COPIRELEM

(Commission permanente des I.R.E.M. pour l'enseignement élémentaire)

ACTES

XXVI^{ème} COLLOQUE INTER-IREM DES FORMATEURS ET PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES CHARGÉS DE LA FORMATION DES MAÎTRES

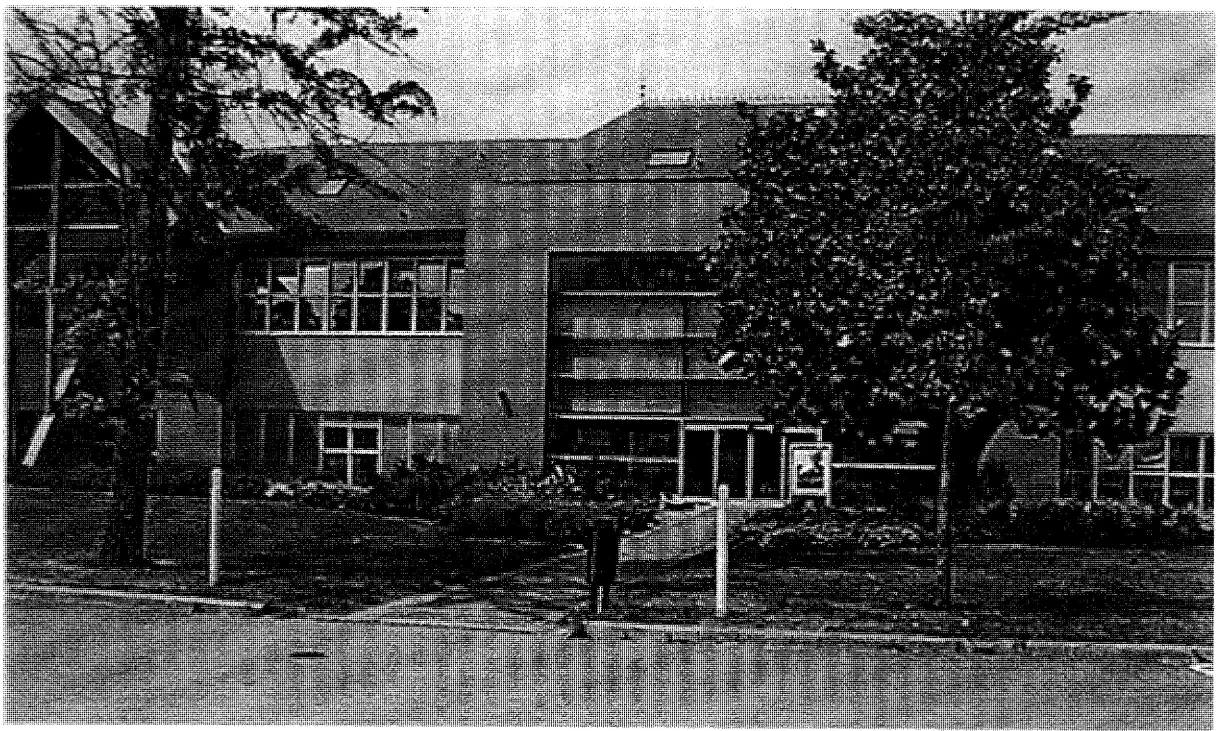
Limoges : 3, 4, 5 mai 1999

irem

Institut de Recherche sur
l'Enseignement des Mathématiques
de Limoges

À Martine

« Ce n'est pas la mort ou la fuite des gens qui nous éclaire,
mais la trace en nous de leur existence (...) »
Vincent Landel, *Les larmes de Léa Kheim*



Nous tenons à remercier :
la Direction de l'Enseignement Scolaire (DESCO),
le Conseil Régional de la Haute Vienne,
le Conseil Général de la Haute Vienne,
l'Université et l'IREM de Limoges ,
l'IUFM du Limousin,
la Municipalité de Limoges,
la MAIF et la CASDEN,

pour l'aide financière et le soutien qui ont permis
le bon déroulement du colloque et la publication de ces actes.

SOMMAIRE

Conférences

Communications

Ateliers

CONFÉRENCES

L'ŒUVRE DE VYGOTSKI : FONDEMENTS POUR UNE PSYCHOLOGIE HISTORICO-CULTURELLE

Jean-Yves Rochex[1]

Préfaçant en 1985, la traduction française de *Pensée et langage* (Vygotski, 1934/1985 (1)), premier ouvrage de Vygotski (2) traduit et publié en français cinquante ans après sa publication originale en russe et environ vingt ans après qu'il eût été traduit dans la plupart des langues occidentales (anglais, espagnol, italien et allemand), Lucien Sève mettait l'accent sur «l'inconcevable lacune bibliographique», propre à la France et aux pays francophones, que représentait un tel retard. Malgré les quelques progrès réalisés depuis, la situation actuelle demeure pour le moins choquante et paradoxale : alors que l'œuvre de Vygotski est aujourd'hui reconnue comme l'une des plus importantes de la psychologie du XXe siècle, que les références à son travail se multiplient dans un nombre croissant de domaines de recherche, très peu de textes sont disponibles en français (3). Cela constitue évidemment un obstacle majeur au travail et au débat scientifiques francophones sur une telle œuvre, sur son unité et ses évolutions, sur son mouvement propre et sur les nombreux travaux qui s'en inspirent. Le contraste n'en est que plus frappant avec, par exemple, les pays anglophones ou hispanophones où la traduction des œuvres complètes de Vygotski est très avancée, et où les travaux et publications concernant l'interprétation des apports et de la portée du travail de Vygotski sont sans commune mesure avec ce qu'ils sont en France.

Dans une telle situation, et faute pour son auteur de pouvoir lire en version originale les textes de Vygotski ou ceux des écoles de psychologie soviétique qui s'en sont inspirées, la présente note de synthèse ne peut que souffrir d'importantes limites : elle prendra pour l'essentiel appui sur ceux de ces textes qui sont traduits et publiés en français ou en anglais, ainsi que sur les ouvrages ou articles de présentation de la vie et de l'œuvre de Vygotski, d'interprétation et de discussion de la portée de son travail, publiés dans l'une ou l'autre de ces deux langues (4), et ce sans prétendre à l'exhaustivité tant les dix ou douze dernières années ont donné lieu à une profusion de telles publications dans un nombre sans cesse croissant de pays.

Nombreux sont les auteurs pour lesquels la conception vygotskienne du développement humain est indissociablement une théorie de l'éducation, une théorie de la culture et de sa transmission (cf., entre autres, Bronckart, 1985 ; Bruner, 1962, 1987 ; Moll, 1990 ; Schneuwly, 1987). De fait, les deux pièces maîtresses du système théorique élaboré par Vygotski - la thèse d'une genèse sociale de la conscience et du psychisme au travers d'activités réalisées avec autrui, et celle de la nécessaire médiation, technique mais surtout sémiotique, de ces activités - interdisent de penser le développement ontogénétique des fonctions et processus psychiques supérieurs autrement que déterminé, dans ses formes, ses contenus et ses contradictions, par les pratiques d'éducation, formelles et informelles, propres à chaque société humaine et qui promeuvent chacun de ses membres d'individu biologique en sujet de culture. C'est dire qu'il est peu de domaines, peu de travaux, dans l'œuvre de Vygotski, qui ne concernent pas la recherche en éducation, dans chacune de ses composantes disciplinaires (psychologie, anthropologie, sociologie, pédagogie), dans les rapports et débats entre ces disciplines, mais aussi dans leurs limites et fondements épistémologiques. C'est dire par conséquent qu'il est peu de thèmes majeurs d'une telle œuvre, peu de points importants de

[1] Équipe ESCOL, Université Paris VIII

son évolution propre, qui puissent être tenus à l'écart de la présente note de synthèse, à l'exception peut-être (tel est du moins le choix que nous avons fait) de ceux de ses travaux d'ordre neuro-psychologique, portant sur la critique des conceptions localisationnistes ou holistiques du fonctionnement du système nerveux, au profit d'une approche en termes de «systèmes et organisations fonctionnels évolutifs», développés sous l'influence de processus sociaux et culturels (on trouvera une vision synthétique d'une telle approche dans Luria, 1982/1985, ch. VII, VIII et IX, et dans Mecaci, 1987).

Durant sa trop courte vie, et tout particulièrement durant les dernières années de celle-ci, les écrits de Vygotski ont porté sur un nombre impressionnant de domaines de recherche, que ce soit pour faire la synthèse de travaux empiriques menés par lui-même ou ses collaborateurs, ou - plus fréquemment - pour construire, à partir d'une revue critique de travaux produits sur telle ou telle question par les différents courants de la psychologie de son époque, un point de vue théorique et méthodologique concernant la conception et la construction mêmes de l'objet de la psychologie, de ses modes de conceptualisation et d'investigation. Il convient d'ailleurs de dire dès maintenant que le terme *méthodologie,* sous la plume de Vygotski et des psychologues soviétiques, ne renvoie pas seulement aux techniques et procédures d'investigation empirique, mais d'abord et surtout à ce qui est de l'ordre de la pratique d'une science et de la construction de son objet (cf. Wertsch, 1981). Ainsi, quel que soit le domaine de recherche concerné, Vygotski ne l'aborde jamais seulement pour lui-même. Chacune des élaborations et investigations portant sur un domaine particulier est sous-tendue par une commune visée théorique et méthodologique. Seule la prise en compte de celle-ci, de ses évolutions et remaniements, permet non seulement de comprendre combien l'œuvre de Vygotski échappe à tout éclectisme, mais aussi de saisir la portée de chacun des concepts clés qui en forment l'ossature théorique.

Deux logiques d'exposition apparaissent dès lors possibles pour tenter de rendre compte de l'ampleur, de la diversité et de l'unité de l'œuvre de Vygotski : une logique thématique ou une logique chronologique visant à restituer les différentes périodes et évolutions du travail d'élaboration théorique et méthodologique qui sous-tend l'investigation de chacun des domaines thématiques. C'est le choix de cette deuxième logique que nous avons fait ici, suivant en cela la plupart des travaux auxquels nous sommes redevable (Mecaci, 1979 ; Rivière, 1985/1990 ; Kozulin, 1990 ; Van der Veer et Valsiner, 1991). Toutefois, et afin de montrer combien le travail d'investigation d'un domaine particulier tire profit de l'incessant travail d'approfondissement et de réélaboration théorique et méthodologique que constitue toute œuvre de Vygotski, nous consacrerons une partie spécifique de cette note à l'un des domaines auxquels il s'est consacré - théoriquement et pratiquement - durant toute sa vie professionnelle : la défectologie, c'est-à-dire l'étude du développement des enfants handicapés ou déficients, ainsi que des problématiques les plus fécondes et les plus efficaces concernant leur éducation. Mais auparavant, il nous faut présenter l'homme et le contexte dans lequel il élabore son œuvre, ne serait-ce que pour dire combien certaines présentations à visée essentiellement hagiographiques se trouvent aujourd'hui fortement discutées et sujettes à caution.

L'HOMME ET SA VIE

Lev Sémionovitch Vygotski est né en 1896 (la même année que Piaget), au sein d'une famille juive aisée et cultivée, qui s'installe l'année suivante à Gomel, en Biélorussie, où il passera son enfance et son adolescence. Féru de littérature, de poésie et de théâtre, il participe activement à des cercles amicaux de discussion qui mettent au centre de leurs débats des sujets très ardus, tels que l'histoire des juifs, la philosophie de l'histoire ou la dialectique hégélienne. Dès cette période, il est très influencé par son cousin David, son aîné de quelques années, qui devint plus tard un important linguiste, proche de Jakobson et de Shklovski, et lui fit partager son enthousiasme, non seulement pour la philatélie et l'espéranto, mais surtout pour la linguistique et la sémiologie. En 1913, ayant achevé ses études secondaires, Vygotski quitte Gomel pour entreprendre des études à l'Université impériale de Moscou. Parallèlement il suit des cours d'histoire et de philosophie à l'Université populaire de Chaniavski, où enseignent des spécialistes de grande valeur exclus de l'Université d'État pour raisons politiques. Sa passion pour l'art et la littérature demeure intacte (il consacre, en 1915 et 1916, deux de ses tous premiers textes à une analyse de Hamlet) tandis que ses intérêts s'élargissent aux questions psychologiques et pédagogiques (il aurait alors été très impressionné par la lecture de William James et par celle de la *Psychopathologie de la vie quotidienne* de Freud).

Ayant achevé ses études en 1917, il revient à Gomel où l'abolition de toutes les mesures de discrimination antisémites par le gouvernement issu de la Révolution d'Octobre lui ouvre l'accès à l'enseignement. Il y restera sept ans, durant lesquels il enseigne dans plusieurs institutions, dont l'Institut de Formation des Maîtres où il installera un petit laboratoire de psychologie dans lequel il réalisera ses premiers travaux expérimentaux sur les réactions dominantes. Van der Veer et Valsiner (1991) nous le dépeignent comme l'une des figures les plus éminentes de la vie culturelle à Gomel, rédigeant de nombreuses chroniques théâtrales et littéraires, co-organisant des soirées littéraires au cours desquelles étaient présentées et discutées aussi bien les œuvres de Shakespeare, Goethe, Pouchkine, Tchékov, Maïakovski, Essénine, que des sujets aussi ardus que la théorie de la relativité d'Einstein, et faisant la connaissance de nombreux autres artistes et intellectuels, tels que le poète Mandelstam dont il deviendra l'ami. Prenant une part active à la construction de la nouvelle société soviétique et au bouillonnement social et intellectuel qui l'accompagne, Vygotski partage son temps et ses nombreuses activités entre ce qui constitue déjà et demeurera ses trois centres d'intérêts essentiels : l'art et l'esthétique, la psychologie, les questions pédagogiques et éducatives.

En janvier 1924, il intervient au deuxième Congrès panrusse de psychoneurologie qui se tient à Leningrad. Il y présente une communication intitulée «Les méthodes de recherche en réflexologie et en psychologie» (1926/1994), dans laquelle il s'en prend vivement à la réflexologie de Pavlov et Bekhterev parce qu'elle exclut de son champ l'étude objective de la conscience. Les versions plus ou moins hagiographiques de la biographie de Vygotski (cf. Luria, 1982/1985, Blanck, 1990 et, dans un style beaucoup plus modéré, Rivière 1985/1990) présentent cette intervention comme l'apparition soudaine d'un jeune homme jusqu'alors parfaitement inconnu dans le monde de la psychologie, et qui, malgré cela, produit une si vive impression que Kornilov lui propose immédiatement un poste à l'Institut de Psychologie de Moscou dont il vient de prendre la direction. Très critique à l'égard de telles reconstructions, Van der Veer et Valsiner (1991) affirment qu'il est très improbable, compte tenu des travaux qu'il a réalisés à Gomel et de ses visites régulières à Moscou, que Vygotski ait alors été totalement inconnu dans les milieux scientifiques et culturels moscovites. Ils suggèrent même qu'il n'aurait pas été découvert, mais invité au Congrès de Leningrad. Quoi qu'il en soit, fin 1924, Vygotski et sa famille quittent Gomel pour Moscou, où il rejoint un Institut de Psychologie en pleine réorganisation.

En effet, l'année précédente, Tchelpanov, proche de l'École de Würzburg et tenant d'une psychologie subjective et introspectionniste, avait été destitué de la direction de l'Institut de Psychologie qu'il avait fondé en 1912, après des mois d'intenses polémiques au cours desquelles ses positions «idéalistes» furent au centre des attaques portées par les partisans d'une «refondation marxiste» de la psychologie. Son successeur, Kornilov, s'assure alors la collaboration de nombreux jeunes psychologues acquis à la nécessité d'une telle tâche, parmi lesquels A. Luria, puis L.S. Vygotski. Nombreux sont les récits de cette période qui affirment que, dès l'arrivée de ce dernier à Moscou, se forme, avec Luria et Leontiev, la célèbre «troïka » à l'origine de la théorie historico-culturelle qui devint dominante dans le champ de la psychologie, avant de subir la censure stalinienne puis de réapparaître avec la déstalinisation. Il semble que les choses soient pour le moins plus complexes. D'une part, si la collaboration Vygotski-Luria est avérée et donnera lieu à la co-signature de plusieurs textes importants, elle ne devient réellement effective et fructueuse que plusieurs années après l'arrivée de Vygotski à Moscou. D'autre part, la collaboration avec Leontiev est non seulement encore plus tardive, mais beaucoup moins étroite, ce dont témoigne le fait que Leontiev n'a consigné aucun ouvrage ni aucun article avec Vygotski. Enfin, à en croire Van der Veer et Valsiner, les rapports entre Vygotski et les deux autres membres de la supposée troïka se seraient sensiblement dégradés, tout particulièrement avec Leontiev, lors des dernières années de la vie de Vygotski, alors que celui-ci et son œuvre étaient en butte à des critiques politiques de plus en plus vives. À l'encontre des versions les plus couramment présentées, les deux biographes de Vygotski vont jusqu'à écrire que «l'idée des trois mousquetaires, héroïques et inséparables, ferraillant contre la psychologie traditionnelle, est une reconstruction romantique encouragée par Leontiev et Luria. (...) Le mythe de la troïka a eu pour fonction d'obscurcir les véritables divergences et conflits personnels qui se développeront ultérieurement entre Vygotski et Leontiev (et, dans une moindre mesure Luria) (Van der Veer et Valsiner, 1991, p. 184 ; sur le «mythe de l'unité de la troïka», cf. également Friedrich, 1997).

Une part importante du travail qu'entreprend Vygotski dès son arrivé à Moscou concerne l'éducation des enfants handicapés, particulièrement enfants sourds ou aveugles. Il participe à la fondation de l'Institut de Défectologie, au sein duquel il aura d'importantes responsabilités scientifiques. En 1925, il présente une communication au 25e Congrès international sur l'éducation des sourds-muets qui a lieu à Londres (1925b/1994). Il en profite pour visiter divers laboratoires de psychologie et quelques institutions éducatives à Berlin, Amsterdam et Paris. Ce sera son seul et unique voyage à l'étranger. À son retour en Union soviétique, une attaque de tuberculose l'oblige à reporter la soutenance publique de sa thèse consacrée à *La psychologie de l'art* (1925/1971), pour laquelle une dispense lui est finalement accordée. Cette thèse, dont la plus grande part a vraisemblablement été rédigée avant son départ de Gomel, ne sera jamais publiée de son vivant, peut-être parce qu'il y citait Trotski et Boukharine. Ses exemplaires personnels de ce travail ayant été perdus, ce n'est que des années plus tard qu'une copie en fut retrouvée dans les archives personnelles du cinéaste Eisenstein dont il était devenu ami et avec lequel il semble avoir eu des projets de film (Blanck, 1990). Quelques mois plus tard, une nouvelle attaque de tuberculose le conduit à l'hôpital, puis en sanatorium, où il rédige son manuscrit sur *La signification historique de la crise de la psychologie* (1926/1996). Au cours des huit années qui lui restent à vivre, et dans l'urgence d'aller plus vite que la maladie qui le menace, Vygotski déploie une activité prodigieuse : il rédige - sans toujours pouvoir les publier - une quantité impressionnante de textes théoriques et scientifiques, mène ou impulse des recherches dans de nombreux domaines : psychologie de l'art, défectologie, pédagogie, formation des concepts, rapports entre pensée et langage, ou entre développement et apprentissage, problème de la localisation des fonctions psychiques au sein du système nerveux, etc. Ses travaux théoriques et ses recherches empiriques participent progressivement d'un même dessein : l'élaboration d'une théorie historico-culturelle du développement, la conception et l'étude de la conscience et du psychisme humain comme produits d'une genèse sociale, médiatisée et (re)structurée par l'appropriation et l'usage ou l'exercice d'instruments et de pratiques sémiotiques. Fin 1933, il entreprend de réunir différents textes qu'il a consacrés depuis 1929 au langage et au développement des concepts dans un ouvrage dont il dicte le dernier chapitre sur son lit de mort. Ce sera *Pensée et langage,* sans doute son ouvrage le plus célèbre, qui paraîtra quelques mois après sa mort, survenue en juin 1934.

Profondément marxiste, mais d'un marxisme non dogmatique qui s'enracine dans une tradition qui remonte jusqu'à Hegel et Spinoza, Vygotski cessera de nourrir son propre travail de l'appropriation et de la discussion critique des travaux de ses contemporains, psychologues ou sociologues, que sa maîtrise des langues étrangères lui permettait le plus souvent de lire dans le texte. Ainsi trouve-t-on dans son œuvre de nombreuses références aux travaux de James, de K. Bühler, de Köhler, de Koffka, de Stern, de Ribot, de Janet ou de Piaget, pour ne prendre que quelques exemples dans le domaine de la psychologie, mais aussi à ceux de Thurnwald, de Lévy-Bruhl, de Durkheim, de Paulhan ou de Sapir pour ce qui est d'autres domaines des sciences sociales. Vygotski contribuera grandement à faire connaître et à faire traduire ces auteurs dans son pays, rédigeant de nombreuses préfaces qui sont autant d'analyses critiques, par exemple d'ouvrages publiés par Freud *(Au-delà du principe de plaisir,* cf. Vygotski et Luria, 1925/1994) ou par Piaget (cf. le chapitre 2 de *Pensée et Langage,* qui reprend la préface rédigée par Vygotski aux tous premiers ouvrages de Piaget que sont *Le langage et la pensée chez l'enfant et Le jugement et le raisonnement chez l'enfant).*

Cette ouverture à la culture et aux travaux occidentaux lui sera vivement reprochée dans les années trente lorsque les pressions politiques croissantes de l'ère stalinienne iront de pair avec le retour d'une idéologie slavophile et chauvine. Taxé de «cosmopolitisme», Vygotski sera alors accusé d'importer de manière a-critique les théories psychologiques «bourgeoises» telles que le freudisme ou la théorie de la *Gestalt* dans la psychologie soviétique. De fait, cette ouverture témoigne de ce que, profondément nourri de la pensée de Marx, Vygotski ne cédera jamais au dogmatisme du «marxisme-léninisme appliqué aux sciences sociales». Il écrira peu de textes de circonstances à visée dominante idéologique (cf. par exemple 1930/1994 et 1934a/1994). Dès 1926, il critique «la façon dont on définit aujourd'hui comme dans un bureau des labels si une théorie donnée s'accorde ou non avec le marxisme», et il affirme : «Je ne veux pas apprendre sans bourse délier ce qu'est le psychisme en découpant et en assemblant une série de citations (...). Ce que l'on peut chercher chez les maîtres du marxisme ce n'est pas la solution aux questions posées, ni même les hypothèses de travail (parce que celles-ci sont produites sur le terrain propre à chaque science donnée), mais la méthode de leur construction» (1926/1996).

Un tel mode de pensée, libre et exigeant, était aux antipodes du dogmatisme idéologique accompagnant la montée du stalinisme. Soumis à des critiques de plus en plus violentes à partir de 1931, souvent conjointement avec Luria, Vygotski meurt en 1934, après avoir vu disparaître la plupart des revues indépendantes consacrées à la psychologie ou à la paidologie (5) auxquelles il avait collaboré. Dès 1936, toutes ses œuvres sont retirées de la circulation. Leur redécouverte se fera en deux étapes. La première débute en 1956 avec la réédition russe de *Pensée et Langage,* traduit en anglais dans une version réduite en 1962. La seconde est plus récente et date de la décennie 1980 ; elle est liée à l'édition russe de ses *Œuvres* en six volumes (lesquelles n'épuisent cependant pas le stock des manuscrits inédits) et à l'engouement de nombreux chercheurs du monde entier pour une pensée et une démarche qui, aujourd'hui encore, suscite de nombreux travaux et commentaires.

