiques privilégiés	Regard porté par le système FM[3] sur le système EE[4]
(1) Culturelles	Le savoir mathématique (ou éventuellement le savoir didactique)	Savoir mathématique (ou savoir didactique). Savoirs dépersonnalisés.	Dispense le savoir choisi. Connaissance du métier de P.E non indispensable. Connaissances théoriques sur le savoir dispensé.	N'ont besoin d'aucune connaissance a priori. Reçoivent un apport théorique d'un savoir-objet qu'il devront opérationnaliser plus tard dans les classes.	De préférence les thèmes mathématiques les moins connus de étudiants : non entiers, division ; fonctions numériques	On l'ignore
(2) Monstration	Le terrain.	3ème savoir de l'expert. Savoirs personnalisés sur un expert.	Rôle d'intermédiaire entre le terrain et les étudiants. Possède un savoir-outil d'observation et d'analyse issu des sciences de l'éducation :outil critique	Doivent avoir des savoirs mathématiques pour se concentrer sur le didactique. Sont observateurs ou acteurs dans le système EE	Thèmes supposés bien traités dans les classes ou thèmes prétextes pour développer le 3ème savoir (sans importance mathématique).	On agit dedans ou on l'observe
(3) Homologie	Le formateur I.U.F.M. comme modèle.	Savoirs personnalisés sur le formateur. 3ème savoir du formateur lié à du savoir mathématique.	Formateur central : il est un pôle de connaissance par ses actes. A connaissance de "situations de référence" pour la formation	Sont supposés avoir peu de connaissances mathématiques. Doivent transférer, dans le système EE, les séances vécues en tant qu'élèves dans le système FM.	Thèmes sur lesquels les étudiants sont conscients de devoir progresser : géométrie de l'activité, mesure, fonctions numériques.	On fait semblant d'y être
(4) Transposition	Une professionnalisation basée sur la didactique.	Savoirs en voie de constitution attachés à des écoles de didactique.	Bonnes connaissances didactiques, tente de contrôler les deux niveaux d'acquisition des savoirs (double transposition)	Doivent avoir debonnes connaissances mathématiques et une certaine connaissance des contraintes de classe.	Thèmes bien traités dans les études de didactique.	On le théorise

Annexe 5 : Le jeu du portrait

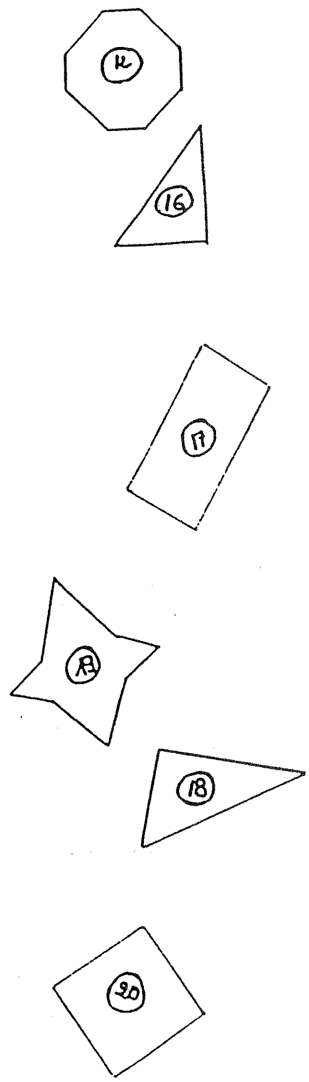
Objectifs :

- Utiliser un vocabulaire spécifique.
- Formuler correctement une question.
- "Découvrir" les propriétés de certaines formes géométriques (côtés, sommets, angles...).
- Utiliser les informations et les critères pour sélectionner par élimination.

Matériel :

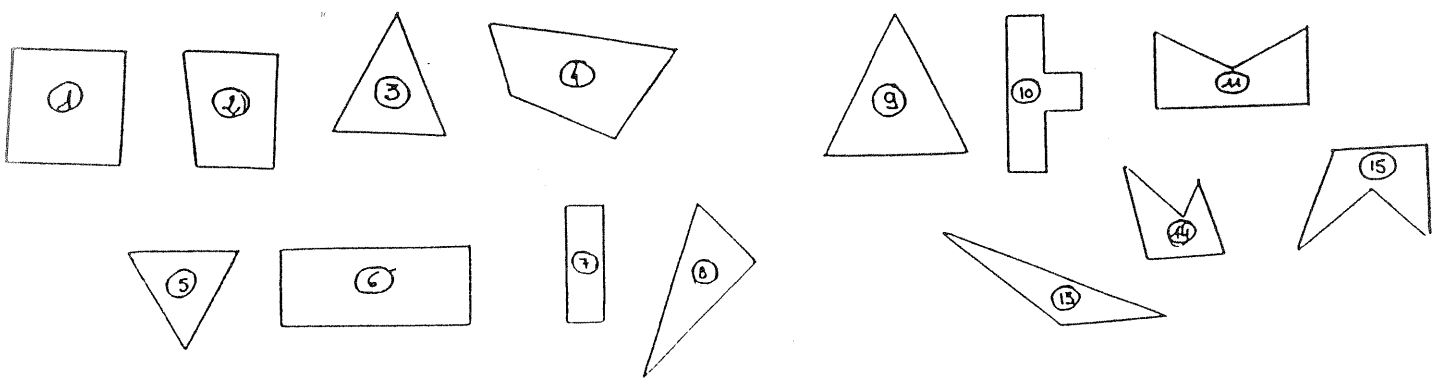
- Double-décimètre, équerre, ardoise, crayon à papier, gomme.
- Feuilles avec figures.

Déroulement	Observations
I- Jeu collectif	
1/ Explicitation de la règle du jeu ② min • "Je vais vous distribuer une feuille. Je choisis une des figures. Vous devrez la trouver en me posant des questions. Attention ! Je n'ai le droit de répondre que par OUI ou par NON. Vous avez 5 minutes pour me poser des questions. À la fin des 5 minutes, vous inscrirez sur l'ardoise le numéro de la figure." • Distribution des feuilles Sortie du matériel • Reformulation de la règle par un élève.	Bonne reformulation
2/ Jeu collectif (au temps) ⑤ min ⇨ Le maître est meneur de jeu Au bout de 5 minutes, chacun note sur son ardoise le numéro de la figure qu'il croit avoir reconnue.	Au début, questionnement très large, non utilisation d'un vocabulaire géométrique. *Ex.* : "Est-ce que la figure est épaisse, de travers, ressemble à une bande, à une étoile ?" *Par la suite, "restriction" à des questions géométriques.*
3/ Validation - Faire justifier les réponses ⑩ min ⇨ Figure choisie par le maître : n°6 • Longueur 5 cm ; largeur 2 cm • Côtés égaux et parallèles 2 à 2 • 4 angles droits **4/ Même jeu avec un élève meneur** (même démarche)	Rappel de notions géométriques : côtés, largeur, longueur Pas de recours à la mesure pour sélectionner la figure parmi les rectangles Bonne participation.
II- Jeu par groupe de 4 (3 + 1 meneur) Un jeu libre : chaque enfant doit passer au moins une fois meneur (pas de temps).	Niveau hétérogène : certains connaissent du vocabulaire géométrique mais ne l'utilisent pas à bon escient. *Ex.* : arêtes (à la place de "côtés") ; diamètres et rayons (alors qu'il n'y avait pas de cercle) ; volume, aire (à la place de surface).
III- Synthèse Comment trouver la figure en posant un minimum de questions ?	Critères retenus par les enfants : - Nombre de côtés - Nombre d'angles droits - Présence de côtés parallèles - Mesure des côtés



Bilan :

- Suite à cette séance, il reste difficile de cerner les acquis de chaque enfant.
- Nous notons une bonne participation des enfants, une bonne compréhension de la règle du jeu ainsi qu'une évolution de leur questionnement (qui va vers un réinvestissement des connaissances des propriétés géométriques).



Annexe 6 : Le vase (séance type 1)

Notion : Aire   Niveau : CM2 et 5ème

Problèmes pouvant nécessiter des reconfigurations intermédiaires.

☐ **Introduction :**

La notion d'aire commence à être enseignée au CM1.

En proposant des situations de comparaisons' de surfaces et en jouant sur les variables didactiques, l'enseignant provoque l'émergence du concept (grandeur) et fait évoluer les procédures des élèves de la comparaison dans le cadre géométrique à l'utilisation d'un étalon (mesure de grandeur) puis au calcul.

Les résultats des travaux en didactique à propos de l'apprentissage du concept d'aire laissent des traces dans les manuels scolaires mais, les contraintes de l'édition font que les situations - problèmes prévues initialement deviennent des exercices de "monstration". Les contraintes du temps d'enseignement (le maitre veut très vite pouvoir poser des problèmes à propos de la notion) font que les élèves sont amenés à "calculer des aires" avant d'avoir construit le concept d'aire.

L'hypothèse est la suivante : Les élèves de CM2 et de sixième ne sont plus confrontés aux situations - problèmes leur permettant de construire le concept d'aire ; Ils peuvent avoir appris à calculer des aires sans en avoir construit le concept. On doit donc pouvoir retrouver les traces des obstacles non franchis au travers des procédures et des erreurs (ou difficultés) des élèves de cinquième (en les comparant aux procédures et erreurs des élèves de CM2).

L'enjeu étant que certains exercices ayant pour but l'apprentissage de la démonstration ou du calcul algébrique s'appuient sur le concept d'aire.

Il s'agit ici d'étudier les différentes procédures et les niveaux de justification des élèves de CM2 et 5ème, confrontés à la résolution de situations - problèmes pouvant donner lieu à des changement de cadres.

