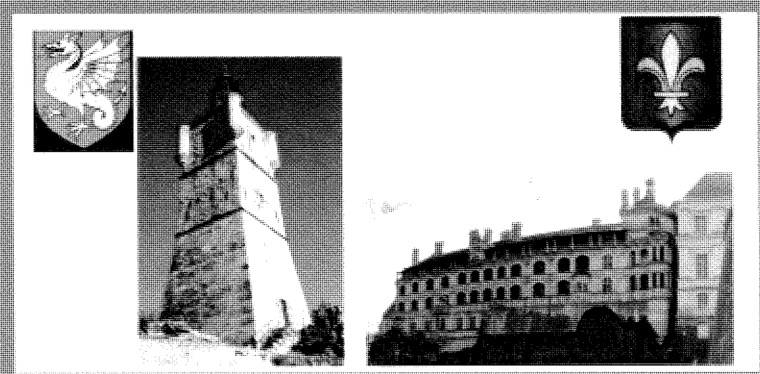
PARIS 7

COPIRELEM

Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.

LES CAHIERS DU FORMATEUR



Tome 7

Documents pour la formation du professeur en didactique des mathématiques.
Séminaire de Draguignan des 15, 16 et 17 novembre 2004.
Séminaire de Blois des 05, 06 et 07 décembre 2005.

ARPEME
Association pour l'élaboration et la diffusion de Ressources Pédagogiques sur l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole.

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
UNIVERSITÉ PARIS DIDEROT

PRESENTATION

Les rendez-vous de Draguignan et de Blois furent les septième et huitième séminaires de formation des nouveaux formateurs de mathématiques en IUFM.

Depuis la création de ce séminaire en 1997, le nombre croissant de nouveaux collègues qui s'inscrivent montre à l'évidence la nécessité et l'intérêt de ce type de rencontre.

En 1997, le pari n'était pas gagné d'avance, puisqu'il s'agissait de proposer une offre de formation sans financement particulier. Les IUFM ont tout de suite répondu présents pour prendre en charge, majoritairement, leurs nouveaux formateurs.

Ces séminaires sont donc les preuves concrètes d'une collaboration efficace entre la COPIRELEM (Commission permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire), et au travers d'elle les IREM, et les Instituts Universitaires de Formation des Maîtres.

Ce document est le compte-rendu des contributions, des conférences et des travaux des ateliers qui se sont déroulés durant ces deux séminaires.

PRESENTATION

Les rendez-vous de Draguignan et de Blois furent les septième et huitième séminaires de formation des nouveaux formateurs de mathématiques en IUFM.

Depuis la création de ce séminaire en 1997, le nombre croissant de nouveaux collègues qui s'inscrivent montre à l'évidence la nécessité et l'intérêt de ce type de rencontre.

En 1997, le pari n'était pas gagné d'avance, puisqu'il s'agissait de proposer une offre de formation sans financement particulier. Les IUFM ont tout de suite répondu présents pour prendre en charge, majoritairement, leurs nouveaux formateurs.

Ces séminaires sont donc les preuves concrètes d'une collaboration efficace entre la COPIRELEM (Commission permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire), et au travers d'elle les IREM, et les Instituts Universitaires de Formation des Maîtres.

Ce document est le compte-rendu des contributions, des conférences et des travaux des ateliers qui se sont déroulés durant ces deux séminaires.

REMERCIEMENTS

La COPIRELEM remercie très sincèrement l'IUFM de Nice Célestin Freinet qui lui a prêté tout le matériel nécessaire au bon déroulement du séminaire de 2004 ainsi que l'IUFM d'Orléans-Tours qui a accueilli le séminaire 2005 sur le site départemental de Blois.

Elle remercie tout particulièrement Yves Feunteun, responsable du site de Blois, pour son accueil enthousiaste ainsi que l'ensemble du personnel du site pour sa prévenance durant notre séjour.

Ses remerciements vont également à Patrick Wieruzewski et Joêle Trémèje pour leur aide, leur gentillesse et leur disponibilité.

La COPIRELEM remercie enfin Jean-Claude Lebreton pour l'organisation du séminaire 2005, et n'oublie surtout pas Claire Winder qui a non seulement organisé le séminaire de Figanières en 2004, mais aussi coordonné cette brochure.

SOMMAIRE

PARTICIPANTS AUX JOURNEES DES 15, 16, 17 NOVEMBRE 2004

	IUFM	Adresse électronique
AUBERTIN Jean-Claude	Franche-Comté	jeanclaude.aubertin@freesbee.fr
AUXIRE-GUGLIELMI Nathalie	Nice	yguglielmi@free.fr
BLOCHS Bernard	Franche-Comté	b.blochs@evhr.net
BONNET Annie	Créteil	agbonnet@libertysurf.fr
BONNET Nicole	Bourgogne	nicole.bonnet@dijon.iufm.fr
BOULOC-ROSSATO Myriam	Midi-Pyrénées	myriambouloc@yahoo.fr
BOURGEOIS Françoise	Nice	canans@club-internet.fr
BRUCHS Caroline	Martinique	bruchs.caroline@wanadoo.fr
CHOLLET Jean	Bourgogne	ajchollet@wanadoo.fr
CLEMENT Michel	Versailles	michel.clement@ac-versailles.fr
COMBY Hélène	Versailles	ln.comby@laposte.net
COSTE Rémy	Versailles	remy.coste@ac-versailles.fr
COURCELLE Bruno	Auvergne	bcourcelle@auvergne.iufm.fr
DE KOCKER Nicolas	Lorraine	nicolas.dekocker@lorraine.iufm.fr
DEHAYE Renaud	Lorraine	renaud.dehaye@wanadoo.fr
DELHUMEAU Paul	Pays de la Loire	paul.delhumeau@paysdelaloire.iufm.fr
DESCAVES Alain	Aquitaine	descaves.alain@wanadoo.fr
DONCK Elisabeth	Aix-Marseille	edonck@hotmail.com
EYSSERIC Pierre	Aix Marseille	p.eysseric@aix-mrs.iufm.fr
GIRMENS Yves	Montpellier	yves.girmens@free.fr
GODEL Françoise	Evreux	stephaud@wanadoo.fr
GRILLET Jacqueline	Aquitaine	jp.grillet@orange.fr
HARONIAN Marianne	Aix-Marseille	HARONIAN7@aol.com
ICHELMANN Thierry	Martinique	thierry.ichelmann@wanadoo.fr
IMBERT Jean-Louis	Midi-Pyréenées	Imbert.jl@free.fr
JAFFROT Michel	Pays de la Loire	michel.jaffrot@paysdelaloire.iufm.fr
KOSKAS Joel	Versailles	joel.koskas@free.fr
KUZNIAK Alain	Orléans-Tours	alain.kuzniak@orleans-tours.iufm.fr
LAHAYE-HITIER Mathilde	Bretagne	mathilde.lahaye-hitier@bretagne.iufm.fr
LARGUIER Mirène	Montpellier	mirene.larguier@montpellier.iufm.fr
LAROSE Valérie	Versailles	valerie.larose@ac-versailles.fr
LE POCHE Gaby	Bretagne	gabriel.lepoche@bretagne.iufm.fr
LEBRETON Jean-Claude	Orléans-Tours	Jean-claude.lebreton@orleans-tours.iufm.fr
LHOTE Brigitte	Grenoble	b.lhote@libertysurf.fr
LORBER JAECK Corinne	Alsace	corinne.jaeck@wanadoo.fr
MAGENDIE Laurence	Midi-Pyrénées	l.magendie@libertysurf.fr
MARIE-ALIE Marie-Denise	Guadeloupe	marieden@iufm.univ-ag.fr
MARTIN Yves	La Réunion	yves.martin45@wanadoo.fr
MAURIN Claude	Aix -Marseille	maurindesmaures@wanadoo.fr
PIZZARO Andréa	Chili	andrea.pizarrro@ucv.cl
ROYE Louis	Irem de Lille	l.roye@wanadoo.fr
SEGUIN Jacques	Nice	jacques-seguin@wanadoo.fr

SCHLOSSER Fabien	Créteil	fabien.schlosser@tele2.fr
SIDIN Alexandre	Versailles	alexandre.sidin@free.fr
SIMARD Arnaud	Franche-Comté	arnaud.simard@fcomte.iufm.fr
SORRENTINI Nicole	Aix-Marseille	sorrentini.nicole@wanadoo.fr
TAVEAU Catherine	Créteil	catherine.taveau@creteil.iufm.fr
THOMAS René	Lyon	Rene.Thomas@ac-lyon.fr
TREMEJE Joele	Nice	j.tremeje@wanadoo.fr
VEILLAT Olivier	Bourgogne	olivier.veillat@laposte.net
WINDER Claire	Nice	claire.winder@free.fr
ZIN Isabelle	Versailles	Ziniza@free.fr

PARTICIPANTS AUX JOURNEES DES 05, 06, 07 DECEMBRE 2005

	IUFM	Adresse électronique
ASSEMAT Bertrand	Rouen	
BERNOT Didier	Aix-marseille	didier.bernot@wanadoo.fr
BLAIS Chantal	Aix-marseille	chantal.bl@wanadoo.fr
BONNET Annie	Créteil	agbonnet@libertysurf.fr
BONNET Nicole	Bourgogne	nicole.bonnet@dijon.iufm.fr
BOURGEOIS Françoise	Nice	canans@club-internet.fr
CHOLLET Jean	Bourgogne	ajchollet@wanadoo.fr
DE KOCKER Nicolas	Lorraine	nicolas.dekocker@lorraine.iufm.fr
DESCAVES Alain	Bordeaux	descaves.alain@wanadoo.fr
EYSSERIC Pierre	Aix Marseille	p.eysseric@aix-mrs.iufm.fr
GIRMENS Yves	Montpellier	yves.girmens@free.fr
GREWIS Annie	Alsace	stephaud@wanadoo.fr
HARONIAN Marianne	Aix-Marseille	HARONIAN7@aol.com
HERSANT Magali	Pays de la Loire	magali.hersant@paysdelaloire.iufm.fr
IMBERT Jean-Louis	Midi-Pyréenées	Imbert.jl@free.fr
ISAMBART Karine	Bretagne	karine.isambard@bretagne.iufm.fr
JAECK LORBER Corinne	Alsace	corinne.jaeck@wanadoo.fr
JAFFROT Michel	Nantes	michel.jaffrot@paysdelaloire.iufm.fr
L'HOTTE Brigitte	Grenoble	b.lhote@libertysurf.fr
LAMARRE Michel	Grenoble	mlamarre@wanadoo.fr
LE POCHE Gaby	Bretagne	gabriel.lepoche@bretagne.iufm.fr
LEBOT Bertrand	Poitou-Charentes	
LEBRETON Jean-Claude	Orléans-Tours	Jean-claude.lebreton@orleans-tours.iufm.fr
MAGENDIE Laurence	Midi-Pyrénées	l.magendie@libertysurf.fr
MAGIANTE Christine	Orléans-Tours	christine.mangiante@laposte.net
MASSELOT Pascale	Versailles	PMasselot@aol.com
MAURIN Claude	Aix -Marseille	maurindesmaures@wanadoo.fr
MORDWA Jean-Luc	Midi-Pyrénées	jean-luc.mordwa@toulouse.iufm.fr
MOUNIER Eric	Créteil	ericmounier@noos.fr
MUSEUX Alexis	Nice	alexis.museux@nice.iufm.fr
OLIVIER Joële	Versailles	boamjo@hotmail.com
PARIES Monique	Versailles	moniparies@aol.com
PETITFOUR Edith	Lorraine	edith.petitfour1@ac-nancy-metz.fr
REOCREUX Guillaume	Bretagne	guillaume.reocreux@bretagne.iufm.fr
ROSAMBERT Corinne	Versailles	corinne.madeuf@wanadoo.fr
ROYE Louis	Irem de Lille	l.roye@wanadoo.fr
SAFIR Catherine	Paris	csafir@paris.iufm.fr
SCHLOSSER Fabien	Créteil	fabien.schlosser@tele2.fr
SIMARD Arnaud	Franche-Comté	arnaud.simard@fcomte.iufm.fr
SMADJA Marie-Christine	Pacifique	jpmcs.nc@lagoon.nc
SORRENTINI Nicole	Aix-Marseille	sorrentini.nicole@wanadoo.fr
STEPHAN Jean	Nord-Pas de Calais	jean.stephan@lille.iufm.fr

TAVEAU Catherine	Créteil	catherine.taveau@creteil.iufm.fr
THOMAS Yves	Pays de la Loire	yves.thomas@paysdelaloire.iufm.fr
VEILLAT Olivier	Bourgogne	olivier.veillat@laposte.net
WIERUSZEWSKI Patrick	Orléans-Tours	patrick.wieruszewski@orleans-tours.iufm.fr
WINDER Claire	Nice	claire.winder@free.fr

LES TROIS JOURNEES

SEMINAIRE DE DRAGUIGNAN

15, 16, 17 NOVEMBRE 2004

<table>
<tr><th>Lundi 15 Novembre</th><th>Mardi 16 Novembre</th><th>Mercredi 17 Novembre</th></tr>
<tr><td>9H30 – 10H

Accueil</td><td>9H – 11H00

Conférence
Présentation de la théorie des situations de Guy Brousseau
Alain Kuzniak</td><td rowspan="2">9H30 – 12H

Atelier C
Entretien de visite des PE2.
Laurence Magendie ; Jean-Claude Aubertin

Atelier D
Analyse de manuels sur la division euclidienne (pour les PE2).
Catherine Taveau ; Gaby Le Poche</td></tr>
<tr><td>10H – 12H30

Atelier A
Une séance inaugurale en formation initiale ou continue
Michel Jaffrot ; Claude Maurin

Atelier B
Exploitation de sujets de concours sur un thème spatial et géométrique (Martinique et Dijon 2004)
Nicole Bonnet ; Jean-Claude Lebreton</td><td>11H – 12H30

Elaboration par les participants de questions sur les contenus ou les démarches de formation.

Documentation
Consultation et vente de brochures pour la formation

Libre service informatique</td></tr>
<tr><td>Repas</td><td>Repas</td><td>Repas</td></tr>
<tr><td>14H – 16H30

Ateliers A et B *</td><td></td><td>13H30 – 16H

Ateliers C et D *</td></tr>
<tr><td>17H – 18H30

Contribution 1
Situations d'apprentissage sur la maternelle. Activités numériques et pré-numériques.
Yves Girmens ; Pierre Eysseric</td><td>17H00 – 18H30

Contribution 2
Présentation de situations additives en PE2.
Alain Descaves</td><td>16H – 17H 30

Table ronde
Réponse aux questions des participants
Bilan du séminaire</td></tr>
<tr><td>Repas</td><td>Repas convivial</td><td></td></tr>
</table>

* Les personnes ayant participé à l'un des ateliers le matin participeront à l'autre atelier l'après-midi.

LES TROIS JOURNEES

SEMINAIRE DE BLOIS

05, 06, 07 DECEMBRE 2005

Lundi 05 Décembre	Mardi 06 Décembre	Mercredi 07 Décembre
8H00 – 9H **Accueil**	8H30 – 11H00 **Atelier C** TICE en PE2 : le possible dans le cadre des contraintes *Jean-Louis Imbert ; Jean-Claude Lebreton* **Atelier D** Analyse de Pratiques Professionnelles en PE2. *Pierre Eysseric ;Catherine Taveau*	9H00 – 11H30 **Ateliers C et D** *
9H00 – 9H45 **Ouverture du séminaire**		
10H – 12H30 **Atelier A** Stratégie de formation par situation d'homologie : le solide caché. *Yves Girmens ; Claude Maurin ; Louis Roye* **Atelier B** Comparaison de manuels : fractions et décimaux *Gaby Le Poche ; Pascale Masselot ; Claire Winder*		11H30 – 12H00 *Pause*
	11H00 – 12H30 Elaboration de questions sur les contenus ou les démarches de formation. **Documentation** Consultation et vente de brochures pour la formation	12H00 – 13H00 **Suggestion d'utilisation en formation des DVD, CD et vidéo visionnés le lundi.** *Didier Bernot ; Gaby Le Poche, Claire Winder.*
Repas	*Repas*	*Repas*
14H30 – 17H00 **Ateliers A et B** *		14H30 – 16H **Contribution 2** Outils didactiques pour le formateur : cadre théorique pour la géométrie. *Catherine Taveau*
17H – 17H30 **Documentation** Consultation et vente de brochures pour la formation	17H00 – 18H30 **Contribution 1** Outils didactiques pour le formateur. Illustration sur le thème de la proportionnalité *Magali Hersant*	
17H30 – 18H30 **Présentation collective de DVD, CD et vidéo** *Didier Bernot, Gaby Le Poche, Claire Winder, Yves Girmens, Pierre Eysseric, Catherine Taveau*		16H – 17H 30 **Table ronde** Réponse aux questions des participants. Bilan du séminaire
Repas	*Repas convivial*	

* Les personnes ayant participé à l'un des ateliers le matin participeront à l'autre atelier l'après-midi.

Conférence

CONFERENCE[1]

Titre : À propos de la formation à l'enseignement en maternelle :
Un exemple de séquence de formation pour aborder les aspects essentiels.

Auteurs : Alain KUZNIAK (IUFM d'Orléans-Tours)

Date : novembre 2004 (Draguignan).

Résumé : La théorie des situations didactiques développe un cadre pour l'étude des situations d'enseignement des mathématiques. L'article présente deux éléments importants de cette théorie : les notions de situations didactiques et adidactiques et la notion de contrat didactique. L'exemple d'une expérience conduite par Brousseau d'un premier enseignement des statistiques au Cours Moyen illustre le propos.

Cet article reprend l'exposé sur la Théorie des Situations Didactiques que j'ai fait lors de la réunion de fin d'année 2004 de l'IREM de Strasbourg. Le prétexte de cet exposé avait été fourni par l'attribution de la médaille KLEIN 2003 à GUY BROUSSEAU pour l'ensemble de ses travaux en didactique des mathématiques.

I - INTRODUCTION

La présentation en peu de pages d'un travail aussi foisonnant et s'étendant sur plusieurs décennies relève du genre de tâches susceptible de laisser un goût d'inachevé ou de survol voire pire, à cause des approximations nécessaires, de donner une fausse idée de la théorie qu'on vise à faire découvrir. Outre sa prolixité et sa richesse, l'entrée dans l'œuvre de BROUSSEAU est rendue particulièrement difficile par un point qui relève de la méthode utilisée dans la théorie des situations elle-même. Son étroite relation pendant plus de trente ans avec des expérimentations dans les classes fait que peu à peu les concepts initiaux se modifient et s'approfondissent graduellement par extension de leur champ d'application. Il s'agira donc ici d'une présentation partielle de la théorie des situations didactiques et d'une introduction à la lecture des différents ouvrages de BROUSSEAU.

BROUSSEAU a l'habitude de dire que sa carrière et ses recherches sont en grande partie le fruit de la contingence et de rencontres souvent déterminantes. Dans son cas, il ne s'agit pas seulement d'une clause de style mais aussi du reflet de la réalité. Il me semble intéressant de préciser ce point en insistant sur l'importance d'institutions comme les IREM ou l'Ecole Michelet dans l'élaboration de la didactique des mathématiques.

[1] Le contenu de la conférence d'Alain Kuzniak faisant l'objet d'une publication de l'auteur, c'est cet article que nous reproduisons ici. Il est publié sous le titre « La théorie des situations didactiques de Brousseau » dans la revue Repères IREM n° 61 ; p19-35 ; chez Topiques Edition ; Metz.

Né en 1933 au Maroc, BROUSSEAU a d'abord été normalien dans le Lot et Garonne. Les Ecoles Normales recrutaient les futurs instituteurs dès la classe de seconde et après quatre ans les jeunes gens devenaient enseignants dans une classe de l'école primaire et ceci le plus souvent jusqu'à leur retraite. Dans les années soixante, le début de la massification de l'enseignement secondaire entraîne un manque de professeurs. BROUSSEAU est ainsi tiré hors de sa classe pour aller sur les bancs de l'Université où il peut ensuite suivre des études de mathématiques financées par les IPES.

Dans le même temps s'amorce une autre révolution, celle des mathématiques modernes, qui remet en cause l'ordonnancement traditionnel du savoir mathématique enseigné. Cette révolution coïncide avec celle plus confidentielle alors de la pensée pédagogique appuyée sur les travaux de la psychologie génétique développée par Piaget. Il s'agit simultanément d'enseigner d'autres mathématiques et ceci autrement. Comme assistant à la faculté de Bordeaux, BROUSSEAU se trouve aspiré dans le mouvement dont il va être un des acteurs en œuvrant pour la création des IREM et aussi d'un centre pour l'observation de l'enseignement des mathématiques (le COREM) dans l'école Michelet à Talence. C'est dans cette école qu'il a pu, avec l'aide d'enseignants volontaires, mettre au point, développer et étudier, à partir de 1971, de nombreuses situations d'enseignement des mathématiques.

Il peut ainsi articuler de manière spectaculaire ces deux pierres d'achoppement de toute recherche sur l'enseignement des mathématiques : la théorie et l'expérience pratique. Par la suite, il contribuera à l'émergence institutionnelle, dans le cadre de l'Université, des études de didactique des mathématiques avec la création de DEA puis de Doctorats de didactique.

Aujourd'hui, alors que les IREM regardent avec nostalgie leur passé, l'expérience de BROUSSEAU rappelle la nécessité de la convergence de plusieurs types de volonté pour parvenir à progresser dans la recherche scientifique : une volonté personnelle bien sûr mais appuyée sur celle d'une collectivité elle-même relayée par la volonté des gouvernants.

1. VERS LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

1.1. La mise en place d'une « didactique nouvelle »

Un des apports majeur de BROUSSEAU est certainement d'avoir contribué à dégager un champ spécifique de recherches autour de la didactique des mathématiques. Ce champ se crée en rupture avec la didactique classique dont BROUSSEAU fait remonter les sources à COMENIUS, penseur tchèque un tantinet mystique du XVIIe siècle et inventeur de l'idée de grande didactique (didactica magna). Pour COMENIUS la didactique est « l'art d'enseigner » tout à tout le monde :

> *Mais j'ose promettre, moi, une grande didactique, c'est-à-dire un art universel qui permet d'enseigner tout à tous avec un résultat infaillible ; d'enseigner vite, sans lassitude ni ennui chez les élèves et chez les maîtres, mais au contraire dans le plus vif plaisir.*

Une méthode unique suffit pour toutes les matières :

> *Il n'existe qu'une seule méthode pour enseigner toutes les sciences : c'est la méthode naturelle, valable aussi bien dans les arts que dans les langues. Les variations qui pourraient exister sont si insignifiantes qu'elles ne sauraient exiger de méthode spécialisée.*

D'autre part, COMENIUS ne tire pas sa méthode de l'observation de ce qui est mais d'une réflexion a priori.

> *Enfin, je démontre tout cela a priori, c'est-à-dire en le tirant de la nature immuable des choses ; comme d'une source vive coulent sans cesse des ruisseaux qui s'unissent finalement en un seul fleuve, j'établis une technique universelle qui permet de fonder des écoles universelles.*

Cette approche va influencer la vision traditionnelle qui considère l'enseignement d'une discipline comme éclaté en deux composantes indépendantes : le contenu et la didactique. Cette dernière apparaît comme naturelle, immuable et en quelque sorte intemporelle.

En réaction à cette conception générale et purement spéculative de la didactique classique, BROUSSEAU insiste sur les spécificités liées au contenu mathématique et sur la nécessité d'études expérimentales et scientifiques. En effet, selon lui

> *« on sait aujourd'hui que ni l'humanité entière, ni les êtres humains individuellement, n'acquièrent toutes les connaissances dans les mêmes circonstances, ni suivant les mêmes processus: la géométrie, l'algèbre ou les probabilités n'ont pas la même genèse ni la même organisation ».*

Ainsi pour lui, la conception ou l'étude d'un projet d'enseignement dépend de la connaissance qui est l'objet de l'enseignement, et donc de la discipline. Et elle exige en retour des aménagements originaux et appropriés de cette connaissance car pour BROUSSEAU l'enseignement produit chez les élèves des formes de connaissances qui varient suivant les conditions didactiques et qui diffèrent des savoirs de référence.

D'autre part, à partir du XXe siècle, l'apprentissage et l'enseignement sont devenus un champ d'études expérimentales. La nouvelle didactique que défend BROUSSEAU va s'attacher à la conception et à l'étude de faits didactiques mais en s'appliquant à distinguer, dans ses productions, les déclarations à caractère scientifique des opinions ou des dispositifs d'ingénierie. La didactique souhaitée par BROUSSEAU doit développer des méthodes et des concepts originaux autour de son champ de préoccupation. Elle n'est pas réductible aux domaines classiques comme les mathématiques, la psychologie ou la sociologie.

1.2. La notion de situation didactique

BROUSSEAU met au cœur de son approche de la didactique la notion de situation didactique. Le terme situation désigne l'ensemble des circonstances dans lesquelles une personne se trouve, et des relations qui l'unissent à son milieu. Une situation didactique est une situation où se manifeste directement ou indirectement une volonté d'enseigner. Pour comprendre la conception privilégiée par BROUSSEAU dans l'étude des situations, il faut associer à la notion de situation didactique celle de situation non didactique. Cette dernière est la situation rencontrée par le mathématicien ou l'usager des mathématiques lorsqu'il doit résoudre un problème dont la finalité première n'est pas l'apprentissage d'une quelconque notion mathématique. En s'inspirant de l'usage des connaissances mathématiques en mathématiques ou en dehors des mathématiques, BROUSSEAU introduit la notion de situation adidactique pour l'élève : l'élève s'approprie la situation proposée par le professeur non pas en faisant son travail d'élève mais plutôt celui d'un « mathématicien en herbe » préoccupé par la seule résolution du problème posé. Le problème devient son problème à l'issue d'un processus de dévolution fondamental dans cette conception de l'apprentissage où l'élève doit participer à l'élaboration de ses connaissances de manière active.

Ainsi, le chercheur en didactique des mathématiques va devoir concevoir des situations didactiques à fort potentiel d'« adidacticité ». Ces situations devront permettre un accès au savoir mathématique. L'étude de la conception et de l'impact de telles situations est le premier objectif initialement fixé à la Théorie des Situations Didactiques.

Avant d'aller plus loin dans la présentation de cette théorie, je vais développer un exemple qui montre la fécondité de cette approche qui relie étroitement mathématique et enseignement.

2. UN EXEMPLE : UNE EXPERIENCE D'UN PREMIER ENSEIGNEMENT DES STATISTIQUES

La situation que j'ai choisie de présenter est un peu particulière dans le travail de BROUSSEAU. Elle est ancienne et a été développée en 1974 pour envisager ce que pourrait être un enseignement des statistiques pour des élèves de l'école primaire en CM2. Les programmes de Seconde lui donnent une nouvelle actualité. Il s'agit d'une situation doublement expérimentale puisqu'elle envisage un enseignement sur une notion totalement nouvelle et aussi parce qu'elle apparaît à un stade précoce du développement théorique proposé par BROUSSEAU, développement qu'elle a contribué à nourrir. Elle n'est donc pas aussi achevée que d'autres situations que BROUSSEAU utilise pour présenter sa théorie comme la *course à vingt* ou la *situation du puzzle*. La description complète de la situation est faite dans un article cosigné avec Nadine BROUSSEAU[2] [5] (2002).

Le but du processus est de dégager l'équivalence de deux statistiques lorsqu'on peut leur associer le même modèle. À terme, cela conduit à l'idée de test d'hypothèse pour vérifier cette équivalence. Les données étudiées, contrairement à beaucoup de situations d'enseignement de statistiques ne sont pas fournies mais vont être obtenues par les élèves.

Le processus est assez long et a duré trente deux séances. La durée des séances est très variable : elles sont souvent courtes (5 à 10 minutes) mais elles peuvent durer jusqu'à une heure. Voici un résumé du processus :

Expérience : deviner ce qui est caché (séances 1 à 5) ;
Modélisation et comparaison d'expériences (séances 6 à 8) ;
Représentation graphique de séries (séances 8 à 16) ;
Convergence et décision (séances 17 à 20) ;
Les intervalles de décision (séances 21 à 25) ;
Les événements et leur probabilité (séances 26 à 32).

L'expérience statistique à la base de la situation didactique s'engage autour d'une « machine » constituée par une bouteille opaque qui contient des boules noires et des boules blanches qui pourront apparaître dans le goulot mais une seule à la fois. Le contenu de la bouteille ne sera connu ni par les élèves ni, et c'est essentiel, par le professeur. La préparation de la « machine » est donc importante, voici comment elle se déroule :

Préparation de la machine

PROFESSEUR :

Votre camarade Jean va mettre dans cette bouteille (opaque et vide), 5 boules prises dans ce sac (opaque lui aussi), qui en contient une trentaine.

---

[2] On ne soulignera jamais assez l'importance, reconnue par Guy Brousseau, du travail de Nadine Brousseau qui a mis en œuvre la plupart des activités conçues par son mari et en a assuré des comptes rendus particulièrement précis et vivants.

Venez vérifier que dans ce sac, il n'y a pas autre chose que des boules blanches et des boules noires.

PROFESSEUR :

Jean, mélange les boules dans le sac! Maintenant, sans regarder, sépare 5 boules et maintiens les à part dans le sac, saisis-les de l'extérieur du sac.

Venez vérifier qu'il y en a 5. Mettez la bouteille dans le sac.

Jean, fais entrer les cinq boules dans la bouteille et ferme la avec ce bouchon translucide !

Vous êtes sûrs que dans cette bouteille il y a exactement 5 boules et que personne ne sait de quelle couleur elles sont.

Ensuite, une première série d'observations se déroulent où va se manifester l'obstacle déterministe.

Premières observations

PROFESSEUR : *Nous allons essayer de savoir ce que contient cette bouteille sans jamais l'ouvrir.*

Les élèves regardent à travers le bouchon mais ne voient rien. Mais en renversant la bouteille, une boule paraît.

ELEVE : *Il y a une blanche !...*

ELEVE : *Recommence... Il y a une noire aussi*

Les élèves émettent des hypothèses qui vont faire avancer le processus

ELEVE : *Recommence cinq fois pour qu'on voie toutes les boules.*

Cet élève pense que peut-être les boules se montrent à tour de rôle.

ELEVE : *Eh! Il y a trois boules blanches et deux noires.*

La prégnance du modèle déterministe se manifeste ici. Et le processus pourrait s'arrêter mais *l'idée que les boules se montrent dans le même ordre, exprime que ce qui paraît doit «ressembler» au contenu de la bouteille.* Le professeur peut saisir l'occasion de lancer le processus et tenter de clore l'épisode déterministe en utilisant et en formalisant un argument déterministe :

PROFESSEUR :

Si ce que tu dis est vrai, alors en recommençant on doit voir à nouveau trois blanches et deux noires... non ?

Les élèves ont des doutes

Les élèves recommencent, mais le phénomène qui se produit ne correspond pas à leurs attentes.

ELEVE : *Maintenant il y a quatre blanches et une noire.*

Comme le signale BROUSSEAU, l'idée de la réapparition régulière fait long feu. Avec elle l'espoir de voir les 5 boules en 5 observations fait naufrage. Un débat s'instaure autour d'hypothèses :

ELEVE : *De toute manière il y a plus de blanches que de noires ...*

PROFESSEUR : *Alors on devrait continuer à voir plus de blanches que de noires si on recommence ?*

ELEVES : *Non ! Si les blanches sont apparues, maintenant ce sera le tour des noires.*

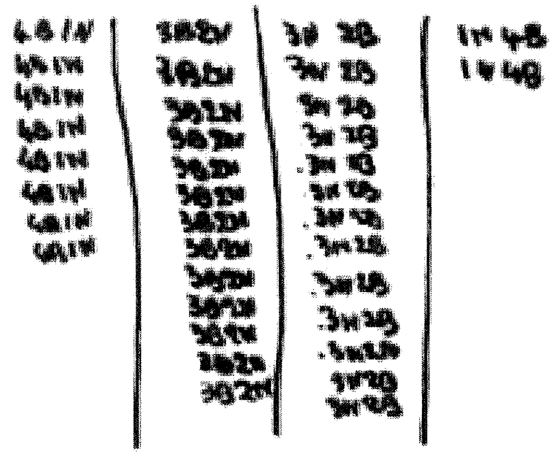
Ces élèves pensent qu'il y aura une compensation.

Ainsi apparaît l'idée, qui n'est pas évidente pour tous les élèves, de recourir à une « expérience » pour trancher entre diverses hypothèses. Elle constitue un progrès important souligné par le professeur. Les élèves relancent la « machine » pour observer ce qui se passe. Pour eux, il ne s'agit pas de tirages mais simplement d'une reproduction d'un phénomène. Mais quel est le point commun de toutes ces expériences ? Une dialectique s'installe entre le passé (la statistique) et la prévision du futur (la probabilité). Les deux sont reliés par des hypothèses sur la constitution de la machine.

Le processus s'amorce

Les élèves réalisent des séquences d'observations qu'ils représentent de manières différentes suivant la propriété du contenu supposé de la bouteille qu'ils souhaitent vérifier (effectifs de noires et de blanches pour savoir s'il y a plus de noires que de blanches, ou groupes de 5 observations pour représenter le contenu lui-même). Les élèves sont déçus de voir les résultats fluctuer (pour le contenu), mais ils sont mieux convaincus du fait qu'il y a plus de blanches que de noires. Ce « succès » les encourage à continuer.

Ensuite ils comptent combien de fois ils ont obtenu (4b, 1n) (3b, 2n) (2b, 3n) et (1b, 4n), et trouvent des arguments pour renforcer leur conviction. Ainsi dans le cas représenté, il y a le même nombre de séries (3b, 2n) que (2b, 3n) mais il y a nettement plus de séries (4b, 1n) que de séries (1b, 4n). Ainsi certains élèves concluent qu'il doit y avoir 3 blanches et 2 noires.



Une autre manière de noter les résultats

D'autres comptent toutes les apparitions de noires et de blanches pour arriver à la même conclusion.

Une première idée du test d'hypothèse

Ils se déclarent sûrs de la conclusion qu'ils ont obtenue... et ils demandent l'ouverture de la bouteille pour vérifier ! Mais là, coup de théâtre, le professeur refuse :

PROFESSEUR : *Si vous êtes si sûrs, il est inutile de vérifier, et si non, il faut trouver une manière de se convaincre.*

La probabilité n'est pas un concept expérimental. Cette posture est particulièrement difficile à tenir par le professeur et lorsque cette expérience a été refaite récemment en classe de seconde, le professeur a cédé à la demande des élèves, annulant d'une certaine façon tout le processus d'entrée dans les tests d'hypothèse pour se convaincre de la nature de la statistique en question. Un autre élément de risque pour le professeur est évidemment que certains événements nécessaires à la poursuite de son expérience ne se produisent pas et c'est là que le choix de la configuration de base a nécessité un calcul qui ne doit rien au hasard.

Les élèves disent qu'ils seront sûrs si une des compositions possibles apparaît trois fois de plus que les autres (en fait trois occurrences de plus). C'est une première forme du test d'hypothèse.

La situation fondamentale va continuer à évoluer et à produire toute une série de concepts et de méthodes. Comme je l'ai signalé, le processus se poursuit sur 32 séances et ceci avec des enfants de 10-11 ans. Il n'est pas question de détailler ici ce processus particulièrement riche. Voici seulement comment se sont introduites la modélisation et la simulation dans l'expérience développée au CM2. En fait, intrigués et peut-être irrités par le refus obstiné du professeur d'ouvrir la bouteille, un groupe d'élèves a demandé de faire une bouteille transparente avec la composition supposée pour la première. Cette demande a été reprise avec espoir par les autres élèves et tous recommencent à faire des observations avec la nouvelle bouteille.

Mais il ne se passe rien, les séries d'observations ne se ressemblent pas contrairement aux attentes. Cet événement permet de franchir une nouvelle étape, les élèves commencent à s'intéresser non plus à la suite exacte des événements mais à la longueur de la suite : *il y a des écarts mais si on recommence, on devrait voir les écarts se réduire*. En fait pour réaliser cet espoir il faudra passer des effectifs aux fréquences. Le processus suit plusieurs étapes.

Les élèves demandent d'autres bouteilles transparentes, chacune avec un des contenus possibles. Pour gagner du temps le professeur propose des résultats de simulations faites grâce à un ordinateur (et à une fonction pseudo aléatoire). Les élèves comptent les noires et les blanches, puis demandent à la machine de faire ce comptage et enfin ils demandent des calculs de rapports.

Les séries de fréquences sont reportées sur des graphiques. Le graphique suivant représente deux simulations avec la même composition (4 noires, 1 blanche) :

Pour avancer vers l'idée du test d'hypothèse, un jeu est proposé aux élèves : de quelle bouteille vient cette série ? Les élèves vont devoir examiner un graphique et « deviner » de quelle bouteille –transparente– est issue la suite qu'il représente. Par la suite les élèves devront acheter des suites pour deviner le contenu de la bouteille, plus la suite est longue, plus elle est chère ! Les données ont un coût en statistique. A quel moment est-il raisonnable d'arrêter la suite? Lorsque les élèves choisissent de s'arrêter, il est possible de vérifier leur conclusion car, cette fois, la réponse est connue de celui qui fournit la suite.

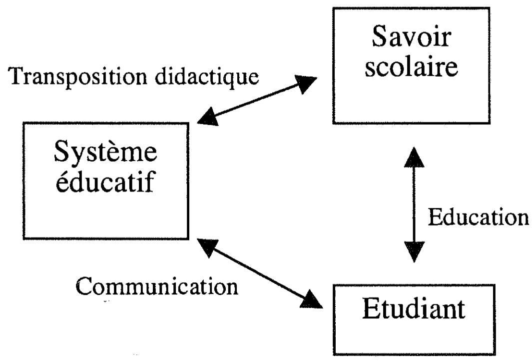
La conception d'un tel processus didactique nécessite une étude préalable importante qui s'intéresse aux divers aspects de la statistique dans les différents niveaux institutionnels où elle apparaît. Elle regarde aussi les pratiques et les stratégies des statisticiens. Elle nécessite enfin une étude des difficultés et des obstacles liés à la pensée statistique.

L'ambition théorique de BROUSSEAU vise à définir les éléments constitutifs des situations didactiques conçues en étroite relation avec les mathématiques. L'objet de la suite de cet article est de présenter quelques éléments du cadre théorique en insistant notamment sur la place centrale des notions de situation didactique et de contrat didactique.

3. SITUATIONS DIDACTIQUES ET ADIDACTIQUES

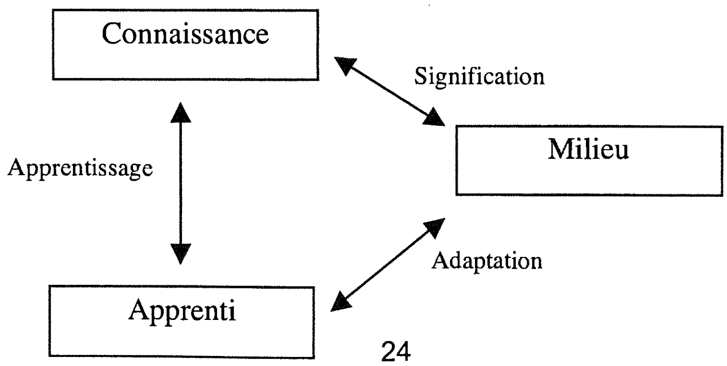
3.1. La situation didactique de base

Pour illustrer sa conception de la situation didactique de base dans sa théorie, BROUSSEAU se propose de l'insérer dans le cadre classique du fameux triangle didactique. Ce triangle modélise le jeu de l'enseignement entre trois pôles : un savoir scolaire, un système éducatif souvent représenté dans la classe par un enseignant et enfin un étudiant.



Cette façon de voir se place plutôt du côté de l'institution éducative dans son rôle d'instance de transmission ou de communication d'un savoir.

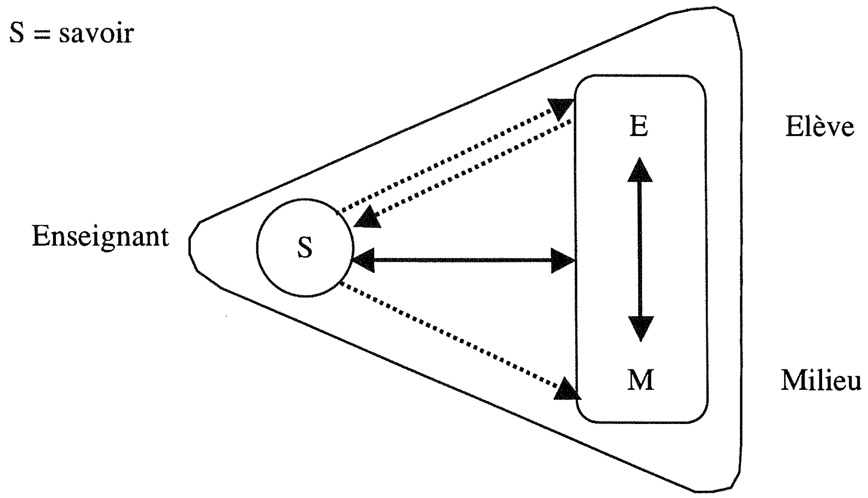
Si l'on se place plutôt du côté de l'apprenant en situation d'apprentissage, un autre triangle se met en place qui fait intervenir le milieu et les connaissances du sujet. BROUSSEAU propose cette organisation du travail de l'élève dans une situation d'apprentissage spontané.



Dans l'enseignement, les deux triangles se rapprochent. Le savoir s'articule avec les connaissances et l'apprenti avec l'élève ou l'étudiant.

BROUSSEAU réorganise ces deux regards sur le système éducatif en privilégiant (voir 1.2) l'action de l'élève, le professeur a pour tâche essentielle d'établir les conditions les plus favorables à la mise en action de l'élève.

Voici comment se schématise alors la situation didactique de base (voir [1] page 92).



La situation didactique englobe tout l'environnement de l'élève et notamment l'enseignant. La partie adidactique de la situation (désignée sous le nom de *situation adidactique*) est la partie que le professeur délègue (dévolue) à l'élève. Ce dernier peut alors interagir avec un *milieu presque non didactique*, où il peut et doit ignorer les intentions didactiques du professeur.

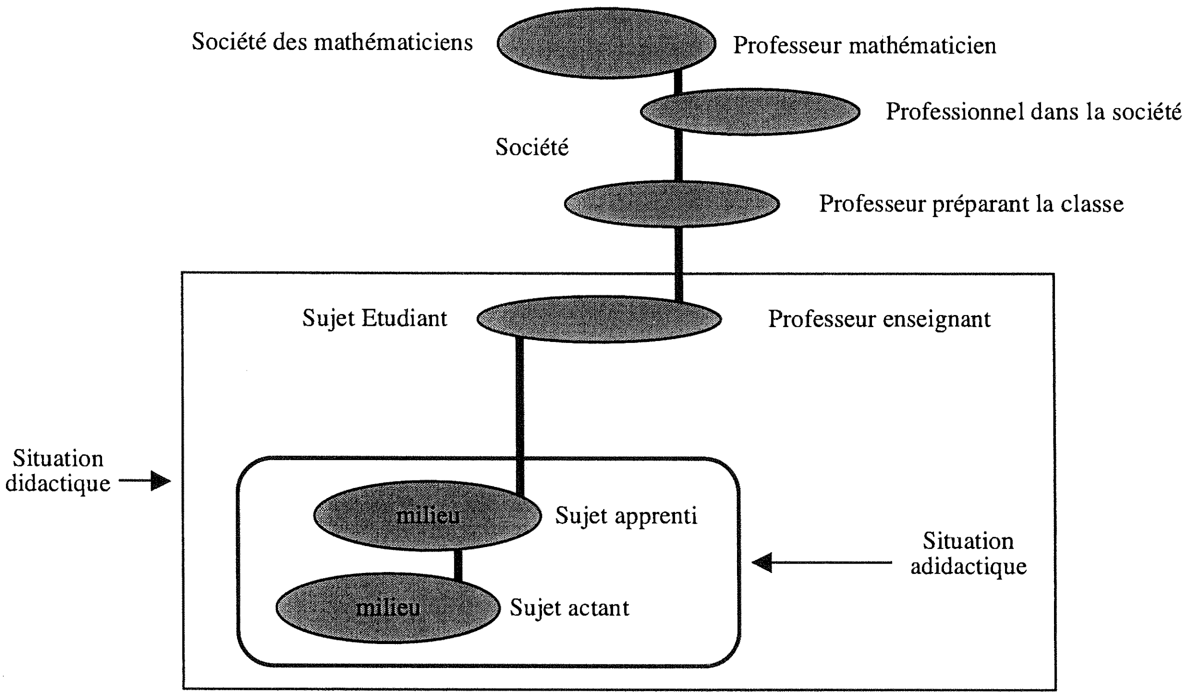
Il faut noter que le professeur fait désormais partie de la situation didactique, ce qui n'a pas toujours été le cas. Au début de ses recherches, BROUSSEAU s'est concentré sur les situations pour l'élève (donc adidactiques). Différentes raisons motivaient ce choix, la première était l'inexistence de telles situations dans un contexte privilégiant une transmission du savoir de type magistral. Les autres relèvent plus de l'environnement pédagogique et psychologique propre aux années soixante-dix où le modèle constructiviste était dominant. D'autre part le rôle déterminant du professeur dans la gestion des situations avait certainement été initialement minoré par BROUSSEAU qui pensait qu'une situation adidactique bien conçue emporterait tout sur son passage. Depuis, il est revenu sur cette première idée comme en témoigne le rôle central de la dévolution et du contrat didactique dans la conception des situations didactiques (voir 4.4).

3.2. Principes de l'étude des situations didactiques

BROUSSEAU énonce un certain nombre de principes nécessaires selon lui pour bâtir une étude des situations didactiques. Trois horizons principaux paraissent importants dans l'approche de BROUSSEAU.

L'horizon systémique

Une situation didactique s'inscrit dans un système plus vaste que le seul environnement de la classe. Voici comment cet ensemble de relations peut être schématisé pour en montrer les différents liens avec le monde savant et la société.



L'étude globale d'une situation didactique doit envisager tous les niveaux. Elle porte bien sûr principalement sur les conditions de l'enseignement et de l'apprentissage. Ces conditions sont importantes dans l'approche constructiviste du savoir où le rôle actif de l'apprenant est essentiel. Ainsi pour BROUSSEAU, *le seul moyen dont disposent les professeurs pour provoquer l'apprentissage d'un savoir est de connaître et de reproduire les conditions qui provoquent son acquisition.*

L'horizon de la théorie des jeux

Dans les années 60, BROUSSEAU s'est beaucoup intéressé à la théorie des jeux qui a profondément influencé sa façon d'envisager l'enseignement. Son idée initiale était de modéliser les systèmes didactiques en termes de *jeux mathématiques* dénommés *situations.* Il faut ainsi préciser *l'actant*, celui qui agit, et les états du milieu et aussi définir les règles et les enjeux. Cette conception entraîne un travail d'évaluation d'un certain nombre de *coûts* de la situation : coût d'utilisation, de communication, coût d'enseignement, coût d'apprentissage *etc.*

L'horizon théorique

Il y a dans le travail de BROUSSEAU très peu de formalisme, mais un petit nombre de principes qu'il qualifie parfois d'axiomes et qui sont des hypothèses fortes qui guident le travail spécifique sur les situations.

Ainsi en Théorie des Situations Didactiques, un concept C sera *l'objet qui résout une situation déterminée S(C), de façon optimale.* Cette définition s'inspire de l'approche développée par Hilbert dans son étude des fondements de la géométrie, un objet est défini par une relation qu'il vérifie. À cela s'ajoute ce que BROUSSEAU appelle l'Axiome de la correspondance entre les connaissances mathématiques et les situations. Il s'agit en fait d'un principe directeur pour concevoir et organiser des situations didactiques. Chaque connaissance mathématique possède au moins une situation qui la caractérise et en retour chaque situation mathématique requiert l'usage d'au moins une connaissance mathématique.

Cependant, il n'y a pas correspondance un à un entre situations et connaissances. BROUSSEAU pose alors son hypothèse la plus forte et sans doute la plus discutée surtout lorsque la complexité du savoir mathématique augmente. Il s'agit de l'hypothèse de l'existence de situations fondamentales.

> *Toute collection de situations qui caractérisent une même connaissance mathématique, possède au moins une* **situation fondamentale** *qui les génère toutes par la détermination des valeurs de ses variables.*

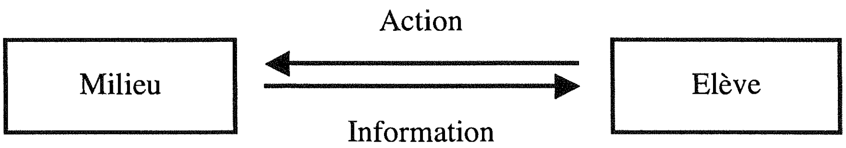
Cette hypothèse tire les conséquences de l'axiome de la correspondance entre connaissances et situation. Elle pose l'existence d'une situation génératrice. La recherche des variables didactiques pertinentes pour définir cette situation s'avère particulièrement fructueuse en forçant une analyse épistémologique et didactique approfondie du savoir visé. Cette analyse envisagera notamment les divers types d'obstacles que rencontre l'étudiant dans son apprentissage d'une notion mathématique.

3.3. Les types de situations adidactiques

Les situations adidactiques ont fait très tôt l'objet de l'attention théorique de BROUSSEAU qui a tenté une typologie de ces situations conçues, rappelons le, par le professeur dans l'intention d'enseigner un contenu mathématique tout en laissant à l'élève la marge de manœuvre et d'initiative la plus grande possible. Il introduit ainsi trois grands types de situations qui graduellement conduisent l'élève à préciser les connaissances utilisées pour résoudre un problème.

Situation d'action

Dans ce premier type de situations, le sujet est confronté à un milieu qui interagit avec lui.



Agir consiste pour le sujet à choisir des états du milieu en fonction de ses propres motivations. Le milieu est présenté comme antagoniste par BROUSSEAU car il doit réagir aux propositions de l'élève dans une perspective d'apprentissage.

Situation de formulation

Pour dépasser l'action, il est nécessaire de développer des situations de formulation, souvent appuyées sur l'obligation faite à l'élève de communiquer avec un autre interlocuteur. La formulation des connaissances utiles pour maîtriser l'action met en œuvre des répertoires linguistiques et facilite également leur acquisition.

Situation de preuve (ou de validation)

Dans les deux premiers types de situations, existaient des corrections et des régulations empiriques, mais pour progresser dans la construction du savoir un nouveau type de formulation est nécessaire. Il ne s'agit plus simplement d'échanger des informations mais de coopérer avec un partenaire pour rechercher la vérité.

4. LE CONTRAT DIDACTIQUE

4.1. Définition

La notion de contrat didactique est une notion centrale dans la théorie des situations didactiques. On a vu que les situations didactiques mettaient en contact un système enseignant avec un système enseigné. L'enseigné ignore ce qui est spécifique du savoir avant de l'avoir appris et, mis à part les cas d'autodidaxie, il fait confiance à l'enseignant pour gérer au moins partiellement la responsabilité du résultat de l'action d'enseignement entreprise.

Dans la pratique de la classe, un certain nombre de comportements spécifiques du maître et de l'élève vont permettre la gestion de l'acte d'enseignement à la fois du côté de l'élève et du côté du professeur. Pour BROUSSEAU, *ces habitudes (spécifiques) du maître attendues par l'élève et les comportements de l'élève attendus par le maître, c'est le contrat didactique*. Les différents contrats didactiques vont se déterminer par la répartition, explicite ou implicite, des responsabilités de prise de décisions par rapport à l'apprentissage entre le professeur et les élèves.

Le contrat didactique n'est pas un contrat véritable avec des clauses précisant la nature de savoir qui va être enseigné puisque au début de l'apprentissage l'élève ignore la nature réelle du savoir qu'on veut lui faire acquérir. *Il ignore ainsi nécessairement où et comment on veut le conduire.* Mais pourtant, BROUSSEAU fait remarquer que lorsqu'un enseignement échoue ou rencontre des difficultés, chaque parti se comporte comme si un contrat avait été rompu. De fait de nombreux paradoxes président à l'existence du contrat didactique qui repose sur un grand nombre d'incertitudes : le professeur n'est pas assuré du taux de réussite de ses élèves dans une situation donnée.

Le contrat didactique s'impose à tous et il est intéressant de le repérer pour expliquer certains dysfonctionnements de l'enseignement. L'âge du capitaine reste un des plus fameux et rend compte des réponses absurdes données à des pseudo énoncés du type « *Sur un bateau, on embarque 25 moutons et 18 vaches. Quel est l'âge du capitaine ?* » et les élèves de répondre *43 ans*. Lorsqu'on demande aux élèves si l'énoncé ne leur a pas paru bizarre, ils disent que la question était « bête » parce que les moutons n'ont rien à voir avec l'âge du capitaine. Ils ont répondu parce que le maître le leur demandait.
Ainsi ces réponses aberrantes ne révèlent pas, comme certains l'ont prétendu, une insuffisance des élèves ou des professeurs mais les conditions de la gestion scolaire de la négociation du savoir entre professeur et élèves. Dans les conditions normales de l'enseignement, le professeur ne pose pas des questions farfelues et l'élève tente de répondre à ces questions en utilisant ses connaissances.

4.2. Dévolution et institutionnalisation

Dans la conception de BROUSSEAU, l'étude du contrat didactique doit permettre d'éclairer le passage d'une situation didactique à une situation adidactique Le travail du professeur comporte deux aspects inverses l'un de l'autre et contradictoires. Dans un premier temps, pour faire vivre la connaissance, il doit personnaliser et contextualiser le savoir grâce à des situations qui le mettent en œuvre. Dans un deuxième temps, il doit décontextualiser et dépersonnaliser cette connaissance pour lui redonner son caractère universel de savoir non relié à une situation spécifique. Pour analyser ces deux temps de l'acte d'enseignement, BROUSSEAU introduit les deux concepts de dévolution et d'institutionnalisation.

La dévolution

Tout l'art du professeur va être de faire accepter à l'élève d'entrer dans une situation adidactique. Il doit ainsi parvenir à ce que la résolution du problème soit de la responsabilité de l'élève. *La dévolution est l'acte par lequel le professeur obtient que l'élève accepte, et peut accepter, d'agir dans une situation adidactique. Il accepte les conséquences de ce transfert, en prenant le risque et la responsabilité de ses actes dans des conditions incertaines.*

Le professeur s'efforce d'exclure de ses interventions celles qui ont trait à la solution. La conception et la gestion de l'incertitude des situations adidactiques sont les parties les plus difficiles de l'acte didactique. Le premier paradoxe de la dévolution est que *le maître souhaite que l'élève ne veuille tenir la réponse que de lui-même mais en même temps il veut, il a le devoir social de vouloir, que l'élève donne la bonne réponse.*

BROUSSEAU signale que les difficultés posées par la dévolution sont souvent analysées en termes de motivation et les solutions préconisées sont alors de nature psychologique, psychoaffective ou pédagogique. Il insiste au contraire sur le rôle spécifique de la didactique dans une phase où la signification de la connaissance et de la situation joue un rôle important.

L'institutionnalisation

BROUSSEAU reconnaît, qu'influencé par les travaux de PIAGET qui laissaient penser qu'une épistémologie génétique de chaque notion mathématique était possible, il avait imaginé que les situations pouvaient provoquer des apprentissages constructivistes en quelque sorte autodidactiques. Les faits, observés et interprétés grâce à sa théorie, lui ont montré la vanité de cette espérance et la nécessité de donner par l'institutionnalisation le statut decontextualisé et « officiel » de savoir à certaines connaissances. *L'institutionnalisation est le passage pour une connaissance de son rôle de moyen de résolution d'une situation d'action, de formulation ou de preuve, à un nouveau rôle : celui de référence pour des utilisations futures, collectives ou personnelles.*

Cette phase est indispensable pour assurer le passage d'une connaissance reliée à une situation vécue individuellement et très contextualisée à un savoir decontextualisé actif dans une institution donnée.

4.3. Quelques effets de contrat ou l'effacement de la volonté d'enseigner

Lorsque l'enseignement échoue, le professeur peut tenter de sauver les apparences d'un apprentissage de différentes façons par des effets de contrat. Ces effets sont nombreux et je n'en retiens ici que trois.

L'effet Topaze et le contrôle de l'incertitude

BROUSSEAU illustre cet effet grâce à la scène du Topaze de Pagnol où le professeur donne une dictée à un élève faible. Dans ce cas en modifiant sa diction, le professeur « suggère» à l'élève la solution et « les moutons étaient dans le parc » devient « les moutonsses étai-hunt...». Topaze négocie à la baisse les conditions dans lesquelles l'élève finira par mettre le «s».

Mais ce processus traduit un effondrement de l'acte d'enseignement puisque le professeur a pris à sa charge l'essentiel de l'acte d'apprentissage. Cet effet apparaîtra à travers la gestion des questions que peut poser le professeur à l'élève pour guider l'élève vers la solution.

L'effet Jourdain ou le malentendu fondamental

Nommé ainsi en référence à la scène du Bourgois Gentilhomme où le maître de philosophie révèle à Jourdain ce que sont la prose ou les voyelles, il s'agit d'un cas particulier de l'effet Topaze. *Cette fois le professeur admet de reconnaître l'indice d'une connaissance dans les comportements ou les réponses de l'élève bien qu'elles soient en fait motivées par des causes banales.*

BROUSSEAU se moque ainsi de ceux qui feignaient de voir dans les travaux d'un jeune élève la découverte d'un groupe de Klein alors que ce dernier faisait des coloriages ou des manipulations de pots de yaourts.

Glissement métacognitif

Voici comment BROUSSEAU attire l'attention sur cette forme subtile d'effet de contrat : *Lorsque son enseignement a échoué, le professeur peut être conduit à se justifier et, pour continuer son action, à prendre ses propres explications et ses moyens heuristiques comme objet d'étude à la place de la véritable connaissance mathématique.*

C'est ainsi que, par exemple, l'étude et la construction de diagrammes logiques vont se substituer à l'apprentissage du raisonnement. La connaissance de ces nouveaux objets demande des explications et du vocabulaire, elle mobilise toute l'attention et le temps de travail de l'élève et du professeur. Il s'agit d'une substitution progressive qui s'appuie sur un processus normal et fondamental, celui de l'aide.