POUR UNE PSYCHOLOGIE DE L'ART

On l'a dit, c'est à partir de sa passion pour le théâtre et la littérature, soit pour certaines des œuvres et des formes les plus élaborées de l'activité humaine, et les plus irréductibles aux approches mécanistes et associationnistes, que Vygotski est venu à la psychologie (6). L'essentiel des travaux qu'il mène durant la période où il travaille à Gomel concerne, outre les questions pédagogiques, les problèmes d'esthétique, de critique littéraire et de théorie de la littérature. Ses écrits sur l'art et la littérature deviendront moins fréquents après son départ pour Moscou, et trouveront plutôt un écho dans ses articles sur le rôle de l'imagination, de la créativité et du jeu dans le développement de l'enfant (cf. Vygotski 1930/1972, 1930/1986). Mais son intérêt pour l'activité littéraire et artistique ne faiblira pas, ce dont témoignent les nombreuses références à des œuvres littéraires qui émaillent tous ses écrits, comme les rapports d'amitié et de travail qu'il entretiendra avec de nombreux poètes et artistes, tels que, par exemple, Mandelstam et Eisenstein. Les travaux de cette période 1915-1925, la thèse à laquelle ils aboutissent et qui conjugue critique littéraire et recherche psychologique, peuvent être lus comme une anticipation de nombre de thèmes majeurs de l'œuvre ultérieure de Vygotski, dont ils posent en quelque sorte les fondations (Kozulin, 1990 ; Van der Veer et Valsiner, 1991). Aussi n'est-il pas inutile de s'arrêter sur cet aspect, peu connu en France, de son travail.

L'intelligentsia russe a toujours accordé une grande importance à la littérature, considérée comme l'incarnation la plus aboutie de la culture. Les travaux de Vygotski se situent dans cette tradition, dans un contexte de développement de la linguistique humboldtienne, des théories littéraires formalistes et des deux importantes écoles littéraires russes de ce début de siècle, l'école acméiste, dont les principaux représentants sont Mandelstam, Gumilev et Akhmatova, et l'école futuriste dont les membres les plus connus sont Maïakovski et Khlebnikov. Participant du mouvement artistique plus général d'émancipation des formes artistiques, auquel contribuent également le cubisme et le futurisme en peinture, ou encore la musique atonale, ces deux écoles littéraires insistent sur l'importance du travail de la forme pour rendre étrange l'expérience familière et ainsi mieux l'interroger. «L'art est un moyen de constituer l'expérience de l'objet comme artistique ; l'objet en lui-même n'a pas d'importance», écrit ainsi Shklovski (cité par Kozulin, 1990, 30). Cette insistance sur la spécificité du travail des formes esthétiques, sur son irréductibilité, voire son indifférence au contenu, s'inscrit à l'encontre des approches psychologisantes de l'œuvre et de l'auteur.

L'ensemble des œuvres et des réflexions théoriques produites dans ces écoles constitue un terreau pour le développement du travail de Vygotski, même si celui-ci n'en épouse pas toutes les thèses. Il en retient la nécessité de rompre avec les approches qui identifient psychologie de la littérature et psychologie de l'auteur ou du lecteur, et de mettre au centre de l'analyse et du cadre théorique la matérialité des œuvres, pour appréhender celles-ci moins d'un point de vue sémantique que d'un point de vue pragmatique. Pour autant, il ne va pas jusqu'à affirmer, comme le font certains formalistes, le caractère inessentiel du contenu de chaque œuvre, de son ancrage extra littéraire ou extra artistique. À l'encontre des conceptions traditionnelles postulant l'existence d'une sorte d'adéquation naturelle de la forme au contenu sémantique des œuvres, comme du postulat moderniste unilatéral de radicale autonomie, voire d'indifférence de celle-là à celui-ci, il développe la nécessité de mettre leurs rapports au centre de l'analyse. Ces rapports doivent être compris et étudiés en termes de *catharsis.* Ce terme, qu'il emprunte à *la Poétique* d'Aristote, désigne sous sa plume l'expérience sensible et affective que produit la réception de l'œuvre, expérience qui ne se limite pas à l'expression des émotions ou à la résolution des tensions affectives, mais qui contribue à transformer les formes et les processus mêmes de la sensibilité. Loin d'être spontanée, une telle transformation tient à la spécificité des procédés sémiotiques propres à chaque genre artistique et qui confèrent aux œuvres leur valeur esthétique. Elle n'est possible que parce qu'il n'y a ni adéquation, ni indifférence, mais discordance créatrice et débordement réciproque entre travail des formes et travail de la signification. Il est dès lors permis de penser que Vygotski aurait pu faire sienne la définition que donne Yves Bonnefoy de la poésie lorsque celui-ci la définit, plus de cinquante ans plus tard, comme «élan dans les mots vers plus que les mots» (Bonnefoy, 1988).

L'art doit donc être pensé comme «technique sociale de la sensibilité», écrit Vygotski (1925/ 1971). L'étude de ce registre parmi les plus élaborés de l'activité humaine requiert de partir, non de l'expérience individuelle, mais des propriétés objectives des œuvres qui rendent possible le travail de la *catharsis.* S'anticipent et s'originent là aussi bien la thèse d'une genèse sociale du psychisme et de la sensibilité, que celle des cadres et instruments sociaux de leur (trans)formation, que Vygotski subsumera ultérieurement sous le concept d'instrument psychologique. Mais, de même qu'il affirmera plus tard que l'analyse de la pensée suppose la découverte de ses mobiles, des impulsions et tendances qui la dirigent dans un sens ou un autre (1934/1985), Vygotski ne pense pas que l'on puisse rendre compte de l'expérience artistique seulement par elle-même, sans travailler à en élucider les mobiles pour le sujet créateur ou récepteur. Il ne pouvait bien sûr que rencontrer Freud sur ce chemin, avec lequel il s'accorde sur l'ancrage inconscient de l'émotion et de la création artistiques. Pour autant, il considère que la conception freudienne de l'art comme voie de sublimation permettant de satisfaire de manière socialement acceptable des désirs inconscients s'arrête à mi-chemin en ce qu'elle ne prend pas suffisamment en compte la spécificité de l'art par rapport à d'autres voies, d'autres modalités de sublimation, en ce qu'elle laisse hors de son champ la question des différents domaines et des différents styles de l'activité artistique et de leur développement historique, rendant compte avec les mêmes catégories explicatives aussi bien du travail de Michel-Ange que de celui de Dostoïevski. «L'art ne peut être pleinement expliqué à partir de la seule sphère restreinte de la vie personnelle», écrit-il. Si l'ancrage inconscient de la création et de l'émotion artistiques est indubitable, il ne doit pas nous aveugler sur le rôle actif que peut exercer en retour le travail des formes esthétiques sur l'élaboration des désirs et des processus inconscients à l'égard desquels l'expérience artistique n'est pas sans effets. Une telle conception, extrêmement vigilante à l'égard du risque de tenir l'œuvre, sa matérialité et le travail des formes qui s'y incarne hors du travail visant à rendre compte de la création ou de l'émotion artistiques comme satisfaction de désirs et de vœux inconscients, ne rend peut-être pas entièrement justice aux travaux que Freud a consacrés à cette question (cf., par exemple, Freud 1913/1980), mais elle anticipe avec force sur nombre d'approches contemporaines (cf., par exemple, Bertrand, 1990).

Sans doute est-il nécessaire de dire ici un mot du rapport de Vygotski à la psychanalyse et à l'œuvre freudienne, quoique ce ne soit pas l'objet central de cette note de synthèse. S'il adopte une position critique à l'égard du «freudo-marxisme», que visent à fonder nombre de ses contemporains - parmi lesquels Luria qui joue un rôle extrêmement important dans le développement du mouvement psychanalytique dans l'Union soviétique des années 20, et portera plus tard un regard très critique sur ses «convictions erronées» de l'époque (Luria, 1982/1985) - l'intérêt de Vygotski pour le travail de Freud ne disparaîtra jamais. D'un texte à l'autre, sa position à l'égard de la psychanalyse et de la théorie freudienne se situe entre fascination et distance critique, balancement dans lequel on peut percevoir une lecture et une interprétation parfois discutable de la psychanalyse comme théorie et comme pratique. Ainsi peut-on penser que l'interprétation de la causalité psychique mise à jour par Freud comme causalité enracinée dans le caractère organique des instincts et pulsions, qui permet à

Vygotski et Luria (1925/1994) d'enrôler la psychanalyse dans leur entreprise de fondation d'une psychologie matérialiste reposant sur une conception moniste du psychisme humain, fait trop bon marché de la complexité et des remaniements du travail freudien, en particulier des problèmes théoriques et cliniques qui contraignent Freud à se détourner des élaborations méta psychologiques de la première Topique au profit d'une conception intersubjective et structurale des processus de formation et de différenciation des différentes instances du psychisme constitutives de la deuxième Topique. De même, quoique sur un tout autre registre, lorsque Vygotski (1930/1995) affirme que «le point faible de la psychanalyse (est que) c'est par l'intermédiaire d'un entretien, c'est-à-dire de réactions verbales, que le médecin tente d'agir sur les processus inconscients, c'est-à-dire non verbalisés», on peut penser qu'il sous-estime l'importance du travail psychique nécessaire au processus de perlaboration, travail psychique qui fait de la cure analytique tout autre chose qu'un entretien ordinaire et qui autorise à la penser comme activité, ou plutôt comme co-activité (Clot, 1995b).

Au-delà de ces exemples, il apparaît que, si Vygotski n'est pas sans critiques à l'égard de la psychanalyse, il considère que les apports de celle-ci sont importants en ce qu'elle pose des questions et traite de problèmes, théoriques et cliniques, que ni le marxisme, ni la psychologie historico-culturelle ne sauraient ignorer. Sa position apparaît ainsi à la fois plus exigeante et plus prudente que celle de nombre d'autres psychologues soviétiques, en particulier que celle de Luria, et ce aussi bien dans la fascination que dans la distance critique (7) (sur l'ensemble de cette question, cf. Van der Veer et Valsiner, 1991, ch. 5).

POUR UN RENOUVELLEMENT PARADIGMATIQUE EN PSYCHOLOGIE

Venant à la psychologie à partir de travaux d'analyse et de critique littéraires, consacrant ses premiers travaux expérimentaux à l'étude des réactions dominantes, Vygotski met ainsi au centre de son travail le caractère hiérarchiquement organisé du comportement, la nécessité de le penser comme système complexe de réactions, dont certaines jouent un rôle qualitativement différent, et paraissent avoir une fonction régulatrice et intégratrice de l'ensemble. Touchant là au rôle de la conscience dans l'organisation du comportement, Vygotski ne pouvait que s'opposer au réductionnisme des écoles réflexologiques fondées par Pavlov et Bekhterev, alors dominantes dans la psychologie soviétique, qui réduisaient les conduites complexes à une association de processus réflexes élémentaires et excluaient par voie de conséquence l'étude objective de la conscience de leur domaine de recherche.

C'est à une discussion critique des théories et des méthodologies réflexologiques qu'est consacrée son intervention au Congrès de Leningrad, en janvier 1924 (1926/1994). Neuf mois plus tard, il approfondit cette critique, lors d'une conférence donnée à l'Institut de Psychologie de Moscou qu'il vient de rejoindre et dont le titre «La conscience comme problème de la psychologie du comportement» (1925a/1994), sonne à la fois comme un programme et comme une provocation à l'égard des thuriféraires de la réflexologie. Ces deux interventions - qui ont parfois été malencontreusement confondues (Cole 1976 ; Wertsch, 1985a ; Sève, 1985 ; Yarochevski, 1989) - sont les premières pierres de l'édifice méta théorique et méthodologique construit par Vygotski tout au long de son œuvre.

C'est le projet réflexologique (ou béhavioriste) de construire une «psychologie sans conscience» et son postulat selon lequel toute conduite humaine peut être considérée comme combinaison de réflexes conditionnés qui sont la cible des attaques de Vygotski dans chacun de ces deux textes : «En ignorant le problème de la conscience, la psychologie se ferme elle-même la voie d'accès à l'étude des problèmes tant soit peu complexes du comportement humain. Elle est contrainte de se borner à élucider les liaisons les plus élémentaires de l'être vivant avec le monde», mais ne peut qu'échouer à remplir «l'espace du monde qui s'étend du réflexe conditionné du premier degré au principe de relativité » (1925a/1994). Excluant de l'étude les réactions qui ne sont pas directement observables («visibles à l'œil nu»), une telle approche gomme toute différence entre l'étude du comportement animal et celle des conduites humaines et apparaît dès lors totalement impuissante à rendre compte de la spécificité de ces dernières. Plus, le matérialisme dont elle se revendique n'est en fait qu'un idéalisme inversé en ce qu'il préserve, voire renforce le dualisme entre psychologie objective et psychologie subjective, entre l'étude du comportement sans psychisme et celle psychisme sans comportement. À l'encontre d'un tel dualisme et de l'opposition traditionnelle entre méthodes objectivistes et introspectionnistes qui en découle, Vygotski préconise l'étude objective de la conscience et du psychisme, ce qui requiert évidemment la mise en œuvre de modes d'investigation et d'analyse pertinents.

Ainsi est-il nécessaire, pour Vygotski, d'élaborer de nouvelles méthodes pour étudier les réactions non visibles à l'œil nu, et tout particulièrement ces «réflexes inhibés», que sont les pensées conscientes, mais non exprimées, du sujet de l'expérience. Se pose ici le problème du statut de ce que peut dire ce sujet de son expérience subjective, soit donc de la réflexion ou de l'entretien introspectifs, pièces essentielles des méthodologies mises en œuvre par Wundt et par l'école de Würzburg, et récusées comme non scientifiques par les écoles réflexologistes et béhavioristes. Vygotski argumente contre l'une et l'autre position en défendant l'idée d'un mode scientifique de recueil et d'analyse des réactions verbales : le sujet de l'expérience ne doit plus être considéré comme l'observateur privilégié de son monde intérieur ; ne se fier qu'à ses productions verbales pour rendre compte de son expérience serait insensé, mais ignorer ces productions le serait tout autant ; celles-ci ne doivent pas être traitées comme des comptes rendus fiables de son expérience subjective, mais comme des réactions objectives d'ordre second, elles-mêmes réflexes ou indices de ces réactions internes, non observables, qu'il s'agit d'élucider (Vygotski 1926/ 1994).

Vygotski aborde ici l'un des thèmes essentiels de sa critique du réductionnisme de Pavlov et de Bekhterev, à savoir leur incapacité à rendre compte du caractère hiérarchiquement organisé du comportement humain et de la pluralité des systèmes de réflexes qui le constituent. Il insiste en effet sur le fait que certains réflexes peuvent devenir stimulants pour d'autres réflexes et emprunte à W. James l'idée selon laquelle les faits de conscience ne sont pas premiers mais apparaissent comme le produit des interactions et des modes de «traduction» entre systèmes de réflexes : « Avoir conscience de ses expériences vécues n'est rien d'autre que les avoir à titre d'objet (d'excitants) pour d'autres expériences vécues. La conscience est l'expérience vécue d'expériences vécues (...). Mais justement la capacité du réflexe (expérience vécue de l'objet) à être un excitant (un objet d'expérience vécue) pour un nouveau réflexe, ce mécanisme du caractère conscient, c'est aussi le mécanisme de la transmission des réflexes d'un système dans un autre » (Vygotski, 1925a/1994). Dans chacune des deux interventions prononcées en 1924, et dans des termes extrêmement semblables, Vygotski note que se dégage chez l'homme une classe de réflexes, qu'il qualifie de réversibles, qui sont des réactions à des excitants qui, à leur tour, peuvent être créés par le sujet. Ainsi le mot entendu est-il un stimulus, et le mot prononcé un réflexe qui crée le même stimulus pour le sujet qui le prononce. Ces réflexes réversibles provenant d'autrui et pouvant être recréées par chacun constituent aussi bien la base de la conscience comme définie ci-dessus, que celle de l'interaction sociale et de la coordination collective du comportement. Ils apparaissent dès lors comme la source commune du comportement social et de la conscience : «Le mécanisme de la conscience de soi et celui de la connaissance d'autrui sont les mêmes ; nous sommes conscient de nous-même parce que nous sommes conscient d'autrui, et selon le même procédé par lequel nous sommes conscient d'autrui, parce que nous sommes vis-à-vis de nous-même comme autrui vis-à-vis de nous. Nous sommes conscient de nous-mêmes seulement dans la mesure où nous sommes un autre pour nous-même, c'est-à-dire dans la mesure où nous pouvons percevoir de nouveau nos propres réflexes comme des stimuli» (1926/1994) ; on devra en conséquence reconnaître que «l'élément social a dans la conscience la primauté de fait et la primauté de temps», la conscience devant dès lors être considérée comme «contact social avec soi-même» (1925a/1994).

Mais la critique de Vygotski porte également sur l'incapacité de la réflexologie à ouvrir la voie à l'étude de la structure du comportement, sur l'idée selon laquelle le comportement ne serait rien d'autre que la somme ou la résultante des différents réflexes. L'étude des réactions dominantes, celle de l'intégration et de la coordination des réflexes ont montré que l'organisme fonctionne comme une totalité sélective et intégrative, ne laissant accéder au registre des comportements observables que certaines réactions, déformant ou inhibant les autres. Ainsi convient-il de mettre au centre de la recherche psychologique non pas le réflexe, mais «le processus dialectique et dynamique entre le monde et l'homme et au sein de l'homme qu'on appelle comportement», «son mécanisme, son contenu, sa structure». Le comportement doit être considéré, non comme somme ou résultante de réflexes, mais comme «un système de réactions qui ont vaincu ». Autrement dit, poursuit Vygotski, le comportement n'est à aucun moment une lutte qui s'apaise» : «Le comportement tel qu'il s'est réalisé est une infime part de ce qui est possible. L'homme est plein à chaque minute de possibilités non réalisées », lesquelles demeurent une réalité tout aussi «incontestable» que les réactions qui ont triomphé (1925a/1994).

Une telle approche holistique, insistant sur le rôle intégrateur et régulateur du psychisme et de la conscience, ne pouvait que rencontrer l'intérêt de Kornilov, lui-même en lutte contre l'atomisme réductionniste de la réflexologie. En effet, Kornilov s'intéresse aux relations dynamiques entre pensée et action, entre processus conscients et inconscients. Le concept de réaction qui est au cœur de son entreprise théorique tente de préserver la spécificité qualitative des phénomènes intra-psychologiques, tout en appelant à une étude objective de ces phénomènes par le biais de leurs manifestations extérieures. Ce n'est que deux ans plus tard que Vygotski prendra ses distances avec la réactologie de Kornilov. Il lui faudra pour cela sortir des limites de la réflexologie plus qu'il ne le fait en 1924-1925. En effet, c'est du point de vue même de la réflexologie que Vygotski critique alors les conceptions de Pavlov ou de Bekhterev comme inconséquentes parce que refusant de considérer les faits de conscience comme réflexes de réflexes. Ainsi écrit-il qu'«affirmer que la conscience doit être comprise comme réaction de l'organisme à ses propres réactions oblige à être plus réflexologiste que Pavlov lui-même», «à être plus royaliste que le roi». Mais, ajoute-t-il avec humour «les rois ne sont pas toujours royalistes», (1926/1994). Au-delà d'une critique très argumentée de la réflexologie et de ses inconséquences, les conférences de 1924 valent pour l'affirmation de thèses essentielles pour le développement ultérieur de l'œuvre de Vygotski, celle d'une unité intégrative et dynamique du comportement humain et celle d'une genèse sociale de la conscience et du psychisme. Mais ces thèses sont alors établies, pour une large part, dans le cadre théorique et dans les termes mêmes de la réflexologie et au nom de ses objectifs. Une telle limite n'est qu'un moment de la pensée de Vygotski. Rivière (1985/1990) fait ainsi remarquer que Vygotski n'avait alors pas suffisamment développé son propre travail et ses propres concepts concernant la structure sémiotique de la conscience et du psychisme humains et de leurs processus de développement pour «réinterpréter par le haut» le cadre théorique de la psychologie soviétique de l'époque. Il lui faudra pour cela mettre l'accent sur la médiation comme fait central de la psychologie, et sur la nature *historique et signifiante* des médiations sociales et intersubjectives et des instruments par lesquels se constituent e se développent la conscience et le psychisme, là où la réflexologie ne considère que la nature *signalisatrice* des excitants propre au concept de réflexe Dès lors, plus qu'une anticipation, les deux textes que nous venons de présenter apparaissent comme le creuset des élaborations ultérieures de l'œuvre vygotskienne.

Vygotski reprendra sa réflexion méta théorique et méthodologique dans un texte rédigé en 1926, intitulé *La signification historique de la crise de la psychologie* (1926/1996), dans lequel il fait une sorte d'état des lieux de la psychologie des années 20 et vise à poser les bases épistémologiques de la refondation paradigmatique qu'il appelle de ses vœux. Ce texte, d'une importance majeure dans l'œuvre de Vygotski, demeuré inédit de son vivant, retrouvé dans ses archives en 1960, ne sera publié qu'en 1982. Rédigé lors d'un séjour à l'hôpital auquel Vygotski se trouve contraint au retour de son seul voyage en Europe, il tire profit des visites et rencontres effectuées au cours de ce voyage. Le thème auquel il est consacré - l'absence d'unité de la psychologie et l'hétérogénéité, voire le caractère contradictoire, de ses approches - n'est pas propre à Vygotski ; il donne lieu, dans la même période et parfois sous un titre très proche, à diverses publications, sous la plume de Binswanger, de Koffka, de K. Bühler ou, quelques années plus tard de Politzer, pour ne prendre que quelques exemples. Mais, si les questions ou le point de départ peuvent être communs, les analyses et les réponses diffèrent.

Vygotski part du postulat, largement partagé à l'époque, que la psychologie, pour devenir réellement scientifique, doit se montrer capable d'élaborer un cadre unique de concepts théoriques et de principes explicatifs. Ce qui lui fait le plus défaut est moins la production de nouveaux faits et résultats de recherche que l'élaboration de concepts et de catégories explicatifs permettant une interprétation partagée de l'ensemble des faits et des résultats déjà produits. Aussi plaide-t-il pour une psychologie générale, pour la construction d'un cadre de référence commun susceptible d'unifier les différents courants de recherche en psychologie. Pour ce faire, l'analyse critique de ces courants et de leur histoire s'avère indispensable. Vygotski analyse ainsi le mouvement qui porte chaque découverte propre à un courant (le réflexe conditionné, la notion de *Gestalt* ou le concept d'inconscient, par exemple) à faire tache d'huile et à croître en généralité jusqu'à devenir un système d'explication général, voire une vision du monde, tout en perdant proportionnellement en validité empirique. Parvenus à un tel degré de généralité, ces résultats dévoilent leur véritable nature. Il n'existe en effet, selon Vygotski, ni perception, ni observation scientifique qui soit pur enregistrement de faits, y compris dans le domaine des sciences de la nature. Il faut rompre avec l'illusion positiviste selon laquelle la démarche scientifique consisterait à induire des lois générales à partir de l'enregistrement de faits objectifs. Les faits qu'établit la démarche scientifique, les termes par lesquels elle les désigne, de même que les instruments qu'elle utilise sont toujours chargés de théorie en actes. D'où la nécessité d'une analyse méta théorique des résultats et des démarches propres au domaine de la psychologie.

Une telle analyse conduit Vygotski à affirmer que l'ensemble des théories psychologiques de son époque reste durablement marqué par le dualisme entre la matière et l'esprit, et se laisse ramener à l'opposition fondamentale entre deux grandes orientations : d'un côté, une psychologie causale, objective, visant, dans la tradition de Pavlov, de Bekhterev et du béhaviorisme de Watson, à expliquer et prédire le comportement humain sur le modèle des sciences de la nature, mais incapable de rendre compte de la spécificité des conduites humaines un tant soit peu élaborées, et dès lors condamnée au réductionnisme ; de l'autre, une psychologie objective, compréhensive, d'inspiration phénoménologique, préservant la spécificité des formes et des contenus de conscience, mais condamnée à ne pouvoir que les décrire faute de pouvoir en expliquer la genèse. Cette opposition apparaît d'autant plus dommageable qu'elle aboutit à une sorte de division du travail réservant à la première approche l'étude des processus psychiques élémentaires (réflexes, temps de réaction...) et à la seconde celle des processus psychiques supérieurs. Le dépassement de l'opposition entre ces deux orientations appelle un renouvellement paradigmatique sur lequel puisse se fonder l'étude objective de ces processus supérieurs. Un tel renouvellement doit permettre de refonder une psychologie qui soit à la fois non réductionniste, explicative (mais sur un autre mode que les sciences de la nature) et génétique-développementale.