☐ **Situations**

◆ Situation 1 : **calcul de l'aire d'une figure.**

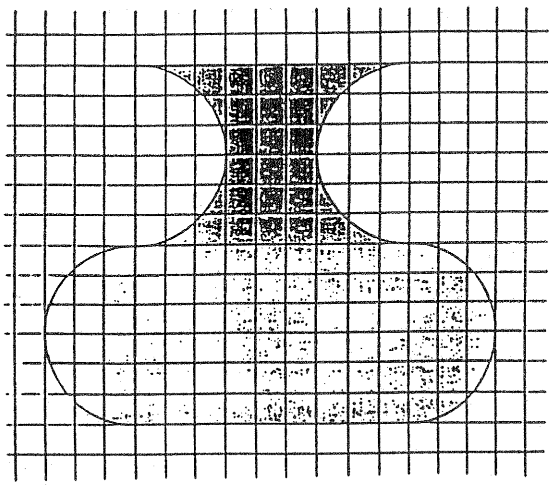
◆ Situation 2 : **comparaison des aires de deux surfaces.**

Situation 1

Les élèves doivent trouver l'aire d'une figure '

☐ **Choix faits et hypothèses sur les stratégies des élèves**

La surface proposée aux élèves a été obtenue en partant d'un rectangle à dimensions entières (en cm, 9 x 12) et en déplaçant deux demi - disques. Certains élèves ont le dessin sur fond quadrillé d'autres sur fond blanc.



Sur fond blanc :

La forme et les dimensions favorisent les procédures suivantes :

- après un fractionnement de la figure, reconfiguration calcul de l'aire d'un rectangle (après mesurage des côtés), ou "plongement" (une figure étant vue comme une partie d'une figure qui la contient toute).

Dans ce cas nous parlerons de procédure "géométrique".

- mesurage, désassemblage en figures simples, calculs d'aires puis addition ou soustraction des résultats obtenus.

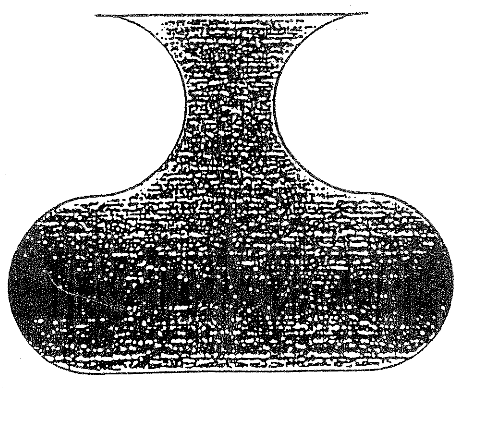
Dans ce cas nous parlerons de "procédure numérique".

Sur fond quadrillé :

Si la forme et les dimensions autorisent les mêmes procédures, le fond quadrillé peut provoquer la résurgence d'une procédure plus primitive, celle qui consiste à utiliser le carreau comme étalon. Ici nous pourrions parler de mesurage "unidimensionnel"

Remarque : R. Duval donne les définitions suivantes :

une "modification méréologique" fait apparaitre une forme comme un tout fractionnable en parties homogènes ou hétérogènes. Les parties élémentaires obtenues peuvent être regroupées en plusieurs sous figures toutes contenues dans la figure ; il s'agit de "reconfiguration intermédiaire". Le "plongement" est une modification méréologique qui fait apparaitre une figure comme une partie d'une figure qui la contient toute.



☐ **Déroulement prévu**

Les élèves travaillent individuellement.

L'enseignant donne la consigne : "je vais vous donner une feuille sur laquelle est dessinée une figure. Vous devez trouver l'aire de cette figure et écrire vos calculs et le résultat sur la feuille.

Aucune contrainte de temps est donné aux élèves

☐ **Protocole d'observation**

L'observation a été faite à partir des productions écrites des élèves.

Il aurait certainement été intéressant d'observer les élèves pendant qu'ils répondaient à l'exercice, ne serait ce que pour noter les différents essais, changements de stratégies, qui n'apparaissent pas toujours sur les productions écrites

Annexe 7 : Tangrams et aires

Classe : CM_2

Objectif (pour le maître): Réintroduire différents procédés de comparaison d'aires:
* Comparaison directe.
* Découpage-réassemblage.
* Découpage en figures comparables.
* Utilisation d'un étalon.

Matériel:
* Un tangram témoin photocopié par groupe.
* Un tangram (sur cartoline) découpé par groupe.
* Feuilles format A3

Déroulement:

* Phase 1: (découverte)

Donner à chaque groupe un tangram témoin et un tangram découpé.

Consigne: "Reconstituer le deuxième tangram ", dans un premier temps par superposition avec le modèle puis à côté de celui-ci.

* Phase 2:

Consignes: " Créer trois polygones en utilisant différentes pièces du tangram. sur les feuilles blanches tracer le contour de chaque polygone puis le colorier; vous n'êtes pas obligés d'utiliser toutes les pièces "

" Comparer les aires des différents polygones obtenus, ranger les de la plus petite à la plus grande"

"vous devrez expliquer à vos camarades comment vous avez procédé"

Remarque: *Au cours de cette phase le maître circule dans les groupes pour s'assurer que les enfants utilisent au moins trois pièces pour chaque polygone mais sans utiliser à chaque fois les mêmes. Il peut aussi s'arranger pour que dans chaque groupe les élèves aient des problèmes pour comparer au moins deux surfaces en imposant au besoin les pièces qu'ils doivent utiliser.*

* Phase 3 :

Mise en commun: Explicitation et validation des procédures utilisées.

* Phase 4 : Exercices individuels (classiques) de comparaison de surfaces sur fond blanc.

Procédures observées:
* Estimation visuelle.
* Comparaison directe
* Comparaison des pièces utilisées.
* Utilisation d'un étalon (petit triangle). (procédure institutionnalisée.)
* En comparant les pièces non utilisées.

Procédures erronées :
- Mesurer, calculer le périmètre de chaque polygone.
- Compter le nombre de pièces utilisées.

Remarque: Certains élèves confondant périmètre et aire (il croient que l'ordre obtenu quand on range d'après les périmètres est le même que celui obtenu avec les aires) , on pourrait leur demander de ranger les polygones obtenus dans l'ordre croissant des périmètres puis dans l'ordre croissant des aires.

Annexe 8 : Le point oublié

I - INTRODUCTION

II - OBJECTIFS

III - CHOIX DES VARIABLES DIDACTIQUES, ET ANALYSE A PRIORI

Choix des variables didactiques

Méthodes de résolution attendues

IV - DÉROULEMENT DE LA SÉQUENCE

La séquence est prévue en heure de module (1h30).

La consigne :

« Nous allons effectuer un travail de recherche dont le but sera **d'élaborer une méthode de construction** d'un point répondant à des critères particuliers. Ce travail commencera par une recherche individuelle, puis chacun apportera à son groupe le fruit de son travail (il faudra donc que votre recherche soit fructueuse !). Lorsque vous vous serez mis en groupe, vous devrez établir, **ensemble**, une méthode, permettant de construire le point demandé et si possible la justifier. Enfin un membre de chaque groupe viendra, au tableau, présenter les résultats obtenus par son équipe ».

Première phase : Recherche individuelle (10 minutes).

Une première feuille, format A3, correspondant à une des trois fiches, sera distribuée à chaque élève. (Cette fiche correspondra à celle qui sera distribuée au groupe auquel appartiendra l'élève). L'énoncé de l'exercice sera très exactement celui écrit plus haut, dans la partie présentant les différentes fiches.

La consigne donnée à la classe sera : « Voici la construction à réaliser. Recherchez **individuellement** une méthode permettant de l'effectuer ».

.../...

Attention cette phase n'est pas censée aboutir à la solution mais doit sensibiliser chacun au problème.

Le professeur ne devra pas intervenir, ni guider les élèves ; il recentrera éventuellement l'attention de quelques irréductibles.

Après cette phase de recherche individuelle (10 minutes), le professeur constitue les groupes.

Deuxième phase : Recherche en groupe (25/30 minutes)

Le professeur constitue les groupes, de manière à avoir des **groupes hétérogènes.** Puis il distribue une fiche par groupe. Cette fiche sera la même que celle distribuée, dans la première étape, à tous les membres du groupe. Pour des raisons de lisibilité lors de la phase de discussion ces fiches auront été agrandies (deux feuilles format A3 comportant l'un les rectangles, l'autre les triangles).

La consigne sera la suivante :

« Vous venez d'effectuer un travail de recherche individuelle. Vous allez maintenant présenter aux membres de votre équipe les résultats que vous avez obtenus, ou expliquer ce qui vous a gêné pour arriver au résultat. Lorsque chacun aura exposé l'état de ses recherches vous essayerez ensemble de mettre au point une méthode de construction du point oublié et de la **justifier.** Je vous demande maintenant de rejoindre votre groupe (constitution de groupes indiquée au tableau) ».

La formation des groupes, deux groupes de quatre et deux groupes de trois, sera réalisée selon le critère suivant :

Un groupe ne devra pas être constitué uniquement d'élèves habituellement qualifiés de « bons », ni à l'inverse de « mauvais », ce qui se produit souvent lorsqu'on les laisse se regrouper par affinités. Ceci a pour but d'éviter que les « mauvais » ne soient vite découragés, cette hétérogénéité doit également permettre des approches plus ou moins naïves au sein d'un même groupe, et forcer ceux qui proposent une méthode, à l'énoncer clairement et à la justifier. Ainsi, leur approche initialement intuitive, ne restera pas superficielle.

.../...

Le professeur veillera à ce que chaque élève participe activement au travail de son groupe, propose sa solution, explique son point de vue, présente ses objections... Ceci dans le but qu'au travers d'échanges et de discussions ce travail soit un travail constructif. Il essayera cependant **d'intervenir le moins possible** dans la recherche.