4.4. Les contrats « fortement didactiques »

Les quelques effets de contrat précédents illustrent une disparition de la volonté d'enseigner. Il reste à envisager les différents types de contrats où le professeur joue effectivement son rôle d'émetteur d'un savoir nouveau pour l'élève.

Lorsque l'enseignant se préoccupe de la bonne réception par l'élève de ce savoir, BROUSSEAU parle de contrats « fortement didactiques »[3]. BROUSSEAU distingue six grandes formes de tels contrats[4] : l'imitation ou reproduction formelle, l'ostension, le conditionnement (appuyé sur les thèses béhavioristes), la maïeutique socratique, les contrats d'apprentissage empiriste et constructiviste.

Je n'envisage ici que le contrat d'ostension sans doute le moins connu hors de la didactique. BROUSSEAU définit ainsi l'ostension : *Le professeur montre un objet et l'élève est supposé le voir comme le représentant d'une classe dont il devra reconnaître les éléments dans d'autres circonstances. La communication de connaissance ne passe pas par son explicitation sous forme d'un savoir. Il est sous- entendu que cet objet est l'élément générique d'une classe que l'élève doit imaginer par le jeu de certaines variables souvent implicites.*

Cette idée d'ostension réfère à la notion de sémiotique qui désigne le fait qu'un objet est sélectionné pour exprimer la classe des objets dont il est membre.

---

[3] Les contrats qui laissent cette appropriation à la seule charge de l'élève sont appelés « faiblement didactiques », dans ce cas le professeur organise le savoir et éventuellement l'étude de l'élève. Une conférence (ou un cours magistral) est un exemple de contrat « faiblement didactique ».

[4] Il faut remarquer que ces contrats se préoccupent essentiellement de l'entrée dans des savoirs nouveaux. BROUSSEAU a consacré un travail important à l'étude du rôle de la mémoire didactique dans la transformation des savoirs anciens.

Ce contrat est bien sûr insuffisant pour définir un objet mathématique mais il a l'avantage de la simplicité surtout dans le cas d'objets dont la définition serait trop lourde pour un niveau de scolarité donné. Ainsi, le professeur montrera simplement un triangle à des jeunes enfants en le désignant comme un triangle.

Cependant, ce contrat a des effets négatifs, le principal est l'absence de sens autour de l'objet mathématique qui n'apparaît pas comme un outil pour résoudre des problèmes. Dans l'enseignement traditionnel, la pratique ostensive est courante et finalement assumée. Les savoirs mathématiques sont montrés immédiatement avec peu ou pas de préoccupation adidactique. Des chercheurs proches de BROUSSEAU (BERTHELOT et SALIN) ont montré l'existence d'une forme « dissimulée » d'ostension apparue dans les années 80 avec le développement de l'incitation à des pratiques constructivistes dans l'enseignement. Cette fois l'élève doit reconnaître lui-même l'objet de référence dissimulé derrière une activité sans réelle portée adidactique. Ainsi, pour introduire les notions d'agrandissement et de réduction par similitude, le professeur demande simplement de dessiner des maisons qui se ressemblent, il est ensuite amené à ne valider dans les productions très variées des élèves (au grand désarroi de ces derniers) que celles semblables (au sens mathématique). Il revient ainsi à une pratique ostensive.

Ces six grandes formes de contrats sous-tendent des manières d'enseigner très variées et qui peuvent s'appuyer sur des principes éducatifs et théoriques très différents. Il est intéressant de les relier avec des types de situations didactiques même si fondamentalement la théorie de BROUSSEAU s'inscrit davantage dans un contrat constructiviste : les situations adidactiques fournissant une manière de mettre en oeuvre ce contrat de manière optimale.

Même si sa préférence initiale allait au contrat constructiviste, BROUSSEAU pense qu'un enseignement effectif doit, suivant les moments et les diverses contraintes (notamment temporelles), pouvoir jouer sur ces différentes formes de contrat. L'enseignement ne peut pas se résumer à une accumulation de situations adidactiques apparaissant comme autant d'obstacles remettant sans cesse en cause les connaissances des élèves. D'autres types de situations sont nécessaires pour stabiliser et utiliser les savoirs enseignés. L'étude de ces ruptures et de ces choix reste une question ouverte.

CONCLUSION

Je conclurai cette présentation en insistant sur l'intérêt que peut présenter de manière générale le travail initié par Guy BROUSSEAU.

La créativité didactique

En centrant sa réflexion sur la notion de situation didactique, BROUSSEAU invite le chercheur et l'enseignant à créer des situations d'enseignement. Il se démarque ainsi d'un type de recherches critiques sur l'enseignement essentiellement basées sur la docimologie et l'évaluation. L'observation des connaissances des élèves reste indispensable mais insérée dans un processus qui vise à les transformer.

Au sein du COREM, un grand nombre de situations très originales ont ainsi été développées. Ces situations s'insèrent à chaque fois dans des processus didactiques complets sur l'enseignement d'une notion. Le *puzzle* pour mettre en discussion une conception additive de la proportionnalité, *la mesure de l'épaisseur d'une feuille de papier* pour introduire les rationnels, *la construction du plus grand triangle formé par les trois médiatrices d'un triangle* pour initier à la démonstration en sont quelques-uns parmi les exemples les plus connus.

Il faudrait y ajouter aussi *la course à vingt*, jeu qui met en oeuvre la division dans un contexte non familier et que BROUSSEAU utilise maintenant pour présenter les différents types de situations adidactiques.

Une approche scientifique

La Théorie des situations didactiques permet un découpage de la réalité de l'enseignement qui en facilite une approche plus scientifique. La terminologie adoptée et les phénomènes mis à jour permettent le développement d'observations et l'analyse de ces observations. D'autre part, la méthode reste assez souple et évolutive, un des principes de base est de n'introduire que les éléments utiles à la compréhension des faits didactiques à un niveau donné. Mais en réalité, la théorie s'est considérablement complexifiée depuis qu'elle tente de saisir complètement l'acte d'enseignement.

Ainsi, en cherchant à comprendre le rôle du professeur, certains chercheurs dans la lignée de BROUSSEAU ont introduit différents types de situations et de milieux en relation avec les diverses institutions d'enseignement et notamment celles portant sur la formation.

Les mathématiques : retour et approfondissement

Profondément articulée sur les contenus mathématiques, la Théorie des Situations permet de revenir sur certaines notions et de les approfondir. La recherche de situations fondamentales, et l'analyse nécessaire des obstacles notamment épistémologiques donnent du sens aux recherches historiques et à la résurgence des problèmes qui ont pu donner naissance à une théorie. Ceci est notamment le cas pour l'enseignement de l'analyse au Lycée ou au début de l'enseignement supérieur pour donner du sens au calcul différentiel et intégral.

L'exemple de l'enseignement de la statistique montre aussi la nécessité d'élargir le champ de réflexion du mathématicien en se préoccupant des pratiques sociales de sa discipline.

La réflexion sur les curricula

Les savoirs complexes s'articulent autour d'agrégats de connaissances. La reconstitution de ces savoirs dans des situations didactiques ne recouvre pas nécessairement le savoir savant de référence. Ainsi apparaît la nécessité d'une réflexion à long terme sur l'organisation de l'enseignement du savoir et des connaissances dans un contexte institutionnel donné. L'approche de BROUSSEAU donne des possibilités à l'enseignant de s'investir davantage dans la conception et la création de cette progression et de ne pas apparaître comme le souligne trop justement CHEVALLARD comme « asservi » à l'institution qui lui impose ces choix en ne lui laissant trop souvent que les tâches de bas niveaux décisionnels. Les IREM ou les IUFM en relation avec les Universités peuvent constituer ces lieux où s'effectue cette réflexion.

BIBLIOGRAPHIE

Pour préparer cette présentation, j'ai particulièrement utilisé

[1] G. BROUSSEAU (1998), *Théorie des Situations Didactiques*, La pensée sauvage.
Cet ouvrage contient les principaux articles parus avant 1990. Son organisation suit celle de la traduction en anglais d'une sélection des travaux de BROUSSEAU.

[2] G. BROUSSEAU (1997), *Théories des situations didactiques*, Conférence de Montreal, http://math.unipa.it/~grim/brousseau_montreal_03.pdf

[3] G. BROUSSEAU (2000), *Education et didactique des mathématiques*, http://math.unipa.it/~grim/brousseau_didact_03.pdf

La situation d'enseignement de la statistique est décrite dans les deux articles suivants :
[4] G. BROUSSEAU (2003), *Situations fondamentales et processus génétique de la statistique*, Actes de la 12e école d'été de didactique des mathématiques (à paraître).

[5] G. BROUSSEAU, N. BROUSSEAU & V.WARFIELD (2002), *Une expérience sur l'enseignement des statistiques et des probabilités.*
L'article en anglais est paru dans Journal of Mathematical Behavior 20, 363-441.

Enfin un site sur BROUSSEAU où l'on peut trouver les articles cités est maintenu par http://math.unipa.it/~grim/homebrousseau.htm

Ateliers

ATELIER A

Titre : La séance inaugurale en PE1

Auteurs : Michel JAFFROT (IUFM de La Roche-sur-Yon),
Claude MAURIN (IUFM d'Avignon)

Date : novembre 2004 (Draguignan).

Résumé L'atelier propose une présentation de deux dispositifs mis en oeuvre lors de la première séance de mathématiques en PE1. Ces deux séances sont l'une géométrique, l'autre numérique. Cette première séance doit permettre de mettre les PE1 en réflexion sur leurs mathématiques, sur le type de travail qui sera fait lors des séances, sur les questions à se poser sur les mathématiques de l'école, sur certaines difficultés d'élèves...

A. INTRODUCTION

Comment démarrer l'année en PE1 ? La question peut paraître banale, certes.

Avant de présenter les deux « premières séances », voici quelques réflexions qui ont guidées nos choix :

- un constat : de nombreux PE1 sont en mal de mathématiques. Alors l'enjeu est grand ; il faut les réconcilier avec cette discipline, voire tenter de la leur faire (re) découvrir ;
- d'autres, ceux qui sont « à l'aise en maths » ont parfois des difficultés à s'arrêter sur les difficultés de leurs camarades ;
- l'année de PE1 ne peut se réduire à une année de préparation stricte (bachotage) du concours. Le peu d'heures en PE2 consacrées aux mathématiques, oblige à faire le choix de la pré-professionnalisation ;
- la première séance doit permettre de mettre les PE1 en réflexion sur leurs mathématiques, sur le type de travail qui sera fait lors des séances, sur les questions à se poser sur les mathématiques de l'école, sur certaines difficultés d'élèves... ;
- le dépoussiérage des connaissances théoriques utiles au concours doit être relié aux questions d'enseignement.

Lors de l'atelier du séminaire, deux séances ont été proposées à la réflexion.

- la première est la résolution d'un problème géométrique ;
- la deuxième est la résolution d'un problème arithmétique.

Les contextes sont différents : la première s'appuie sur un dessin géométrique à réaliser, la deuxième part d'une situation vécue (les poignées de main).

Les groupes devaient choisir l'une des deux, la consigne de travail était la suivante :

1) Quels objectifs assigneriez-vous à une séquence prenant appui sur cette situation initiale?
2) Décrivez une mise en œuvre possible.

On peut s'interroger sur les raisons qui ont fait que la première situation a été majoritairement choisie... Les participants y ont sans doute retrouvé des points de repère plus nombreux que dans la deuxième situation. Toutefois l'analyse des productions de PE1 qui a suivi le débat au sein de l'atelier a fait apparaître toutes les richesses de la deuxième situation que les participants ne soupçonnaient peut-être pas.

Voici donc, l'une après l'autre, les descriptions de deux débuts de séance :

SEANCE INAUGURALE EN PE1 N°1
« LES POINTS ALIGNES » - DUREE : 2 HEURES

ORGANISATION HUMAINE :

La classe de 30 PE1 est répartie en 7 ou 8 groupes de 3 ou 4.
Chacun possède un matériel élémentaire de géométrie (règle, compas).

CONSIGNE DE DEPART :

« Après avoir choisi une unité de longueur, construire un premier rectangle ABCD tel que AB = 21 et AD = 13 ; puis construire un deuxième rectangle AEFG tel que E soit sur [AB] avec AE = 13 et G sur [AD] avec AG = 8.
NB : La construction peut être faite sur papier quadrillé. »

On laisse quelques minutes pour que chacun puisse réaliser la construction qui ne pose en principe pas de problème, on en profite pour rappeler le sens des notations [AB] et [AD] et faire la différence avec (AB) et (AD) ou avec [AB) et [AD)...

On demande alors : « Au vu de cette figure, avez-vous envie de vous poser une question ? »

Apparaissent alors des remarques souvent diverses, puis la question de l'alignement des points A, F et C est soulevée. On la relève et l'adresse à toute la classe :

« Les points A, F et C sont-ils alignés ? »

SEANCE INAUGURALE EN PE1 N°2 - DESCRIPTION DU DEBUT DE SEANCE :
« LES POIGNEES DE MAIN » - DUREE : 3 HEURES

ORGANISATION HUMAINE :

C'est la première séance de l'année. Après quelques mots de présentation générale, sans rien dire de ce que nous allons faire ensuite, les 35 PE1 sont invités à se lever et à constituer 2 groupes aux deux bouts de la salle.

CONSIGNE DE DEPART :

« Pour respecter les traditions, quand on ne se connaît pas, on se dit bonjour. Je propose que dans votre groupe, chacun échange une poignée de main avec chacun. On peut en profiter pour se dire son prénom...»

On peut échanger quelques poignées de main avec certains... Discrètement, on dénombre les deux groupes... On observe ce qui se passe...

Puis, quand les poignées de main ont été échangées, sans trop attendre, on invite les PE1 à regagner leur place.

Dès que chacun est assis, on annonce que l'on va poser quelques questions et proposer un dispositif de travail.

Quelques questions sont alors posées autour du nombre de poignées de main échangées...

B. SUITE DE LA SEANCE N° 1 : LES POINTS ALIGNES.

Cette séance étant la première séance de géométrie de l'année, on souhaite qu'elle permette à la fois aux PE1 de revenir sur certaines connaissances géométriques théoriques mais aussi de prendre conscience que les élèves de l'école primaire n'évoluent pas dans le même type de géométrie qu'un candidat au concours[5].

La séance est donc découpée en deux parties : la première permettant de présenter le travail de HOUDEMENT et KUZNIAK sur les différents types de géométries : la géométrie naturelle (notée géométrie I), la géométrie axiomatique naturelle (notée géométrie II) et la géométrie axiomatique formaliste (notée géométrie III), cette dernière ne concernant pas les PE ; la deuxième permettant un rappel des principales connaissances utiles de géométrie plane.

Première phase

On demande à chaque groupe de se concerter et de donner une réponse dans un délai de quatre à cinq minutes.

On enregistre alors, sans trop attendre, les propositions de chaque groupe en proposant oralement trois possibilités de réponses :

- Oui, les trois points sont alignés.
- On ne peut pas se prononcer.
- Non, les trois points ne sont pas alignés.

Généralement il y a très peu de groupes qui choisissent de ne pas se prononcer, ce qui serait pourtant la position la plus prudente devant le peu de temps laissé pour la réflexion.

On arrive fréquemment à une répartition à peu près équitable entre les groupes qui pensent « Oui » et ceux qui pensent « Non ». Il ne faut pas laisser trop de temps sinon des tentatives de démonstration apparaissent et le « Non » devient rapidement majoritaire ; or on joue sur la répartition des avis pour provoquer un étonnement général en déclarant solennellement :

« Ceux qui pensent que « Oui » ont raison... et ceux qui pensent que « Non » ont aussi raison. »

Le groupe reste généralement surpris de cette affirmation et porte un regard dubitatif sur le formateur qui laisse passer quelques secondes de silence pour permettre à sa déclaration de faire tout son effet, avant de rajouter :

«Tout dépend du type de géométrie dans laquelle on se place.»

À partir de là, les regards deviennent vraiment interrogateurs et on développe le propos en citant le travail de HOUDEMENT et KUZNIAK ainsi que les références de l'article suscité et en distinguant la géométrie naturelle, encore appelée géométrie du constat, qui est celle pratiquée par les élèves de l'école primaire, et qui est donc implicitement mobilisée dans la partie didactique de l'épreuve du concours si celle-ci a pour sujet la géométrie à l'école, de la géométrie axiomatique naturelle qui est pratiquée en fin de collège et au lycée et qui est attendue des étudiants dans la partie théorique du concours.

Dans la géométrie naturelle, on travaille généralement *sur des dessins géométriques*, ce sont des objets matériels sur lesquels on peut agir physiquement : on peut plier, colorier, hachurer, découper, mesurer, comparer une forme ou un angle avec un gabarit...

[5] Voir article de Catherine HOUDEMENT et Alain KUZNIAK in « *Concertum - Carnets de route de la COPIRELEM* » -Tome 2 - Pages 95 à 106.

La preuve des affirmations qu'on avance est apportée par le constat, et peut faire appel à un instrument géométrique (règle, équerre, compas...), à une mesure, à une superposition (par pliage ou par utilisation d'un calque), ou à toute autre forme d'expérimentation concrète.

On perçoit que ces vérifications, de par leur aspect matériel, sont associées à une inévitable imprécision ou marge d'erreur dont il faudra fixer le niveau d'acceptation avec les élèves.

Si on se place dans cette géométrie où la perception est la base des déductions, on peut affirmer que les trois points sont alignés et on peut justifier cette affirmation en plaçant le bord de sa règle sur les points A et C par exemple pour constater que le point F se trouve lui aussi sur le bord de la règle. Évidemment, ce constat est assujetti à la précision des tracés, mais la proximité du point F avec le bord de la règle est assez grande pour qu'on puisse conclure à son alignement avec A et C, d'autant que ce constat se retrouve sur tous les dessins.

Dans la géométrie axiomatique naturelle, on travaille sur une *figure géométrique* qui est un objet abstrait ou idéal, on dit aussi une idéalité géométrique, cette figure est matériellement représentée par le dessin qui a été tracé sur la feuille mais ce qui la définit, ce sont les données de l'énoncé, ainsi que les définitions et les propriétés associées aux termes utilisés dans l'énoncé.

La preuve des affirmations qu'on avance à son propos sera apportée par un raisonnement obéissant aux règles du raisonnement mathématique (notamment la règle du tiers exclu qui est explicitée) et s'appuyant sur des propriétés ou des théorèmes eux-mêmes démontrés et connus de la communauté des mathématiciens. On parle alors de démonstration géométrique.

Le constat perceptif (on dirait bien que...) peut être le point de départ d'une conjecture qui ne prendra le statut de vérité géométrique qu'après démonstration.

Dans une figure géométrique qui est un objet idéal, il n'y a pas de marge d'erreur. La question posée précédemment ne peut y recevoir que deux types de réponses : « Oui les points sont alignés » ou bien « Non les points ne sont pas alignés ».

Si on se place dans cette géométrie, on peut démontrer que les trois points ne sont pas alignés.

Conclusion : Il faut savoir dans quelle géométrie on se place et s'y tenir. Éviter tout glissement de l'une sur l'autre, surtout si ce glissement n'est pas contrôlé !

Deuxième phase et nouvelle consigne de travail

En se plaçant dans la géométrie précédente (géométrie II), il est possible de démontrer que les trois points ne sont pas alignés de plusieurs façons différentes. Chaque groupe va tenter d'en trouver au moins deux démonstrations différentes.

Après un temps de recherche de 20 minutes environ qui est régulé par l'observation de l'avancement du travail dans les différents groupes, on demande de caractériser par un titre les démonstrations qui ont été trouvées dans chaque groupe. Les démonstrations par le théorème de Thalès sont généralement majoritaires ; suivent d'autres formes de démonstration utilisant le théorème de Pythagore pour le calcul de longueurs, ou la géométrie analytique, ou même la trigonométrie quelquefois.

Nous procédons alors à une mise en commun. Les groupes qui ont utilisé le théorème de Thalès viennent présenter leur travail au tableau. C'est l'occasion de rappeler le théorème utilisé en insistant sur ses différentes hypothèses et aussi sur les deux façons de le formuler (conservation du rapport de projection, ou figures homothétiques avec coefficient d'agrandissement ou de réduction).

Nous décomposons aussi le raisonnement suivi : il s'agit d'un raisonnement par l'absurde. Cela donne l'occasion de préciser la différence entre théorème direct et théorème réciproque, et même de parler de contraposition dans certains groupes pour étayer le raisonnement par l'absurde.

Le travail basé sur l'équivalence : $F \in [AC] \Leftrightarrow AF + FC = AC$ et sur le calcul des longueurs par le théorème de Pythagore, donne lui aussi lieu à des rappels utiles et permet de toucher du doigt la différence entre la valeur exacte d'une racine carrée et ses valeurs approchées.
Les étudiants acceptent assez volontiers l'idée que, pour savoir si l'égalité : $\sqrt{233} + \sqrt{89} = \sqrt{610}$ est vraie, on ne peut pas se fier aux valeurs approchées fournies par la calculatrice car on ne connaît pas la précision des arrondis auxquels elle procède, ni la précision de l'algorithme de calcul qu'elle utilise. Ils se lancent alors dans un travail de recherche par égalités équivalentes qui les oblige à se remémorer les produits remarquables (ah oui ! $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$) et éprouvent un certain plaisir à pouvoir conclure que l'égalité est fausse après avoir procédé à deux élévations au carré successives sans avoir eu recours à des approximations.

En fait, ce travail se prolonge sur la séance suivante de deux heures car il permet de revoir les principales notions de géométrie plane qui seront utilisées dans l'année.
Les étudiants découvrent que, bien qu'empruntant des chemins différents les différentes démonstrations proposées aboutissent presque toujours aux mêmes calculs et au constat que $21/13 \neq 13/8$. On perçoit qu'il s'agit d'une même réalité géométrique qui est observée sous des angles différents, et qu'il est difficile de déclarer que telle démonstration est meilleure que telle autre.

On termine en général par une démonstration à laquelle les PE1 ne pensent pas : celle qui s'appuie sur la décomposition des aires :
Si F appartient à [AC], alors : Aire (AEF) + Aire (EBCF) = Aire (ABC)
Ce travail est évidemment l'occasion de rappeler les principales formules de calcul d'aire, et de voir différentes décompositions possibles de l'aire du triangle ABC.
Après avoir constaté que : Aire (AEF) + Aire (EBCF) = 136 et Aire (ABC) = 136,5 et avoir prouvé ainsi que les trois points ne sont pas alignés, les étudiants découvrent qu'il est possible d'affirmer, que : Aire (AFC) = 0,5 (ce qui donne une certaine consistance au non alignement des trois points) et que donc, si on appelle H la projection orthogonale du point F sur (AC), on peut écrire : $FH \times AC = 1$, d'où l'on tire : $FH = 1/AC \approx 0,04$ unité de longueur. Cette valeur est en fait l'écart d'alignement du point F avec les points A et C ! Si l'unité de longueur choisie est le cm (mais il s'agit souvent d'unité plus petite !) cet écart est de l'ordre de 4/10^e de millimètre, ce qui le rend très difficile à observer. On est bien là dans la marge d'imprécision de la géométrie perceptive.

C. SUITE DE LA SEANCE N° 2 : LES POIGNEES DE MAIN.

➢ Sans rien dire de plus, on propose que chacun se lève (professeur compris).

- On se regroupe (en un ou deux groupes suivant le nombre) : pour 35 PE1, les deux groupes sont bien séparés dans la salle, (on les compte sans rien dire)).
- « On va « se dire bonjour » de telle sorte que chacun échange une poignée de main avec chacun » (suivant les moments, on donne aussi des poignées de main, ça dépend... on montre, ou on ne montre pas...).

➢ Ensuite chacun retourne à sa place

On annonce que l'on va poser une ou des questions, qu'il y aura d'abord un moment de travail individuel, puis par groupes, avec production d'affiches, qui seront travaillées...

➢ Individuellement, pendant 5 à 10 minutes, (la consigne est dite oralement puis écrite au tableau)

« Chacun cherche :

- combien de poignées de main ont été échangées dans notre groupe ;
- combien pour la salle entière (35) (variante intéressante : si nous avions été le double de personnes) ;
- combien si nous avions été tous les PE1 du site (70) ;
- si on peut le savoir quel que soit le nombre de personnes dans le groupe.»

La consigne n'est pas plus précise que cela!, si ça coince, on fait appel au vécu... qu'avons-nous fait tout à l'heure ?

➢ Par groupes de 4 (en 30 minutes environ)

(c'est ce qui est annoncé, mais c'est toujours plus, et on gère ce moment en y intégrant la pause)

- échanges, confrontation, éventuellement poursuite de la recherche ;
- faire une affiche sur la ou les façons de résoudre le problème du groupe ;
- cette affiche devant permettre aux lecteurs de comprendre comment on a trouvé.

(On dit quelque chose de ce genre, pour ne pas avoir que les résultats, et surtout pas QUE LA formule !!)

➢ Affichage (toutes les affiches en même temps)

➢ Puis lèche-affiches (en général au retour de la pause)

Chacun se lève, lit les affiches, et prépare d'éventuelles questions et demandes d'explicitations...)

Ou présentation par chacun des groupes de sa production (c'est une variante qui dépend de la demande collective).

Dans ce cas : on écoute, sans commentaire.

➢ Questions éventuelles, liste des différentes procédures :

Accords, désaccords, validation par les PE. (on ne valide rien à ce moment là. on laisse débattre, on organise la débat), explication des réponses et formules trouvées, lisibilité par « n'importe qui » de ces réponses.

➢ Validation par le prof et éventuels compléments mathématiques :

En particulier la démonstration souvent attendue :

$S = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n - 1) + n$

$S = n + \ldots + 2 + 1$

$2S = n \times (n + 1)$

avec, parfois, un « réglage » sur ce que représente le « n ».

Il y a parfois discussion sur la modélisation faite par certains groupes. Certains « regardent » les poignées de main échangées par deux personnes à la fois, D'autres « regardent » la poignée de main comme deux gestes effectués en même temps.

Quand pour un groupe de n personnes, la réponse est n x (n+1) au lieu de n x (n+1) /2, il faut revenir sur ce qu'est « une poignée de main » qui est constituée de « deux gestes », deux « bras tendus » ; ce qui explique pour certains le « /2 » qui apparaît dans la formule.

C'est souvent un moment merveilleux pour certains… « Il y aurait donc une compréhension possible de certaines formules »… quelle découverte ! Certains ont (re)trouvé « LA » formule, et veulent absolument montrer qu'elle marche.

Pour certains, ce n'est pas des maths, si on peut en causer avec des mots « ordinaires » !!!

➢ Compléments :

- L'escalier 1, 2, 3 ,4, avec un détour historique : il y a très longtemps que les hommes anticipent le nombre de marches nécessaires pour fabriquer n'importe quel escalier (voire même une pyramide). On travaille avec des productions d'élèves, avec un retour sur les évaluations $6^{ème}$ (annexe 2) et/ou le sujet de Dijon 2000 (annexe 3), ainsi qu'avec les pourcentages de réussite (en annexe 4).
- D'autres escaliers… 1, 3, 5, … ou 2, 4, 6, …
- Et d'autres problèmes connexes : le nombre de segments qui relient n points, le nombre de diagonales d'un polygone (!) …
- Une interrogation possible sur quand peut on le mettre en œuvre en classe et sous quelle forme …

…

➢ À la fin de la séance, la commande est passée d'en faire une analyse :

Que s'est il passé à partir du moment où on vous a demandé de vous lever jusqu'à maintenant, ceci dans plusieurs directions :

- du côté du dispositif mis en place, avec ses différentes phases ;
- du côté du vécu de chacun ;
- du côté du rôle de chacun (prof / élèves) ;
- du côté des mathématiques en jeu, dont la validation des réponses trouvées ;
- mais aussi éventuellement, quelle proposition pour la classe, sous quelle forme...

On trouvera en annexe 1, un exemple de « retour ».

ANNEXE 1

Analyse d'une séance que l'on a vécu ensemble...

Le tableau est rempli à partir des propositions des PE1, on complète éventuellement... par exemple par quelques mots (en italique).

Les élèves	Le prof	Les maths	Autres
• démarche : tâtonnement, recherche • du concret à l'abstrait (on a vécu la situation) • travail d'abord seul • mise en commun, confrontation des résultats, des différentes méthodes • création d'une affiche → accord → *la tâche* • lecture des affiches + confrontation → *dispositif, phases* • différentes communications suivant le moment (seul, groupe, plénière...) • actifs (surtout le leader, dans certains groupes) • sentiment de doute / reculade • difficulté de trouver un langage commun	• n'a pas dit à quoi on allait jouer • est à l'écart • laisse travailler • anime (matériel, temps, ...) • dispositif ludique • fait respecter les règles, les consignes • observe • n'aide pas • synthèse à partir des productions + apports • pointe les deux méthodes	• travail de recherche ou d'application ? • pas de maths pendant la situation concrète oui quand l'énoncé est dit et écrit au tableau... dans le « combien » • un problème • pas reconnu les maths • c'est l'élève qui les voit • Aller-retour entre concret et abstrait • du cas particulier au cas général : la formule • raisonnement et son illustration → *modélisation* • une solution : plusieurs façons d'y arriver → *procédures* • les niveaux de langage utilisés	• c'est fouillis • ma conception des maths • changer notre rapport aux maths • peut on le faire en classe ? si oui, laquelle ?

Des questions complémentaires ...

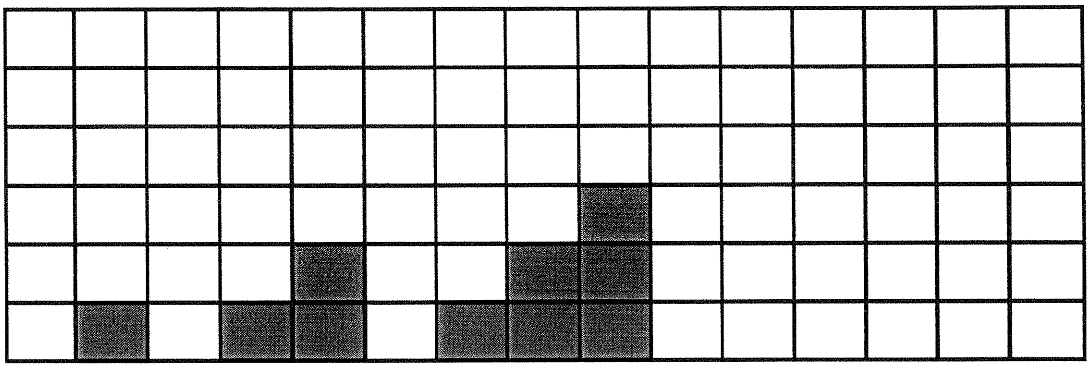
- Comment les élèves vont-ils accéder à un niveau de langage plus élevé ?
- Les choix faits par le prof et les apprentissages ;
- La place du problème dans l'enseignement des mathématiques ;
- Utiliser des maths, même sans annonce préalable... modélisations diverses ;
- Dans l'énoncé, faut-il donner toutes les questions ?
- Certains ont cherché d'abord la formule, sans respecter l'ordre des questions ;
- Comment organiser sur deux séances ?
- Certains n'aiment pas travailler en groupes... ils laissent les autres faire ;
- C'est quoi faire des mathématiques ?

ANNEXE 2

A partir de la production d'élèves de $6^{\text{ème}}$ d'un collège voisin

Exercice 21 - évaluation $6^{\text{ème}}$ - 1999

On fabrique des escaliers avec des briques toutes identiques.



1 marche	2 marches	3 marches	4 marches
1 brique	3 briques	6 briques	.... briques

1) Dessine l'escalier à 4 marches. Indique sous ton dessin le nombre de briques.

2) Combien faut-il prévoir de briques pour fabriquer un escalier à 6 marches ?
Réponse : .... briques.
Indique ce que tu as fait pour trouver la réponse.

Voici un exercice proposé en évaluation $6^{\text{ème}}$ en 1999.

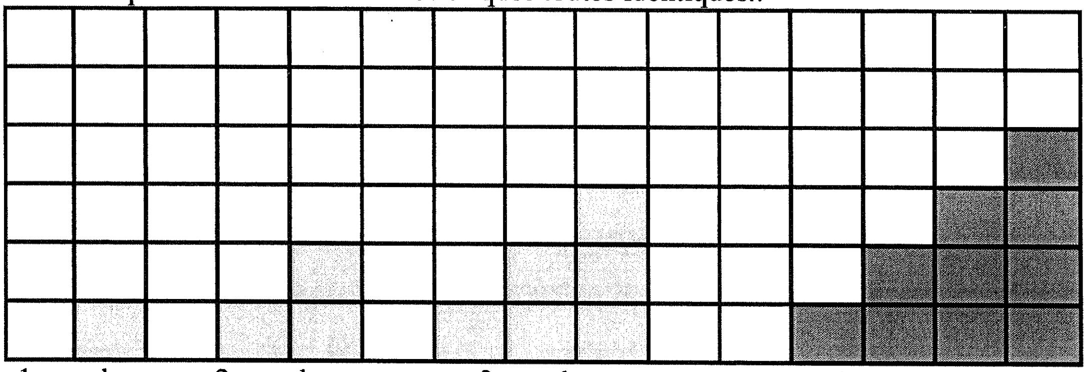
1) Quelles réponses peut-on obtenir ?
Quelles procédures envisagez vous ?
Quels pourcentages de réussites/échec envisagez vous ?

2) Pour les erreurs envisagées, quelles hypothèses faites-vous quant à leur origine ?

Après cette analyse a priori, cinq productions d'élèves d'un collège voisin sont à analyser, puis les pourcentages de réussites sont présentés !

Élève A

On fabrique des escaliers avec des briques toutes identiques..



1 marche
1 brique

2 marches
3 briques

3 marches
6 briques

4 marches
...10... briques

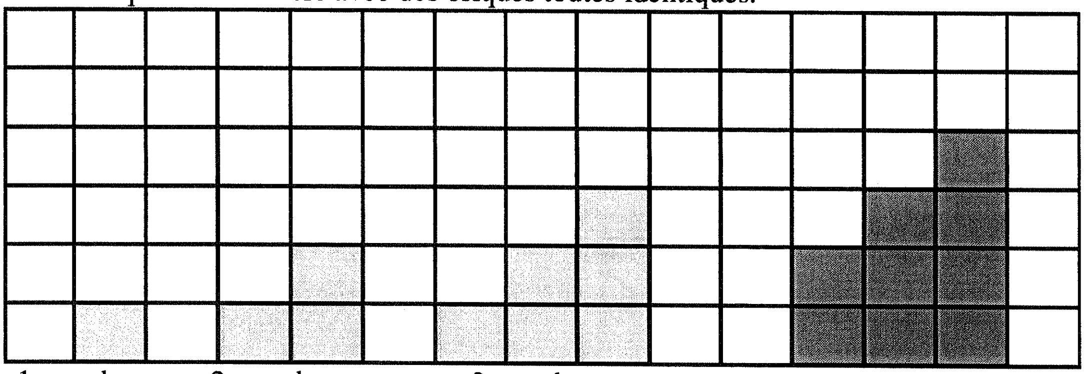
1) Dessine l'escalier à 4 marches. Indique sous ton dessin le nombre de briques.

2) Combien faut-il prévoir de briques pour fabriquer un escalier à 6 marches ?
Réponse : *...15.........* briques.

Indique ce que tu as fait pour trouver la réponse.

Élève B

On fabrique des escaliers avec des briques toutes identiques.



1 marche
1 brique

2 marches
3 briques

3 marches
6 briques

4 marches
...9... briques

1) Dessine l'escalier à 4 marches. Indique sous ton dessin le nombre de briques.

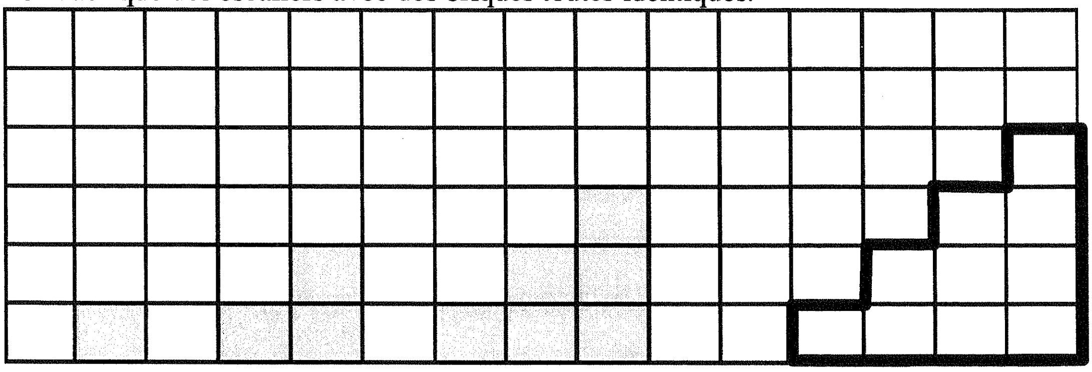
2) Combien faut-il prévoir de briques pour fabriquer un escalier à 6 marches ?
Réponse : *....13.........* briques.

Indique ce que tu as fait pour trouver la réponse.

J'ai fait 4 marches + 9 briques = 13 briques

Élève C

On fabrique des escaliers avec des briques toutes identiques.



1 marche	2 marches	3 marches	4 marches
1 brique	3 briques	6 briques	...*10*... briques

1) Dessine l'escalier à 4 marches. Indique sous ton dessin le nombre de briques.

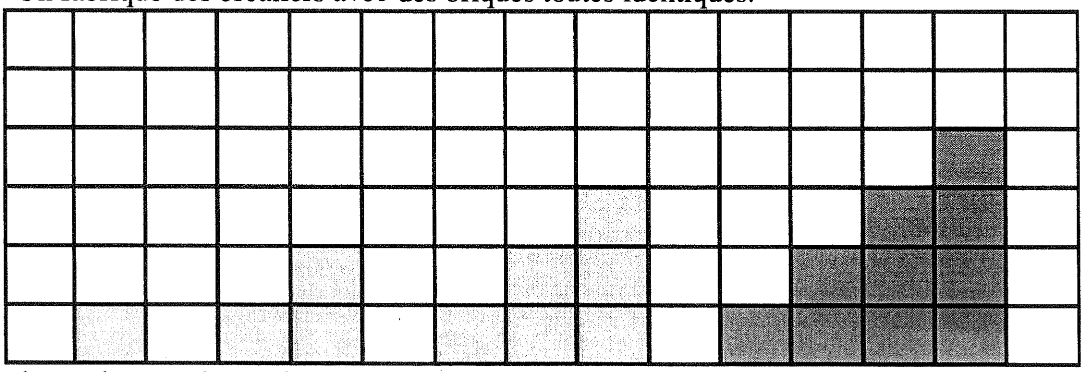
2) Combien faut-il prévoir de briques pour fabriquer un escalier à 6 marches ?
Réponse : ....*21*......... briques.

Indique ce que tu as fait pour trouver la réponse.

J'ai fait 1 marche + 2 marches + 3 marches + 4 marches + 5 marches + 6 marches et j'ai trouvé

Élève D

On fabrique des escaliers avec des briques toutes identiques.



1 marche	2 marches	3 marches	4 marches
1 brique	3 briques	6 briques	...*10*... briques

1) Dessine l'escalier à 4 marches. Indique sous ton dessin le nombre de briques.

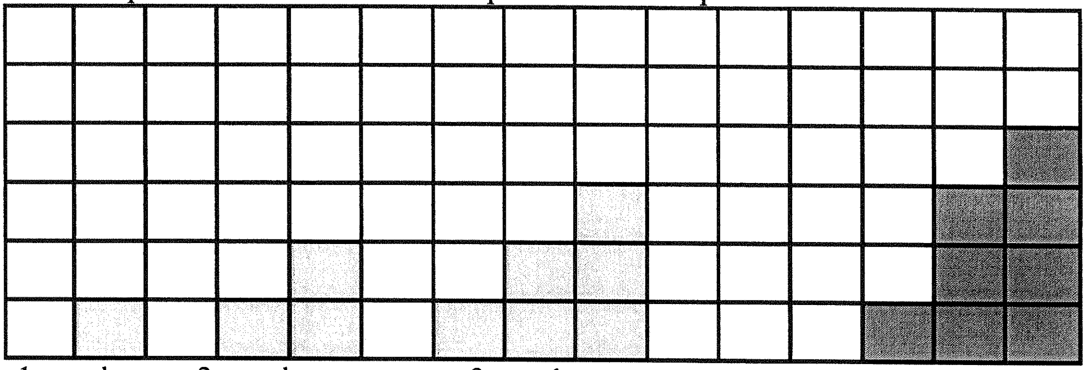
2) Combien faut-il prévoir de briques pour fabriquer un escalier à 6 marches ?
Réponse : ......*21*....... briques.

Indique ce que tu as fait pour trouver la réponse.

10 + 5 + 6 = 21

Élève E

On fabrique des escaliers avec des briques toutes identiques.



1 marche	2 marches	3 marches	4 marches
1 brique	3 briques	6 briques	...*8*... briques

1) Dessine l'escalier à 4 marches. Indique sous ton dessin le nombre de briques.

2) Combien faut-il prévoir de briques pour fabriquer un escalier à 6 marches ?
Réponse : ...... *12*....... briques.

Indique ce que tu as fait pour trouver la réponse.

j'ai multiplié 6 x 3 et ça m'a donné 12 briques

ANNEXE 3

d'après le sujet de Dijon 2000 - ANALYSE DE TRAVAUX D'ÉLÈVES

Voici les réponses de cinq élèves (A, B, C, D, E) à l'exercice 21 de l'évaluation nationale de mathématiques à l'entrée en 6ème pour l'année 1999.

- Énoncer deux des principales compétences mathématiques que cet exercice permet d'identifier.
- Classer les productions des élèves en fonction de la réussite ou non à cet exercice. Justifiez succinctement votre classement.
- Quelle est la stratégie sous-jacente utilisée par chaque élève pour donner la réponse à la question 2 ?

Les productions d'élèves proposées sont celles qui figurent dans l'annexe 2.

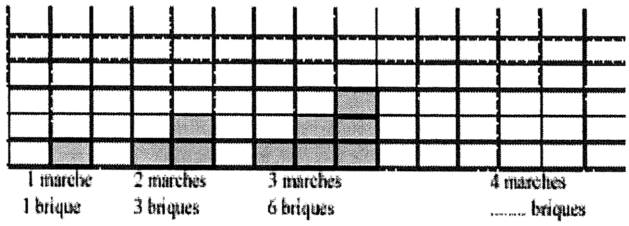
ANNEXE 4

Pourcentages de réussite : évaluation 6$^{\text{ème}}$ 1999

Exercice
(Nouvel exercice de 1999)
Travaux numériques.
Analyser une situation, organiser une démarche.
Amorcer une démarche inductive dans une situation simple.

Activité
Résoudre un problème.

On fabrique des escaliers avec des briques toutes identiques.



1) Dessine l'escalier à 4 marches.
Indique sous ton dessin le nombre de briques.

2) Combien faut-il prévoir de briques pour fabriquer un escalier à 6 marches ?

Réponse : .... briques.

Résultats (en %)

Item 51
Le schéma est juste et le nombre de briques pour 4 marches est 10 83,8
Le schéma est juste mais c'est l'escalier à trois marches qui a été complété 1,7
Le schéma est juste 4,1
(mais le nombre de briques n'est pas exact ou n'est pas indiqué)
Autre réponse 9,1
Absence de réponse 1,3

Item 52
21 65,2
L'élève a ajouté 11 marches à sa réponse erronée pour 4 marches...0,9
12 ou 13 marches (l'élève a doublé le nombre de briques pour 3 marches ou a ajouté le nombre de briques pour 2 et 4 marches) 7,1
Autre réponse 23,6
Absence de réponse 3,2

Commentaires et analyse des réponses

L'objectif de cet exercice est de résoudre un problème de recherche (problème pour lequel l'élève ne dispose pas de démarches préalablement rencontrées).
La première question guide l'élève vers une démarche inductive qu'il peut exploiter pour traiter la deuxième question. La consigne « Indique ce que tu as fait ... » n'est pas codée, mais elle permet d'accéder aux démarches de résolution des élèves.
Pour éviter des justifications de la forme « j'ai compté » ou « j'ai dessiné », on peut reprendre la même situation avec dix marches.

ATELIER B

Titre : Reflexions à partir de sujets de concours sur un theme spatial et geométrique : Exploitation possible de sujets de concours en PE1.

Auteurs : Nicole Bonnet (IUFM Bourgogne)
Jean-Claude Lebreton (IUFM Orléans-Tours)

Date : Novembre 2004 (Draguignan).

Résumé À travers l'étude de deux sujets du concours CERPE, les participants à l'atelier ont été amenés à retenir deux points qui leur semblaient intéressants à approfondir avec des PE1 et à développer des pistes d'exploitation concernant l'un de ces points.

1. INTRODUCTION

Les deux sujets choisis Dijon, concours externe 2004 et Martinique, concours externe 2004 traitent d'un thème spatial et géométrique peu courant[6].

Le sujet de Dijon est un sujet qui, malgré de nombreux implicites (question 3.a « *on n'effectuera que les tracés à la règle* » ; annexe 2.2 « *colorie pour que les cases jaunes soient alignées* »...), est un sujet qui a pour point de départ des pages de manuels d'élèves. Il comporte six pages d'annexes et de nombreuses questions (7 au total).

Le sujet de la Martinique semble être construit de toutes pièces aux fins du concours. Il est artificiel. Il comporte quatre activités. La première propose une aide (le tracé à main levée) dont il n'est pas sûr qu'elle soit la plus pertinente. La preuve en est que les participants du séminaire pour qui cette aide n'a pas été suggérée ont fait des découpages, des tracés à la règle, avec le compas mais très peu ont tracé à main levée. La troisième activité demande d'écrire un programme de construction hors de portée de la plupart des élèves de CM2. La quatrième donne lieu à peu d'analyse et on ne sait pas trop à quoi elle sert.

Notre objectif était de **faire découvrir aux stagiaires une autre façon d'exploiter les sujets de concours et leurs corrigés**. La façon la plus courante est de donner un sujet tel quel, de le laisser chercher par les stagiaires, puis d'utiliser tout ou une partie du corrigé pour une mise en commun. Nous avons souhaité faire découvrir qu'un travail de groupes préalable avec un brassage des idées conduisait àdes questionnements plus subtils et plus pertinents que ceux généralement abordés lorsqu'on ne s'applique à répondre qu'aux questions du sujet. Ce fonctionnement permet des échanges de points de vues et une appropriation des idées des autres. Cela nous a paru plus professionnalisant.

Nous avons eu le désir de développer une stratégie de formation par homologie réinvestissable en formation initiale ou continue. Les structures pédagogiques employées, les supports matériels utilisés, le type d'intervention des formateurs sont susceptibles d'un transfert immédiat dans une action de formation.

[6] Ni les sujets, ni les corrigés ne sont donnés dans cet article. Se reporter aux annales 2004 de la COPIRELEM

La consigne de départ : « **Relever deux points qui seraient intéressants à approfondir avec les PE1.** » était suffisamment ouverte pour permettre aux stagiaires nouveaux formateurs de s'exprimer et de faire émerger leurs représentations des besoins des PE1.

La seconde consigne, après brassage des groupes : « **Retenir un seul point et donner des pistes d'exploitation** » permettait de sélectionner une seule idée parmi trois ou quatre propositions intéressantes. Nous souhaitions que cette idée permette de « dérouler » tout ce qui était nécessaire à la compréhension du sujet pour qu'ensuite le PE1 puisse aborder ce sujet plus facilement.

2. PRESENTATION DU TRAVAIL ET CADRAGE

Durée de l'atelier : 2 h 30

Durée prévue	Structure pédagogique	Supports	Tâches
20 min	Groupes de 3 ou 4 personnes dont un « ancien formateur » (3 groupes par sujet).	Les deux sujets sont distribués (sans les corrigés). Ils sont traités de manière indépendante par 11 ou 12 personnes	**Traiter rapidement la totalité des deux sujets. Se mettre d'accord avec les membres du groupe et en choisir un pour approfondissement** **Sujet 1** (Martinique 2004) Étape 1 : analyse de l'activité 1 en gommant « ... à main levée » Étape 2 : le sujet original est ensuite proposé et traité **Sujet 2** (Dijon 2004) : traiter rapidement la totalité du sujet
Temps 1 45 min	3 groupes travaillent sur le sujet 1 ; 3 autres sur le sujet 2 Par sujet : équipe de 3 ou 4 personnes. Travail personnel puis échanges	Un transparent par groupe.	**Relever deux points qui seraient intéressants à approfondir avec les PE1. Donner les raisons de vos choix.**
Temps 2 25 min	Brassage entre les personnes qui ont traité le sujet 1 et celles qui ont traité le sujet 2 Même organisation en groupes	Une affiche et un transparent par groupe	**Retenir un seul point à développer avec des pistes d'exploitation**
Temps 3 10 min	Même organisation en groupes	Distribution des corrigés de la Copirelem	**Écrire d'éventuelles remarques sur le transparent.**
Temps 4 50 min	10 min d'exposés par groupe.	Exposé à l'aide du transparent. Le support papier permet de mieux suivre et autorise des comparaisons (mémoire de travail)	**Exposer le point retenu.**

3. ETUDE DES SUJETS

3.1 Sujet de Dijon 2004

	Travail du matin *Choix de deux points à approfondir (premier temps)*	
	Premier point	**Deuxième point**
Groupe 1	**Mise en évidence de l'importance du travail à main levée** - L'alignement ; - La lecture d'un dessin global par rapport à la lecture locale.	**Importance d'une progression (des actions vers le concept) sur un cycle**
Groupe 2	**Intérêt du tracé à main levée par rapport au tracé à la règle** - Dégager la spécificité du tracé à main levée (manière de décomposer une figure ; geste pour respecter un alignement) ; - Provoquer un travail d'analyse des PE1 sur les compétences nécessaires à travailler pour reproduire une figure (que signifie « reproduire ») ; - Travail sur les variables didactiques.	**Progressivité des apprentissages** Débat sur les activités de recherche par rapport aux activités qui décomposent la tâche.
Groupe 3	**Notion d'alignement** - Sa place dans les programmes ; - Les aspects mathématiques ; - Quelles activités mettre en place avec les élèves ?	**Les variables didactiques** - Les instruments (notamment l'équerre) ; - Les supports.

Choix d'un point à développer (deuxième temps)

<u>Groupes 1 et 3</u> : **La notion d'alignement**

Pistes d'exploitation :

- Perception puis reproduction à la main ;
- Découverte ou confirmation de l'alignement avec la règle ;
- Utilisation des nœuds d'un quadrillage ;
- Repérage d'alignement par une perception globale (notion de variable didactique) ;
- De la géométrie perceptive vers une géométrie instrumentée, vers une géométrie déductive.

<u>Groupes 1 et 2</u> : **La progressivité des apprentissages** en termes de :

- Démarche réfléchie du maître ;
- Articulation des objectifs et des compétences.

Piste d'exploitation : Ordonner les documents fournis en désordre pour retrouver la progressivité

<u>Groupes 2 et 3</u> : **La notion d'alignement**

- Sa place dans les programmes ;
- Faire travailler les PE1 au niveau mathématique ;
- Activités mathématiques pour les élèves, progressivité, variable didactique, reproduction.

Pistes d'exploitation :

- Réaliser l'activité 1.3 avec ou sans équerre (variable didactique ; rôle de l'alignement pour reproduire, pour analyser) ;
- Aller voir dans les programmes (réfléchir à des activités pour les élèves) ;
- Donner les 6 fiches des sujets en vrac et se poser la question de leur utilisation ;
- Donner le sujet complet afin de le traiter.

	Travail de l'après-midi *Choix de deux points à approfondir (premier temps)*	
	Premier point	**Deuxième point**
Groupe 1	**Expliciter les termes spécifiques du sujet** : les resituer dans le contexte de l'auteur. Exemples : - Objectifs (de l'élève ? du maître ? des textes ?) - Variables didactiques (ou autres termes similaires).	**Quel enseignement de la géométrie à l'école primaire ?** Encore une fois des termes : reproduire, décrire, construire. **Développer des compétences de constructions « artistiques » des PE1** : Manier les instruments de géométrie, changement d'échelle,... (Ce groupe a produit trois points)
Groupe 2	**Figures semblables** (annexe 1.3) - Invariants : angle, milieu ; - Ordre des tracés suivant qu'on restreint ou non les instruments.	**Degré ou échelle d'abstraction des supports** : - Jeu de Tic Tac Toc (damier : objets concrets) ; - Quadrillage avec des nœuds marqués (représentation pour repérer) ; - Quadrillage avec des objets simples à repérer (cercle, rectangle). Question de leur position relative.
Groupe 3	**Variables didactiques :** - Notion fondamentale commune à tous les sujets du CERPE ; - Sujet approprié pour en discuter.	**Les compétences lues à travers les programmes.**

Choix d'un point à développer (deuxième temps)

<u>Groupes 1, 2 et 3</u> : **Travail sur les variables didactiques en géométrie.**

Pistes d'exploitation :

- Donner plusieurs types de situations géométriques afin de faire ressortir les différents types de variables didactiques ;
- Un apport théorique sur les variables didactiques en particulier en géométrie.

<u>Groupes 2 et 3</u> : **Etude des variables didactiques au travers des différents exercices proposés.**

Pistes d'exploitation :

- Mise en place de la définition d'une variable didactique (pointer au travers d'un questionnement identique, la complexité de la tâche et les différentes compétences mises en œuvre du point de vue de l'élève) ;
- Lister les différentes variables didactiques qui interviennent dans le sujet ;
- Nécessité de justifier l'existence d'une variable didactique comme modifier la tâche de l'élève sans changer l'exercice.

<u>Groupes 1 et 3</u> : **Expliciter les termes spécifiques utilisés dans les sujets de didactique.**

Pistes d'exploitation :

- Souligner les expressions, les termes qui vous paraissent spécifiques au volet 2 du concours ;
- Dire pour chaque expression ce que cela signifie pour vous, quelle définition vous en donnez ;

- Mise en commun et débat sur les diverses interprétations possibles suivant le contexte. Le formateur peut prévoir que les mots ou expressions suivantes vont surgir : intérêt, objectif, variable didactique, expliquer (niveau d'explication), compétence, décrire, apprentissage... mais il y a aussi le singulier/pluriel, le défini/indéfini...

- Quelles autres expressions paraissent importantes à connaître ? (séquence, séance, capacité, savoir, savoir-faire...).

3.2. Sujet de la Martinique

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">Travail du matin
Choix de deux points à approfondir (premier temps)</td></tr>
<tr><td></td><td>Premier point</td><td>Deuxième point</td></tr>
<tr><td>Groupe</td><td>Quels instruments de géométrie ?
Pour quelle(s) utilisation(s) ?</td><td>Quelles sont les exigences pour la rédaction d'un programme de construction :
- au cycle 3 ?
- pour les PE ?</td></tr>
<tr><td>Groupe 2</td><td>Quelles sont les compétences qui relèvent du C2 ? du C3 ?
- ce sont des questions « difficiles pour nous »
- approfondir les I.O.
- retour sur les propriétés des figures géométriques pour les PE.
- réflexion sur les outils et supports</td><td>Quelle logique conduit l'enseignant à proposer cette suite d'activités ?
- réflexion sur l'enseignement de la géométrie au primaire : perceptive → instrumentée → géométrie des propriétés
- réflexion sur objectifs généraux et objectifs spécifiques</td></tr>
<tr><td>Groupe 3</td><td colspan="2">Ce groupe a amélioré son premier transparent pour n'en produire finalement qu'un seul après brassage avec le groupe 1 :
« Dans la question 3, étudier la progression qui a conduit à la construction de cette séance : observation, construction, rédaction.
Au niveau de l'observation-analyse : figures, surfigures, sous-figures.
Propriété des figures, angles droits, parallèles (retour sur les connaissances géométriques).
Au niveau de la construction : progression du type de support (papier pointé ou papier blanc), progression dans la difficulté de construction (contrainte des instruments) et mise en avant de la notion de variable didactique à travers l'usage des instruments.
Au niveau de la rédaction : exploitation didactique et notionnelle, clarification sur le vocabulaire (reproduire, construire,...) »</td></tr>
</table>

Choix d'un point à développer (deuxième temps)

<u>Groupes 1 et 3</u> : **Quelles sont les compétences pour la rédaction d'un programme de construction au cycle 3 ? pour les PE ?**

Pistes d'exploitation :

a) Mise en situation pour les PE1 :
- faire l'activité 3 : évaluation initiale, travail individuel ;
- mise en situation d'émission–réception .

b) Deux figures différentes (A et B).

c) Travail en groupe avec choix d'instruments différents (sous–groupes de 2 ou 3 étudiants (notions de variable didactique et d'auto évaluation) ; apports du formateurs au cours d'une synthèse :
- nécessité de l'utilisation d'un vocabulaire et de notations communes ;
- tracés élémentaires.

d) Retour sur l'activité initiale.

e) Transfert de cette mise en œuvre auprès d'élèves de C3.

Groupes 1 et 2 : **Le programme de construction**

a) Travail de rédaction pour les PE1.

b) À partir de leurs travaux, réfléchir aux compétences mises en œuvre dans cette activité.

c) Importance des différents types de construction avant la rédaction du programme selon le support ou les instruments autorisés.

d) Influence du choix des supports et des instruments sur la rédaction du programme.

e) Réflexion sur le sens des mots : reproduire, construire, tracer.