À l'encontre des démarches réductionnistes dissolvant la spécificité et l'unité des «touts psychiques » en éléments qui ne présentent plus les caractéristiques du tout, Vygotski préconise de mettre en œuvre ce qu'il appellera quelques années plus tard (1934/1985) une méthode d'analyse en «unités de base telles qu'à la différence des éléments elles possèdent toutes les propriétés fondamentales du tout». Ce primat accordé au tout sur les parties, ce postulat anti-associationniste sont également partagés par les psychologues de la *Gestalt* dont Vygotski connaît et apprécie les travaux, qu'il cite fréquemment et dont il s'inspirera. Le concept de *Gestalt,* de structure, est pour lui une contribution majeure à la théorie psychologique, parce que sa pertinence aux différents niveaux du développement va dans le sens de la psychologie moniste qu'il appelle de ses vœux, mais il lui apparaît vite insuffisant en ce qu'il échoue à rendre compte du développement, du passage d'une structure à une autre, plus complexe, et donc de la naissance de structures nouvelles. C'est la structure elle-même et sa genèse qui doivent être expliquées, ce que ne permet pas la théorie de la *Gestalt.* Les critiques de Vygotski convergent sur ce point avec celles de Piaget qui, lui aussi, à la même époque, plaide pour une psychologie non réductionniste et développementale dont il s'efforce de poser les premières pierres (Van der Veer 1996). L'un et l'autre s'accordent sur la nécessité d'une approche développementale qui s'attache plus aux processus qu'aux formes faites du comportement, qui, selon les termes utilisés par Vygotski (1931/1978), s'efforce d'élucider la dynamique du développement plutôt que d'en étudier les formes fossilisées *post mortem.* Mais, on le sait, c'est sur la nature et sur l'origine du développement que divergent les conceptualisations de Piaget et de Vygotski. Pour le premier, explicitement inscrit dans une filiation kantienne et faisant de la logique «l'axiomatique de la Raison » (Piaget, 1947), la nature du développement, ses formes et ses contenus, sont nécessaires et universels, tandis que son moteur réside dans un processus d'auto-équilibration d'origine interne (Piaget, 1975). Pour le second, le développement, ses formes et ses contenus sont le fruit d'une genèse sociale et ne peuvent être compris que dans une perspective historico-culturelle dont les fondements se trouvent chez Hegel et Marx, tout particulièrement dans le concept de médiation formulé par l'un et repris par l'autre : «Le fait central de notre psychologie est le fait de la médiation», (Vygotski, 1933/1968).

OUTILS ET SIGNES DANS LE DÉVELOPPEMENT DU PSYCHISME

Différents commentateurs (Wertsch, 1985c ; Lee, 1985) ont souligné que l'élaboration de la théorie vygotskienne se situait à l'intersection de trois domaines : la psychologie, la philosophie marxiste et la sémiotique (8). Nous avons vu ce qu'il en était de son regard sur la psychologie de son époque. Il nous faut maintenant dire comment il entreprend de reconsidérer les tâches de la psychologie à partir du marxisme et de la théorie des signes. Du premier, il ne retient pas seulement la critique portée dès la Première Thèse sur Feuerbach (9), à l'idéalisme aussi bien qu'au matérialisme mécaniste, mais aussi l'idée que l'activité humaine, loin de n'être qu'adaptation au milieu, est transformation de celui-ci, au travers de laquelle l'homme se produit et se transforme lui-même, et qui s'accomplit par la médiation des outils et instruments, des moyens de travail «que l'homme interpose entre lui et l'objet de son travail, comme conducteurs de son action (...) (convertissant) ainsi des choses extérieures en organes de sa propre activité» (Marx, 1867/1976). L'originalité de Vygotski consiste à se saisir de la notion d'outil ou d'instrument pour l'élargir aux conduites sémiotiques : de même que l'action de l'homme sur la nature passe par la médiation de l'outil, intermédiaire en l'organisme et le milieu physique, entre l'anticipation de l'action et sa réalisation, l'action de l'homme sur sa conduite ou sur celle d'autrui (et inversement l'action d'autrui sur sa propre conduite) est médiatisée par des systèmes de signes, que Vygotski désigne sous le terme d' «instruments psychologiques», et dont il donne, pêle-mêle, les exemples suivants : «le langage ; les diverses formes de comptage et de calcul ; les moyens mnémotechniques ; les symboles algébriques ; les œuvres d'art ; l'écriture ; les schémas, les diagrammes, les cartes, les plans ; toutes sortes de signes conventionnels» (1930/1985, traduction revue par nous d'après la traduction anglaise *in* Wertsch, 1981). Comme les outils et les techniques, ces systèmes sémiotiques sont les produits non naturels, artefactuels, socialement élaborés et socialement transmis, de l'expérience des générations antérieures. Ils présentent pour chaque nouveau sujet humain un caractère d'extériorité et de contrainte. De même que les moyens de travail modifient la «nature naturelle» de l'homme (Marx, 1867/1976), leur appropriation restructure radicalement le développement du psychisme et de chacune de ses fonctions, lesquels échappent ainsi à l'ordre du biologique ou à celui du nécessaire, pour se réorganiser en fonction de la nature spécifique - d'ordre socio-historique - de ces instruments extérieurs d'action et de pensée : «Les instruments psychologiques ne sont pas vus comme des auxiliaires qui faciliteraient seulement une fonction mentale existante en la laissant qualitativement inchangée. Au contraire, l'accent est mis sur leur capacité de transformer le développement mental», (Wertsch, 1985a). Ce développement doit être pensé et étudié comme de nature sociale en un double sens (Minick, 1985 ; Van der Veer et Valsiner, 1991 ; Marti, 1996) : parce que les instruments psychologiques et les outils ont leur origine dans l'histoire sociale et culturelle des hommes, et parce que leur appropriation ne peut se réaliser, pour chaque enfant, chaque sujet, qu'au travers d'activités réalisées en interaction avec autrui.

Le secret du développement des fonctions psychiques spécifiquement humaines ne doit donc être recherché «ni dans les éternelles lois de la nature, ni dans les éternelles lois de l'esprit » (Scribner, 1985), ni même dans la seule histoire individuelle, mais dans celle des instruments et processus sociaux qui leur donnent forme. C'est sur ce point que Vygotski mobilise ses connaissances et sa lecture des travaux sociologiques et ethnographiques tels que ceux de Durkheim, Lévy-Bruhl, Halbwachs ou Thurnwald, dont il retient l'idée que les modes de pensée et d'activité psychique ne sont pas constants mais font l'objet d'un développement historique lié à l'invention et à l'accumulation dans la mémoire sociale de techniques intellectuelles et d'instruments psychologiques. Le processus de développement historique se substitue ainsi au processus d'évolution biologique - ou du moins celui-ci lui est-il subordonné. Vygotski distingue de même deux lignes différentes dans le développement de l'enfant : une ligne de développement naturel ou pré culturel, sous laquelle il range parfois ce qui ressort des processus de croissance et de maturation, parfois ce qui semble plutôt correspondre à ce que Piaget désigne comme développement sensori-moteur, et une ligne de développement culturel le long de laquelle l'enfant acquiert progressivement la maîtrise des outils et instruments culturels. Vygotski accentue parfois la dichotomie entre ces deux lignes de développement, ce qui ne va pas sans problèmes, tout particulièrement lorsque certaines formulations risquent de conduire le lecteur à penser leurs rapports essentiellement en termes de successivité, les toutes premières phases du développement, celles qui précèdent l'acquisition du langage pouvant dès lors apparaître comme pré, voire a-culturelles. Malgré des formulations parfois problématiques, telle ne semble pas être la pensée de Vygotski qui insiste le plus souvent sur le fait que le développement culturel surdétermine les processus de croissance et de maturation, les deux lignes de développement constituant un processus unitaire lors de l'ontogenèse et devenant ainsi extrêmement difficiles à distinguer en pratique, autrement que de manière comparative ou expérimentale. L'approche comparative conduit Vygotski et ses collaborateurs à mettre en regard le développement de l'enfant «ordinaire» avec celui de l'enfant déficient (cf. *infra* et Deleau, 1997), mais aussi - démarche fréquente au début du siècle - avec l'intelligence animale et avec les modes et instruments de pensée des peuples «primitifs», utilisant pour cela tant les travaux de Köhler ou de ses contemporains sur les chimpanzés que ceux des premiers ethnographes. Quant à l'approche expérimentale, elle les conduit à étudier comment l'usage d'auxiliaires extérieurs, de stimuli artificiels, transforme radicalement les processus de perception, d'attention ou de mémorisation.

Dans une première période (1926-1930), Vygotski ne va guère au-delà de l'analogie entre outils et instruments psychologiques. Ceux-ci demeurent pensés dans un cadre hérité de la théorie des réflexes et du schéma stimulus réponse, dans la continuité des textes de 1924 et 1925 où il met l'accent sur les «réflexes réversibles» *(cf. supra).* Les signes, tels que par exemple le nœud au mouchoir ou les entailles faites sur un bâton, sont pensés comme «stimuli moyens» («stimuli instruments» dans certains textes tels que Vygotski 1930/1985), distincts des «stimuli objets» par le fait qu'ils sont créés par l'homme comme moyen d'accroître ses possibilités de mémorisation, de même que - autre exemple - le recours au hasard (dés, jeu de pile ou face, etc.), aux augures ou à l'interprétation des rêves sert d'auxiliaire à la prise de décision. Ces stimuli artificiels sont donc créés et utilisés comme moyen pour l'homme de transformer son rapport au monde et à lui-même : «Les hommes maîtrisent leur propre comportement en subordonnant leurs réponses à leur propre contrôle. De même qu'ils se soumettent les force extérieures de la nature, ils maîtrisent les processus de leur comportement personnel sur la base des lois naturelles du comportement. Puisque les lois régissant les liaisons stimulus réponse sont la base de ces lois naturelles, il est impossible de contrôler une réponse si l'on ne contrôle pas d'abord le stimulus» (1931b/1981, cf. également 1931a/1981, 1929/1994) ; «dans l'acte instrumental, l'homme se contrôle lui-même de l'extérieur, à l'aide des instruments psychologiques» (1930/ 1985). Nombre de travaux expérimentaux menés par Vygotski et ses collaborateurs vont dès lors porter sur la transformation opérée par une telle médiation instrumentale sur les fonctions psychiques telles que l'attention, la perception, la mémoire... (cf. entre autres Vygotski 1931/1978, 1931a/1981, 1931b/1981 ; Leontiev 1972/1981), étudiée à l'aide de la méthode «génétique expérimentale», dite de double stimulation. Celle-ci consiste à proposer à l'enfant des tâches (stimuli objets) qui se situent un peu au-delà de ses capacités présentes, qu'il ne peut donc résoudre seul, puis à lui fournir des auxiliaires extérieurs (stimuli instruments ou stimuli signes) de nature à l'aider dans la réalisation de la tâche parce que lui permettant un meilleur contrôle de son comportement (par exemple, dans une activité de mémorisation de mots, des cartes sur lesquelles figurent des objets ou des scènes qui ne représentent pas directement ces mots mais qui permettent facilement d'établir un lien signifiant avec ceux-ci ; ou encore, dans un jeu du type «ni oui, ni non» où il s'agit de ne pas utiliser deux fois de suite le même mot désignant une couleur, des cartes permettant d'objectiver et de trier les couleurs déjà nommées). Ce type d'expérience permet à Vygotski et à ses collègues d'affirmer qu'il existe quatre étapes successives dans la transformation instrumentale des fonctions psychiques élémentaires en fonctions psychiques supérieures : une première étape, dite parfois stade des réponses naturelles ou primitives, immédiates, où l'enfant ne peut faire usage des auxiliaires extérieurs, des stimuli signes mis à sa disposition ; une seconde, où l'enfant en fait usage, mais de façon peu pertinente, et sans comprendre le lien entre stimulus objet et stimulus signe ; une troisième dite stade de l'usage de signes externes, où cet usage est pertinent et conscient ; enfin l'étape finale où l'enfant peut se passer de ces signes externes, dont il a intériorisé la fonction, devenant ainsi capable de mener par lui-même l'activité mentale attendue : c'est le stade de l'usage interne des signes et stimuli auxiliaires (Vygotski, 1931b/ 1981).

La description de ces quatre étapes est présentée comme provisoire par Vygotski, et elle peut apparaître comme trop générale pour être opératoire. Mais les travaux expérimentaux menés durant cette période, de même que la méthode utilisée, portent déjà en eux deux thèmes fondamentaux de l'œuvre vygotskienne. D'une part, l'idée que le développement des fonctions psychiques supérieures s'opère de l'extérieur vers l'intérieur, du contrôle du comportement à l'aide d'auxiliaires extérieurs vers son autorégulation rendue possible par l'intériorisation de la fonction médiatrice de ces auxiliaires, idée qui sera reprise et complexifiée lorsque Vygotski parlera de «double naissance», des activités psychiques supérieures. D'autre part, l'idée que la méthode instrumentale de double stimulation ne vaut pas seulement dans le domaine de la recherche expérimentale - en cela, d'ailleurs, Vygotski se distingue radicalement des conceptions de l'expérimentation en vigueur à son époque, ou encore aujourd'hui (cf. Vygotski, 1931/1978 ; Cole et Scribner, 978) - mais aussi dans le domaine de l'éducation : « Cette méthode (de double stimulation) n'est pas seulement une clé pour la compréhension des formes supérieures du comportement de l'enfant qui ont leur origine dans le processus de développement culturel, mais aussi comme moyen de leur maîtrise pratique pour ce qui concerne l'éducation et l'instruction scolaire » (Vygotski, 1929/1994). L'apport par autrui de stimuli artificiels aidant l'enfant à réussir des tâches que, seul, il ne peut mener à bien vaut donc non seulement comme méthode d'investigation, mais comme méthode d'éducation. On perçoit ici combien, pour Vygotski, l'éducation, «développement artificiel de l'enfant», (1930/1985), est le lieu même de la genèse des fonctions psychiques, et donc de la psychologie, combien dès lors la psychologie de l'éducation est indispensable à la psychologie générale, mais aussi combien ce qu'il formalise à la toute fin des années 20 en termes de double stimulation anticipe sur ce qu'il conceptualisera quelques années plus tard sous le terme de zone de développement proximal. Reste que, durant cette période que C. Moro et B. Schneuwly (1997) qualifient de période du «Premier Vygotski», celui-ci ne prend pas encore comme objet central de son analyse la signification du signe, mais essentiellement sa fonction de stimulus artificiel. L'unité de base de son analyse demeure la notion d'acte instrumental, médiatisé par cette classe particulière de stimuli créés par l'homme pour contrôler son propre comportement que sont les instruments psychologiques. Limites que Vygotski reconnaîtra quelques années plus tard en ces termes : « Dans nos anciens travaux, nous ignorions que la signification est inhérente au signe. (...) Nous partions du principe de constance de la signification, nous mettions la signification entre parenthèses. Mais dès nos anciennes études le problème était présent. Si auparavant nous avions pour tâche de montrer ce qu'il y a de commun entre le nœud au mouchoir et la mémoire logique, notre tâche consiste maintenant à montrer la différence qui existe entre eux. Il découle de nos travaux actuels que le signe modifie les rapports inter fonctionnels» (1933/1968 (10)).

Alors que, dans la période précédente, les travaux de Vygotski et de ses collaborateurs portaient sur la médiation et la transformation instrumentales des fonctions psychiques (attention, perception, mémoire...) étudiées séparément, dès le début des années 30, il met la question des rapports entre ces diverses fonctions au centre de ses préoccupations, regrettant que «le problème des rapports soit (...) la partie la moins élaborée de toute la problématique de la psychologie moderne», et que celle-ci ait jusqu'alors tacitement admis le postulat «de l'invariance et de la constance des liaisons inter fonctionnelles de la conscience», qu'elle ait supposé «que la perception est liée toujours et identiquement à l'attention, la mémoire toujours et identiquement aussi à la perception, la pensée à la mémoire, etc.» (1934/1985). Ce souci est étroitement lié avec celui de mieux prendre en considération le problème de la signification, de la nature sémiotique propre à chacun des instruments psychologiques, au-delà de leur commune fonction instrumentale. L'un et l'autre soucis conduisent à accorder une place centrale à l'étude des fonctions du langage dans le développement humain : «Le problème de la pensée et du langage fait partie de ces problèmes psychologiques qui mettent au premier plan la question du rapport entre les différentes fonctions psychiques, entre les différentes formes d'activité de la conscience» *(ibid.)*.

Dès 1929, dans un article dont il fera cinq ans plus tard un chapitre de *Pensée et langage,* Vygotski s'intéresse aux «racines génétiques de la pensée et du langage», du point de vue de la phylogenèse et de l'ontogenèse. Reprenant et discutant les travaux de Köhler, Bühler et Yerkes sur les chimpanzés, il en retient qu'il existe chez ceux-ci une intelligence non langagière irréductible à l'apprentissage par essais et erreurs, ainsi que des modes de communication émotionnelle et de contact social qui ne font toutefois pas usage de signes ou de modes de représentation conventionnels, mais que ces deux «lignes de développement» demeurent indépendantes l'une de l'autre, aucun rapport direct ne s'établissant entre elles. Formes d'intelligence pratique et modes de communication sociale pré-langagiers se retrouvent chez le jeune enfant, au sujet duquel Bühler va jusqu'à parler d'un «âge du chimpanzé», mais la différence radicale entre l'enfant et le chimpanzé réside en ce que, chez celui-là, «à un certain moment qui se situe à un âge précoce (environ deux ans), les lignes de développement de la pensée et du langage, jusque-là séparées, se rejoignent, coïncident et donnent naissance à une forme toute nouvelle de comportement, si caractéristique de l'homme». Le rapport qui s'établit ainsi entre pensée et langage, et son unité de base qu'est la signification, deviennent dès lors l'objet central du travail de Vygotski. Mais ce rapport ne saurait être considéré comme constant, immuable tout au long du développement de l'enfant ; il fait lui-même l'objet d'un développement, de même que la signification qui l'exprime. C'est à l'étude de ce développement que sont consacrées les analyses de *Pensée et langage.*

Il n'est pas inutile de rappeler ici que cet ouvrage rassemble des textes rédigés à plusieurs années d'intervalle. Seuls les chapitres I, VI et VII ont été écrits (ou dictés) en 1933-34, lors des toutes dernières années de la vie de Vygotski. Le chapitre II est l'avant-propos que Vygotski avait rédigé en 1932 pour l'édition russe des deux ouvrages de Piaget *Le langage et la pensée chez l'enfant et Le jugement et le raisonnement chez l'enfant.* Les autres chapitres reprennent des textes précédemment publiés en 1929 et 1930. Tel est en particulier le cas du chapitre V, rédigé en 1930, dans lequel Vygotski reprend les travaux que lui-même et son élève Sakharov (mort en 1928) ont menés sur le développement des concepts et sur le rôle indispensable qu'y jouent les moyens de catégorisation fournis par le langage (cf. Sakharov, 1930/1994). Sur la base de ces travaux confrontant les enfants à des tâches de classification, de généralisation et de catégorisation, il montre qu'entre, d'une part, la pensée syncrétique propre au tout jeune enfant et qui le conduit à prendre les liaisons qu'il établit entre les impressions et les idées qu'il a des choses pour des liaisons objectives entre les choses et, d'autre part, la pensée abstraite par laquelle il établit plus tard entre les choses des rapports conceptuels qui vont «du général au particulier et du particulier au particulier à travers le général», s'interposent les différentes étapes, ou les différentes modalités, de la pensée par complexes : «Alors que le concept a pour base des liaisons de type unique, logiquement identiques entre elles, le complexe repose sur des liaisons empiriques des plus variées, qui souvent n'ont entre elles rien de commun». Ainsi l'enfant peut-il regrouper divers objets à partir d'un objet source en sélectionnant un second objet sur la base d'un trait commun avec le premier, puis un troisième sur la base d'un trait commun avec le second qui n'est pas nécessairement présent dans le premier, etc., l'ensemble aboutissant à ce que Vygotski nomme un complexe en chaîne, dont chaque maillon est rattaché à celui qui le précède et à celui qui le suit, mais sur la base de liaisons qui peuvent différer du tout au tout.

La forme la plus élaborée et la plus répandue - y compris chez l'adulte - de la pensée par complexes est celle du pseudo concept, équivalent fonctionnel qui, en apparence, est semblable au concept, mais qui en diffère notablement quant au mode de généralisation et de catégorisation dont il résulte. L'analyse du pseudo concept illustre la nécessité de centrer l'analyse sur la genèse des phénomènes plutôt que sur leurs seules apparences extérieures, phénotypiques (Vygotski, 1931/1978). Vygotski s'appuie pour cela sur les travaux d'Ouznadzé qui ont montré que les mots utilisés par l'enfant au cours de ses conversations avec l'adulte pouvaient être les «équivalents fonctionnels» des mots utilisés par celui-ci, et donc rendre possible l'échange langagier, tout en subsumant des processus de pensée et de catégorisation extrêmement différents. Il a recours pour rendre compte de ces équivalences fonctionnelles à la distinction opérée par «la linguistique moderne» entre la référence et la signification, reprenant l'exemple donné par Husserl lorsque celui-ci fait remarquer que les deux expressions «le vainqueur de Iéna» et «le vaincu de Waterloo» ont la même personne - Napoléon - pour référence, mais diffèrent notablement quant à leur signification (Husserl, 1900/1959) (11). Ainsi enfant et adulte peuvent-ils utiliser les mêmes mots et s'accorder sur leur référence au cours de leurs conversations sans leur conférer pour autant la même signification, sans que l'usage de ces mots recouvre les mêmes processus de pensée ; les mêmes mots *fleurs ou fruits,* par exemple, peuvent avoir la même référence mais servir pour l'enfant à la désignation d'objets empiriques particuliers, et pour l'adulte à un usage catégoriel et conceptuel. Une compréhension minimale du mot, basée sur l'échange à propos de références communes, précède donc la formation du concept : «C'est ce qui fait l'immense importance fonctionnelle du pseudo concept comme forme particulière, ambivalente, intrinsèquement contradictoire de la pensée enfantine. (...) La contradiction entre le développement tardif du concept et le développement précoce de la compréhension verbale trouve sa solution réelle dans le pseudo concept, en tant que forme de pensée par complexes qui permet à la pensée et à la compréhension de l'enfant de coïncider avec celles de l'adulte. (...) Cette coïncidence dans la référence concrète et cette non-coïncidence dans la signification du mot, qui nous sont apparues comme la particularité essentielle de la pensée enfantine par complexes, sont non pas l'exception mais la règle dans le développement du langage» (12). Ce sont ces rapports d'unité et de discordance entre référence partagée et signification du mot pour l'enfant qui permettent à celle-ci de se développer. L'apprentissage et l'usage du mot (13) ne signent donc pas la fin mais plutôt le début du processus de développement de la signification, lequel n'est possible que parce que les interactions langagières entre enfant et adulte sont essentiellement et nécessairement asymétriques (cf. Wertsch et Addison Stone, 1985). En d'autres termes, comme Vygotski l'écrira quelques années plus tard dans le chapitre I de *Pensée et langage,* il nous faut, dans une perspective génétique, considérer la signification du mot «non seulement comme l'unité de la pensée et du langage, mais aussi comme l'unité de la généralisation et de l'échange social, de la communication et de la pensée. (...) Ce n'est que lorsque nous apprenons à voir l'unité de la communication et de la généralisation que nous commençons à comprendre le lien réel existant entre le développement social de l'enfant et le développement de sa pensée».

Le processus de formation des concepts est également l'objet central du chapitre VI de *Pensée et langage,* rédigé en 1934. Vygotski y revient de manière critique sur l'étude qui a fait l'objet du chapitre V, présentée ci-dessus, pour dire qu'elle ne permet pas de mettre en lumière la relation existant entre les différentes étapes du développement des concepts, ni donc les modalités de passage de l'une à l'autre, et ce parce qu'elle n'analyse pas le processus de formation des concepts comme passage d'une structure de généralisation à une autre : «Dans notre précédente étude nous reprenions toutes les fois, à chaque stade (formations syncrétiques, complexes, concepts), le rapport du mot avec l'objet à son tout début, sans tenir compte de ce que *tout nouveau stade dans le développement de la généralisation s'appuie sur la généralisation des stades précédents.* Un nouveau stade de généralisation ne peut apparaître que sur la base du précédent. Une nouvelle structure de généralisation a pour source non pas une nouvelle généralisation directe des objets à laquelle procéderait la pensée mais une généralisation des objets généralisés dans la structure précédente», (souligné par lui). Ainsi l'analyse du développement des concepts scientifiques conduit-elle à penser ce développement et celui des concepts quotidiens non comme un rapport de successivité et d'éviction des seconds par les premiers (position que Vygotski prête et reproche à Piaget), mais comme un rapport dialectique d'unité et de discordance.