Un observateur sera placé dans chaque groupe pour repérer les éléments qui déclenchent la solution. **Il ne devra pas intervenir dans les débats.** Il se contentera d'écouter et éventuellement de noter les dialogues. Toutefois si un besoin de relancer la « dynamique » du groupe se fait sentir, il devra bien entendu y répondre (le professeur sera le quatrième observateur et devra lui aussi respecter ces règles).

Troisième phase : Affichage des résultats (20 minutes)

« La phase de recherche est terminée, un membre de chaque groupe vient présenter les résultats ».

Affichage des productions des élèves : un membre de chaque groupe vient, au tableau présenter, à la classe, les résultats obtenus par son équipe. Il devra expliquer la méthode de construction à laquelle a abouti son groupe et la justifier (5 minutes par groupe).

Lors de cette présentation, seules les questions relatives à la compréhension de la construction ou à la justification devront être posées. Le professeur reportera à la phase débat tous les problèmes touchant à la validation d'une méthode par rapport à une autre, ceci pour que chacun puisse exposer ses résultats.

Lors de cette phase le professeur tentera d'intervenir le moins possible et laissera toute liberté (ou presque) aux élèves.

Quatrième phase : Débat (15/20 minutes)

Cette phase a pour but la validation ou l'invalidation, par les élèves, des méthodes proposées. C'est une phase de débat où, là encore, le professeur intervient le moins possible. Il laisse les élèves établir **eux-mêmes** les méthodes de construction « qui marchent ». Il relance seulement de temps en temps le débat en orientant de préférence, les élèves, vers une « fausse piste » non encore explorée. Ceci afin que les élèves trouvent eux-mêmes la raison du non fonctionnement de la méthode. Lorsque toutes les « fausses pistes » auront été explorées le professeur tentera avec les élèves de faire le point.

Après avoir établi une, ou plusieurs, méthodes(s) de construction :
« Voilà, nous venons de découvrir une nouvelle transformation. Avant de la définir mathématiquement, vous allez tenter de donner a priori ses propriétés. Pour cela remplissez **individuellement** la fiche 4 en vous aidant de tout ce que l'on a utilisé dans la construction du point oublié ».

LE POINT SUR LES PROPRIÉTÉS :
Les observateurs, ou le professeur, distribuent la fiche 4, une par élève.
Lorsque les fiches sont remplies, le professeur fait le point avec les élèves. Chaque propriété écrite devra être justifiée par son utilisation ou son apparition dans la construction.

DÉFINITION DE L'HOMOTHETIE :
Après avoir dégagé les propriétés intuitives de cette nouvelle transformation, on tentera d'en établir une définition. Si besoin est, pour aider les élèves, on peut suggérer de nommer A, B, C, D les sommets de la figure puis demander de placer les points A', B', C', D' leur correspondant sur la figure réduite. Le professeur aidera, ensuite, éventuellement, les élèves à établir :
- l'alignement entre un point, son image et le centre de l'homothétie (apparu dans la construction),
- puis une relation vectorielle exprimant cet alignement,
- puis fera reconnaître la configuration de Thalès.

Tout ceci dans le but de mettre en place la définition vectorielle de l'homothétie.

Cinquième phase : Institutionnalisation (10 minutes)
Le professeur, donne le vocabulaire et la définition vectorielle de l'homothétie. Il énonce, puis démontre ou fait démontrer, à partir de celle-ci, les propriétés de l'homothétie obtenue intuitivement.

Cette séquence s'est déroulée dans deux groupes de module. Nous analyserons ici la première séance.

VI - SYNTHESE

VII - AFFICHAGE / DÉBAT

Pédagogie et médiation

ATELIER B8 :
Jean-Paul Duplay,
IUFM de Lyon
Marc Prouchet
IREM de Lyon

L'intention est de faire part d'une recherche menée actuellement en partenariat IUFM-IREM à Lyon : elle porte sur la pertinence, la validité et les conditions d'effectuation d'une **démarche d'éducation cognitive**[1] *1 en lien avec les apprentissages scolaires et le public d'élèves de 5 à 8 ans*[2].

Comme "l'orientation piagétienne du courant dit de l'éducation cognitive, en mettant l'accent sur les processus généraux de la pensée et de la logique, peut laisser place, si l'on n'y prend garde, à l'idée qu'il existe un raisonnement indépendant des tâches sur lesquelles il est mis en oeuvre,[3]*" il s'agissait de travailler sur des tâches disciplinaires (mathématiques entre autres).*

L'atelier s'est donc efforcé d'amener les participants à réfléchir sur la mobilisation de compétences cognitives exercées dans des situations mathématiques originales de numération (lotos). Quelques concepts et outils didactiques (représentations, transpositions, analyse cognitive de tâche, ...) ont servi de points d'appui pour déterminer les modalités de conception et de conduite de séquences mathématiques et pour approcher les points-clés et les caractéristiques d'une "démarche de médiation cognitive" en situation d'enseignement.

1 - En activité intellectuelle ...

1.1 - Vivre une "expérience d'apprentissage" :

Une tâche[4] est proposée aux participants. Elle consiste à rechercher et repérer sur 4 cartons les nombres *dits* par un magnétophone... et à réagir lorsque 5 nombres apparaissent entourés sur une même ligne.

Il est stipulé a priori que l'effectuation de la tâche doit s'accompagner d'attitudes méta-cognitives qui permettront, en fin d'activité, de recueillir les divers commentaires et autres réactions des participants au sujet de leur activité intellectuelle ("structural") et de ses modalités d'instanciation ("périphérique").

Une fois la tâche réalisée, une discussion s'engage, faisant apparaître très nettement une double réflexion menée par rapport au <u>support</u> proprement dit de l'activité et à l'<u>activité intellectuelle</u> elle-même.

---

1 L'expression renvoie :

- à l'objet explicite de réflexion et de réflexion et de pratique sur les opérations générales et outils de pensées, activées et développées certes (implicitement, spontanément) par l'apprenant au cours des processus des savoirs ;

- à la nécessité d'une intervention pédagogique sur ces processus de pensée pour les "sortir" de leur caractère implicite, visant à améliorer par là-même le fonctionnement mental et à développer les processus intellectuels des apprenants confrontés à la résolution des tâches ou situations d'apprentissage.

2 Les méthodes d'éducation cognitive qui se sont développées jusqu'à présent ont rarement dépassé la fonction "orthopédique" et/ou andragogique pour adapter leurs démarches et leurs outils au contexte d'enseignement de jeunes élèves ; elles n'ont pas été non plus soucieuses de produire de véritables situations d'enseignement établissant un lien concret entre les actes de prensée et les objets des matières scolaires.

3 Pailhous J & Vergnaud G (1989) - *Adultes en reconversion : faible qualification, insuffisance de la formation ou difficultés d'apprentissage ?* Ministère de la Recherche et de la Technologie, La Documentation Française

4 Voir annexe.

1.2 - Elaborer une analyse a priori :

Les membres du groupe se voient alors proposer l'élaboration d'une analyse a priori de cette activité (niveau CE1) selon leurs critères personnels.

Les différentes ébauches sont confrontées. Est alors présentée l'analyse qualifiée de "cognitive"[5] qui permet de saisir les points caractéristiques qui en font sa spécificité - voire son originalité - :

- une réflexion portée sur les représentations risquant d'émerger de ce support chez les élèves, l'analyse des modalités du contenu du support, les concepts ou notions pré-requis pour l'aborder ;
- une réflexion portée sur l'activité des élèves, les pistes possibles, les processus et procédures généralisables, les compétences cognitives à mobiliser ;
- l'interrogation sur une intervention préalable de médiation pour certains élèves ;
- la construction de supports différenciés - à variables - pour permettre une meilleure adaptation à certains élèves.

2 - Présentation d'outils pédagogiques :

Un débat sur la pertinence et la fonctionnalité de cette "analyse cognitive a priori" amène à la présentation de 2 outils utilisant les fruits de cette dernière :

- une fiche de conception de séance[6] dont 5 points-clés devant éclairer les intentions de l'enseignant ;
- une fiche de conduite de séance[7] comportant 5 phases et dont certains temps seront accentués (= loupes) .

La notion de "transpositions"[8] est alors abordée. Il est fait état des tribulations de la recherche fondamentale au sujet du transfert de compétences.

Apparaît la nécessité d'un renforcement des notions abordées dans ces outils. Plusieurs explications sont fournies - à l'aide d'illustrations sur d'autres activités - concernant :

- l'analyse des *opérations intellectuelles* à mobiliser dans une activité ;
- les *activités-détour* (activités à contenu minoré et décontextualisé) permettant la mobilisation et la prise de conscience par les élèves de compétences cognitives ;
- l'*évocation des représentations* par les élèves et la formulation d'*hypothèses de tâches* ;
- la notion de *représentations*[9] ;
- la différenciation et la programmation d'activités -loto en GS, au CP et au CE1.

3- Les points-clés d'une démarche de médiation cognitive :

L'on peut dès lors passer à la formalisation ... et dégager 4 points qui font l'objet d'explicitation et de discussion. Quel crédit apporter à une démarche qui viserait à amener l'élève à :

- exprimer, utiliser et analyser ses représentations de la situation proposée pour découvrir les intentions de l'enseignant génératrices de nouvelles représentations ;
- porter attention à son activité intellectuelle dans sa confrontation à l'objet de savoir ;
- accéder au sens de la "chose à apprendre" et à ce qui la constitue ;
- faire des liens par le développement des attitudes de transfert.

L'atelier se clôt par la narration de l'histoire de la recherche IUFM-IREM menée à Lyon, sa problématique, ses dispositifs ... et l'état des lieux.