	Travail de l'après-midi *Choix de deux points à approfondir (premier temps)*	
	Premier point	**Deuxième point**
Groupe 1	**Programme de construction** - écrire un programme de construction nécessite : * une bonne analyse de la figure donnée * d'utiliser le vocabulaire adéquat * d'avoir établi la chronologie des étapes - activité qui permet de traiter les 3 parties proposées au concours (théorie, APE, VP)	**Choix des variables didactiques** Mettre en évidence que le choix imposé des instruments/supports va modifier les procédures utilisées par les élèves (évolution des procédures mises en œuvre dans les activités 2 – 3 – 4)
Groupe 2	**Utilisation d'un quadrillage pour reproduire une figure complexe** - mise en valeur de l'intérêt didactique de ce support - nécessité d'analyser la figure : relation entre les objets (milieux, perpendiculaires, longueurs égales - nécessité de produire un programme de construction	**Reproduction d'une figure complexe à l'aide des instruments sur papier uni :** - au delà de l'analyse (cf point 1), utilisation d'instruments : savoir–faire spécifique à travailler (par rapport au concours (volet 1) et par rapport au savoir professionnel Les 2 points choisis sont en relation : ils peuvent être considérés comme 2 étapes successives de l'apprentissage. - modification des valeurs des variables didactiques.
Groupe 3	**Entrée sur la notion de variable didactique** On voit bien dans les différentes activités l'incidence du choix des variable didactique sur : - les procédures - les compétences - les difficultés	**Travailler sur la cohérence d'une séquence** : avant, pendant, après

Choix d'un point à développer (deuxième temps)

Groupes 1 et 2 : Travail sur les programmes de construction

a) Thème « transversal » aux deux sens du concours :

- Travail sur les compétences des PE1 (volet 1) ;
- Travail sur les compétences des élèves (volet 2) ;
- Travail sur les compétences professionnelles.

b) Variable didactique.

c) Place des programmes de construction dans les apprentissages géométriques :

- Reconnaissance de figures, vocabulaire spécifique ;
- Interdisciplinarité ;
- Production d'écrits spécifiques (maîtrise de la langue, cf « lire–écrire au C3 »).

Pistes d'exploitation :

- Mise en situation = situation de communication : homologie à la situation des élèves ; travail des PE sur les compétences mises en œuvre, différence entre programme de construction et description ;
- Analyse de séquence /séance sur le thème ;
- Analyse de production d'élèves, et mise en valeur des variables didactiques.

<u>Groupes 1, 2 et 3 </u>: Notion de variable didactique : support, instrument, dimensions finales et initiales différentes.

Pistes d'exploitation :

- Construction d'une séquence (progressivité) ;
- Exploitation et/ou APE :
  * Compétences mises en œuvre ;
  * Difficultés ;
- Pprogramme de construction : l'exigible ;
- Travail sur la différenciation sur une même tâche avec des variables didactiques de valeurs différentes.

<u>Groupes 1 et 2 </u>: Notion de variable didactique.

Pistes d'exploitation :

- Proposer une activité et la décliner sur plusieurs niveaux/cycles en jouant sur les variables didactiques ;
- Au sein d'une séquence, modifier une variable didactique ou sa valeur pour faire émerger diverses procédures.

4.QUELQUES REFLEXIONS AUTOUR DES SUJETS :

Les points importants relevés par les participants ont été :

- La notion d'alignement ;
- La progressivité des apprentissages ;
- Le travail sur les termes spécifiques utilisés dans les sujets de didactique (dont « variables didactiques »...).

Voici quelques points de notre analyse *a priori* :

Le sujet 1 a été choisi car il porte sur des points de géométrie peu traités habituellement.

Première partie (niveau : CP/CE1)

- Ne pas confondre *intérêt et objectif ;*
- Réécriture d'un *objectif* : savoir ce que c'est (différence avec compétence ???) ;
- La question des *variables didactiques* : il ne suffit pas de les citer ;
- La question 3 n'est pas une question de didactique mais elle a posé un vrai problème de lecture aux candidats : « on n'effectuera que les tracés à la règle » suppose un implicite de mathématicien non connu de tous les candidats : la règle n'est pas graduée. *Problème de la consigne ;*
- Citer des *compétences* : savoir ce dont il s'agit : faut-il apprendre par cœur la liste des compétences données dans les documents d'accompagnement ?

Deuxième partie : plus simple, et à la portée d'un candidat de bon sens.

- Question de la *progressivité des apprentissages* ;

- Problème des supports en quantité importante (qui se lisent vite certes !) dans un sujet (ici 6 documents).

Le sujet 2 a été choisi car il fait un pendant à celui de Dijon :

- Les étudiants posent souvent cette question : pourquoi parle-t-on encore de *niveau* de classe alors que l'école est organisée en cycles. Cette question est difficile car il s'agit de répondre en fonctions d'habitudes portées par les auteurs de manuels (ici CM2).
- Problème des *compétences* : même problème, il semble que cela nécessite l'étude de la tâche. Qu'est-ce ?
- *Logique interne* à ces activités (question semblable à celle du sujet de Dijon)
- Donner des *difficultés* prévisibles (ne pas confondre avec des erreurs possibles)
- Donner des *composantes* essentielles ... que signifie ce mot ? Il ne fait pas partie du vocabulaire didactique. Les questions sont formulées parfois avec un langage didactique précis qui sous-entend une connaissance précise des étudiants, parfois en des termes du langage de tous les jours qu'il faut interpréter.
- Activité 1 : que penser de la consigne ?
- Activités 2, 3 et 4 : la *reproduction* (avec dans les trois cas des échelles différentes). Différences entre reproduire et construire.
- Activité 3 : la notion de *programme de construction* (vocabulaire et définitions géométriques, rédaction et formulation d'un programme de construction, problème de la multiplicité des programmes pour une figure donnée, exigences à l'école élémentaire.)
- Concernant ce sujet, nous étions dubitatifs sur la possibilité pour un élève de cycle 3 de rédiger un tel programme. Nous aurions proposé comme consigne : « tracer une figure pour laquelle un élève de C3 serait capable de rédiger un programme de construction et écrire ce programme »

La bibliographie que nous avons proposée permet de répondre à ces questions.

Des questions pouvaient également se poser sur les diverses conceptions de l'apprentissage.

Lors de l'analyse des deux sujets, il nous a semblé qu'une question commune pouvait être : quel travail peut-on demander à un élève de cycle 3 concernant les programmes de construction ? Avec quelle compétence finale ? Nous avons suggéré dans la bibliographie de consulter « *Le moniteur de mathématiques* ».

Nous aurions également souhaité qu'une reconstruction des sujets soit faite, mais aucun groupe n'a proposé cela.

Enfin, nous avons pensé que pour le sujet de La Martinique, il était intéressant de démarrer en donnant seulement l'activité 1 mais en gommant toute référence à un dessin possible à main levée (voir analyse plus haut). C'est ce que nous proposerions à des PE1 dans un premier temps. Car nous nous demandions si l'idée du tracé à main levée est celle qui vient aussi spontanément à l'esprit chez les PE. Faute de temps, nous n'avons pu discuter de cet aspect avec les stagiaires. Ensuite, nous leur donnerions le sujet tel qu'il est prévu.

5. UNE PROPOSITION DE CORRECTION DES SUJETS

Voir dans les annales 2004 la correction proposée par l'équipe de la Copirelem.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Pour approfondir le sujet de Dijon : texte de Jean-Luc Brégeon sur
http://perso.wanadoo.fr/jean-luc.bregeon/page%203-10-7.htm

Divers articles sur l'erreur, les compétences, le savoir. René Amigues :
http://recherche.aix-mrs.iufm.fr/publ/voc/n1/index.html

Compétences : François Muller
http://francois.muller.free.fr/diversifier/COMPETENCES.htm

Astolfi , « *La place de l'erreur dans l'apprentissage* »
http:// www.edusud.org/ressources/documents/eduform/2.html

Aubertin J.C., Eysseric P., Houdement C., Le Poche G. (2002), *Réflexions à partir de quelques sujets de concours* , Les cahiers du formateur tome 6, pp 51-70

Charnay R. (2002), *Compétences : intérêts et limites* , Grand N n° 70 pp 49-56.

Delègues H., Favrat J.F., Peltier M.L. (1999) *Utilisation des annales corrigées de concours : travaux d'élèves*, Actes du XXVIe colloque Copirelem de Limoges, pp 295-310

Favrat J.F. (1996), *L'analyse de travaux d'élèves avec des PE1* , Actes du XXIIIe colloque Copirelem de La Grande Motte ; pp 165-185

Fénichel M. ; *son cours*: http://maths.creteil.iufm.fr/Premier_degre/cadre_accueil_espace.htm

Vergnaud G.. Dir. ; Brégeon J.L., Huguet F., Péault H.,Dossat L.;,Myx A. (1997) *Le moniteur de mathématiques,* Fichier pédagogique géométrie Cycle 3, Editeur Nathan, Paris

ANNEXE 1

Les définitions utiles

1. Quelques définitions données aux PE1 à Dijon :

Objectif :

> *« Le ou les comportements que l'élève doit être en état d'accomplir à l'issue d'un apprentissage » (Gréhaigne).*

Parler d'objectif suppose la caractérisation du comportement initial et de l'état final attendu (de......à.....). Il prend nécessairement en compte le temps d'enseignement et les conditions matérielles, les caractéristiques des apprenants, c'est-à-dire les ressources et les contraintes relatives aux conditions d'enseignement / apprentissage.
Remarque : L'enseignant doit être en mesure de préciser le franchissement, la ou les transformations attendues dans le cadre du thème d'étude. Il doit ensuite pouvoir préciser ce qu'il faut savoir, comprendre, connaître, repérer, apprécier, ..., ce qu'il faut faire pour atteindre l'objectif, on peut alors parler des contenus de l'objectif.

Compétence :

> *« Un ensemble structuré et cohérent de ressources qui permet d'être efficace dans un domaine social d'activité ». (Garsault Delignières)*
>
> *« ... liste de tâches que l'élève devra être capable d'accompli » (Charte des programmes)*
>
> *« Les compétences constituent l'ensemble des connaissances permettant de faire face de façon adaptée à une situation ou un ensemble de situations proposées par l'enseignant » (B.O. 31-8-2000)*
>
> *« La compétence est "un ensemble stabilisé de savoirs, de savoir-faire, de conduites types, de procédures standards qu'on peut mettre en œuvre sans apprentissages nouveaux »*
> *(De Montmollin « L'intelligence de la tâche » 84)*

Il est à noter que les programmes officiels de 2002 sont rédigés en termes de compétences, lesquelles sont déclinées à partir d'une phrase qui commence toujours par « être capable de... »

2. Connaissance des mathématiques et compétences en mathématiques

Une définition :

> *Les compétences en éducation sont définies comme un ensemble de mises en pratique de savoirs, d'aptitudes et d'attitudes. Que l'élève connaisse, comprenne et utilise ses connaissances pour résoudre des problèmes autres que des problèmes simplement scolaires et répétitifs ! C'est grâce à la connaissance qu'il se libère de l'ignorance et qu'il crée ses compétences personnelles. Nous devons l'y amener.*
>
> *Notre rôle est d'inventer toujours une réponse qui concilie apprentissage au sens humaniste du terme et développement d'attitude et d'aptitudes qui mobilisent les connaissances acquises. Les compétences de chacun se différencieront par le degré de mobilisation et la variété des connaissances mobilisées. À connaissances égales, il y aura probablement compétences inégales évidemment. Mais on ne peut invoquer cette dernière remarque pour rationner les connaissances au profit d'une utopie des compétences finales communes. Bien au contraire, tout accès facilité aux connaissances peut combler, dans certains cas, des injustices de rang ou d'origine.*
>
> *(IREM de Liège, octobre 2001 CHAPITRE 1. CONNAISSANCE ET COMPÉTENCE, extrait de la page 4)*

Une lacune cependant est présente dans cette définition. La métaphore de la « mobilisation des connaissances et des aptitudes pour résoudre une tâche » est un peu plus parlante que la notion encore obscure de « transfert » des connaissances. Mais cela reste une métaphore c'est-à-dire une image qu'il faudra traduire dans les faits lors de l'apprentissage et lors de son évaluation. En résumé, il faudra rendre cette métaphore opérationnelle, sur le terrain, et c'est plus facile à dire qu'à faire !

Notre définition :

La définition décrétale est : « *une compétence est un ensemble d'attitudes, d'aptitudes et de savoirs acquis à mobiliser en vue de résoudre une tâche* ».

Cette définition-métaphore peut être avantageusement remplacée par : « ***une compétence est un ensemble d'attitudes, d'aptitudes et de savoirs à mobiliser en vue de faire face à une famille de situations. Les compétences développées doivent permettre de comprendre le monde et de le transformer*** ».

On y retrouve la notion d'action qui sous-entend de toute façon la résolution de tâches et on y inclut la notion de compréhension du monde en particulier le monde scientifique, technologique et économique. Elle a aussi l'avantage de ne pas présenter la formation d'une personne comme un concept utilitaire dont le but serait de résoudre des tâches (souvent proposées par d'autres).

3. Document de Roland Charnay : « compétences : intérêts et limites » Grand N n° 70 ; 2002

Trois approches différentes de la notion de compétence rapportées par Bernard Rey (in - *Compétences transversales en question*, éditions ESF 1996) :

- V. de Landsherre la définit comme un comportement face à une tâche donnée : *« capacité d'accomplir une tâche donnée de façon satisfaisante »*
- Pierre Gillet lui attribue une fonction plus générale, rattachée à une classe de situations : *« système de connaissances conceptuelles et procédurales, organisées en schémas opératoires et qui permettent, à l'intérieur d'une famille de situations, l'identification d'une tâche problème et sa résolution par une action efficace (performance) »*
- Bernard Rey propose une autre approche qui lui confère une puissance adaptative : *« capacité génératrice susceptible d'engendrer une infinité de conduites adéquates à une infinité de situations nouvelles »*

Roland Charnay dit alors :

> *« force est de constater que la notion de compétence n'est pas d'une totale clarté. ...On retrouve dans les compétences attendues au cycle 3 des compétences qui relèvent de chacune des trois définitions précédentes.*
>
> - Comparer des nombres, les ranger en ordre croissant ou décroissant, les encadrer entre deux dizaines consécutives, deux centaines, deux milliers consécutifs... *peut être rattaché à la première définition*
>
> - Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant des raisonnements personnels appropriés *se rapporte plutôt à la seconde définition*
>
> - Argumenter à propos de la validité d'une solution *est sans doute plus proche de la troisième définition »*

4. Selon l'annexe 1 du programme de 4° technologique, arrêté du 9/03/90 commenté dans la brochure n° 148 de l'IREM de Toulouse (Cumuler des savoirs, des savoir-faire ou développer des capacités en géométrie au collège, 1993) :

Les capacités constituent le but à long terme de la formation, les axes de développement de l'élève ; elles ne sont pas en elles-mêmes des objets d'évaluation directe mais constituent le principe organisateur et régulateur des situations d'apprentissage.
Exemples de capacités :

- autonomie dans le choix, le traitement, l'utilisation, la production d'informations (par exemple, analyser, s'informer, se documenter, choisir...) ;
- exercice d'un jugement et d'une pensée critique (par exemple, évaluer, critiquer) ;
- capacité de communiquer socialement (par exemple, rendre compte, communiquer...) ;
- capacité de réaliser c'est-à-dire de mener à bien une tâche en se confrontant seul ou collectivement aux exigences matérielles et sociales qu'elle implique.

Les compétences se manifestent par des comportements observables et sont évaluables par un ensemble de performances accomplies par l'élève : comme telles, elles constituent des objectifs de formation.
Le projet pédagogique construit par l'équipe trouve donc son sens dans l'identification et la prise en compte des compétences générales qui mettent en jeu des savoirs et savoir-faire commun à plusieurs disciplines (exemples de compétences générales : écrire un texte court logiquement organisé, reconnaître que deux grandeurs sont proportionnelles, représenter graphiquement l'évolution de données statistiques, etc.) ou qui participent de l'organisation de méthodes efficaces de travail par l'élève pour réussir sa scolarité.
Les documents disciplinaires développent, bien logiquement, les compétences spécifiques mettent en jeu les savoir-faire de nature disciplinaire, mais il appartient aux équipes pédagogiques d'expliciter en commun les compétences générales qu'elles choisiront de privilégier dans le cadre du projet pédagogique.

Bernard REY, dans son livre *Les compétences transversales en question*, ESF, 1996, montre les limites d'une telle approche.
Il aborde la question du transfert sous-entendu dans les définitions précédentes, et souligne ce qui, dans le fonctionnement cognitif d'un sujet, est véritablement transversal. La transversalité est de l'ordre de l'intention : il ne suffit pas qu'un élève possède une compétence particulière pour qu'il l'utilise à bon escient dans une situation donnée. Il faut surtout que le sens qu'il attribue à cette situation lui permette d'envisager de mettre en oeuvre cette compétence.

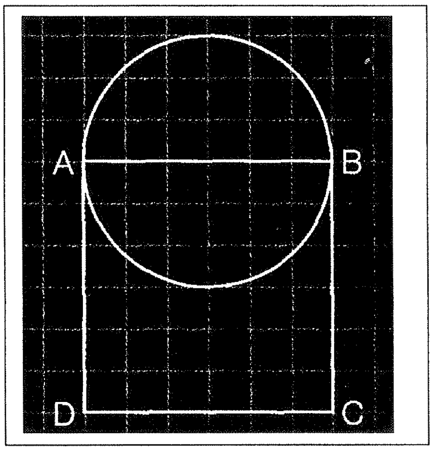
5. Selon « le moniteur de mathématiques » géométrie cycle 3 Editeur Nathan

Qu'est-ce que la compétence ?
Derrière cette remarque qui sera illustrée dans les pages suivantes, se joue un problème essentiel pour l'enseignement et l'apprentissage : celui des *relations entre pratique et théorie clans la formation des compétences mathématiques.*

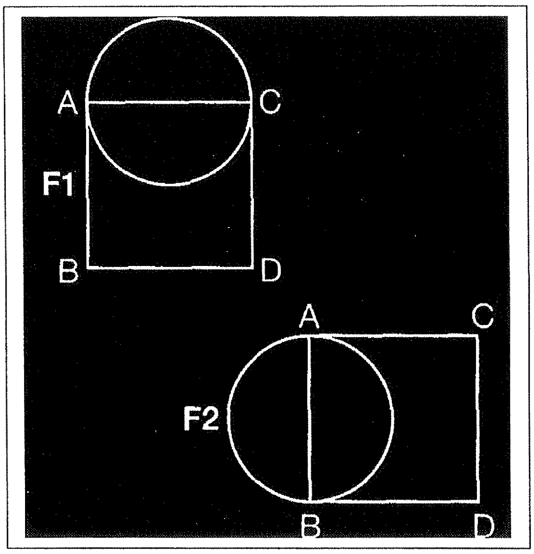
On peut définir la compétence avec des critères relativement différents :

a) Est plus compétent celui qui sait traiter des situations et résoudre des problèmes que d'autres ne savent pas traiter ; par exemple analyser des figures, en reconnaître des propriétés et éventuellement les relations en recourant à un langage géométrique en cours d'élaboration.

Prenons un exemple où il s'agit de décrire la figure ci-contre à un camarade qui ne la voit pas.
Serait considéré comme n'ayant pas acquis la compétence l'élève qui proposerait le texte suivant : « *il y a un carré de six carreaux de côté et un cercle dont le rayon vaut trois carreaux* ».
Serait considéré comme plus compétent un élève qui préciserait, par exemple, qu'il s'agit « *d'un carré ABCD de six carreaux de côté et d'un cercle de diamètre AB* ».



b) Est plus compétent celui qui s'y prend d'une manière plus économique ou plus fiable, ou plus rapide, ou plus générale, ou conceptuellement plus élaborée.
Par exemple, s'il s'agit de décrire chacune des deux figures ci-contre (dans les mêmes conditions que précédemment).



Serait considéré comme plus compétent un élève qui fournirait une même description pour les figures, soit : *La figure est formée par un carré de 2 cm de côté et d'un cercle ayant pour diamètre l'un des côtés du carré.*
Il est fréquent qu'un élève veuille préciser qu'il s'agit d'un diamètre « horizontal » pour F1 et d'un diamètre « vertical » pour F2 (F2 étant de ce fait plus difficilement perçu que F1).

c) Est plus compétent celui qui dispose d'une panoplie de moyens (alternatifs) pour résoudre des problèmes d'une même catégorie, et qui peut choisir la méthode la mieux adaptée en fonction des valeurs prises par certains paramètres de situation.
S'il s'agit de donner les étapes possibles de la construction de la figure ci-dessus, est plus compétent un élève qui percevrait plusieurs possibilités, par exemple :

Partir d'un segment AB de 2 cm, puis construire le cercle de diamètre AB et le carré ABCD.

Partir d'un cercle de diamètre AB = 2 cm, puis construire le carré ABCD.

Partir d'un carré ABCD de 2 cm de côté, puis tracer le cercle de diamètre AB.

En outre, bien que la notion de *compétence* concerne la pratique, il est impossible d'analyser les différentes compétences susceptibles d'être développées par les élèves dans le domaine de la géométrie et de faire fonctionner les trois critères évoqués ci-dessus sans la théorie mathématique et sans l'étude des phénomènes d'apprentissage des mathématiques.

Il advient toujours des moments où les connaissances sous-jacentes aux compétences doivent être explicitées pour être situées les unes par rapport aux autres, dans un système d'ensemble cohérent. C'est là un travail théorique. Même si ce travail ne peut être qu'ébauché à l'école élémentaire, il est essentiel que les enseignants en aient une vision claire et articulée.

ANNEXE 2

Compléments de géométrie - DES MOTS A CONNAITRE

Extraits de « L'épreuve de mathématiques au Concours de Professeur des Ecoles » Muriel Fenichel. Marcelle Pauvert. (Armand Colin 1997)

Reproduire :

« Les élèves disposent d'un objet (dans le plan ou dans l'espace) et ils doivent en réaliser une copie. [Celle-ci] peut être soit identique à l'original (par exemple directement superposable pour une figure plane), soit une réduction ou un agrandissement de l'original (forme conservée). Pour reproduire, les élèves peuvent utiliser plusieurs types d'outils qu'il est possible d'autoriser ou d'interdire selon les connaissances géométriques qui sont en jeu : papier calque, papier quadrillé, gabarit, outils usuels de la géométrie : règle graduée ou non, compas, équerre... L'élève peut valider son travail en comparant la reproduction au modèle. » Encore faut-il préciser le degré de conformité souhaité, si l'on désire évaluer le résultat obtenu.

Décrire :

« Décrire un objet, c'est donner sous forme orale ou écrite des propriétés géométriques qui permettent de l'identifier. C'est donc utiliser un vocabulaire géométrique adéquat.
Les activités de description vont permettre de préciser ce vocabulaire, de lui donner du sens. On peut décrire un objet pour que d'autres puissent :

-le reconnaître parmi plusieurs,
- le représenter,
- le construire.

Décrire pour construire demande l'utilisation d'un vocabulaire plus précis, plus d'organisation et bien souvent des indications concernant les mesures. »

Représenter :

« Représenter un objet, c'est traduire à l'aide de procédés plus ou moins conventionnels (écrits, oraux ou, principalement, graphiques) certaines propriétés d'un objet géométrique. Toute représentation est mutilante, déformante : on perd, en représentant, certaines informations. La représentation utilisée dépend du problème que l'on se pose et des caractéristiques de l'objet dont on a besoin. Les activités de représentation permettent non seulement de mettre en évidence les propriétés des objets géométriques étudiés, mais aussi de prendre en compte différents points de vue de l'objet considéré. Il est donc intéressant d'habituer les élèves à effectuer et à utiliser des représentations différentes d'un même objet, et donc à savoir choisir la représentation de l'objet qui convient le mieux. »

Construire :

« Contrairement à la reproduction, quand on construit un objet, on ne dispose pas du modèle de cet objet. On construit à partir d'une description ou d'une représentation de l'objet. »

ATELIER C

Titre : Entretien de visite avec un PE2

Auteurs : Jean-Claude AUBERTIN (IUFM de Franche-Comté),
Laurence MAGENDIE (IUFM Midi-Pyrénées)

Date : Novembre 2004 (Draguignan).

Résumé : Après avoir visionné un extrait d'une séance de mathématiques menée par un professeur des écoles stagiaire (PE2), les participants à l'atelier ont « joué » l'entretien post-séance. L'analyse de ces entretiens fictifs et leur comparaison avec celui qui avait effectivement suivi la séance filmée ont permis de dégager les points importants à prendre en compte lors d'un entretien de visite.

1. LE DISPOSITIF DE L'ATELIER

L'objectif de l'atelier était de travailler sur les différentes façons de conduire un entretien avec un stagiaire PE2, suite à l'observation de l'une de ses séances pendant un stage en responsabilité.

Deux vidéos ont servi de support : un extrait de séance de mathématiques menée par une PE2 en octobre 2004 et l'entretien qui avait suivi entre la PE2 et la PIUFM qui avait observé.

L'atelier s'est déroulé en quatre parties : dans un premier temps, nous avons présenté la vidéo d'un extrait de séance. Ensuite, par groupes, les participants ont simulé les entretiens par des jeux de rôle puis analysé ces situations. Enfin, collectivement, nous avons comparé les déroulements de ces entretiens fictifs, tenté d'en dégager les incontournables et les variantes, puis comparé avec le déroulement de l'entretien réel.

1.a. La séance - support

La séance visionnée avait eu lieu dans la classe d'un maître formateur au cours du premier stage en pratique accompagnée. Les deux PE2 stagiaires dans cette classe de CM2 avaient préparé ensemble la séance pour suivre la progression du titulaire de la classe, mais sans son aide.

L'enseignant titulaire avait l'habitude, pour les séances de mathématiques, de partager ses élèves en deux groupes de niveaux : ici, le 1er groupe devait, sous la conduite de l'enseignante, revoir le sens de l'addition et de la soustraction au travers d'une série de problèmes. Pendant ce temps, le 2nd groupe devait résoudre des exercices de synthèse sur la numération décimale (fin de séquence).

Toute la séance avait été filmée, mais nous n'avons utilisé que les extraits où l'enseignante était avec le groupe 2, censé travailler en autonomie (cf. fiche de préparation en annexe 1).

1.b. Le jeu de rôle

Les participants à l'atelier étaient composés de « nouveaux formateurs » et de membres de la Copirelem, plus « expérimentés ». Nous les avons répartis en groupes de 5 ou 6 personnes : deux « nouveaux » pour jouer « le formateur qui a observé la séance et conduit l'entretien » et un « ancien » pour jouer le ou la PE2.

Les deux ou trois observateurs restants dans chaque groupe devaient relever les différentes étapes de l'entretien et les points qui leur paraissaient les plus importants, tant au niveau du contenu abordé que des modalités du dialogue.

La durée du « jeu » a été limitée à 20 minutes.

Tous les participants disposaient en outre de la fiche de préparation fournie par la PE2, ainsi que des énoncés des exercices proposés aux élèves (cf. annexes 1 et 2).

1.c. Les analyses par groupes

A l'issue du « jeu », nous avons laissé à chaque groupe le temps d'analyser ce qu'il venait de vivre : ressenti des « formateurs », du « PE2 », remarques des observateurs.

Chaque situation étant particulière, nous ne souhaitions pas entrer dans les détails de mise en œuvre mais permettre la mise en évidence collective des éléments essentiels incontournables. Nous avons donc demandé à chaque groupe d'élaborer une affiche reprenant le plan de l'entretien fictif avec les contenus abordés (cf. annexe 3).

1.d. La synthèse collective et la confrontation au réel

Après lecture des affiches produites par les groupes et quelques échanges collectifs relatifs à ces affiches ou au vécu des groupes, nous avons présenté la vidéo de l'entretien qui avait effectivement eu lieu entre la PE2 et la PIUFM qui avait observé la séance. Là encore, seuls les extraits concernant le travail du groupe 2 ont été conservés (cf. transcription annexe 4).

Il ne s'agissait pas d'exhiber un entretien « modèle » - ce qu'il n'est pas -, mais de répondre à des questions restées en suspens précédemment et de comparer les « jeux » avec une réalisation effective.

La vidéo a ainsi permis la validation de certaines hypothèses émises ou jouées dans les groupes : attitudes possibles du PE2, justifications de ses choix, ... Elle a aussi montré que la plupart des différents « jeux » étaient suffisamment proches du réel pour être vraisemblables.

Cependant, la limite de cet entretien filmé est aussi apparue : explicitement et uniquement conduit pour préparer l'atelier, il était hors dispositif d'évaluation. La PIUFM avait alors pu l'axer dans un unique objectif de formation, ce qui est rarement le cas lors d'une visite « ordinaire » de PE2.

2. LE DEROULEMENT D'UN ENTRETIEN DE VISITE

2.a. Le plan « standard »

En comparant les différents entretiens et à l'issue de la discussion, un consensus semble s'être dégagé pour déterminer ce que pourrait être le déroulement standard d'un entretien :

- <u>Mise en confiance</u> : ce que le formateur a apprécié (gestion de la classe, contact avec les élèves, préparation soignée, ...)
- Incitation au <u>retour sur la séance</u> : qu'est-ce qui s'est passé ? est-ce différent de ce qui était prévu ? points positifs ? à améliorer ? et si c'était à refaire ?
- Questions et <u>discussion sur les choix effectués</u>, tant en amont que pendant la séance : choix anticipés ou décisions dans l'action ? motifs ? validité a posteriori ? On peut ainsi s'intéresser aux objectifs visés, aux exercices choisis, au groupement des élèves, à l'utilisation de leurs réponses, aux fonctions des mises en commun et/ou des corrections, etc. Cette discussion permet d'apporter au stagiaire des conseils et compléments théoriques, tant disciplinaires que pédagogiques, en lien avec les différents éléments abordés.

• Bilan de l'entretien (fait si possible par le stagiaire) : principaux éléments à retenir de cet entretien, points positifs de la séance et ceux qui nécessitent une évolution.

Un tel déroulement permet en général de commencer l'entretien de façon positive, - ce qui facilite la suite et améliore son efficacité -, et de passer en revue les points jugés les plus importants par le formateur sans négliger ceux qui questionnent le stagiaire. L'alternance entre conseils et questions contribuent à la formation du stagiaire qui est incité et aidé à analyser ses propres actions. Enfin, ce déroulement donne l'occasion au formateur d'expliciter ses critères d'évaluation et de faire concorder avec ses propos l'évaluation écrite qu'il doit souvent fournir à l'issue de la visite.

Le plan précédent n'est cependant pas incontournable : l'observation des entretiens, réels ou joués, montre que les deux premières étapes ne sont pas toujours présentes. Cela ne nuit pas pour autant forcément à la qualité de l'entretien, car celle-ci dépend aussi beaucoup de l'attitude du formateur (cf. §3).

2.b. Les contenus

Les contenus d'un entretien concernent d'une part les aspects mathématiques et didactiques des notions travaillées pendant la séance, et d'autre part, les aspects pédagogiques liés à la gestion de la classe.

Même si les questions traitées peuvent a priori différer selon la sensibilité du formateur (et celle du stagiaire), on a pu constater une grande homogénéité entre tous les entretiens joués lors de l'atelier : leurs différences se situent davantage dans la durée accordée à chacun des points abordés que dans le choix de ces points[7].

Pendant l'extrait de séance visionné, les élèves résolvaient des exercices sur la numération décimale. C'est donc ce thème mathématique qui a été traité lors des entretiens, notamment dans deux domaines particuliers : distinction chiffre et nombre et tableau de numération.

Au niveau didactique, dans tous les groupes, le « PE2 » a été interrogé sur les objectifs visés et la justification des exercices choisis en fonction de ces objectifs. En outre, la stagiaire filmée avait imposé l'utilisation d'un tableau de numération alors que, visiblement, les élèves ne le connaissaient pas et n'en voyaient pas la pertinence : les formateurs en ont donc parlé.

Autres points souvent abordés : la prise en compte des réponses et des procédures des élèves, le rôle de la correction.

Enfin, dans le champ de la pédagogie, le décalage entre « l'autonomie » annoncée des élèves et les longues interventions de l'enseignante auprès d'eux a paru évident à tous, d'où des questions sur l'autonomie, parfois doublées d'interventions sur le travail de groupe et/ou l'aide aux élèves en difficulté.

[7] L'entretien réel avait traité sensiblement des mêmes questions.

3. L'ATTITUDE DU FORMATEUR

3.a. Le climat de l'entretien

Lors du retour sur le vécu des groupes pendant le « jeu », la plupart des participants paraissaient satisfaits, l'entretien s'étant, pour eux, déroulé dans une ambiance sereine. Cependant, quelques-uns ont fait part d'un certain malaise :

Des « PE2 » se sont sentis « agressés » par le « formateur » : ils n'ont eu d'autre possibilité que de défendre âprement leurs choix et de justifier leur séance, sans pouvoir entendre les « reproches » qui leur étaient faits.

Inversement, certains « formateurs » ont été déroutés par le manque d'initiative et de répondant du « PE2 » : celui-ci semblait seulement en attente de remarques et de conseils et essayait de deviner les réponses attendues par le formateur sans chercher à faire valoir son propre point de vue.

Se référant à leurs diverses expériences, les participants à l'atelier ont rappelé qu'il existe effectivement plusieurs types de PE2 : certains sont toujours sûrs d'eux alors que d'autres remettent en cause tout ce qu'ils ont pu faire. Lors d'un entretien réel, le formateur doit donc adapter son discours aux réactions du stagiaire, tant sur la forme que sur le fond. Cependant, si l'on souhaite que l'entretien se déroule sereinement, il paraît important d'adopter dès le départ une attitude plutôt bienveillante : une écoute empathique peut éviter les malentendus et n'exclut pas les prises de position fermes sur les points qui nous paraissent essentiels.

3.b. Ecouter et dire

L'entretien de visite donne généralement lieu à une évaluation, mais, même dans ce contexte, nous souhaitons qu'il puisse être également formateur. D'où une double contrainte : écouter le stagiaire pour le comprendre et pouvoir répondre à ses demandes, mais aussi dire ce que l'on pense de la séance observée.

Il est alors préférable d'éviter deux attitudes extrêmes :

La première consisterait à laisser au stagiaire la maîtrise de l'entretien, soit par trop grand souci d'être « à l'écoute », soit parce que le PE2, volontairement ou non, monopolise la parole et oriente son contenu vers des détails sans importance. Il apparaît à l'expérience que le modèle « entretien d'explicitation » de Vermersch[8], que l'on peut utiliser dans le cadre d'analyse de pratiques professionnelles, n'est pas directement utilisable ici, d'une part en raison de la fonction évaluative de la visite, d'autre part car la durée de l'entretien est en général trop limitée. Ces contraintes extérieures imposent donc au formateur de savoir reprendre la parole et décider du thème abordé.

A contrario, inonder le stagiaire de remarques et de conseils indépendamment de ce qu'il pense peut aussi être totalement inefficace et provoquer chez le stagiaire des attitudes peu constructives. Par exemple :

- Le stagiaire ne reconnaît pas ses insuffisances : il se braque devant les remarques et ne comprend pas les conseils (ou n'en voit pas l'utilité) ;
- Il se sent dépassé par sa classe et l'enseignement : les remarques le découragent encore davantage et les conseils lui paraissent inaccessibles ;
- Sa conception de l'enseignement est aux antipodes de celle du formateur : malgré son éventuelle bonne volonté, il ne comprend pas les tenants et les aboutissants de ce qu'on lui dit.

[8] VERMERSCH P., *L'entretien d'explicitation*, Paris, ESF, 1994

Il paraît donc important, dans tous les cas, de veiller à établir un véritable dialogue : l'écoute du stagiaire permet à la fois de le mettre en confiance et de mieux savoir où il se situe dans ses connaissances et ses conceptions. Par ses réponses et ses relances, le formateur peut alors aborder tous les points qu'il estime primordiaux tout en aidant le stagiaire à progresser.

ANNEXE 1

Fiche de préparation fournie par la stagiaire

DOMAINE : Mathématiques : numération. NIVEAU : CM2
NOMBRE D'ELEVES : 13 DATE : 18 octobre

OBJECTIF DE LA SEQUENCE : Connaissance des nombres entiers naturels : désignations orales et écrites ; ordre. Dernière séance avant évaluation.

COMPETENCE(S) DE LA SEANCE : Utiliser ses connaissances pour résoudre des problèmes.

MATERIEL : fiche exercices

Objectifs	Déroulement	Consignes	Dispositifs Activités des élèves	Rôle du maître	Observations
Utiliser ses connaissances.	Marquer date + numéro sur le cahier Recherche sur le cahier d'essais	« Vous avez 6 exercices. Vous lisez chaque énoncé en entier, puis vous cherchez la solution sur votre cahier d'essais. Vous pouvez vous aider du tableau de numération. Quelques rappels : ... Je travaille avec le groupe 1 ce qui signifie quoi ? Nous sommes bien d'accord, je ne dois pas avoir à intervenir. »	Travail en autonomie, individuel, par 2 si difficulté	Adapter, relancer, orienter.	Kermesse = fête 1 carnet de timbres = 10 timbres Comportement attendu ! Préciser les aides possibles : utiliser le tableau de numération. Corriger quand je le juge nécessaire + quand disponibilité.

ANNEXE 2

Fiche d'exercices donnée aux élèves

NUMERATION

1 . Pour la kermesse, on a commandé 4300 assiettes qui se vendent par paquets de 100.
Combien de paquets a-t-on inscrits sur le bon de commande ?

2 . Pour souhaiter la bonne année, la famille Vilbert a écrit 47 cartes de vœux.
Combien de carnets de timbres a-t-elle achetés ?

<u>Rappel</u> : un carnet de timbres = 10 timbres.

3 . Les pochettes plastifiées perforées se vendent par lot de 10 ou par lot de 100. Monsieur Dupont a besoin de 4820 pochettes pour son entreprise. Combien de lots de 100 et de lots de 10 va-t-il acheter ?

4 . J'ai 621 dizaines, la somme de mes chiffres est 9. Qui suis-je ?

5 . - Combien y-a-t-il de centaines dans 32 milliers ?
- Dans 50 dizaines, combien y-a-t-il de centaines ?

6 . - Dans le nombre 73 458 :
- Quel est le chiffre des centaines ?
- Quel est le nombre de dizaines ?
- Quel est le nombre de centaines ?

ANNEXE 3

Affiches produites par les groupes pendant l'atelier

Affiche 1

Points abordés dans l'entretien :

- Analyse par la PE de sa séance ;
- Type de séance ;
- Objectifs de la séance ;
- Gestion de la séance (autonomie) ;
- Rôle de la correction : résultats procédures ;
- Intérêt de la diversité des procédures ;
- Faut-il imposer une procédure ?
- Quelles aides aux élèves en difficulté ?
- Prise en compte des propositions par rapport au questionnement des élèves ;
- Conclusion :
  - Bilan a) pas d'aide aux élèves
    b) enjeux de la correction
    c) gestion de classe
  - Conseils a) reformulation (intérêt par rapport au moment)
    b) correction (gestion)
  - Relevé des points positifs.

Affiche 2

NB : « Tu » ou « vous » ?

- Introduction : Remerciements ; demande le vécu à chaud
- Demande des objectifs :
  - Rupture (question prévue : choix des exercices et autres questions sur les exercices) ;
  - Demande des procédures
    Conseil : ouverture sur les choix des procédures.
- Aspects pédagogiques :
  - Gestion de classe ;
  - Organisation de la classe
    Conseil : autre constitution des groupes dans un autre cadre ;
  - Points positifs abordés ;
  - Réflexions sur l'autonomie
    Conseil : jouer l'autonomie « à fond » ;
- Réflexion sur la validation :
  Conseils : mise en scène de l'élève au tableau, ... ;
- Retour sur l'aspect mathématique des exercices ;

  ...
- Bilan formatif :
  - Points positifs ...
  - Points à travailler.

Affiche 3

Points abordés :

- Impressions générales du PE sur sa séance ;
- Pourquoi deux groupes ? Et après ... échanges ?
- Quels objectifs ?
- Utilisation du tableau de numération ;
- Connaissance nombre-chiffre ;
- Place et rôle de la séance ;
- Correction : quels élèves ?
- Quelle prise d'informations sur le réel ?
- Choix des procédures ?
- Retour sur le tableau de numération ?

Points non abordés :

- Fiche de préparation ?
- ...

Affiche 4

- Retour sur la séance :
  - Préparation, intention ;
  - Ce qui s'est passé (selon le PE) ;
  - Décalage ;
- Appui sur les réponses du PE, pour soulever quelques problèmes :
  - Consignes ;
  - Organisation de la classe ;
- Points précis mathématiques et didactiques :
  - « Imposition » du tableau de numération ;
  - Prise de position critique ;
  - Faire expliciter des solutions par le PE et **conseils** ;
- Points positifs :
  - Faire expliciter ;
  - Faire reformuler ;
  - Les différentes procédures ;
- Retour sur l'ensemble

Peut-être ensuite, faire reformuler par le PE le bilan de la visite :

a) Les points à améliorer ;

b) Les points positifs.

Affiche 5

Début : le ressenti de la séance

1. Gestion de la classe

   du tableau, de la prise en compte des procédures des élèves, des paroles.

2. Objectifs de la séance

   choix des exercices, de leur progression et difficulté, des aides à apporter, imposer ; exercice 4 : son choix ? Choix du nombre ?

3. Travail en groupe

   Pourquoi ? A-t-il été effectif ?

4. Adéquation de la préparation IUFM et des besoins ressentis

Fin : que changer ?

Affiche 6

Points abordés :

- Objectifs de la séance ;
- Place de la séance dans la séquence ;
- Evaluation : qui et sur quoi ?
- Prise en compte des procédures des élèves : exercices 1, 2, 3 ;
à partir de l'exercice 4 ;
- « Tableau de numération » : pourquoi et quand ?
- Appropriation du document ;
- Distinction chiffre et nombre ;
- Diverses écritures pour un même nombre ;
- Organisation choisie : autonomie
travail collectif
mise en commun.

Conseils :

- Gestion du tableau ;
- Rigueur dans les écritures et le vocabulaire utilisé ;
- Objectifs des corrections.

Bilan de l'entretien avec le PE2 (non mené à terme).

Affiche 7

1. Recherche d'analyse spontanée (ou constat) :
   Pas de réponse (silence).
2. Questionnement très orienté :
   - Objectifs ;
   - Repérage des difficultés dans les productions écrites ?
   - Tableau de numération : aide ? obligatoire ? sa place dans le programme ?
   - Traces écrites à la fin de la séance ?
   - Choix des exercices ?
   - Retour sur le tableau de numération qui semble spécifique aux exercices « non concrets ».
3. Conclusion :
   - Bilan : contenu, aide
   - Conseils (points précis à travailler).

Affiche 8

Plan abordé :

- Gestion du groupe-classe (encouragements) ;
- Objectif(s) de la séance ;
- Analyse des choix : - constitution des groupes,
- rôle de l'enseignant,
- élèves interrogés,
- choix des exercices,
- gestion de la correction ;
- Chiffre et nombre ;
- Conformité au programme.

Difficultés, prises de décision :

- Souvent abandon de la piste : la PE n'analyse pas sa séance.
- Contrat didactique : la PE quête l'attente de la PIUFM.
- La PIUFM impose un jugement.

Affiche 9

1. Questions générales (moment de transition, mise en confiance) :
   La classe, les élèves, l'école, le quartier.
2. Rappel des objectifs :
   Précision, compléments par rapport à la fiche de préparation.
3. Les objectifs ont-ils été atteints ? Justifier.
   Mise en évidence avec la stagiaire :
   - des points positifs, pourquoi ?
   - des points négatifs, pourquoi ? et si c'était à refaire (utilisation du tableau de numération ; exploitation des procédures des élèves ; gestion du tableau noir ; attitude du PE qui lit, donne des explications ; synthèse) ;
   - des régulations.
4. Bilan de l'entretien :
   Qu'avez-vous retenu de cet entretien ?
   (Quelles recommandations à un autre PE2 ?)

ANNEXE 4

L'entretien réalisé après la séance (extraits)

0'00 Quels étaient les objectifs ?

Alors, pour le groupe 1, c'était comprendre le sens de l'addition et de la soustraction, confronter ses résultats et argumenter, et pour le groupe 2, c'était la connaissance des nombres entiers naturels, tout ce qui était numération et c'était un réinvestissement : utiliser ses connaissances ...

0'35 Donc le groupe 2 ça venait après quelle(s) séance(s) ?

Après tout le travail sur la numération, donc la désignation orale des nombres, l'écriture des nombres, l'ordre aussi, c'était surtout la fin de la séquence sur la numération.
Donc les exercices étaient destinés à quoi ?
À réinvestir
À les entraîner ?
Oui, mais dans d'autres situations.

1'14 Et le groupe 1 alors, l'addition-soustraction ?

Donc là, c'était la première séance, c'était pour revoir le sens des opérations.
Et donc sous quelle forme ?
C'était avec des problèmes, situations-problèmes, essayer de voir dans quelle condition je fais une addition, une soustraction, pourquoi, une addition à trous ...

1'47 Par rapport à l'organisation générale de la séance, vous m'aviez dit au début que normalement y avait un groupe 2 en autonomie et un groupe 1 qui travaillait avec vous

Oui
Là, d'après la façon dont vous l'avez mis en place, ça a correspondu à ce que vous aviez prévu ?
Oui, sauf que en fait, comme il fallait aussi que je corrige quand même les exercices avec le groupe 2, donc j'étais un peu à cheval sur les deux groupes.

2'15 Vous avez dit « il fallait que je corrige » : qu'est-ce qui ...

C'est important de corriger quand ils sont en train de faire plutôt que de repousser à une séance ultérieure.
Et corriger, qu'est-ce que ça signifie pour vous ? pourquoi c'est important de corriger ?
Parce que déjà ils savent de quoi on parle, ils se souviennent et de ... d'identifier de suite les erreurs.
Et il y en avait des erreurs ?
Il y en avait quelques unes mais pas énormément.
Et si personne se trompe, ça sert à quoi de corriger ?
Pas à grand-chose ...
Qu'est-ce qui fait que vous avez décidé ? Vous aviez prévu au départ que vous corrigeriez les exercices au fur et à mesure qu'ils les faisaient ?
Oui voilà.
Donc ce n'était pas un groupe réellement en autonomie ?
Non, pas vraiment.

3'11 On va rester sur le groupe 2 et après on reviendra sur le groupe 1. Quand vous avez décidé de corriger le 1er exercice, qu'est-ce qui justifie que c'est à ce moment-là que vous avez ... qu'est ce qui fait que là vous avez dit : « on va corriger l'exercice 1 » à ce moment-là ?

Parce qu'en fait j'ai vu un enfant, Jérémie, j'avais pas trop compris ce qu'il avait fait, enfin j'ai vu rapidement et en fait je me suis rendu compte plus tard, je croyais qu'il avait pas compris justement, j'avais vu des choses avec des paquets de mille donc je me suis posé une question. Sur le moment en fait j'ai pas vu qu'après il a repris et qu'il s'est corrigé lui-même. Mais en voyant en fait j'ai cru qu'il avait pas tout à fait compris, donc ...pour essayer de voir où il en était et par rapport aux autres.
Donc la correction était justifiée par le fait que vous aviez vu un enfant que vous pensiez qu'il n'avait pas compris, et ce que vous souhaitiez c'était qu'il puisse comprendre pour pouvoir réussir cet exercice ?
Oui et en fait je me suis rendue compte ...
En fait il avait compris.
C'était moi qui ...

4'20 Et qu'est ce qui était attendu comme type de réponse pour chacun de ces exercices sur la numération ?

Comme type de réponse ?

Oui parce que ...le premier enfant il vous a dit : « ça fait 47 ».
43, oui.
43, et puis ça a duré longtemps encore, après que vous ayez eu ce 43.
Oui parce que je voulais qu'ils m'expliquent comment ils avaient fait pour trouver le résultat, leur raisonnement.
Leur raisonnement. Et quels types de raisonnement est-ce que vous attendiez ? Quels types de procédure vous escomptiez qu'ils utiliseraient ?
En fait au début je pensais qu'ils allaient plus utiliser le tableau de numération, et en fait c'était déjà bien dans la décomposition en puissances de 10.
Et pour vous le tableau de numération aurait été une aide plus simple.
Oui.
En fait ils étaient au-delà de ce que vous pensiez.
Oui, parce qu'en fait, c'est vrai que c'était la dernière séance. J'aurais dû, enfin je pensais qu'ils auraient plus de mal en fait.
Et donc en utilisant le tableau ça les aiderait.
Oui.

5'41 *Et par rapport au dernier exercice, quand vous avez corrigé l'exercice 4, vous avez dit « là, on va utiliser le tableau »*
Oui, parce que je savais pas trop comment expliquer.
Et est-ce qu'il y avait pas déjà des enfants qui l'avaient déjà fait ?
Non.
Aucun ?
Non, j'ai pas vu.
Est-ce que vous vous êtes assurée qu'aucun ne l'avait fait ?
Quand je suis passée, j'ai pas vu, mais il faudrait que je re-regarde.
D'accord. Donc vous avez pensé que, en leur proposant ce tableau, ça les aiderait à faire, parce qu'ils avaient bloqué sur celui-là.
Oui.

6'15 *Alors, les tableaux de numération ne sont pas forcément une aide : c'est une aide pour nous, avec nos connaissances, nous ça nous aide parce que c'est du systématique, c'est vrai que pour eux, si c'est trop systématique, ça peut devenir des automatismes où ils vont savoir faire des choses mais sans rien comprendre, donc effectivement, c'est pas ... Normalement, le tableau de numération il vient après ce travail qu'ils ont fait avec les décompositions.*
Ah d'accord.
C'est pas qu'ils avaient déjà passé le stade du tableau, c'est que, ils ont pas encore, ils ne maîtrisent pas encore suffisamment pour voir l'intérêt d'utiliser ce tableau dans la mesure où les centaines et les dizaines leur semblent évidentes déjà avec l'écriture des nombres. Par contre, c'est vrai que du coup, ça coinçait pour l'exercice 4.

6'54 *Le choix des exercices : vous les avez choisis comment ?*
En fait, j'avais plusieurs exercices, donc suivant ce que je les sentais capables de faire, les difficultés et puis une diversité. Vu que c'était un réinvestissement, voir s'ils savaient s'adapter à un problème

7'18 *Qu'est-ce que vous pensez qu'ils ont appris pendant cette séance ? Est-ce qu'ils ont appris des choses ? Est-ce qu'ils maîtrisent mieux certaines idées ?...*
Je pense que cela leur a permis de, pas d'approfondir mais d'être bien clairs avec leurs connaissances, ça a remis certainement des choses ... à leur place.
Je sais pas comment dire ... C'est plus clair.
Est-ce qu'il y a eu des difficultés dans cet exercice ? Est-ce que vous en avez senti qui étaient en difficulté ?
Non, pas vraiment.
Aucun ?
Y en a peut-être ... Himène peut-être un petit peu ... et Ali ... Sinon, ça allait.

8'13 *Comment vous avez choisi les enfants que vous avez interrogés ?*
Ça dépendait parce que c'est vrai qu'au début j'ai choisi Jérémie parce que j'ai cru qu'il s'était trompé, mais après comme j'avais pas le temps de trop regarder ce qu'ils faisaient, suivant s'ils étaient beaucoup avancés ou pas, suivant aussi ceux que j'ai pu remarquer qui avaient plus ou moins de difficultés, essayer de choisir ceux-là plutôt que les autres.

8'43 *Est-ce que vous savez comment vous vous assurez à la fin d'une correction ou au début des consignes que tout le monde va pouvoir continuer ou que tout le monde est au clair ? Quelle question est-ce que vous posez aux*

enfants, aux élèves, à la fin d'une mise en commun, d'un travail collectif, pour être sûre que tout le monde a compris ?
Je sais pas si je dis quelque chose mais ... on va poser la question ... Je vois pas ...
A chaque fois, vous demandez « est-ce que ça va ? est-ce que tout le monde a compris ? est-ce que tout le monde est d'accord ? »
Oui.
Qu'est-ce que vous avez tout le temps comme réponse ? Ou presque tout le temps ?
« Oui. »
Oui.
Oui. Enfin ...
Qu'est ce qu'on peut ...
Oui, qu'ils expliquent en fait ce qu'ils ont compris ...
Oui, pas nécessairement, mais c'est vrai que la façon de dire « est-ce que tout le monde est d'accord ? », ça attend des « oui », et c'est plus difficile de dire « non ». Ceci dit, ils l'ont fait, on sent que c'est des enfants qui ont vraiment l'habitude d'argumenter parce que vous avez quand même eu des « non ». Himène notamment, elle disait quand même non quand elle avait pas trouvé ça. Mais le « est-ce que tout le monde a trouvé ça ? » induit le « oui » et peut induire le silence chez ceux qui n'ont pas trouvé. Par contre « qui a trouvé autre chose ? » permet aux enfants d'intervenir.
D'accord.

10'20 Est-ce que vous avez d'autres remarques par rapport à ce qui s'est fait dans ce groupe 2 ?
Non. Enfin je pense que j'ai quand même un peu mal géré mon temps parce que y en avait qui avaient fini très tôt en fait, et du coup j'étais un peu coincée avec les autres et après je suis revenue pour corriger mais je pense que j'aurais peut-être dû mettre d'autres exercices même s'ils les faisaient pas pour certains qui allaient vraiment vite.
Donc vous pensez que vous auriez du prévoir davantage sachant que certains vont très vite.
Oui. Mais je pensais qu'ils auraient plus de mal aussi ...
Et sinon dans la classe sans arrêt vous allez être confrontée à des enfants avec des différences de vitesse dans l'exécution, vous pouvez pas prévoir sans arrêt 30 exercices sous prétexte qu'il y en a qui en font 25 pendant qu'il y en a qui en feront 5.
Oui. Oui, ou peut-être pour ceux qui avaient fini plus tôt, aller aider quelqu'un qui est en difficulté ou ...

11'18 A un moment quand vous avez vu un enfant qui ne faisait rien , vous êtes intervenue : vous vous souvenez de comment vous êtes intervenue ?
Je sais plus exactement ce que j'ai dit, de comparer ses résultats avec sa voisine, parce qu'ils avaient tous les deux terminé.
Vous avez eu un premier réflexe qui était : « c'est pas parce que tu as fini qu'il faut rien faire », et « ben relis-toi ». C'est vrai que « relis-toi » c'était un peu ... Mais là vous avez tout de suite bien ... vous vous êtes rendue compte que ça n'allait pas « relis-toi » et donc, « on peut comparer avec le voisin ». C'est vrai que c'est quelque chose que vous pouviez déjà mettre en place, c'est-à-dire que votre présence n'était pas forcément, dans la mesure où les élèves y arrivaient, apparemment, à part Himène qui effectivement a eu des difficultés, sur laquelle il faudrait revenir, les autres, ça roulait ... Donc le fait de les faire travailler individuellement ça se défendait, c'était pour que chacun se ré-entraîne et voir un petit peu ce qu'ils peuvent faire, mais à partir du moment où ça avait été, la comparaison des résultats, ils pouvaient la faire tout seuls, vous n'aviez pas nécessité d'être présente. Et puis d'autre part dans une classe, quand on a la classe toute la journée, il y a souvent autre chose à faire, c'est-à-dire que les enfants très vite apprennent à être autonomes, et ceux qu'ont fini dans une tâche ils peuvent faire autre chose, ça veut pas dire faire n'importe quoi mais ça veut dire qu'il y a moyen de les occuper à autre chose même si on est censé être en maths ...

[...]

29'29 Voilà. Donc si vous deviez récapituler, qu'est-ce que vous retenez par rapport à cette séance de ce qu'on peut en améliorer ?
Déjà par rapport à mes réactions : les faire plus participer, profiter qu'ils aient envie de participer et puis être moins catégorique sur ce qui est faux, et ce qui ne l'est pas. Oui, je pense que j'aurais dû tenir plus compte de ce qu'ils avaient fait pour le groupe 2, passer peut-être moins de temps à corriger et j'aurais pu faire un autre exercice ou les faire comparer leurs résultats plutôt ensemble. Et pour le groupe 1 ne pas introduire non plus d'opérations qui sont pas justifiées en fait.
Oui, qui ne venaient pas quoi, qui venaient pas spontanément. Et dans la mesure où le groupe 1 est normalement un groupe qui a plus de mal, peut-être être plus présent avec eux. Pas forcément en les aidant mais en étant encore plus présent, donc c'est vrai en passant moins de temps avec le groupe 2.
Mmm, d'accord.

ATELIER D

Titre : Analyse de manuels scolaires sur la division euclidienne

Auteurs : Gaby LE POCHE (IUFM de Bretagne- IREM de Rennes),
Catherine TAVEAU (IUFM de Paris- IREM Paris VII)

Date : novembre 2004 (Draguignan).

Résumé L'atelier propose.de montrer comment mener une exploitation de manuels scolaires sur un thème, ici la division euclidieenne au cycle 3.

I. PRESENTATION DE L'ATELIER

Au cours de cet atelier, les participants sont amenés à analyser des manuels de quatre collections : « Cap Maths » (Hatier), « Nouvel Objectif Calcul » (Hatier), « Diagonale » (Nathan) et « J'apprends les maths » (Retz) de CE2, CM1 et CM2, selon une grille d'analyse fournie par les animateurs.

Chaque stagiaire dispose d'un ouvrage de niveau déterminé (livre de l'élève et livre du maître).

L'atelier se déroule en deux temps bien distincts :

- apporter aux participants les informations concernant le vocabulaire utilisé dans les rubriques de la grille d'analyse ;
- effectuer une analyse des manuels concernés.

Pour découvrir les trois manuels d'une même collection, l'analyse s'effectue en trois phases :

Phases	Structure pédagogique Pour un groupe de 24 personnes (4 collections, 3 niveaux, 2 personnes par ouvrage)	Objectif	Tâche
Première phase	Par binôme sur un même manuel scolaire. *Exemple* : les 6 personnes pour la collection « Cap Math » se répartissent en une doublette pour le CE2, une doublette pour le CM1 et une doublette pour le CM2.	Débuter une analyse fouillée de l'ouvrage pour se l'approprier et découvrir les situations proposées dans le cadre d'une progression-programmation sur la division euclidienne.	Remplir par personne les différentes rubriques de la grille proposée.
Deuxième phase	Pour la deuxième phase, les doublettes se séparent pour former deux groupes A et B, constitués chacun des trois personnes (CE2+CM1+CM2). Les groupes A et B travaillent en parallèle et de façon séparée, sur une	Pour une collection déterminée, rendre compte de l'évolution des procédures tout au long du cycle et de la technique opératoire retenue.	Produire un écrit de communication renseignant sur l'évolution des procédures et sur la technique

	même collection. Les 3 personnes d'un même groupe sont issues des doublettes ayant étudié les ouvrages de CE2, CM1 et CM2.		retenue.
Troisième phase	Synthèse en grand groupe.	Mettre en évidence les choix différents opérés par les différentes collections.	Présenter les analyses à l'aide du transparent.