Par concepts quotidiens, terme qu'il préfère à celui de concepts spontanés utilisé par Piaget, Vygotski entend les formes de pensée, de catégorisation et de généralisation «qui ne se développent pas dans le processus d'assimilation d'un système de connaissances apporté à l'enfant par l'enseignement, mais se forment dans le processus de son activité pratique et de sa communication immédiate avec son entourage» (note de l'édition russe 1956 et 1982). Les concepts quotidiens ainsi définis semblent être proches de ce qu'il nommait au chapitre précédent les pseudo concepts, tandis les concepts scientifiques, assimilés au cours des apprentissages scolaires semblent l'être de ce qu'il y désignait comme concepts, ce qu'atteste l'affirmation selon laquelle «c'est justement dans cette sphère (des concepts scientifiques) que la pensée franchit en premier lieu la frontière séparant le pré concept des véritables concepts». Comme souvent, les données empiriques sur lesquelles Vygotski fonde sa démonstration (les travaux menés par sa collaboratrice Z. Shif), sont très lacunaires et n'apparaissent pas toujours probantes. Mais l'intérêt du chapitre est ailleurs, et réside dans le cadre théorique ainsi élaboré selon lequel le développement des concepts scientifiques et celui des concepts quotidiens ont à la fois des traits opposés et des traits communs et s'influencent l'un l'autre. Ainsi l'acquisition et le développement des concepts scientifiques, formes de généralisation de niveau supérieur, non seulement ne font pas disparaître les concepts quotidiens, ni leur usage, mais ils prennent appui sur eux, ils ne pourraient advenir sans eux. En retour, la maîtrise des concepts scientifiques «entraîne une élévation du niveau des concepts quotidiens et une réorganisation de ceux-ci sous son influence». Les concepts scientifiques sont des généralisations de second ordre, généralisation des généralisations déjà cristallisées dans les concepts quotidiens : la caractéristique du concept scientifique est «qu'*il est médiatisé par un autre concept* et que, par conséquent, *en même temps que le rapport à l'objet il inclut aussi le rapport à l'autre concept, c'est-à-dire les premiers éléments d'un système de concepts»,* (souligné par Vygotski). Considérons l'exemple suivant donné par Vygotski. Le mot *fleur* commence par n'être pour l'enfant qu'un concept quotidien de même niveau de généralité que les concepts *rose* ou *tulipe* ; quoique d'extension plus large, «il n'inclut pas le concept plus particulier et ne se le subordonne pas mais il le remplace et se situe au même rang que lui». Ce n'est que lorsque l'enfant accède à un niveau de généralisation supérieur que le concept fleur peut se subordonner les concepts quotidiens *rose, tulipe* ou *œillet*, et qu'un système de concepts peut se constituer.

Vygotski a recours plusieurs fois au raisonnement analogique pour comparer l'acquisition des concepts scientifiques à celles d'une langue étrangère, de la langue écrite ou encore de l'algèbre. Ainsi, l'assimilation d'une 1angue seconde ne substitue pas un nouveau rapport direct aux choses aux relations déjà établies dans la langue première, mais s'effectue par l'intermédiaire de ce premier système de significations qui s'interpose entre le monde des choses et la nouvelle langue en cours d'acquisition. En retour, «l'assimilation d'une langue étrangère fraie la voie à la maîtrise des formes supérieures de la langue maternelle. Elle permet à l'enfant de concevoir sa langue maternelle comme un cas particulier du système linguistique et, par conséquent, *lui donne la possibilité de généraliser les phénomènes propres à celle-ci*, ce qui signifie aussi prendre conscience de ses propres opérations verbales et les maîtriser. (...)C'est justement en ce sens qu'il faut comprendre l'aphorisme de Goethe : «Qui ne connaît aucune langue étrangère ne connaît pas la sienne à fond» ». De même, l'acquisition de la langue écrite ne peut se faire que sur la base d'un certain niveau de maîtrise du langage oral, et contribue à transformer en retour le rapport au langage, en ce que l'enfant y est confronté non plus aux mots mais à la représentation des mots : «Les signes du langage écrit et leur utilisation sont assimilés par l'enfant consciemment et volontairement, à la différence de l'utilisation et de l'assimilation inconscientes de l'aspect phonique du langage. Le langage écrit contraint l'enfant à une activité plus intellectuelle. Il le contraint à prendre conscience du processus même de la parole. Les motifs du langage écrit sont plus abstraits, plus intellectuels, moins directement liés à un besoin». Vygotski applique le même raisonnement aux rapports entre la grammaire explicite et la grammaire en actes, entre l'algèbre et l'arithmétique, chacune des formations supérieures se construisant sur la base des formations antérieures et en permettant la prise de conscience et la maîtrise. Caractère systématique des concepts et caractère conscient et volontaire de leur maîtrise apparaissent donc comme les néoformations fondamentales des apprentissages scolaires, lesquels se distinguent des apprentissages quotidiens «par un *rapport autre avec l'expérience de l'enfant,* par un rapport autre de celui- ci avec leur objet respectif et par une autre trajectoire de développement»

Mais les considérations de Vygotski sur les rapports entre concepts quotidiens et concepts scientifiques ne sont pas intéressants sur le seul plan du développement ; elles le sont tout autant sur le plan épistémologique en ce qu'elles rendent compte de deux modes différents de pensée. Selon lui, la supériorité des concepts et des formes de pensée scientifiques n'est pas telle qu'elle puisse nous dispenser de faire usage des concepts quotidiens. Bien contraire, il nous rappelle que cet usage est très loin d'être une caractéristique exclusive des enfants et que nous-mêmes, adultes, y avons très souvent recours dans notre vie quotidienne. Plus, il affirme que «ce qui fait la force des concepts scientifiques fait la faiblesse des concepts quotidiens et inversement». Les concepts quotidiens sont riches de contenu empirique et liés à l'expérience personnelle mais il leur manque la visée et les instruments réflexifs qui en permettraient la prise de conscience et la formalisation. Les concepts scientifiques, à l'inverse, rendent possible prise de conscience, généralisation de second degré, réflexivité et transférabilité, mais ils ne permettent pas *ipso facto* de se confronter avec bonheur à la singularité des situations et des expériences. La formulation adoptée par Vygotski est nette : «les concepts scientifiques s'avèrent dans une situation non scientifique tout aussi inconsistants que les concepts quotidiens dans une situation scientifique». Les uns ont besoin des autres pour se développer : «Les concepts scientifiques germent vers le bas par l'intermédiaire des concepts quotidiens Ceux-ci germent vers le haut par l'intermédiaire des concepts scientifiques». Mais, s'il en est ainsi, peut-être faut-il pousser le raisonnement un peu plus loin que Vygotski ne le fait lui-même explicitement. Quand celui-ci écrit que «les concepts scientifiques transforment les concepts spontanés et les élèvent à un niveau supérieur en leur constituant une zone de proche développement», peut-être convient-il également d'inverser la proposition pour dire que les concepts quotidiens et les situations où ils sont opératoires peuvent en retour constituer une zone de proche développement pour les concepts et la pensée scientifiques. Si l'on met en regard les considérations ci-dessus résumées avec le fait que Vygotski est venu à la psychologie à partir de sa passion pour les productions artistiques, formes parmi les plus élaborées, mais non conceptuelles, de l'activité humaine, on sera conduit à adopter une certaine prudence quant à certains commentaires portés à prêter à Vygotski des positions excessivement rationalistes (Van der Veer, 1994b) ou trop exclusivement inspirées de l'idéologie des Lumières et d'une conception unitaire de l'histoire (pour une discussion sur ce point, cf. Scribner, 1985 ; Wertsch, 1990, 1996). Sans méconnaître la part de pertinence de ces commentaires, on peut également voir dans la voie ouverte par Vygotski une anticipation de travaux contemporains concernant, par exemple, les rapports de double anticipation entre expérience et connaissance (Schwartz, 1988), ou entre métaphore et concept (Ricœur, 1975).

Les commentaires de ce type, s'ils peuvent paraître unilatéraux, posent néanmoins des questions pertinentes qui apparaissent particulièrement vives concernant les expéditions et recherches ethnographiques et interculturelles menées sous la responsabilité de Luria en Asie Centrale, à la conception et au suivi desquelles Vygotski semble avoir été étroitement associé. Le début des années 30 est en effet une période de profonds bouleversements sociaux et culturels dans les Républiques soviétiques d'Asie centrale. Les campagnes de collectivisation et d'intensification de l'agriculture et de lutte contre les koulaks visent à y substituer de manière extrêmement brutale - dans tous les sens du terme - et qui s'avèrera catastrophique, un mode de production collective et mécanisée à un mode de production traditionnel, quasi féodal, et à accompagner ces transformations socio-économiques par un plan d'alphabétisation à grande échelle. L'occasion se présente donc d'étudier si et en quoi ces changements sociaux, ces transformations des modes de vie et des techniques, matérielles et intellectuelles, modifient sensiblement et durablement les modes de pensée, et d'éprouver ainsi la thèse selon laquelle ceux-ci se construisent et prennent forme dans l'évolution socio-historique des modes d'activité humaine et des formes de la culture. Tel est l'objectif majeur des deux expéditions que dirigera Luria durant les étés 1931 et 1932 en Ouzbékistan et en Kirghizie, où «les immenses disparités entre la culture du passé et celle des temps modernes promettaient d'offrir les meilleures possibilités d'étudier les modifications des formes essentielles et du contenu de la pensée » (Luria, 1982/1985). Vygotski prend une part importante à la préparation de ces deux expéditions, mais ne peut y participer pour raisons de santé ; en revanche, Koffka prend part à la seconde, qu'une crise de malaria le contraint néanmoins à abandonner au bout de quelques semaines. Les travaux portent sur la perception, les processus de catégorisation, de généralisation et d'abstraction, sur des problèmes numériques et des tâches de raisonnement verbal. Ils concernent différentes catégories de population, paysans analphabètes de villages reculés, membres actifs et responsables de kolkhozes ayant suivi une formation accélérée mais dont l'instruction demeure rudimentaire, étudiants ayant bénéficié d'une scolarisation plus avancée : « en comparant les processus d'activité mentale des représentants de ces groupes, nous comptions découvrir les modifications provoquées par la restructuration culturelle et socio-économique du mode de vie » *(ibidem)*.

Luria conclut de l'ensemble des données recueillies (dont il ne publiera cependant qu'une partie) que les processus d'abstraction et de généralisation diffèrent entre personnes ayant été alphabétisées ou ayant bénéficié d'une instruction scolaire et sujets analphabètes : les modes de pensée et de catégorisation de ces derniers demeurent liés à (voire dépendants de) leur expérience pratique, immédiate, concrète, aux situations propres à cette expérience, tandis que les sujets alphabétisés se situent plus facilement et plus fréquemment sur un registre abstrait, générique et décontextualisé. Les uns apparaissent plus proches des divers modes de pensée par complexes décrits par Vygotski dans le chapitre V de *Pensée et langage,* les autres semblent se situer dans le registre de la pensée pré-conceptuelle ou conceptuelle. Luria est tenté d'interpréter les différences enregistrées dans une perspective développementale, y voyant confirmation à l'échelle historique des travaux menés sur la nature instrumentale et historico-culturelle du développement ontogénétique. Une telle approche comparative, fort courante à l'époque, ne va évidemment pas sans problèmes ni sans risques : risques d'ethnocentrisme dans l'étude des populations concernées, mais aussi risques de penser le développement ontogénétique comme récapitulant, reproduisant peu ou prou les étapes de la phylogenèse ou de l'histoire humaine, elles-mêmes pensées sur le mode d'un développement unitaire (sur ce point concernant Vygotski, cf. Scribner, 1985). C'est sur le premier point que se sont concentrées les violentes critiques suscitées par les conclusions de Luria dans l'URSS des années 1930, le reproche d'ethnocentrisme servant pour une large part à nourrir la critique politique. Luria est alors accusé de décrire les paysans, voire les kolkhoziens, d'Asie centrale comme incapables de pensée abstraite, et d'être victime de préjugés défavorables aux nationalités minoritaires ; mais il se voit surtout reprocher de méconnaître et de minorer les énormes progrès que l'introduction de l'économie socialiste et des réformes politiques, sociales et culturelles aurait fait accomplir aux populations ouzbèke et kirghize. Ces critiques sont sans doute pour beaucoup dans le fait que les résultats de ces deux expéditions ne seront publiés par Luria que quarante ans plus tard (Luria, 1976, 1982/1985). Au-delà de la conjoncture politique de l'URSS des années 1930, où la discussion théorique et épistémologique apparaît subordonnée à la critique politique, les travaux concernés soulèvent, on l'a dit, des questions bien réelles. Ainsi M. Cole (1985, 1990) fait-il remarquer que les populations étudiées le sont à l'aune de conceptions et de dispositifs d'investigation propres aux sociétés ouest-européennes et aux recherches psychologiques qui y sont alors menées, mais ne prennent pratiquement pas en considération les activités sociales et culturelles propres à ces populations et les processus psychiques qui leur sont associés. Les travaux de Luria et de ses collaborateurs apparaissent dès lors plus comme l'étude des fonctions psychologiques générales dans un contexte social et culturel particulier que comme une réelle mise en œuvre comparative de la problématique historico-culturelle alors en cours d'élaboration.

JEU, APPRENTISSAGE ET DÉVELOPPEMENT : UNE CONCEPTION DIALECTIQUE DES RAPPORTS ENTRE PENSÉE ET AFFECT

On a dit combien, pour Vygotski, le développement mental doit être pensé comme étant de nature sociale en un double sens : parce qu'il est le produit de l'appropriation d'outils et d'instruments psychologiques, de systèmes et de conduites sémiotiques élaborés au cours de l'histoire sociale et culturelle des hommes, et parce que cette appropriation ne peut se réaliser que dans les pratiques de communication et de coopération sociale asymétrique qui règlent les rapports de l'enfant avec autrui. C'est en référence aux travaux de P. Janet que Vygotski (1931b/1981) développe cette deuxième idée, en reprenant du psychologue français cette «loi fondamentale» du développement et de la psychologie selon laquelle l'enfant se conduit vis-à-vis de lui-même comme autrui se conduit vis-à-vis de lui, maîtrisant les formes sociales de comportement qui lui permettent d'agir sur autrui et permettent à autrui d'agir sur lui avant que de se les appliquer à lui-même (14). Vygotski reformulera cette loi dans les termes suivants : «Chaque fonction psychique supérieure apparaît deux fois au cours du développement de l'enfant : d'abord comme activité collective, sociale, et donc comme fonction inter psychique, puis comme activité individuelle, comme propriété intérieure de la pensée de l'enfant, comme fonction intra psychique», (1935/1985 ; des formulations antérieures de cette loi, très proches de celle qui est citée ici, se trouvent dans 1930a/1978 et 1931b/1981). L'appropriation des systèmes de signes et la maîtrise des conduites sémiotiques s'opèrent donc de l'activité menée en coopération avec des adultes ou des pairs plus experts que soi vers l'activité menée de manière autonome.

Ainsi Vygotski s'oppose-t-il aux thèses de Piaget sur l'origine et la fonction du langage égocentrique. Pour Piaget, le langage et la pensée égocentriques sont intermédiaires entre la pensée autistique préverbale et le langage et la pensée socialisés ; dès lors, le langage égocentrique ne peut remplir aucune fonction utile dans l'activité de l'enfant, qu'il ne fait qu'accompagner sans la modifier en rien. Selon Vygotski, le sens du développement est inverse et «le langage égocentrique de l'enfant est l'un des phénomènes marquant le passage des fonctions inter psychiques aux fonctions intra psychiques » : non seulement il se dégage du langage social pour se transformer par la suite en langage intérieur, mais il remplit ce faisant une fonction spécifique, de contrôle et de régulation, puis de direction et de planification de l'activité de l'enfant. Outil d'échange et d'action sur autrui, le langage devient par ce mouvement d'intériorisation moyen de contrôle de sa propre activité, instrument de pensée, tandis que l'espace discursif dialogal instauré par l'interlocution se transforme en espace mental : la conscience devient par là «contact social avec soi-même» selon les termes qu'emploie Vygotski dès 1925. Ce mouvement n'est cependant pas de simple intériorisation, il est de transformation, et le langage intérieur, langage pour soi, diffère du langage extériorisé, langage pour autrui, non seulement par sa fonction, mais aussi par sa structure : condensation importante, agglutination des significations, domination de la fonction prédicative sur la fonction référentielle, le langage égocentrique apparaissant dès lors comme une forme mixte, intermédiaire, entre l'un et l'autre (Vygotski, 1934/1985, ch. 7 ; Schneuwly, 1985, 1987) (15).

Plus généralement, intériorisation n'est jamais synonyme, chez Vygotski, de reproduction sur un plan interne d'activités et de structures élaborées de façon externe ; le passage de l'inter psychique à l'intra psychique est toujours un processus productif, de développement et de transformation : « (les fonctions psychiques) ne prennent le caractère de processus interne qu'à l'issue d'un développement prolongé. Leur transfert à l'intérieur est lié à des changements dans les lois qui gouvernent leur activité ; elles sont incorporées dans un nouveau système qui possède ses propres lois » (1930b/1978). Unité et discordance : ainsi peuvent être caractérisés les rapports entre processus inter psychiques et processus intra psychiques, l'unité étant le fruit de leur commune nature instrumentale et sémiotique, la discordance surgissant de la différenciation de leurs fonctions dans des systèmes régis chacun par leurs propres lois (langage pour autrui *vs* langage pour soi ; contrôle de l'activité d'autrui vs contrôle de sa propre activité...) (sur ce point, cf. Wertsch et Addison Stone, 1985 ; Marti, 1996).

Mais si l'intériorisation est toujours processus de transformation, il en va de même pour le mouvement inverse d'extériorisation, qui va par exemple de la pensée au langage, oral et *a fortiori* écrit. Les thèses de Vygotski sur ce point sont parmi les plus connues : « Le mouvement même de la pensée qui va de l'idée au mot est un développement. La pensée ne s'exprime pas dans le mot mais se réalise dans le mot. C'est pourquoi on pourrait parler d'un devenir (d'une unité de l'être et du non-être) de la pensée dans le mot. (...) Aussi le langage ne peut-il revêtir la pensée comme une robe de confection. Il ne sert pas d'expression à une pensée toute prête. En se transformant en langage, la pensée se réorganise et se modifie » (1934/1985, ch.7). La discordance entre contenu sémantique de la pensée et grammaire des mots «est la condition nécessaire pour que le mouvement de la pensée au mot soit possible», pour que puisse advenir «une modification de la structure du sens lors de son incarnation dans les mots » (ibidem). Cette exigence de modification et de réorganisation est maximale pour la «forme de langage la plus prolixe, la plus précise et la plus développée» *(ibidem)* qu'est le langage écrit, langage adressé à un interlocuteur absent, voire virtuel, et dont la réalisation requiert du scripteur un mode de fonctionnement psychique spécifique, volontaire, conscient et réflexif, «un rapport méta textuel à son texte » (Schneuwly, 1985), mais elle vaut également pour les autres domaines d'activité (cf. Marti, 1996, concernant l'activité mathématique). Extériorisation et exigence d'explicitation des processus de pensée dans des formes communicables et partageables contraignent et autorisent la pensée à se réorganiser et à accroître ses possibilités de contrôle et d'autorégulation. Au-delà des simples métaphores spatiales, l'acquisition des connaissances et le développement des fonctions psychiques supérieures apparaissent ainsi comme le produit toujours inachevé d'une dialectique entre ces processus de médiation sémiotique d'orientation contraire que sont l'intériorisation et l'extériorisation.

La loi de double naissance des fonctions psychiques supérieures, la distinction entre leur genèse inter psychique et leur genèse intra psychique, conduisent Vygotski à l'élaboration du concept de zone proximale de développement, qui est sans doute le plus connu de son édifice théorique. L'élaboration de ce concept apparaît au carrefour de ses préoccupations concernant l'évaluation du niveau de développement de l'enfant, tout particulièrement de l'enfant déficient, et de celles concernant le développement des concepts. D'un texte à l'autre (cf. en français 1934/1995 ; 1934/1985, ch. 6 ; 1935/1985), elle recouvre un champ de plus en plus large, du problème traditionnel de la mesure du développement à la question des relations entre enseignement apprentissage (16) et développement cognitif ou à celle des rapports entre activité et formation des désirs ou des «motivations ».

C'est au psychologue allemand Ernst Meumann que Vygotski dit emprunter l'idée selon laquelle il convient d'établir au moins deux niveaux de développement chez l'enfant : le niveau de développement actuel, déterminé par les tâches et les épreuves qu'il peut résoudre seul, sans l'aide d'autrui, et qui correspond à l'exercice autonome et intériorisé des compétences cognitives, et le niveau de développement potentiel, déterminé par les tâches et les épreuves qu'il n'est pas encore en mesure de résoudre seul, mais qu'il peut résoudre dans des situations de collaboration et d'interaction sociale. L'écart entre ces deux niveaux définit ce que Vygotski nomme la zone proximale de développement (ZPD). Celle-ci définit l'espace dans lequel peuvent et doivent prendre place les processus d'apprentissage et les activités d'enseignement, lesquels en retour transforment et déterminent le développement en lui donnant forme et contenu. Son évaluation s'avère plus prédictive du développement de l'enfant, normal ou déficient, que la traditionnelle mesure du niveau de développement actuel, à l'aide de tests standardisés. On peut ainsi entendre dans l'élaboration de ce concept comme un écho du concept de surcompensation forgé par Adler, et qui a exercé une forte influence sur le travail de Vygotski dans le champ de la défectologie (cf. *infra),* mais il existe également une continuité évidente allant de la méthode de double stimulation, à la thèse du caractère doublement social du développement humain, et au concept de ZPD.

Armé de ce concept, Vygotski examine et réfute les différentes conceptions théoriques qui considèrent apprentissage et développement comme deux processus indépendants l'un de l'autre, ou qui ne voient entre les deux qu'une relation de dépendance unilatérale, pensant le développement comme l'ombre portée de l'apprentissage ou à l'inverse celui-ci comme ne pouvant que suivre le développement. Ainsi critique-t-il avec vigueur les conceptions, profanes ou savantes, selon lesquelles apprentissage et enseignement doivent se régler sur le développement qui a déjà eu lieu sans pouvoir en transformer en retour ni le rythme ni la nature, conceptions très prégnantes dans l'œuvre piagétienne, et devenues aujourd'hui prépondérantes dans le discours psychopédagogique contemporain. Pour Vygotski au contraire, l'enseignement doit être en mesure de diriger le développement plutôt que d'être entraîné par lui : «Un enseignement orienté vers un stade déjà acquis est inefficace. Il n'est pas en mesure d'entraîner le processus développemental mais est entraîné par celui-ci. La théorie de la zone proximale de développement se traduit par une formule qui est exactement contraire à l'orientation traditionnelle : *Le seul bon enseignement est celui qui précède le développement* » (1935/1985, souligné par lui) ; «*La pédagogie doit se régler non sur l'hier mais sur le demain du développement enfantin.* (...) L'apprentissage serait parfaitement inutile s'il ne pouvait utiliser que ce qui est déjà venu à maturité dans le développement, s'il n'était pas lui-même la source du développement, la source du nouveau. (...) Toute matière d'enseignement exige de l'enfant plus qu'il ne peut donner à ce moment-là, c'est-à-dire que l'enfant à l'école a une activité qui l'oblige à dépasser ses propres limites» (1934/1985, souligné par lui) ; «Nous n'hésitons pas à affirmer que le trait fondamental de l'apprentissage consiste en la formation d'une zone proximale de développement. L'apprentissage donne donc naissance, réveille et anime chez l'enfant toute une série de processus de développement internes qui, à un moment donné, ne lui sont accessibles que dans le cadre de la communication avec l'adulte et de la collaboration avec les camarades, mais qui, une fois intériorisés, deviendront la conquête propre de l'enfant» (1935/1985).