---

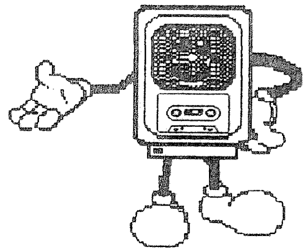
[5] Voir en annexe.
[6] Voir en annexe.
[7] Voir en annexe.
[8] Voir en annexe.
[9] Voir en annexe.

Niveau : CE1

Tâche :

Ecoute bien les nombres dits par le magnétophone.
Entoure-les avec un crayon de couleur.
Lorsque tu auras entouré 5 nombres d'une même ligne, alors ...crie QUINE.

Nombres dits : 704-590-104-614-87-505-213-394-407-164-39-842-550-641-



46				416	505	614		806
74	164				550	641	704	
86			394	461	579		740	

55		248		407	505		704	
	104		394		550	641		842
92	140			470	579			892

39				407	509	614		879
47	164			470	549		704	
87		213	394		590			887

	104	248		407	505		704	
55	140			470	550			842
92			394		579	641		892

. analyse cognitive de la tâche

M. Prouchet -Médiation 96

REFLEXION A PRIORI PAR RAPPORT AU SUPPORT PROPREMENT DIT :

- **Pourquoi ce support ? (situer dans la progression ou la programmation)**
Séance n°3 de la séquence sur le super-loto.
Support destiné à "travailler" les nombres de 1 à 900, à effectuer les rapports entre nombre entendu & vu.
- **Pour qui ce support ?**
Pour tous les élèves de CE1 - On pourrait même envisager de le présenter aux élèves de CP en fin d'année.
- **Qu'est-ce que j'attends des élèves à travers ce travail ?**
Qu'ils mettent en oeuvre des compétences cognitives (perception, comparaison, classification, ...) pour mieux s'approprier la transcription écrite des nombres de 1 à 900 - raison pour laquelle des nombres "piégeants" sont proposés-.
- **Quelles représentations risquent d'émerger de ce support chez mes élèves ?**
% au bonhomme magnétophone : référence socio-culturelle devant amener à la formulation d'hypothèses de tâche.
% aux 4 cartons : contextualisation du travail sur le super-loto (2 séances précédentes) # loto
- **Que contient ce support ? Quels sont les paramètres et les modalités de son contenu ?**
4 cartons "dispersés" pour forcer à la mise en place de stratégies de repérages
des nombres placés dans des cartons organisés (les élèves sont censés en connaître les règles : colonnes-familles-centaines, ordre croissant à l'intérieur des colonnes)
- **Quels sont les concepts ou notions pré-requis pour l'aborder ?**
la maîtrise partielle du statut et du rôle des chiffres dans les nombres - les nombres présents sont répétitifs et les représentants à l'intérieur des colonnes peu nombreux : en cela donc, le repérage est facilité.

REFLEXION A PRIORI PAR RAPPORT A L'ACTIVITE DE L'ELEVE :

- **Quelle activité doivent exécuter les élèves ?**
effectuer "l'analyse intellectuelle du nombre" : "s'écrire un nombre entendu dans sa tête" et le confronter par confrontation, reconstruction aux nombres écrits dans les cartons (percevoir, identifier, comparer, inférer, déduire, ...)
"balayer" les cartons en mobilisant des stratégies de repérages et de recherche
- **Comment peuvent-ils faire ? - Y a-t-il plusieurs pistes possibles ?**
par tâtonnement (essai / erreur) avec repérage "sauvage" (non mise en oeuvre de méthode)
par mise en place de stratégies basées sur la classification (% aux colonnes-familles-centaines)
- **Y a-t-il quelque chose de généralisable ?**
la fonctionnalité des classements, les écarts entre des "choses dites" et les "mêmes choses" vues ou lues (chaîne orale # chaîne écrite), les confusions possibles entre des "choses proches" (505 # 55 # 550), (842 # 892), les stratégies de repérages dans des systèmes organisés, la recherche de "méthode de travail" et ce que cela implique comme travail sur soi
- **Qu'est-ce qui peut faire que les élèves ne réussissent pas ?(notions, concepts, compétences et stratégies cognitives)**
l'inefficacité ou l'inefficience ou l'inexistence d'une activité intellectuelle en lien avec l''exigence de la tâche :
le manque de pré-requis notionnels pour faire une image mentale du nombre (à l'écoute du magnétophone)
la non mise en oeuvre de stratégies de repérages et de recherche (= élèves perdus, découragés, débordés)
la surcharge mentale occasionnée par les 4 cartons - et de plus dispersés-
- **Cela nécessite-t-il une intervention préalable de médiation-renforcement pour certains ? (groupe de besoin)- Si oui, quels en seraient les objectifs ? au service de quoi ?(pré-requis cognitifs et/ou notionnels) - Cela se concrétiserait-il par une activité-détour ou disciplinaire ?**
non - le pari est fait que les pré-requis sont disponibles !

REGULATION APRES REFLEXION A PRIORI :

- **Dois-je construire d'autres supports dérivés permettant une meilleure adaptation à chacun des élèves ?** *non*
- **Dois-je imaginer des variantes pour le support d'origine ? (1 même support à variantes)** *oui - ainsi, on proposera aux élèves "débordés" - et en cours de séance - la même tâche avec 1 seul carton. Mais attention ! Ces élèves devront cependant retrouver les 4 cartons en fin de séance, et après explicitation des obstacles rencontrés.*

- choix effectués

. conception de séance

et éclairages -

TITRE : *Du nombre entendu ... au nombre écrit et représenté sur les cartons*
Public visé : *CE1*
Activité-détour : ~~oui~~ **- non** *(à dominante disciplinaire mathématique)*

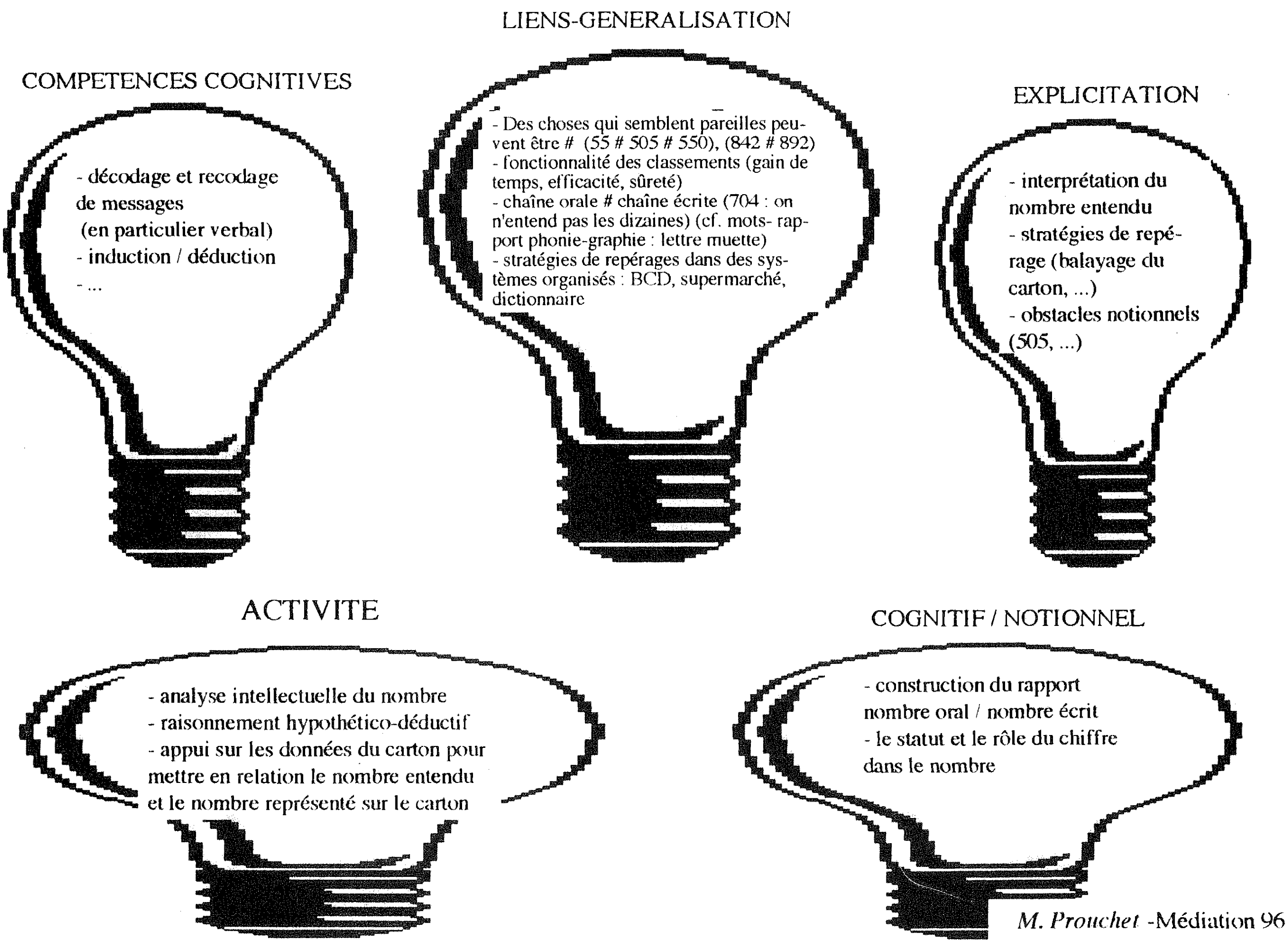
Objectifs poursuivis :

- ***notionnels :*** *rôle et statut des chiffres dans les nombres, sensibilisation à l'échelle numérique (chercher le nombre 140 plutôt à gauche du carton, le 641 dans la colonne des 6 centaines)*
- ***% fonctionnement mental :***
  - *. perception, élaboration d'image mentale, comparaison, identification, déduction*
  - *. planification, ORGANISATION (stratégies de repérages et de recherche, méthodes : contrôle)*
- ***attitudes générales :*** *contrôle de soi, confiance en soi, concentration, persévérance, prise de décision*

Identification des obstacles volontairement placés (ou à placer) :

- *les nombres inscrits sur les cartons sont volontairement perturbateurs :*
  - *. (55, 505, 550) , (842,892)*
  - *. certains nombres se répètent pour surcharger mentalement l'activité*
  - *. les 4 cartons sont en "désordre spatial" et 2 cartons ont les mêmes nombres, placés différemment*
- *la réaction à la gagne (5 nombres sortis sur une même ligne) nécessite une perception "horizontale", ce qui est en "déphasage" avec les stratégies "verticales" de repérages et de recherche des nombre dits.*

Points-clés sur lesquels l'enseignant doit porter sa réflexion, son attention, ... :



M. Prouchet -Médiation 96

. transposition

Niveau : CE1

Objectifs :

A partir du carton de super-loto, le maître (M) essaie de faire "quitter" le contexte à ses élèves (E) ...