II. LE POINT SUR LE VOCABULAIRE EMPLOYE DANS LA GRILLE PROPOSEE

2.1 La typologie de VERGNAUD[9]

Quatre grandes classes de problèmes de proportionnalité simple

<table>
<tr>
<td>
<table>
<tr><th>G1</th><th>G2</th></tr>
<tr><td>1</td><td>a</td></tr>
<tr><td>b</td><td>?</td></tr>
</table>
La multiplication
</td>
<td>
<table>
<tr><th>G1</th><th>G2</th></tr>
<tr><td>1</td><td>?</td></tr>
<tr><td>b</td><td>c</td></tr>
</table>
La division partition
</td>
</tr>
<tr>
<td>
<table>
<tr><th>G1</th><th>G2</th></tr>
<tr><td>1</td><td>a</td></tr>
<tr><td>?</td><td>c</td></tr>
</table>
La division quotition
</td>
<td>
<table>
<tr><th>G1</th><th>G2</th></tr>
<tr><td>a</td><td>b</td></tr>
<tr><td>c</td><td>?</td></tr>
</table>
La quatrième proportionnelle
</td>
</tr>
</table>

Exemples[10] *:*

<table>
<tr>
<td>
Un nageur parcourt 2 400 m dans une piscine. La longueur du bassin est de 50 m. Combien de longueurs de bassin le nageur doit-il parcourir ?
<table>
<tr><th>Cardinal
Nombre
de bassins.</th><th>Longueur
en mètres.
Distance
parcourue.</th></tr>
<tr><td>1</td><td>50</td></tr>
<tr><td>?</td><td>2400</td></tr>
</table>
Il s'agit d'une division quotition.
Les procédures additives ou soustractives ont du sens. (50m + 50m pour 2 longueurs de bassin parcourues ou 2400m – 50m pour une longueur de bassin)
</td>
<td>
Une école commande des livres de mathématiques. Il faut payer, en tout 2703 F pour les 53 livres commandés. Quel est le prix d'un livre de mathématiques ?
<table>
<tr><th>Cardinal
Nombre
de livres.</th><th>Prix en
francs.
Somme
payée.</th></tr>
<tr><td>1</td><td>?</td></tr>
<tr><td>53</td><td>2703</td></tr>
</table>
Il s'agit d'une division partition.
Les procédures additives ou soustractives sont peu significatives. (exemple : 2703 – 53 un prix et un cardinal …)
</td>
</tr>
</table>

[9] Réf : Le Moniteur de mathématiques Nathan 2004.
[10] Réf : La division en formation initiale Concertum tome 2 ARPEME 2003

2.2 Le type de séquence

Voici différents types de séances que l'on peut repérer dans les manuels.

Approche ou *première rencontre* : pour une aide à un diagnostic.

Construction : pour faire acquérir une connaissance.

Consolidation : - pour entraîner la connaissance dans le même contexte ou en dehors de tout contexte ;
- pour réinvestir la connaissance dans un autre contexte.

2.3 Les différentes procédures[11]

Il est possible de définir plusieurs niveaux de procédures et plusieurs types de calculs.

NIiveaux	Niveau 1 Simulation de l'action	Niveau 2 Calculs	Niveau 3 Calculs experts
Procécures et types de calcul	Matériel Dessins Représentations	Calculs additifs Calculs soustractifs Calculs multiplicatifs Calculs mixtes	• Procésures canoniques (deux raisonnements). **C1** : recherche des meilleurs multiples du diviseur ; *ou* **C2** : partage des groupements de numération composant le dividende. • Calculs pensés

Présentation des deux procédures canoniques.

<u>*Procédure 1*</u> *: recherche des meilleurs multiples du diviseur à chaque étape du calcul.*

Cette procédure s'appuie sur les procédures multiplicatives spontanées des élèves qui ont du sens dans le cadre des situations de type division partition comme de type division quotition.

Exemple de la division euclidienne de 6658 par 27.

Au CM1

$100 \times 27 < 6658 < 1000 \times 27$

Cette inégalité permet d'anticiper le nombre de chiffres au quotient euclidien.

En général, l'enseignant fournit à l'élève le tableau des multiples du diviseur.

1	*27*	*10*	*270*	*100*	*2700*
2	*54*	*20*	*540*	**200**	**5400**
3	*81*	*30*	*810*	*300*	
4	*108*	**40**	**1080**	*400*	
5	*135*	*50*	*1350*	*500*	
6	**162**	*60*	*1620*	*600*	
7	*189*	*70*	*1890*	*700*	
8	*216*	*80*	*2160*	*800*	
9	*243*	*90*	*2430*	*900*	

[11] Rencontres pédagogiques n° 4 (1984) Comment font-ils ? L'écolier et le problème de mathématiques » (publication I.N.R.P.)

L'égalité caractéristique traduit les calculs effectués :
6658 = (27 x 246) + 16.

	6 658	27
-	5 400	200
	1 258	+
-	1 080	40
	178	+
-	162	6
	16	246

Au CM2

$100 \times 27 < 6658 < 1000 \times 27$ (3 chiffres au quotient euclidien).

L'élève est amené à reconstruire partiellement les tableaux de multiples en s'appuyant sur **les propriétés de linéarité.**

1	*27*	*10*	*270*	*100*	*2 700*
2	*54*	*20*	*540*	**200**	**5 400**
4	*108*	**40**	**1 080**		
6	**162**				

	6 658	27
-	5 400	246
	1 258	
-	1 080	
	178	
-	162	
	16	

6658 = (27 x 246) + 16.
L'égalité caractéristique permet également de vérifier la justesse des calculs.

<u>Procédure 2</u> : partage des groupements de numération dividende

Cette procédure est peu naturelle et doit être enseignée aux élèves.

Elle suppose une bonne compréhension de la numération et a plus de sens dans le cadre de situations de type division partition.

Au CM1

En général un seul chiffre au diviseur.
Exemple de la division euclidienne de 346 par 3 :
346 = (115x3) + 1

	C	D	U			
	3	4	6			3
-	3			C	D	U
	0	4		1	1	5
-		3				
		1	6			
-		1	5			
			1			

Au CM2

	M	C	D	U			
	6	6	5	8		2	7
-	5	4			C	D	U
	1	2	5		2	4	6
-	1	0	8				
		1	7	8			
-		1	6	2			
			1	6			

6 658 = (27 x 246) +16

III. L'ANALYSE DES MANUELS. PRODUCTIONS DES STAGIAIRES.

Quelques productions de stagiaires ont été reprises pour être éventuellement complétées et réorganisées. Elles constituent une synthèse partielle des travaux des différents groupes.

Les termes employés correspondent au travail effectif des groupes et peuvent être discutés. Nous ne reproduisons ici que les synthèses pour chaque collection et ne laissons en annexe que le contenu des grilles pour la collection de « Cap maths » à titre d'exemple.

3.1 « CAP MATHS » Hatier

Analyse sommaire de la progression programmation concernant la division euclidienne - évolution des procédures : vers la technique opératoire.

CE2

- Addition itérée du diviseur (6 et 10) : conduire les élèves à utiliser des multiplications du diviseur par 10 ou 100.
- Calcul réfléchi : trouver combien de fois un nombre est contenu dans un nombre donné
- Utilisation des résultats des « tables » et des multiples du diviseur. Sinon :
  - utilisation du matériel ,
  - schématisation,
  - essai de produits et ajustements,
  - utilisation de la moitié.

CM1

Période 2 : Division quotition :

* utilisation du matériel par un groupe témoin
* schématisation
* addition ou soustraction itérée de 6 ou d'un multiple de 6
* essai de produits et ajustements
* combinaison de ces procédures

- Idem avec le diviseur 26 avec utilisation de la touche de la calculatrice pour vérifier.

Période 3 : Division partition

* Progression identique.

Période 5 : Technique opératoire

* Partage des groupements de numération
* Utilisation de la « disposition avec potence »

3.2 « LE NOUVEL OBJECTIF CALCUL » Hatier

Analyse sommaire de la progression programmation concernant la division euclidienne - évolution des procédures : vers la technique opératoire.

CE2

En quatre séances, on passe d'une procédure matérielle avec des petits nombres, à une procédures de soustractions de multiples du diviseur avec de grands nombres.
Symbolisation : a = (b x q) + r.
Disposition : soustractions successives.

CM1 (en huit séances et en trois étapes)

Etape 1 : procédures libres.
Etape 2 : optimisation de la technique de soustraction des multiples du diviseur.
Etape 3 : enseignement de la disposition traditionnelle à l'aide de la potence (technique des meilleurs multiples) et découverte d'autres techniques en usage.
Exemple 4732 ⊢ 16
16 x 100 < 4732 < 16 x 1000 donc 3 chiffres pour le quotient euclidien.

16 x 1 = 16	les centaines		4	7	3	2	1	6		
16 x 2 = 32	2 centaines de fois 16	-	3	2	0	0	2	9	5	
16 x 3 = 48	les dizaines		1	5	3	2				
16 x 4 = 64	9 dizaines de fois 16	-	1	4	4	0				
16 x 5 = 80	les unités			0	9	2				
16 x 6 = 96	5 fois 16			-	8	0				unités
16 x 7 = 112					1	2			dizaines	
16 x 8 = 128							centaines			
16 x 9 = 144										

CM2

Redécouverte des différentes techniques de division euclidienne puis mise en œuvre dans un problème complexe.

3.3 « DIAGONALE » Nathan

Analyse sommaire de la progression programmation concernant la division euclidienne - évolution des procédures : vers la technique opératoire

CE2

L'objectif est d'aller vers une technique de la division posée : celle des « meilleurs multiples à chaque étape des calculs ».

Dans les situations, les élèves utilisent des procédures soustractives, additives et multiplicatives.

L'enseignant leur enseigne la disposition :

	5	9	7		4		
-	4	0	0	1	0	0	(100 x 4 = 400)
	1	9	7				
-	1	6	0	+	4	0	(40 x 4 = 160)
		3	7				
	-	3	6	+		9	(9 x 4 = 36)
			1	1	4	9	

Symbolisation : a = (b x q) + r
Disposition : soustractions successives.
Situation de référence : distribution de cartes 1 à 1 et mise en tableau

CM1 (en huit séances et en trois étapes)

- Première étape : recherche du nombre de chiffres du quotient euclidien par un encadrement.

Nouveauté : la somme des quotients intermédiaires n'est plus posée.
Encadrement : 4 x 100 < 597 < 4 x 100O ; il y a donc 3 chiffres au quotient euclidien.

	5	9	7		4	
-	4	0	0	1	4	9
	1	9	7	c	d	u
-	1	6	0			
		3	7			
	-	3	6			
			1			

CM2 (en huit séances et en trois étapes)

Nouveautés :
- le diviseur a jusqu'à 3 chiffres,
- le nombre de chiffres au quotient euclidien est anticipé,
- les meilleurs multiples semblent fournis par la calculatrice.

3.4 « J'APPRENDS LES MATHS» Retz

Analyse sommaire de la progression programmation concernant la division euclidienne - évolution des procédures : vers la technique opératoire

CE2

L'objectif est de parvenir en fin d'année à une technique posée : utiliser la décomposition canonique du nombre entier et partager successivement les centaines, dizaines et unités avec un appui sur une schématisation.

En Atelier de Résolution de Problèmes, apparaît une production d'élève avec la disposition « potence ».

Au début, les pluralités de procédures sont envisagées puis la procédure multiplicative est privilégiée et enseignée.

Il en est de même pour la procédure mixte à partir du milieu de l'année, celle-ci est accompagnée du formalisme : $a = (b \times q) + r$

remplacé très vite par $a : b\ ? \begin{cases} \nearrow q = \\ \searrow r = \end{cases}$

CM1

Une pluralité de procédures est acceptée au départ puis la procédure mixte est privilégiée et institutionnalisée avec le formalisme :

$a : b\ ? \begin{cases} \nearrow q = \\ \searrow r = \end{cases}$ durant le premier quart de l'année.

La technique « potence » est introduite au cours de la quatrième période, pour traiter un problème de division quotition (division par 25) avec un glissement de sens pour revenir un problème de division partition.

Il s'agit donc de la technique des partages successifs des centaines, dizaines et unités. La disposition traditionnelle « potence » est retenue avec repérage des groupements de numération.

CM2

- La technique de la division euclidienne avec 2 chiffres au diviseur est enseignée (repérage du nombre de chiffres au quotient euclidien).

À partir de la décomposition canonique : opérations successives de partage des centaines, dizaines et unités (référence appuyée sur le partage équitable), passage par l'arrondi du diviseur, disposition en potence avec repérages des différents groupements.

Formalisme $a : b\ ? \begin{cases} \nearrow q = \\ \searrow r = \end{cases}$

- Division « avec partage du reste »
- Formalisme $a : b = q + \frac{r}{b}$

IV. CONCLUSION

L'étude des quatre collections permet de mettre en évidence des différents choix proposés par les auteurs en ce qui concerne le symbolisme employé et la technique opératoire retenue.

Ceux-ci diffèrent très nettement d'un ouvrage à l'autre.

Les structures pédagogiques employées lors de cet atelier sont reproductibles avec les professeurs des écoles de deuxième année dans le cadre d'une étude de manuels scolaires.

ANNEXE

« Cap Maths » Hatier - Grilles d'analyse produites par les participants du séminaire

Niveau	Période	Type de séquence	Objectifs du maitre	Typologie de Vergnaud Contexte	Procédures envisagées	Symbolisme Disposition
CE2	1	Première approche	Compter de n en n Vers la notion de multiples	Une situation partition Une situation quotition	Comptage de n en n (de 4 en 4 ou de 5 en 5)	Pas de symbolisme spécifique Pas de disposition particulière. En général, production de l'égalité caractéristique
	2	Approche	Résolution de problèmes en renforçant les procédures multiplicatives	Quotition dans un contexte cardinal	- addition itérée en utilisant des multiples - numération (nombre de dizaines) - multiplication par 10	
	4	Construction	Vers une procédure privilégiée	Quotition puis partition dans un contexte ordinal	- matériel et schématisation - addition itérée (de n en n) **- recours à la multiplication (tables de multiples)**	
	4	Consolidation	Renforcer l'utilisation de multiples sympathiques	Quotition dans un contexte de longueurs	- schématisation - addition ou soustraction itérée - utilisation de la numération dans la division par 10 2416 = (241 x 10) + 6	

ATELIER B

Titre : Fractions et décimaux : analyse de manuels

Auteurs : Gaby LE POCHE (IUFM de Rennes),
Pascale MASSELOT (IUFM de Versailles),
Claire WINDER (IUFM de Nice)

Date : décembre 2005 (Blois).

Résumé Au cours de cet atelier, les participants sont amenés à analyser des manuels de quatre collections : " Cap Maths " (Hatier), " Nouvel Objectif Calcul " (Hatier), " Diagonale " (Nathan) et " J'apprends les maths " (Retz) de CM1 et CM2, selon certaines entrées choisies par les animateurs.

1. PRESENTATION DE L'ATELIER

Pour découvrir les deux manuels d'une même collection, l'analyse s'effectue en deux temps : tout d'abord une appropriation de la progression générale sur le thème proposé dans un niveau (CM1 ou CM2 de la collection), puis un " zoom " concernant plus particulièrement les situations amenant à la comparaison des fractions et des nombres décimaux à travers les deux niveaux (CM1 et CM2).

Pour la mise en œuvre de cette démarche, le premier travail d'analyse concerne des groupes de deux personnes, à raison d'un niveau dans une collection donnée par groupe (soit quatre fois 2 groupes : P1 et P2 pour le CM1 et P'1 et P'2 pour le CM2). Le second temps d'analyse s'effectue sur une même collection, par deux groupes de deux personnes en parallèle : chacun de ces binômes est composé d'une personne ayant analysé le manuel de CM1 et d'une personne ayant analysé celui de CM2 (P1 et P'1 d'une part et P2 et P'2 d'autre part).

Cette organisation " croisée " permet d'abord un gain de temps puisque chaque personne analyse un seul niveau, puis induit des échanges plus riches lors de la mise en commun (par des analyses complémentaires des deux groupes).
À terme, si cette organisation semble efficace, la richesse du champ étudié ici s'est avérée être un facteur pénalisant pour permettre une analyse approfondie des manuels proposés, d'où une certaine frustration chez les participants…

L'atelier s'est déroulé en quatre phases. Tout d'abord, une première phase a consisté en une présentation d'une classification des approches concernant le champ des fractions et des décimaux d'une part, puis de la grille d'analyse, s'appuyant sur celle-ci, des différents manuels d'autre part. La deuxième phase, d'une durée de 40 minutes environ, était consacrée au premier temps d'analyse ; la troisième phase, durant environ 45 minutes, au second temps. La quatrième et dernière phase est une mise en commun rapide suivie d'une courte synthèse des différents travaux des groupes.

Dans ce compte- rendu, nous proposons une présentation du champ des fractions et des décimaux, qui nous conduira à la grille d'analyse commentée utilisée par les participants. Les grandes lignes de la progression des différents manuels sera ensuite donnée, avec pour chacun d'eux un regard plus précis sur les deux situations concernant l'introduction des fractions et des décimaux. Enfin, une dernière partie sera consacrée à la synthèse des travaux des groupes concernant les activités plus particulièrement consacrées à la comparaison des fractions et des décimaux en CM1 / CM2.

2. LE POINT SUR LES INTRODUCTIONS POSSIBLES DES RATIONNELS ASSOCIES A LEURS ECRITURES FRACTIONNAIRES

2.1 Différents aspects du nombre rationnel $\frac{a}{b}$

Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ comme « a $b^{\text{ièmes}}$ » :

Cette signification de $\frac{a}{b}$ est facilitée par la lecture orale en usage : $\frac{2}{3}$ est habituellement lu « deux tiers », $\frac{7}{10}$ lu « sept dixièmes ». On privilégie alors les écritures :

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \quad (2 \text{ fois } \frac{1}{3}) \qquad\qquad \frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{b} + \ldots + \frac{1}{b} \quad (a \text{ fois } \frac{1}{b}) \qquad\qquad \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ comme « a divisé par b » (quotient de a par b), comme le nombre b fois « plus petit » que a :

Cette lecture orale de $\frac{2}{3}$ lu « deux divisé par trois » est très peu utilisée ($\frac{2}{3}$ est parfois lu « deux sur trois »). Cette signification du rationnel privilégie les écritures :

$$2 : 3 = \frac{2}{3} \qquad\qquad \frac{2}{3} \times 3 = 2$$

$$a : b = \frac{a}{b} \qquad\qquad \frac{a}{b} \times b = a$$

Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ comme notation fonctionnelle (« composition d'opérateurs ») :

$\frac{a}{b}$ est ainsi l'abréviation de la fonction « multiplier par a sur b » (également lue « multiplier par a $b^{\text{ièmes}}$ »), fonction composée des deux fonctions m_a (multiplier par a) et d_b (diviser par b).

<u>Notations en usage :</u>

* Soit f la fonction numérique : « prendre les $\frac{2}{3}$ de ... »

Prendre les deux tiers de t, c'est multiplier t par $\frac{2}{3}$

Cela revient : - soit à multiplier t par 2 puis à diviser le résultat par 3
- soit à diviser t par 3 puis à multiplier le résultat par 2.

$f(t) = \frac{2}{3} \times t$	$f(t) = \frac{2 \times t}{3}$	$f(t) = \frac{t}{3} \times 2$
$f(6) = \frac{2}{3} \times 6$ ou $f(6) = 6 \times \frac{2}{3}$	$f(6) = (6 \times 2) : 3$ $= 12 : 3$ $= 4$	$f(6) = (6 : 3) \times 2$ $= 2 \times 2$ $= 4$
$f(5) = 5 \times \frac{2}{3}$ ou $f(5) = \frac{2}{3} \times 5$	$f(5) = (5 \times 2) : 3$ $= 10 : 3$ $= \frac{10}{3}$	$f(5) = (5 : 3) : 3$ $= \frac{5}{3} \times 2$ $= \frac{10}{3}$

* Soit g la fonction numérique : « prendre les $\frac{a}{b}$ de c »

$$g(c) = \frac{a}{b} \times c \qquad \frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b} \qquad \frac{a}{b} \times c = a \times \frac{c}{b}$$

2.2 Différents cadres d'introduction

	Partages	*Mesures*
Aspect a $b^{ièmes}$	Partage de l'objet	Mesurage par fractionnement de l'unité
Aspect a : b	Partage de la totalité	Mesurage par commensuration
Aspect fonctionnel	Prendre les a $b^{ièmes}$ d'un objet	Proportionnalité entre les mesures

Pour une situation de partage, les objets à partager sont souvent des grandeurs continues (longueur, aire, ...) ; le quotient de la grandeur par un nombre est alors la grandeur.

Pour une situation de mesure d'une grandeur continue, il faut se donner un étalon (unité de mesure) et le résultat de la mesure est un nombre qui est approché dans le cadre du mesurage.

Il y a des abus courants dans la lecture orale utilisée : s'il paraît légitime de lire 2 cm (2 centimètres) ; $\frac{1}{2}$ cm (demi-centimètre), $\frac{1}{2}$ h (une demi-heure), U est souvent, et à tort, lu « un quart de U », ce qui renforce maladroitement l'aspect fonctionnel de la notation et est source d'erreurs[12]. Il convient donc de lire $\frac{3}{4}$ U : « trois quarts U ».

Pour une situation de proportionnalité entre deux grandeurs, le quotient de deux grandeurs de même nature est un nombre sans dimension (scalaire).

Le cadre des graduations n'est pas retenu pour une introduction.

---

[12] Lorsque qu'il s'agit par exemple d'utiliser la mesure $\frac{2}{3}$ sur un segment gradué de 5 à 7, la plupart des élèves et des PE interprète de façon erronée $\frac{2}{3}$ comme deux tiers de AB.

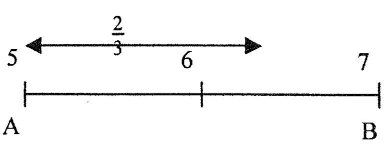


Illustration à partir des nombres rationnels $\frac{2}{3}$ *et* $\frac{3}{2}$ *:*

<u>Dans le cadre Partage</u> : $\frac{2}{3}$

Partager 2 bandes entre 3 :

B		B

Deux cas à considérer :

* *Partage de l'objet* : **Chacune** des deux bandes est partagée en trois

$\frac{B}{3}$	$\frac{B}{3}$	$\frac{B}{3}$		$\frac{B}{3}$	$\frac{B}{3}$	$\frac{B}{3}$

Le résultat est $2 \times \frac{B}{3}$:

$\frac{B}{3}$	$\frac{B}{3}$

il se lit 2 fois B divisé par 3.

* *Partage de la totalité* : **La longueur totale** des 2 bandes est partagée en 3

B	B

$\frac{2B}{3}$	$\frac{2B}{3}$	$\frac{2B}{3}$

Le résultat est $\frac{2B}{3}$:

$\frac{2B}{3}$

il se lit deux 2B divisé par 3.

* *Prendre les* $\frac{2}{3}$ *de* O : L'objet O est partagé en 3 morceaux et l'on en prend 2.

O		$\frac{O}{3}$	$\frac{O}{3}$	$\frac{O}{3}$

Le résultat est $2 \times \frac{O}{3}$:

$\frac{O}{3}$	$\frac{O}{3}$

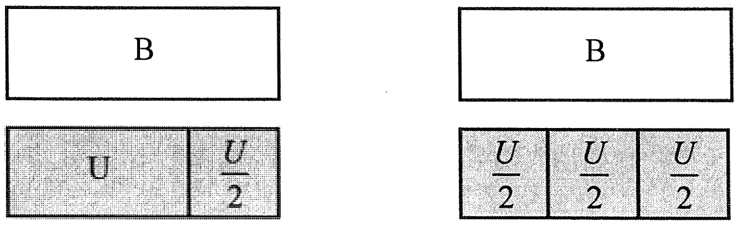
il se lit deux tiers de O ou 2 fois O divisé par 3.

<u>Dans le cadre Mesures</u> : $\frac{3}{2}$

Mesurer B avec la bande unité U :

B		U

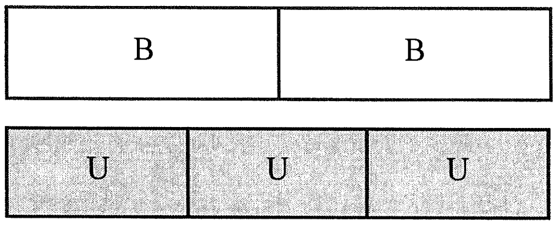
* *Mesurage par fractionnement de l'unité* : l'unité U est fractionnée en trois



Le résultat est : $B = U + \frac{U}{2}$ ou $B = 3 \times \frac{U}{2}$.

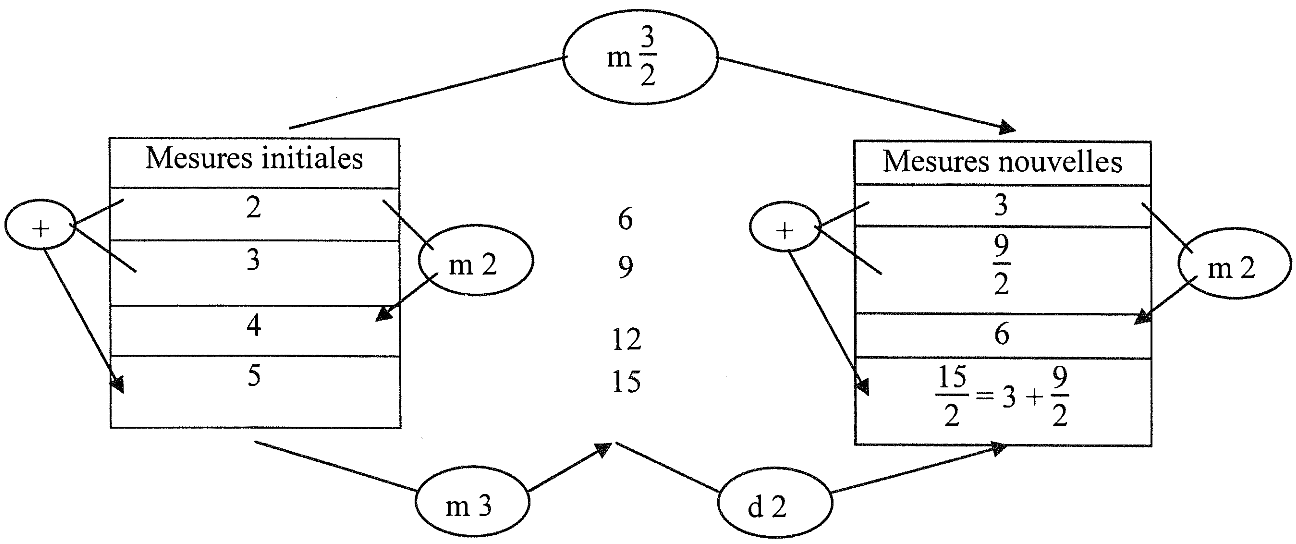
U étant l'unité, la mesure de B est $1 + \frac{1}{2}$ (se lit « un plus un demi ») ou $3 \times \frac{1}{2}$ (se lit « trois fois un demi »).

* *Mesurage par commensuration* : on fait coïncider *i* fois B avec *j* fois U



Le résultat est : 2 B = 3 U ou $B = \frac{3U}{2}$ (se lit « trois B divisé par deux ») ; U étant l'unité, la mesure de B est $\frac{3}{2}$ (se lit « trois divisé par deux »).

* *Proportionnalité entre les mesures* : exemple dans le cas d'un agrandissement



Remarques : cette fonction f ainsi définie est linéaire.

On a donc f (3) = f (2) + f (1), soit : $\frac{9}{2} = 3 + \frac{3}{2}$; et f (3) = 3 × f (1), soit : $\frac{9}{2} = 3 \times \frac{3}{2}$.

Le point de vue des Instructions Officielles de 2002 :

Les instructions officielles semblent privilégier l'aspect a b$^{\text{ièmes}}$ dans le cadre d'un mesurage par fractionnement de l'unité :

> *« En classe de sixième, un travail approfondi conduit à percevoir $\frac{7}{3}$ comme quotient de 7 par 3, il est donc important que la signification 7 fois le tiers de l'unité ou 7 fois $\frac{1}{3}$ soit travaillée à l'école primaire »*

Bien qu'il soit précisé que :

> *« Les fractions et les nombres décimaux doivent d'abord apparaître comme de nouveaux nombres, utiles pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante :* ***problèmes de partages,*** *de mesure de longueurs ou d'aires, de repérage d'un point sur une droite. »*

L'aspect fonctionnel n'est donc jamais évoqué, il est vu au collège.

Les décimaux sont introduits avec leurs désignations sous forme d'écritures fractionnaires décimales avant de faire le lien avec les écritures à virgule

> *« En dehors des fractions d'usage courant, le travail sur les fractions est essentiellement destiné à donner du sens aux nombres décimaux envisagés comme fractions décimales ou somme de fractions décimales – fractions de dénominateurs 10, 100, 1000... ».*

3. PRESENTATION DE LA GRILLE D'ANALYSE : LES DIFFERENTS POINTS A ABORDER

<table>
<tr><td colspan="4">Nom et niveau du manuel :
Editeur :</td></tr>
<tr><td>Période</td><td>Type de séquence
Objectif(s)</td><td>Contexte : cadre, aspect, grandeurs</td><td>Sens des nombres - Nature et types d'écritures - Écriture privilégiée - Procédures</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

• *Période*
Il s'agit de la situation de la séquence dans la progression de l'année (période 1, 2, 3, 4 ou 5) ; éventuellement du numéro de la séance dans cette période. Il s'agit également de s'assurer que les notions préalables sont prises en compte.

• *Type de séquence / Objectifs*
Il s'agit de déterminer si la séquence (ou séance) concerne :

- L'**approche** d'une notion (à préciser) ;
- Une évaluation diagnostique concernant une notion (à préciser) ;
- Une **construction** de connaissance (à préciser) ;
- Une **consolidation :**
    - un entraînement dans le même contexte ou décontextualisé,
    - un réinvestissement dans un autre contexte ;
- Une évaluation finale.

• *Contexte : cadre, aspect, grandeur* en référence au paragraphe précédent
Il s'agit de préciser, pour chaque situation :

- Le cadre d'introduction (partage ou mesure) ;
- L'aspect de la fraction (« a b$^{\text{ièmes}}$ » , « a : b » ou « fonction numérique ») ;
- Le cas discret ou continu ? Dans le cas continu : l'aspect densité est-il abordé (intercalation) ? Dans le domaine des grandeurs (lesquelles ?) Parle-t-on de valeurs exactes, de valeurs approchées ?

• *Le travail sur le sens des nombres rationnels ou des nombres décimaux*
Préciser :

- Les liens avec les entiers, les écritures privilégiées, le champ numérique, le vocabulaire (lecture, désignation orale) ;
- Le sens donné au nombre décimal, les liens avec les rationnels, l'ordre de présentation ;
- Si la droite graduée est utilisée, et dans ce cas quand ? Pour quoi ?
- Si les aspects épistémologiques sont évoqués.

• *Les écritures proposées :* écritures fractionnaires, écritures à virgule, écritures additives.
Sont-elles en liaison avec le sens donné aux nombres lors de la définition ?

• *Repérer dans le livre du maître quels sont les écueils envisagés par l'auteur du manuel, et quelles sont les procédures induites par ce manuel.*
Les procédures peuvent être :

- utiliser une règle « apprise » (sans appui sur le sens) ;
- utiliser la droite graduée ;
- recourir à des écritures fractionnaires ;
- ...

De quelle manière le manuel donne-t-il du sens à la procédure ? Quel est le lien avec le sens donné aux nombres lors de la définition ?

• Préciser les *opérations sur ces nombres*

4. LES GRANDES LIGNES DES PROGRESSIONS SUR LES FRACTIONS ET LES DECIMAUX DANS LES MANUELS

Consigne : « Vous devez procéder à une analyse du manuel proposé sur le thème des fractions et des décimaux. Pour cela, vous devrez compléter (en deux exemplaires) la grille fournie.

Votre attention se portera plus particulièrement sur les situations de construction ou de réintroduction des connaissances. »

4.1. Nouvel Objectif Calcul (Hatier)

Dans le livre du maître, on peut lire qu'il s'agit de « permettre aux élèves de comprendre que, dans certains problèmes, les entiers ne suffisent plus pour désigner la solution cherchée. »

Les grandes étapes de la progression sur les fractions et les décimaux en CM1 sont les suivantes :

1) Les fractions : outils pour exprimer la mesure de longueurs (*p 130 à 133*)

La situation introductrice des fractions est une situation de message, inspirée des travaux de R. Douady et M-J. Perrin (Nombres décimaux à l'école et au collège, IREM Paris VII).
Il s'agit de mesurer un segment avec une unité arbitraire, mais commune à tous, sans recours à la règle graduée, et d'écrire un message pour que quelqu'un d'autre reproduise le segment sans le voir.
Ceci conduit à introduire et utiliser les fractions pour coder des longueurs (pliages ou machine à partager).

2) Les fractions : outils pour graduer et repérer (*p 134 - 135*)

Les fractions sont utilisées pour désigner des points de la demi-droite numérique :
* le lien est établi entre la longueur du segment [IA] et l'abscisse du point A sur la demi-droite d'origine I
* on cherche à faire comprendre que plusieurs fractions désignent le même point donc sont égales (ou équivalentes)
* l'encadrement d'une fraction par deux entiers consécutifs est envisagé

3) Les fractions : outils pour exprimer la mesure d'aires (*p 142 - 143*)

La situation de recherche de différents partages d'un hexagone en six parties exactement superposables permet simultanément d'introduire l'aire d'une figure plane et de réinvestir les codages fractionnaires. Repris de différentes façons, ce travail sur les aires va permettre, tout en construisant le concept d'aire, de consolider le sens à donner aux écritures fractionnaires et à la comparaison des fractions.

4) Les fractions décimales (*p 152 - 153*)

Les fractions décimales sont travaillées de manière à mettre en évidence qu'elles sont faciles à encadrer, à comparer, à écrire sous forme de somme de leur partie entière et d'une fraction plus petite que l'unité, à décomposer canoniquement et enfin pratiques pour pouvoir effectuer quelques opérations simples.

5) Fractions décimales et nombres décimaux (*p 154 à 159*)

Le passage des fractions décimales à l'écriture sous forme de nombres à virgule est assuré par des exercices s'appuyant sur les décompositions canoniques, ce qui met en évidence le rôle de la position des chiffres ; la calculatrice permet un renforcement de cette étude. Un lien est établi avec les nombres à virgule ou à point que l'on rencontre dans la vie quotidienne.

6) Comparaison des nombres décimaux (*p 160 -...*)

7) Nombres décimaux et unités du système métrique : longueurs (*p 166, 167, 175, 176*), masses (*p 174, 175*), prix (*p 175,176*), volumes (*p 177*)

8) Opérations avec les décimaux : addition et soustraction (technique opératoire en lien avec le système de numération décimale) puis multiplication par un entier.

Parallèlement à cette progression, **deux progressions en filigrane**, l'écriture de ces nouveaux nombres et leur comparaison :
- l'écriture de ces nouveaux nombres
  *fractions équivalentes
  *différentes écritures d'une fraction
  *différentes écritures d'un nombre décimal (fraction décimale ou écriture à virgule)

- la comparaison de ces nouveaux nombres
  *comparaison des fractions
  *comparaison des fractions décimales
  *comparaison des nombres décimaux.

Les grandes étapes de la progression sur les fractions et les décimaux en CM2 sont les suivantes :

1) Addition et soustraction des nombres entiers et décimaux (d'abord dans le contexte de la monnaie) (*p 18 à 21*)

2) Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier (deux techniques pour la situation de découverte) (*p 26 à 29*)

3) Quotient décimal : rencontrer des situations où il est utile de trouver des qutients décimaux exacts ou approchés (*p 60 à 63*)

4) Les fractions : partages (*p 70 à 73*)

Les fractions sont utilisées pour coder des aires dans des situations de partage de surfaces : * en prenant pour unité le rectangle, indiquer l'aire de figures composées de morceaux de ce rectangle * construire des figures dont l'aire est donnée Les fractions sont ensuite utilisées pour coder des longueurs de segments (dans des situations de partage ou de construction), avec utilisation de la machine à partager

5) Fractions et graduations (*p 74 - 75*)

Il s'agit d'utiliser les fractions pour repérer les points de la demi-droite numérique. La situation de recherche consiste à compléter les différentes graduations d'un verre mesureur cylindrique, un seul repère étant connu.

6) Fractions et décimaux : différentes écritures (*p 76 - 77*)

Il s'agit dans la situation de découverte, de trouver un intrus parmi huit écritures. Outre ce type d'activité, les élèves sont également amenés à produire d'autres écritures fractionnaires à partir d'une fraction donnée. Certaines écritures sont privilégiées : à partir de l'écriture à virgule, les élèves doivent produire « la décomposition canonique », et à partir de l'écriture d'une fraction, l'écrire comme « somme de sa partie entière et du « rompu » ».

5) Fractions décimales et nombres décimaux (*p 154 à 159*)

Le passage des fractions décimales à l'écriture sous forme de nombres à virgule est assuré par des exercices s'appuyant sur les décompositions canoniques, ce qui met en évidence le rôle de la position des chiffres ; la calculatrice permet un renforcement de cette étude. Un lien est établi avec les nombres à virgule ou à point que l'on rencontre dans la vie quotidienne.

6) Fractions et décimaux : ordre (*p 78 à 81*)

Dans la situation de découverte, les dix nombres sont donnés par une écriture fractionnaire. Les élèves peuvent trouver des écritures décimales exactes ou approchées au millième près de ces nombres avant de les ranger en ordre croissant. La validation s'appuyant sur la représentation (hauteur d'eau dans un tube) est proposée avant la demande de formulation d'une règle.

7) Fractions, quotients et décimaux (*p 100 – 101*)

Comprendre que certaines fractions ne sont pas des nombres décimaux

8) Fraction, rapports et proportionnalité (*p 102 – 103*)

Utiliser des fractions pour désigner un rapport entre deux nombres ou pour désigner un coefficient de proportionnalité

9) Division d'un nombre décimal par un nombre entier (*p 120 à 123*)

Prolonger la technique de la division dans N à la division d'un décimal par un entier ; retrouver la notion de quotient décimal et de quotient décimal approché

10) Division : moyennes et partages (*p 124 – 125*)

Aborder la notion de moyenne ; utiliser la division d'un décimal par un entier pour calculer des valeurs moyennes

11) Décimaux, fractions et mesures de longueurs (*p 128 à 131*)

12) Décimaux, fractions et mesures d'aires (*p 136 à 139*)

13) Décimaux, fractions et mesures de masses (*p 142 – 143*)

14) Décimaux, fractions et mesures de durées (*p 144 - 145*)

15) Décimaux, fractions et mesures de volumes (en litres) (*p 180 - 181*)

Le point sur les situations introductrices :

En CM1 :

Les écritures fractionnaires sont introduites pour la première fois au cours de l'étape 31 en période 2 (*p 70*). Il s'agit de « mesurer des parcours à l'aide d'une unité U » (petite bande de papier). À l'occasion de la mise en commun le maître introduit « le partage de l'unité par 2, 4, 8 … noté $\frac{U}{2}$, $\frac{U}{4}$, $\frac{U}{8}$ .. » et parle d'unités sous-multiples.

> Les écritures fractionnaires sont donc introduites sous leur aspect « a b$^{\text{ièmes}}$ » dans le cadre « mesures de longueurs » en privilégiant le mesurage par fractionnement de l'unité.
> On peut noter les abus courants suivants :
> - le « partage de l'unité » alors qu'il s'agit de la fractionner à l'aide d'un pliage.
> - les mesures $\frac{U}{2}$ alors qu'il s'agit d'une longueur.

Les écritures fractionnaires sont ensuite réintroduites au cours de l'étape 54 en période 4 (*p 130*) qui constitue la séquence de type construction. L'objectif est de donner du sens aux écritures fractionnaires de dénominateur 2, 4 ou 8. Le dispositif utilisé est celui d'une émission-réception de messages permettant de construire ou de retrouver à l'aide du message émis un segment superposable à un segment initial tracé par l'élève.

> Les écritures fractionnaires sont donc réintroduites sous leur aspect « a b$^{\text{ièmes}}$ » dans le cadre « Mesure de longueurs » en privilégiant le mesurage par fractionnement de l'unité.
> Les procédures envisagées sont celles du pliage de la bande unité.
> Le livre du maître envisage de mettre en valeur quelques égalités comme :
> $\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$ $\qquad$ $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $\qquad$ $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$

On peut noter les abus suivants :
- « si on partage le segment unité en 4 parties superposables, chaque partie mesure un quart de U, que l'on note $\frac{1}{4}$ » ; il faudrait dire : chaque partie a pour longueur $\frac{U}{4}$ ou $\frac{1}{4}$ U (« U divisé par quatre » ou « un quart U »), elle a pour mesure $\frac{1}{4}$ (un quart).
- « la mesure $\frac{5}{4}$ de U » alors qu'il s'agit d'une longueur $\frac{5}{4}$ U (cinq quarts U).

<u>En CM2</u> :

Les écritures fractionnaires sont réintroduites pour la première fois au cours de l'étape 30 en période 2 (*p 70*). C'est la séquence de construction. Il s'agit de « mesurer ou de construire des surfaces d'aire codée par des écritures fractionnaires de dénominateur 1, 2, 4 ou 8 ou par des sommes d'un entier et d'une écriture fractionnaire ». L'unité choisie est l'aire de la feuille A4. Le manuel indique : « utiliser des fractions pour coder des aires dans des situations de partage[13] de surfaces ».

Les écritures fractionnaires sont donc introduites ou réintroduites à nouveau sous leur aspect « a $b^{\text{ièmes}}$ » dans le cadre « Mesures d'aires » en privilégiant le mesurage par fractionnement de l'unité.
L'objectif est de donner ou redonner du sens aux écritures fractionnaires.
Les égalités mises en valeur sont les suivantes :

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \text{ ou } 1 + \frac{3}{4} \text{ ou } \frac{7}{4} \qquad 1 + \frac{1}{2} \text{ ou } \frac{3}{2} \qquad 1 + \frac{1}{4} \text{ ou } \frac{5}{4}$$

On retrouve les mêmes abus de langage :
- des surfaces d'aire : 1 , $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{4}$ …
- surface dont l'aire est désignée par $\frac{1}{2}$

Remarques : pour les exercices 1 et 2, c'est l'aspect fonctionnel de la notion qui est introduit « fraction de la figure représentée par la partie colorée » ou « partie colorée de chaque figure qui correspond à une fraction ». L'unité d'aire n'est pas indiquée, l'aspect de l'écriture fractionnaire a donc changé, il ne s'agit pas d'exercices d'application (consolidation par entraînement) et cela peut conduire à des erreurs.

4.2. Cap Maths (Hatier)

Les grandes étapes de la progression sur les fractions et les décimaux en CM1 sont les suivantes :

0) Quinzaine 5 : expressions demi, quart et triple dans un contexte numérique (*séance 1*) ou d'aires (*séance 5*)

1) Vocabulaire des fractions simples (demi, tiers et quart) (*quinzaine 6 ; p 66 à 69)*

Dans le cadre des grandeurs et mesures (longueurs, aires, durées), notamment :
- Bande de papier à partager en 2, 3 ou 4 (de 2 manières différentes)
- Disque, demi- disque à partager en 2, 3 ou 4

2) Les fractions outils pour exprimer la mesure (codage et décodage)

- Mesures de longueurs (*quinzaine 7 : p 77 à 79 ; p 86*)
  <u>Recherche</u> (*p. 77 ; 78*)

[13] Il ne s'agit pas d'un cadre " Partage " mais d'un cadre " Mesure ".

Mesurer des bandes données avec une unité donnée ; écrire les mesures obtenues et faire deviner aux autres élèves les bandes mesurées

Mesurer des segments avec une bande unité

Construire des bandes avec des longueurs comprises entre 2u et 3u, écrire leurs mesures avec des fractions

Décomposer des fractions en partie entière et fraction (*p 79*)

Tiers et sixièmes

Tracer des segments de longueur le tiers, le sixième ou 1 + 1/3 ... d'une bande donnée (*p 86*)

Écrire des fractions égales à 2/3 ; 7/3 ou 4 (*p 86*)

- Mesures de durées (*p 87*)
- Mesures d'aires (*p 88*)

3) Les fractions outils pour repérer et graduer (*p 89 ; 98)*

- Graduer un verre mesureur (verre doseur conique présentant une graduation irrégulière : référence à une situation de non proportionnalité), puis des demi-droites (*p 89*)
- Exercice (*p 91*) concernant les différentes écritures d'un nombre
- Des fractions sur une ligne graduée (qui ne commence pas toujours à 0) (*p 98*)

4) Écriture d'une fraction sous forme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1

- A l'aide des aires, construction d'une surface d'aire 103/4 u (*p 99)*
- Décomposition d'une fraction comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, encadrer une fraction par deux entiers consécutifs *(p 100)*
- A l'aide de la droite graduée (*p 100 – 102 – 103 ; 106)*

5) Fractions décimales (*p 107 ; 110 ; 112 ; 122 ; 123)*

- Présentation à l'aide des mesures de longueurs et d'aires
- Présentation à l'aide du repérage sur la droite graduée *(p 110)*
- Institutionnalisation du vocabulaire (dixièmes, centièmes, millièmes) à partir des longueurs *(p 112)*
- Équivalence des fractions décimales en liaison avec la numération *(p 112)*
- Décomposition d'une fraction décimale à l'aide de surfaces à découper pour construire des surfaces d'aire donnée *(p 122)*
- Bilan, comparaison *(p 123)*

6) Nombres décimaux (*p 125 ; 126 ; 134)*

- Introduction de l'écriture à virgule comme une notation de la fraction décimale *(p 125)*
- Nombres décimaux et graduations (droites qui n'ont pas toujours le 0 en origine) *(p 134)*

À noter : l'absence du tableau de numération

7) Comparaison des décimaux (*p 136 ; 156 ; 157 ; 158)*

- Ranger des surfaces construites par les élèves à l'aide de décimaux : 5,5 u... *(p 156)*
- Intercaler un nombre entre deux nombres donnés *(p 157)*
- Intercaler 20 nombres entre 2 et 10, entre 6 et 7 ...*(p 158)*

8) Addition et soustraction des nombres décimaux (*p 165)*

- Construction de la technique opératoire de l'addition
- Calculs de différences

Les grandes étapes de la progression sur les fractions et les décimaux en CM2 sont les suivantes :

1) Connaître et utiliser la signification des écritures à virgule de nombres décimaux (valeur des chiffres en fonction de leur position) (*Unité 2, séances 1, 2, 3*)

- Interpréter une écriture à virgule.
- Construire une bande de longueur donnée (53 u ; 0,5 u ; 10,01 u ; 240,306 u) ou rédiger un message qui explique comment la construire de longueur donnée à l'aide d'une bande unité pré partagée en dixièmes et d'une bande dixième d'unité pré partagée en centièmes.
La justification des procédés se fait en référence à la valeur des chiffres, sans qu'un recours au tableau de numération ne soit pour le moment nécessaire.
Deux types de lecture sont au départ acceptées : la lecture courante « dix virgule zéro un », la lecture significative : « dix et un centième », c'est celle-ci qui est recommandée aux élèves.
Le vocabulaire « partie entière » et « partie décimale » est également introduit.
- Ranger, comparer des bandes de longueur donnée (2,3 u, 0,24 u ...), intercaler des longueurs.
- Passer des écritures littérales aux écritures à virgule.

2) Comprendre les relations qui existent entre 1000 ; 100 ; 10 ; 1 ; 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ... et les utiliser pour décomposer des nombres décimaux (*Unité 3, séances 1 et 2*)

- Interpréter la signification des chiffres en fonction de leur position dans un contexte nouveau (contexte de la cible) Cette activité montre que l'écriture des décimaux est fondée sur le même principe que celle des entiers : une unité vaut dix fois plus que l'unité immédiatement « inférieure ».
- Mettre en relation les formulations orales, écrites et des bandes pour renforcer la compréhension.

3) Repérer une position sur une ligne graduée en utilisant les nombres décimaux (de façon exacte ou approchée) (*Unité 4, séances 2, 3 et 4*)

- Poser la question du repérage d'une position sans indiquer que les nombres décimaux sont une solution possible.
Situation de communication : chaque équipe reçoit une ligne graduée avec deux positions signalées par une flèche : écrire un message qui permettra aux autres élèves de la classe de trouver ces deux positions sur leur ligne graduée.
- Placer des nombres sur une ligne graduée (graduation complète ou non).
- Amener les élèves à se repérer par rapport à quelques décimaux particuliers, identifiés par leurs relations avec des entiers (7,5 est à mi chemin entre 7 et 8).

4) Comprendre la signification de l'écriture décimale dans l'expression d'une mesure, utiliser un nombre décimal pour exprimer une mesure (*Unité 4, séance 7*)

Il s'agit de poser le problème de la signification d'une écriture décimale pour exprimer une mesure
Les raisonnements appuyés sur le sens (même difficiles à expliciter par les élèves) sont privilégiés par rapport aux techniques systématiques telles que le placement dans un tableau d'unités

5) Utiliser les nombres décimaux pour exprimer des quantités et utiliser un graphique (*Unité 5, séances 1 et 2*)

Écrire le nombre d'habitants : 218,9 milliers d'habitants ; 0,47 milliards d'habitants.

6) Maîtriser l'addition posée des nombres décimaux, exprimer des sommes d'argent à l'aide de nombres décimaux (*Unité 5, séances 6 et 7*)

- Les nombres sont donnés sous la forme : 2 centaines 4 unités 7 dixièmes 8 centièmes. - Facture à compléter.

7) Comprendre la technique posée relative à la soustraction de deux nombres décimaux et en maîtriser l'utilisation (*Unité 6, séances 1, 5 et 7*)

La difficulté se trouve accrue du fait qu'il existe plusieurs techniques possibles, comme pour les nombres entiers. Chaque élève doit donc adapter celle qu'il utilise aux nombres décimaux, les justifications étant identiques. Concernant l'absence de chiffre à une position donnée, une réflexion sur le sens de cette absence doit orienter l'action de l'élève plutôt qu'une règle imposée sans être comprise.

8) Comprendre et maîtriser la comparaison et l'intercalation des nombres décimaux (*Unité 6, séances 2, 3 et 4*)

- Élaborer une procédure pour comparer les nombres décimaux et la mettre en œuvre Cette procédure ne doit pas être une règle dépourvue de sens. Au contraire, c'est en s'appuyant sur la signification des écritures à virgule qu'elle doit être élaborée, puis utilisée, assurant ainsi aux élèves un meilleur contrôle des comparaisons qu'ils sont amenés à faire. Ce n'est que progressivement que la procédure sera automatisée. - Entre deux nombres, on peut toujours en intercaler une infinité

9) Comprendre les fractions et faire le lien avec les nombres décimaux (*Unité 7, séances 1, 2, 3, 4 et 5*)

- Comprendre et utiliser des écritures fractionnaires dans le cadre des mesures d'aires. À l'école primaire toutes ces questions (3/3 = 1 ; 10/8 = 5/4) doivent être traitées sur la base de la compréhension des écritures de fractions et non pas en donnant des règles de simplification ou de comparaison. - Mettre en relation fractions et positions sur une ligne graduée. Cette situation est, en grande partie, reprise d'une activité imaginée par une équipe de l'IREM de Lyon et décrite dans la brochure " *La sixième entre fractions et décimaux* ". - Écrire les nombres décimaux sous forme de fractions décimales ou de sommes de fractions décimales.

10) Associer différentes désignations d'un nombre décimal (*Unité 8, séances 1 et 2*)

11) Multiplier et diviser des entiers par 10, 100 et 1000 (*Unité 8, séances 5 et 6*)

12) Multiplier un nombre décimal par 10, 100 et 1000 (*Unité 9, séances 2, 3 et 4*)

- Débat : la règle des entiers ne fonctionne plus avec les nombres décimaux et il faut mettre en place une nouvelle procédure basée sur la compréhension des écritures à virgule. Le chiffre change de valeur. - Formulation d'une procédure : appui sur un tableau de numération : Quand on multiplie par 10, les chiffres changent de valeur : ils sont décalés d'un rang vers la gauche. Quand on multiplie par 100, ils sont déplacés de deux rangs. La calculette peut confirmer les résultats obtenus.

13) Décomposer une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 (*Unité 10, séances 1 et 2*)

- Réaliser une longueur donnée (23/4 u ; 135/4 u) à l'aide d'une bande unité déjà fractionnée.

- Le cas particulier des fractions de dénominateurs 10 ou 100 est exploité pour retrouver la décomposition des écritures à virgule.
- Activité inverse.

14) Situer un nombre décimal entre deux entiers consécutifs, trouver l'entier le plus proche d'un nombre décimal, comprendre la notion d'arrondi à l'unité, au dixième ... (*Unité 10, séances 3, 4 et 5*)

La notion d'arrondi est seulement approchée au primaire ; elle sera retravaillée au collège.

15) Multiplier un nombre décimal par un nombre entier (*Unité 12, séances 3, 4 et 5*)

- Elaborer des procédures personnelles fondées sur la compréhension qu'ont les élèves des décimaux. Au cours de la mise en commun, on ne vise pas l'expression d'une procédure standardisée, mais des procédures fondées sur la signification des écritures à virgule.
- Utiliser le résultat de 456 x 208 pour calculer : 4,56 x 208 ; 0,0456 x 208.
- Technique opératoire.

16) Prendre une fraction d'une quantité ou d'un nombre (*Unité 12, séance 4*)

Le point sur les situations introductrices :

En CM1 :

Les élèves sont familiarisés avec les expressions moitié, tiers et quart au cours de la quinzaine 5 sans que l'écriture fractionnaire ne soit introduite.

Les écritures fractionnaires sont introduites pour la première fois au cours de la quinzaine 7 en période 2 (*p 77 et 78*). C'est la séquence de type construction (2 séances).

L'objectif est de donner du sens aux écritures fractionnaires de dénominateur 2 ou 4.

Le dispositif principal utilisé est celui d'une émission-réception de messages permettant de retrouver à l'aide du message émis une bande choisie par l'élève parmi un lot donné par le maître.

Les écritures fractionnaires sont donc introduites sous leur aspect « a $b^{\text{ièmes}}$ » dans le cadre « Mesure de longueurs » en privilégiant le mesurage par fractionnement de l'unité.
Les égalités qui peuvent être mises en valeur sont les suivantes :

$$\frac{1}{2}\text{ U ou }\frac{2}{4}\text{ U} \qquad 2\text{ U} + \frac{1}{4}\text{ U ou } 1\text{ U} + \frac{5}{4}\text{U ou }\frac{9}{4}\text{ U}$$

On peut noter les abus courants suivants :
- « exprimer une mesure avec le codage $\frac{3}{4}$ U » alors qu'il s'agit de l'expression d'une longueur ;
- la lecture : trois quarts d'unité.

Remarque : le mot « partager » est introduit comme synonyme de fractionner ; ainsi pour $\frac{3}{4}$,les auteurs parlent du 3 « comme indiquant que l'on a reporté 3 fois et le 4 que l'on a partagé en 4 ».

En CM2 :

Les écritures à virgule sont réintroduites pour la première fois au cours de l'unité 2 en période 1 (*p 17, 18 et 19*). C'est une séquence de type consolidation (3 séances).

L'objectif est de donner du sens aux écritures à virgule en lien avec les écritures fractionnaires décimales correspondantes.

Les élèves sont amenés à construire des bandes de longueur donnée, à exprimer des longueurs par des écritures à virgule, à passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule, à ranger des longueurs exprimées par des écritures fractionnaires ou à virgule, à ranger des décimaux (écriture à virgule ou fractionnaire).

Les écritures à virgule sont donc introduites en lien avec les écritures fractionnaires décimales correspondantes sous leur aspect « a $b^{\text{ièmes}}$ » (b valant 10, 100 ou 1000) dans le cadre « Mesures de longueurs : mesurage par fractionnement de l'unité ».

4.3. Diagonale (Nathan)

Les grandes étapes de la progression sur les fractions et les décimaux en CM1 se déroulent sur les trois dernières périodes de l'année et sont réparties comme suit :

* Période 3 : - Introduction des fractions,
- Introduction des décimaux ;

* Période 4 : comparaison et intercalation ;

* Période 5 : opérations.

Plus précisément :

1) Les fractions outils pour mesurer (codage, décodage) *(p 88 ; 89)*

- Écriture fractionnaire, écriture en toutes lettres de fractions supérieures à l'unité dans le cadre de la mesure de longueur *(p 88)*. - Fraction d'une aire, dans une situation de partage. - Construction d'un partage de segment en vue de représenter une fraction inférieure ou supérieure à l'unité (*p 89*).

2) Fractions décimales (codage, décodage) *(p 90 ; 91)*

- Dixièmes d'unité (représenté par un segment, puis décontextualisé). - Fractions inférieures ou supérieures à 1 *(p 91)*. - Équivalence des fractions 1/5 et 2/10. - Somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 *(p 91)*. - Intercalation de 1/3 entre 3/10 et 4/10.

3) Les fractions sur la droite numérique : graduations *(p94 ; 95)*

- Le rapport entre codage de longueur et graduations est établi par le passage d'une bande unité subdivisée en 10 à l'unité subdivisée en 10 sur une droite graduée. - Évaluation de longueurs de bandes à l'aide d'une droite graduée. - Placement d'une fraction a/10 sur la droite graduée. - Fractions décimales 1/100, 1/100. - Équivalence dixièmes - centièmes *(p 95)*. - Désignations en lettres dixièmes, centièmes, millièmes *(p 95)*. - Tableau de numération *(p 95)*.