Très fréquemment cité, le concept de ZPD a donné lieu à de très nombreux commentaires, travaux et discussions, alors même que Vygotski n'en dit guère plus que les propos cités ci-dessus, certes très stimulants mais qui demeurent extrêmement généraux. C'est dans ce qu'il dépeint de l'acquisition et du développement du langage, depuis l'enracinement des premières formes linguistiques de la communication dans leurs précurseurs pragmatiques non-linguistiques jusqu'au développement de la pensée conceptuelle, que l'on peut voir le paradigme de la formation d'une ZPD dans les situations de communication asymétrique dans lesquelles l'adulte introduit l'enfant. Ainsi le geste de saisie du jeune enfant ne peut-il prendre valeur significative et se transformer en geste d'indication qu'au travers de la réponse de l'adulte qui l'anticipe et l'interprète comme tel (1930b/1978) ; ainsi encore, la signification des mots et des concepts ne peut-elle se développer qu'au travers d'activités dialogiques dans lesquelles les conduites langagières de l'enfant «ne se développent pas librement ni spontanément, selon des lignes tracées par l'enfant lui-même, mais suivent des directions définies qui leur sont prescrites par les significations de mots déjà établies dans le langage des adultes » (1934/1985). Mais, en dehors de ce champ, Vygotski n'aborde, à notre connaissance, les modes d'intervention de l'adulte dans la formation d'une ZPD, qu'à titre d'exemple de ce que peut faire le psychologue pour différencier les niveaux de développement potentiel de deux enfants ayant le même âge et le même niveau de développement actuel : « Supposons que je leur montre différentes manières de résoudre le problème. Selon les cas, différents expérimentateurs utiliseront différents modes de démonstration : certains peuvent conduire une démonstration dans son entier et demander à l'enfant de la répéter, d'autres peuvent ébaucher la solution et demander à l'enfant de la poursuivre et de l'achever, d'autres encore peuvent le guider par leurs questions. En bref, d'une manière ou d'une autre, je propose aux enfants de résoudre le problème avec mon aide. Dans ces conditions, il s'avère qu'un des enfants peut résoudre des problèmes du niveau douze ans, tandis que le second ne peut résoudre que des problèmes du niveau neuf ans. Peut-on encore dire que leur niveau de développement mental est le même ? , (1935a/1978). Vygotski n'aura pas le temps de développer plus spécifiquement la signification et la portée du concept de ZPD concernant les problèmes d'enseignement apprentissage. Les conclusions didactiques qui peuvent être inférées de ses écrits ont donc donné lieu à un grand nombre d'interprétations, de recherches et de reformulations, portant sur différents domaines, mettant plutôt l'accent sur tel aspect ou sur tel autre, et dont la cohérence n'est pas toujours évidente. Faute de pouvoir discuter ici ces interprétations de manière détaillée (ce que nous nous proposons de faire dans une prochaine note de synthèse), nous nous limiterons à attirer l'attention sur le risque - que nous semblent courir certaines d'entre elles - de dimensionner à l'étroit le concept de ZPD en le pensant et en l'étudiant dans une perspective et en des termes trop exclusivement interactionnistes et/ou trop exclusivement cognitifs.

La description des interactions de tutelle et de la construction de «formats», telle qu'on la trouve par exemple chez Bruner et Hickmann (in Bruner, 1983), à propos de situations qui ne sont pas précisément des situations d'enseignement, est précieuse et fondamentale. Mais elle ne doit pas conduire à sous-estimer le fait que c'est en définitive l'activité de l'enfant dans ce contexte interactif qui est cause du développement, que cette activité ne se comprend pleinement qu'en prenant également en considération la nature des problèmes sur lesquels elle porte et des compétences nécessaires à leur résolution. Les interactions entre l'enfant et l'adulte (ou un pair plus compétent) ne sauraient donc être pensées comme constitutives du processus d'apprentissage si l'on fait abstraction de la spécificité des contenus et activités sur lesquels porte cet apprentissage. Ce qui conduit Vergnaud (1989) à affirmer qu'«une bonne théorie de la zone proximale de développement implique nécessairement une bonne théorie de la référence». Mais l'activité psychique de l'enfant ne saurait être considérée comme purement cognitive ; elle comporte nécessairement des composantes subjectives, tenant à l'affectivité et (à) la volonté » dont Sève (1985) nous rappelle qu'elles peuvent être «elles-mêmes génératrices de zones proximales de développement ». Or, force est de constater, avec Rosa et Montero (1990), que cette question est très peu présente dans les travaux et interprétations concernant la ZPD. En revanche, on trouve dans certains des derniers écrits de Vygotski de quoi se prémunir, au moins conceptuellement, contre ce double risque de dimensionner trop à l'étroit le concept de ZPD voire, plus largement, la théorie vygotskienne dans son ensemble en la présentant comme une théorie interactionniste de la «cognition froide» (17).

Ainsi les analyses que Vygotski consacre au rôle de l'imitation et, surtout, du jeu dans le développement de l'enfant montrent bien que, pour lui, présence et intervention directes d'autrui peuvent ne pas être indispensables à la formation d'une ZPD, et ce aussi bien sur le plan cognitif que sur le plan subjectif. Réfutant les thèses selon lesquelles l'enfant serait capable d'imiter n'importe quel comportement, comme si l'imitation était une conduite mécanique, automatique et inintelligente, Vygotski affirme néanmoins que, à la différence des animaux supérieurs, l'imitation, quand elle n'est pas seulement «singerie », permet à l'enfant de s'élever au-dessus de son niveau de développement actuel, de devenir apte à mener des actions qui ne faisaient jusque-là pas partie de son répertoire de conduites (sur l'imitation, cf. Van der Veer et Valsiner, 1991, 344-345). Quant au jeu, Vygotski affirme, dans une très belle conférence donnée en 1933 (1933/1978), texte fort peu connu en France, qu'il est une activité déterminante pour le développement de l'enfant, et qu'il constitue en lui-même une ZPD pour l'enfant. Le jeu demande, pour être compris dans sa spécificité, à ne pas être étudié du seul point de vue cognitif, posture qui reviendrait à négliger «non seulement la motivation, mais les circonstances de l'activité de l'enfant». Comme d'autres, Vygotski part du fait que l'enfant crée dans le jeu une situation imaginaire qui lui permet de réaliser des désirs qui ne peuvent l'être dans la réalité. Mais il met l'accent sur la pluralité de niveaux que comporte toute situation imaginaire de cette sorte. Ainsi lorsque, pour l'enfant, un bâton devient un cheval, lorsqu'un chiffon devient un bébé, le jeu est constitutif d'un premier mode d'émancipation par rapport à la situation immédiate et à ses contraintes. Ce n'est plus celle-ci qui gouverne les conduites de l'enfant, mais la signification qu'il lui attribue en faisant «comme si» ou en invitant autrui à participer à son «on dirait que... ». Mais si l'enfant s'émancipe ainsi des contraintes de situation, c'est pour se soumettre volontairement aux contraintes propres à la signification qu'il leur confère : il lui faudra se comporter avec le bâton ou le chiffon de manière compatible avec les significations cheval ou bébé qu'il leur attribue. Tout objet ne se prête pas à être transformé en cheval ou en bébé - et en ce sens, le jeu ne peut être considéré comme une activité symbolique reposant sur des signes arbitraires et conventionnels, au même titre que, par exemple, les activités langagières ou mathématiques - mais, une fois cette transformation opérée, elle contraint les possibilités d'action de l'enfant avec le bâton ou le chiffon. Ainsi la pensée se sépare-t-elle des objets et des situations concrets pour créer un univers de signification fictif dont les contraintes sont dès lors mieux reconnues, dans les deux sens du terme, par l'enfant. D'une part, ce qui passait inaperçu dans la vie quotidienne devient, dans le jeu, règle de comportement plus consciente et plus explicite : deux sœurs décidant de «jouer à être sœurs » essaieront de se comporter selon ce qu'elles croient que doit être une sœur, ce qui les obligera à prendre conscience d'un certain nombre de règles de conduites, alors que chacune se comporte dans la vie ordinaire sans penser qu'elle est la sœur de l'autre. D'autre part, l'enfant accepte de se soumettre aux contraintes de la situation imaginaire et en retire un plaisir accru, alors que dans son expérience ordinaire, une telle soumission aux règles est le plus souvent synonyme de renonciation à ce qu'il désire, parfois même liée à la crainte d'être puni. Le jeu permet donc à la contrainte de se mettre au service du désir plutôt que d'être l'obstacle qui en empêche la réalisation, il offre à l'enfant «une nouvelle forme de désirs», créant ainsi des motivations de second ordre, anticipant sur ce qui sera plus tard requis du sujet dans les domaines de l'apprentissage scolaire et du travail. Au total, le jeu, activité externe détournant les objets et les situations de leur usage ordinaire, est à la source de processus internes tels que l'imagination, l'interprétation, la volonté et la création de désirs de second ordre. Il contribue donc bien à la formation d'une ZPD pour l'enfant : «Dans le jeu, l'enfant se situe toujours au-dessus de son âge moyen, au-dessus de son comportement habituel ; dans le jeu, il se situe en quelque sorte une tête au-dessus de lui-même. (...) Bien que le rapport entre jeu et développement puisse être comparé au rapport entre instruction et développement, le jeu fournit un cadre bien plus large pour la transformation des besoins (18) et de la conscience. L'action dans le domaine de l'imaginaire, dans une situation fictive, la création de buts volontaires, la formation de plans de vie réels et de motifs volontaires, tout ceci apparaît dans le jeu et en fait le niveau le plus élevé du développement de l'âge préscolaire ». Deux ans auparavant, Vygotski (1931b/ 1994) écrivait déjà que «le jeu de règles occupe la même place dans le processus de développement de la volonté enfantine que le conflit ou la discussion dans le développement de la pensée».

Cette ZPD qu'est le jeu sert donc tout à la fois la création par l'enfant de nouvelles formes de désirs, de motivations, et de nouveaux modes de rapports et d'attitudes envers la réalité, l'ensemble contribuant, *au travers de l'activité et de ses contraintes spécifiques, à* la reconnaissance - toujours au double sens du terme - de la nécessité des règles de la vie sociale. L'étude développementale du jeu ne paraît dès lors pas très éloignée de celle du langage : «Dans chaque cas, la forme sociale externe (de l'activité) devient plus abstraite et généralisée, tandis que les formes intérieures évoluent vers plus de condensation et de symbolisme personnel. Le langage extériorisé a pour asymptote les concepts scientifiques et pour contrepartie interne le développement du langage intérieur. Les formes extérieures du jeu se développent en jeux de règles et aboutissent aux formes socialement constituées du travail, tandis que le "jeu intérieur" est au fondement du développement de la volonté et de l'imagination» (Lee, 1985).

Ce commentaire nous conduit à revenir à *Pensée et langage* pour montrer combien on ne saurait s'en tenir à une lecture exclusivement cognitiviste de ce qu'y écrit Vygotski, dont les dernières années de la vie sont marquées - en particulier au travers de ses discussions critiques avec Lewin - par un renouveau d'intérêt pour l'étude des relations entre intellect et affect, préoccupation qui était déjà très présente dans ses travaux théoriques concernant la psychologie de l'art. On se souvient que, pour Vygotski, l'intériorisation est toujours un processus productif : ainsi, en devenant langage intérieur, le langage social se transforme parce qu'il est incorporé dans un système qui possède ses propres lois. Parmi celles-ci, une des plus importantes, que nous n'avons pas évoquée jusqu'ici, est la prédominance du sens sur la signification. C'est à Frédéric Paulhan (19) que Vygotski emprunte cette distinction : «Paulhan a rendu un grand service à l'analyse psychologique du langage en introduisant une distinction entre le sens d'un mot et sa signification. Le sens, comme il l'a montré, représente l'ensemble de tous les faits psychologiques que ce mot fait apparaître dans notre conscience. (...) Le sens d'un mot, dit Paulhan, est un phénomène complexe, mobile, qui dans une certaine mesure change constamment selon les consciences et, pour une même conscience, selon les circonstances». Quant à la signification, elle «n'est qu'une des zones du sens que le mot acquiert dans un certain contexte verbal, mais c'est la zone la plus stable, la plus unifiée et la plus précise». Si la signification des mots est sociale, cristallisée sous sa forme la plus pure dans la ou les définition(s) du dictionnaire, elle n'est «qu'une pierre dans l'édifice du sens» (Vygotski, 1934/ 1985, ch. 7).

Pour Van der Veer et Valsiner, Vygotski se référerait ici à un texte publié par Paulhan en 1928. Nous avons jugé préférable de nous appuyer, pour expliciter en quoi Vygotski se réfère à Paulhan, sur un ouvrage publié par celui-ci en 1929, texte étonnamment moderne dans lequel l'auteur s'efforce de distinguer les deux fonctions du langage, communicative et suggestive, pour mieux penser leurs rapports. La fonction communicative repose selon Paulhan sur la signification stricte des mots, signes et discours, signification toujours plus ou moins abstraite, qui vise à être identique pour tous, et dont le modèle, au-delà des définitions du dictionnaire, est le «langage mathématique» ne laissant subsister aucune occasion de doute, aucune polysémie. Cette fonction du langage joue un rôle d'unification des sujets parlants en ce qu'elle permet la circulation des idées, des connaissances et des sentiments. C'est la fonction suggestive du langage qui vient arracher ces significations à leur abstraction pour en développer les «harmoniques», dans la conscience et la personnalité des locuteurs. Les mots agissent alors «en faisant entendre non seulement plus, mais autre chose que ce que normalement ils signifient, en éveillant des idées qui ne sont pas logiquement attirées par les idées transmises (par les significations)». De telles harmoniques se développent par association d'idées et condensation, nous dit Paulhan, en des termes qui ne sont pas sans évoquer les concepts de déplacement et de condensation utilisés par Freud pour caractériser les modes essentiels de fonctionnement des processus inconscients : «La condensation est un fait très général et universel dans le domaine du langage. Il n'y a pas de mot sans doute dont la portée ne dépasse celle que sa signification lui attribuerait strictement. Les circonstances dans lesquelles il est parvenu à l'esprit et la nature de cet esprit l'associent plus ou moins étroitement à un plus ou moins grand nombre d'idées, d'images, d'impressions, et le rendent capable de les éveiller». L'art poétique est, pour Paulhan, le mode majeur de cette fonction suggestive du langage, qui vise à suggérer au lecteur «des états d'âme inspirés sans servilité de ceux du poète», à l'émouvoir, le faire rêver, «intéresser (sa) sensibilité sans l'assujettir, (son) imagination sans l'asservir, (son) intelligence sans lui imposer une suite rigoureuse de propositions enchaînées». À côté de la signification stricte, «la suggestion amène pour l'encadrer, la compliquer, l'enrichir, des idées secondaires, des images de détail, des impressions diverses qui, dans leur ensemble concret, n'appartiennent qu'à une seule personnalité». Alors que la fonction communicative joue un rôle d'unification des sujets parlants, la fonction suggestive joue donc un rôle de différenciation, «donnant à chacun l'occasion de penser, de sentir, d'agir selon sa propre nature». Mais les rapports entre fonction suggestive et fonction communicative, entre sens et signification, entre différenciation et unification, loin d'être rapports d'exclusion réciproque sont, pour Paulhan, rapports d'unité dialectique. Il s'agit bien de penser «l'ensemble que forme leur union» : «Ce qui permet à chacun de nous de développer plus ou moins ce qui vit en lui de personnel et d'unique, c'est justement toute la partie de son âme qui lui est commune avec ses compagnons de vie. C'est, particulièrement, parce qu'il connaît leur langue qu'il pourra se servir à l'occasion des mots de cette langue pour leur rattacher utilement d'autres impressions et d'autres idées. Si les différences individuelles peuvent servir à créer de nouvelles ressemblances sociales, les ressemblances sociales sont aussi à certains égards une aide aux différenciations individuelles» (Paulhan, 1929).

Affirmant qu'une des principales caractéristiques du langage intérieur est la prédominance du sens sur la signification, décrivant la manière dont un mot peut absorber le sens de ceux qui le précèdent ou qui le suivent, affirmant qu'«une phrase vivante, dite par un homme vivant, a toujours un sens latent», Vygotski, de même que Paulhan, attribue au langage intérieur des modes de fonctionnement très proches de ceux que Freud dépeint concernant les processus inconscients (Lee, 1985). Le domaine du sens déborde celui du langage au sens étroit, puisqu'il concerne «l'ensemble de tous les faits psychologiques que (le) mot fait apparaître dans notre conscience » (20), voire, serions-nous tenté de dire plus largement, l'ensemble de tous les faits psychologiques que toute activité - langagière ou non - éveille dans notre psychisme (cf., sur ce point, Leontiev, 1972/1976, 1975/1984 ; Rochex, 1995b). Aussi permet-il d'aborder aux rives de ce que Vygotski nomme «la sphère motivante de notre conscience », de cette «tendance affective et volitive (qui) peut seule répondre au dernier "pourquoi " dans l'analyse de la pensée». La prise en considération de ce «plan dérobé», de la pensée et du psychisme interdit dès lors de séparer pensée et affect, de les penser comme deux processus indépendants, ou de penser leurs rapports comme constants, comme rapports de dépendance unilatérale de l'un par rapport à l'autre. Ainsi affirme-t-il dès le premier chapitre de *Pensée et langage* (rédigé en 1934) que, «celui qui dès le début a séparé pensée et affect s'est ôté à jamais la possibilité d'expliquer les causes de la pensée elle-même car une analyse déterministe de la pensée suppose nécessairement la découverte des mobiles de la pensée, des besoins et des intérêts, des impulsions et des tendances qui dirigent le mouvement de la pensée dans un sens ou dans un autre. De même celui qui a séparé la pensée de l'affect a rendu d'avance impossible l'étude de l'influence que la pensée exerce en retour sur le caractère affectif, volitif de la vie psychique car l'analyse déterministe de la vie psychique exclut aussi bien l'attribution à la pensée d'une force magique capable de définir le comportement de l'homme par son seul système propre que la transformation de la pensée en un inutile appendice du comportement, en son ombre impuissante et vaine». Dans un autre texte (1935a/1994), presque tout entier consacré à une discussion avec Lewin, il affirme que «la pensée qui n'est pas motivée effectivement est impossible, comme le serait l'opération sans cause», mais que, pour autant, «la dynamique de la pensée ne reflète pas les rapports dynamiques qui dominent l'opération concrète. Si la pensée ne changeait rien dans l'opération dynamique, elle ne serait absolument pas nécessaire». Rappel et exigence dialectique qui nous semblent ne rien avoir perdu de leur actualité aujourd'hui où les cloisonnements, voire l'ignorance ou les anathèmes réciproques, entre psychologie cognitive et psychologie clinique semblent se renforcer à la mesure du développement et de la spécialisation des travaux propres à chacune de ces approches.

DÉFECTOLOGIE ET PAIDOLOGIE

L'ensemble des évolutions de la pensée vygotskienne que nous venons de présenter se retrouve dans les nombreux écrits qu'il a consacrés à la défectologie, c'est-à-dire à l'étude théorique et clinique de l'enfant handicapé ou déficient (aveugle, sourd-muet, arriéré mental, etc.) et des problèmes que pose son éducation. Un tel objet d'étude a toujours représenté une part importante des préoccupations de Vygotski, tant de ses recherches, publications et conférences, que de son activité institutionnelle, par exemple à la tête de l'Institut de Défectologie de Moscou. Les textes qui en sont issus, rédigés entre 1924 et 1934 - dont une trentaine sont rassemblés dans le volume 5 de l'édition russe de ses *Œuvres complètes,* parmi lesquels six ont été traduits et publiés en français sous le titre *Défectologie et déficience mentale* (21) - témoignent de cette continuité d'intérêt, mais aussi des évolutions dans la manière dont Vygotski a abordé la question de la déficience et du handicap au fur et à mesure de l'élaboration et des remaniements de son œuvre théorique, dont ils offrent une sorte de modèle miniature.

Les premiers textes que Vygotski consacre à la défectologie mettent fortement l'accent sur l'éducation sociale des enfants handicapés pour compenser ou prévenir les conséquences sociales du handicap de l'enfant (cf. 1925/1994). Le handicap de la cécité ou de la surdité est considéré comme défaut d'une voie de formation de réflexes conditionnés à partir de l'environnement, défaut qui, s'il n'est pas compensé, ne peut qu'affecter la formation des fonctions psychiques supérieures. Ainsi la surdité aurait des conséquences sociales plus graves que la cécité en ce qu'elle peut priver l'enfant concerné d'interactions langagières nécessaires à la communication, à la formation et au développement de la pensée et de la conscience. L'éducation sociale compensatrice a dès lors pour objet de permettre et d'organiser la suppléance d'une fonction par une autre sur le modèle de la substitution d'une voie de formation de réflexes de niveau supérieur à une autre, les différentes voies étant censées être équivalentes. Ainsi l'apprentissage de la lecture du braille ne différerait-il de celui de la lecture ordinaire que par la nature du signe et de la voie sensorielle empruntée : « Ce qui est important est la signification, non le signe. Nous changerons le signe et conserverons la signification », écrit Vygotski en 1924 (cité par Van der Veer et Valsiner, 1991), en des termes encore marqués par l'influence de la réflexologie.

Vygotski évolue rapidement vers une approche plus holistique et inter fonctionnelle du handicap. Réfutant les approches unidimensionnelles et quantitatives du handicap et de la déficience, alors dominantes dans les pays anglo-saxons, et le plus souvent liées à des problématiques de traitement spécifique et d'éducation séparée, il affirme que le handicap et la déficience ne doivent pas être appréhendés en termes de diminution quantitative de l'intelligence ou des performances liées à telle ou telle fonction psychique, mais comme étant une organisation qualitativement différente de l'ensemble de la conduite du sujet handicapé ou déficient, que c'est cette organisation d'ensemble, et non la seule fonction affectée par la déficience ou le handicap, qui doit être au centre de la visée de traitement et d'éducation des sujets concernés. Ainsi pour Vygotski, l'essentiel n'est pas seulement l'étude ou la mesure (ni même la rééducation) d'un défaut spécifique, mais d'abord celle de la manière dont un sujet et son entourage éducatif «font avec» ce défaut, celle de la spécificité du développement du sujet affecté de ce défaut : «Une théorie ne peut se baser seulement sur des hypothèses qui sont négatives, tout comme la pratique éducative ne peut s'édifier à partir d'orientations et de fondements négatifs» ; «Tout comme en médecine l'importance attribuée au malade prime sur l'importance attribuée à la maladie, la défectologie accorde sa priorité à l'enfant affecté par un défaut, le défaut n'étant pas en lui-même le sujet important» (1928b/1994).

Visant à élaborer une théorie dynamique du développement de l'enfant déficient qui ne le réduise pas au développement de fonctions psychiques séparées, dont les unes seraient entravées tandis que les autres se développeraient «normalement », Vygotski ne pouvait manquer de rencontrer tant les théories de la vicariance des sens que les théories de la surcompensation. Les premières insistent sur le fait que la perte ou l'affaiblissement d'une fonction sensorielle stimule le développement d'autres fonctions sensorielles qui viennent ainsi suppléer à la fonction déficiente (ainsi parle-t-on couramment du « sixième sens » des aveugles). Approche partiellement pertinente selon Vygotski (1927/1994), en ce qu'»elle croit qu'aucun défaut ne se réduit à la perte isolée de la fonction, mais qu'il provoque une réorganisation radicale de l'ensemble de la personnalité et qu'il ranime les forces psychiques en leur donnant une nouvelle voie », mais qui demeure insuffisante et naïve parce que reposant sur une «ignorance des éléments sociaux et psychologiques qui interviennent dans (un) processus (de compensation) » qu'elle pense comme processus de nature essentiellement organique (le «sixième sens», des aveugles n'est justement pas un sens, mais un rapport socialement construit au monde qui leur permet de compenser plus ou moins bien leur cécité).