55		248		407	505		704	
	104		394		550	641		842
92	140			470	579			892

M : Rentrons dans ce carton de super-loto.

Allons chercher le 394, le 92, le 842.

E : Ah ! Ça, c'est un carton organisé en "familles".

M : Et si maintenant, nous allions au super-marché. *(Le maître montre alors une liste de courses à acheter : pommes, camembert, gruyère, poires, gomme)*

E : Il faut bien repérer les "rayons" de ce super-marché car tout est classé là-bas, comme dans le carton de loto.

M : Allez ! Rentrez dans ce super-marché et organisez-vous pour faire ces courses. *(Les élèves proposent alors d'acheter les pommes et les poires dans un rayon-famille-colonne, les fromages dans un autre rayon et la gomme dans un autre.)*

E : Mais c'est un peu comme à la BCD !

M : Pourquoi ?

E : Parce que les albums ne sont pas dans la même colonne que les documentaires ...

E : Pour se repérer, il y a une fleur!

E : Ah ! S'il pouvait y avoir une fleur aussi dans le Monoprix où va maman ! Maman se ferait moins gronder par papa qui dit qu'elle a bien du mal à trouver les bonnes colonnes - enfin les rayons je veux dire-.

E : Tu sais, maître, je crois que mon dictionnaire est aussi fait comme un carton de loto. Parce que quand je cherche un mot à l'intérieur, je vais dans la colonne de la lettre du début. Et, en plus, dans la colonne lettre, les mots sont rangés dans l'ordre alphabétique ... Dans le carton de loto aussi, les nombres sont rangés à l'intérieur des colonnes, mais pas dans l'ordre alphabétique, dans l'ordre du plus petit au plus grand.

Quant à Jean, il n'a pas pu "gommer" mentalement les nombres . Il est bien loin du super-marché, de la BCD, du dictionnaire, ...

Il est encore dans son carton de loto !

M. Prouchet -Médiation 96

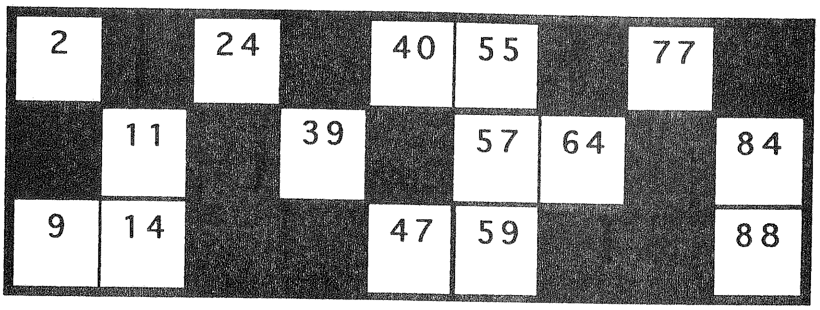
	suggestions et relances possibles du médiateur	"balisage" de la séquence	"loupes" choisies	contenu des loupes	observations analyses commentaires a posteriori
1ère phase :					
- travail sur les données de l'activité : . perception, évocation et émergence des représentations	Qu'est-ce que c'est ? A quoi cela vous fait-il penser ?	☒			% **"balisage"**
- travail sur les hypothèses de tâche : . mise en relation des données avec prise en compte du contexte (situation scolaire)	Que pouvons-nous bien faire de ça ? Que savons-nous déjà faire pour réaliser cela ?	☒			
. élaboration et formulation de consignes	Que devons-nous faire exactement ?	☒			% **choix des loupes**
- recherche de la finalité disciplinaire de la tâche proposée : . mise au service de la consigne pour la finalité disciplinaire	Qu'apprendra-t-on alors ? A quoi cela peut-il bien servir ?	☒			%**contenu des loupes**
- anticipation sur les conduites cognitives à employer	Comment va-t-on s'y prendre ?	☐			
- planification	Qu'est-ce que cela t'amène à faire ?	☐			% ....
2ème phase :					
- temps d'action individuelle : . des essais / erreurs .. vers le réussir / comprendre (activation de critères de médiation préférentiels et adaptés)	A ton avis, quel est le problème ? Arrête et regarde ce que tu fais. Qu'as-tu besoin de faire ensuite ? Dis-moi comment tu as fait ça. Oui, c'est juste, mais comment as-tu su que c'était juste? Peux-tu trouver une autre manière de le faire ?	☒			
- temps de confrontation entre pairs	Que penses-tu qu'il arriverait si...? Pourquoi ceci est mieux que cela ? -	☒			
3ème phase :					
- temps collectif : . identification des stratégies mises en oeuvre dans l'activité	Quels sentiments as-tu éprouvés? Quand as-tu fait quelque chose comme ça avant ? Où as-tu fait ça avant et qui t'a aidé à résoudre le problème ?	☒	☒	- commentaires sur les stratégies mises en oeuvre ... et à mettre en oeuvre (image mentale, balayage, appui sur classification, méthode, ...) - problèmes posés par certains nombres ....- voir Objectifs poursuivis *in Conception de séance* .... et réflexion % à l'activité *in Analyse cognitive de la tâche*	
. repérage par l'enfant des obstacles notionnels et des compétences cognitives mobilisées ou à mobiliser	Comment t'es-tu organisé pour... ? Quelle difficulté as-tu rencontrée ? Peux-tu donner des conseils à ... , pour .... ?	☒	☒		
4ème phase : (individuel ou groupe)					
- temps d'appropriation, de consolidation	reprise des phases 1, 2, 3, 4 et 5 sur d'autres situations	☐			
5ème phase :					
- mise en regard % au projet initial d'apprentissage	Ce travail devait nous servir à ... On a appris "à se rendre compte" que....	☒			
- généralisation de principes, de" règles"	C'est comme quand...........	☒	☒	- voir : Y a-t-il quelque chose de généralisable ? *in Analyse cognitive de la tâche* - voir : LIENS - GENERALISATION *in Conception de séance*	
- transpositions passives	A quelle autre occasion auras-tu besoin de ....?				

. représentations

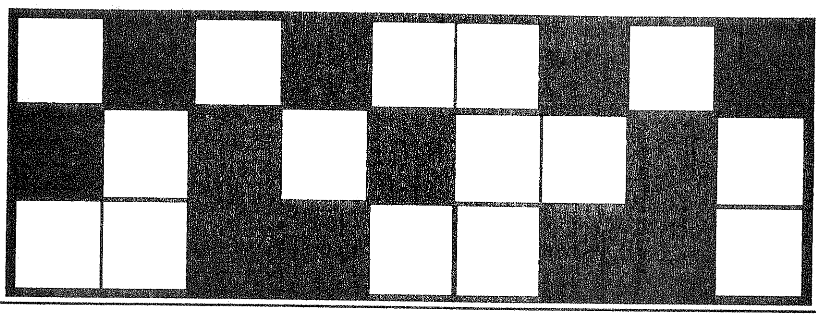
Niveau : CE1

Tâche :

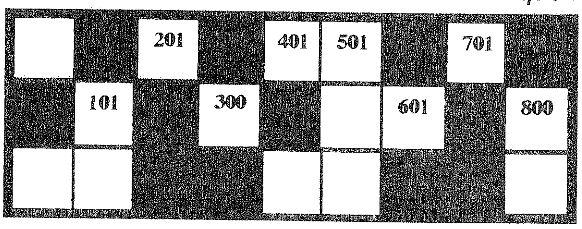
Sur un carton de loto, tous les nombres de 1 à 90 peuvent apparaître.
- les nombres sont regroupés dans des colonnes-"familles/dizaines",
- l'ordre des nombres est croissant à l'intérieur des colonnes,
- s'il apparaît, le nombre 90 figurera dans la colonne des 8 dizaines



A toi de construire un carton de super-loto en plaçant des nombres :
tous les nombres de 1 à 900 peuvent apparaître.
- les nombres sont regroupés dans des colonnes-"familles/centaines",
- l'ordre des nombres est croissant à l'intérieur des colonnes,
- s'il apparaît, le nombre 900 figurera dans la colonne des 8 centaines

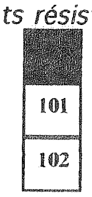


Après la réalisation de la tâche par les élèves, l'on s'aperçoit que :
- l'immense majorité des élèves ne placent dans la 1ère colonne que les nombres de 90 à 99 (considérant le super-loto comme la suite du loto)
- les enfants "adhèrent"en haut de l'échelle numérique :

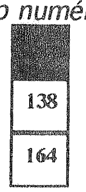


- les enfants résistent à élargir le champ numérique :

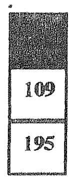
On trouve



mais très rarement



ou



- 900 apparaît presque toujours au bas de la dernière colonne (comme si le dernier des nombres pouvant apparaître devait absolument apparaître !)