4) Les nombres décimaux *(p 98 à 101)*

- Passage de la décomposition avec les fractions décimales à l'écriture utilisant la virgule à l'aide du tableau de numération *(p 98)*. - Place et rôle des chiffres dans une écriture à virgule, le cas de 0 *(p 98 à 100)*. - Placement de nombres à virgules sur une droite graduée *(p 99 ; 101)*. - Recours au « grossissement » pour tenir compte des centièmes, des millièmes *(p 99)*. - Les écritures à virgule pour exprimer une longueur, un prix, lien avec les conversions *(p 98 ; 99 ; 101)*. - Décomposition d'une écriture décimale à l'aide des fractions décimales *(p 100)*.

5) Avec les fractions et les nombres décimaux *(p 104 ; 105 ; 107…)*

- Réinvestissement dans le cadre des aires : passage entre les écritures fractionnaires simples et l'écriture à virgule *(p 104)*.
- Évaluation par une fraction puis un nombre à virgule.
- Utilisation des écritures fractionnaires et à virgule dans la résolution de problèmes dans différents contextes : masses (*p 107 ; 109*), volumes (*p 142*) …
- Vocabulaire *(p 105)*.

6) Comparaison des nombres décimaux *(p 130 à 133)*

7) Opération sur les nombres décimaux

- Addition et soustraction de deux décimaux.
- Produit d'un décimal par un entier.

Les techniques opératoires sont mises en place très rapidement.

Les grandes étapes de la progression sur les fractions et les décimaux en CM2 sont les suivantes :

1) Les fractions outils pour mesurer (codage, décodage) *(Période 2, palier 3 p 58 à 61)*

- Placer les élèves face à des situations de mesurage de longueurs à l'aide d'une unité (utilisation du « partageur de segment »).
- Faire utiliser des écritures fractionnaires pour désigner des mesures.
- Faire écrire des fractions sous des formes additives et multiplicatives.
- Faire écrire des égalités entre les différentes écritures fractionnaires.

2) Fractions décimales (codage, décodage) *(Période 2 paliers 3 et 4 p 62 à 65)*

- Faire utiliser les fractions décimales pour désigner des points d'une graduation, des résultats d'une mesure.
- Encadrer une fraction décimale par deux entiers, les ranger.
- Faire utiliser la droite graduée pour repérer des fractions décimales.
- Faire retrouver le processus d'échange et de subdivision de l'unité (1 dizaine → 10 unités ; 1 unité → 10 dixièmes).
- Faire utiliser des écritures fractionnaires décimales pour désigner des fractionnements et des graduations (mesures d'aires).
- Faire lire, écrire et décomposer des écritures fractionnaires décimales, utiliser le tableau de numération.
- Faire procéder à des échanges - groupements avec des fractions décimales.

3) Les nombres décimaux *(Période 2 palier 5 p 70 à 73)*

- Passage des écritures de fractions décimales en nombres à virgule à l'aide du tableau de numération (passage par écriture Stevin).
- Place et rôle des chiffres dans une écriture à virgule, le cas de 0.
- Placement de nombres à virgule sur une droite graduée.
- Comparer deux nombres décimaux (deux règles données que les élèves sont amenés à justifier …).

4) Opérations avec les nombres décimaux *(Période 3 palier 1 p 84 à 88 palier 2 p 94 - 95)*

- Addition et soustractions de deux décimaux (*observe et explique…)*.
- Familiariser les élèves avec des problèmes arithmétiques utilisant les décimaux.
- Multiplier, diviser par 10, 100, 1000 *(l'élève est amené à expliquer la règle proposée…)*.
- Produit d'un décimal par un entier.

- Technique de la division : quotient décimal *(p 92 – 93).* *Systématistion très rapide des techniques opératoires.*

5) Mesure et nombres décimaux *(Période 3 palier 5 p 110 – 111)*

- Traduire en unités françaises des unités anglaises (mesures de longueurs). - Traduire en unités françaises des unités de la Grèce ancienne (mesures de masses).

6) Approximation et ordre de grandeur *(Période 4 palier 1 p 122 – 123)*

7) Approche de la division d'un nombre décimal par un entier : utiliser la calculette *(Période 4 palier 1 p 124 à 127)*

8) Mesurer des contenances, des volumes *(Période 4 palier 4 p 138 à 140)*

Le point sur les situations introductrices :

En CM1 :

Les écritures fractionnaires sont introduites pour la première fois au cours du palier 2 en période 3 (*p 88 à 91*). C'est une séquence de type construction (4 séances).

L'objectif de la première séance intitulée « Introduction des fractions » est de donner du sens aux écritures fractionnaires de dénominateur 2, 3, 4 ou 5 dans des activités de mesurage, celui de la deuxième « Le partageur de segment », d'introduire une méthode pour partager un segment en plusieurs parties égales, ceux des troisième et quatrième séances « avec les dixièmes (1) (2) » de donner du sens aux fractions décimales de dénominateur 10.

Pour la première séance l'élève doit, pour une première activité, comprendre les écrits de deux élèves fictifs qui donnent des longueurs de segments introduisant deux fractionnements différents de l'unité puis construire des segments de longueur donnée par une écriture fractionnaire. Pour la seconde activité, l'élève doit donner l'aire de surfaces impliquant un fractionnement de l'unité d'aire.

Les écritures fractionnaires sont donc introduites sous leur aspect “ a b$^{\text{ièmes}}$ ” dans le cadre “ mesures de longueurs ” puis “ mesures d'aires ” en privilégiant le mesurage par fractionnement de l'unité. Les significations : deux cinquièmes de l'unité, la moitié de l'unité, le quart de l'unité sont ainsi explicitées. Les premières égalités peuvent être mises en évidence : $1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$; $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$ On peut noter les abus courants suivants : - le segment A mesure 2 unités - la mesure exacte pour la longueur B : 1 fois U et $\frac{2}{5}$ de U ou $\frac{7}{5}$ de U - une unité a de surface - l'étendue d'un domaine est égale à 2 a + $\frac{3}{4}$ de a

En CM2 :

Les écritures fractionnaires sont réintroduites pour la première fois au cours du palier 3 en période 2 (*p 58 et 59*). C'est une séquence de type construction (2 séances).

L'objectif des deux séances intitulées « Utilisation d'écritures fractionnaires (1) et (2) » est de donner du sens aux écritures fractionnaires de dénominateur les entiers de 2 à 10 dans des activités de partage de segments, de disques ou d'objets ; et dans des activités de mesurage de segments.

Les écritures fractionnaires sont donc réintroduites sous leurs aspects " a $b^{\text{ièmes}}$ " et " fonctionnel " dans les cadres " partages " et " mesures de longueurs " puis " mesures de capacités ".

C'est la lecture " a $b^{\text{ièmes}}$ " qui est utilisée et l'on met en évidence que $\frac{7}{5} = 1 + \frac{2}{5}$ sept cinquièmes égale un plus deux cinquièmes.

On retrouve les abus courants habituels :

- tracer un segment qui mesure sept dixièmes de u
- la longueur de S est égale à $2 + \frac{1}{3}$ de cette unité.

4.4. J'apprends les maths (Retz)

C'est vraisemblablement au CM1 que se jouent les compétences futures des élèves concernant les décimaux. *Le temps consacré à l'apprentissage des fractions et des décimaux au CM1 est relativement important et nous développons davantage la progression concernant ce niveau.*

• Qu'est-ce qu'un décimal ?

- S'approcher aussi près que l'on veut d'un nombre « irrationnel » ;
- Un projet présent dès l'invention des fractions ;
- Le concept de fraction a beaucoup évolué depuis son invention. *Quatre significations : proportion, rapport, partition de la pluralité, fractionnement de l'unité. Au CM1 que les élèves s'approprient l'équivalence " 13 partagé en 4 " (division-partition de la pluralité), c'est aussi " 13 quarts " (fractionnement de l'unité).*

• Les décimaux écrits avec une virgule : ça ressemble à des entiers, ça se manipule comme des entiers, alors que ce ne sont pas des entiers. *L'écriture à virgule est un système économique de notation des décimaux qui facilite les calculs mais qui masque leur véritable nature. Il s'agit d'*enseigner d'abord les décimaux sous forme de fractions décimales.

• Une équivalence fondamentale pour conceptualiser les fractions : partition de la pluralité et fractionnement de l'unité : *lire indifféremment 13/4 comme « 13 divisé par 4 » ou comme « 13 quarts ».* Il s'agit de donner d'abord du sens à a/b dans un contexte de partition de la pluralité.

• *Aide à l'appropriation de l'équivalence fondamentale qui fonde la notion de fraction et à comprendre que les décimaux permettent d'approcher d'aussi près que l'on veut la mesure d'une grandeur continue.* La notion de conflit entre l'économie de la représentation et celle du calcul pour enseigner l'équivalence qui fonde le concept de fraction.

Deux facteurs :

- La sémantique de l'énoncé (on partage a unités en b parties égales ou on prend a fois un $b^{\text{ième}}$ d'une unité)

- Les valeurs numériques

Il y a quatre périodes dans le manuel, les fractions apparaissent au début de la troisième. Progression :

- a/b est défini comme « a divisé par b » ;
- 3 partagé en 4 c'est 3 quarts ;
- équivalences d'écritures et comparaison de fractions ;
- 155 tiers c'est aussi 155 divisé par 3 ;
- ne pas introduire d'emblée l'addition des fractions ;
- utiliser d'abord des unités de mesure non conventionnelles pour favoriser l'appropriation de l'idée de fractionnement ;
- enseigner l'écriture à virgule comme un simple changement de notation ;

- faire oraliser systématiquement les nombres à virgule, en explicitant les dixièmes, les centièmes …

Les grandes étapes de la progression sur les fractions et les décimaux en CM1 sont les suivantes :

1) Une nouvelle division et de nouveaux nombres (*Leçon 73*)

« ***J'ai appris*** » *:* 17/3 se lit « 17 divisé par 3 » (tu apprendras bientôt une autre façon de le lire). C'est une nouvelle division, la division-fraction, où l'on partage le reste. Avec cette division, on peut écrire l'égalité : 17/3 = 5 + 2/3 …. C'est le quotient de la division avec reste mais le reste a été partagé. *Quelques consignes* : *Pour chacun de ces problèmes, quelle division utilises-tu … ?*

2) Fractionnement de l'unité en parts égales (Leçon 74)

« ***J'ai appris*** » *:* Quand je partage une unité (1 pizza, 1 litre d'eau, 1 tablette de chocolat, un ruban, …) en 10 parts, c'est seulement si les parts sont égales que la grandeur d'une part est égale à 1/10 *Quelques consignes* : *Quelles sont les figures où l'on a coloré 1/3 ? Quelles sont les figures où l'on a coloré 1/10 ?*

3) « 2 divisé par 3 » c'est aussi « 2 tiers » (*Leçon 76*)

« ***J'ai appris*** » *:*Il y a deux façons de représenter la part de pizza correspondant à ¾ - soit je prends 3 pizzas, je partage chacune en quarts et je prends une part dans chaque ; - soit je prends une seule pizza, je la partage en quarts et j'en prends trois parts. 5/6 se lit " 5 divisé par 6 " mais on peut le lire aussi " 5 sixièmes ". Dans la fraction 13/8 , 8 est le dénominateur, il nous permet de dénommer la fraction (ici, ce sont des huitièmes) ; 13 est le numérateur, il nous indique le nombre de huitièmes. *Quelques consignes* : *Écris sous forme de fraction : cinq septièmes … Écris les fractions correspondant aux parties colorées*

4) Partager une longueur en *n* longueurs égales (*Leçon 78 – 79*)

Réseau de droites parallèles

5) Comparer des fractions inférieures à l'unité (*Leçon 82*)

Établir que des écritures fractionnaires peuvent être égales (représenter la même étendue). S'appuyer sur les équivalences privilégiées (1/10 = 10/100 ; ½ = 5/10 et ½ = 50/100) pour comparer des fractions de dénominateurs différents.

6) Comparer des fractions inférieures à l'unité (*Leçon 85*)

« ***J'ai appris*** » *:* Pour comparer ¾ et 82/100 , il faut savoir que ¾ c'est 75/100 … Voici les principales équivalences qu'il faut connaître (en présence de représentations du carré …) : ½ = 2/4 = 5/10 = 50/100 ; ¼ = 25/100 ; ¾ = 75/100 ; 1/10 = 10/100 …

7) « Cent trente-cinq quarts », c'est aussi « 135 divisé par 4 » (*Leçon 86*)

« ***J'ai appris*** » *:* Pour calculer trois cent vingt-huit sixièmes, Gino cherche combien de fois il y a 6 dans 328. Il fait la même division que Fino 328/6

8) Fractions inférieures, égales ou supérieures à 1 (*Leçon 87*)

Quelques consignes : Fino veut savoir pour quelles commandes il a besoin de plus d'une pizza. Essaie d'énoncer une règle qui permet de savoir si une fraction est plus petite que 1, égale à 1 ou plus grande que 1.

9) Somme de fractions décimales : ½ et dixième (*Leçons 90 et 91*)

*« **J'ai appris** » :* Additionner des dixièmes entre eux, c'est facile.

9/10 + 3/10 + 2/10 = 14/10 ou 1 + 4/10

Pour additionner des demis et des dixièmes, je transforme les demis en dixièmes ½ = 5/10.

Avec contexte du verre doseur gradué en dixièmes, on verse ... puis ...

Quelques consignes : Calcule ces sommes ; Compare ces nombres 37/10 et 3 + 8/10.

Règle graduée en stylos, demi-stylo et dixième de stylo.

Quelques consignes :

Reconnaître 2/10, 3/10 comme longueur d'un segment ne partant pas de la graduation 0.

Quel est le nombre le plus proche de 2 ? 1 + ½ ou 2 + 4/10 ?

Calcule puis range ces nombres du plus petit au plus grand

13/10   1   8/10   24/10   2   14   ½

10) Somme de fractions décimales ½, n/4 ; n/100 (*Leçons 92 et 93*)

Verre doseur gradué en centième ; règle graduée en stylo, demi, quart et centième de stylo.

*« **J'ai appris** » :* On peut additionner des centièmes 52/100 + 73/100 = 125/100 c'est-à-dire 1 + 25/100 ou 1 + ¼.

Pour additionner des centièmes, des quarts et des demis, je dois transformer les demis et les quarts en centièmes, j'utilise les égalités : ½ = 50/100 et ¼ = 25/100.

11) Somme de fractions décimales ½, n/4 ; n/10 ; n/100 (*Leçons 99 et 100*)

Règle graduée en centième et dixième de stylo.

*« **J'ai appris** » :* Additionner des centièmes entre eux, c'est facile : 46/100 + 32/100 = 78/100. Pour additionner des centièmes et des dixièmes, je transforme les dixièmes en centièmes : 6/10 + 32/100 = 60/100 + 32/100 = 92/100.

12) Écritures décimales : les dixièmes (*Leçons 109 et 110*)

À partir de l'affichage de la calculatrice pour 46/10

*« **J'ai appris** » :* 13,6 signifie 13 + 6/10 ou 136/10. Sur les machines, la virgule est souvent remplacée par un point. Ce nombre s'appelle un nombre décimal. Le chiffre à droite de la virgule désigne les dixièmes. 13,6 se dit " treize virgule six dixièmes "

13) Écritures décimales : les dixièmes et les centièmes (*Leçons 111 et 112*)

*« **J'ai appris** » :* 23,67 signifie 23 + 6/10 + 7/100 ou 23 + 67/100 ou 2367/100. Le premier chiffre après la virgule désigne les dixièmes. Le second chiffre après la virgule désigne les centièmes.

23,67 se dit « vingt-trois virgule six dixièmes et sept centièmes » ou « vingt-trois virgule soixante-sept centièmes ».

3,07 se dit « trois virgule sept centièmes ».

Quelques consignes : Calcule ces divisions-fractions. Écris le résultat en utilisant le système de la virgule, puis vérifie avec ta calculette.

½   4/100   59/100   107/100   110/100   143/100   201/100

14) Fractions décimales du mètre exprimées en dm, cm et mm (*Leçon 118*)

15) Fractions décimales du dm² exprimées en cm²…(*Leçon 119*)

16) Les écritures décimales pour exprimer des mesures (*Leçons 121 et 122)*

« ***J'ai appris*** » *:* Pour savoir ce que veut dire 12,7 dm², il faut le lire « douze virgule sept dixièmes de décimètre carré » et chercher l'étendue qui correspond à 1 dixième de dm² : 1/10 dm² = 10 cm². 12,7 dm² = 12 dm²70 cm²

17) Opérations sur les nombres décimaux (*Leçons 125, 127 à 130*)

Somme de nombres décimaux (*Leçon 125*).
Produit d'un nombre décimal par un entier (*Leçons 127-128*)
Soustraction de nombres décimaux (*Leçon 129-130*)

Les grandes étapes de la progression sur les fractions et les décimaux en CM2 sont les suivantes :

Deuxième période :

1) " 5 divisé par 6 ", c'est aussi " 5 sixièmes " (*Leçon 32*)

« ***J'ai appris*** » *:* Il y a deux façons de représenter la part correspondant à 5 pizzas partagées équitablement entre 6 personnes :
- soit je prends 5 pizzas, je partage chacune en sixièmes et je prends une part dans chaque,
- soit je prends une seule pizza, je la partage en sixièmes et je prends 5 parts.
5/6 se lit " 5 divisé par 6 " ; mais on peut le lire aussi " 5 sixièmes ".
Dans la fraction 3/10 , ce nombre (10) est le dénominateur, il nous permet de dénommer la fraction (ici, ce sont des dixièmes) ; ce nombre est le numérateur, il nous indique le nombre de dixièmes (ici, il y en a 3)

2) Fractions équivalentes < 1 (*Leçon 33*)

À partir de découpages de carrés, « voici les principales équivalences » :
1/4 = 25/100 ; ¾ = 75/100 ; ½ = 2/4 = 5/10 = 50/100 ; 1/10 = 10/100 ;
2/10 = 20/100 ; 3/10 = 30/100.

3) La division – fraction : « 11 divisé par 4 », c'est aussi « 11 quarts » (*Leçon 34*)

La division – fraction 11/4 = 2 + ¾ permet de résoudre deux sortes de problèmes :
- ceux où l'on partage 11 unités en 4 parts égales et où l'on partage le reste,
- ceux où l'on cherche combien font 11 fois ¼ (" 11 fois un quart " ou " 11 quarts ")
Attention : Une division – fraction peut s'écrire de deux façons : 11/4 = 2 + ¾ ou 11 : 4 = 2 + ¾
Quand on utilise le signe " : "
- s'il est suivi d'un point d'interrogation (?), c'est une division avec reste ;
- s'il est suivi du signe égal (=), c'est une division – fraction.

4) Fractions inférieures, égales ou supérieures à 1 (*Leçon 37*)

« ***J'ai appris*** » *:* Pour savoir si une fraction est inférieure à 1, égale à 1 ou supérieure à 1, comparer son numérateur et son dénominateur.
Si le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction est inférieure à 1.
Si le numérateur et le dénominateur sont égaux, …
Deux manières de raisonner sont possibles, correspondant aux deux sens des fractions. Avec 7/5 par exemple, on peut dire : soit, 7 cinquièmes, c'est plus grand que 1 parce que c'est5 cinquièmes qui est égal à 1 ; soit, en faisant la division, on voit que 7/5 = 1 + 2/5 ; 7/5 est donc plus grand que 1.

5) Sommes de fractions décimales : ½ ; ¼ ; 1/10 ; 1/100 (*Leçons 39 et 40*)

*« **J'ai appris** » :* Pour additionner des demis et des dixièmes … je transforme les demis en dixièmes. Pour additionner des demis, des quarts, des dixièmes et des centièmes… je transforme les demis, les quarts et les dixièmes en centièmes.
Les additions comme 2/10 + 7/100 ou 6/10 + 3/100 sont particulièrement faciles !
Comme au CM1, les seules fractions qu'on demande d'additionner sont les fractions décimales. Les élèves savent déjà transformer en centièmes : ½ ; ¼ ; 1/10 ; 2/10 ; 3/10 … ; ils apprendront à les transformer en millièmes à la leçon 41. De ce fait, on n'a pas besoin d'enseigner une règle de « réduction au même dénominateur ». Le quadrillage découpé en centièmes qu'on utilise dans cette leçon aurait pu être plus petit. Nous avons choisi cette grande taille pour pouvoir utiliser le même quadrillage, découpé en millièmes, dans la leçon d'introduction de ces fractions.
Avec la règle graduée en dixièmes et centièmes de bâton de ski, pour tracer :
- une ligne brisée qui mesure 57/100 de bâton de ski, je peux utiliser l'égalité : 57/100 = 5/10 + 7/100 ;
- une ligne brisée qui mesure 73/100 de bâton de ski, je peux utiliser l'égalité : 73/100 = 7/10 + 3/100.

Rappelons les raisons du choix d'une unité non conventionnelle : l'addition 7/10 m + ½ m risquerait d'être traitée comme une addition d'entiers : 7 dm + 5 dm. Ici les élèves sont obligés de raisonner sur des nombres fractionnaires. Le choix d'une grande unité, le bâton de ski, permettra de faire apparaître ultérieurement les millièmes de cette unité. Du coup, la règle ne possède pas de repère « 1 », ce qui surprend les élèves. Dans l'activité 2 et les suivantes, on privilégiera les raisonnements du type : " 2/10 + 6/100 , c'est plus petit que 3/10 parce qu'il manque 4/100 pour faire 3/10 ", plutôt que de transformer systématiquement les nombres à comparer en centièmes.

6) Fractions décimales (les millièmes) : équivalences (*Leçon 41*)

*« **J'ai appris** » :* Pour comparer des **millièmes** avec des **dixièmes**, il faut transformer les dixièmes en millièmes : 1/10 = 100/1000 ; 2/10 = 200/1000 ; 3/10 = 300/1000 ; … ;
9/10 = 900/1000 ; …etc
Pour comparer des **millièmes** avec des **centièmes**, il faut transformer les centièmes en millièmes : 1/100 = 10/1000 ; 2/100 = 20/1000 ; 3/100 = 30/1000 ; … 9/100 = 90/1000 ; … ; 24/100 = 240/1000 … etc
Pour comparer des **millièmes** avec des **demis** et des **quarts**, il faut connaître ces équivalences : 1/2 = 500/1000 ; 1/4 = 250/1000 ; 3/4 = 750/1000.
Apprendre que 67/100 = 670/1000 prépare à la compréhension du fait que 42,67 = 42,670 . Ainsi, le fait que l'on puisse écrire des zéros à droite de la partie décimale d'un nombre sans en changer la valeur n'apparaîtra pas comme un phénomène mystérieux.

7) Sommes de fractions décimales : les millièmes (*Leçons 45 et 47*)

*« **J'ai appris** » :* Pour additionner des millièmes avec des demis, quarts, dixièmes ou centièmes, je peux transformer les demis, quarts, dixièmes, etc. en millièmes.
Par exemple :
241/1000 + 3/10 = 241/1000 + 300/1000 d'où 241/1000 + 3/10 = 541/1000 ;
241/1000 + 5/100 = 241/1000 + 50/1000 d'où 241/1000 + 5/100 = 291/1000.
Certaines additions sont particulièrement faciles.
Par exemple : 9/100 + 5/100 + 7/1000 = 957/1000 ; 24/100 + 8/1000 = 248/1000 ;
3/10 + 62/1000 = 362/1000.
Pour additionner des dixièmes et des millièmes, on peut évidemment transformer les dixièmes en millièmes. Cependant, dès cette leçon, on remarque que lorsqu'on ajoute jusqu'à 7 dixièmes à 241/1000 , seul le chiffre « 2 » est transformé. Il s'agit, là encore, de se préparer à comprendre l'écriture à virgule de ces nombres.
Avec une règle graduée en dixièmes, centièmes et millièmes, pour tracer :
-une ligne brisée qui mesure 582/1000 de bâton de ski, je peux utiliser l'égalité :

582/1000 = 5/10 + 8/100 + 2/1000
-une ligne brisée qui mesure 673/1000 de bâton de ski, je peux utiliser l'égalité :
673/1000 = 6/10 + 7/100 + 3/1000
Pour tracer une ligne brisée de 578/1000 de bâton de ski, par exemple, on a intérêt à juxtaposer d'abord des segments de 1/10 , parce que cette longueur figure sur la règle. Du coup, on est conduit à utiliser la décomposition : 578/1000 = 5/10 + 7/100 + 8 /1000, dont on a souligné l'importance.

8) Situer un décimal par des encadrements successifs (*Leçon 48*)

La situation du nombre - cible
Les décimaux permettent d'approcher d'aussi près que l'on veut (au 1/10 près, etc.) la mesure de n'importe quelle grandeur continue (longueur, aire, masse, etc.). Cette propriété fondamentale est théâtralisée en classe grâce au « jeu du nombre – cible ». Avec cette double page, les élèves s'approprient la structure générale du jeu et un mode conventionnel de visualisation des nombres qui se situent à l'intérieur d'intervalles numériques emboîtés de plus en plus petits : il suffit de s'imaginer en parachutiste, dont le champ visuel est de plus en plus restreint, mais aussi de plus en plus précis, à mesure qu'il se rapproche du sol.
Pour encadrer le nombre – cible au centième près, l'interrogation orale du maître par les élèves peut prendre deux formes : « Est-il entre 56 plus 80 centièmes et 56 plus 85 centièmes ? » ou « Est-il entre 56 plus 8 dixièmes et 56 plus 8 dixièmes plus 5 centièmes ? ». A l'oral on a privilégié la première possibilité. Sinon lorsqu'on veut situer le nombre – cible entre deux millièmes, il devient fastidieux d'interroger : « Est-il compris entre 56 plus 8 dixièmes, plus 3 centièmes, plus 5 millièmes et ... ». En revanche, à l'écrit, c'est la seconde possibilité qui a été retenue. En utilisant les deux formes, les élèves continuent à s'approprier leur équivalence.

Troisième période :

9) Les écritures décimales : les dixièmes et les centièmes (*Leçons 56 et 57*)

« ***J'ai appris*** » : La touche « : » de la calculette ne calcule pas la division avec reste. Elle calcule la division – fraction, mais le résultat du partage du reste ne s'affiche pas sous la forme d'une fraction : 35,8 signifie 35 + 8/10 ou 358/10.
Cette écriture de 358/10 s'appelle une écriture décimale ou « à virgule ». Sur les machines, la virgule est souvent remplacée par un point. Le chiffre après la virgule désigne les dixièmes. 35,8 se dit " trente-cinq virgule huit dixièmes " ou " trente-cinq et huit dixièmes ". Les chiffres à gauche de la virgule forment la partie entière du nombre (ici, 35).
« ***J'ai appris*** » : Les chiffres à droite de la virgule forment la partie décimale du nombre (ici, 0,8). La partie décimale d'un nombre est toujours plus petite que 1.
35,83 signifie 35 + 8/10 + 3/100 ou 35 + 83/100 ou 3583/100
Le premier chiffre après la virgule désigne les dixièmes.
Le deuxième chiffre après la virgule désigne les centièmes.
35,83 se dit « trente-cinq virgule huit dixièmes et trois centièmes » ou « trente-cinq virgule quatre-vingt-trois centièmes ».
47,06 se dit « quarante-sept virgule six centièmes ».
La partie entière de 35,83 est 35 et sa partie décimale est 0,83.
Les élèves savent déjà résoudre les exercices proposés dans ces deux pages lorsqu'ils sont proposés avec des fractions. Mais ils ne penseront à mobiliser ces connaissances que si on les incite à oraliser les nombres écrits avec une virgule comme ils le faisaient auparavant avec les fractions, c'est-à-dire en utilisant les mots « dixième » et « centième ». Grâce à cette oralisation, l'enfant voit des nombres à virgule, mais il raisonne sur des fractions.

10) Le jeu du nombre – cible avec les écritures décimales (*Leçon 58*)

11) Les écritures décimales : les millièmes (*Leçon 59*)

*« **J'ai appris** » :* 29,659 signifie 29 + 6/10 + 5/100 + 9/1000 ou 29 + 659/1000 ou 29659/1000. Le troisième chiffre après la virgule désigne les millièmes.
29,5659 se dit « vingt-neuf virgule six dixièmes cinq centièmes et neuf millièmes » ou « vingt-neuf virgule six cent cinquante-neuf millièmes ».
92,003 se dit « quatre-vingt-douze virgule trois millièmes ».
Les élèves apprennent d'abord à interpréter ce qu'affiche une calculette lors de divisions par 1000. Ils prennent ensuite conscience qu'ils savent effectuer tous les exercices proposés, pour peu qu'ils soient attentifs à bien oraliser une écriture telle que 29,659 en explicitant ce que représentent les chiffres de la partie décimale : « vingt-neuf virgule six cent cinquante-neuf millièmes » ou « vingt-neuf virgule six dixièmes cinq centièmes et neuf millièmes ».

12) Sens des chiffres dans une mesure décimale : les longueurs (*Leçon 65*)

Dans les unités de longueur, chaque unité est le dixième de l'unité immédiatement supérieure. (...) Cela permet de comprendre n'importe quelle mesure décimale de longueur.
1,36 dm ; c'est 1 dm ; c'est 3/10 dm ou 3 cm ; c'est 6/100 dm ou 6 mm.
2,575 km ; c'est 1 km ; c'est 5/10 km ou 5 hm ; c'est 7/100 km ou 7 dam ; c'est 5/1000 km ou 5 m
Cette façon d'aborder les mesures décimales de longueur rend inutile l'usage d'un tableau dans lequel les enfants écrivent les chiffres à interpréter.

13) Sens des chiffres dans une mesure décimale : les aires (*Leçon 66*)

Dans les unités d'aires, chaque unité est le centième de l'unité immédiatement supérieure. (...) Cela permet de comprendre n'importe quelle mesure décimale d'aire.
1,3952 dm^2 ; c'est 1 dm^2 ; c'est 39/100 dm^2 ou 39 cm^2 ; c'est 52/10000 dm^2 ou 52 mm^2
Attention ! Dans 1,3 dm^2, 3 c'est 3/10 dm^2 ou 30 cm^2. Dans 1,395 dm^2, 5 c'est 5/1000 dm^2 ou 50 mm^2
Une mesure décimale d'aire est plus facile à comprendre quand elle a 2 ou 4 chiffres après la virgule : 1,3 dm^2 = 1,30 dm^2 ; 1,395 dm^2 = 1,3950 dm^2.
Dans le cas des mesures décimales d'aire, il faut se rappeler que chaque unité est le centième de l'unité supérieure. C'est pourquoi nous nous limitons aux unités inférieures au mètre carré. Il est facile d'évoquer mentalement un étalon de chacune de ces unités et ainsi de se rappeler que le dm^2 est le centième du m^2, etc.

14) Somme et différence de nombres décimaux (*Leçon 67*)

Trouver la somme de deux aires et leur différence par tracé ; les élèves prennent conscience qu'ils auraient pu trouver cette somme et cette différence avec les algorithmes qu'ils connaissent de l'addition et de la soustraction. Dans un premier temps, il est préférable de faire expliciter ce que représente chaque chiffre : « 8 dixièmes et 4 dixièmes ça fait 12 dixièmes, c'est-à-dire une unité et 2 dixièmes ». Dans le cas de la soustraction, le nombre de chiffres des deux nombres doit être égalisé.
*« **J'ai appris** » :* Pour calculer la somme de nombres décimaux (46,375 + 2,98 par exemple), je peux poser une addition en colonnes. Pour aligner les unités sous les unités, les dixièmes sous les dixièmes, les centièmes sous les centièmes, etc., il suffit d'aligner les virgules :

Je peux écrire : 46,375 ou 46,375
+ 2,98 + 2,980

Je commence mon addition par les millièmes, je continue avec les centièmes, etc.

Pour calculer la différence entre deux nombres décimaux (56,3 – 7,825 par exemple), je peux poser une soustraction en colonnes. Pour que les unités soient sous les unités, les dixièmes sous les dixièmes, etc., il suffit d'aligner les virgules :
Pour avoir le même nombre de chiffres, j'écris : 56,300
- 7,825

15) Produit d'un nombre décimal par un entier : entier < 10 (*Leçon 70*)

« ***J'ai appris*** » : Pour calculer le produit d'un nombre décimal par un nombre entier inférieur à 10 (46,372 x 8 par exemple), je peux poser une multiplication :
46,37
x 8
Je commence mon calcul par les millièmes, je continue avec les centièmes, etc.
Dans un premier temps, pour 46,372 x 8 par exemple, on dit : " 8 fois 2 millièmes, 16 millièmes. Je pose 6 millièmes et je retiens 1 centième… ".

16) Multiplication et division d'un nombre décimal par 10 (*Leçon 73*)

« ***J'ai appris*** » : Quand on multiplie un nombre décimal par 10, le chiffre des unités devient celui des dizaines ; le chiffre des dixièmes devient …
Cela revient à décaler la virgule d'un rang vers la droite.
Par exemple : 43,794 x 10 = 437,94 ou 0,712 x 10 = 7,12
Quand on divise un nombre décimal par 10, le chiffre des unités devient celui des dixièmes. Cela revient à décaler la virgule d'un rang vers la gauche.
Par exemple : 127,84 : 10 = 12,784 ou 0,0132 : 10 = 0,00132
Pour comprendre que le chiffre des dixièmes devient celui des unités, le chiffre des centièmes celui des dixièmes ..., on peut se référer à la ligne brisée et calculer « de gauche à droite » : les 10 dixièmes forment une unité (1 bâton de ski) ; les 10 fois 3 centièmes donnent 30 centièmes, soit 3 dixièmes, etc.

17) Multiplication et division d'un nombre décimal par 10, 100, 1000, etc.(*Leçon 74*)

« ***J'ai appris*** » : Quand on multiplie un décimal par 100, le chiffre des unités devient celui des centaines ; le chiffre des dixièmes devient …Cela revient à décaler la virgule de 2 rangs vers la droite.
Par exemple : 43,794 x 100 = 4379,4 ou 0,725 x 100 = 72,5
Quand on divise un décimal par 100, le chiffre des unités devient celui des centièmes.
Cela revient à décaler la virgule de 2 rangs vers la gauche.
Par exemple : 127,84 : 100 = 1,2784 ou 0,073 : 100 = 0,00073
La règle de déplacement de la virgule conduit à des cas particuliers : multiplier 3,2 par 1000, par exemple. Aussi convient-il d'insister sur la nécessité de contrôler le résultat en s'intéressant à ce que devient l'un des anciens chiffres (celui des unités le plus souvent) à l'issue de cette opération.

18) Produit d'un nombre décimal par un entier : entier quelconque (*Leçon 75*)

« ***J'ai appris*** » : Pour multiplier un nombre décimal par un nombre entier, je fais comme s'il n'y avait pas de virgule, mais je la replace une fois le calcul terminé.
Par exemple pour 34,596 x 923 : je calcule 34596 x 923 mais j'obtiens le résultat en millièmes : 31 932 108 ; je replace la virgule 34,596 x 923 = 31 932,108.
Ici, il y a 3 chiffres après la virgule, au résultat, il faut aussi 3 chiffres après la virgule.

19) Quotient décimal d'une division (*Leçon 80*)

« ***J'ai appris*** » : Quand on divise un nombre décimal par un nombre entier, après le partage des unités, on peut partager les dixièmes, puis les centièmes, etc.
On obtient un quotient décimal. Quand le dividende est plus petit que le diviseur, le quotient décimal commence par 0,…

Paradoxalement, le cas où l'on divise un décimal par un entier est plus facile que celui où c'est un entier que l'on divise par un autre entier car il est alors naturel de poursuivre le partage au-delà des unités. Les divisions de cette leçon « tombent juste ». (...) À partir de cette leçon, on pourra proposer aux élèves de vérifier leurs calculs de divisions sur la calculette plutôt qu'en faisant la preuve. En effet, les calculs devenant de plus en plus complexes, la preuve risque de prendre une place disproportionnée dans le temps des élèves.

20) Quotient décimal d'une division (*Leçon 81*)

*« **J'ai appris** » :* Le quotient d'une division – fraction peut s'exprimer de deux façons :
- sous forme fractionnaire, par exemple 73 : 8 = 9 + 1/8 ;
- sous forme décimale, en « poussant la division après la virgule », par exemple 73 : 8 = 9,125.

Quand le dividende est plus petit que le diviseur, le quotient est inférieur à 1, il commence par 0,...
Dans certains problèmes de division, cela n'a pas de sens de chercher un quotient décimal.

21) Division par 2 et 4 : calcul mental du quotient décimal (*Leçon 83*)

*« **J'ai appris** » :* Chercher la moitié d'un nombre, c'est le diviser par 2.
La moitié d'un nombre impair est un nombre décimal qui se termine par 5 dixièmes.
Par exemple, 27 : 2 = 13 + ½ , ou 27 : 2 = 13,5
Chercher le quart d'un nombre, c'est le diviser par 4.
Quand le reste de la division est égal à 1, le quotient décimal se termine par ...,25
Quand le reste de la division est égal à 2, ...

22) Division décimale : quotient approché (*Leçon 85*)

*« **J'ai appris** » :* Certaines divisions « ne tombent jamais juste », il faut décider si on s'arrête au 1/10 ou au 1/100 ou au 1/1000 ou ...
Par exemple, si on calcule 10 : 7 en s'arrêtant au 1/10000 près, 1,428**5** est une approximation par défaut ; 1,428**6** est une approximation par excès.
Dans le cas des mesures de longueur et d'aire, il faut décider la précision recherchée :
Si on calcule 10 km : 7 et qu'on veut être précis au dm près, on s'arrête au 1/10000.
Si on calcule 10 dm^2 : 7 et qu'on veut être précis au cm^2 près, on s'arrête au 1/100.
Dans l'activité 1, les élèves découvrent que certaines divisions décimales ne s'achèvent jamais.
Dans l'activité 2, on utilise à nouveau le contexte du parachutiste qui s'approche de plus en plus d'un nombre a : b. Les approximations successives correspondent aux quotients décimaux successifs de la division. La tour de contrôle, elle, fournit des encadrements décimaux de plus en plus fins. Dans le cas d'un contexte de mesure (longueur ou aire), c'est la connaissance du système d'unités qui permet de savoir à quel rang il convient de s'arrêter : le mm, par exemple, correspond au 1/1000 m.

23) Multiplier / diviser pour convertir des mesures décimales (longueur et aire) : cas simples (*Leçon 88*)

*« **J'ai appris** » :* Pour convertir une mesure décimale de longueur ou d'aire, je raisonne comme dans la conversion des mesures entières. Si je passe d'une unité à une unité plus petite, je calcule une multiplication :
3,27 dm = 32,7 cm (j'ai multiplié par 10)
3,27 dm^2 = 327 cm^2 (j'ai multiplié par 100).
Si je passe d'une unité à une unité plus grande, je calcule une division :
401,58 dm = 40,158 m (j'ai divisé par 10)

401,58 dm^2 = 4,0158 m^2 (j'ai divisé par 100).
Les élèves, de nouveau, doivent mobiliser leurs connaissances sur les rapports entre unités (de longueur et d'aire). Il s'agit aussi d'un nouveau contexte pour mettre en œuvre la multiplication et la division d'un décimal par 10, 100, 1000, etc. et pour approfondir la réversibilité de ces opérations.

Quatrième période :

24) Multiplier et diviser pour convertir des unités de capacité (*Leçon 95*)

25) Multiplier et diviser pour convertir des mesures de masse (cas général) (*Leçon 100*)

26) Calculer 4,5 fois n (vers la multiplication d'un entier par un décimal) (*Leçon 108*)

La multiplication d'un décimal par un entier a été introduite dans des situations où on cherchait le résultat de n fois un décimal. C'était donc le nombre décimal qui était réitéré. On aborde ici, dans des cas simples, une situation où l'entier est réitéré en cherchant : « 4 virgule cinq dixièmes de fois n ».

27) Les changements d'unité : utiliser un tableau de conversion (*Leçon 111*)

Nous avons différé à la fin du CM2 l'usage des tableaux de conversion. Ce choix se justifie du fait qu'avec cet outil, les élèves peuvent effectuer les conversions sans s'intéresser à la grandeur de chaque unité et sans connaître les rapports entre unités. Nous avons déjà souligné les bienfaits attendus des stratégies alternatives privilégiées jusqu'ici. On sera attentif à relier les deux stratégies, par exemple en faisant remarquer que, dans le tableau, déplacer la virgule de 1, 2, 3 ... rangs vers la gauche (ou vers la droite), revient à diviser (ou multiplier) par 10, 100, 1000 ... On introduit aussi les notions de dam^2, hm^2 et km^2 .

28) Prendre la fraction d'un nombre (*Leçons 114, 115 et 116*)

Le point sur les situations introductrices :

En CM1 :

Les écritures fractionnaires sont introduites pour la première fois en début de période 3 (*séquences 58 et 59 p 86 à 88*). C'est une séquence de type construction (deux séances que l'auteur nomme séquences).

L'objectif de la première séance, intitulée « Une nouvelle division et de nouveaux nombres », est de donner du sens aux écritures fractionnaires avec les choix des dénominateurs 3 puis 10 (fractions décimales) dans des activités de partage de grandeurs continues, en différenciant la division euclidienne de la nouvelle division (division dans l'ensemble des rationnels appelée division-fraction). Il s'agit également d'apprendre, dans ce contexte, à calculer la partie entière d'un rationnel.

Pour cette première séance, les élèves sont invités à comprendre, avec l'aide du maître, le sens de cette nouvelle division et à entraîner cette connaissance dans « le calcul de divisions–fractions » avant de résoudre des problèmes de partage dans les deux contextes : division euclidienne (division avec reste déjà connue) et division dans Q (division-fraction nouvellement introduite).

L'auteur privilégie les dénominateurs inférieurs à 10. Les fractions décimales et le dénominateur 25 sont également choisis, ils permettent d'effectuer des calculs mentaux.

Pour la seconde séance, intitulée « Fractionnement de l'unité en parts égales », l'objectif est de montrer aux élèves que les écritures fractionnaires ne s'utilisent pas dans le cadre de partages inégaux.

Les enfants doivent rechercher les partages qui correspondent aux rationnels $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{10}$.

Les écritures fractionnaires sont donc introduites sous leur aspect « a : b » dans le cadre « Partage ».
La signification $\frac{a}{b}$ comme a divisé par b est définie et toutes les recherches de la partie entière d'un rationnel sont rendues possibles en lien avec la division euclidienne.
Ainsi $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$; $\frac{12}{10} = 1 + \frac{2}{10}$; $\frac{702}{100} = 7 + \frac{2}{100}$; $\frac{7041}{1000} = 7 + \frac{41}{1000}$.
Remarque : un abus qui consiste à parler du « calcul d'une division-fraction ».

<u>En CM2</u> :

Les écritures fractionnaires sont réintroduites pour la première fois en début de période 2 (*séquences 31, 32 et 33 p 48 à 50*). C'est une séquence de type construction (trois séances).

L'objectif est de réintroduire les écritures fractionnaires en assurant le lien entre les deux aspects : l'aspect « a : b » et l'aspect « a bièmes ».

Au cours de la première séance intitulée « 5 divisé par 6, c'est aussi 5 sixièmes », les élèves découvrent différentes méthodes de partage de baguettes ou de pizzas dans le cas de rationnels inférieurs à 1.

Dans la deuxième séance « Fractions équivalentes < 1 », les élèves découvrent ou retrouvent les égalités fondamentales qui concernent les fractions décimales dixièmes et centièmes.

Dans la troisième séance « 11 divisé par 4 c'est aussi 11 quarts », les enfants travaillent sur des situations de partage dans les deux contextes division euclidienne et division dans Q (rationnels supérieurs à 1).

Les écritures fractionnaires sont donc réintroduites sous leurs aspects « a : b » et « a bièmes » dans le cadre « Partages ».
Les deux écritures et les deux lectures sont assurées : $\frac{5}{6} = 5 : 6$
$\frac{5}{6}$ c'est 5 divisé par 6 mais aussi 5 sixièmes.
Les égalités fondamentales sont institutionnalisées : $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$; $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$; etc..
La recherche de la partie entière est réactivée : $\frac{23}{4} = 5 + \frac{3}{4}$; $8207 : 100 = 82 + \frac{7}{100}$

5. LA COMPARAISON DES FRACTIONS ET DES DECIMAUX DANS LES MANUELS - SYNTHESE DES GROUPES

<u>Consigne :</u> « Après avoir échangé à partir des grilles précédentes, vous devez vous intéresser plus particulièrement aux séances portant sur la comparaison des « nouveaux nombres », au CM1 et au CM2 dans la collection étudiée, en identifiant les procédures privilégiées. Votre travail sera présenté sur une grande affiche et permettra ainsi une étude comparative en grand groupe. »

Nouvel objectif Calcul - Hatier			
Niveau Période	**Type de la séance**	**Contexte**	**Procédures privilégiées Écritures**
CM1 Période 4	Introduction des fractions	Mesure de longueur (aspect *a* *b*ièmes)	• écritures additives et soustractives - fractions • rangement de segments (du plus court au plus long) • recopier le rangement des mesures correspondantes • cherche à faire ressortir les conceptions erronées des élèves (par exemple en comparant 6,101 et 6,21)
	Comparaison de fractions décimales	Cadre numérique	• Encadrement de fractions décimales par deux entiers consécutifs
	Comparaison de nombres décimaux		• écritures fractionnaires, décimales • placement sur une droite graduée • procédure privilégiée : comparer les parties entières, puis les dixièmes, …
CM2 Période 2	Comparaison	Mesure (vérification) Repérage (aspects : *a* *b*ièmes et quotient)	• trouver le nombre décimal lié à une fraction (pas forcément décimale, parfois le nombre décimal est une valeur approchée de la fraction), et inversement • comparaison des nombres décimaux dont certains sont des valeurs approchées de fractions (aspect continu) • grandeurs : longueur et aire • validation par représentation de segments, avec la machine à partager • établissement de règles

Cap Maths - Hatier		
Niveau	**Période**	**Progression**
CM1	Période 3	Comparaison de fractions usuelles via des petits problèmes : • Comparaison de fractions à 1 • Encadrement de fractions par deux entiers (support : droite graduée)
	Période 4	• Reprise de ces activités avec des fractions décimales • Comparaison de nombres décimaux en utilisant leur écriture décimale.
	Période 5	Situation de recherche : rangement de surfaces → intercalation par comparaison d'aire
CM2	Dès la période 1	Évaluation diagnostique de la dernière compétence vue en CM1, c'est-à-dire concernant les écritures décimales
	Période 1	• Comparaison en utilisant les écritures décimales dans un contexte de mesure (on s'appuie sur la valeur positionnelle des chiffres → travail sur le sens) • Intercalation • Comparaison sur la droite numérique (dixième, …).
	Période 2	• Recontextualisation → mesures de longueurs. • À partir de mesures, élaboration d'une méthode de comparaison de deux nombres décimaux (reprise dans le « Dico Maths »).

Diagonale – Nathan (Édition 2002)		
Niveau	**Période**	**Progression**
CM1		Dans le chapitre Fractions, on relève la présence d'un encadrement : …/5 de u < c < … /5 de u
	Périodes 2 et 3	• Activité d'introduction : « Le conseil de l'Europe : nombre d'habitants ». - Le mot **comparer** n'apparaît pas - Les tâches : Encadrement 4 < … < 5 Rangement dans l'ordre croissant à partir d'une mesure (20 M hab) Rangement dans l'ordre croissant de tous les pays • Exercices - Supports : Tableau de nombres « à effacer » Droite numérique : marquer des points dont on donne l'abscisse Tableau de numération avec écritures différentes - Utilisation des symboles = < - Tâches : Placer des décimaux sur une droite numérique Encadrer
		• Trouver des nombres décimaux égaux écrits de façons différentes • Ranger sur une droite graduée en dixièmes • Zoom pour placer des nombres entre 1,2 et 1,3 • Repérer des nombres sur une droite graduée • Intercaler des décimaux entre deux entiers • Ranger des décimaux en les plaçant sur une droite numérique entre deux nombres : 3,1 et 3,2 • Dégager un algorithme de rangement de plusieurs décimaux (comparaison chiffre à chiffre si partie entières égales) • Intercaler des décimaux entre deux nombres
		• Comparer un décimal et un entier • Mise en place d'un algorithme : comparaison des nombres de gauche à droite dans la partie décimale
CM2	Période 2	• Présentation de deux techniques : - mise au même format - algorithme • Fraction décimale : réinvestissement de la comparaison algorithmique des décimaux

J'apprends les maths - Retz		
Niveau	**Période**	**Progression**
CM1	Période 3	• Comparer ¼ et 21/100 : construction d'équivalences puis comparaison à l'aide de quadrillages • Comparaison d'aires colorées qui sont des fractions d'un même carré • Écritures fractionnaires, fractions inférieures à l'unité • Reconnaître des fractions < 1 ; = 1 ou > 1 en comparant numérateur et dénominateur • Des lignes de partage sont amorcées, l'élève est invité à imaginer le quadrillage pour par exemple comparer ½ et 3/10
	Période 4	Pour comparer les décimaux, on se ramène à l'écriture : partie entière + fraction inférieure à 1
CM2	Période 2	Procédure : il faut savoir que ½ = 2/4 = 5/10 = 50/100 … • Pour les fractions supérieures à 1, décomposition partie entière + reste • Pour comparer des millièmes avec des dixièmes, on transforme les dixièmes en millièmes

6. CONCLUSION

Quelle conclusion envisager ?

- Sur les contenus des manuels (proximité , différences , cohérence interne, manques ...) ;

- Sur la mise au travail des participants (ampleur de la tâche ... mais nécessité de se coller à ce travail régulièrement pour un formateur ... tenir compte des ressources disponibles pour rester proche des préoccupations et des activités effectives des stagiaires et des débutants) ;

- Sur les activités de ce type à mener avec des PE2 : comment les inciter à ce type d'analyse, quel recul nécessaire, jusqu'où aller ? nature des apports du formateur ... pendant les cours, en dehors des cours ...

ATELIER C

Titre : Les Tice dans la formation des PE2

Auteurs : Jean-Louis IMBERT (IUFM Midi-Pyrénées),
Jean-Claude LEBRETON (IUFM d'Orléans-Tours)

Date : Décembre 2005 (Blois).

Résumé : Présentation et analyse du travail de formation TICE et Mathématiques qui est proposé aux stagiaires PE2 par les intervenants.

L'enjeu de l'apprentissage lié aux environnements numériques est d'ores et déjà une commande institutionnelle.

En mathématiques, elle est associée aux compétences de géométrie[14] (géométrie dynamique) et de gestion des données numériques (tableurs et grapheurs)[15] pour le cycle 3 de l'école primaire.

La formation des professeurs des écoles intégrera en 2007 le Certificat Informatique et Internet niveau 2 enseignant (C2i2e) qui nous oblige à nous poser la question des supports de formation et de validation pour un PE2.

Les dispositifs retenus pour cette présentation reprennent les contenus des formations de l'IUFM Midi-Pyrénées Site de Tarbes et de l'IUFM d'Orléans-Tours Site de Blois.

On peut décrire ces dispositifs d'une part en termes de situations d'homologie dans la mesure où les activités proposées constituent des ressources utilisables directement dans les classes pour introduire des supports de géométrie dynamique et de traitement des données ; d'autre part comme une activité d'exploration de didacticiels soit à partir d'une grille d'analyse soit en liaison avec un domaine particulier (construction du nombre, calcul réfléchi).

Notre objectif était de les mettre en débat à propos de leur transférabilité par les nouveaux formateurs vers d'autres PE2 et ainsi d'argumenter nos choix.

Le déroulement envisagé de l'atelier avait été pensé en plusieurs phases :
- Travail autour de la géométrie dynamique puis du tableur
  suivi d'une discussion à propos des choix effectués ;
- Analyse de logiciels avec des PE2 ;
- Exemples de didacticiels (« *A nous les nombres* », « *Bonjour Poussins !* », « *Calcul* »...)

La densité des échanges, la diversité des connaissances et des pratiques nous ont conduits à développer seulement certains points lors des ateliers du mercredi et du jeudi.

14 Document d'application
15 Document d'application

1. POINTS DE DEPART

Les raisons institutionnelles constituent un élément essentiel dans le choix de se poser la question de l'introduction des Tice dans la formation des enseignants.

Premier constat qui constitue le point de départ de l'atelier : il existe bien une évolution historique, et une évolution des programmes.

Même si cette dernière nous semble peu incitative pour un usage des Tice en mathématiques, elle justifie notre entrée :

- Les programmes de l'école primaire introduisent certes d'une façon très réservée, mais introduisent tout de même l'usage du tableur et des grapheurs en liaison avec le domaine intitulé « Gestion et traitement des données » au cycle 3 ;
- L'introduction de l'usage des logiciels de géométrie dynamique est envisagée au cycle 3 ;
- L'usage des didacticiels est sollicité à propos de la mise en place du B2i (Brevet Informatique et Internet Niveau 1).
- Les nouveaux programmes du concours de professeur des écoles envisagent une question complémentaire possible sur l'usage des TICE.
- La mise en place du C2i2e niveau 2 intervient comme critère dans la formation des PE2 à partir de 2006.

C'est aussi la prise en compte de l'évolution historique des Tice. Notre propre histoire nous a permis de côtoyer les évolutions technologiques de l'informatique (années 70 les cartes perforées, années 80 les premiers micro-ordinateurs : TO7, Sinclair..., les premiers PC, le Minitel naissance et mort, Internet...), les calculatrices programmables..., mais aussi les évolutions pédagogiques : de l'informatique objet d'étude à l'informatique outil pour la classe, et les volontés institutionnelles comme le Plan Informatique pour Tous (IPT).

Ce constat nous oblige à imaginer que les quarante années de la carrière d'un nouvel enseignant risquent d'être influencées par les technologies informatiques d'aujourd'hui et par leurs évolutions.

2. LES SITUATIONS PRESENTEES

Nous avons choisi de présenter notre dispositif dans le cadre de la formation des PE2. Sa durée est de 3 heures 30 spécifiques Maths-Tice et un équivalent de 1 h intégrée dans la formation mathématique des PE2.

Sur les deux sites, les formateurs ont privilégié une introduction à la géométrie dynamique et l'analyse de documents présentant des situations pour la classe. Sur le site de Tarbes, s'y ajoutent l'usage du tableur et du grapheur.

La question des didacticiels a été abordée sous la forme d'une analyse critique par les PE2 de logiciels disponibles sur Internet ou dans la base de logiciels libres ou freeware constituée par Jean-Claude Lebreton (Cdrom) ou par la présentation de didacticiels « constructifs » favorisant différents aspects de la construction du nombre.

3. LES ECHANGES SOLLICITES A PROPOS DE CERTAINS POINTS

a) Quelques éléments pour choisir les logiciels que nous présentons aux PE2

Pour la géométrie dynamique :

• Critères didactiques

Tout le monde s'accorde pour trouver intéressante l'idée de disposer de logiciels qui permettent de *construire* la différence en géométrie entre dessin et figure. Cet outil, parce qu'il ne gère pas l'image comme nous la gérons dans l'activité papier - crayon, provoque un questionnement sur la notion de propriété géométrique (un point n'est sur un cercle que si on l'a construit sur ce cercle et c'est la transformation de la figure qui valide cette propriété). Il permet de « fonctionnaliser » les propriétés, par exemple dans des activités d'agrandissement - réduction.

Le choix du cycle 3 est surtout un choix institutionnel (documents d'application cycle 3, « Espace et géométrie » p.30). Les critères didactiques sont à rattacher au développement intellectuel des élèves : en particulier une meilleure maîtrise des figures géométriques, une argumentation plus structurée favorable à un changement de statut du dessin vers la figure.

Les programmes restent toutefois relativement évasifs sur cette question.

• Critères d'adaptabilité : Ergonomie et instrumentalisation de l'environnement.

- Les logiciels n'ont pas été pensés pour l'école élémentaire.
- La gestion de l'écran, la multiplicité des menus, la lisibilité des icônes sont des points que nous avons étudiés pour choisir parmi les différents logiciels existants.
- Les menus avec des vecteurs ou des transformations non utilisables au cycle 3 ne sont pas favorables à une appropriation du logiciel.
- La dénomination des points est une fonction à construire au cycle 3 ; elle ne doit pas être automatisée.
- Enfin dans certaines situations nous avons préféré, au cycle 3, la gestion du mesurage de Déclic à celle de Cabri.

• Critères d'utilisabilité

Pour permettre aux classes de les utiliser en respectant le droit à la propriété intellectuelle, le prix (freeware ou libre gratuit) est un énorme atout. Permettre à tous de les utiliser quel que soit le système d'exploitation de leur machine est important.

• Conclusion :

Nous considérons par exemple que :

- Cabri[16] : est trop cher pour les classes du primaire,
- DrGéo[17] : ne tourne que sous Linux ,
- Géolabo[18] : pose un problème de nommage automatique des points et pas d'icône,
- Géonext[19] : n'est pas très convivial dans la gestion des menus « utilisateur »,
- Tracenpoche[20] : a le même problème que géolabo mais avec une évolution en perspective,
- Géogebra[21] est un nouveau dans la liste (non encore testé),

16 http://www.cabri.com/
17 http://www.drgeo.seul.org/
18 http://www.bibmath.net/geolabo/index.php3
19 http://geonext.uni-bayreuth.de/?LANG=fr
20 http://tracenpoche.sesamath.net/

- Géoplan-espace[22] n'est pas adapté au primaire,
- Apprenti-géomètre[23] : ne traite pas des mêmes objets géométriques et les situations didactiques sont encore à explorer !

En conclusion, notre choix pour le support logiciel Déclic[24], à ce jour, se justifie donc aussi bien par la question de l'interface, de l'usage didactique que l'on peut en faire, des contraintes du concepteur, et de l'adaptation au niveau des élèves.

Pour les tableurs grapheurs :

Seul le choix d'utilisabilité et la faible indication institutionnelle pour l'utilisation des logiciels libres a guidé notre choix. Nous avons retenu de travailler avec Openoffice.calc[25].

Pour les didacticiels :

L'intégration dans les pratiques de classes constitue un indicateur. Leur utilisabilité dans des phases qui ne soient pas seulement de réinvestissement est essentiel. On peut alors évaluer à partir des recherches en didactique des mathématiques ceux qui résistent aux premières critiques.

Nous avons retenus « A nous les nombres »[26] « Bonjour Poussins ! »[27] et « Calcul »[28] .

La gratuité est un facteur important pour une école à faible budget. La démarche de l'équipe du « Terrier » d'Abulédu[29] est à encourager.