Pour les secondes, s'il y a processus de compensation, celui-ci passe par l'intermédiaire de ce qu'Adler, principal représentant de cette approche, nomme sentiment d'infériorité, lequel, produit de l'affaiblissement de la position sociale du sujet concerné, devient la force dynamique principale du développement psychique. Plusieurs textes témoignent de l'influence exercée dès 1927 (22) par les travaux d'Adler sur la pensée de Vygotski, mais aussi du regard de plus en plus critique qu'il porte sur ces travaux. Non seulement Vygotski affirme la nécessité de distinguer l'importance ainsi attribuée aux processus de compensation des représentations mystiques de la déficience ou de la souffrance comme positives en soi, mais il se démarque de ce qu'il considère comme une vision par trop optimiste du défaut : «Si avec le défaut étaient aussi données les forces permettant de le surmonter, tout défaut serait un bienfait. En est-il toujours ainsi ? En fait, la surcompensation est seulement une des deux issues finales possibles de ce processus, un des deux pôles du développement hypothéqué par le défaut. Le pôle opposé est la compensation manquée, le refus de la maladie, la névrose (...). Entre ces deux pôles, entre ces issues extrêmes s'échelonnent tous les degrés possibles de compensation», (1927/1994). Mais c'est surtout à partir du tournant des années 1930 que les écrits de Vygotski sur la défectologie attestent la transition de l'influence adlérienne à l'approche historico-culturelle du développement psychique, laquelle rend compte du développement de l'enfant déficient comme de celui de l'enfant normal. Dès lors, pour Vygotski, la force motrice principale du développement de l'enfant déficient doit être cherchée, non pas tant dans le sentiment d'infériorité, mais plutôt dans les exigences sociales et cognitives auxquelles l'enfant est (ou non) confronté au travers de la communication, de la collaboration et de l'interaction avec autrui. En ce sens, Vygotski insiste sur la nécessité de distinguer le défaut et ses conséquences directes concernant les fonctions élémentaires (cécité, surdité...), de leurs conséquences «secondaires », liées à ce que l'enfant déficient «a lâché la collectivité» (193lb/1994) et a été «lâché» par elle : «l'exclusion de la collectivité ou le développement social entravé empêche le développement des fonctions psychiques supérieures qui, quand les choses se déroulent normalement, se manifestent directement en liaison avec le développement des activités collectives de l'enfant».

Ce sont ces «conséquences secondaires» qui doivent donc être la cible centrale de l'éducation des enfants handicapés et déficients, laquelle doit viser à être «compensation par le haut», (1 931b/1 994), à combler ou à prévenir le retard de développement culturel lié au «lâchage» de ou par la collectivité, et ce en fournissant à l'enfant des instruments psychologiques, des médiateurs culturels aptes à favoriser son développement en suppléant, autant que faire se peut, au défaut primaire et à ses conséquences directes. D'où les plaidoyers répétés de Vygotski non seulement contre la tendance à regrouper entre eux les enfants affectés du même défaut, mais aussi contre une éducation spéciale insipide, aux aspirations et exigences minimalistes centrées sur l'entraînement des fonctions élémentaires et la domination quasi exclusive du concret, soit sur une visée de compensation «par le bas», éducation qui, selon ses propres termes, «suit la ligne du moindre effort » en «s'adaptant» au handicap et en «effaçant de ses matières tout ce qui exige l'effort de la pensée abstraite» (1931c/1994).

Pour Vygotski, l'étude du développement de l'enfant déficient ou handicapé ne saurait être séparée de celle de l'enfant «normal» et «les études comparatives doivent toujours s'astreindre à une double tâche : la détermination des lois générales et la recherche de leur expression spécifique dans les diverses variantes du développement de l'enfant» (1931b 1994) (23). Une telle tâche nécessite de penser que le développement, normal ou perturbé, n'est jamais développement indépendant de fonctions psychiques séparées, mais établissement et transformation de rapports entre les différentes fonctions. Le développement intellectuel unifie différentes fonctions, différents processus, sans pour autant les rendre identiques ni homogènes, et c'est cette unité complexe et dynamique qu'il s'agit de comprendre en pensant les rapports dont elle est tissée et leur évolution, de même qu'il s'agit de comprendre les rapports d'unité et de discordance entre affect et intellect. De ce point de vue, le texte que Vygotski consacre presque exclusivement à la discussion critique des thèses de K. Lewin sur l'arriération mentale, texte publié en 1935, est tout à fait passionnant. L'approche dynamique de Lewin a l'immense mérite aux yeux de Vygotski de «sortir des limites restreintes de la sphère intellectuelle », de poser la question de «l'unité des sphères intellectuelle et affective dans le développement de l'enfant débile et de l'enfant normal». Mais elle souffre de reposer, d'une part, sur une conception insuffisamment complexe et dynamique du développement intellectuel, d'autre part et surtout sur une hypothèse de dépendance unilatérale du développement intellectuel à l'égard du développement affectif : «Il (Lewin) ne prend en considération qu'une dépendance unilatérale : selon lui, tout dans la vie psychique, dépend de la base dynamique. Mais Lewin ne prend pas en compte l'autre aspect de cette dépendance, à savoir que la base dynamique elle-même se modifie au cours du développement et dépend de l'ensemble des changements subis par la conscience. Il ne connaît pas la règle dialectique selon laquelle la cause et la conséquence changent de place au cours du développement. Il ne reconnaît pas que les créations psychiques, une fois formées sur la base des prémisses dynamiques connues, exercent une influence réciproque sur les processus qui les ont créées. (...) Il suppose que la place de l'affectivité dans la vie psychique reste invariable et constante pendant tout le développement et que, par conséquent, le rapport entre l'intellect et l'affectivité est constant», (1935a/1994).

On l'a dit, Vygotski ne sépare jamais l'étude de l'enfant déficient de celle de l'enfant normal, et son intérêt et son engagement personnel et institutionnel ne se limitent bien sûr pas au champ de la défectologie. Il participe activement au mouvement de constitution de la paidologie comme discipline scientifique autonome. En continuité avec une tradition inaugurée avant la Révolution de 1917 (le premier congrès russe de pédagogie expérimentale ayant eu lieu à Saint-Pétersbourg en 1911), dans des rapports d'échange et de débat avec leurs collègues occidentaux, les psychologues soviétiques des années post-révolutionnaires, confrontés - comme ceux de nombreux autres pays d'Europe - au problème des enfants abandonnés, orphelins, victimes de la guerre, et nourris par l'espoir de contribuer à créer l'homme nouveau de la nouvelle société socialiste, s'efforcent de créer une science de l'enfant comme discipline scientifique intégratrice étroitement liée à la pratique éducative. Le premier congrès de paidologie soviétique se tient ainsi en décembre 1927 et janvier 1928 et débouche sur la publication de la revue *Paidologie* qui se fixe pour objectif «de coordonner toutes les activités paidologiques menées en Union soviétique et de lier plus étroitement les activités de recherche aux besoins du système éducatif» (citée par Van der Veer et Valsiner, 1991). Débutant avec 200 abonnés, la revue en a 1 500 dès la fin de 1929. Soumise à des pressions politiques de plus en plus fortes à partir des années 1930, la paidologie sera l'objet de vives critiques idéologiques de la part des thuriféraires du dogmatisme stalinien qui lui reprocheront d'être trop ouverte à l'influence des travaux occidentaux, et surtout de ne pas suffisamment mettre en valeur les bienfaits de la société et de l'éducation socialistes pour le développement de l'enfant. Un décret de 1936 finira par interdire la paidologie et par exclure les paidologistes de toutes les institutions éducatives où ils travaillaient ; il entraînera également le retrait de la circulation de toutes les œuvres de Vygotski pendant vingt ans. Le terme même *paidologie* deviendra suspect pour de nombreuses années, au point d'être encore remplacé par *psychologie de l'enfant ou psychologie scolaire* dans les premières rééditions de ces œuvres.

Vygotski voit dans la paidologie la base pour une synthèse des différentes disciplines étudiant l'enfant. Mais il récuse tout éclectisme et définit la paidologie comme la science du développement de l'enfant. Ce qui suppose bien évidemment de définir ce qu'est ce développement. Si celui-ci opère par création de formes et structures nouvelles à partir de formes et structures déjà existantes, il ne se déroule pas de manière linéaire dans le temps et comporte des phases d'accélération, de réorganisation brutale, de révolution. Il est de nature hétérochronique, les différentes fonctions et structures se développant de manière inégale et non-proportionnelle. Cette hétérochronie fait qu'une fonction dominante à une étape du développement peut devenir subalterne à l'étape suivante, le développement procédant également par réorganisation des rapports de dominance entre fonctions. D'où la nécessité d'une approche holistique, clinique et génétique - et non plus symptomatique et purement descriptive - du développement. L'étude de celui-ci nécessite de savoir conjuguer et intégrer différentes méthodes traditionnelles (observation, expérimentation, entretiens...) pour pouvoir combiner approches casuistiques longitudinales et approches comparatives. Récusant aussi bien les diverses variantes de l'empirisme que celles de l'apriorisme ou du préformisme, la conception vygotskienne du développement requiert l'étude détaillée des processus par lesquels l'enfant grandit dans la vie sociale, affective et intellectuelle de ceux qui l'entourent, et par lesquels «la culture donne forme à (son) esprit» (Bruner, 1990/1991). D'où la nécessaire étude de l'environnement de l'enfant. Mais la paidologie ne s'intéresse pas à l'environnement en lui-même : ce n'est pas celui-ci qui détermine le développement de l'enfant, mais sa signification pour ce dernier, sa réfraction dans le prisme de son expérience (24). Un environnement semblable n'aura pas le même rôle développemental pour deux enfants différents, ni pour le même enfant à deux étapes différentes de son développement. Une telle conception, commune à toutes les théories constructivistes du développement, apparaît aujourd'hui relativement banale. Ce qui l'est moins et qui oblige à pluraliser le terme constructivisme, est l'idée selon laquelle «l'environnement n'est pas le cadre, mais la source du développement » (Vygotski, 1935b/1994). En effet, alors que, selon les termes utilisés par Gréco (1980), dans la théorie piagétienne, «l'apparente finalité (du développement) n'est que l'aspect d'une causalité séquentielle interne », il en va tout autrement dans la théorie vygotskienne. Pour celle-ci, le caractère particulier des rapports entre le développement de l'enfant et son environnement réside en ce que les conduites et les structures que le processus de développement doit permettre à l'enfant d'atteindre existent dans son environnement dès le tout début de ce processus et en influencent les toutes premières étapes : *«Dans le développement de l'enfant, ce qui est atteint à la fin et comme résultat du développement est* *disponible dans l'environnement dès le tout début. (...) Quelque chose qui est supposé prendre forme à la toute fin du développement est, d'une manière ou d'une autre, influent dès les toutes premières étapes* de ce *développement»,* (1935b/1994, souligné par Vygotski). Si finalité il y a, elle s'origine dans le débat entre le sujet et les instruments psychologiques et culturels qui lui permettent de vivre et de grandir dans son environnement physique et humain ; elle n'est pas l'image inversée d'une causalité séquentielle interne du développement qui, dès lors, ne peut avoir ce caractère nécessaire et universel ni ce soubassement rationnel homogène que lui confère la théorie piagétienne.

*
**

On le voit, le programme théorique établi par Vygotski et les réquisits méthodologiques (au sens que les psychologues soviétiques donnent à ce mot) qui en découlent excèdent largement ce que lui-même a pu en réaliser durant sa trop courte vie, ce qui a conduit différents auteurs à dire que son œuvre est plus d'ordre théorique et épistémologique que réellement d'ordre psychologique (cf. par exemple Davydov et Radzikhovskii, 1985 ; Wertsch, 1990, Van der Veer, 1996). Ce qui, tout à la fois, confère encore aujourd'hui à cette œuvre une grande portée anticipatrice et une extraordinaire puissance heuristique pour la psychologie et, plus généralement, la recherche en éducation, et rend compte de la grande diversité et des différences d'accentuation des nombreux travaux, commentaires et interprétations auxquels elle a donné lieu, voire de leurs divergences. Ces différences ou divergences incitent à revenir sur certaines questions que le travail de Vygotski laisse ouvertes. Nous n'en citerons que trois à titre d'exemple : le problème de la détermination de l'unité (ou des unités) de base du développement psychique (Zinchenko, 1985), unité de base qui doit non seulement conserver les propriétés du tout mais contenir en son sein le principe de contradiction, de discordance créatrice en lequel Vygotski voit le moteur du développement ; celui des rapports de continuité et de rupture, de dépassement et de régression, entre la théorie de Vygotski et la théorie de l'activité élaborée par Leontiev et ses élèves (Leontiev, 1972/1976, 1972/1981, 1975/1984 ; Davydov et Radzikhovskii, 1985), problème que l'on peut élargir à celui des rapports entre l'activité de travail et le développement du psychisme (Pastré, Samurçay et Bouthier, 1995 ; Rabardel, 1995 ; Clot, 1995a) ; celui, enfin, des rapports très complexes dans l'œuvre de Vygotski entre conceptions du développement et conception de l'histoire (Scribner, 1985 ; Cole, 1990 Wertsch, 1996). Ces développements dépassent le cadre du présent travail ; ils seront en partie l'objet d'une prochaine note de synthèse qui s'efforcera également d'interroger les usages que fait de l'œuvre de Vygotski la recherche contemporaine en éducation.

NOTES

(1) Pour tout ouvrage ou article dont nous citons une traduction, nous indiquerons comme nous le faisons ici la date de publication (ou de rédaction) dans la langue originale, puis la date de publication de la traduction à laquelle nous nous référons. Pour ce qui est des textes de Vygotski non publiés de son vivant (ou immédiatement après sa mort), la première date indiquée est la date de rédaction. Toutes les citations de textes publiés en anglais sont traduites par nos soins.

(2) La transcription en caractères romains des noms russes écrits en caractères cyrilliques est toujours plus ou moins problématique. Nous avons adopté la graphie *Vygotski* retenue par Françoise Sève, traductrice de *Pensée et Langage,* graphie qui respecte la différence existant entre les deux phonèmes vocaliques initial et final du nom russe original. Si les graphies adoptées pour transcrire ce nom varient selon les langues - *Vigotsky* en espagnol, *Vygotskij* en italien, *Vigotskii* en portugais, *Vygotsky* en anglais et dans certaines publications francophones - il est à noter que la graphie *Vygotsky* est la seule qui fasse fi de cette différence (cf. Castorina, Ferreiro et *alii,* 1996).

(3) On trouvera bien sûr en bibliographie l'ensemble des textes de Vygotski publiés en français. Reste que les ouvrages et revues concernés ne sont pas toujours très bien diffusés, ni même accessibles. Ainsi la traduction française de *Pensée et langage* n'est-elle plus disponible en librairie depuis plusieurs années. Elle devrait être rééditée (dans une version revue et corrigée) dans les prochains mois aux Éditions La Dispute.

(4) On fera ça et là quelques allusions à des travaux hispanophones ou italianophones, mais de manière occasionnelle et extrêmement prudente. Je dois à Pietro Barbato d'avoir pu prendre connaissance des textes italiens cités en bibliographie.

(5) Nous adoptons ici l'orthographe *paidologie* affichant l'étymologie issue du grec *paidos,* plutôt que l'orthographe plus courante *pédologie* qui désigne aussi bien l'étude de l'enfant que celle des sols, ambiguïté qui n'existe pas dans le mot anglais *paedology.*

(6) Cette passion pour l'Art, de même que leur commune admiration pour l'œuvre de Spinoza et leur souci commun de promouvoir une approche historico-culturelle en psychologie, rend la démarche suivie par Vygotski très proche par certains aspects de celle du psychologue français Meyerson (cf. Meyerson 1948, 1987 ; Parot ed., 1996).

(7) Elle apparaît en cela très proche - y compris par ce que l'on peut considérer comme une certaine méconnaissance du remaniement structural de la théorie freudienne - de celle de Wallon. Les convergences de vue entre la pensée vygotskienne et la pensée wallonienne sont d'ailleurs extrêmement fortes, bien au-delà de leur commun rapport - d'approbation et de distance critique - à l'égard de la psychanalyse. Elles mériteraient d'être développées et discutées systématiquement, ce que nous ne pouvons évidemment pas faire ici.

(8) Des rapprochements féconds peuvent évidemment être opérés sur ce point entre l'œuvre de Vygotski et celle de Bakhtine (cf. Lee, 1985 ; François, 1989 ; Wertsch, 1990; Kozulin, 1990). Il semble cependant que Vygotski n'ait pas eu connaissance du travail de Bakhtine.

(9) «Le principal défaut de tout matérialisme jusqu'ici (y compris celui de Feuerbach) est que l'objet extérieur, la réalité, le sensible ne sont saisis que sous la forme *d'Objet ou d'intuition,* mais non en tant *qu'activité humaine sensible, en* tant que *pratique,* de façon subjective. C'est pourquoi en opposition au matérialisme l'aspect *actif* fut développé de façon abstraite par l'idéalisme, qui ne connaît naturellement pas l'activité réelle, sensible, comme telle. Feuerbach veut des objets sensibles, réellement distincts des objets de la pensée, mais il ne saisit pas l'activité humaine elle-même en tant qu'activité *objective* » (Marx, 1845/1976).

(10) Ce texte est la mise en forme, par A.N. Leontiev, des notes prises lors d'une conférence prononcée par Vygotski lors d'un séminaire interne à l'Institut de Psychologie de Moscou en 1933 ou 1934. Il a été publié pour la première fois en 1968, et repris dans le Tome 1 de l'édition russe des *Œuvres complètes.* Il demeure, à notre connaissance, inédit en français et en anglais. Nous remercions Françoise Sève d'avoir

bien voulu nous en communiquer une traduction de travail. Le passage cité ici l'est également, dans un découpage et une traduction légèrement différents, par Friedrich (1997).

(11) Le travail d'Husserl auquel Vygotski emprunte cet exemple est lui-même inspiré par les travaux de Frege auquel on doit d'avoir le premier opéré la distinction entre sens et référence (cf. Lee, 1985).

(12) Vygotski met en évidence l'importance génétique de cette contradiction entre coïncidence de la référence et non-coïncidence de la signification dès les premières formes d'interaction entre adulte et enfant en insistant sur la fonction indicative du langage pour celui-ci : « nos premiers mots ont valeur d'indication pour l'enfant. Cette fonction indicative est première dans le développement du langage, elle est celle dont découlent toutes les autres » (Vygotski, 1 931a/1 981).

(13) Selon Kozulin (1990), le terme russe *slovo,* que nous traduisons en français par *mot,* a souvent valeur de synecdoque sous la plume de Vygotski qui l'utiliserait pour désigner toute forme de discours verbal. Cf. également Wertsch, 1981, note p. 158.

(14) Sur l'influence des travaux de Janet sur Vygotski, cf. Wertsch et Addison Stone, 1985, et surtout Van der Veer et Valsiner, 1988 et Van der Veer, 1994 (les uns et les autres semblent d'ailleurs diverger quant aux textes précis de Janet auxquels Vygotski ferait allusion, les indications bibliographiques fournies par celui-ci étant presque toujours extrêmement sommaires, voire inexistantes).

(15) Van der Veer et Valsiner (1991) font remarquer avec pertinence que, paradoxalement, Vygotski dépeint les caractéristiques du langage intérieur en prenant appui essentiellement sur des travaux de linguistique ou sur des exemples tirés de la littérature, mais n'utilise pratiquement jamais les matériaux recueillis au cours de ses propres recherches sur le langage égocentrique pour ce faire. On trouvera cependant un (court) exemple de ce type de matériau dans Vygotski, 1930b/1978.

(16) Le terme russe *obutchénié,* le plus souvent traduit en français par apprentissage (en anglais par *learning),* peut l'être également par enseignement *(teaching),* voire par instruction ou entraînement *(training).* En toute rigueur, dans ce qui suit, il faudrait à chaque fois écrire enseignement apprentissage là où, suivant en cela le texte français de *Pensée et langage,* on n'écrira qu'apprentissage.

(17) Ce terme est emprunté à un texte de J. Lautrey (1989), dans lequel celui-ci déplore que , « dans l'état actuel des choses - et il serait temps qu'il change - la psychologie cognitive est celle de la cognition " froide ". L'analyse des intrications entre la cognition et l'affectivité, le désir, la motivation, est encore, pour l'essentiel, prise en charge par la psychologie clinique ».

(18) Au tout début de ce texte, Vygotski définit ce qu'il entend par *besoins,* c'est-à-dire « au sens le plus large, (...) toute chose qui est un motif pour l'action ,.

(19) Père de Jean Paulhan, conservateur de la bibliothèque de Nîmes, Frédéric Paulhan (1856-1931) a laissé une œuvre importante, quoique aujourd'hui oubliée, qui embrasse toutes les branches de la philosophie ; on y trouve en particulier une psychologie générale. Une présentation générale de l'œuvre de F. Paulhan a été rédigée par C. Bellon (1960), selon lequel « le matérialisme dialectique de F. Paulhan» est beaucoup plus proche de l'existentialisme athée que du marxisme, dont il rejette le matérialisme historique et la vision optimiste de l'homme et de l'histoire.

(20) C'est pourquoi la fréquente identification du couple sens/signification au couple connotation/dénotation entendu au seul sens linguistique nous paraît, là encore, dimensionner à l'étroit la question posée par Vygotski.

(21) Ces textes offrent au lecteur francophone un éclairage nouveau et précieux sur l'œuvre de Vygotski. On ne peut malheureusement que déplorer que le travail critique et éditorial qui les accompagne laisse trop souvent à désirer : absence de bibliographie, transcriptions fantaisistes et éminemment variables des noms propres, traductions parfois plus que douteuses, absence de présentation et de mise en contexte de ces différents textes...

(22) C'est en 1927 qu'est paru l'ouvrage d'Adler intitulé *Praxis und Theorie der Individual psychologie,* qui a fortement influencé la pensée de Vygotski sur la défectologie.

(23) On mesurera l'actualité d'un tel programme, et plus généralement de la problématique à partir de laquelle Vygotski aborde la question de la déficience, à la lecture des textes rassemblés par Michel Deleau et Annick Weil-Barais, 1994, et en particulier des textes qui approchent le handicap comme « un système organisé, adaptatif et intégré, qui a sa dynamique et ses flexibilités propres » (Nadel, 1994). Cf. également Deleau, 1997.

(24) Une telle conception de l'environnement est très proche des positions de Canguilhem (1947) ou de Wallon (1954) affirmant que le milieu de toute espèce, de tout vivant, de tout enfant est spécifique et ne se confond pas avec le milieu commun et universel (Rochex, 1997).

BIBLIOGRAPHIE

BARISNIKOV K., PETITPIERRE G. (1994). - Introduction. *In* L.S. VYGOTSKI, **Déficience et défectologie mentale.** Recueil de textes édités sous la direction de K. Barisnikov et G. Petitpierre. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 17-30.

BELLON C. (1960). - Le matérialisme dialectique de Frédéric Paulhan. **Revue de métaphysique et de morale,** 65e année, n° 1, p. 58-87.

BERTRAND M. (1990). - **La pensée et le trauma. Entre psychanalyse et philosophie.** Paris : L'Harmattan.

BLANCK G. (1990). - Vygotsky : the man and his cause. *In* L.C. MOLL, **Vygotsky and Education. Instructional implications and applications of sociohistorical psychology.** Cambridge : Cambridge University Press, p. 31-58.

BONNEFOY Y. (1988). - Lever les yeux de son livre. **Revue française de psychanalyse,** n° 37, **La lecture,** p. 9-19.

BRONCKART J.-P. (1985). - Vygotsky, une oeuvre en devenir. *In* B. SCHNEUWLY, J.-P. BRONCKART (Eds.), **Vygotsky aujourd'hui.** Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 7-21.

BROSSARD M. (1989). - Espace discursif et activités cognitives : un apport de la théorie vygotskienne. **Enfance,** Tome 42, n° 1-2, p. 49-56.

BRUNER J.S. (1962). - Introduction. *In* L.S. Vygotsky, **Thought and language.** Cambridge : MIT Press, p. v-xviii.

BRUNER J.S. (1983). - **Le développement de l'enfant : savoir-faire, savoir dire.** Traduction française et présentation par M. Deleau. Paris : PUF.

BRUNER J.S. (1985). - Vygotsky : a historical and conceptual perspective. *In* J.V. WERTSCH, **Culture, communication and cognition : Vygotskian perspectives.** Cambridge : Cambridge University Press, p. 21-34.

BRUNER J.S. (1987). - Prologue. *In* L. S. Vygotsky, **Collected Works,** vol. 1. New York : Plenum, p. 116.

BRUNER J.S. (1990/1991). -... **Car la culture donne forme à l'esprit.** Traduction française d'Yves Bonin. Paris : Eshel.