M. Prouchet -Médiation 96

Sommaire

Allocutions d'ouverture

Conférences

Communications

Ateliers

Annexes

Annexes

Les publications de la COPIRELEM

Depuis sa création en 1973, la COPIRELEM a produit 39 brochures dont 20 actes du colloque annuel des formateurs en mathématique des instituteurs, 10 brochures destinées aux maîtres de l'école élémentaires, les actes d'un colloque CM2-6ème, 6 brochures destinées à la formation en didactique des mathématiques des maîtres du premier degré, une brochure destinée à présenter la commission dans un congrès international (CIEM) et les annales du second concours interne de recrutement des PE.

- Les 6 documents pour la formation en didactique des mathématiques des professeurs d'école :
- Actes de la première université d'été des formateurs d'instituteurs, Olivet - juillet 1988, IREM de Bordeaux (1990).
- Actes du stage national de Cahors - mars 1991 (IREM de Paris VII, 1991).
- Actes du stage national de Pau - mars 1992 (IREM de Bordeaux, 1993).
- Actes du stage national de Colmar - mars 1994 (IREM de Paris VII, 1995).
- Actes du stage national d'Angers - mars 1995 (IREM de Paris, 1996).
- Actes du stage national de Rennes - mars 1996 (IREM de Paris, à paraître en novembre 1996).

- Les 20 actes des 22 colloques annuels de la COPIRELEM (diffusé par l'IREM de l'Académie d'accueil) :
Orléans (74), Alpes d'Huez (75), Nice (76), Plestin les Grèves (77), Auberive (78), Bombannes (79), Clermont (80), Le Touquet (81), Blois (82), Antibes (83), Guetwiller (84), Guéret-Quimper (85/86), Angers (87), Rouen (88), Bordeaux (89), Paris (90), Nice-Besançon (91/92), Aussois (93), Chantilly (94), Douai (95, Montpellier (96).

- Les annales du second concours interne de recrutement des professeurs d'écoles :
Un choix de sujets des années 92 à 95, (IREM de Paris VII, 1996).

- Les 9 brochures intitulées : "Aides Pédagogiques" diffusées par l'APMEP) :
- Elem-Math I : "La mathématique à l'école élémentaire" (1972).
- Elem-Math II : "La manipulation des naturels à l'école élémentaire" (1974).
- Elem-Math III : "La division à l'école élémentaire".
- Elem-Math IV : "Aides pédagogiques pour le cours préparatoire".
- Elem-Math V : "Aides pédagogiques pour le cours élémentaire".
- Elem-Math VI : "Le triangle à l'école élémentaire".
- Elem-Math VII : "Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 1 : géométrie" (1985).
- Elem-Math VIII : "Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 2 : nombres décimaux (1985).
- Elem-Math IX : "Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 3 : situations-problèmes" (1986).

- Une brochure "mixte" sur la proportionalité destinée à la formation des instituteurs et proposant des activités pour les élèves de l'école élémentaire :
"La proportionalité existe, je l'ai rencontrée..." (IREM de Rouen, 1987).

- Les actes du colloque Liaison CM2-6ème de Limoges (IREM de Limoges).

- ***Une brochure internationale*** : La COPIRELEM, CIEM d'Adélaïde (Australie, 1984).

De plus, la COPIRELEM contribue chaque année au recueil des sujet des annales du concours des Professeurs des Ecoles, éditées par l'IREM de Bordeaux.

La chanson de la Copirelem

Sur l'air de "La chanson de Prévert" de Serge Gainsbourg

Oh je voudrais tant que tu te souviennes
De ce colloqu' Copirelem
C'était le vingt-troisièm' je crois
J'en étais aussi c'est pourquoi

Cete chanson veut faire en sorte
De perpétuer son souvenir
Pour que toujours l'espoir qu'il porte
N'en finisse pas de tenir

De bien d'autres les act's feront la somme
Des travaux auxquels ils s'adonnent
Sans que jamais ils s'indiffèrent
Car ils y croient dûr comme fer

Moi le grain de sel que j'apporte
N'est qu'un clin d'œil pour divertir
Il ne rest'ra pas lettre morte
S'il vous fait juste un peu sourire

Peut-on jamais savoir par où commence
Et quand finit notre exigence
Pass'nt les réform's demain comm' hier
Nous les critiqu'rons sans manière

Car le jour où toutes les portes
Seront forcées sans coup férir
N'est pas en vue mais peu importe
Sans Copirelem ce s'rait pire

La Didactique
Je ne suis pas un fanatique
Du sophisme ou d' la rhétorique
Et quant à ma problématique

Elle est loin de la polémique
Mais étant d'un' natur' sceptique
Je n' vais pas fair' d' panégyrique
Si j'ai l'humour un peu caustique
Ne le prenez pas au tragique
Quand la vocation magnifique
D'un professeur d' Mathématique
Vire à l'obsession fatidique
A la compulsion névrotique
Quand il pass' pour un excentrique
Un illuminé frénétique
Ne cherchez plus le diagnostic
Il a l' virus d' la Didactique

Malgré ses collègu's qui paniquent
Qui manifest'nt qui revendiquent
Qui regrettent l'Arithmétique
Qui redoutent l'Informatique
Ce visionnaire acrobatique
Conserve un sang-froid fantastique
Car pour lui c'est automatique
La situation est didactique

Les programmes sont utopiques
Les commentair's démagogiques
Les enseignants sont léthargiques
Les élèv's à l'âge critique
Les effectifs sont pléthoriques
Les résultats catastrophiques
Devant ces problèm's endémiques
Un seul refug' la Didactique

Pas de tâtonn'ment empirique
Mais un' recherch' très méthodique
Une analys' systématique
Des variables académiques
Un' transposition énergique
Un saut épistémologique
Et c'est la plongée héroïque
Dans l'abîm' de la Didactique

Face aux obstacl's emblématiques
Aux erreurs paradigmatiques
Aux glissements symptomatiques
Aux résistances canoniques
La rigueur méthodologique
Fonde les moyens stratégiques
De renégocier la pratique
Par l'ingéniérie didactique

Sortant du troupeau apathique
Muni de ce super viatique
Le professeur anachronique
Devient un Chercheur c'est magique
Confiant jusqu'au pathétique
En sa destinée prophétique
Il demeurera euphorique
Par la grâc' de la Didactique

Après une journée épique
Des heur's de cours apostoliques
Des corrections mélancoliques
Des préparations mirifiques
Si le sommeil vous fait la nique
Ne prenez pas d'anxiolytique
Encor' moins de soporifique
Lisez un' thès' de Didactique

A l'écol' de la Didactique
Je suis un cancre c'est typique
Je n'apporterai pas ma brique
A l'édifice théorique
Mais ce n'est pas trop dramatique
Si mes couplets métaphoriques
Vous offrent comm' thérapeutique
Un petit sourir' poétique

Auteur : Françis Reynès.

Liste des participants

ADAM Sandrine, Ecole d'Application Maternelle Vendiene : rue Denis Cordonnier - 59820 GRAVELINES.
ANDRE Françoise, IUFM Antenne de Perpignan : 3, rue Alfred Sauvy - 66027 PERPIGNAN cedex.
ANDREUCCETTI Nicole, IUFM de Montpellier : 2, place Marcel Godechot - 34000 MONTPELLIER.
ARHEL Danièle, IUFM Centre d'Etiolles : Domaine de Saulchoir - 91450 SOISY/SEINE.
ASSIE Joël, Ecole Primaire Mion : impasse des Marmousets - 34000 MONTPELLIER.
AUBERTIN Jean-Claude, IUFM Montjoux : 57, avenue de Montjoux - 25000 BESANCON.
AUDEOUD Anne, Service Recherche Pédagogique : 20A, rue du Stand - GENEVE CP 5202 SUISSE.
BACCA Yvan, Ecole Maternelle Bari - 34000 MONTPELLIER.
BACCON Anne-Marie, IUFM : 8, rue d'Avranches - 29200 BREST.
BARBUSSE Gillette, Ecole Pt de Vesse : 14, rue Cité Bouanet - 34400 LUNEL.
BARICAULT Jean-Michel, IUFM de Rouen : BP 18 - 76131 MONT SAINT-AIGNAN.
BARTH Christian, IUFM Centre de Privas : route des Mines - 07000 PRIVAS.
BELLARD Nicole, MAFPEN : 533, avenue de l'Abbé Parguel - 34000 MONTPELLIER.
BERNARD René, Lycée Gérard Philippe - 30200 BAGNOLS S/CÈZE.
BERTHELOT René, IUFM Centre de Pau : 44, boulevard Sarrailh - 64000 PAU.
BERTINELLI Bernard, IUFM : Fort Griffon - 25000 BESANCON.
BERTOTTO Anne, Maternelle Piteu : 48, avenue des Tilleuils - 91300 MASSY.
BOHN Myriam, IUFM : 2, rue du Tronquet - BP 18 -76131 MONT SAINT-AIGNAN Cedex.
BONNEMAISON-CARAUX Françoise, Ecole Condorcet - 34000 MONTPELLIER.
BONNET Nicole, IUFM : 3, boulevard Saint-Exupéry - 58000 NEVERS.
BONNET-PHILIP Brigitte, Ecole Bari - 34000 MONTPELLIER.
BONNOT Marie-Christine, IUFM d'Etiolles - 91450 SOISY SUR SEINE.
BORATTO Marie-Françoise, Collège Thiers : 5, place du Lycée - 13001 MARSEILLE.
BOROWCZYK Jacques, Faculté des Sciences : Parc de Grandmont - 37200 TOURS.
BOSC Renée, IUFM : 10, rue Molitor - 75016 PARIS.
BOULE François, IUFM de Bourgogne : 51, rue Charles Dumont - 21000 DIJON.
BOURHIS LAINE Françoise, IUFM d'Etiolles-Evry : 2, rue du Facteur Cheval - 91011 EVRY Cedex.
BOURRELY Josette, IUFM Centre de Nîmes : 62, rue Vincent Faïta - 30033 NIMES.
BREGEON Jean-Luc, IUFM Antenne de Moulins : 42, rue du Progrès - 03000 MOULINS.
BRIAND Joël, IUFM : avenue de Verdun - 33700 MERIGNAC.
BRONNER Alain, IUFM de Montpellier : 2, place Marcel Godechot - 34000 MONTPELLIER.
BUTLEN Denis, IUFM de Créteil : 3, rue de la Belle Ombre - 77000 MELUN.
CABANAC Jacqueline, Collège "Les Trois Saules" - 38350 LA MURE.
CABROL Alex, Ecole du Jeu de Mail : rue de la Jalade - 34000 MONTPELLIER.
CANAC Claude, IUFM de Montpellier : 2, place Marcel Godechot - 34000 MONTPELLIER.
CARRAL Michel, IUFM de Toulouse - 31000 TOULOUSE.
CASENOVE Bernard, Collège Pierre Moreno - 66300 THUIR.
CATHALIFAUD Robert, IUFM du Limousin : 209, boulevard des Vanteaux - 87036 LIMOGES Cedex.
CAUVAS Mado, Groupe Scolaire N. Appert : 2, rue de Montpellier - 91300 MASSY.
CENSE Muriel, Ecole La Castelle Primaire MAURIN - 34970 LATTES.
CHAMPION Claudette, IUFM Centre de Mâcon : 9, rue de Flacé - 71018 MACON Cedex.
CHANIAC Colette, Centre Local IUFM : 40, rue du Général Delestraint - 01000 BOURG EN BRESSE.
CHARNAY Roland, IUFM centre de Bourg en Bresse : BP 153 - 01004 BOURG-EN-BRESSE .
CHAUVET Bernard, IUFM Centre de Nîmes : 62, rue Vincent Faïta - 30033 NIMES.