L'analyse de logiciels a pour objectif d'apporter des éléments de réponse à la question : « Qu'est-ce que l'on peut en faire en situation d'apprentissage ? » sachant qu'ils ont une vraie existence pour les « accrocs du net ». Le travail de documentation et de repérage de Jean-Claude Lebreton sous la forme d'un CD facilite grandement cette tâche. Par ce biais, nous offrons la possibilité de construire une analyse critique sur ces outils.

b) Les situations présentées

Géométrie dynamique :

Nous nous sommes appuyés sur l'hypothèse (suite aux réponses à un mail évaluation diagnostique), que tous les participants ou presque avaient une connaissance minimale d'un logiciel de géométrie dynamique. C'était en partie vrai et le tour de table que nous avons organisé (*avec le second groupe, je n'ai pas les notes pour le premier groupe*) montre la diversité des usages en matière de logiciels de géométrie dynamique :

- 7 disent ne pas en utiliser dans la formation ni des PLC, ni des PE1 ou PE2, un seul affirme la volonté de ne pas l'utiliser en PE2,
- en formation PE, 8 utilisent Déclic ; 4 utilisent Cabri, Géonext est cité,
- 2 envisagent l'usage d'apprenti-géomètre
- 4 utilisent géoplan-space pour les PLC.

• **La première situation** exposée est destinée aux PE2 ; l'objectif est de montrer dans l'action la différence entre dessin et figure géométrique.

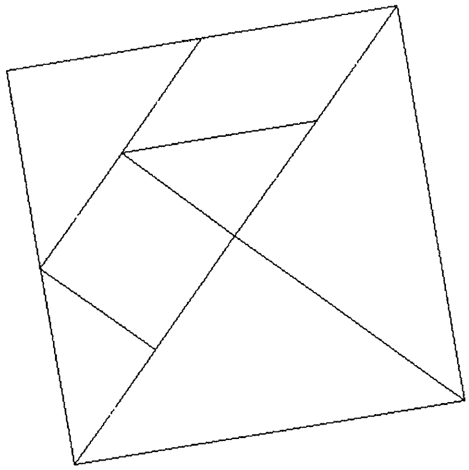
La première phase (15 minutes environ) consiste à présenter, avec un vidéo-projecteur, les fonctions de base du logiciel : points fixe et libre ; construction d'une droite passant par deux

---

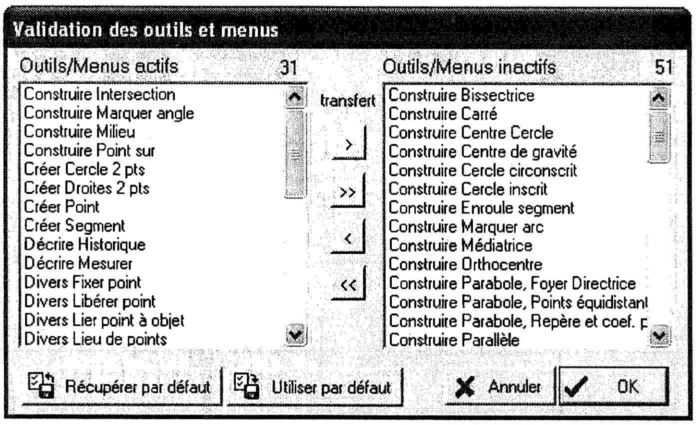
21 http://www.geogebra.at/
22 http://www2.cnam.fr/creem/
23 http://www.enseignement.be/geometre/
24 http://emmanuel.ostenne.free.fr/declic/
25 http://fr.openoffice.org/
26 DEA J. Briand http://abuledu.org/
27 DEA JL Imbert – http://bonjour.poussins.free.fr/
28 Conception Jean-Louis Sendral IUFM Midi-Pyrénées (retraité) http://abuledu.org/
29 http://abuledu.org/

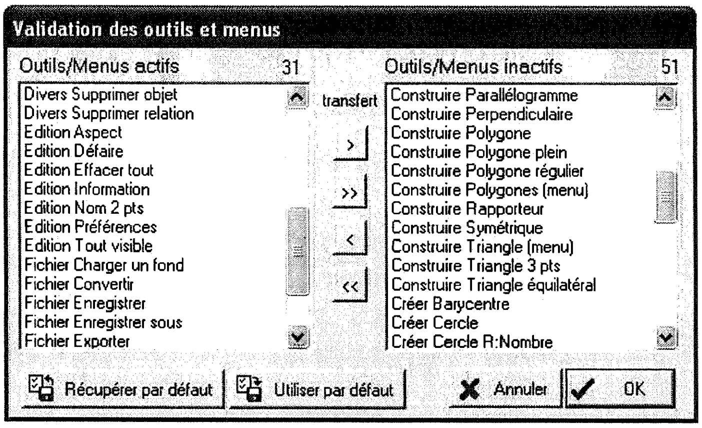
points, d'un segment, d'un cercle de centre un point et passant par un point I ; la notion de point sur un objet, de l'intersection de deux objets, de la perpendiculaire à une droite ; quelques fonctions de nommage des points, de mesurage d'un segment et de coloriage, ... C'est l'occasion de montrer que les relations géométriques établies entre les différents objets sont conservées.

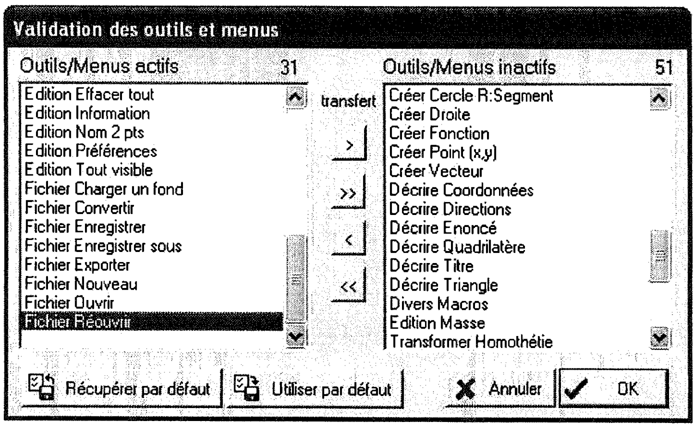
Pendant la deuxième phase, les PE2 doivent construire un Tangram que l'on agrandira en déplaçant un de ses sommets.

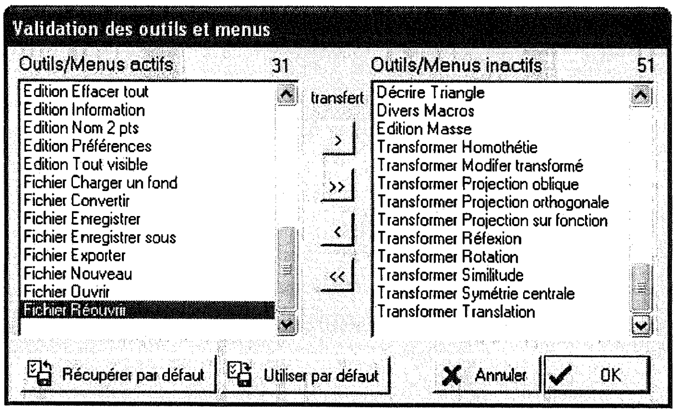


Les PE2 ne disposent plus du menu avec toutes les fonctionnalités (ci-dessous la configuration des menus).

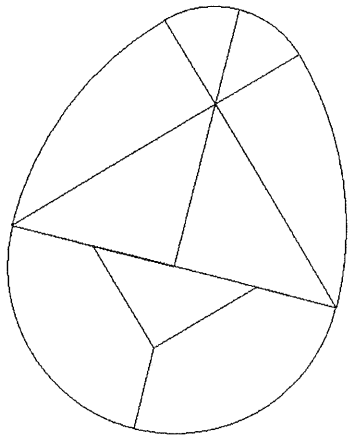








Ceux qui auraient une connaissance suffisante du logiciel peuvent construire le puzzle « Oeufs » ci-dessous.



Les démarches des PE2 sont assez voisines des pratiques des élèves de CM2. Ils utilisent par exemple le parallélisme avec le côté de l'écran pour construire un angle droit, les points se superposent à l'image du cercle, la proximité de la présentation ne leur permet pas de la réinvestir dans leur activité. Après quelques essais, nous testons avec leur accord l'agrandissement qui déforme la figure. Les questions sur les propriétés de la figure, sur les fonctionnalités du logiciel sont mises en commun.

Deux questions apparaissent : comment obtenir un angle droit ? Comment construire des côtés de même longueur ?

Lors du retour sur les ordinateurs par groupes de deux, tous les groupes se lancent dans la construction de l'angle droit. Les contraintes logicielles « point sur », « intersection », ne sont pas prises en compte et c'est le moment de rappeler quelles sont les propriétés qu'ils connaissent pour démontrer qu'un angle est droit.

Si certains restent sans réponse, une mise en commun des procédures des différents groupes débloque la situation. L'usage du cercle comme instrument pour construire des segments isométriques ne vient pas immédiatement, souvent à cause de l'influence des fonctions de copier / coller dans les logiciels communément utilisés.

Leur satisfaction d'avoir construit le carré les place dans une position relativement réceptive par rapport au changement de statut de leur construction, du dessin à la figure géométrique.

• **La situation de classe** « triangles isocèles »[30] présentée reprend l'idée développée par Isabelle Bloch « aligner beaucoup de points dans le méso-espace dans un temps limité »[31]

Il s'agit de construire une vingtaine de sommets principaux de triangles isocèles ayant un côté commun imposé, en utilisant le mesurage. L'impossibilité de réussir cette tâche en temps limité, conduit à conjecturer l'appartenance de ces points à une droite, puis la perpendicularité de celle ci au segment donné et enfin le fait qu'elle passe par le milieu de ce segment.

La compréhension des différences phases, le rôle des mises en commun, la pertinence de l'outil informatique pour une telle situation, ont suscité un vrai débat sur la résistance d'une telle situation à l'épreuve des classes et de leur enseignant. La question de la reproductibilité avec des

30 Texte intégral en annexe
31(Cahier du formateur n° 6 Copirelem Pau 2003

petits effectifs ou avec un ou deux ordinateurs dans la classe se pose. Mais le point le plus délicat *à analyser avec les* PE2 reste les mises en commun qui ont une fonction essentielle dans la gestion de la situation et qui ne sont pas gérées par l'outil informatique mais bien par l'enseignant. Ce qui suppose une adéquation entre les représentations de l'enseignant et celui du concepteur de la situation.

Deux points ont été abordés qui posent des questions de fond :
Un premier point porte sur la différence des procédures mises en œuvre selon que l'on cherche à la règle ou au compas le troisième sommet d'un triangle ou que l'on utilise l'aspect dynamique d'un point et des mesures qui lui sont associées. Dans le premier cas, il y a construction en deux étapes du sommet principal en lien avec nos représentations des objets usuels de géométrie tandis que dans le second cas, la recherche du sommet principal est liée à la position relative du point par rapport à la médiatrice sans que celle-ci ne soit jamais institutionnalisée.

Le deuxième point pose la question de l'utilisation des concepts en géométrie dynamique, par exemple l'angle droit doit avoir été rencontré lors de l'utilisation par exemple de l'équerre ou de gabarit de carré..., non pas en tant qu'objet technologique mais bien en tant qu'objet mathématique, pour pouvoir être utilisé ici. L'expérience sensible étant nécessaire pour se construire une image mentale, ici de l'angle droit.

Mais l'outil informatique peut-il mettre en situation de favoriser la conceptualisation de cet « objet géométrique » ? Il reste à réfléchir à ces situations !...
Cela a été l'occasion de s'interroger sur les actions des élèves pour construire ces figures. Nous sommes ainsi passés à l'adaptation de la situation pour quelle favorise la mise en actions de savoirs ...
Sur le site de l'IREM d'Orléans[32], on trouve des séquences avec différents logiciels.

• Se pose alors la question : la séquence présentée à l'IUFM doit-elle conduire à une mise en œuvre effective dans une classe ?

Certains pensent qu'une reproduction de figure pourrait correspondre davantage aux programmes officiels (exemple d'un carré coloré découpé en considérant les deux diagonales et les deux médianes) et regrette que nous ayons pas ou peu de situation de formation qui présente des apports positifs de cette instrumentation (L'usage des TICE favorise l'autonomie des élèves, élimine les problèmes manipulatoires des instruments traditionnels).

De plus, les élèves doivent utiliser les représentations (propriétés) qu'ils ont des objets géométriques en tant qu'outils technologiques. Cette posture risque de changer à long terme leurs façons de traiter un problème de géométrie (par exemple identifier le cercle comme un ensemble de points équidistants de son centre pour construire deux segments de même longueur, ne correspond pas à la même approche que reporter au compas une longueur à partir d'un point donné), ce qui est à rattacher à l'analyse J-B Lagrange se rapportant aux logiciels de calcul formel[33].

L'usage du tableur n'a été présenté que pour le premier groupe.

---

32 http://www.univ-orleans.fr/irem/groupes/ticecol/index.php?lien=a
33 J.B. Lagrange, Education Studies in mathématics N°43, L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement une approche par les techniques pp. 1-30, 2000.

Après le constat assez général que les PE2 ont une méconnaissance des fonctions de base, nous sommes conscients qu'il est difficile en si peu de temps de vouloir à la fois développer un complément de formation et présenter des situations pour la classe.

Parmi les situations pour la classe, nous avons choisi pour l'atelier de proposer la situation liée à la construction d'un graphe : « relation entre l'altitude de la Loire et la distance à ses sources » dans le domaine de l'organisation et du traitement des données. Notre projet était de montrer l'aspect dynamique qui peut apparaître dans la lecture du tableau et du graphe par introduction d'une donnée supplémentaire : « Où placer Blois sachant que son altitude est de... ». Nous n'avons pas convaincu l'ensemble de notre auditoire, trop de questions restant à éclaircir comme : « Qu'est-ce qu'on essaie de construire ? Courbe de la Loire ? Allure générale ?... »

Nous avons également évoqué, à propos de la situation de recherche extraite des documents d'accompagnement : avec la calculette, trouver la valeur approchée de $\sqrt{72}$, la fonction mémoire de l'activité que l'on peut instrumenter avec le tableur et que l'élève doit gérer s'il utilise la calculette.

Les analyses de logiciels par les PE2.

En Formation Continue et avec des PE2, les analyses de logiciels favorisent un regard d'enseignant potentiellement utilisateur. Le Cdrom réalisé par J-C Lebreton, diffusé auprès des PE2 ou des stagiaires de FC, permet de remarquer les éléments intéressants pour la classe parmi une grande variété.

s

Ces analyses s'appuient sur des grilles que l'on trouvera dans les publications de la Copirelem[34] et dans les travaux de Téresa Assude (IUFM d'Aix Marseille). Deux exemples de productions sont mis en annexe à propos des logiciels « *Atoutmath* » et « *Cahiers interactifs Celda : maternelle grande section* ». Le temps accordé à l'atelier ne nous a pas permis de dépasser une analyse rapide d'une production.

D'autres logiciels

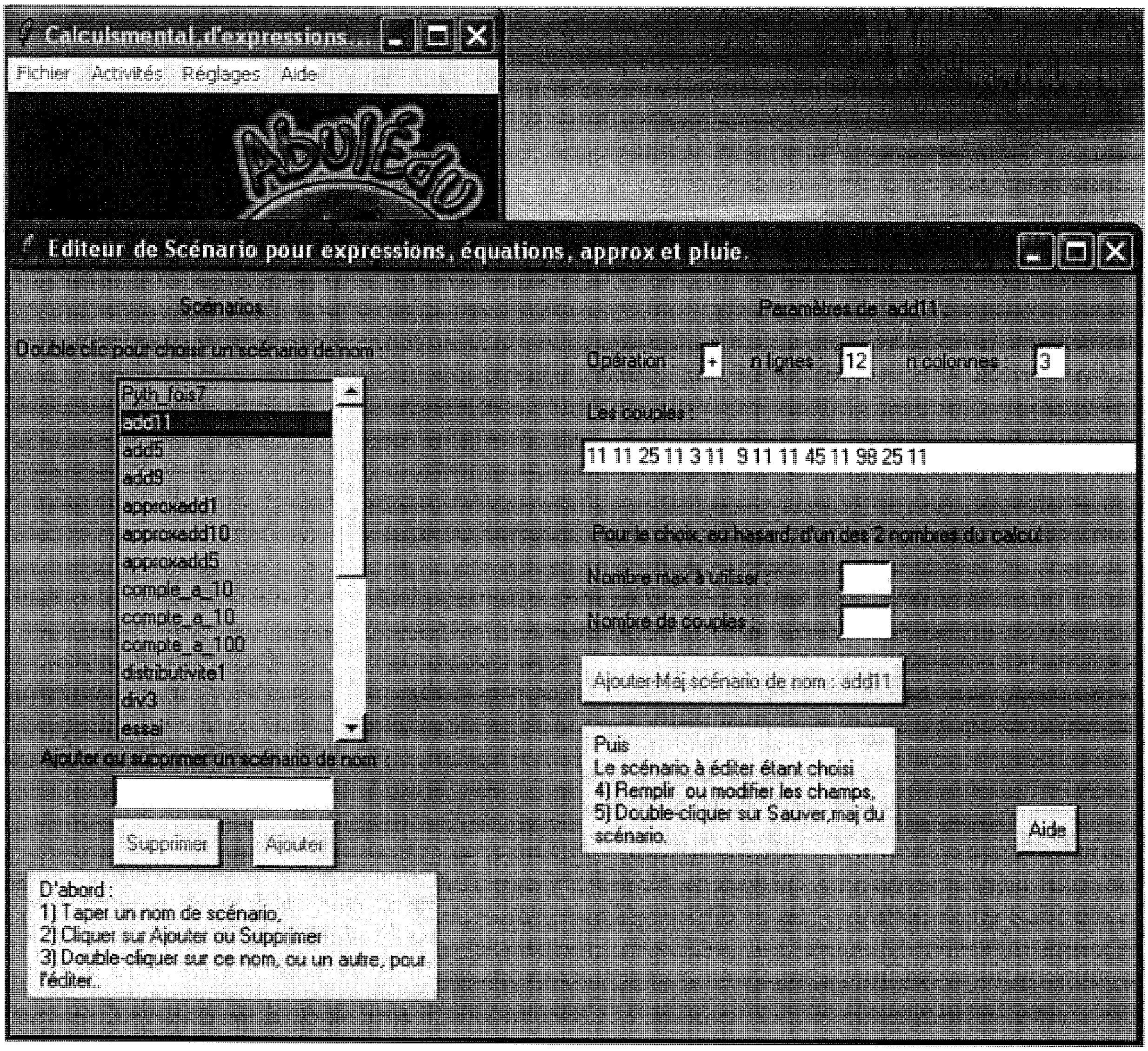
Pour un des deux groupes, une présentation rapide des logiciels « Bonjour Poussins ! » et « A nous les nombres » pouvant être utilisés par les enseignants dans une séquence sur la construction du nombre a été proposée.

Ils permettent en particulier la mise en place de situations d'action favorables à une découverte, à la différence de nombreux exerciseurs.

De plus, les documents relatant leur expérimentation dans les classes permettent aux enseignants de s'approprier des mises en œuvre, de les adapter à leur classe et de mieux les instrumenter.

Le didacticiel « Calculs » nous semble intéressant parce que les exercices sont construits par l'enseignant, ce qui permet d'envisager une différenciation des exercices selon les compétences des élèves. Nous donnons ci-après un exemple simple de définition d'un exercice « Ajouter 11 ».

34 Colloque de Tours 2001, La Roche sur Yon 2002, Avignon 2003



4. LE BILAN DE L'ATELIER

Les enseignants ont d'abord un usage des TICE en dehors du domaine des mathématiques, c'est-à-dire principalement pour la production de documents imprimables.

Nous avons pu observer 16 classes sur une période d'un mois. Si les enseignants ont utilisé les TICE 166 fois, elles n'auront été utilisées au service des maths qu'une dizaine de fois et quant au contenu, une fois sur trois, il s'agit d'un lien documentaire avec une activité mathématique.

L'influence de l'institution n'est pas neutre puisque les références dans les programmes comme dans les documents d'accompagnement ont un côté incitatif faible pour proposer des pistes, des tâches ou des activités aux enseignants.

Notre rôle dans la formation sera donc déterminant dans les orientations que choisiront les PE2 lorsqu'ils seront confrontés à la mise en place d'une activité TICE dans leur classe pour construire les compétences du B2i et les évaluer.

ANNEXE 1

Analyse du logiciel « Atoumath »

CRITERES	OBSERVATIONS
Nom du logiciel	Atoumath (J.M. Bassetti)
Shareware/ freeware/ acheté	**freeware**
Logiciels ouverts/fermés	Semi-ouvert : Possibilité de rentrer des paramètres sans vraiment créer ses propres exercices
Niveau de classe	Du CP au collège
Conformité au programme - objectifs – compétences	Conforme aux programmes Objectifs du cycle 2 : Connaître ou reconstruire très rapidement des tables d'addition et les utiliser pour calculer une somme, une différence, un complément ou décomposer un nombre Connaître les tables de multiplication par 2 et 5, savoir multiplier par 10 Calculer des sommes en ligne Encadrer des nombres
A quel moment de l'apprentissage ?	Pour une remédiation, un entraînement, un réinvestisement ou une évaluation
Autonomie (nombre de joueurs, utilisation du clavier/souris...)	Possibilité de jouer uniquement tout seul en utilisant le clavier et la souris pour valider et choisir les exercices. Une relative autonomie de l'élève qui peut lui-même paramétrer ses exercices (nombre d'exercices, difficulté, temps pour donner la réponse et choix ou non d'une correction).
Traces écrites (impression bilan, exercices, leçons...)	Possibilité d'imprimer un bilan indiquant la date, l'heure, le type d'exercice, le nombre de bonnes et mauvaises réponses et le temps de travail.
Gestion des erreurs (nombre des essais possibles, correction automatique, aides...)	Un seul essai par exercice : quand la réponse est choisie, elle est donnée tout de suite sans permettre à l'élève de réfléchir à son erreur. Pas de possibilité d'aide pour l'élève sauf pour les jeux.
Observations pédagogiques (niveau de difficultés, progression, consignes...)	Six niveaux de difficulté pour l'addition et la soustraction avec en plus un choix de temps de réponse possible. Pour la multiplication : Choix des tables travaillées. Pour la division, calcul du quotient seul ou du reste et du diviseur. Complémentaire à 10, 100 ; 1000 ; 10000. Consignes pas très claires pour les jeux.
Rôle du maître (aide, guide, contrôle, évaluation, motivation...)	Le maître aide principalement les élèves en cas de difficulté car pas d'aide possible grâce au logiciel sauf pour les jeux. Il va également intervenir lors des évaluations pour les imprimer et les analyser afin de proposer par la suite des exercices de remédiation en paramétrant les exercices.
Esthétisme (son, couleurs, quantité d'écrits...)	Uniquement des sons pour la réussite et les erreurs sous forme de bruitage plutôt stressant. Des couleurs attrayantes et peu d'écrits.
Note sur 5	4

ANNEXE 2

Analyse des Cahiers interactifs Celda

CRITERES	OBSERVATIONS
Nom du logiciel	Cahiers interactifs Celda : maternelle grande section
Shareware / freeware / acheté…	Logiciel acheté (CRD) version monoposte.
Logiciels ouverts/fermés	Logiciel ouvert : on peut créer ses propres exercices. Dans la rubrique « paramétrages enseignant », on trouve la « bibliothèque d'images », qui propose une banque d'images utile pour créer ses exercices et/ou pour un affichage de classe. On trouve également un « générateur » pour créer des fichiers : consigne, décor, éléments de réponses, messages d'aide, message de réponse… Enfin, est à notre disposition l'espace « scénarisation des exercices » qui permet de déterminer les thèmes de travail, les points d'une même compétence et l'assemblage des exercices en scénario (liste). Ces exercices sont ensuite intégrés dans les tableaux individuels et collectifs d'évaluation.
Niveau de classe	G S
Conformité au programme - objectifs - compétences	Tous les points du programme de mathématiques sont répertoriés. Si on estime qu'il en manque ou qu'ils sont mal formulés, on peut les créer. Il y a 5 grands thèmes : - se situer dans l'espace - se situer dans le temps - activités logiques - approche de la mesure - approche du nombre. Au sein de chacun, une liste de compétences. Exemples : - l'approche du nombre : - compter jusqu'à 6, 12, 20 … - ordonner des collections - comparer des collections - comparer des quantités - graphie de chiffres.
A quel moment de l'apprentissage ?	Logiciel utilisable en situation de découverte autant qu'en autonomie. En effet, pour chaque élève, la première utilisation consiste en l'explication du fonctionnement du logiciel : maniement de la souris, consigne, images, zone d'exercice, barre de navigation… C'est aussi utile en tant qu'entraînement, après la découverte de la notion, autant qu'en remédiation dans la mesure où on peut créer, donc adapter ses exercices, ou en évaluation, puisque des tableaux individuels de bilan des exercices sont intégrés.
Autonomie (nombre de joueurs, utilisation du clavier/souris…)	Nombre de joueurs : 1 par 1 avec autant d'élève que l'on veut : inscription de tous les élèves de la classe sur le logiciel, et même de plusieurs classes. Utilisation simple, d'autant plus que chaque élève bénéficie de l'explication du fonctionnement du logiciel.

Traces écrites (impression bilan, exercices, leçons…)	On ne peut pas imprimer de leçon proprement dite depuis le logiciel, mais il est possible d'en créer une à partir de ce qu'on y fait et en utilisant la banque d'images du logiciel pour l'illustrer (touche imprimer). Type d'exercices qu'on peut également retranscrire à l'écrit. Impression possible des bilans collectifs et individuels.
Gestion des erreurs (nombre des essais possibles, correction automatique, aides…)	Pas de correction automatique. Un message indique à l'enfant qu'il s'est trompé et qu'il va sûrement réussir cette fois-ci en recommençant : message encourageant et non sanctionnant. On recommence autant de fois que nécessaire. On peut abandonner (icône voiture).
Observations pédagogiques (niveau de difficultés, progression, consignes...)	<u>Barre de navigation :</u> - *Icône ampoule* : l'enfant clique dessus quand il estime avoir terminé. C'est tout d'abord lui qui juge de la réussite ou non (pense avoir bon quand il valide. Ensuite l'ordinateur lui indique si c'est juste ou non (soleil ou éclair). - *Icône école :* elle permet de se savoir où on en est. Le nombre de fenêtres qui s'allument correspond à ce qui est effectué, et celles éteintes à ce qu'il reste à faire comme exercices (début, milieu, fin). - *Icône boîte à musique :* répétition de la consigne. Utile car les élèves ne savent pas forcément lire et oublient parfois ce qu'il fallait faire à l'origine. - *Icône voiture :* permet de quitter même en cours de réalisation d'un exercice : si trop facile ou trop dur par exemple. - *Icône livre :* c'est une aide (avion texte). Les niveaux de difficultés peuvent se créer soi-même, les progressions également. Les consignes sont claires, et à la fois visuelles (écriture) et auditives (voix). L'enfant est encouragé à recommencer lorsqu'il fait des erreurs. De plus, il peut s'identifier au totem choisi au début (ce totem réalise ensuite les exercices), ce qui apporte un « médiateur » : c'est le totem qui fait, qui réussit, qui rate, avec l'aide de l'élève.
Rôle du maître (aide, guide, contrôle, évaluation, motivation...)	Le maître n'a pas besoin d'être là : autonomie complète possible. Il peut observer l'agilité de l'enfant avec la souris par exemple, ou le PC. Il peut guider en cas de nécessité : si remédiation par rapport au bilan , il faut voir si la non-réussite provient d'un problème mathématique ou un problème informatique. Sa présence peut être intéressante pour faire verbaliser l'enfant sur ce qu'il fait, pourquoi il fait ces choix là … C'est un moyen de voir quelles procédures il utilise, comme d'institutionnaliser quelques savoirs.
Esthétisme (son, couleurs, quantité d'écrits...)	C'est un logiciel très attractif ! Il est moderne, il est plein de couleurs vives et d'objets familiers. Le son est généralement bref et doux (calme, reposant : pas de musique de fond) : voix féminine. La quantité d'écrit peut parfois paraître longue, mais il y a systématiquement le support audio. Très ludique : chaque enfant à son totem et sa couleur : personnalisé.
Note sur 5	4 / 5 voir 5 / 5

ANNEXE 3

La Situation des triangles isocèles.

Pré-requis :

Les élèves utilisent le logiciel Déclic depuis quelques semaines (mois) pour faire des dessins.

Séance 1 :

Consignes : Construire deux points A et B.
Construire le segment d'extrémités A et B.
Déplacer le point B pour que le segment ne soit ni horizontal ni vertical.
Fixer les points A et B.
Construire un triangle ABC.
Construire un triangle ABD ayant les côtés [DA] et [DB] superposables.
On précise si nécessaire ce que veut dire « superposable ».

Mise en commun :
Comment avez-vous fait ?
Réponse de tous les élèves : On a utilisé la mesure d'un segment (connue).
Rappel à propos du triangle isocèle : Comment s'appelle le triangle ABD ? Certains savent répondre.

Consignes : Construire un triangle isocèle ABE en rouge.
Construire un triangle isocèle ABF en bleu tel que E et F soient du même côté du segment [AB].

Mise en commun :
Les élèves débattent si le sommet principal est en A ou en B. L'enseignant souligne que l'on peut tracer des triangles isocèles dont les côtés qui sont superposables ont comme sommet commun A,B ou C.

Séance 2 :

A partir d'une figure réalisée par l'enseignant où les points A et B sont fixes, les élèves ouvrent le fichier et vont réaliser la tâche suivante :

Consigne : Construire en 5 minutes 15 triangles isocèles ayant pour côté [AB], mais [AB] n'est pas un des deux côtés superposables (comme la dernière fois !). Vous nommerez les sommets : C, D, E, F, ... A la fin des 5 minutes, vous enregistrerez votre construction.

Mise en commun :
Selon l'environnement, l'enseignant avec une clé USB ou par le réseau, met en commun sur un poste les réalisations.
L'enseignant : Personne n'a réussi ! Qui en a construit le plus ?
S'il n'y a que deux ou trois points construits, l'enseignant propose de prolonger le travail trois minutes supplémentaires pour en faire un peu plus.

Mise en commun :
Même constat personne n'a réussi, mais l'enseignant propose d'observer les réalisations.
Qu'est-ce que vous remarquez ? Observez bien le travail de chaque groupe. L'enseignant fait défiler les productions pour que les élèves aient le temps de faire des remarques.

Elles viennent assez vite : « On dirait qu'ils sont tous alignés ! » Sous- entendu les sommets principaux !!!!
L'enseignant : Est-ce qu'on peut vérifier ?
Oui !
L'enseignant : Comment ?
Élève : « On trace la droite qui passe par E et F ».
Un élève le fait, des « cris » ça marche !
L'enseignant : Maintenant est-ce que vous voulez essayer de faire les 15 triangles isocèles en 5 minutes ? Oui !

Retour sur les ordinateurs
Les élèves ouvrent le fichier contenant le segment [AB] fixe.
L'enseignant : Au top c'est parti.
Constat : Un seul groupe essaie de tracer un droite « perpendiculaire » et à peu près au milieu (ce qui n'a jamais était formulé) ; les autres droites sont très approximatives !
Les points sont placés sur la droite (un groupe « avec point sur », les autres « superposition par dessin »). La validation se fait par la mesure des côtés.

Mise en commun :
Réaction des élèves : - ça ne marche pas !
- Normal il faut que ça passe au milieu !
Constat : Personne n'a parlé de la perpendicularité.
L'enseignant : On va voir s'il faut que la droite passe par le milieu ?

Les élèves retournent sur les ordinateurs.
Ils construisent (sur le fichier contenant le segment [AB]) la droite qui passe par le milieu de [AB], certains essaient de la faire à peu près perpendiculaire.
Certains construisent « les points sur », certains n'utilisent pas « point sur ».

Mise en commun :
Ça marche chez certains pas chez d'autres ! Pourquoi ?
Remarque d'un élève : Il faut que ça forme un angle droit !
L'enseignant : vous vous souvenez comment on trace une droite qui forme un angle droit. Deux ou trois élèves : La perpendiculaire !

Retour sur les ordinateurs
Constat des élèves : « ça marche ! »
Exercice : Tracez le plus possible de sommets de triangles isocèles ayant pour côté [AB] en 3 minutes ?

Cette expérience a été conduite initialement en 1 h 35 minutes avec 14 élèves de CM2 dans une ZEP sur un réseau de 8 postes... en avril 2005. Renouvelée en octobre 2005 dans une classe de CM2 avec 18 élèves sur six postes sans réseau, elle a duré 3 heures. Une autre expérimentation en CM2 finie en décembre 2005 a nécessité 4 séances de 50 minutes.

Dans la première classe, les élèves avaient utilisé Déclic pendant deux mois pour faire des dessins. Dans la deuxième, l'enseignant avait proposé une activité de tracé de figure : construction d'un rectangle de 5 cm sur 4 cm et d'un cercle de centre un sommet du rectangle et de rayon 4 cm pour montrer le fonctionnement du logiciel.

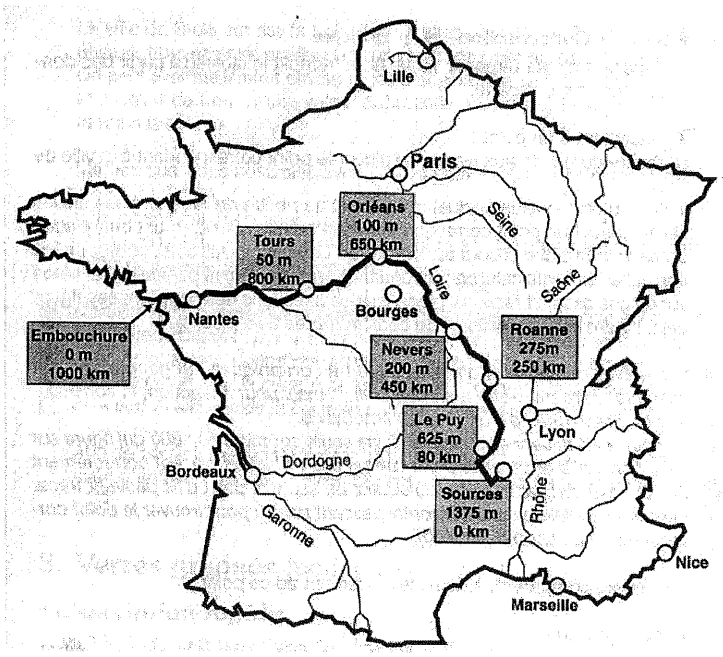
ANNEXE 4

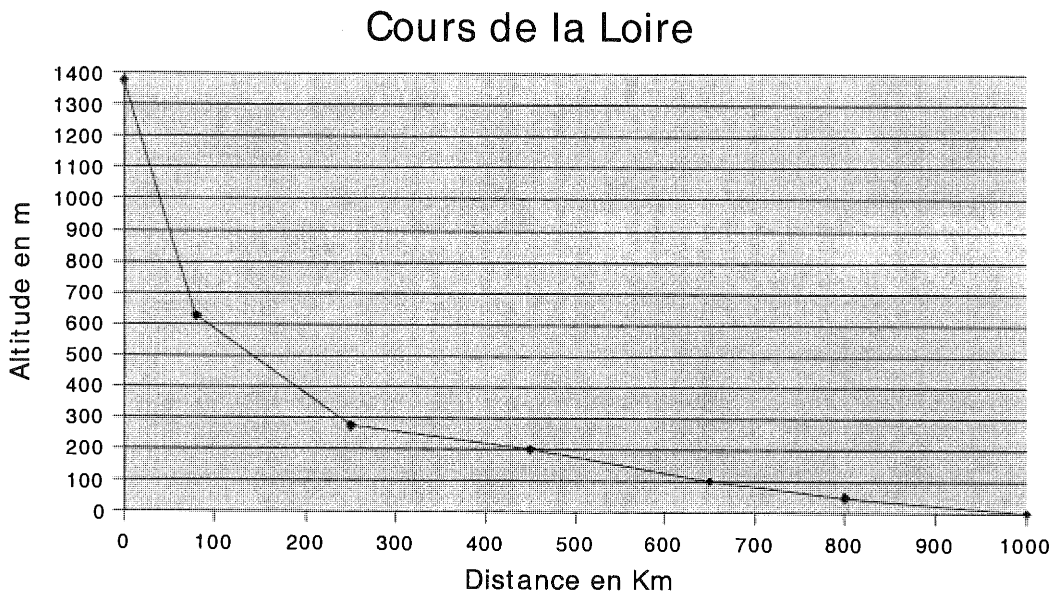
Le Problème de la Loire à partir de ERMEL CM2 p. 293

Pour le problème suivant, on peut utiliser la carte d'Ermel CM2 ou bien le tableau donné dans le problème.

En utilisant les données du tableau ci-dessous, faire un graphique qui montre le profil de la Loire : sur l'axe horizontal, on représente les distances en km et sur l'axe vertical, les altitudes en mètres. Imprimer le tableau et le graphique correspondant.
On placera Blois dans le tableau pour qu'il s'insère convenablement dans le graphique.

	Sources	Le Puy	Roanne	Nevers	Orléans	Tours	Embouchure	Blois
Distance dela source (km)	0	80	250	450	650	800	1000	?
Altitude (m)	1375	625	275	200	100	50	0	70





ATELIER D

Titre : Analyse de pratiques professionnelles en PE2

Auteurs :Pierre EYSSERIC (IUFM d'Aix–Marseille),
Catherine TAVEAU (IUFM de Paris)

Date : décembre 2005 (Blois).

Résumé L'atelier propose une présentation de dispositifs d'analyse de pratiques professionnelles en mathématiques utilisant des séances de classes filmées et une exploitation de ces vidéos en formation initiale de PE2.

Pour démarrer cet atelier, un petit historique des pratiques d'analyse de pratiques dans le cadre de la formation PE2 est rapidement brossé.

Depuis plus d'une vingtaine d'années, des expériences d'analyse de pratiques ont émergé dans différents centres de formation des maîtres (dans les Ecole Normales puis dans les IUFM). Ces pratiques, très hétérogènes d'un centre de formation à un autre, d'un formateur à un autre, étaient souvent mises en œuvre seulement par des volontaires et restaient très expérimentales, voire confidentielles.

En 2001, le ministère de l'Éducation Nationale a établi un cahier des charges définissant les contenus globaux de la formation des PE2, et a imposé un volume horaire de 100 h obligatoires à l'analyse de pratiques professionnelles. De fait, certains formateurs ont vu alors leurs expériences reconnues, d'autres se sont posé la question du contenu de ces séances, d'autres encore ont vu là une opportunité pour s'affirmer comme des professionnels de l'analyse de pratiques. La période qui suivit fut riche de débats, de colloques, de séminaires voire d'affrontements sur « *Quels sont les modèles théoriques sur lesquels s'appuie l'analyse de pratiques ? Quels dispositifs mettre en œuvre en formation PE2 ? Quels contenus y ont leur place ? Quels formateurs peuvent les encadrer?* »

Dans beaucoup d'IUFM, de ces 100 heures, il ne reste en 2005 que peu de choses. Les plans de formation se sont modifiés localement d'années en années, sans que n'ait été effectuée, la plupart du temps, la moindre évaluation des dispositifs mis en place ou des expériences menées.

Dans cet atelier vont être présentés différents dispositifs d'analyse de pratiques en mathématiques, qui fonctionnent ou ont fonctionné dans plusieurs IUFM.

1. UN EXEMPLE DE DISPOSITIFS UTILISES A L'IUFM DE CRETEIL[35]

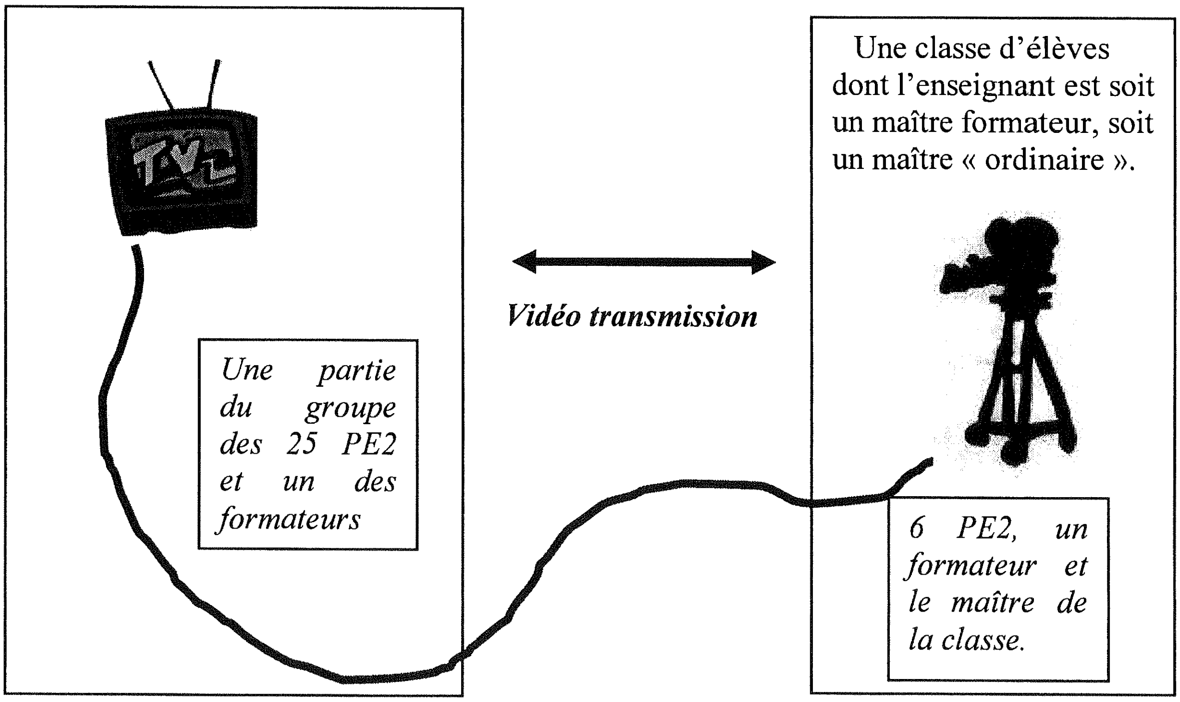
Présentation de deux dispositifs d'ateliers d'analyse de pratiques professionnelles complémentaires sur l'année de formation PE2.

Premier dispositif

Un groupe de 25 PE2 travaille avec une même classe d'élèves et est accompagné par une équipe de trois formateurs de l'IUFM (un professeur de philosophie, un de mathématiques et un de français). Pendant une semaine, tous les matins, ces PE2 ont la charge d'enseigner une notion de mathématiques et une de français.
A l'IUFM, ils ont préalablement élaboré avec les formateurs une séquence d'apprentissage, et se sont répartis les séances à mener.
Donc, pendant cette semaine, le fonctionnement est le suivant :

De 9h à 10h30 - un petit groupe de 6 PE2 assure les séances de mathématiques et de français dans la classe ;
De 10h30 à 12h30 - analyse avec les formateurs des deux séances observées ;
De 13h30 à 15h30 - adaptation des séances du lendemain par le groupe responsable et rédaction de l'analyse des séances observées le matin par le groupe qui est intervenu.

Afin que ces séances concernent la totalité du groupe nous travaillons à l'aide de la vidéo transmission. Un des PE2 présent dans la classe filme.



Dans une salle libre et disposant d'un téléviseur

Dans la salle de classe des élèves

[35] Catherine Taveau était PIUFM à Créteil jusqu'en juin 2005

Ce premier dispositif permet de construire une expérience de formation commune à l'ensemble des PE2 d'un même groupe. Les formateurs se mettent d'accord sur le vocabulaire pédagogique utilisé et sur les attentes vis-à-vis des PE2.

Ce premier dispositif d'analyse de pratiques arrive tôt dans l'année (avant les vacances de la Toussaint), et l'écrit final de l'ensemble des séances et de leurs analyses est mutualisé dans un document distribué à chaque PE2.

Le film de la vidéo est prêté aux PE2 qui ont réalisé les séances. Ils peuvent le visionner s'ils le désirent et demander aux formateurs un travail personnalisé à partir de cette vidéo. Ensuite le film est effacé.

Deuxième dispositif

Le dispositif qui suit est plus coûteux en heures professeurs mais il est très formateur. Cette fois, les PE2 se regroupent par 5 et sont responsables de l'enseignement de deux notions de deux disciplines différentes dans une classe « banale », une demi-matinée durant cinq semaines consécutives. Un formateur (PIUFM ou PEMF) les accompagne pendant l'ensemble de ces séances et les aide pour l'élaboration et l'analyse des séances.

Afin d'apporter des compléments didactiques sur les notions travaillées dans les classes, ces ateliers professionnels sont thématiques. En voici un exemple pour une équipe constituée de 50 PE2, 6 PEMF et 5 PIUFM :

Maths et musique au cycle 3	*3 classes de cycle 3*	donc 3 x 5 PE2
Découverte du monde vivant et langage au cycle 1	*3 classes de cycle 1*	donc 3 x 5 PE2
Maths et EPS au cycle 2	*4 classes de cycle* 2	donc 4 x 5 PE2

Ainsi chaque professeur dispense 9 heures de cours concernant sa discipline pour la préparation de ces ateliers. L'analyse de pratiques est donc ici toujours une analyse de pratique à dominante didactique et pédagogique.

Pour conclure sur cette présentation, ces deux dispositifs sont très complémentaires, ils ne sont jamais pris en compte pour la validation de la formation des PE2, ils se finalisent tous par un document écrit qui est ensuite mutualisé dans le groupe des PE2.

2. PRESENTATION DE LA SEANCE VISIONNEE PENDANT L'ATELIER[36]

Le contexte

Cette séance se situe dans le cadre des ateliers professionnels décrits dans le deuxième dispositif.

Les séances sont préparées collectivement et le choix du prestataire est tiré au dé à la fin de la préparation. Une analyse « à chaud », encadrée par un formateur (PIUFM ou PEMF), est effectuée immédiatement après la séance et des pistes de travail sont proposées pour élaborer la séance de la semaine suivante.

[36] Cette séance a été présentée et analysée dans des séminaires précédents.

Ces séances ne font pas partie d'un dispositif d'évaluation mais bien d'un dispositif de formation. Ainsi l'analyse porte sur la préparation collective de la séance (les objectifs, l'analyse a priori, la synthèse..), puis sur l'écart perçu entre celle-ci et la réalisation effective. À la suite de cette analyse, le formateur PIUFM peut ainsi réajuster ses interventions auprès des PE2 dans le cadre de ses cours.

Les caractéristiques de la cassette choisie, vues par le formateur

Dans cette séance filmée, la stagiaire souhaite mettre en œuvre un travail commencé à l'IUFM, en particulier sur les situations de communication.

La réalisation effective de la séance montre que les caractéristiques d'une situation d'émission-réception n'ont pas été perçues par la stagiaire :

- celle-ci ne construit pas d'enjeu pour les élèves, qui ne donnent pas de sens au mot *message* ;
- la phase de confrontation, validant les réussites et pointant les erreurs, n'est pas menée à son terme ;
- aucune mise en commun n'est faite, sans même parler de synthèse.

Finalement il semble, au visionnement de la cassette et après discussion avec la stagiaire, que celle-ci a adapté la situation de communication à sa propre conception de l'enseignement des mathématiques : toujours contrôler l'avancée des élèves, donc leur laisser une marge réduite d'autonomie, ce qui est a priori contradictoire avec le principe d'une situation de communication.

L'autre contradiction, faisant apparaître la non appropriation par la stagiaire de l'enjeu des situations de communication, est la place de cette situation dans la séquence d'apprentissage. Elle n'est pas proposée en amont d'un nouvel apprentissage (ici le codage de nœuds sur quadrillage), mais comme une activité de réinvestissement. Ce qui enlève tout d'abord l'aspect ludique de la situation mais aussi gomme le rôle didactique lié à cette activité.

C'est pourquoi cette cassette nous semble bien illustrer l'idée de « dénaturation » d'une situation didactique : ici on peut analyser la dénaturation d'une situation de communication.

Les modalités d'exploitation

En PE2

Après un cours aux PE2 les faisant travailler sur ce qu'est une situation de communication authentique, l'étude et l'analyse de cette cassette permettent une évaluation formative de ce qu'ils ont retenu et comment ils envisagent, in vitro, de conjuguer gestion de classe et mise en œuvre d'un tel type de situation.

L'étude renvoie aussi aux savoirs en jeu et à la pertinence de la mise en œuvre d'une telle situation, avec le jeu de ses variables didactiques.

Une autre dimension de l'exploitation de cette séance semble intéressante en formation PE2. Le formateur, avec cet outil, peut sensibiliser les stagiaires à l'analyse fine d'une séance de classe et peut ainsi les aider à rendre plus pertinentes les préparations qu'ils réaliseront par la suite.

Lors du visionnement de cette séance sont aussi apparues, de façon forte, les appréhensions de la stagiaire quant à la difficulté de mener à bien cette activité : elle indique : « *attention, les enfants nous allons faire un travail difficile, cela va être dur, etc....* ». Il est alors nécessaire de faire apparaître aux stagiaires l'effet de leur propre ressenti sur le déroulement des séances. De fait, il est essentiel de faire un travail sur soi afin de ne pas enfermer les élèves dans des représentations propres au maître.

La vidéo permet alors d'illustrer les conséquences de ces attitudes qui seraient peu comprises si elles étaient exprimées par un formateur lors d'une visite pendant un stage en responsabilité.

En séminaire à Blois

Les formateurs travaillent par groupe. Les groupes sont constitués de nouveaux formateurs et d'anciens. Les anciens suscitent l'expression des nouveaux, en aucun cas ils ne sont rapporteurs du groupe.

La fiche de préparation élaborée par la PE2 est distribuée à chaque participant de l'atelier et la consigne d'étude est du type : « ***vous devez exploiter cette cassette en PE2 : sur quels points attirer l'attention des stagiaires et pourquoi ? Dégager par groupe les deux points qui vous paraissent les plus importants.*** »

Après un débat au sein des groupes, une mise en commun est faite. Dans un premier temps, chaque groupe exprime un premier point, qui est éventuellement éclairé par les apports des autres participants. Puis dans un second temps, chaque groupe complète par un autre point qui n'a pas encore été cité.

La mise en commun fait apparaître les points suivants :

- des questions analysant le fonctionnement d'une situation de communication : fonction d'une telle situation, rôle et pertinence des différentes phases, place du maître, place de la validation ;
- des questions analysant le rôle du maître : quels enjeux a-t-il défini pour cette séance ? Comment élaborer des consignes efficaces ? Comment mieux gérer le temps ? Comment finir une telle séance ?
- des questions analysant l'activité des élèves : quelle est leur activité effective ?

Bien entendu on retrouve dans l'analyse conjointe des formateurs les nécessaires entrelacs du fonctionnement a priori d'une situation didactique (ici une situation de communication), de son appropriation par le maître et des habiletés professionnelles de sa mise en œuvre. Ils mettent en avant la confusion entre tâche et enjeux.

3. PRESENTATION DE QUELQUES AUTRES DISPOSITIFS D'ANALYSE DE PRATIQUES UTILISES AVEC DES PE

A - Analyse d'une séance avec un petit groupe de PE2

Ce dispositif est utilisé en particulier pour des séances de mathématiques au cours des stages de pratique accompagnée.

Il s'agit d'une séance préparée par un ou plusieurs PE stagiaires et mise en œuvre par l'un d'eux dans la classe du maître formateur de la classe d'accueil. Le contenu s'insère dans la progression du titulaire de la classe. 4 ou 5 PE assistent à la séance et observent. Le PEMF titulaire de la classe et le formateur sont aussi présents.

A l'issue de la séance, formateurs et stagiaires se retrouvent autour d'une table pour une première analyse de la séance suivant le scénario suivant :

- premières réactions du PE observé ;
- compte-rendu des observations des PE ;
- réactions des formateurs ;
- échanges.

L'ensemble dure environ une heure ; il vise le repérage de la réalité des apprentissages des élèves et l'analyse des écarts entre le « prévu » et le « réalisé ».

Cette analyse de pratiques en petit groupe débouche sur trois écrits qui sont ensuite diffusés à l'ensemble du groupe via internet :

- la fiche de préparation rédigée par le PE avec les modifications éventuelles qu'il envisagerait suite à sa prestation et à l'entretien ;
- le compte-rendu des observations réalisées par les PE observateurs de la séance ;
- un compte-rendu de l'entretien rédigé par les PE qui y ont participé.

À l'issue du stage, le formateur reprend dans un document écrit quelques points représentatifs des pratiques professionnelles de l'enseignement des mathématiques observées et analysées au cours des visites réalisées.

Certains de ces points sont explicités au cours d'une séance de « retour de stage » et les stagiaires sont renvoyés au document écrit pour les autres.
Pour des exemples, voir www.pierreeysseric.net/PE2003/APPSPA1.htm ou www.pierreeysseric.net/PE2003/APPSPA2.htm.

B - Instruction au sosie

Il s'agit d'une « méthode indirecte » d'analyse de l'activité enseignante qui utilise une technique d'auto-confrontation développée par Clot dans le cadre des enseignements de psychologie du travail du CNAM[37].

Le dispositif :

Un professionnel reçoit la consigne : « *Suppose que je sois ton sosie et que demain je me trouve en situation de te remplacer dans ton travail. Quelles sont les instructions que tu devrais me transmettre afin que personne ne s'avise de la substitution ?* »

L'entretien qui suit utilise le « je » et le « tu » ; on évite le « on » et le « vous » pour éviter de tomber dans un discours généraliste non adressé à une personne particulière. Si le sosie rentre bien dans le jeu et questionne pour avoir tous les détails susceptibles de lui permettre de prendre effectivement la place de l'autre comme sosie dans son travail, l'entretien permet à l'enseignant de réaliser :

- ce qu'il a fait ;
- ce qu'il aurait voulu faire ;
- ce qu'il n'a pas pu faire.

F. Saujat utilise cette technique pour des Analyses de Pratiques Professionnelles individuelles à partir d'entretiens relativement longs. Un réaménagement de ce dispositif a été imaginé pour un travail d'APP en groupe de 20 à 25 stagiaires.

Aménagement du dispositif pour un travail d'APP en groupe :

1) Présentation au groupe du dispositif :
Pour cela, avant le départ des stagiaires en stage en responsabilité, le formateur vit le dispositif avec un maître-formateur devant le groupe.

2) Repérage au cours du stage en responsabilité et à l'occasion de visites de moments de pratiques professionnelles que le formateur a envie d'analyser avec le groupe.

3) Retour du stage en responsabilité:

[37] Voir F. Saujat, Instruire son « sosie » de son expérience : une « méthode indirecte » d'analyse de l'activité enseignante, dans Les Dossiers des Sciences de l'Éducation, revue de l'IUFM de Toulouse.

Des instructions au sosie de 10 minutes sur les points repérés, suivies d'un travail collectif de 30 à 60 minutes renvoyant les PE2 à ce que la situation évoque par rapport à leur propre pratique professionnelle.

Rôle du dispositif :

Il rend très rapidement présent devant le groupe un moment de pratique professionnelle préalablement identifié par le formateur. Ce n'est pas un récit, le PE ne raconte pas ce qu'il a fait ; en instruisant son « sosie », il reconstruit sa propre pratique.

Ainsi, un travail s'effectue à deux niveaux :

- Avec le PE mis en scène : ce travail est indissociable de la visite du PE pendant son stage et de l'entretien long avec lui sur sa pratique professionnelle, en particulier sur les gestes qui sont convoqués devant le groupe via l'instruction au sosie.
- Avec le groupe : comment chacun a géré ou gèrerait des moments semblables. Cela permet de repérer des possibles et de discuter la pertinence de certains gestes.

Exemple retranscrit dans les actes du colloque de Foix :

« Je suis amené à te remplacer demain dans ta classe de CP : tu viens de demander aux 21 élèves de « dessiner leur classe » et tu veux utiliser les 21 dessins réalisés pour faire émerger les représentations des élèves relatives à l'espace de la classe.
Je vais donc essayer de me servir de ton expérience pour recueillir le maximum de conseils, de détails sur ta façon de conduire cette séance... de manière à m'en sortir le mieux possible. Quelles sont les instructions que tu me donnerais afin que personne ne s'avise de la substitution ? »

Note : L'instruction porte donc sur la séance qui suit celle à laquelle j'ai assisté, durant laquelle les 21 dessins ont été produits. Lors de l'entretien le jour de ma visite, nous avions travaillé ensemble sur la séance, puis nous avions regardé les productions des élèves pour essayer de construire cette suite.

C - Usages des récits

Récits écrits par les PE2 (dispositif mis en œuvre à Aix par T. Assude avec ces PE2[38]) :

<u>Les étapes du dispositif:</u>

* préparation commune d'une séance ;
* un stagiaire prend la classe et les autres observent et prennent des notes ;
* analyse à chaud de la séance entre les stagiaires, le PEMF et le formateur (celui-ci n'est pas dans tous les groupes) ;
* production de récits par les stagiaires ;
* en groupe entier, reconstitution de 6 groupes où il y a au moins un stagiaire qui a participé ou observé la séance ;
* le groupe doit lire tous les récits concernant une séance et poser des questions aux récits (et éventuellement au stagiaire qui était présent) ; exemples de questions :

- Est-ce qu'on comprend ce qui s'est passé ? Trouver l'intrigue et les événements de cette intrigue ;
- Quels sont les types de tâches ? Les techniques ?
- Quelle est la place des élèves ? Celle du professeur ?
- Quels sont les moments qui auraient pu se passer autrement ? Voir les possibles et non seulement le « réel » ;

* mise en commun sur les réponses puis on tente de dégager ensemble des éléments qui peuvent être considérés comme des éléments d'un savoir professionnel ;
* synthèse par le formateur de ces éléments (lorsque le travail le permet).

[38] Réf.: Ricoeur P (1983) : Temps et récit, Seuil Points, Paris, 3 tomes.