BRUNER J.S. (1996). - **L'éducation, entrée dans la culture.** Traduction française d'Yves Bonin. Paris : Retz.

CANGUILHEM G. (1947). - Le vivant et son milieu. *In* G. CANGUILHEM (1965), **La connaissance de la vie.** Paris : Vrin.

CASTORINA J.A., FERREIRO E., KOHL DE OLIVEIRA M., LERNER D. (1996). - **Piaget - Vigotsky : contribuciones para replantear el debate.** Buenos Aires-Barcelone : Paidos.

CLOT Y. (1995a). - **Le travail sans l'homme ? Pour une psychologie des milieux de travail et de vie.** Paris : La Découverte.

CLOT Y. (1995b). - Présentation de l'article de VYGOTSKI « Psychisme, conscience, inconscient ». **Société française,** n° 51/1.

COLE M. (1976). - Introduction. *In* L.S. VYGOTSKI. Consciousness as a problem of the psychology of behavior. **Soviet psychology,** XVII, 4.

COLE M. (1985). - The zone of proximal development : where culture and cognition create each other. *In* J.V. WERTSCH, **Culture, communication and cognition : Vygotskian perspectives.** Cambridge : Cambridge University Press, p. 146-161.

COLE M. (1988). - Cross-cultural research in the sociohistorical tradition. **Human Development,** 31, p. 137-157.

COLE M. (1990). - Cognitive development and formal schooling : The evidence from cross-cultural research. *In* L.C. MOLL, **Vygotsky and Education. Instructional implications and applications of sociohistorical psychology.** Cambridge : Cambridge University Press, p. 89-1 1 0.

COLE M., SCRIBNER S. (1978). - Introduction. *In* L.S. VYGOTSKI, **Mind in society. The development of higher psychological processes.** Cambridge, London : Harvard University Press, p. 1-14.

DAVYDOV V.V., RADZIKHOVSKII L.A. (1985). Vygotsky's theory and the activity-oriented approach in psychology. *In* J.V. WERTSCH, **Culture, communication and cognition : Vygotskian perspectives.** Cambridge : Cambridge University Press, p. 35-65.

DELEAU M. (1990). - **Les origines sociales du développement mental.** Paris : Armand Colin.

DELEAU M. (1997). - Les déficiences et l'approche comparative du développement. *In* C. MORO, B. SCHNEUWLY et M. BROSSARD (Eds.) **Outils et signes. Perspectives actuelles de la théorie de Vygotski.** Bern : Peter Lang.

DELEAU M., WEIL-BARAIS A. (Eds.) (1994). - **Le développement de l'enfant, approches comparatives.** Paris : PUF.

FRANÇOIS F. (1989). - Langage et pensée : dialogue et mouvement discursif chez Vygotski et Bakhtine. **Enfance,** Tome 42, n° 1-2, p. 39-48.

FREUD S. (1913/1980). - **L'intérêt de la psychanalyse.** Paris : Retz.

FRIEDRICH J. (1997). - Le mythe de l'unité épistémologique de l'école historico-culturelle. L.S. Vygotski *vs* A.N. Leontiev. *In* C. MORO, B. SCHNEUWLY et M. BROSSARD (Eds.), **Outils et signes. Perspectives actuelles de la théorie de Vygotski.** Bern : Peter Lang.

GRECO P. (1980). - Article , «Jean Piaget» ,. **Encyclopaedia Universalis,** vol. 13.

HUSSERL E. (1900/1959). - **Recherches logiques.** Paris : PUF.

KOZULIN A. (1990). - **Vygotsky's psychology. A biography of ideas.** New York : Harvester Wheatsheaf.

LAUTREY J. (1989). - Réussite et échec scolaires : différents éclairages. Introduction. **Psychologie française,** n° 34-4, p. 223-228.

LEE B. (1985). - Intellectual origins of Vygotsky's semiotic analysis. *In* J.V. WERTSCH, **Culture, communication and cognition : Vygotskian perspectives.** Cambridge : Cambridge University Press, p. 66-93.

LEONTIEV A.N. (1972/1976). - **Le développement du psychisme.** Paris : Éditions Sociales.

LEONTIEV A.N. (1972/1981). - The problem of activity in psychology. *In* J.V. WERTSCH (Ed.), **The concept of activity in soviet psychology.** New York : M.E. Sharpe, p. 37-71.

LEONTIEV A.N. (1975/1984). - **Activité, conscience, personnalité.** Moscou : Éditions du Progrès.

LURIA A. (1976). - **Cognitive Development : Its Cultural and Social Foundations.** Cambridge : Harvard University Press.

LURIA A. (1982/1985). - **Itinéraires d'un psychologue.** Moscou : Éditions du Progrès (cet ouvrage est une variante de celui paru en 1979 aux États-Unis sous le titre **The making of mind).**

MANACORDA M. A. (1979). - La pédagogia di Vygotskij. **Riforma della scuola,** n° 7, p. 31-40.

MARTI E. (1996). - Mechanisms of internalisation and externalisation of knowledge in Piaget's and Vygotsky's theories. *In* A. TRYPHON et J. VONECHE, **Piaget - Vygotsky : The social genesis of thought.** Hove : Psychology Press, p. 57-83.

MARX K. (1845/1976). - **Thèses sur Feuerbach.** *In* **L'idéologie allemande.** Paris : Éditions sociales.

MARX K. (1867/1976). - **Le Capital. Livre premier.** Paris : Éditions sociales.

MECACI L. (1979). - Vygotskij : per una psicologia dell'uomo. **Riforma della scuola,** n° 7, p. 24-30.

MECACI L. (Ed.) (1983). - **Vygoskij. Antologia di scritti.** Bologne : Il Mulino.

MECACI L. (1987). - Le cerveau et la culture. **Le Débat,** n° 47, p. 184-192.

MEYERSON I. (1948). - **Les fonctions psychologiques et les oeuvres.** Paris : Vrin. Réédition, Paris : Albin Michel, 1995.

MINICK N. (1985). - **L.S. Vygotski and Soviet Activity Theory.** Dissertation for Doctor of Philosophy. University of Evanston, Illinois.
de Vygotsky. Liège : Pierre Mardaga, p. 5-24.

MOLL L.C. (1990). - **Vygotsky and Education. Instructional implications and applications of sociohistorical psychology.** Cambridge : Cambridge University Press.

MORO C., RODRIGUEZ C., SCHNEUWLY B. (1990). - Présentation. *In* A. RIVIERE, **La psychologie**

MORO C., SCHNEUWLY B. (1997). - L'outil et le signe dans l'approche du fonctionnement psychologique. *In* C. MORO, B. SCHNEUWLY, M. BROSSARD (Eds.). **Outils et signes. Perspectives actuelles de la théorie vygotskienne.** Bern : Peter Lang.

MORO C., SCHNEUWLY B., BROSSARD M. (Eds.) (1997). - **Outils et signes. Perspectives actuelles de la théorie vygotskienne.** Bern : Peter Lang.

NADEL J. (1994). - Troubles et handicaps du développement et développement normal :quels modèles pour quelles comparaisons ? *In* M. DELEAU et A. WEIL-BARAIS (Eds.), **Le développement de l'enfant, approches comparatives.** Paris : PUF.

PAROT F. (Ed.) (1996). - **Pour une psychologie historique. Écrits en hommage à Ignace Meyerson.** Paris : PUF.

PASTRÉ P., SAMURÇAY R., BOUTHIER D. (Eds.) (1995). - **Le développement des compétences. analyse du travail et didactique professionnelle. Éducation permanente,** n° 123.

PAUHLAN F. (1928). - Qu'est-ce que le sens des mots ? **Journal de psychologie normale et pathologique,** n° 25, p. 289-329.

PAUHLAN F. (1929). - **La double fonction du langage.** Paris : Librairie Félix Alcan.

PIAGET J. (1947). - **La psychologie de l'intelligence.** Paris : Armand Colin.

PIAGET J. (1975). - **L'équilibration des structures cognitives. Problème central du développement.** Paris : PUF.

RABARDEL P. (1995). - **Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains.** Paris : Armand Colin.

RICŒUR P. (1975). - **La métaphore vive.** Paris : Seuil.

RIVIÈRE A. (1985/1990). - **La psychologie de Vygotsky.** Liège : Pierre Mardaga.

ROCHEX J.-Y. (1994). - Article , «Vygotski». *In* P. CHAMPY et C. ETEVE (Eds.), **Dictionnaire encyclopédique de l'éducation et de la formation.** Paris : Nathan, p.1042-1046.

ROCHEX J.-Y. (1995a). - L'enfance, appel de culture. « Constructiviste », la psychologie du développement n'est pas nécessairement « puérocentrique ». **Le Télémaque. Éducation et philosophie,** n°2 **Enfance et exigences,** p. 26-39.

ROCHEX J.-Y. (1995b). - **Le sens de l'expérience scolaire.** Paris : PUF.

ROCHEX J.-Y. (1997). - **La notion de milieux chez Henri Wallon : milieux, groupes et psychogenèse de l'enfant.** Communication au colloque **Connaître et comprendre l'oeuvre de Henri Wallon,** Université d'Amiens, mars 1997.

ROSA A., MONTERO I. (1990). - The historical context of Vygotsky's work : a sociohistorical approach. *In* L.C. MOLL, **Vygotsky and Éducation. Instructional implications and applications of sociohistorical psychology.** Cambridge : Cambridge University Press, p. 59-88.

SAKHAROV L. (1930/1994). - Methods for investigating concepts. *In* R. VAN DER VEER et J. VALSINER (Eds.), **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford : Blackwell, p. 73-98..

SCHNEUWLY B. (1985). - La construction sociale du langage écrit chez l'enfant. *In* B. SCHNEUWLY, J.-P. BRONCKART (Eds.), **Vygotsky aujourd'hui.** Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 169-201.

SCHNEUWLY B. (1987). - Les capacités humaines sont des constructions sociales. Essai sur la théorie de Vygotsky. **European Journal of Psychology of Education,** Vol. 1, n° 4, p. 5-16.

SCHNEUWLY B. (1988). - La conception vygotskienne du langage écrit. **Etudes de linguistique appliquée,** n°73, p. 107-117.

SCHNEUWLY B. (1989). - Le septième chapitre de *Pensée et langage* de Vygotski : esquisse d'un modèle psychologique de production langagière. **Enfance,** Tome 42, n° 1-2, p. 23-30.

SCHNEUWLY B. (1994). - Contradiction and development : Vygotski and paedology. **European Journal of Psychology of Education,** Vol. IX, n° 4, p. 281-291.

SCHWARTZ Y. (1988). - **Expérience et connaissance du travail.** Paris : Éditions sociales - Messidor.

SCRIBNER S. (1985). - Vygotsky's uses of history. *In* J.V. WERTSCH, **Culture, communication and cognition : Vygotskian perspectives.** Cambridge : Cambridge University Press, p. 119-145.

SEVE L. (1985). - Avant-propos. *In* L. S. VYGOTSKI, **Pensée et langage.** Traduction française de F. Sève. Paris : Messidor - Éditions Sociales.

SEVE L. (1989). - Dialectique et psychologie chez Vygotski. **Enfance,** Tome 42, n° 1-2, p. 11-16.

TABOURET-KELLER A. (1989). - De quoi parle Vygotski quand il parle de la langue ? **Enfance,** Tome 42, n° 1-2, p. 17-22.

TRYPHON A., VONECHE J. (Eds.) (1996). - **Piaget Vygotsky : The social generis of thought.** Hove : Psychology Press.

VAN DER VEER R. (1994a). - Pierre Janet's relevance for a sociocultural approach. *In* A. ROSA et J. VALSINER (Eds.), **Explorations in socio-cultural studies,** Vol. 1 **Historical and theoretical discourse.** Madrid : Fundacion Infancia y Apprendizaje.

VAN DER VEER R. (1994b). - The concept of development and the development of concepts. Education and development in Vygotsky's thinking. **European Journal of Psychology of Education,** Vol. IX, n° 4, p. 293-300.

VAN DER VEER R. (1996). - Structure and development. Reflections by Vygotsky. *In* A. TRYPHON et J. VONECHE, **Piaget - Vygotsky : The social genesis of thought.** Hove : Psychology Press, p. 45-56.

VAN DER VEER R., VALSINER J. (1988). - Lev Vygotski and Pierre Janet : On the origin of the concept of sociogenesis. **Developmental Review,** 8, p. 52-65.

VAN DER VEER R., VALSINER J. (1991). - **Understanding Vygotsky. A quest for synthesis.** Cambridge-Oxford : Blackwell.

VAN DER VEER R., VALSINER J. (Eds.) (1994). - **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford : Blackwell.

VERGNAUD G. (1989). - La formation des concepts scientifiques. Relire Vygotski et débattre avec lui aujourd'hui. **Enfance,** Tome 42, n°1-2, p. 111-118.

VYGOTSKI L.S. (1925/1971). - **The psychology of art.** Cambridge : MIT Press.

VYGOTSKI L.S. (1925a/1994). - **La conscience comme problème de la psychologie du comportement.** Traduction française de F. Sève. **Société française** n° 50.

VYGOTSKI L.S. (1925b/1994). - Principles of social éducation for deaf and dumb children in Russia. *In* R. VAN DER VEER et J. VALSINER (Eds.), **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford : Blackwell, p. 19-26.

VYGOTSKI L.S. (1926/1994). - The methods of reflexological and psychological investigation. *In* R. VAN DER VEER et J. VALSINER (Eds.), **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford : Blackwell, p. 27-45.

VYGOTSKI L.S. (1926/1996). - The historical meaning of the psychological crisis. A methodological investigation. *In* R. RIEBER (Ed.), R. VAN DER VEER (Trans.), **The collected works of L.S. Vygotsky. Vol. 3. Problems of the theory and history of psychology.** New York, London : Plenum Press.

VYGOTSKI L.S. (1927/1994). - Défaut et compensation. *In* L.S. VYGOTSKI, **Déficience et défectologie mentale.** Recueil de textes édités sous la direction de K. Barisnikov et G. Petitpierre. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 85-115.

VYGOTSKI L.S. (1928a/1994). - La conception dynamique du caractère de l'enfant. *In* L.S. VYGOTSKI, **Déficience et défectologie mentale.** Recueil de textes édités sous la direction de K. Barisnikov et G. Petitpierre. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 237-258.

VYGOTSKI L.S. (1928b/1994). - Les fondements de la défectologie. *In* L.S. VYGOTSKI, **Déficience et défectologie mentale.** Recueil de textes édités sous la direction de K. Barisnikov et G. Petitpierre. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 31-83.

VYGOTSKI L.S. (1929/1994), - The problem of the cultural development of the child. *In* R. VAN DER VEER et J. VALSINER (Eds.), **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford : Blackwell, p. 57-72.

VYGOTSKI L.S. (1930/1972). - **Immaginazione e creatività nell'età infantile.** Roma : Riuniti.

VYGOTSKI L.S. (1930a/1978). - Internalization of higher psychological functions. *In* L.S. VYGOTSI, **Mind in society. The development of higher psychological processes.** Cambridge, London : Harvard University Press, p. 52-57.

VYGOTSKI L.S. (1930b/1978). - Tool and symbol in child development. *In* L.S. VYGOTSI, **Mind in society. The development of higher psychological processes.** Cambridge, London : Harvard University Press, p. 19-30.

VYGOTSKI L.S. (1930/1985). - La méthode instrumentale en psychologie. *In* B. SCHNEUWLY et J.-P. BRONCKART (Eds.), **Vygotsky aujourd'hui,** Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 39-47. Traduction anglaise *in* J.V. WERTSCH (Ed.), **The concept of activity in soviet psychology.** New York : M.E. Sharpe, p. 134-143.

VYGOTSKI L.S. (1930/1986). - **La imaginacion y el arte en la infancia.** Madrid : Akal.

VYGOTSKI L.S. (1930/1994). - The socialist alteration of man. *In* R. VAN DER VEER et J., VALSINER (Eds.), **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford : Blackwell, p. 175-184.

VYGOTSKI L. S. (1930/1995). - **Psychisme, conscience, inconscient.** Traduction française de F. Sève. **Société française** n° 51/1.

VYGOTSKI L.S. (1931/1978). - Problems of method. *In* L.S. VYGOTSI, **Mind in society. The development of higher psychological processes.** Cambridge, London : Harvard University Press, p. 58-75.

VYGOTSKI L.S. (193la/1981). - The development of higher forms of attention in childhood. *In* J.V. WERTSCH (Ed.), **The concept of activity in soviet psychology.** New-York : M.E. Sharpe, p. 189-240.

VYGOTSKI L.S. (193lb/1981). - The genesis of higher mental functions. *In* J.V. WERTSCH (Ed.), **The concept of activity in soviet psychology.** New York : M.E. Sharpe, p. 144-188.

VYGOTSKI L.S. (1931/1985). - **Les bases épistémologiques de la psychologie** (titre donné par B. Schneuwly et J.-P. Bronckart au rassemblement d'extraits du texte *Histoire du développement des fonctions psychiques supérieures* écrit en 1931). *In* B. SCHNEUWLY, J.-P. BRONCKART (Eds.), **Vygotsky aujourd'hui.** Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 25-38.

VYGOTSKI L.S. (193la/1994). - Imagination and creativity of the adolescent. *In* R. VAN DER VEER et J. VALSINER (Eds.), **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford : Blackwell, p. 266-288.

VYGOTSKI L.S. (193lb/1994). - La collectivité comme facteur de développement de l'enfant handicapé. *In* L.S. VYGOTSKI, **Déficience et défectologie mentale.** Recueil de textes édités sous la direction de K. Barisnikov et G. Petitpierre. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 155-194.

VYGOTSKI L.S. (1931c/1994). - Le problème de la compensation dans le développement de l'enfant mentalement arriéré. *In* L.S. VYGOTSKI, **Déficience et défectologie mentale.** Recueil de textes édités sous la direction de K. Barisnikov et G. Petitpierre. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 117-154.

VYGOTSKI L.S. (1933/1968). - Le problème de la conscience. *In* A.R. LURIA et M.G. YAROCHEVKY, **L. S. Vygotski : Œuvres complètes. Vol. 1.** Moscou : Pedagogika. Traduction de travail inédite de F. Sève.

VYGOTSKI L.S. (1933/1978). - The role of play in development. *In* L.S. VYGOTSKI, **Mind in society. The development of higher psychological processes.** Cambridge, London : Harvard University Press, p. 92-104.

VYGOTSKI L.S. (1934/1985). - **Pensée et langage,** traduction française de F. Sève. Paris : Messidor Éditions Sociales.

VYGOTSKI L.S. (1934a/1994). - Fascism in psychoneurology. *In* R. VAN DER VEER et J. VALSINER (Eds.), **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford : Blackwell, p. 327-337.

VYGOTSKI L.S. (1934b/1994). - The development of academic concepts in school aged children. *In* R. VAN DER VEER et J. VALSINER (Eds.), **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford : Blackwell, p. 355-370.

VYGOTSKI L.S. (1934c/1994). - Thought in schizophrenia. *In* R. VAN DER VEER et J. VALSINER (Eds.), **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford : Blackwell, p. 313-326.

VYGOTSKI L.S. (1934/1995). - **Apprentissage et développement à l'âge préscolaire.** Traduction française de F. Sève. **Société française** n° 52/2.

VYGOTSKI L.S. (1935a/1978). - Interaction between learning and development. *In* L.S. VYGOTSKI, **Mind in society. The development of higher psychological processes.** Cambridge, London : Harvard University Press, p. 79-91.

VYGOTSKI L.S. (1935b/1978). - The prehistory of written language. *In* L.S. VYGOTSI, **Mind in society. The development of higher psychological processes.** Cambridge, London : Harvard University Press, p. 105-119.

VYGOTSKI L.S. (1935/1985). - Le problème de l'enseignement et du développement mental à l'âge scolaire. *In* B. SCHNEUWLY, J.-P. BRONCKART (Eds.), **Vygotsky aujourd'hui.** Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 95-117.

VYGOTSKI L.S. (1935a/1994). - Problématique de l'arriération mentale. *In* L.S. VYGOTSKI, **Déficience et défectologie mentale.** Recueil de textes édités sous la direction de K. Barisnikov et G. Petitpierre. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 195-236.

VYGOTSKI L.S. (1935b/1994). - The problem of the environment. *In* R. VAN DER VEER et J. VALSINER (Eds.), **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford Blackwell, p. 338-354.

VYGOTSKI L.S. (1978). - **Mind in society. The development of higher psychological processes.** Recueil de textes édités par M. Cole, V. John Steiner, S. Scribner et E. Souberman. Cambridge, London : Harvard University Press.

VYGOTSKI L.S. (1994). - **Déficience et défectologie mentale.** Recueil de textes édités sous la direction de K. Barisnikov et G. Petitpierre. Neuchâtel : Delachaux et Niestié.

VYGOTSKI L.S., LURIA A. (1925/1994). - Introduction to the russian translation of Freud's *Beyond the pleasure principle. In* R. VAN DER VEER et J. VALSINER (Eds.), **The Vygotsky Reader.** Cambridge-Oxford : Blackwell, p. 10-18.

WALLON H. (1954). - Les milieux, les groupes et la psychogenèse de l'enfant. **Cahiers internationaux de sociologie.** Repris dans **Enfance,** numéro spécial « Henri Wallon. Psychologie et éducation de l'enfance », 7e ed., 1985.

WERTSCH J.V. (Ed.) (1981). - **The concept of activity in soviet psychology.** New York : M.E. Sharpe.

WERTSCH J.V. (1985a). - **Vygotsky and the social formation of mind.** Cambridge : Harvard University Press.

WERTSCH J.V. (1985b). - La médiation sémiotique de la vie mentale : L.S. Vygotsky et M.M. Bakhtine. *In* B. SCHNEUWLY, J.-P. BRONCKART (Eds.), **Vygotsky aujourd'hui.** Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, p. 139-168.

WERTSCH J.V. (Ed.) (1985c). - **Culture, communication and cognition : Vygotskian perspectives.** Cambridge : Cambridge University Press.

WERTSCH J.V. (1990). - The voice of rationality in a sociocultural approach to mind. *In* L.C. MOLL, **Vygotsky and Education. Instructional implications and applications of sociohistorical psychology.** Cambridge : Cambridge University Press, p. 111-126.

WERTSCH J.V. (1996). - The role of abstract rationality in Vygotsky's image of mind. *In* A. TRYPHON et J. VONECHE, **Piaget - Vygotsky : The social genesis of thought.** Hove : Psychology Press, p. 25-43.

WERTSCH J.V, ADDISON STONE C. (1985). - The concept of internalization in Vygotsky's account of the genesis of higher mental functions. *In* J.V. WERTSCH, **Culture, communication and cognition : Vygotskian perspectives.** Cambridge : Cambridge University Press, p. 162-179.

YAROCHEVSKI M.G. (1989). - Léon Vygotski : à la recherche d'une nouvelle psychologie. **Enfance,** Tome 42, n° 1-2, p. 119-125.

ZINCHENKO V.P. (1985). - Vygotsky's ideas about units for the analysis of mind. *In* J.V. WERTSCH, **Culture, communication and cognition : Vygotskian perspectives.** Cambridge : Cambridge University Press, p. 94-118.

ZINCHENKO V.P., GORDON V.M. (1976/1981). - Methodological problems in the psychological analysis of activity. *In* J.V. WERTSCH (Ed.), **The concept of activity in soviet psychology.** New York : M.E. Sharpe, p. 72-133

APPROCHE DE PSYCHOLOGIE ERGONOMIQUE DE L'ACTIVITÉ DE L'ENSEIGNANT

Janine Rogalski[1]

Résumé

Les concepts de tâche et activité développés dans le domaine de l'analyse du travail sont mis en œuvre pour analyser le travail de l'enseignant, en relation avec celui de l'élève. On développera le cas de l'enseignement des mathématiques. Dans cette approche, on considère l'activité de l'enseignant comme un cas spécifique de gestion d'un environnement dynamique. L'enseignant intervient en effet sur les relations entre la classe / les élèves et un contenu de savoir (mathématiques) ou une activité (lecture). Les relations élèves / contenus évoluent avec le temps, non seulement en fonction des activités de l'enseignant, mais aussi du fait de la dynamique propre des processus d'acquisition des élèves, et du fait qu'interviennent d'autres éléments, comme l'expérience des élèves, le travail "à la maison", ou l'intervention des parents. On peut alors utiliser les cadres qui ont été développés en psychologie ergonomique pour étudier la gestion d'environnements dynamiques le plus souvent matériels, en les transposant pour l'activité particulière de l'enseignant, qui agit sur / interagit avec un environnement humain. On présente comment cette transposition permet de poser des questions sous une perspective complémentaire des approches de didactique de mathématiques.