CHENEVOTOT-QUENTIN Françoise, IUFM Nord -Pas de Calais Centre d'OUTREAU : 2, rue Hippolyte Adam - 62230 OUTREAU.
CHEVALIER Marie-Claude, Lycée Gaston Monerville - 46000 CAHORS.
CHEVALIER Jean-Louis, IUFM : avenue d'Isaac - 13100 AIX-EN-PROVENCE.
COSI Danielle, Collège La Pierre Aiguille - 38660 LE TOUVET.
COURBET Brigittre, IUMF : 12, rue Braconnot - 54000 NANCY.
COURBET Pierre, IUMF 12, rue Braconnot - 54000 NANCY.
DELEGUE Henri, IUFM Centre des Gravelines - 59820 GRAVELINES.
DELHAYE-PREVOST Dominique, IUFM Centre d'Outreau : 5, rue M. Adam - 62230 OUTREAU .
DELORD Robert, Collège Laure Gatet : avenue Georges Pompidou - 24000 PERIGUEUX.
DOSSAT Luce, IUFM : 36, avenue Jean Jaurès - 63400 CHAMALIERES.
DOUADY Régine, IREM de Paris 7 Université Paris 7 : 2, place Jussieu - 75005 PARIS.
DOUAIRE Jacques, IUFM Centre d'Antony : 96, rue A. Pageaud - 92160 ANTONY.
DOUEK Nadia, IUFM Centre de Saint-Lô : 186, rue de la Délivrance - 14053 CAEN Cedex.
DUPLAY Jean-Paul, IUFM : 5, rue Anselme - 69317 LYON Cedex 4.
ENNASSEF M'Hamed : 58, rue de Londres - 59045 LILLE.
EURIAT Jacqueline, IUFM Sîte d'Epinal : rue Kennedy - 88025 EPINAL Cedex.
EVEILLEAU Thérèse : 45, rue de l'Ecole Normale - 61000 ALENCON.
EXCOFFON Yvonne, IUFM Centre de Troyes : 6, avenue des Lombards - 10000 TROYES.
EYSSERIC Pierre, IUFM Centre de Draguignan : BP 143 avenue A. Gilet - 83004 DRAGUIGNAN.
FARGE Colette, IUFM : 30, avenue Marcellin-Berthelot - 38100 GRENOBLE.
FAURE Christian, Lycée Champollion - 34970 LATTES.
FAVRAT Jean-François, IUFM Centre du Gard : 62, rue Vincent Faïta - 30000 NIMES.
FERAUD Marcelle, IUFM Sîte de Digne : 15, rue J. Reinach - 04000 DIGNE.
FERMAUD Ariane, IUFM : 2, avenue d'Isaac - 13100 AIX-EN-PROVENCE.
FOUCAULT Jeanine, IUFM de Marseille : La Canebière - 13001 MARSEILLE.
FOULON Marc, IUFM Centre de Douai : 161, rue d'Esquerchin BP 827 - 59508 DOUAI Cedex.
GAMBADE Odette, Centre Départemental de Dijon : 51, rue Ch. Dumont - 21000 DIJON.
GASPARD Claude, Inspection de l'Education Nationale II : 20, rue du 18 Août BP 3 - 74240 GAILLARD.
GERDIL-MARGUERON Gérard, IUFM : 30, avenue M. Berthelot - 38100 GRENOBLE.
GIRAUD-COUSQUER Irène, Ecole Jeu du Mail - 34000 MONTPELLIER.
GIRMENS Yves, IUFM de Perpignan : rue Alfred Sauvy - 66027 PERPIGNAN.
GISPERT Hélène, IUFM de Versailles - 78000 VERSAILLES.
GODINAT Françoise, CDIUFM : 24, rue des Moreaux - 89000 AUXERRE.
GOUSSARD Annick, IUFM Sîte de Niort : rue Beaune la Rolande - 79000 NIORT.
GREFF Eric, IUFM de Versailles : 45, avenue des Etats Unis - 78000 VERSAILLES.
GRIMAUD Martine, Collège Anatole France : allée Proust - 87000 LIMOGES.
GUILHAUMOU Danielle, CES de la Croix d'Argent - 34000 MONTPELLIER.
GUILLERAULT Mireille, IUFM : 30, rue M. Berthelot - 38100 GRENOBLE.
GUILLERMARD Marie-Rose, IUFM Centre de Nice : 43, avenue Stephen Liegear - 06100 NICE.
GUY Michel, IUFM Maison de la Formation : 12, avenue du Général Leclerc - 11000 CARCASSONNE.
GUZMAN-RETAMAL Ismenica - CHILI.
HARONIAN Marianne, IUFM : 2, avenue Jules Isaac - 13100 AIX-EN-PROVENCE.
HELAYEL Josiane, IUFM Antony-Val de Bièvre - 92160 ANTONY.
HERNANDEZ Monique, IUFM Centre de Perpignan - 66000 PERPIGNAN.
HERVIEN Claudine, IUFM : 186, rue de la Délivrance - 14000 CAEN.
HOUDEMENT Catherine, IUFM : BP 18 - 76131 MONT SAINT-AIGNAN Cedex.
HUET Marie-Louise, IUFM Centre du Mans : 57, route de Ballon - 72016 LE MANS Cedex.
HUGUET François, IUFM : 8, rue de Rosmadec BP 301 - 29191 QUIMPER Cedex.
IMBERT Jean-Louis : 3, rue Lautriamont - 65000 TARBES.
JASMIN Lionel, IUFM : 10, rue Saint Georges - 50000 SAINT LO.