Extrait des actes du colloque COPIRELEM de Foix (2004) :

> *« Une première fonction est liée à l'acte même de raconter : ... raconter ce qu'on a vécu ou ce qu'on a observé est une manière d'ordonner temporellement des événements, de trouver une cohérence temporelle d'un début, d'un milieu, d'une fin. Cette mise en intrigue permet la compréhension de ce qu'on a vécu, de ce qu'on a observé. ... Une deuxième fonction du récit est la possibilité de* configuration *d'une expérience : « entre vivre et raconter, un écart, si infime soit-il, se creuse. La vie est vécue, l'histoire est racontée ».*

Ricœur considère trois étapes de cette configuration : l'imitation, la reconstruction et la capacité transformatrice de l'expérience. Une troisième fonction est liée au lecteur et à la possibilité que le récit a de pouvoir ouvrir des mondes au lecteur. Le récit est aussi un récit partagé, et c'est dans ce partage avec autrui qu'une culture commune peut se dégager.

Récit écrit par un formateur observateur de la séance :

1) Analyse a priori des difficultés que les élèves peuvent rencontrer dans la résolution d'un problème (travail individuel puis en groupe avec production d'une affiche, puis synthèse collective des affiches).

2) Élaboration d'un dispositif de mise en œuvre dans une classe (affichage des propositions).

3) Distribution du récit de la séance réalisée sur ce problème (lecture individuelle, puis comparaison avec les dispositifs proposés et reconstruction d'une séance susceptible de mieux fonctionner).

Pour un exemple, voir : http://pierreeysseric.net/PE2005/G08/CR12.htm.

Dans les deux cas, on peut envisager, si on dispose d'un temps suffisant, d'intercaler une phase au cours de laquelle les PE « jouent » la scène à partir du ou des récits mis à leur disposition.

Cette théâtralisation dans laquelle certains PE jouent le rôle des élèves favorisent la compréhension de certains écarts entre le « prévu » et le « réalisé », du décalage entre les apprentissages réalisés et les apprentissages effectifs, mais aussi de l'impact sur les apprentissages de la gestion du matériel et des espaces.

Contributions

CONTRIBUTION 1

Titre : À propos de la formation à l'enseignement en maternelle : un exemple de séquence de formation pour aborder les aspects essentiels.

Auteurs : Pierre EYSSERIC (IUFM d'Aix-Marseille – IREM d'Aix-Marseille)
Yves GIRMENS (IUFM de Montpellier- IREM de Montpellier)

Date : novembre 2004 (Draguignan).

Résumé : Ce texte vise à mettre en évidence certains enjeux d'une formation des professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques en maternelle en s'appuyant sur la présentation d'une séquence réalisée en formation initiale.

I - INTRODUCTION

Le point de départ est l'étude d'une séquence d'apprentissage filmée de la situation « Wagons » en Grande section, proposée par l'ouvrage ERMEL.

Le contenu mathématique est l'apprentissage du nombre en tant qu'outil, c'est-à-dire du nombre utilisé comme « mémoire d'une quantité » pour constituer une collection équipotente à une autre. Il s'agit là de l'aspect cardinal du nombre entier (par opposition à l'aspect ordinal).

Description de la situation

La situation se déroule en deux temps :

Première étape : Aller chercher des voyageurs pour que toutes les places soient occupées. Aucune place ne doit rester libre.

Deuxième étape : Aller chercher, en un seul voyage, juste assez de voyageurs pour que toutes les places soient occupées. La collection de voyageurs est posée sur le quai.

L'objectif est d'amener les professeurs stagiaires, en étudiant cette situation, à dégager des questions et des aspects génériques des situations d'apprentissage en maternelle afin qu'ils puissent les réutiliser dans leur pratique.

En particulier, la réflexion portera sur les différents types de situation d'apprentissage et leurs rôles dans la séquence mais aussi sur les diverses modalités de l'organisation didactique et pédagogique.

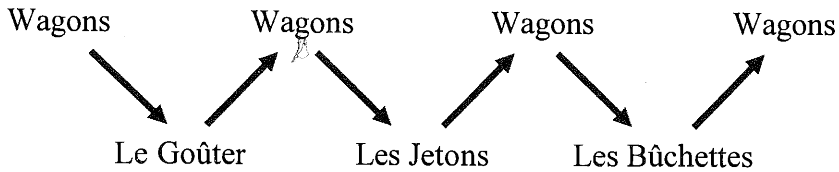
II - LA DEMARCHE PROPOSEE EN FORMATION

II - 1. Déroulement de la séquence

1) Visionnement d'une séquence vidéo

La première séance de formation commence par un visionnement d'une séquence vidéo de la mise en œuvre de la situation « Wagons » en Grande Section, en plusieurs étapes d'apprentissage étalées sur un mois environ.

Les séances autour de la situation « Wagons » sont proposées de façon récurrente, tantôt en travail individuel, tantôt en collectif, et entrecoupées de séances mettant en œuvre des situations du même type dans des contextes différents selon la structuration schématisée ci-dessous[39] :



La situation « Wagons » joue le rôle d'une situation de référence, support de l'apprentissage et de l'évaluation, du côté des enfants et du côté du maître.

Les situations proposées en parallèle tout au long de la séquence permettent aux enfants d'acquérir les savoirs visés, conceptuels ou techniques, avec l'étayage du maître.

Le visionnement du document vidéo est finalisé : les professeurs stagiaires sont invités, en regardant la séquence, à recueillir le maximum d'informations concernant les aspects suivants :

- Les acquis vraisemblables des enfants au départ.
- Les différentes situations d'apprentissage et leur rôle (objectif de chaque phase).
- Les différents types d'organisation et leur rôle.
- Comment est réalisée l'appropriation du problème ?
- Le processus d'évaluation (côté maître et côté enfants).

2) Travail de groupes

Les stagiaires sont invités à mettre en commun les observations relevées sur les points précédents et à se mettre d'accord en vue de proposer des éléments de réponse aussi complets que possible.

3) Mise en commun

Un porte-parole de chaque groupe présente les conclusions du groupe sur les aspects observés.

4) Débat

Le formateur souligne les points où il y a accord entre les groupes, pointe les désaccords et formule des questions sur des aspects qui n'ont pas été évoqués. Il provoque un débat à partir des contradictions et des questions qu'il a formulées.

[39] Les situations « Le Goûter », « Les Jetons », « Les Bûchettes » sont brièvement décrites en annexe.

5) Synthèse

Le formateur présente une synthèse s'appuyant sur les éléments fournis par les groupes et met en avant les aspects didactiques et pédagogiques importants.

6) Revisionnement de la séquence vidéo avec l'objectif de relever les informations utiles pour élaborer par écrit une préparation de la séquence.

7) Travail en groupes

Les stagiaires sont invités à faire une synthèse de leurs observations pour élaborer ensemble une fiche de préparation *en prévoyant tout ce qui leur semble nécessaire pour la mise en oeuvre en classe : déroulement détaillé, dispositifs, exploitations...*

- Un groupe est chargé de faire une préparation de la séquence complète.
- Les autres groupes ont pour tâche de faire une préparation de chacune des situations présentes en l'envisageant en tant que situation d'apprentissage indépendante (en proposant une évolution et des variantes).

II – 2. Contenu de la synthèse

II – 2- a Concernant la situation de référence « Les Wagons »

Il est précisé que l'objectif de la première étape est la perception des quantités égales à partir de la relation « un pour un ».

La deuxième étape où il s'agit d'aller chercher « juste assez de voyageurs en un seul voyage » pour remplir toutes les places du wagon, est ensuite analysée et commentée :

- Il y a d'abord une situation d'action, c'est-à-dire une situation où il y a **un problème** à résoudre.

La tâche qui confronte à un problème est alors reprécisée : « utiliser le nombre (obtenu par le comptage des objets) pour réaliser une collection (de passagers) équipotente à une collection donnée (de places) ».

- Il y a ensuite une situation de validation : La quantité de passagers est « préparée sur le quai » et la comparaison des quantités se fait dans un second temps par la mise en relation « terme à terme » des deux collections.

Il est mis en avant que c'est le **milieu matériel** qui **valide** la solution et qu'un constat d'échec est l'indice du manque d'une connaissance permettant de réussir (ici, le dénombrement des places par le comptage).

II – 2 – b Concernant les situations « décrochées »

Les remarques issues de l'observation conduisent à mettre en évidence que ces situations sont conçues pour :

- Permettre un « apprentissage étayé » des enfants, s'appuyant d'abord sur les interactions entre enfants, puis grâce aux interventions du maître qui aide à verbaliser les actions, à analyser les raisons d'un échec et qui favorise la consolidation de la compétence de comptage.
- Offrir une diversité de contextes matériels, de manière à permettre de repérer la similitude des situations et par là, faire acquérir une consistance au concept de « nombre (aspect cardinal) ».

II – 2- c « Les wagons » comme situation d'évaluation

On reprécise que la situation « Wagons » est reprise en alternance de travail individuel et travail collectif.

Cela permet à l'enfant, par le retour à la situation où il a rencontré le problème, de savoir s'il a appris ce qui lui manquait et de prendre conscience de ses progrès. Cela permet au maître de mesurer l'évolution des connaissances des enfants, en rapport avec l'objectif d'apprentissage défini par la situation initiale « Wagons ».

II – 2 -d Concernant le dispositif des diverses situations

Il est souligné que pour la situation « Wagons » ainsi que pour les situations parallèles, le problème est toujours posé dans un contexte matériel mais qu'il est demandé aux enfants de chercher à le résoudre en « prévoyant » la solution par la pensée.

L'accent est mis sur le fait que les enfants pourront ensuite valider la solution qu'ils ont « préparée » en la confrontant au milieu matériel.

Le processus d'apprentissage, dans lequel les enfants sont engagés est un processus par « adaptation », dans lequel, à partir d'un échec initial dans une situation, ils sont placés dans un parcours d'apprentissage où ils auront l'occasion d'élaborer la connaissance nécessaire pour réussir en réajustant et en enrichissant leurs connaissances.

III- LES PROLONGEMENTS

Ce premier travail a permis de soulever de nombreuses questions concertant la nature des mathématiques abordées en maternelle, l'apprentissage du nombre entier et les situations qui favorisent un apprentissage (dont la situation par « adaptation »).

Cela amène le formateur à décider d'apporter des compléments relativement à ces trois thèmes, sous la forme d'un questionnement plus large.

III- 1 Les mathématiques en maternelle

III- 1 –a Quels apprentissages mathématiques en maternelle ?

Ce sujet est abordé par le formateur sous la forme d'un exposé interactif, sollicitant les connaissances des professeurs stagiaires et les complétant. Chaque fois que c'est possible, il est fait référence à l'analyse de la séquence « Wagons » conduite auparavant.

Voici un plan schématique de l'exposé et des principaux aspects abordés :

1) Quels objectifs de l'enseignement des mathématiques en Maternelle ?
   - Trois champs de connaissances « rattachées aux mathématiques » : spatiales, logiques et numériques.
   - Rôle des mathématiques dans la maîtrise du réel.
   - Le jeu : passer du « apprendre en jouant » à « jouer pour apprendre ».

2) Les différents types de situations propices à des apprentissages ?
   - Activités rituelles : calendrier, comptage des enfants, codages d'informations.

- Activités fonctionnelles : prise en charge par les élèves d'actions pour le fonctionnement d'une activité.
- Ateliers de jeux : jeux de société, puzzles…
- Situations d'enseignement construites pour permettre aux élèves de s'approprier une connaissance précise (exemple : « Les Wagons »).

3) Différentes formes d'apprentissage ?
   - Situations « par familiarisation » ou « par frayage ».
   - Situations « par adaptation » : les connaissances prennent du sens par les problèmes qu'elles permettent de résoudre

III- 1 –b Quelles modalités ?

Toute activité proposée en mathématiques doit satisfaire des conditions qui privilégient un certain rapport au réel :

- Faire vivre un apprentissage par les sens ;
- Permettre de faire une expérience personnelle ;
- Permettre une action sur un milieu matériel ;
- Offrir des rétroactions (c'est-à-dire des réponses du milieu matériel à une action décidée par l'enfant).

Il est rappelé qu'en maternelle, une tâche prenant appui sur une feuille de papier ne peut s'envisager que s'il s'agit d'une réalisation matérielle ou d'une simulation par schématisation d'une situation vécue antérieurement.

III- 1 –c Quelle organisation ?

Il convient de distinguer trois types d'organisation pédagogique :

- Une activité rituelle où l'implication des enfants est dirigée et orientée par le maître.
- Un atelier en autonomie où l'enfant va agir sans la présence du maître dans une tâche de reproduction ou de prolongement.
- Un atelier d'apprentissage, où l'enfant, placé dans une situation organisée et gérée par le maître, sera confronté à un problème qu'il va s'efforcer de résoudre.

III- 1 –d Pourquoi des jeux pour l'accueil des enfants ?

Il est rappelé que les jeux de l'accueil remplissent plusieurs fonctions :

- Permettre la transition entre l'espace privé des enfants et l'espace de la classe ;
- Favoriser une posture d'attention et d'écoute ;
- Placer les enfants dans un environnement stimulant ;
- Poursuivre et consolider un apprentissage ;
- Faire découvrir un support ou un matériel nouveaux.

III- 1 –e Pourquoi se préoccuper des transitions ?

Pour assurer la continuité de l'implication des enfants et canaliser leur activité, trois moments doivent faire l'objet d'une attention particulière :

- Les moments de lancement qui doivent garantir que les enfants vont entrer dans une activité nouvelle ;
- Les moments de recentrage ou de rassemblement qui doivent permettre de capter l'attention des enfants ;
- Les moments pour clore une activité qui doivent indiquer aux enfants qu'une activité est finie et les préparer à en accueillir une nouvelle.

III– 1 –f Quelle place donner au langage ?

Concernant le rôle du langage en maternelle, trois aspects sont mis en avant :

- La transmission d'une consigne : il est nécessaire qu'il y ait une reformulation associant les enfants, prenant appui sur l'action demandée, mimée par un enfant ;
- La verbalisation des enfants : le langage des enfants doit être étayé par le maître qui l'enrichit, le précise et le complète ;
- Le langage d'accompagnement de l'action : ce langage, proche de l'action qu'il décrit a une place importante, car il permet aux enfants d'évoquer une action avant ou après l'avoir menée (par exemple, l'expression langagière « juste assez » dans la situation « Wagons » évoque l'action « d'ajuster deux quantités » et constitue un appui pour conceptualiser la notion de « quantités égales »).

III– 2 La situation par adaptation

À partir des remarques faites concernant la situation « Wagons », le formateur propose de mieux cerner les caractéristiques d'une situation par adaptation.

Cette clarification porte sur les critères à satisfaire concernant le contenu et les modalités à respecter pour la mise en œuvre.

III– 2 –a Les critères à prendre en compte

• Identifier un obstacle c'est-à-dire un savoir nouveau ou une connaissance imparfaite que l'on veut faire remettre en question.

• Constituer un milieu comprenant une composante matérielle (le matériel, les supports, les outils mis à disposition...) et une tâche dont la réalisation pose un problème. La résolution du problème fait intervenir le savoir visé.

Ce milieu doit mettre l'enfant en action (par l'utilisation de ses connaissances) et doit lui permettre une validation de ses choix et de ses décisions (par les rétroactions).

Le milieu est entièrement organisé par l'enseignant pour que l'enfant y rencontre le savoir visé comme réponse à un problème.

• Assurer la dévolution du problème, c'est-à-dire faire en sorte que l'enfant prenne en charge la situation et s'engage personnellement dans la recherche de la solution.

• Mettre sur pied un scénario de mise en œuvre qui prévoit :

- Une phase d'entrée dans le problème : l'enfant doit réussir la tâche avec les connaissances dont il dispose.
- Une phase de recherche (action) : l'enfant est placé devant la même tâche qui maintenant, par un jeu sur certaines données (ce sont les variables didactiques), pose problème (obstacle). Il convient de fixer la durée, les modalités de cette phase et de prévoir les aides éventuelles.
- Une phase de mise en commun, où il faut prévoir : l'examen et la validation des solutions proposées, la formulation des stratégies utilisées, le repérage et la formulation des raisons de non - réussite.
- Une nouvelle phase d'action permettant la prise en compte des éléments dégagés, pour une nouvelle tentative.
- Si besoin, une phase d'institutionnalisation pour mettre en évidence le savoir nouveau.

III– 2 –b Les modalités à respecter

- Premier temps : Entrée dans la situation.
  - La tâche est proposée à l'enfant : il joue une première fois.
  - L'enfant doit pouvoir réussir avec les connaissances qu'il maîtrise (les procédures de base sont à identifier).
  - Ce qui est visé dans cette première étape, c'est la compréhension de la tâche mathématique et la possibilité donnée à l'enfant d'essayer une stratégie de base.
  - C'est l'occasion d'une évaluation car on peut alors mesurer les niveaux de connaissances, en vue, par la suite, de différencier.
  - C'est aussi l'occasion de mettre l'enfant en situation de réussite et donc de confiance.

- Deuxième temps : Rencontre du problème.
  - En jouant sur certaines variables, on complexifie la tâche pour qu'elle présente un obstacle, en rapport avec une connaissance dont l'enfant ne dispose pas.
  - Les enfants vont tenter de résoudre ce problème : ils vont « essayer » leurs connaissances et tenter de les « adapter ».

III– 3 L'apprentissage du nombre entier

III-3-a Quelques mises au point sur le nombre

En s'appuyant sur la situation « Wagons » une clarification est faite concernant deux aspects :

• La différence entre « dénombrer » et « compter » :

- **Compter** les objets d'une collection : c'est énumérer les objets en associant à chacun, successivement les mots nombres de la suite numérique.
- **Dénombrer** une collection, c'est compter les objets et conserver le dernier mot-nombre prononcé (principe cardinal).

• La situation d'apprentissage du nombre, en tant qu'outil :

C'est l'occasion de clarifier ce que Guy Brousseau appelle «la situation fondamentale du nombre », c'est-à-dire la situation qui nécessite le recours au nombre comme mémoire d'une quantité : réaliser une collection de même quantité qu'une collection donnée (équipotente), celle-ci n'étant plus visible au moment de la réalisation.

L'accent est mis sur le fait que dans ce type de situation, sont en jeu deux ***collections*** (quantités) liées par une caractéristique commune : « le nombre ».

Il est rappelé que cette situation doit vivre de manière continue de la grande section au CP, en prenant en compte l'évolution du domaine numérique, selon trois variantes :

- L'élève va chercher lui-même la deuxième collection : il met l'information (mot - nombre) dans sa mémoire (*auto-communication*).
- L'élève demande oralement à un autre élève la deuxième collection, à l'aide du nom du nombre (*communication orale*).
- L'élève passe commande par écrit de la deuxième collection à un autre élève à l'aide du symbole (*communication écrite*).

III-3-b Un nouvel exemple d'une situation par adaptation : « Tri de graines » (Petite Section).

Pour élargir l'expérience des PE à propos de l'apprentissage par situations « par adaptation », l'exemple d'une autre situation, dont le savoir visé est le concept de collection, est alors proposé.

L'analyse de la situation se fait en trois temps :
- Présentation de la situation et analyse a priori de la tâche.
- Visionnement d'un enregistrement vidéo.
- Exploitation : objectifs et connaissances visées – analyse des stratégies.

• Analyse a priori de la situation :

Une collection hétéroclite constituée de graines de trois sortes : haricot, pois, tournesol.
Trois boites d'allumettes semblables.

Première situation :
Les enfants ont sous les yeux un tas de graines mélangées et **les trois boîtes ouvertes**. Ils doivent mettre les graines dans les boîtes pour que, dans chaque boîte, il n'y ait qu'une sorte de graines.

Deuxième situation :
Les enfants ont sous les yeux un tas de graines mélangées et **les trois boîtes fermées percées d'un trou sur le dessus.** Ils doivent mettre les graines dans les boîtes pour que chaque boîte ne contienne qu'une sorte de graines.

Remarque : lors de la mise en œuvre, les enfants vivront successivement les deux situations.

En groupes, les stagiaires sont invités à réfléchir aux deux questions suivantes :
- Comparer les deux situations : s'agit-il de la même tâche ? Quels en sont les objectifs (connaissances visées) ?
- Imaginer une consigne appropriée à chaque situation.

• La mise en commun des conclusions des groupes est suivie de diverses mises au point et compléments concernant :

- La situation par adaptation : cela permet de revenir, entre autres, sur l'anticipation mentale inhérente à la phase d'action, la validation matérielle, la formulation d'une consigne.

- Le concept de collection d'objets et son rapport avec l'apprentissage du nombre : il est alors souligné l'importance de l'apprentissage du concept de collection et des moyens de contrôle associés, comme composante essentielle de l'apprentissage du nombre entier.

- Les opérations logiques en maternelle : que signifie trier, classer, ranger des objets ?

IV- CONTREPOINT : UNE AUTRE UTILISATION DU DOCUMENT VIDEO « WAGONS »

Dans ce deuxième scénario de formation, le film de la séquence « Wagons » en Grande Section de Maternelle va être proposé aux PE2 comme articulation entre deux modules de formation généralement proposés en début d'année.

Le premier concerne les différentes modalités d'apprentissage à l'école et le deuxième les mathématiques à l'école maternelle. Nous les décrivons succintement dans les deux paragraphes suivants.

IV – 1 Module 1 : quel modèle d'apprentissage pour les mathématiques à l'école ?

L'objectif est de mettre les stagiaires en situation de comparer différents modèles d'apprentissage, et de mettre en évidence l'intérêt pour les mathématiques à l'école d'un dispositif dans lequel la résolution de problèmes occupera une place privilégiée. Le travail est organisé en trois séances de 3 heures.

Séance 1 : *situation vécue par les stagiaires*

Le formateur fait vivre au groupe de stagiaires une situation d'apprentissage par la résolution de problèmes.

Dans un premier temps, les stagiaires sont donc placés en situation comme « élèves apprenant des mathématiques », puis au cours de la deuxième partie de la séance, ils peuvent s'appuyer sur la situation vécue pour analyser le dispositif d'apprentissage : la construction de la séance (dévolution du problème, rencontre de l'obstacle, consigne, rôle des erreurs, validation, ...), le place de l'enseignant, l'organisation matérielle, ...

Les situations utilisées pour cette première séance sont des situations d'apprentissage par homologies déjà présentées dans des documents de formation de la Copirelem ; citons par exemple :

- « *Le puzzle* » - Situation proposée par G. Le Poche au séminaire de Perpignan (Cahier du formateurs n° 1, page 25) ;

- « *Fabrication de surfaces de même aire* » - Situation proposée par C. Houdement et M.L. Peltier au séminaire de Maxéville (Cahier du formateurs n° 5, page 64) ;

- « *Concertum* » - Situation proposée par H. Péault au stage d'Angers en 1995 et reprise dans le tôme 2 de Concertum, page 277.

Séance 2 : *comparaison de trois projets de séquence*

Il s'agit cette fois d'un travail sur des documents de préparation d'une séquence d'apprentissage mathématique à l'école élémentaire.

On choisit trois documents relatifs à la première rencontre avec un même savoir mathématique, mais illustrant différentes conceptions des apprentissages ; il y a toujours au moins un des projets situés dans la même démarche d'apprentissage que celle vécue au cours de la séance 1.

Quelques exemples de sujets proposés :

• Première séquence sur la comparaison de collections au CP dans les ouvrages « Optimath », « Cap Maths » et « Diagonale ».

• Première séquence sur la soustraction au CE1 avec des documents extraits d'Ermel CE1 et des fichiers et livres du maître des collections « Optimath » et « Diagonale ».

• Première séquence sur la division euclidienne au CE2 avec des documents extraits d'Ermel CE2 et des fichiers et livres du maître des collections « L'heure des maths » et « J'apprends les maths ».

• L'ensemble des séances sur le parallélisme au CM1 dans les ouvrages « J'apprends les maths », « Pour comprendre les maths » et « Cap Maths ».

• Trois projets de séquence sur l'agrandissement de figures et la proportionnalité au CM2[40].

Les stagiaires sont répartis en trois groupes ; chacun étudie l'un des trois projets avec trois axes de réflexion : l'élève, l'enseignant et le savoir, et présente son analyse sur une affiche.

Un temps est laissé à chacun des groupes pour prendre connaissance des deux autres projets avant une synthèse collective autour des affiches réalisées.

En conclusion de cette séance, on propose aux PE2 de lire (ou de relire) le chapitre 2 du tome 1 de l'ouvrage R. Charnay et M. Mante cité ci-dessous.

<u>Séance 3 :</u> *Vidéo de la situation « Wagons » en Grande Section*

Le document est visionné comme une illustration du modèle d'apprentissage par la résolution de problèmes sur lequel les stagiaires ont travaillé au cours des deux premières séances.

On regarde tout d'abord le film dans son intégralité, puis on le revoit par segments en tissant des liens entre les différents moments d'apprentissage repérés dans le film, et d'une part la situation vécue en séance 1, d'autre part celui des trois projets de séquence étudiés en séance 2 qui a été identifié comme relevant d'un apprentissage par la résolution de problèmes.

C'est l'occasion d'insister plus particulièrement sur les points suivants :

• La complémentarité entre apprentissage « par adaptation » et apprentissage « par fréquentation » au travers de l'alternance entre la situation des « Wagons », les différents jeux construits autour de celle-ci (« Le couvert », « Les jetons », « Les bûchettes »), et l'apprentissage de la comptine numérique évoqué dans le film par plusieurs plans sur des affichages de comptines numériques.

• L'autonomie de l'élève face à un savoir mathématique : la situation est conçue pour que l'élève utilise le nombre lorsque celui-ci est utile à la résolution du problème, même si personne ne lui suggère cette utilisation.

• Le rôle du temps dans les apprentissages : il ne s'agit pas de faire se succéder les situations-problèmes et de transformer les apprentissages mathématiques en une course d'obstacles ; une même situation est appelée à vivre durant plusieurs semaines dans la classe, éventuellement avec des habillages différents ; ce sera la situation de référence pour les élèves relativement au savoir sur le « nombre ».

---

[40] Voir R. Charnay et M. Mante, Mathématiques Tome 1, Chapitre 2, Hatier concours.

• La formulation de la consigne doit permettre aux élèves de s'approprier la tâche, mais aussi leur permettre de renconter l'obstacle, leur fournir des critères de réussite, sans rien leur donner du savoir qu'ils vont devoir construire pour franchir l'obstacle.

• La place de l'évaluation : dans le film, on voit une évaluation différée qui permet un véritable repérage des acquis et non une simple « régurgitation » du contenu de la séance comme cela est souvent le cas dans les évaluations « à chaud » en fin de séance.

IV – 2 Module 2 : quelles mathématiques à l'école maternelle ?

La séance utilisant la vidéo « Wagons » conclut le module sur les « problèmes pour apprendre » et est en même temps la première séance du module sur les mathématiques à l'école maternelle.

Les analyses effectuées sont souvent réinvesties en deuxième partie de séance dans l'étude d'une séance d'apprentissage par adaptation dans un autre niveau de l'école maternelle (par exemple la situation « Tris de graines » en Petite Section).

Au cours des deux séances suivantes, ce travail est complété par :

• Un apport d'informations sur la place des mathématiques à l'école maternelle : programme et document d'accompagnement, exemples de situations dans les différents domaines des mathématiques de l'école maternelle, petite bibliographie (voir Annexe 2).

• La présentation de différents supports pour les apprentissages mathématiques à l'école maternelle : comptines, jeux de société, albums de littérature de jeunesse.

Enfin le module se termine par un travail pratique en groupes de trois ou quatre PE : durant trois séances de 1h30, ils doivent construire des outils pour la classe : progression, séquence, pistes d'utilisation d'un jeu ou d'un album ... Ceux-ci seront ensuite présentés au groupe, puis mutualisés grâce à l'outil informatique.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

MEN (2005) *Vers les mathématiques : Quel travail en maternelle ?* Nouveaux programmes – Document d'accompagnement , Sceren CNDP.

Taveau C. (1998) *Une Formation courte en maternelle*, Cahiers du Formateur tome 2 - Tarbes , Irem Paris 7.

Salin M.H., Vinant S. et Girmens Y (1999) *La Formation des PE autour de l'enseignement des mathématiques en maternelle*, Cahier du Formateur tome 3 – Agen, Irem Paris 7.

André F. et Girmens Y. (2000) *Quelles activités mathématiques en maternelle*, Actes du Colloque COPIRELEM de Chamonix.

Eysseric P. (2000) *Albums, contes et mathématiques,* Actes du Colloque COPIRELEM de Chamonix.

Eysseric P., *Les activités logiques en maternelle*, Document en ligne, Site www.pierreeysseric.net.

Boule F. (1994) *Manipuler, organiser, représenter*, Armand Colin .

Biriand J., Loubet M. et Salin M.H. (2000) *Apprentissages mathématiques en maternelle*, CD Rom , HATIER.

ERMEL (1990) *Apprentissages numériques Grande Section*, Hatier.

ANNEXE 1

Situation « Le Goûter »

Il s'agit d'une situation du même type que « Wagons », où l'enfant doit aller chercher « juste assez » de couverts (couteaux, verres, fourchettes) pour mettre le couvert, la quantité de référence étant définie par une collection d'assiettes disposées sur une table.

Le contrôle visuel de la quantité de référence est rendu impossible par l'éloignement au moment de la constitution des quantités de couverts.

La validation se fait au moment de la mise du couvert.

Situation « Les Jetons »

Dans cette situation, l'enfant doit constituer une quantité de jetons égale à une quantité de cases noires présentes sur un support quadrillé.

La détermination de la quantité de cases noires se fait par la vue, à l'aide du comptage, pendant le temps où le maître exhibe le support quadrillé.

La validation se fait par l'association case/jeton et simultanément par le comptage.

Situation « Les Bûchettes »

Il s'agit pour l'enfant de rassembler une quantité de bûchettes permettant de reproduire exactement une « construction » faite de bûchettes mises « bout à bout », cette construction étant définie par un schéma sur feuille de papier.

Le contrôle des quantités ne peut se faire que par le moyen du comptage, les tailles des bûchettes en réalité et sur le dessin étant différentes, ce qui interdit une validation par superposition.

ANNEXE 2

Petite bibliographie « Mathématiques à l'école maternelle » pour les PE2

- *Apprentissages mathématiques en maternelle* (Joël BRIAND, Martine LOUBET, Marie-Hélène SALIN – CD Rom – HATIER).

- *Apprentissages numériques Grande Section* (ERMEL –HATIER).

- Revue Grand N : les deux tomes du numéro spécial maternelle (IREM de Grenoble).

- *Découvrir le monde avec les mathématiques* – 2 tomes : petite et moyenne section, grande section (Dominique VALENTIN – HATIER).

- *Apprentissages mathématiques : jeux en maternelle* (Francette MARTIN – CRDP Aquitaine).

- *Activités numériques à la maternelle* (Alain DESCAVES, Sylvie VIGNAUD – HACHETTE).

- *Mathématiques actives pour les tout-petits* (Catherine BERDONNEAU – HACHETTE).

- *Faire des mathématiques à l'école maternelle* (Alain PIERRARD – CRDP de Grenoble).

- *Découvrir le monde à l'école maternelle : vers les mathématiques* (Cdrom de l'AGEEM).

- *Jouer, c'est très sérieux : jeux mathématiques et sensoriels à l'école maternelle* (3 tomes) (Guy JULLEMIER – HACHETTE).

- *Les mathématiques par les jeux* (2 tomes + matériel) (Lucette CHAMPDAVOINE – NATHAN).

- *Les mathématiques vivantes en petite section* (Denise CHAUVEL, Danièle WACH - RETZ).

- *Apprendre la numération avec des jeux de cartes* (Nicolas KRZYWANSKI – RETZ).

- *Construire la notion de temps à l'école maternelle* (Marilyn BUISSON, Eric GREFF - RETZ).

CONTRIBUTION 1

Titre : Quelques outils didactiques pour le formateur, illustration sur le thème de la proportionnalité

Auteurs : Magali HERSANT (IUFM des Pays de la Loire)

Date : décembre 2005 (Blois).

Résumé : L'objet de cette intervention est de présenter aux nouveaux formateurs quelques uns des concepts de la didactique des mathématiques qui nous semblent les plus utiles en formation des enseignants pour construire et analyser des séances.

INTRODUCTION

Les didacticiens des mathématiques ont développé depuis un peu plus de trente ans de nombreux concepts qui permettent de mieux comprendre et envisager l'enseignement-apprentissage des mathématiques. Certains sont particulièrement intéressants pour la formation de professeurs des écoles : ils permettent de comprendre et de justifier la construction de situations didactiques, d'analyser et décrire les procédures des élèves, d'aborder différemment les programmes de mathématiques de l'école primaire.

L'objet de cette intervention est de présenter parmi ces concepts ceux qui nous semblent les plus utiles aux formateurs de professeurs des écoles en IUFM, en les illustrant avec des exemples qui ont trait à la proportionnalité.

Il nous semble que certaines des questions qu'un formateur peut se poser au sujet de l'enseignement de la proportionnalité à l'école primaire sont :

- qu'est-ce qui est enseigné au sujet de la proportionnalité à l'école primaire ? pourquoi en est-il ainsi ?
- quelles sont les difficultés principales des élèves ? d'où viennent-elles ?
- comment enseigner la proportionnalité à l'école primaire ?
- comment former des professeurs d'école à l'enseignement de la proportionnalité ?

Ces questions que nous considérons comme prototypiques relèvent du champ de la didactique qui postule qu'il est possible de décrire, d'expliquer de façon rationnelle les phénomènes d'enseignement des mathématiques. En effet, Guy Brousseau définit la didactique des mathématiques dans son glossaire de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 2002) de la façon suivante :

« [...] la science des conditions spécifiques de la diffusion des connaissances mathématiques nécessaires aux occupations des hommes (sens large). Elle s'occupe (sens restreint) des conditions où une institution dite « enseignante » tente (mandatée au besoin par une autre institution) de modifier les connaissances d'une autre dite « enseignée » alors que cette dernière n'est pas en mesure de le faire de façon autonome et n'en ressent pas

nécessairement le besoin. Un projet didactique est un projet social de faire approprier par un sujet ou par une institution un savoir constitué ou en voie de constitution. L'enseignement comprend l'ensemble des actions qui cherchent à réaliser ce projet didactique. »

C'est autour de ces questions que nous présentons des outils de la didactique des mathématiques qui nous semblent utiles aux formateurs de prtofesseurs des écoles pour mieux comprendre les phénomènes d'enseignement et donc pour préparer ses formations et aider les professeurs d'école à concevoir des séances.

Pour cela, nous distinguerons d'une part, les outils à propos du savoir et de ses interactions avec l'élève et le maître, et, d'autre part, les outils à propos du maître et de ses relations avec le savoir et les élèves. Autrement dit, nous considérons d'abord le formateur regardant le système didactique fonctionner.

En procédant ainsi, nous choisissons successivement un éclairage différent du triangle dont les sommets sont : le maître, le savoir et les élèves. Pourtant, à chaque fois notre point de vue sera didactique dans le sens où, même si nous entrons par un sommet, nous n'oublions pas qu'il est relié aux deux autres.

Si nous parlons de la proportionnalité, c'est en pensant au savoir en jeu, à son développement historique, à l'évolution de son enseignement, à son enseignement par des maîtres qui ont leurs propres points de vue à ce sujet, à son apprentissage et ses difficultés.

Les outils que nous présentons sont issus de théories « générales », distinctes et complémentaires , de la didactique des mathématiques :

- la théorie des situations didactiques de Guy Brousseau qui correspond à une approche économique de l'enseignement-apprentissage des mathématiques, fortement marquée par l'idée d'apprentissage par adaptation ;
- la dialectique outil- objet et la notion de cadre développée par Régine Douady qui relèvent d'une approche à la fois économique d'apprentissage par adaptation, et épistémologique des mathématiques ;
- la théorie anthropologique du didactique de Yves Chevallard qui est une approche écologique du didactique (on s'intéresse aux « conditions » dans lesquelles vivent les savoirs) ;
- la théorie des champs conceptuels de Gérard Vergnaud qui est une approche plus psychologique.

OUTILS A PROPOS DES SAVOIRS, EN INTERACTION AVEC LE MAITRE ET LES ELEVES

Dans cette partie, nous nous intéresserons en particulier aux deux premières questions : qu'est-ce qui est enseigné au sujet de la proportionnalité à l'école primaire ? pourquoi en est-il ainsi ?

Le savoir enseigné à l'école primaire et aux niveaux supérieurs, ne correspond pas au savoir produit par les mathématiciens. Il est « apprêté » pour permettre son enseignement et son apprentissage. Cette préparation des savoirs à des fins d'enseignement correspond à la transposition didactique (Chevallard, 1985) et peut être influencée par différents éléments, comme nous allons le voir pour la proportionnalité.

Les programmes actuels définissent de façon assez précise les savoirs relatifs à la proportionnalité dont l'enseignement relève de l'école primaire :

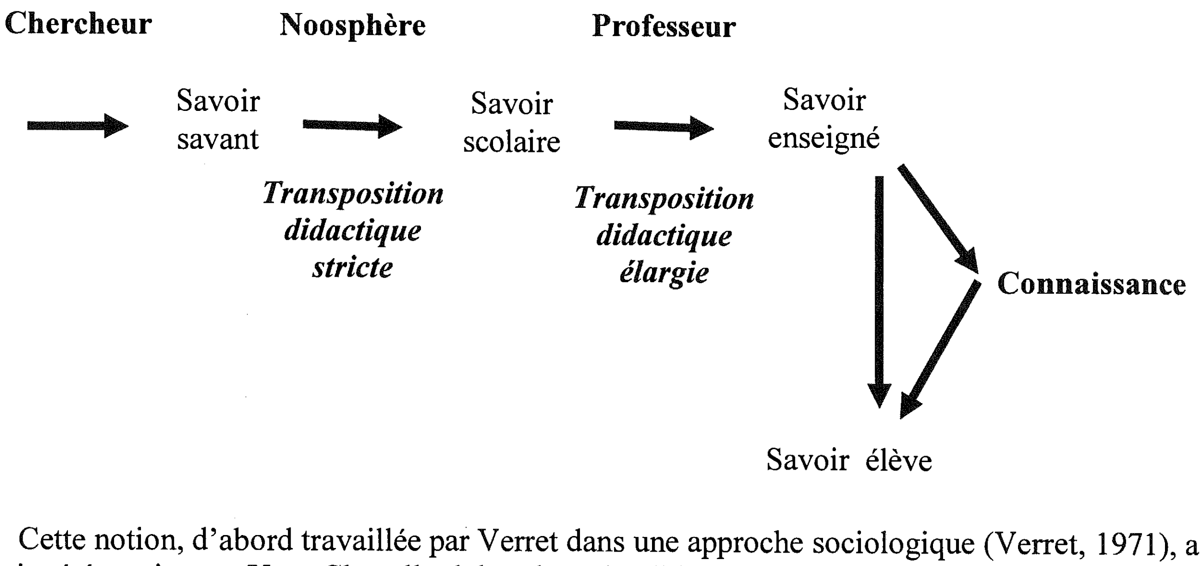
- ils limitent le champ de l'étude : l'étude de la proportionnalité en tant que telle relève du collège ;
- ils indiquent les tâches pour les élèves : différencier les situations qui relèvent de la proportionnalité et celles qui n'en relèvent pas ; identifier une situation de proportionnalité à partir de connaissances sociales, d'expériences ou reconnaissance de la proportionnalité à partir de la donnée de deux couples ; résoudre des problèmes de proportionnalité en utilisant des raisonnements personnels adéquats ;
- ils font le lien avec les connaissances antérieures des élèves : « il s'agit d'étendre la reconnaissance de problèmes qui relèvent du domaine multiplicatif » ;
- ils précisent les domaines des problèmes : consommation, pourcentages, échelles, vitesse moyenne, conversions ;
- ils précisent ce qu'on peut attendre des élèves : raisonnements personnels privilégiés, pas d'application d'une méthode donnée par l'enseignant ; différents types de raisonnements possibles (linéarité multiplicative, additive, utilisation de la valeur unitaire) ;
- ils indiquent les modes de représentation de la proportionnalité : tableaux de nombres, graphiques, textes.

Mais il n'en a pas toujours été ainsi. Souvenez-vous de la façon dont vous avez vous-même appris et, peut-être, enseigné la proportionnalité. Les programmes actuels sont le fruit d'une évolution qui a, entre autres, pris en compte les apports des recherches en didactique et sur laquelle nous allons nous appuyer pour présenter certaines notions de didactique des mathématiques.

Transposition didactique

La ***transposition didactique d'un savoir*** correspond au travail effectué à différents niveaux (société, programmes, professeurs) sur le savoir théorique savant pour le transformer en savoir prêt à être enseigné dans un niveau donné (travail descendant) ou bien à la recherche de l'origine savante d'un savoir pratique enseigné usuel (travail ascendant).

Voici une schématisation pour le travail descendant :



Cette notion, d'abord travaillée par Verret dans une approche sociologique (Verret, 1971), a ensuite été reprise par Yves Chevallard dans le cadre didactique (Chevallard, 1985).

Le savoir mathématique enseigné à l'école n'est pas le savoir produit par le mathématicien. Ce dernier est l'objet de différentes transformations avant de devenir un savoir scolaire qui est en particulier : programmable ; désyncrétisé (c'est-à-dire. découpé en champs de savoirs isolés) ; contrôlable socialement et évaluable. C'est la ***transposition didactique stricte*** qui correspond à la première partie du schéma.

Une fois le savoir scolaire ou savoir à enseigner désigné, le professeur a la charge d'enseigner ce savoir en effectuant le choix de sa programmation (à un niveau donné), et aussi en choisissant la façon dont il va enseigner ce savoir. Cette étape constitue la ***transposition didactique élargie***.

D'un point de vue épistémique, on observe un rôle symétrique du chercheur et du professeur et un rôle similaire du chercheur et de l'élève : le chercheur doit dépersonnaliser et décontextualiser le savoir qu'il a produit ; le professeur doit recontextualiser et repersonnaliser ce savoir ; l'élève doit, avec l'aide du maître, dépersonnaliser et décontextualiser.

Au niveau de la transposition didactique élargie intervient notamment la ***dialectique savoir-connaissance***. En didactique des mathématiques, « savoir » et « connaissance » ne sont pas synonymes : le savoir est public et institutionnel, la connaissance est personnelle. Ainsi, par exemple, l'élève rencontrera dans un premier temps le savoir sous forme de connaissance lors de la résolution d'un problème donné par le maître. Mais si l'on veut que l'élève identifie et retienne cette connaissance pour pouvoir ensuite, notamment, la réutiliser, il faut lui donner un statut public : c'est le ***processus d'institutionnalisation***, dirigé par le maître, qui donnera à cette connaissance ce statut officiel et en fera un savoir.

Revenons à l'exemple de la proportionnalité.

La « proportionnalité » n'existe pas en tant que telle dans les mathématiques « savantes » (on ne la trouve pas dans les théories mathématiques actuelles ou anciennes). Ce savoir identifié dans les programmes renvoie à un champ de problèmes issus de la vie courante et de la physique. Il correspond à une reconstruction à partir de savoirs issus de la théorie des rapports et proportions et de la théorie de l'application linéaire.

Actuellement, la façon de présenter la proportionnalité dans les programmes relève de plusieurs choix qui ne correspondent pas à ceux des programmes précédents :

- associer la proportionnalité à l'application linéaire, alors qu'au début du 20e siècle, la théorie de référence était celle des rapports et proportions (voir Hersant, 2005) ;
- proposer des types de problèmes en rapport avec les vitesses et les sciences ;
- utiliser de façon raisonnable tableaux et graphiques comme support à des raisonnements, alors que, par exemple, au moment des mathématiques modernes, le tableau était la seule représentation officielle de la proportionnalité ;
- ne pas imposer de procédures de résolution des problèmes, alors que la « règle de trois » a longtemps été la seule procédure de résolution enseignée et reconnue par l'institution.

Ces choix correspondent à des choix de transposition didactique de la proportionnalité, c'est-à-dire à des choix d'apprêts didactiques de la notion pour l'enseigner à un niveau donné.

Classification des problèmes et notion de champ conceptuel

Dans les programmes actuels, les problèmes de proportionnalité sont fortement reliés aux problèmes multiplicatifs et ne sont pas regroupés comme ils pouvaient l'être dans les années 30 (et ultérieurement), selon le domaine du problème (problèmes d'intérêts, problèmes de partages proportionnels, problèmes de règle trois…).

Le découpage du champ de savoir est d'avantage lié aux relations mathématiques et aux questions d'apprentissage qu'au domaine économique et à la procédure « standard » pour résoudre le problème.

Il faut voir ici, à notre avis, l'incidence des travaux de Gérard Vergnaud sur les champs conceptuels et en particulier sa classification des problèmes de proportionnalité (Vergnaud, 1991). En effet, à partir des années 80, les chercheurs se sont intéressés à l'identification des facteurs de difficulté des problèmes de proportionnalité pour les élèves. Gérard Vergnaud a alors mis en évidence que certains problèmes présentaient des similitudes au niveau mathématique, par exemple, dans les opérations requises pour les résoudre, et que ces similitudes intervenaient dans la difficulté du problème.

Regroupant les problèmes de proportionnalité selon le nombre de grandeurs qui interviennent et la position de l'inconnue, il distingue ainsi :

- la structure de proportion simple (2 grandeurs proportionnelles) ;
- la structure de proportion simple composée (trois grandeurs A, B, C proportionnelles, avec une proportionnalité simple entre A et B, puis une proportionnalité simple entre B et C) ;
- la structure de produit de mesure (trois grandeurs en jeu, avec une relation de type A = B.C et A vaut 1 quand B et C valent 1, qui correspond à une composition cartésienne, cas des aires et des volumes par exemple) ;
- la structure de proportion double (3 trois grandeurs en jeu, avec une relation de type A = B.C et l'image du couple (1,1) différent de 1, cas de la production de lait par un troupeau de vaches par exemple).

Cette classification permet de distinguer la variable « structure » qui a une influence sur le degré de difficulté du problème des autres variables qui interviennent, comme le domaine du problème et les valeurs numériques.

Seule la proportionnalité simple est au programme de l'école élémentaire, c'est pourquoi nous présentons ci-dessous seulement les quatre cas de problèmes de proportionnalité simple.

Multiplication 1 *a* *b* ?	Division-partition 1 ? *b c*
Division – quotition 1 *a* ? *c*	« 4ème proportionnelle » *a b* *c* ?

Dans ce tableau, les nombres et lettres désignent les valeurs connues et le point d'interrogation la valeur à trouver. Ainsi, par exemple et de façon générique, un problème de multiplication est du type : Si pour un bonbon je paie *a* centimes d'euros, combien vais-je payer pour *b* bonbons ?

Les problèmes de multiplication, de division-partition et de division- quotition font tous référence à l'unité, mais les valeurs à trouver, et donc les raisonnements de résolution possibles, sont différents : recherche de la valeur de *b* parts, recherche de la valeur d'une part, recherche du nombre de parts. Cette référence à la valeur de l'unité n'existe pas dans les problèmes de 4ème proportionnelle.

Dialectique outil-objet

Actuellement, à l'école élémentaire, l'application linéaire sert de modèle à la proportionnalité mais elle n'est pas un objet d'enseignement : c'est un outil pour résoudre des problèmes multiplicatifs qui reste d'ailleurs implicite.

Au collège, en revanche, l'application linéaire devient explicite et un objet d'enseignement (on fait un cours sur l'application linéaire), qui sera ensuite utilisé pour résoudre d'autres problèmes.

Au cours de la scolarité d'un élève, l'application linéaire prend donc successivement les statuts suivants : outil implicite pour résoudre des problèmes → objet d'enseignement (donc explicite) → outil explicite pour résoudre des problèmes.

Ce changement de statut (outil/objet, implicite/explicite) correspond, à une échelle macro, à ce que Régine Douady a appelé la ***dialectique outil-objet*** (Douady, 1986, p. 9) :

> *« Nous disons qu'un concept est outil lorsque nous focalisons notre intérêt sur l'usage qui en est fait pour résoudre un problème. [...] Par objet, nous entendons l'objet culturel ayant sa place dans un édifice plus large qui est le savoir savant à un moment donné, reconnu socialement. »*

La dialectique outil-objet est née d'une référence à l'activité du mathématicien. Régine Douady parle de dialectique outil-objet pour distinguer le processus de changement de statuts des concepts que l'on retrouve en particulier au niveau de la transposition didactique. Elle distingue pour un même concept trois statuts : objet, outil implicite, outil explicite. Elle organise plus largement ces trois statuts dans une dialectique, appelée outil-objet à laquelle nous nous intéresserons dans la seconde partie.

OUTILS A PROPOS DU MAITRE, EN INTERACTION AVEC LES ELEVES ET LE SAVOIR

Abordons maintenant les questions relatives aux interactions entre le maître et le couple (élèves-savoir) : quelles sont les difficultés principales des élèves dans l'apprentissage de la proportionnalité ? d'où viennent-elles ? comment enseigner la proportionnalité ?

Les différentes théories de la didactique des mathématiques ont permis l'émergence de concepts qui peuvent être utiles tant pour la construction et l'analyse de séances de mathématiques que pour la prise en compte des difficultés d'apprentissage des élèves.

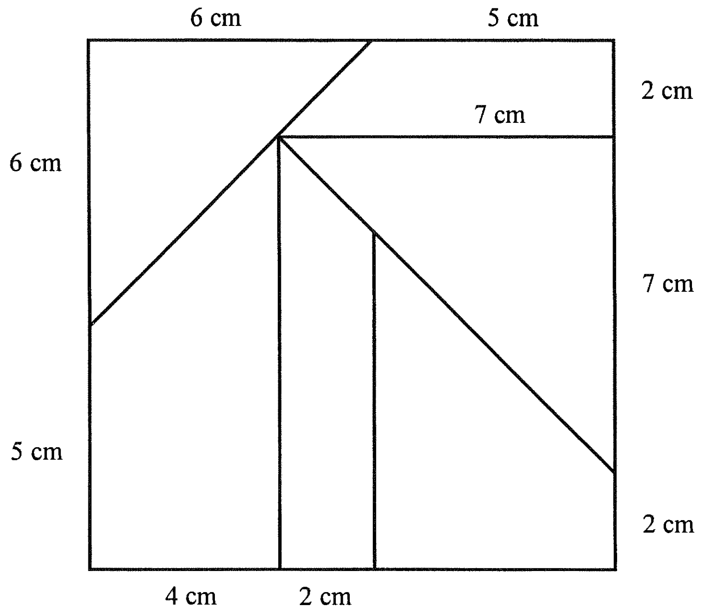
En particulier, la théorie des situations didactiques ainsi que la dialectique outil-objet, qui ont des ancrages piagétiens et se situent dans le courant constructiviste, accordent une place importante aux notions d'erreur et d'obstacle. Elles proposent donc de mettre en place des situations qui vont permettre de faire émerger les obstacles pour les élèves et ensuite de les dépasser.

Pour préciser ces approches, nous développerons plus ou moins les notions d'erreurs, obstacles, conceptions, milieu, dévolution et institutionnalisation, variables didactiques, cadres, dialectique outil- objet et situation- problème.

Erreurs, obstacles et conceptions

Considérons le problème suivant, dû à Guy Brousseau[41] (Brousseau, 1981).

> *« Voici des puzzles, vous allez en fabriquer des semblables, plus grands que les modèles, en respectant la règle suivante : le segment qui mesure 4 cm sur le modèle devra mesurer 7 cm sur votre production.*
> *Je donne un puzzle par équipe de 5 ou 6, mais chaque élève fait au moins une pièce ou un groupe de 2 fait 2 pièces.*
> *Lorsque vous avez fini, vous devez pouvoir reconstituer les mêmes figures qu'avec le modèle. »*



Dans la situation étudiée, ce problème est le premier problème sur la proportionnalité que rencontrent les élèves.

Des élèves de cycles 3 font souvent des erreurs dans la résolution de ce problème. La plus courante consiste à ajouter 3 cm à chacune des mesures du puzzle. Cette procédure correspond à une connaissance erronée de l'élève « pour agrandir la figure tel que c'est demandé j'ajoute la même valeur à chacune des longueurs », elle-même reliée à une autre connaissance des élèves de cycle 3 « quand j'ajoute un nombre à un nombre donné, j'obtiens un nombre plus grand. ».

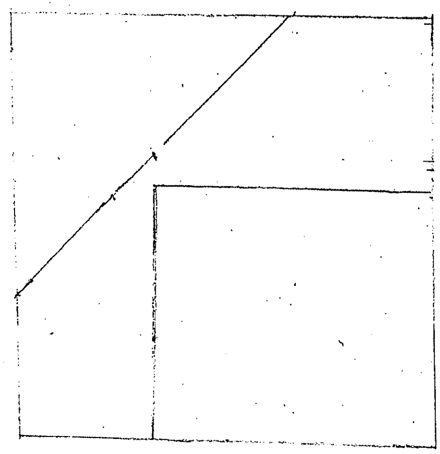
Ces connaissances erronées correspondent à une partie de l'idée que l'élève se fait de l'agrandissement d'une figure : elles constituent une partie de la ***conception*** que l'élève a de l'agrandissement d'une figure, au sens de Guy Brousseau (Brousseau, 1988) :

> *« Une conception permet de traiter (reconnaître et résoudre) une sous-classe de situations considérées comme comparables [...] avec des procédures voisines, justifiées par des « raisonnements semblables » ou traitées à l'aide de connaissances logiquement et fortement liées ».*

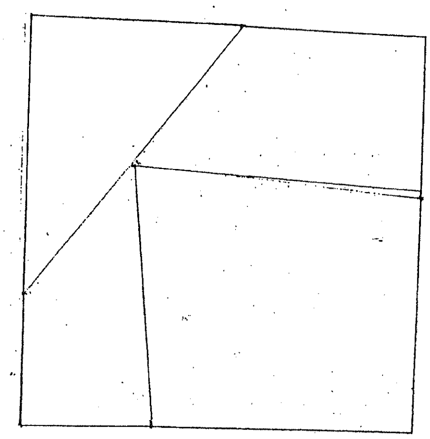
Mais ces deux connaissances ne constituent pas elles seules, la plupart du temps, la conception des élèves de cycle 3 sur l'agrandissement de figure. En effet, considérons les productions suivantes obtenues en demandant aux élèves non pas de découper les pièces et de reconstituer le puzzle par groupe mais de dessiner chacun le puzzle agrandi.

---

[41] Initialement cette situation est la première situation d'étude des applications linéaires qui permettra ensuite de travailler sur les fractions et les nombres décimaux.



Nous avons rajouté 2 cm, mais nous n'avons pas réussi à cause du petit carré. Nous n'avons pas réussi



Nous n'avons pas réussi. Nous avons rajouté 2 cm à toutes les mesures par ce que un segment de 4 cm devra mesurer 6 cm.

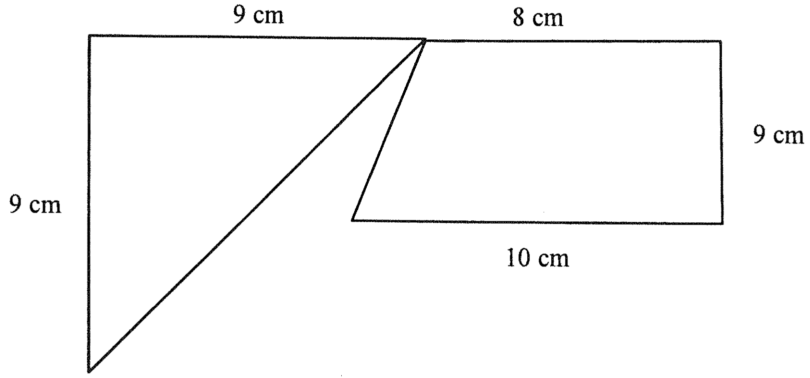
Cela nous permet de compléter ce que nous savons de la conception que l'élève a d'un agrandissement : il faut ajouter la même valeur à chacune des longueurs, un carré est agrandi en un carré (conservation de la forme), un milieu se transforme en milieu (conservation des milieux), conservation de l'incidence.

En particulier, ces productions d'élèves nous montrent aussi qu'une conception peut très bien être composée de connaissances qui nous semblent incohérentes et incompatibles, sans que cette incohérence soit décelée par l'élève. En ce sens, nous disons que les conceptions sont *résistantes*. C'est aussi pourquoi elles risquent de faire obstacle à l'apprentissage.

D'où l'idée de construire des situations didactiques qui vont mettre en défaut les connaissances et conceptions des élèves (soit parce qu'elles sont fausses, soit parce qu'elles sont insuffisantes, soit parce qu'elles sont peu économiques), et permettrent un apprentissage par adaptation de l'élève à la situation. C'est pour cette raison que dans la théorie des situations ont été développés les concepts de rétroaction, validation et milieu.

Rétroaction, validation et milieu

Revenons à notre situation du puzzle. Si on laisse les élèves travailler sans intervention de l'enseignant pour les guider ou les aider, des élèves vont ajouter 3 cm à chacune des mesures. Ils auront alors des ennuis pour reconstituer le puzzle !



Les élèves voient bien qu'il y a une erreur. Si elle leur apparaît de façon évidente c'est bien parce que le maître leur a demandé de *construire* un agrandissement du puzzle et non simplement de calculer les mesures agrandies.

Ce choix permet aux élèves de se rendrent compte par eux-mêmes qu'il y a une erreur. Dans la théorie des situations, on dit que la situation fournit à l'élève des ***rétroactions.*** Ces rétroactions lui permettent de comprendre que ce qu'il fait est erroné.

La situation telle qu'elle est pensée devrait permettre aux élèves, non seulement de percevoir leur erreur quasiment sans intervention du maître, mais aussi d'arriver à la procédure correcte. Cela nous amène à la définition de la notion de milieu et à la question de la validation. Guy Brousseau définit ainsi la notion de milieu (Brousseau, 2002) :

> *« Le milieu est constitué des objets (physiques, culturels, sociaux, humains) avec lesquels le sujet interagit dans une situation. »*

Si le milieu de la situation permet des rétroactions suffisantes, comme dans la situation du puzzle, l'enseignant n'a normalement pas à intervenir pour signifier à l'élève que ce qu'il a fait est erroné : on dit qu'il y a ***validation*** de la procédure des élèves par la situation (le milieu), par opposition à ***évaluation*** lorsque c'est le maître qui signifie à l'élève que sa réponse est correcte ou erronée (Margolinas, 1993).