JOHSUA Marie-Alberte, IUFM d'Aix-Marseille : avenue J. Isaac - 13100 AIX EN PROVENCE.
JULIEN Guy, IUFM : 110, faubourg Saint-Jean - 45000 ORLEANS.
KELHETTER Alain, IUFM Centre d'Angers : 7, rue Dacier BP 3522 - 49035 ANGERS Cedex 01.
KOBER Paule, IUFM : 43, avenue Stéphane Liegeard - 06100 NICE.
KRITTER Chantal, IUFM d'Etiolles - 91450 SOISY/SEINE.
KUZNIAK Alain, IUFM Centre d'Evreux : 17, rue de la Côte Blanche - 27000 EVREUX.
L'EPLATTENIER Marc, IUFM : 17, route de la Côte Blanche - 27000 EVREUX.
LACHAUSSÉE Danièle, IUFM : avenue de la République - 02011 LAON.
LALLEMENT Marie-Hélène, IUFM d'Aix-Marseille - 13001 MARSEILLE.
LAMANT Mireille, IUFM Antenne de Bordeaux : 49, rue de l' Ecole Normale - 33021 BORDEAUX Cedex.
LAMMERTYN Patricia, Ecole J. Aicard : avenue Verhaesen - 59000 LILLE.
LANDRÉ Claude, Collège Ch. Rivière : 1035, rue du Général de Gaulle - 45162 OLIVET Cedex.
LANTRU Jacqueline : 104, rue Saint-Martin - 61250 ARGENTAN.
LARERE Christiane, IUFM Centre Antony-Val de Bièvre : 96, avenue Pageaud - 92160 ANTONY.
LARGUIER Mirène, Collège Ambrussum - 34000 LUNEL.
LASSALLE Didier, Ecole Paul Port : rue du Taà - 64230 POYE DE LESCAR.
LAURENÇOT-SORGIUS Isabelle, IUFM de Nancy : 5, rue Paul Richard - 54320 MAXEVILLE.
LAURENT Claude, Ecole Maternelle Annexe Bésignoles - 07000 PRIVAS.
LE BERRE Maryvonne, Collège Charcot : 13, rue du Commandant Charcot - 69005 LYON.
LE BORGNE DE KAOUEL Florence, IUFM de Montpellier : 2, place Marcel Godechot - 34000 MONTPELLIER.
LE COUTALLER Fernande, IUFM : rue Launay Violette - 44000 NANTES.
LE POCHE Gabriel, IUFM : 153, avenue de Saint-Malo - 35043 RENNES Cedex.
LE TIRILLY Marc, IUFM : 2, avenue d'Isaac - 13626 AIX-EN-PROVENCE.
LEBLOND Véronique, Ecole maternelle annexe P. Kerganard - 34000 MONTPELLIER.
LEBRETON Jean-Claude, CD IUFM : 9, avenue Paul Reneaulme - 41000 BLOIS.
LEDUC Christian, IUFM Centre "Le Moulin" : faubourg de Paris BP 311 - 59304 VALENCIENNES Cedex.
LEROUGE Alain, IUFM : 2, place Marcel Godechot - 34092 MONTPELLIER.
LEWILLION Martine, Collège du Pic Saint-Loup - 34980 SAINT CLEMENT DE RIVIÈRE.
LIPP Gérard, Retraité.
LOISEAU Bruno, IUFM Centre de Valenciennes : "Le Moulin" BP 311 - 59304 VALENCIENNES Cedex.
LORMIER Marie-Claude, Ecole Primaire : 60, rue de Boudonville - 54000 NANCY.
MAINGUENÉ Jean, IUFM Centre d'Angers : 7, rue Dacier - 49100 ANGERS.
MALINAUD Brigitte, IUFM Centre du Bourget : 3, rue Roger Salengro - 93350 LE BOURGET.
MALLEN-DONTENWILL Annie, Ecole d'Application : Repes Sud - 70000 VESOUL.
MARIE Marie-Denise, IUFM Antilles-Guyane Centre de Guadeloupe : Morne Ferret BP 399 - 97159 POINTE À PITRE.
MARTINELLI Elise, IUFM : 30, avenue Berthelot - 38100 GRENOBLE.
MASSELOT Pascale, IUFM de Créteil Centre Départ.de Seine et Marne : 3, rue de Belle Ombre - 77008 MELUN Cedex.
MASSOT Christian, Collège La Reinetière : boulevard Pasteur - 44980 SAINTE LUCE SUR LOIRE .
MASSOT Annick, Collège La Reinetière : boulevard Pasteur - 44980 SAINTE LUCE SUR LOIRE .
MAURIN Claude, IUFM Sîte d'Avignon : 140, route de Tarascon BP 871 - 84083 AVIGNON Cedex.
MESQUITA Anne, IUFM - Centre de Ville - 58, rue de Londres - 59045 LILLE.
METENIER Gisèle, Ecole d'Application Maternelle Des Cladets : rue Albert Londres - 03400 YZEURE.

MILLET Jean-Luc, IUFM : 209, boulevard de Vanteaux - 87036 LIMOGES Cedex.
MUL André, IUFM de Versailles : 45, avenue des Etats Unis - 78000 VERSAILLES.
NEYRET Robert, IUFM : 30, avenue M. Berthelot - 38100 GRENOBLE.
NOGUES Maryse, Lycée de Lunel - 34400 LUNEL.
NORMAND Catherine, IUFM Centre d'Evreux : 17, rue de la Côte Blanche - 27000 EVREUX.
OYALLON Jean-Louis, Lycée St. Cricq : avenue des Etats-Unis - 64000 PAU.
PACIA Françoise, Ecole Primaire : 60, rue de Boudonville - 54000 NANCY.
PAILLET Michèle, IUFM de Paris : 56, boulevard des Batignolles - 75017 PARIS.
PAQUIN Catherine, IUFM de Lorraine : 1, rue Paul Richard - 54320 MAXEVILLE.
PEAN Danielle, IUFM Centre : 4, chemin Launay Violettre - 44072 NANTES Cedex 03.
PEAULT Hervé, IUFM Centre d'Angers : BP 3522 - 49035 ANGERS Cedex 01.
PEDROLETTI Jean-Claude, IUFM : 57, avenue Montpoux - 25000 BESANCON.
PELLEQUER Sylvie, Collège Pic Saint-Loup - 34980 SAINT-CLEMENT DE RIVIÈRE.
PELTIER Marie-Lise, IUFM de Haute Normandie : 2, rue Tronquet - 76131 MONT SAINT-AIGNAN Cedex.
PERRIN Marie Jeanne, IUFM Centre d'Arras : 37, rue du Temple BP 927 - 62022 ARRAS Cedex.
PEZARD Monique, IUFM : 3, rue de la Belle Ombre - 77008 MELUN Cedex.
PORCEL Nicole, IUFM Sîte du Jura : 23, rue des Ecoles - 39000 LONS LE SAULNIER.
PROUCHET Marc, Ecole Victor Hugo : 5, impasse Plenelles - 69001 LYON.
PUCHE Jacqueline, Ecole Mion - 34000 MONTPELLIER.
PUGEAT Catherine, Ecole Maternelle Annexe Bésignoles - 07000 PRIVAS.
QUINQUIS Noelle, IUFM : rue d'Avranches - 29200 BREST.
RANC Geneviève, IDEN Groupe Scolaire N. Appert : 2, rue de Montpellier - 91300 MASSY.
REYNÈS Françis, Collège Grand Air : avenue du Dr. Manad - 33311 ARCHACHON Cedex.
RIMBAULT Claude, IUFM de Bretagne Sîte de Saint-Brieuc : 1, rue Théodule Ribot BP 4502 22045 SAINT-BRIEUC Cedex 2.
RINALDI Anne-Marie, IUFM Centre de Beauvais : 51, boulevard de Châteaudun - 80044 AMIENS Cedex 1.
RIPERT Hélène, IUFM de Montpellier : 2, place Marcel Godechot - 34000 MONTPELLIER.
RIPERT-DAURAT Dominique, Ecole Maternelle Jeu du Mail - 34000 MONTPELLIER.
ROBERT Ghislaine, IUFM Centre de Beauvais : 3, rue Bossuet - 60000 BEAUVAIS.
ROSSINI-BARBIER Sabine, Ecole Samaun : avenue Verhaesen - 59000 LILLE.
ROYE Louis, IUFM Centre de Ville : 58, rue de Londres - 59045 LILLE.
SALIN Marie-Hélène, IUFM Centre de Coudéran : avenue de Verdun - 33700 MERIGNAC.
SECO Michel, Lycée - 34300 AGDE.
SOUCHÉ Christian, Université de Pau Fac des Sciences : avenue de l'Université - 64000 PAU.
SOUMY Jean-Guy, IUFM du Limousin : avenue Marc Purat - 23000 GUERET.
SUBRA Norbert, Ecole ISLY : rue d'Isly - 11000 CARCASSONNE.
TAVEAU Catherine, IUFM Centre de Livry Gargan : 45, rue J. Zany - 93000 LIVRY GARGAN.
TIHA Jean-Claude, Collège Louis Yanis : rue du Val des Fanes - 54670 CUSTINES.
TORLOTIN Michel, Ecole Elémentaire d'Application : 56, rue de Boudonville - 54000 NANCY.
TORRES Philippe, Ecole Elémentaire - 34400 VENDARGUES.
TROCELLIER Odile, Ecole Maternelle Annexe - 34000 MONTPELLIER.
TROUCHE Luc, Lycée Jean Joffre : allée de la Citadelle - 34060 MONTPELLIER.
VALDIVIA Jean, Ecole Primaire Blaise Pascal : 25, rue des Grenadiers - 66000 PERPIGNAN.
VALETTE Serge, IUFM de Montpellier : 2, place Marcel Godechot - 34000 MONTPELLIER.
VAUDAY Josette, IUFM : 10, rue Molitor - 75016 PARIS.
VEAU Claude, IUFM de Montpellier : 2, place Marcel Godechot - 34000 MONTPELLIER.
VERBAERE Odile, IUFM : 58, rue de Londres - 59045 LILLE Cedex.
VERGES Michelle, Insp. Educ. Nat. de Vandoeuvre : 2, rue Paul Bert - 54500 VANDOEUVRE.

VINANT Suzanne, IUFM - Antenne de Gironde : 49, rue de l'Ecole Normale BP 219 - 33021 BORDEAUX Cedex.
VINCENT Jean, IUFM Antenne de Châlons : 18, boulevard Victor Hugo - 51000 CHALONS EN CHAMPAGNE.
VINCENT Bernadette, IUFM d'AIX-MARSEILLE : 63, La Canebière - 13001 MARSEILLE.
VINRICH Gérard, Antenne IUFM : 16, avenue Jean Jaurès - 47000 AGEN.
VUARCHERE Michel, Inspection d'Annecy III : 64, avenue de France - 74000 ANNECY.

Auteurs **:**
travail collectif coordonné par la COPIRELEM.

Titre :

Actes du XXIIIème Colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs de Mathématiques chargés de la formation des maîtres.

Public concerné **:**
professeurs de mathématiques et formateurs chargés de cette discipline pour le premier degré.

Résumé **:**
cette brochure contient les textes des conférences et des communications, les comptes-rendus des ateliers du Colloque qui s'est déroulé au V.V.F. de la Grande-Motte les 13, 14 et 15 mai 1996.

Mots clés **:**
didactique des mathématiques, enseignement et apprentissage, formation des maîtres, école élémentaire, l'enseignant, développement cognitif.

Éditeur **:**

IREM de MONTPELLIER
cc. 040
Université Montpellier II
Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER Cedex 05
Tél : 04.67.14.33.83 - 04.67.14.33.84
fax : 04.67.14.39.09
e.mail : irem@math.univ-montp2.fr

Responsable de la publication **:**
Madame Dominique GUIN, Directrice de l'IREM de Montpellier.

Date : MAI 1997

Nombre de pages : 323

Prix : 100F

N° ISBN : 2-909916-26-X