Processus de dévolution, d'institutionnalisation et contrat didactique

À ce stade, on peut se poser une question. Il n'y a pas trop de doute sur le fait que l'élève accepte de s'engager une première fois dans la construction du puzzle. Mais, une fois qu'il aura produit une réponse erronée, est-on sûr qu'il voudra résoudre le problème jusqu'au bout ?

Pour cela, il faut qu'il accepte le transfert de responsabilité opéré par l'enseignant pour le rendre pleinement responsable de la construction du savoir nouveau. Ce transfert de responsabilité qu'on appelle, en théorie des situations, la ***dévolution*** d'une situation est un processus dirigé par l'enseignant qui vise à maintenir l'élève dans la situation où il interagit seulement avec le milieu et non avec l'enseignant.

Pour cela, le professeur peut être amené, par exemple, à soutenir les efforts des élèves ou à rappeler certaines règles du jeu : toutes les actions de l'enseignant qui ont pour objectif de faire résoudre le problème par l'élève, et lui seul, c'est-à-dire sans lui donner la réponse, relèvent de la dévolution.

L'idée de dévolution est très liée à deux autres concepts de la théorie des situations didactiques, notamment celle de contrat didactique.

Dans la situation du puzzle, le maître veut que l'élève ne tienne la réponse que de lui-même et prévoit donc de se taire au maximum. Mais en même temps, il veut que l'élève donne la bonne réponse. Il y a là une tension. En effet, d'un point de vue social, l'enseignant a l'obligation *d'enseigner* tout ce qui est nécessaire à propos du savoir. Ainsi, un élève qui est échec va demander au professeur de l'aider, le maître ne peut pas refuser mais plus il donne d'indications pour résoudre le problème, plus il prive l'élève des chances d'un apprentissage par adaptation. C'est le paradoxe de la dévolution.

Ce paradoxe sera résolu si le professeur et les élèves conviennent, implicitement pour la plus grande part, de ce dont chacun d'eux sera responsable devant l'autre.

Ce système d'obligations qui existe toujours dans une classe est le ***contrat didactique***. Il dépend fortement des connaissances mathématiques visées, on parle par exemple de contrat géométrique (lié à la règle et au compas) et algébrique (lié à l'utilisation de lettres). De ce fait, le contrat didactique dépend aussi fortement des connaissances de chacun des élèves, de leur degré d'adaptation à la situation, et évolue au fur et à mesure de cette adaptation. Ce contrat est donc naturellement et nécessairement l'objet de fréquentes ruptures et négociations.

Le processus de dévolution renvoie à celui d'institutionnalisation pour deux raisons. D'abord, le processus d'institutionnalisation est issu d'un second paradoxe de la dévolution : c'est parce qu'il y a un transfert de responsabilité vers l'élève qu'il y a nécessité de procéder à l'institutionnalisation.
Ensuite, parce que l'institutionnalisation va modifier le contrat didactique. En effet, une fois un savoir déclaré comme devant être su, l'élève a le devoir de le savoir et au besoin, de le solliciter pour répondre à un nouveau problème.

Avec ces outils (milieu, dévolution, contrat didactique et institutionnalisation), Guy Brousseau et son équipe se sont attaché à construire des séances pour l'apprentissage de notions mathématiques données à un niveau donné : ce sont les *ingénieries didactiques*.

Variables didactiques

Sans entrer dans le détail de l'élaboration d'une ingénierie didactique, pointons toutefois l'importance pour la conception de séances des ***variables didactiques***.

Dans la situation du puzzle, si nous proposons « 4 devient 8 » au lieu de « 4 devient 7 », les procédures des élèves ne seront pas les mêmes. Il est probable que la procédure « multiplier par deux les données initiales » apparaisse rapidement. C'est pourquoi nous disons que dans ce problème le coefficient de proportionnalité est une variable didactique.

Plus généralement, les variables didactiques sont les éléments de la situation sur lesquels l'enseignant peut agir et qui ont une incidence forte sur les procédures utilisées par les élèves pour résoudre le problème.

La notion de milieu illustre la façon dont Guy Brousseau a mis en œuvre les travaux de Piaget pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et la construction d'ingénieries didactiques.

Régine Douady, pour la construction de telles séquences d'enseignement et de façon concomitante, accorde de l'importance à d'autres éléments de la situation qu'elle explicite comme les fondements d'une autre théorie complémentaire de la théorie des situations.

Cadre et jeu de cadres

La situation du puzzle, construite par Guy Brousseau, peut en partie aussi être analysée avec la notion de cadre introduite par Régine Douady (Douady, 1986).

Les élèves travaillent sur la notion de proportionnalité et construisent « eux-mêmes » des connaissances sur la proportionnalité. Pour cela, ils mobilisent leurs connaissances sur l'agrandissement. C'est ce qui fait la richesse de la situation. On dit que la situation est ici proposée dans le cadre géométrique, au sens de Régine Douady (Douady, 1986, p. 11) :

> *« Disons qu'un cadre est constitué des objets d'une branche des mathématiques, des relations entre les objets, de leurs formulations éventuellement diverses et des images mentales associées à ces objets et ces relations. [..] »*

Le passage d'un cadre à un autre au cours d'une séquence permet d'obtenir des formulations différentes d'un même problème, donne accès aux difficultés rencontrées par les élèves et permet la mise en œuvre d'outils et de techniques qui ne s'imposaient pas dans la première formulation. C'est que Régine Douady désigne par ***jeu de cadres***.

Situation problème et dialectique outil-objet

La notion de cadre est une partie d'une théorie plus large établie par Régine Douady, par analogie entre l'apprentissage des mathématiques et le travail du mathématicien : jeux de cadres et dialectique outil–objet. Dans cette théorie, elle accorde une place essentielle à trois éléments qui lui servent pour construire des « problèmes » (longs) :

- la dialectique outil- objet, c'est-à-dire. l'introduction du concept comme outil implicite pour résoudre un problème puis évolution vers le statut d'outil explicite et enfin d'objet d'enseignement ;
- la dialectique ancien–nouveau ;
- les jeux de cadres (cf. supra).

En prenant en compte ces éléments, Régine Douady va construire des ingénieries didactiques. Elle précisera aussi les conditions auxquelles doivent répondre les problèmes dans une situation scolaire d'apprentissage, lors d'une première rencontre. C'est la définition des situations-problèmes dont les caractéristiques sont les suivantes :

1. L'élève doit pouvoir s'engager facilement dans la résolution du problème. Il peut envisager ce qu'est une réponse possible du problème.

2 Les connaissances que les élèves ont sont en principe insuffisantes pour qu'il résolve immédiatement le problème.

3. La situation doit permettre à l'élève de décider si une solution trouvée est convenable ou pas.

4. La connaissance que l'on désire voir acquérir par l'élève doit être l'outil le plus adapté pour la résolution du problème au niveau de l'élève.

EN GUISE DE CONCLUSION

Pour conclure, nous aimerions pointer deux éléments essentiels à l'égard des nouveaux formateurs.

La majorité des outils présentés ici ont été développés par les didacticiens des mathématiques, d'abord avec l'idée de concevoir des séances pour l'apprentissage de notions mathématiques données à un niveau donné. Ils ont donc naturellement un aspect fonctionnel et sont utiles pour la construction de séance avec des professeurs d'école.

Ensuite, ces concepts ont plutôt été utilisés pour analyser les pratiques des enseignants. Ils ont donc aussi une dimension analytique.

Dans notre exposé, nous avons plutôt procédé de l'objet à l'outil, ce qui n'est pas très didactique, mais la transposition didactique de notions didactiques aux nouveaux formateurs n'est pas chose aisée. Pour permettre un passage de l'objet à l'outil, nous vous invitons à comparer la situation du puzzle et celle proposée dans un manuel de votre choix pour une première rencontre avec la proportionnalité.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Brousseau G. (1981) *Problèmes de didactique des décimaux*. Recherches en didactique des mathématiques 2.1, pp. 37-127

Brousseau G.(1998) *Théorie des situations didactiques,* Ed. La pensée sauvage

Brousseau G.(2002) *Glossaire.*
http://perso.orange.fr/daest/Pages%20perso/Brousseau.htm#ligne

Chevallard Y. (1985) *La transposition didactique,* Ed. La pensée sauvage

Douady R. (1986) *Jeux de cadres et dialectique outil-objet.* Recherches en Didactique des Mathématiques Vol. 7.2, pp. 5-31, Ed. La Pensée Sauvage

Dupin J.J., Joshua S. (1993) *Introduction à la didactique des mathématiques et des sciences,* PUF

Hersant M. (2005) *La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France, d'hier à aujourd'hui*, Repères IREM, 59, pp. 5-41

Margolinas C. (1993) *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques,* Ed. La Pensée Sauvage

Vergnaud G. (1991) *La théorie des champs conceptuels*, Recherches en didactique des mathématiques, 10. *2-3,* 135 - 169

Verret M. (1971) *Le temps des études*, Eds Champion

CONTRIBUTION 2

Titre : La géométrie dans l'enseignement obligatoire.
Un cadre théorique au service de la formation.

Auteurs : Catherine TAVEAU (IUFM de Paris)

Date : décembre 2005 (Blois).

Résumé : Illustration de l'adaptation et de l'usage de la notion de paradigme géométrique en formation des enseignants du premier et second degré de l'enseignement obligatoire.

Cette contribution a pour objectif de présenter une transposition possible de la recherche en didactique des mathématiques vers la formation des enseignants. Il s'agit ici de montrer comment le cadre théorique élaboré par Catherine Houdement et Alain Kuzniak concernant les géométries, puis enrichi par les travaux d'Alain Kuzniak et Jean-Claude Rauscher permet de construire des formations relatives aux enjeux de l'enseignement de la géométrie auprès de publics variés : PE1, PE2, PLC2, PCL, formateurs de mathématiques, conseillers pédagogiques et IPR.

La transposition de la recherche en didactique à la formation ne va pas de soi et est souvent difficilement intelligible par les stagiaires. Bien que l'appropriation de ce cadre théorique reste très complexe, les éléments qui y sont exposés entrent très rapidement en résonance avec les préoccupations des étudiants et des stagiaires que nous avons en formation.

Pour chacune de mes interventions, j'ai repéré que la présentation de ce cadre éclairait de façon explicite les importants malentendus rencontrés par les stagiaires dans l'enseignement de la géométrie qu'ils avaient reçu ou qu'ils avaient dispensé.

C'est pourquoi le formateur peut l'utiliser régulièrement comme un outil de compréhension des phénomènes d'enseignement de la géométrie et donner des réponses aux difficultés rencontrées par les enseignants. Ainsi ce cadre peut devenir un cadre de référence d'analyse pour l'enseignement de la géométrie.

Après avoir exposé ce cadre théorique, je l'illustrerai par des exemples pris dans l'enseignement obligatoire et j'exposerai des pistes pour la formation des PE et PLC.

Je présente donc ici mon appropriation des travaux de ces chercheurs, ainsi que ma transposition pour la formation. J'espère ne pas trop les déformer même si je ne retiens pas toute la richesse et la complexité des contenus. Je les remercie de ne pas m'en tenir rigueur. Évidemment, j'invite le lecteur de cet article à se référer aux sources citées en bibliographie.

1. LES PARADIGMES GEOMETRIQUES

Selon Kuhn[42], un *paradigme* désigne l'ensemble des croyances, des techniques et des valeurs que partage un groupe scientifique, mais aussi des exemples particulièrement significatifs auxquels on peut se référer. Ainsi les personnes s'identifiant à un même paradigme peuvent se comprendre implicitement car elles font référence à des pratiques d'activités scientifiques communes et à des concepts communs. A contrario, lorsque des individus ne s'identifient pas au même paradigme, des attentes et pratiques implicites vont provoquer des malentendus qui seront source d'incompréhension.

Le terme de paradigme étant posé, voici la présentation des trois paradigmes géométriques élaborés par C. Houdement et A. Kuzniak (1999).[43]

Ces trois géométries sont caractérisées en fonction de trois modes de pensée (l'intuition, l'expérience, et le raisonnement déductif) et associées à des horizons différents.

	Géométrie naturelle I	**Géométrie axiomatique naturelle II**	**Géométrie axiomatique formaliste III**
Intuition	Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Liée à des schémas de la réalité	De type logique
Déduction	Proche du réel et liée à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur des axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico géométrique	Espace abstrait euclidien
Statut du dessin	Objet d'étude et de validation	Support du raisonnement et « figural concept »	Schéma d'un objet théorique, outil heuristique
Aspect privilégié	Évidence et construction	Propriétés et démonstration	Démonstration et lien entre les objets

Ces chercheurs définissent ainsi trois géométries élémentaires dont les caractéristiques pourraient être résumées à :

- la **Géométrie I** (géométrie naturelle) ou la confusion entre la géométrie et la réalité ;
- la **Géométrie II** (axiomatique naturelle) ou la géométrie comme schéma de la réalité ;
- la **Géométrie III** (axiomatique formelle) ou indépendance de la géométrie et de la réalité.

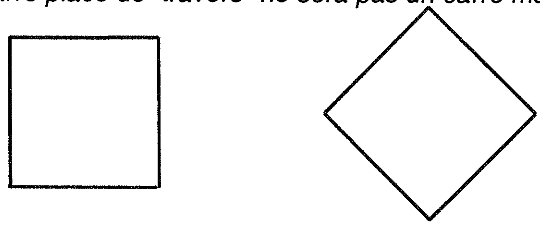
[42] Kuhn (1922-1996) philosophe et historien des Sciences. Voir l'article sur le sens de paradigme selon Kuhn dans « Dictionnaire d'histoire et philosophie des Sciences » sous la direction de D. Lecourt, PUF, 1999.

[43] Houdement C. et Kuzniak A. (1999) Quelques éléments de réflexion sur l'enseignement de la géométrie : de l'école primaire à la formation des maîtres, Revue Petit X, n°51.

2. LIEN ENTRE LES NIVEAUX DE VAN HIELE ET LES PARADIGMES GEOMETRIQUES

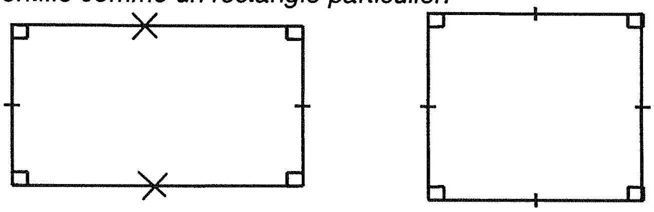
Pour commencer, nous donnons une présentation des niveaux de pensée repérés en géométrie par Van Hiele, adaptée par A.Kuzniak et JC. Rauscher[44].

Niveau 0 (reconnaissance visuelle) : aucune analyse explicite des propriétés des figures ne préside à leur reconnaissance. Elles sont reconnues par les enfants d'après leur apparence
Un élève qui pense à ce niveau et auquel on demande comment il peut être sûr qu'il a devant lui un carré répondra par exemple que la figure en question en a la "forme". On rencontre alors les élèves pour qui un carré placé de "travers" ne sera pas un carré mais un losange



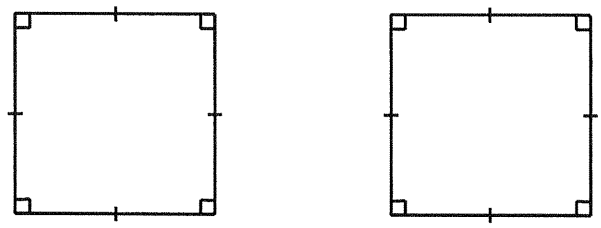
Un carré ! *Un losange !*

Niveau 1 (analyse) : les figures deviennent porteuses de propriétés. Les enfants analysent les propriétés de chacune des figures, mais ne sont pas amenés à les ordonner à l'intérieur d'une figure ou entre figures.
Les propriétés commencent à être explicitées par les élèves, indépendamment les unes des autres. Pour justifier la nature d'une figure, l'élève dépassera la justification globale pour dresser une liste d'arguments : "la figure a 4 angles droits, ses côtés opposés sont parallèles et ils ont la même longueur, les diagonales ont même longueur etc..". Dans cette accumulation d'arguments, il ne se préoccupera, ni du statut de ses assertions, ni des éventuelles redondances entre arguments ou insuffisances. De ce fait, à ce niveau, un carré n'est pas nécessairement identifié comme un rectangle particulier.



Un rectangle *Un carré*

Niveau 2 (propriétés semi-ordonnées ou déduction informelle) : les enfants ordonnent et relient les propriétés à l'intérieur d'une figure ou entre figures, mais ils n'organisent pas encore leurs assertions en démonstrations.
Au niveau 2, l'élève ne se contentera pas de donner une accumulation inutile ou insuffisante de faits pour prouver qu'il a devant lui un rectangle : il signalera un fait suffisant pour caractériser la figure : "il y a 4 angles droits". Le carré est alors reconnu comme un rectangle. A ce niveau les définitions des figures entrent en jeu.



Un rectangle *Un carré*

44 Actes du XXIXè colloque de la COPIRELEM, *La Roche sur Yon, 2002, p.271*

Niveau 3 (déduction démonstration) : certaines propriétés sont déduites à partir d'autres organisées en théorèmes ou axiomes, les déductions sont explicitées sous forme de démonstrations.
A ce niveau, un élève admettra que pour avoir un rectangle, il suffit d'avoir un parallélogramme possédant un angle droit, chose qu'il n'aurait pas admise à un niveau précédent. A ce stade l'élève devient attentif au statut des assertions : "on sait, d'après ce qu'indique l'énoncé que la figure est un parallélogramme..."

ABCD est un parallélogramme et (AB) et (BC) sont perpendiculaires,
donc
ABCD est un rectangle

A chaque niveau, ce qui est implicite devient explicite au niveau suivant. Par exemple, les caractéristiques qui font qu'une figure est un carré ne sont pas exprimées au niveau 0, mais le sont en vrac au niveau 1 où les figures deviennent porteuses d'informations. Les relations entre ces informations sont explicitées au niveau 2 où apparaissent les propriétés caractéristiques des figures. Les relations entre ces propriétés sont explicitées au niveau 3. Van Hiele considère que l'entrée dans chaque niveau nécessite la maîtrise du niveau précédent et que la progression des élèves dépend de l'enseignement donné.

En articulant les paradigmes géométriques avec les niveaux de pensée repérés en géométrie par Van Hiele[45], A. Kuzniak et de JC. Rauscher (2002) ont enrichi ce cadre théorique.

<table>
<tr><td></td><td>Géométrie I</td><td>Géométrie II</td><td>Géométrie III</td><td></td></tr>
<tr><td>Niveau 0
Visualisation</td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="3">pôle empirique (Intuition et expérience)</td></tr>
<tr><td>Niveau 1
Analyse</td><td></td><td></td><td>Outil heuristique</td></tr>
<tr><td>Niveau 2
Déduction informelle</td><td colspan="2">Transition</td><td></td></tr>
<tr><td>Niveau 3
Déduction démonstration</td><td></td><td colspan="2">Transition</td><td rowspan="2">pôle théorique (déduction)</td></tr>
<tr><td>Niveau 4
Abstrait Structure</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Horizon technologique</td><td>Horizon axiomatique</td><td>Horizon formel</td><td></td></tr>
</table>

En s'appuyant sur ce tableau, on repère que la géométrie I sera enseignée à l'école primaire en France jusqu'à son niveau 2. Puis au collège et au lycée, on privilégiera l'enseignement de la géométrie II spécifiquement sur les niveaux 2 et 3, la géométrie III n'étant actuellement enseignée qu'à l'université.

[45] Van Hiele P.M. (1986) *Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education*, Orlando. Academic Press.

La partie grisée correspond à cette description et fait apparaître les moments de transition d'une géométrie à l'autre dans le cadre de l'enseignement obligatoire, donc le passage d'un paradigme à un autre.

D'autres choix sont possibles et existent dans d'autres pays.

Il est évident que dans la réalité les choses ne sont pas si simples, ni si tranchées et les phénomènes qui vont intéresser la formation sont les moments de transition.

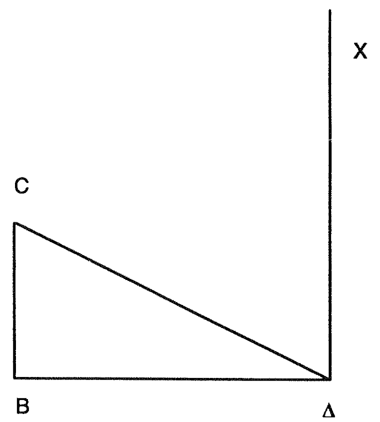
> *« Ce tableau doit plutôt être considéré comme un plan de travail que comme un point de vue figé : il est notamment essentiel de vérifier l'existence de chaque case du tableau et de préciser ses propriétés.*
> *Dans notre perspective, les géométries ne poursuivent pas le même objectif à long terme et ont des horizons de préoccupations différents : un horizon technologique pour la Géométrie I et un horizon formel pour la géométrie III. Dans sa forme la plus élaborée, chaque géométrie suppose de la part d'un utilisateur expert une maîtrise de tous les niveaux de Van Hiele. Il y a en effet des conceptions savantes et abstraites de la géométrie I occultée à l'école mais qui ont fait l'objet de travaux théoriques. La voie privilégiée dans le cadre des mathématiques enseignées [en France] est celle que nous avons grisée. »*[46]

Pour ces chercheurs, il est important de spécifier que ces différents paradigmes géométriques ne doivent en aucun cas être hiérarchisés ; il n'existe pas une « sous- géométrie », il n'y a pas une géométrie meilleure qu'une autre ; elles ont tout simplement des horizons de travail différents et des fonctions différentes.

La **G I** s'oriente vers un horizon technologique et pratique, la **G II** vers un horizon axiomatique et modélisant et la **G III** vers un horizon logique et formel.

Voici une illustration de l'articulation de ces géométries avec les niveaux de Van Hiele autour de la résolution d'un problème géométrique.

Extrait de l'énoncé du problème de géométrie posé dans le sujet du CERPE d'Amiens en 2000.



ABC un triangle rectangle en B et [Ax) la demi-droite perpendiculaire au segment [AB]. AB = 4 cm et BC = 2 cm. M est un point de la demi-droite [Ax), on note *m* la distance AM.

....

....

Existe-t-il M tel que le triangle ACM soit équilatéral ? Justifiez.

Voici des exemples de réponses de PE1.

Réponse 1 : je prends mon compas, je construis le triangle équilatéral de côté CA et le troisième sommet n'est pas sur [Ax) donc il n'existe pas de point M tel que ACM soit équilatéral.

Réponse 2 : Tous les angles d'un triangle équilatéral mesurent 60°. Je mesure l'angle CÂx qui vaut 63°, donc il n'est pas possible de construire le triangle équilatéral.

---

[46] Kuzniak A. Rauscher J.C. (2002) *Autour de quelques situations de formation en géométrie pour les professeurs d'école* Actes du XXXè colloque de la COPIRELEM La Roche sur Yon p. 271-290.

L'analyse de ces réponses permet de dire que la réponse 1 se situe au niveau 1 dans la Géométrie I car elle utilise la connaissance caractéristique du triangle équilatéral (trois côtés égaux) mise en œuvre pour la construction effective.

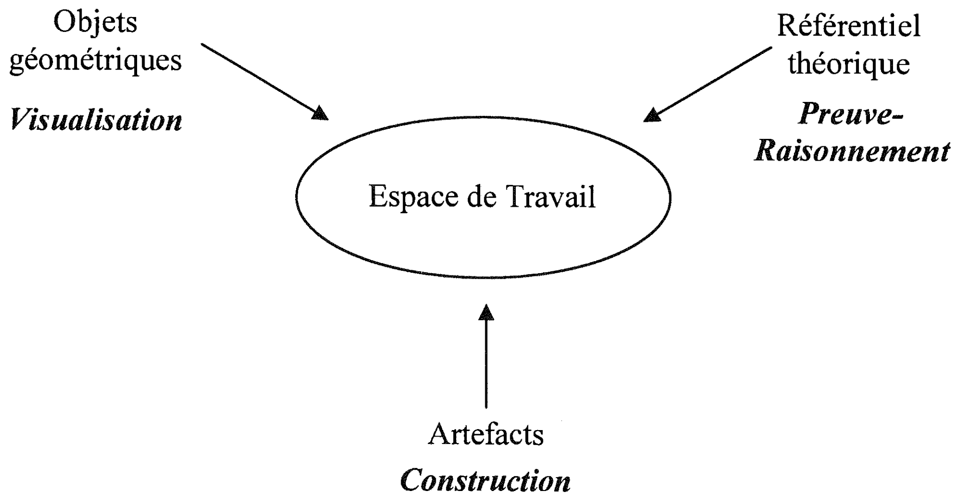
En revanche, la réponse 2 se situe dans le niveau 3 de la Géométrie I car elle fait appel à une propriété plus élaborée, mais la prise d'information sur la valeur de l'angle est aussi faite par mesurage sur la figure.

Ainsi les étudiants ont résolu correctement de leur point de vue le problème posé, ils ont fait appel à un raisonnement élaboré dans la Géométrie I alors que le contrat implicite du CERPE fait appel à un raisonnement dans la Géométrie II. Voici un type de malentendu que l'on rencontrera fréquemment dans l'enseignement.

3. NOTION D'ESPACE DE TRAVAIL

Pour compléter ces cadres théoriques, j'esquisserai la notion d'espace de travail élaboré par A. Kuzniak[47].

L'espace de travail « virtuel » dans lequel un élève réfléchit et agit est constitué des trois pôles suivants : les objets géométriques (figures, définitions, théorèmes, propriétés...), les artefacts possibles (outils de construction, logiciel de géométrie dynamique,...) et un référentiel théorique (un des paradigmes de la géométrie).



L'individu qui fait de la géométrie raisonne dans son propre espace de travail dans lequel il reconnaît les objets géométriques, pour lequel il a son répertoire de connaissances et dans lequel il s'appuie sur son référentiel de preuves et sur ses outils.

Cet espace de travail, très dépendant du référentiel théorique, est en lien direct avec le paradigme dans lequel cet individu se situe naturellement. Alors que ce passe-t-il dans l'enseignement de la géométrie à l'école et au collège ?

[47] A. Kuzniak (2006), *Paradigmes et espace de travail géométrique*, Revue Canadienne de l'enseignement des Sciences, des mathématiques et des technologies, vol 6, Toronto.
C. Houdement et A. Kuzniak (2006) *Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie*, Annales de didactique et de Sciences cognitives, vol 11, IREM de Strasbourg.

4. LA GEOMETRIE A L'ECOLE PRIMAIRE : UNE FORME INACHEVEE DE LA GEOMETRIE I

L'école élémentaire a pour but de mettre en place les bases de la Géométrie I. Pour bien comprendre cette mise en place, il faut constamment revenir à ce qui fait l'essence de l'activité géométrique, à savoir, s'appuyer sur une coordination de la vue, de l'action et de la réflexion sur des d'objets visibles et constructibles. Ceci renvoie aux trois processus cognitifs complexes que sont la *visualisation*, la *construction* et le *raisonnement*. Chacun de ces processus nécessite une étude approfondie qui peut relever d'approches cognitivistes. Mais, et c'est sans doute un de ses intérêts principaux, la pratique géométrique propose toute une gamme d'activités qui développent la maîtrise de ces processus cognitifs.

Ainsi, nul besoin d'être psychologue pour enseigner et faire de la géométrie, mais par contre, il sera intéressant pour le professeur d'envisager l'activité géométrique à travers le prisme des processus cognitifs précédents, ne serait-ce que pour en comprendre la difficulté et accompagner l'élève dans son apprentissage.

La particularité de cet enseignement est que les élèves et le maître travaillent tous deux dans un espace de travail dépendant du même paradigme géométrique : la Géométrie I. La figure aura un statut de validation, la perception sera très présente et permettra d'entamer un raisonnement.

L'activité géométrique à l'école primaire se fera à partir des ces trois entrées : **voir** pour **reconnaître, construire** pour **expérimenter, raisonner** pour **prouver**[48].

« La maîtrise du travail géométrique s'appuie donc sur trois processus cognitifs : visualisation, construction et raisonnement déductif. Il est bien clair que la maîtrise simultanée de ces trois aspects du travail géométrique passe par une genèse et une mise en place qui constitue l'essentiel de cet enseignement à l'école élémentaire.

Voir pour reconnaître

C'est la première entrée dans le champ de l'activité géométrique, il faut pouvoir désigner les objets sur lesquels on travaille avec les termes standards du domaine. Pour cela il ne suffit pas de voir simplement mais aussi d'organiser sa vision grâce à un premier repérage des propriétés invariantes d'une figure à l'autre. De manière implicite l'élève va organiser des classes d'équivalence autour d'objets de référence.
Se dégage ainsi une première notion de la figure comme objet générique illustré par des objets particuliers. Pareil au naturaliste du XVIIIe siècle, l'élève explore le monde des objets géométriques. C'est le temps des pratiques ostensives de la part du maître: il désigne et montre un objet avec le doigt, comme on le fait pour désigner un chien ou un chat, sans pour autant le caractériser. Il est nécessaire d'assumer cette ostension en étant conscient que l'objet montré est typique et non prototypique. Ainsi ce triangle particulier s'inscrit dans le processus de création de la classe « triangle » qui va réunir tous les triangles quelle que soit leur forme. Cela n'exclut pas que, petit à petit, les élèves pourront définir les objets par des propriétés.
Ces propriétés reposeront elles-mêmes, dans un premier temps, sur une éducation du regard de l'élève sur la figure. Ce dernier doit s'habituer à la décrire en prenant en compte des sous- figures et des sous- objets, comme les points (sommets) ou les segments (côtés).

[48] On trouvera beaucoup d'exemples de ces types d'activités dans CONCERTUM, Dix ans de formation en mathématiques, ARPEME: Jeu du portrait (dans *les quadrilatères particuliers* Tome 2 p.143), la fleur (Tome 2 p.183) ainsi que dans l'ouvrage « Travaux géométriques en 6ème », A.Kuzniak, C.Taveau, Nathan Pédagogie, 1998.

L'importance de ce travail de déconstruction et de reconstruction dimensionnelle est fondamentale dans l'initiation à la géométrie comme le souligne Raymond Duval. Cette phase va être intimement liée à l'activité de construction effective des objets.

Construire pour expérimenter

Lorsqu'on interroge les jeunes élèves sur ce qu'est pour eux la géométrie, leurs réponses la fait apparaître comme le domaine des tracés, des constructions et de l'usage plus ou moins délicat d'instruments comme l'équerre et la règle graduée avec son cortège de mesures, ou encore le compas. Et de fait, préparer le travail géométrique, c'est aussi, c'est d'abord, développer l'activité du géomètre constructeur.
Cette géométrie passe par l'appropriation des instruments et en ce sens l'activité sur le cercle est exemplaire du type d'évolution qui conduit au concept géométrique. Le compas et son usage vont se lier intimement à la notion de cercle dans un processus qualifié d'instrumentalisation. L'appropriation des outils de la géométrie suppose une maîtrise à la fois gestuelle et conceptuelle de l'outil. Savoir utiliser un compas, c'est bien sûr d'abord savoir le manipuler, mais c'est aussi connaître ses usages et donc en savoir un peu plus sur le cercle et sur le report de longueur. Cette fois, l'activité de construction mise en mots va enrichir la visualisation et l'entrée perceptive.
Mais un autre aspect apparaît, construire peut servir à prouver : il s'agit, bien sûr, d'une preuve constructive d'existence. Euclide appelait « problèmes » ces exercices qu'une construction résolvait.
En Géométrie I, la preuve dont il s'agit est une preuve expérimentale qui suppose la mise en place d'un travail sur l'approximation. C'est cette nécessité qu'expriment les enseignants lorsqu'ils parlent de la rigueur et de la précision des tracés. Mais qu'est-ce qu'une précision non mesurée ? Ainsi la nécessité de mesurer des grandeurs (et au cycle II, il s'agit essentiellement de la longueur), va apparaître et harmonieusement accompagner l'activité géométrique de construction qui se met en place au même moment.

Raisonner pour prouver

Il n'est pas de géométrie sans mots car ils sont nécessaires pour argumenter et convaincre : convaincre l'autre bien sûr mais soi-même aussi. Tout le travail effectué autour de la visualisation et de la construction participe de cette mise en place du travail géométrique. La familiarité avec les objets développe l'intuition du géomètre en herbe. Grâce à elle, l'enfant se bâtit une théorie première des objets.
C'est un avantage parce que cela lui permet de dire des choses, de croire que certaines propriétés existent et sont vraies et ainsi de mettre en place des théorèmes en acte.
Cela peut être un inconvénient parce que ce qu'il a ainsi conçu pourra être faux ou surtout parce que cette intuition va lutter contre la nécessité de prouver.
L'intuition est fondamentale en géométrie car c'est sur elle que se fonde tout le développement de la pensée géométrique. Mais un autre versant théorique, appuyé sur le raisonnement déductif, est bien sûr tout aussi fondamental. On ne voit souvent derrière le raisonnement que la pure déduction identifiée à la démonstration et qui n'a formellement pas sa place à l'école. Mais il est possible de valider et de prouver de différentes manières en Géométrie I. Il faut garder une vision assez ouverte sur l'idée de preuve et de validation tout en insistant sur l'importance du discours, et donc sur la nécessité d'avoir des mots précis pour étayer la preuve. C'est ce qui va favoriser l'argumentation, et plus tard le raisonnement démonstratif.
Toute activité géométrique à l'école nous semble devoir être conçue avec une part de raisonnement. »[49]

[49] *Extrait de l'article sur la réflexion didactique de l'enseignement de la géométrie disponible sur le Cdrom accompagnant le DVD «* **Enseigner les mathématiques au cycle 2 : les bûchettes et le petit moulin** *», IUFM-CRDP de Créteil, 2005.*

5. LA GEOMETRIE AU COLLEGE : LA DIFFICILE TRANSITION DE LA GEOMETRIE I A LA GEOMETRIE II.

Le rapport Kahane[50] explicite les choix faits par la France concernant l'enseignement de la géométrie au collège et au lycée. Il affirme que cette géométrie est belle et bien la Géométrie II, même si elle n'est pas citée en ces termes, et il précise que les activités géométriques sont le lieu privilégié des activités de raisonnement.

À la question « *Pourquoi enseigner la géométrie aujourd'hui* ? » il est entre autres proposé comme réponse[51] :

> « ***b) L'apprentissage du raisonnement.***
>
> *Si le point précédent (l'appropriation de la vision de l'espace) emporte aisément une large adhésion, il n'est pas aussi évident de justifier ce qui est l'une des originalités de l'enseignement de la géométrie (en France), à savoir, la part considérable qu'y occupe l'apprentissage du raisonnement. Certes, chacun s'accorde à dire qu'être capable de raisonner est un atout crucial pour le citoyen, lui permettant d'exercer ses responsabilités de manière lucide dans notre société et de prendre sa part aux débats politiques, économiques et sociaux qui l'agitent. Mais, s'agissant de la géométrie, un débat philosophique récurrent oppose souvent tenants et adversaires de la méthode déductive à laquelle on l'identifie. Pour notre part, nous pensons que cette identification est très réductrice, que le raisonnement géométrique est beaucoup plus riche que la simple déduction formelle et que l'apprentissage de ce raisonnement, convenablement mené, est sans doute l'argument le plus fort en faveur de la géométrie.*
> *Bien entendu, il y a beaucoup d'autres domaines dans lesquels le raisonnement peut s'exercer, avec d'autres formes tout aussi intéressantes, à commencer par d'autres branches des mathématiques et des sciences et il serait désastreux de vouloir aligner tous les modes de raisonnement sur les canons de la démonstration géométrique.* »

Malgré les recommandations du rapport Kahane, les observations des pratiques de classes et les souvenirs douloureux de nombreux PE, montrent que la méthode déductive a largement pris la place du raisonnement et que la géométrie du collège ne s'apparente qu'aux démonstrations basées sur l'axiomatique et donne une vision très réductrice et dogmatique à la Géométrie II.

Alors que les élèves arrivant au collège naviguent dans leur espace de travail attaché implicitement à leur référentiel théorique - la Géométrie I-, ils se retrouvent tout à coup face à des professeurs de mathématiques, souvent ignorants de l'enseignement dispensé à l'école élémentaire, qui pensent qu'enfin leurs élèves vont faire de la vraie géométrie. L'espace de travail attendu par ces enseignants a pour référence théorique la Géométrie II.

Ainsi les espaces de travail, liés aux paradigmes géométriques, des élèves et des enseignants sont implicitement différents. La non connaissance de ce phénomène va produire de nombreux malentendus didactiques et la rupture sera importante principalement en classe de 4e où les professeurs préviennent dès le début de l'année, élèves et parents : « *cette année cela va être dur ! nous allons aborder la démonstration en géométrie !* ».

[50] http://smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/
La géométrie et son enseignement, janvier 2000.
[51] Rapport Kahane p.5

La difficulté est donc la phase de transition du passage de la Géométrie I à la Géométrie II. Mais à qui est-elle dévolue ? Aux maîtres de CM2 ? Aux professeurs de mathématiques de 6ème ? Ou bien tout simplement à la charge exclusive des élèves ?

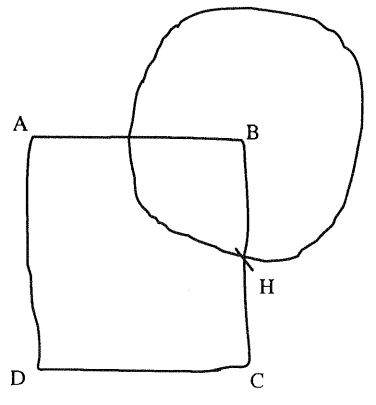
Les programmes de l'école primaire proposent d'initier cette transition, très timidement, par l'introduction des figures à main levée.

> *« L'objectif principal est de permettre aux élèves de se familiariser avec les objets du plan et de l'espace et de passer progressivement* ***d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par un recours à des instruments et par la connaissance de certaines propriétés.*** *Il s'agit également de favoriser la mise en place d'images mentales pour les principaux concepts rencontrés, en permettant aux élèves de les identifier dans des configurations variées.*
> *- L'argumentation à propos des* ***outils utilisés****, des* ***propriétés mobilisées*** *et des résultats obtenus constitue une part importante du travail des élèves. Dans cette perspective,* ***quelques raisonnements*** *peuvent être conduits, en particulier sur des* ***figures dessinées à main levée.***
> *- ………………………… »*[1]

Nous pouvons constater que quasiment aucun manuel scolaire de l'école primaire ne propose des activités favorisant ces raisonnements, ceci ne faisant pas encore partie de la culture des maîtres du cycle 3.

Par l'exemple suivant, nous allons voir que la tâche n'est pas aisée et que cette transition du passage d'une géométrie à l'autre doit être une préoccupation collective des enseignants du cycle 3 et du début du collège.

Dans une classe de CM1 en juin, cet exercice est proposé aux élèves après un travail sur la notion de cercle et sur le statut d'une figure dessinée à main levée. La figure suivante est faite à main levée et est accompagnée du texte. Chaque élève dispose de l'énoncé et de la figure.



ABCD est un carré de 7 cm de côté.
Le cercle est de centre B et de rayon 4 cm.
Quelle est la longueur du segment [BH] ? Calcule la longueur du segment [HC].
Explique ton raisonnement.

N.B. Si on mesure effectivement sur le schéma donné à main levée, on trouve à peu près BH = 2,3 cm et HC = 1,6 cm.

Voici quelques réponses (corrigées orthographiquement) d'élèves de cette classe :

E1 : c'est que le B n'est pas au centre et pas de rayon BH. Comme c'est fait à la main levée, le centre B est mal fait et le rayon aussi est mal fait ; il faut faire au compas, c'est plus pratique.

---
[1] Document d'application des programmes, mathématiques, cycle 3, CNDP, 2002, p.30

***E2**: (pour la valeur BH) Elle fait 3,2 cm. J'ai mesuré avec la règle graduée. HC mesure 1,9 cm et j'ai aussi mesuré à la règle graduée. Mais on ne peut pas mesurer. (sous entendu « on n'a pas le droit de mesurer »).*

***E4**: 2,5 j'ai mesuré avec la règle non graduée et j'ai trouvé 2,5. (pour BH)*

***E5**: la longueur est de 4 cm parce que H est dans le rayon BH et que la mesure du rayon est de 4 cm. La longueur de HC est 2 cm puisque c'est la moitié.*

***E6**: l'élève fait au propre la construction et mesure les segments puis trouve HC= 3,1 cm.*

Une analyse rapide des attitudes et réponses de ces élèves montre qu'ils savent et disent : « *C'est un dessin à main levée, donc on ne peut pas mesurer* » mais cela ne les empêchent pas de :
- mesurer sur le dessin la longueur effective de HC ;
- estimer à vue d'œil « *c'est à peu près la moitié* » ;
- construire aux vraies dimensions la figure et mesurer ensuite.

Alors que cet exercice est donné pour être résolu en Géométrie II, les élèves appliquent leurs connaissances de la Géométrie I. Des situations didactiques devront être construites avec l'objectif explicite d'accompagner cette rupture dans la pratique de la géométrie et de favoriser ainsi le passage d'une géométrie à l'autre.

Dans l'enseignement de la géométrie au collège, on peut aussi répertorier les principaux points qui fâchent, ceux pour lesquels le malentendu est le plus fort :

• Le *statut de la figure* : la figure n'est plus support de validation.

• Le *dessin à main levée* n'est pas accepté par les élèves, c'est comme un brouillon, ils n'osent pas le faire ou bien le font si petit qu'il est inexploitable.

• Le *codage* et *décodage* des figures géométriques sont évidents pour les enseignants mais non porteur de sens pour une grande partie des élèves. La figure codée ajoute une ambiguïté : a-t-on le droit de prendre appui sur ce que l'on voit pour argumenter ?

• *L'argumentation* ou la *preuve* : pourquoi argumenter quand tout se voit et se vérifie sur la figure.

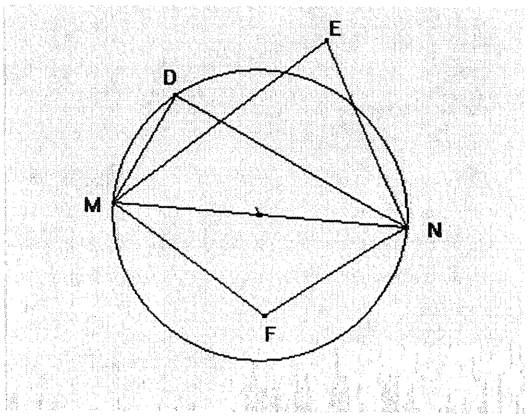
• La « sacro-sainte » *démonstration* qui n'est devenue qu'une démarche formelle de modèle à respecter. En formation, les enseignants sont à la recherche d'outils méthodologiques les aidant dans cette phase de formatage de leurs élèves. Tout le plaisir de faire de la géométrie a disparu. Adieu intuition, expérimentation, créativité, esthétisme ...

On observe que les contraintes qu'imposent les professeurs de mathématiques à leurs élèves en terme de formalisme autour de la démonstration géométrique, aboutissent au fait que peu d'exercices sont finalement cherchés pendant une séance de cours. Ainsi malgré le temps passé, peu d'activités géométriques riches sont abordées en classe et de fait ne permettent pas de stabiliser les connaissances des élèves.

Une des conséquences observées est le ressenti très négatif de la géométrie pratiquée au collège chez les adultes, et notamment chez les PE1 et PE2.

Regardons de plus près les aides institutionnelles proposées aux professeurs des collèges. Voici quelques extraits de manuels scolaires. Quelles que soient les collections les auteurs entretiennent l'ensemble des malentendus cités ci-dessus.

Exemple 1 (extrait de Dimathème 4ème 2002)



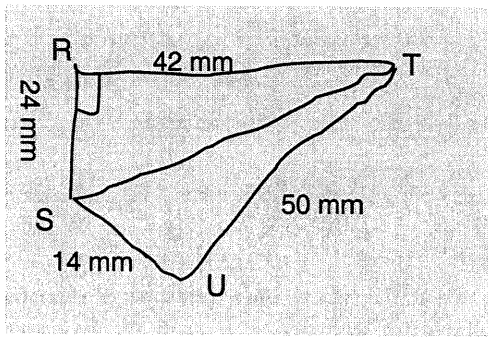
Observer la figure ci-contre.
Parmi les angles $\widehat{MDN}$, $\widehat{MEN}$ et $\widehat{MFN}$, quel est celui qui mesure 90°? Justifier la réponse.

Commentaire :
Cet exercice propose d'observer la figure, construite « proprement » afin de répondre à la question.

Selon l'espace de travail dans lequel l'élève se situe, il répondra soit par une entrée perceptive, soit en utilisant une équerre pour vérifier l'angle qui mesure 90°, soit en utilisant la propriété qui vient d'être abordée dans la leçon.

Le contrat didactique est ici déterminant pour justifier un choix de paradigme (la Géométrie II) que les mots employés dans l'énoncé contredisent.

Exemple 2 (extrait de Cinq sur cinq 4ème 2002)



1) Construire la figure ci-contre en vraie grandeur.
2) Le triangle STU semble-t-il rectangle? L'est-il vraiment ?

Commentaire :
Même si cet exercice est proposé pour mettre à défaut une entrée perceptive de la géométrie (la Géométrie I) chez les élèves, demander, en première question, la construction de la figure en vraie grandeur va replonger ces mêmes élèves dans l'espace de travail de la Géométrie I alors que la résolution du problème devrait se faire dans la Géométrie II.

Ces deux exemples sont significatifs de l'ensemble des exercices proposés dans les manuels scolaires du collège. Ils entretiennent constamment, et généralement de façon inconsciente, cette ambiguïté entre une résolution dans la Géométrie II mais en privilégiant un décor de la Géométrie I. Finalement ces malentendus ne sont pas éclaircis et seul le contrat didactique agit sans donner de sens aux activités des élèves.

Mais ce contrat didactique ne fonctionne pas si bien. En effet les professeurs ne comprennent pas les erreurs persistantes de leurs élèves en expliquant que **pourtant ils leur disent bien qu'ils ne doivent plus prendre appui sur les figures et au contraire utiliser des théorèmes vus en cours.** Ils pensent que le dire suffit, et renvoient à la charge de l'élève le passage d'une géométrie à une autre.

Si les professeurs de mathématiques avaient conscience de ces phénomènes d'enseignement, ils géreraient autrement les énoncés des exercices qu'ils proposeraient à leurs élèves en reportant, par exemple en dernière question, la construction des figures, puisque les compétences des élèves concernant les tracés géométriques doivent continuer à être travaillées au collège. De plus, la mise à distance des figures sur lesquelles les élèves raisonnent faciliterait l'entrée dans la Géométrie II.

Une autre voie possible serait de rendre les élèves conscients de l'existence de ces deux géométries avec leurs propres champs d'application, mais ce n'est pas l'orientation suivie actuellement par les programmes du collège.

On peut par contre, comme nous allons le voir, tenter de sensibiliser les professeurs à ces différents espaces de travail et de paradigmes géométriques.

6. PISTE EN FORMATION PE1

Les épreuves du CERPE font d'une part appel à la Géométrie II pour ce qui est des exercices de mathématiques proposés aux candidats, mais d'autre part elles font appel à la Géométrie I dans le cadre de l'analyse de productions d'élèves et de l'analyse de documents pédagogiques.

C'est un point essentiel que les candidats doivent comprendre, et la présentation du cadre théorique des paradigmes géométriques est une des occasions de compréhension. En voici une mise en œuvre possible.

L'exercice suivant (issu d'un sujet du CERPE de Bordeaux 1995) est donné aux PE1, à faire sous forme de devoir à rendre.

1) Un professeur se propose de réaliser un matériel constitué de 8 pièces triangulaires superposables entre elles et qui permettent, par assemblage, de former un octogone régulier. Donner en les justifiant deux propriétés géométriques de chacun des triangles qu'il doit fabriquer.

2) Construire géométriquement à la règle et au compas un octogone régulier et expliquer votre construction.

3) a) …………

b) On a dessiné la figure 2 sur un papier quadrillé. L'octogone ABCDEFGH est-il régulier ? Justifiez votre réponse.

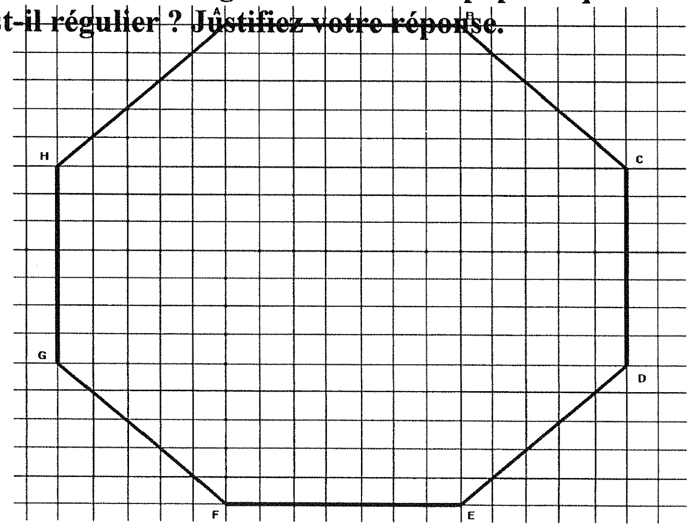


Figure 2

Alors qu'il est évident pour les correcteurs du CERPE que les réponses données à la question 3)b) concernant la régularité de l'octogone se situent en Géométrie II, les étudiants le résolvent par l'usage des instruments et l'observation :

- soit avec **le compas**

(Avec le compas, on constate que : GH = HA = AB = BC = CD = DE = EF = FG donc les 8 côtés de l'octogone sont de même longueur. On trace 4 diamètres du cercle : [HD], [AE], [BF], [CG]. Soit O le point d'intersection de ces diamètres. On trace le cercle de centre O et de rayon OH et on s'aperçoit que tous les points G, H, A, B, C, D, E, F sont sur le cercle. Donc l'octogone est inscriptible dans un cercle);

- soit avec **le rapporteur et la règle graduée**
(Sur la figure 2, l'octogone est régulier. En effet ses 8 sommets ont le même angle de 135°, ses cotés ont même mesure 2,1 cm. Il est inscriptible dans un cercle, l'intersection des segments reliant tous les sommets opposés. De plus en traçant les segments [AE] et [CG], on observe qu'ils sont perpendiculaires et on remarque la même chose pour les segments [HD] et [BF])

- soit en utilisant **le quadrillage**
(Afin de vérifier si l'octogone est régulier je vais me servir de la propriété suivante: « un octogone est régulier si ses coté sont égaux ». Pour ce faire, je vais compter le nombre de carreaux pour chaque segment : AH = BC =... 7 carreaux, AB = DC = 5 carreaux, donc l'octogone n'est pas régulier).

Il est important de signaler que beaucoup de ces réponses proviennent d'étudiants ayant fait une classe de terminale Scientifique.

L'analyse de ce sujet montre une nouvelle fois toute l'ambiguïté dans les attentes de résolution. Les deux premières questions de ce sujet de concours plongent l'étudiant dans la Géométrie I : fabrication virtuelle de 8 triangles superposables, construction à la règle et au compas de l'octogone. Puis rupture d'espace de travail pour l'auteur du sujet mais pas pour les candidats qui eux résolvent la question 3)b) en Géométrie I.
Cet exercice est particulièrement parlant et ambigu sur le passage d'une géométrie à l'autre.

Ainsi, avant de rendre les copies dans lesquelles j'ai repéré les réponses ci-dessus, je décide de faire une présentation rapide des différents paradigmes géométriques à partir du tableau synthétique présenté au début de cet article.

Il est intéressant de constater que les étudiants comprennent aisément de quoi il s'agit et s'approprient très vite cette distinction entre la Géométrie I et de Géométrie II et, face à leurs erreurs suivantes, sont capables de dire que ce qui était demandé était dans la Géométrie II et qu'eux ont répondu dans la Géométrie I.

L'anecdote suivante est révélatrice du grand malaise de l'enseignement de la géométrie au collège et de la persistance des malentendus. À la suite de la présentation du cadre théorique de la géométrie, une PE1, d'une trentaine d'années, me dit qu'elle venait enfin de comprendre ce qui s'était passé pour elle au collège. Elle pensait avoir « loupé » des cours alors qu'elle n'avait jamais été absente. Il y avait des pans entiers qu'elle ne comprenait plus alors qu'à l'école primaire elle prenait plaisir à faire de la géométrie.

7. PISTE EN FORMATION PLC

Les formations aux PLC (aux PLC2 ou en formation continue) sont l'occasion de présenter ce cadre théorique des paradigmes géométriques et doivent permettre de donner des éléments d'analyse des difficultés des élèves dans les phases de transition du passage d'une géométrie à l'autre.

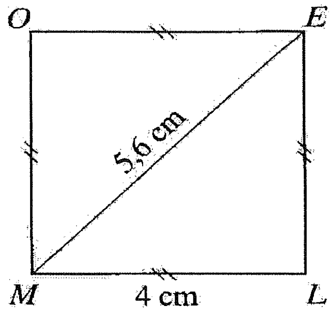
Il est important que les enseignants, stagiaires ou titulaires, prennent conscience ***qu'il ne suffit pas de dire ou de répéter*** que les attentes de raisonnement sont situées dans un autre espace de travail que la Géométrie I. Il faut aussi les aider à construire des situations didactiques qui provoquent le questionnement et qui donne du sens au changement d'espace de travail.

Pour amorcer le débat, le document ***« Charlotte et Marie »***[53] est donné aux stagiaires. Chez eux, ils répondent aux questions posées et le débat se déroule la séance suivante à l'IUFM.

Charlotte et Marie

1° Pourquoi peut-on affirmer que le quadrilatère *OELM* est un losange ?

2° Marie soutient que *OELM* est un carré. Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai. Qui a raison ? **Et pourquoi ?**



Répondre à la question 1.
Répondre à la question 2.
Quelles sont les incertitudes ou difficultés que les élèves peuvent rencontrer dans cet exercice ?
Quelles difficultés vous pose cet exercice en tant qu'enseignant ?

Puis cinq productions d'élèves sont proposées (la résolution étant faite soit en Géométrie I, soit en Géométrie II), et les questions posées aux PLC sont :
1) De quelle production, votre institutionnalisation serait-elle la plus proche, pourquoi ?
2) Comment pensez-vous gérer didactiquement les questions que soulèvent les réponses des élèves ?

Le débat entre stagiaires est fluctuant : très vif et animé lorsque certains proposent comme solution de construire et de mesurer, très consensuel lorsque tous ne voient pas de problème didactique, mais dans tous les cas, le public est toujours très intéressé. Ensuite les différentes Géométries I, II et III ainsi que les liens avec les niveaux de Van Hiele sont exposés aux stagiaires. Cette présentation est complétée par une analyse de productions d'élèves de différents niveaux de classes (de la 5^{e} à la 2nd) et pour lesquelles le passage à la Géométrie II n'est pas effectif.

Une analyse d'exercices de géométrie issus des manuels scolaires enrichit la réflexion et un travail de réécriture d'énoncés est amorcé. De fait, un débat suivi d'un réel questionnement s'impose concernant les démarches d'enseignement de la géométrie au collège. Les propositions d'activités permettant de faire émerger les conjectures (papier-crayon ou logiciels de géométrie dynamique), s'effectuent toujours dans la Géométrie I et elles sont institutionnalisées et utilisées dans la Géométrie II. Comment gérer cette incohérence ?Des pistes possibles seraient de construire des séances permettant de passer explicitement de la Géométrie I à la Géométrie II.

---

[53] Kuzniak A. Rauscher J.C. (2002) *Autour de quelques situations de formation en géométrie pour les professeurs d'école*, Actes du XXX^{è} colloque de la COPIRELEM La Roche sur Yon, p. 271-290.

8. CONCLUSION

Bien que l'appropriation du cadre théorique des espaces de travail liés aux paradigmes géométriques reste complexe et nécessite un effort de la part des formateurs, cet apport didactique est un véritable outil pour la formation. Il permet un incontestable travail d'explicitation des difficultés d'enseignement et peut être un réel appui pour les stagiaires. Il me semble important que tout formateur s'en saisisse, le fasse fonctionner à partir des préoccupations des enseignants.

Il serait souhaitable qu'il devienne un cadre de référence naturel en didactique de la géométrie, et reste toujours d'actualité dans les années à venir en vue de professionnaliser encore davantage la formation des enseignants du premier et second degré de l'enseignement obligatoire.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Houdement C. et Kuzniak A. (2006) *Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie*, Annales de didactique et de Sciences cognitives, vol 11, IREM de Strasbourg.

Houdement C. et Kuzniak A. (1999) *Quelques éléments de réflexion sur l'enseignement de la géométrie : de l'école primaire à la formation des maîtres*, Revue Petit X , n°51.

Kuzniak A. (2006) *Paradigmes et espace de travail géométrique*, Revue Canadienne de l'enseignement des Sciences, des mathématiques et des technologies, vol 6, Toronto.

Kuzniak A. (2003) *Espaces de travail géométriques* Actes du XXX^{è} colloque de la COPIRELEM, Avignon, p.103 -111.

Kuzniak A. Rauscher J.C. (2003) *Processus de formation de PE1 et anamnèse géométrique*, Actes du XXX^{è} colloque de la COPIRELEM, Avignon, p.231-248.

Kuzniak A. Rauscher J.C. (2002) *Autour de quelques situations de formation en géométrie pour les professeurs d'école*, Actes du XXX^{è} colloque de la COPIRELEM La Roche sur Yon, p. 271-290.

Parzysz B. (2001) *Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1*. Actes du Colloque inter IREM des formateurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres. Université de Tours.

Rauscher J.C. (1993) *L'hétérogénéité des professeurs face à des élèves hétérogènes : cas de l'enseignement de la géométrie au début du collège*. Université de Strasbourg.

Actes du colloque Inter IREM 1er cycle (2001) *dont le thème était « Quelles géométries au collège ? Geste physique, geste virtuel, geste mental »*, IREM de Montpellier.

Articulation école – collège : des activités géométriques (2001) COPIRELEM et commission Inter IREM 1er cycle, IREM Paris 7.