Préambule

L'étude de l'enseignant est devenue une problématique classique en didactique des mathématiques. La formule "étude de l'enseignant" est délibérément imprécise, car des approches diverses existent, au sein même de la didactique : pour ne prendre que le contexte français, l'étude de l'enseignant dans les développements de la théorie des situations de Brousseau, celle de l'approche anthropologique proposée par Chevallard, ou l'étude — dans la lignée de Piaget et Vygotsky — de l'activité enseignante comme médiation dans les processus de conceptualisation et d'appropriation des connaissances par l'élève (Vergnaud), ne cherchent pas à répondre aux mêmes questions, n'ont pas les mêmes instruments conceptuels et méthodologiques. Pourquoi proposer une approche supplémentaire ? à quels problèmes se propose-t-on de répondre ? Quels acquis espère-t-on capitaliser d'autres études sur l'activité d'autres acteurs humains, que l'on poserait comme pertinentes ? Cette discussion des apports potentiels de l'approche de psychologie ergonomique que nous proposons sera pour l'essentiel dans le futur de ce texte : dans les usages que les lecteurs feront de cette approche pour répondre à leurs propres interrogations, ou pour en expliciter de nouvelles. Nous allons donc

[1] Directrice de recherche CNRS, Laboratoire Cognition & Activités Finalisées, ESA 7021 Université Paris VIII-CNRS.

présenter la psychologie ergonomique, les concepts et méthodes qu'elle propose pour étudier l'activité de l'enseignant, les catégories de situations auxquelles ce champ scientifique rapporte la situation d'enseignement, les grandes questions auxquelles elle cherche à répondre, et les acquis les plus partagés.

I. LA PSYCHOLOGIE ERGONOMIQUE, UNE SCIENCE DE L'ACTIVITÉ DU SUJET EN SITUATION DE TRAVAIL

La psychologie ergonomique pourrait se définir comme une science des activités du sujet, l'acteur en tant que personne, en situation de travail. De son point de vue, l'enseignant est bien un acteur engagé dans une situation de travail particulière : celle d'enseigner à des élèves, dans un contexte institutionnel particulier : le système éducatif. Si on se limite à la dimension cognitive de l'activité, comme ce sera essentiellement le cas dans la suite du texte, il s'agira de psychologie cognitive ergonomique. Pour faire court, on ne précisera souvent pas, sauf à indiquer les dimensions de l'activité qui ne sont pas en jeu dans l'analyse proposée.

Il y a deux notions clés : celle de sujet et celle de situation.

• la notion centrale de sujet : une personne, individualisée ; avec des intentions, dont l'activité est finalisée ; avec des compétences qui constituent le potentiel qui lui est propre pour réaliser ses buts ; avec une insertion sociale marquée par l'existence du langage et la prise de conscience. Il s'agit d'une dimension psychologique de l'approche.

• la notion nodale de situation de travail : le sujet n'est pas seul maître de ses buts ni de ses moyens ; il agit dans une situation qui comporte son propre système de contraintes et de ressources ; il a une tâche à accomplir (ou un ensemble de tâches, ou plus largement : une mission) qui le lient à un proscripteur par un contrat partiellement implicite.

Une approche ergonomique de l'activité de l'enseignant va donc prendre comme objet d'étude l'activité d'un sujet : l'enseignant, individu mû par des motifs propres, dans une situation particulière : la réalisation d'une mission d'enseignement (ou de formation). Ce ne sont donc pas les "propriétés" ou le "fonctionnement" de la position occupée par l'enseignant dans un système didactique qui sont en jeu ici, à la différence de la perspective adoptée par une didactique *stricto sensu* qu'on pourrait définir comme "science de l'action d'enseignement". Dans l'approche de psychologie ergonomique, la position du sujet est considérée comme un des composants de la situation de travail, parmi d'autres. Ce qu'on va attendre d'une problématique de l'enseignant comme acteur/sujet professionnel, c'est un éclairage qui permette de prendre en compte la variabilité des enseignants, de se poser la question du développement et de la formation de leur compétence professionnelle individuelle, d'identifier ce qui, dans leur activité propre va / peut modifier les acquisitions des élèves.

Un objectif est alors de chercher à situer la nature de la tâche de l'enseignant dans sa situation de travail par rapport à d'autres champs d'activité professionnelle. On peut alors, non seulement utiliser des concepts et méthodes préalablement élaborés et opératoires dans le champ du travail, mais aussi prendre en compte les méthodologies particulières et les résultats spécifiques à une classes de situations analysées comme "assez analogues" pour transposer ces méthodologies, et faire des hypothèses quant aux propriétés attendues dans le travail spécifique du sujet enseignant.

Nous allons maintenant présenter les éléments essentiels du cadre conceptuel et méthodologique de psychologie ergonomique, puis proposer un positionnement de l'activité de l'enseignant comme un cas spécifique de gestion d'un environnement dynamique ouvert (ce que nous définirons plus précisément plus loin). Sur ces bases, nous développerons des questions spécifiques à cet environnement dynamique qui est l'objet de l'action enseignante : à savoir, le rapport entre les élèves (d'une classe) et un contenu de savoir ; nous nous centrerons, sans exclusivité, sur la discipline mathématique. On discutera deux "modèles" de psychologie ergonomique, complémentaires plus qu'alternatifs, qui donnent à l'élève une position différente. Ils sont — nous le supposons — différemment pertinents ou efficaces pour aborder l'activité de l'enseignant à la fois selon la discipline considérée et selon le niveau scolaire de l'élève.

II. LES CONCEPTS ESSENTIELS DE PSYCHOLOGIE ERGONOMIQUE

- • Les notions relatives de tâche et activité

- la <u>tâche</u> est ce qui est à faire ; le "but qu'il s'agit d'atteindre sous certaines conditions", selon la définition de Leplat & Hoc (1983), qui développent la notion proposée par le psychologue soviétique Léontiev, élève de Vygotsky.

Exemples : "apprendre à lire aux enfants du CP"

"faire acquérir les notions [essentielles] de mesure des longueurs, surfaces, volumes au CM", sont des buts à atteindre sous certaines conditions (les moyens fournis à l'enseignant, ceux de l'élève, le temps alloué etc.).

Une telle définition ne préjuge pas du niveau auquel la tâche est décrites ni de l'espace de liberté du sujet, son autonomie dans la réalisation de la tâche. Pour une tâche définie à un niveau générique, avec une autonomie de moyens, et portant sur un large empan temporel, on parle aussi de mission. Nous utiliserons l'un ou l'autre terme.

- <u>l'activité</u> est ce que développe un sujet (individu, personne) donné lors de la réalisation de la tâche : non seulement ses actes extériorisés, mais aussi les inférences, les hypothèses qu'il fait, les décisions qu'il prend, la manière dont il gère son temps, mais aussi son état personnel — sa fatigue, son stress, mais aussi le plaisir prise à l'interaction avec les élèves dans telle situation de classe etc. ...

Une part de l'activité est directement finalisée par le but de la tâche à accomplir, mais l'activité dépasse les actions sur "ce qui est à faire". Par exemple, un enseignant peut changer de texte de lecture, ou de liste de problèmes d'une année sur l'autre, non pas à cause de l'impact sur les élèves, mais pour maintenir sa propre motivation, éviter l'ennui de la répétition. Les processus d'obsolescence existent aussi du côté de l'enseignant, pas seulement ceux de l'obsolescence des objets du savoir du côté de l'élève...

Attention : cette distinction tâche / activité n'est pas naturelle ; elle va à l'encontre de formulations comme "les activités que l'on proposera à l'élève" que l'on peut rencontrer dans des textes pédagogiques divers (programmes, instructions, descriptions de fonctionnements de classe), et qui s'expliciteraient comme “les tâches que l'on proposera” dans un contexte de psychologie de l'activité. Néanmoins, cette distinction entre tâche et activité est très importante pour repérer ce que l'on peut appeler, provisoirement au moins, des “malentendus” entre maître et élèves, ou des “résistances” lors de changements de programme.

- Tâches et activité

La notion de tâche se décline en plusieurs “avatars” : du côté du prescripteur on différencie

- la tâche prescrite : ce sont les buts et les conditions explicités dans la prescription
- la tâche attendue : c'est le contenu réel des attentes du proscripteur

du côté du réalisateur de la tâche, on distingue

- la tâche redéfinie : c'est la représentation de la tâche que se donne le sujet
- la tâche effective : c'est celle à laquelle il répond effectivement et qui peut différer de celle qu'il pense s'être fixée. L'activité est déterminée par la tâche effective, ce que le sujet a effectivement accompli, les buts visés par l'action, les moyens effectivement mis en œuvre, les contraintes effectivement respectées.

La tâche, du point de vue du prescripteur, est composée à la fois de buts à atteindre, et de conditions pour l'atteinte de ces buts : les horaires scolaires, le nombre d'élèves maximum (ou minimum) dans la classe, l'organisation scolaire (un ou plusieurs enseignants pour une même classe, un ou plusieurs niveaux pour un même enseignant, une ou plusieurs classe de même niveau...), le fonctionnement de la classe : fonctionnement en classe entière, dédoublée, l'existence d'un soutien institutionnalisé, le statut du travail à la maison, les conditions de sécurité côté élèves... la liste n'est pas close. Les divers lieux de prescription du système d'enseignement définissent la tâche (ou la mission) à des niveaux différents.

En ce qui concerne l'enseignant, la <u>tâche prescrite</u> est explicitée dans tous les textes et énoncés de l'institution

- définition statutaire du métier
- textes de programme
- instructions
- interventions de l'inspection

La <u>tâche attendue</u> est celle qui base l'évaluation de l'action : c'est l'esprit de la tâche du point de vue du proscripteur, alors que la tâche prescrite en serait la lettre. L'existence de “grèves du zèle” témoigne de son existence...

La <u>tâche redéfinie</u> est celle que le sujet — pour nous ici : l'enseignant — se représente comme étant la sienne (cette représentation peut être individuelle ou collective dans le cas d'une action collective, ou être une représentation sociale). Elle peut différer de la tâche attendue (et de la tâche prescrite) par les moyens et les contraintes, voire par l'interprétation des buts. Le décalage prescrit / redéfini traduit l'autonomie du sujet, professionnel d'un domaine donné. Cette question de l'autonomie est plus particulièrement l'objet d'études en sociologie du travail (de Terssac, 1992), mais elle doit faire partie du contexte de la situation que la psychologie ergonomique doit prendre en compte pour analyser l'activité, ou identifier les compétences. La tâche redéfinie est celle que l'on peut faire expliciter à l'enseignant au cours d'entretiens, ou dans des questionnaires qui en sont une transposition sans interaction face à face. Sa caractéristique est d'être explicitable, tout comme la tâche prescrite est explicitée. Il y a des niveaux différents de la tâche redéfinie.

La définition de sa tâche par l'enseignant peut se faire à différents niveaux : le domaine d'exercice du métier d'enseignant, l'organisation de l'année scolaire, la préparation des séances centrées sur une notion particulière, le cours fait à telle classe, tel jour, sur tel sujet. Plus on se rapproche de la situation de gestion directe de la classe, en face à face et en temps réel, plus la définition de la tâche est à la charge de l'enseignant. Toutefois, les interventions lors des inspections rappellent l'existence d'une tâche attendue, qui ne touche pas seulement les missions générales, mais bien les moyens concrets de les réaliser.

La <u>tâche effective</u> ne peut que s'inférer de l'activité de l'enseignant (ou du sujet professionnel considéré), dont elle peut être considérée comme un modèle partiel. Un enseignant peut vouloir par exemple introduire un concept impliqué dans la mesure de surface à partir d'une situation a-didactique où les actions des élèves de la classe face à un univers problématique conduiraient d'elles-mêmes à ce que le concept visé ait le statut opératoire attendu. Le déroulement effectif de la séance peut être tel que, sans le vouloir et souvent sans le savoir, le processus d'opérationalité du concept soit déclenché par l'enseignant ou le “bon élève” qui assure alors *de facto* le même statut. La tâche effective peut être accessible au travers d'une activité réflexive de l'enseignant : une méthode classique de l'ergonomie qui vise cette réflexivité est l'auto-confrontation, où le sujet commente pour l'analyste des traces de son activité (traces vidéo, audio, notes personnelles, traces au tableau pour l'enseignant, notations sur des copies,…). La tâche effective se révèle souvent dans sa différence avec la tâche redéfinie par l'exclamation (de frustration) “mais c'est pas ça que je voulais faire !”.

L'activité, enfin, est ce qui se réalise contextuellement, hic et nunc, tel jour, dans telle séance, avec tels élèves. On en cherche évidemment à la fois des invariants “ce que fait X avec tel type de classe, pour tel type de contenu”, et des variables : “avec quels types d'élèves, X fait- il ceci ou cela ?”, “pour quel type de contenu observe-t-on ceci ?”, “qu'est ce qui différencie X qui est un enseignant chevronné, de Y qui débute ?”.

- Le double point de vue des sujets : maître et élève

L'analyse que nous venons de présenter qui décline les rapports tâche(s) et activité pour l'enseignant peut être conduite de manière similaire pour l'élève, comme le présente le schéma de la figure 1 ci-dessous. En effet, un des composants de l'activité de l'enseignant consiste à donner aux élèves des tâches à accomplir. Ce faisant, il vise que l'élève développe une activité dont l'enseignant attend / prévoit qu'elle produise un effet donné, sur le déroulement de la classe, sur la mise en évidence de connaissances de l'élève, sur la construction des savoirs ou des compétences en jeu lorsque la tâche est prescrite. L'élève interprète la tâche prescrite (le texte de la tâche) en fonction du contexte, et dans le cadre du fonctionnement d'un contrat didactique (dont on sait la part inéluctable d'implicite).

La tâche prescrite est un observable pour l'analyste de la situation d'enseignement, qu'il s'agisse de la tâche prescrite à l'enseignant ou de celle prescrite à l'élève. La tâche attendue doit être inférée, principalement à partir des processus de régulation, en particulier à partir des processus d'évaluation par l'enseignant de la tâche réalisée par l'élève.

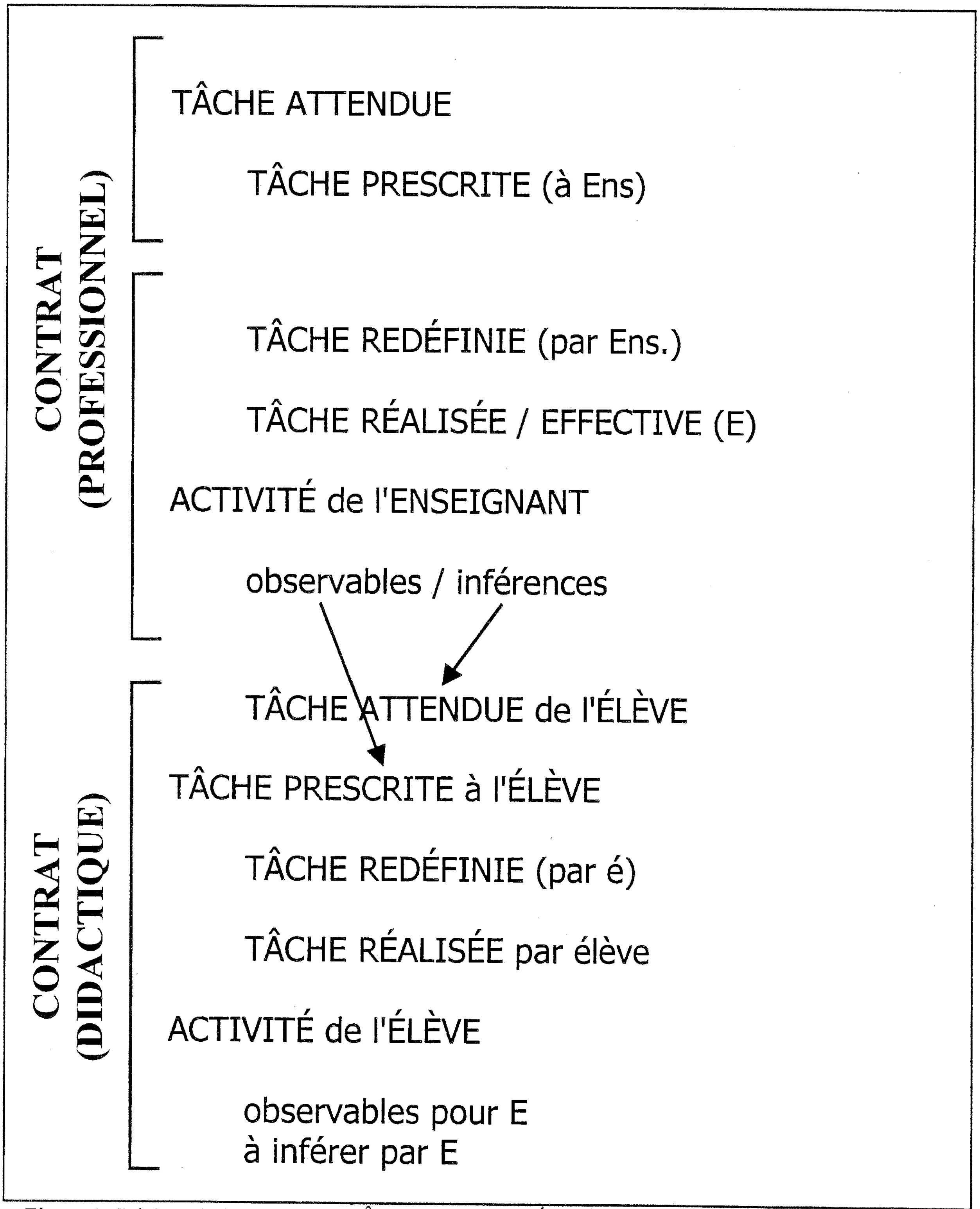


Figure 1. Schéma de l'articulation TÂCHE : ACTIVITÉ pour l'enseignant et pour l'élève. Le contrat professionnel concerne les relations entre tâches du point de vue de l'institution et tâches et activité du point de vue de l'enseignant. Le contrat didactique concerne les mêmes types de relations, mais impliquant respectivement l'enseignant et l'élève. Les tâches prescrites - respectivement par l'institution à l'enseignant, et par l'enseignant à l'élève -, sont des observables. Les tâches attendues doivent être inférée des modalités de régulation du contrat, et en particulier des évaluations. L'activité est pour partie observable (dimensions externalisées), et pour partie inférable (en particulier quant aux processus cognitifs et aux connaissances de l'élève). L'enseignant vise à ce que l'activité de l'élève réponde à la tâche attendue (par un processus de dévolution).

Il faut souligner que, contrairement à l'usage habituel du terme *"activité"* dans le champ éducatif, l'activité attendue de l'élève peut être le fait qu'il écoute le cours, essaie de comprendre, et prenne des notes. Il faut remarquer aussi qu'il s'agit de tâche attendue, mais qu'elle peut aussi pour tout ou partie être rappelée sous forme de prescription par l'enseignant : "prenez votre cahier", "notez bien cela", "mais écoutez donc !", éventuellement de manière négative : "ce n'est pas la peine de noter, c'est dans votre livre".

On peut analyser certains dysfonctionnements — des attentes non satisfaites — par le fait que les élèves / des élèves répondent à une autre tâche, par exemple prennent la tâche au pied de la lettre, ou réalisent une autre tâche. L'enseignant analyse les productions de l'élève, une partie observable de son activité, en fonction de la tâche attendue, alors que l'élève vise à répondre à la tâche qu'il se représente, mais peut effectivement réaliser une tâche encore différente. Un but de l'analyse des interactions tâches/activités pour chacun des sujets individuels Enseignant et Élève est d'identifier les décalages potentiels pour mieux pouvoir les comprendre ou mieux les contrôler.

- Co-détermination de l'activité par le sujet et par la situation

Les variables qui déterminent la tâche relèvent de deux "espaces" : celui des propriétés de la situation de travail, et celui des caractéristiques du sujet, dans la relation à la tâche à accomplir. Un modèle utile pour organiser un ensemble de questions — aussi bien sur l'analyse de l'activité que sur les compétences ou sur la formation professionnelles — a été proposé par Leplat. À savoir celui de la co-détermination de l'activité par l'espace "objectif" de la situation et par l'espace "subjectif" du sujet. La figure 2 présente un schéma de ce modèle. On a une double influence de la situation (situation d'enseignement pour le cas de l'enseignant ou du formateur) et du sujet (ses compétences d'enseignant, sa connaissance des élèves, mais aussi son état personnel : tonus, stress, fatigue, etc.) ; de cette activité résultent deux catégories de "produits" : des résultats sur les éléments de la situation, en particulier sur ce qui est visé dans la tâche à accomplir (les activités mathématiques des élèves, leurs acquisitions), et des effets sur le sujet lui-même (sa fatigue, sa satisfaction, sa connaissance des élèves, son point de vue sur les difficultés mathématiques pour les élèves, etc.). Les résultats modifient donc la situation dans une forme de boucle de régulation ; les effets entrent de même dans une boucle de régulation de modification de l'enseignant lui-même.

Résultats et effets fonctionnent à court terme et à moyen / long terme. La double régulation représentée dans la figure 2 fonctionne sur différentes échelles temporelles :
- court terme : ici, du déroulement d'une séance de classe, ou d'un épisode de cette séance, en cours de séance (régulation en temps réel), et à son issue (évaluation), ou en temps différé, avec des effets "d'après-coup". "Aujourd'hui ça a mal marché avec mes quatrièmes" est un commentaire qui relève de la régulation à court terme. Les effets sur les cours de fin de journée relèvent de ce court terme.

- temps "médium" : la régulation va modifier la préparation des séances suivantes, ou l'organisation sur l'année scolaire avec les mêmes élèves ; elle va modifier les représentations de l'enseignant sur "où en sont" les élèves, ce qu'on peut faire avec eux ; elle va aussi modifier ou conforter la manière de gérer les séances suivantes sur le même thème ; elle peut contribuer à choisir des formes de séances en fonction des horaires, de sorte à éviter des effets sur lui-même de moindre tonus, etc. Un commentaire sur les élèves qui relève de ce moyen terme est une évaluation du type “j'ai une bonne seconde cette année”.

- temps “long” : modification des élèves dans leur rapport avec le contenu d'enseignement de l'année, ou dans leur rapport aux mathématiques ; modification de l'organisation sur l'année scolaire ; modification de la position que se permet l' enseignant au fil de l'expérience acquise sur plusieurs années ; modification de l'enseignant dans ses compétences professionnelles, et aussi dans sa motivation d'enseignant, ce qui oriente globalement son activité. “Avant, j'avais toujours peur de ne pas finir le programme, maintenant je relativise” est un commentaire qui relève de la régulation à long terme.

La double flèche entre la situation et le sujet, dans la figure 2, représente le fait que les influences de la situation et du sujet sur l'activité ne sont pas indépendantes : la situation définit une certaine place du sujet, qui délimite les caractéristiques du sujet qui vont “jouer” sur la réalisation de la tâche ; le sujet lui-même donne à la situation un sens, il la positionne dans l'ensemble de ses domaines d'activité, dans le travail et hors travail.

Il ressort de ce modèle que l'analyse de l'activité de l'enseignant et de ses déterminants doit prendre en compte non seulement les effets sur les apprentissages des élèves, et plus largement de leurs acquis de socialisation scolaire, mais aussi les effets sur l'enseignant lui-même, en particulier la maîtrise des effets négatifs et le maintien d'un bien-être suffisant en classe et à la sortie de la classe.

Nous allons maintenant entrer plus avant dans l'analyse de la situation d'enseignement avec en perspective dominante l'enseignement des mathématiques. Le noyau de l'analyse que nous proposons est de considérer l'enseignement comme une situation — très particulière, certes — de gestion d'environnement dynamique. Nous allons présenter les caractéristiques essentielle d'une situation de gestion d'environnement dynamique, puis développer notre proposition.

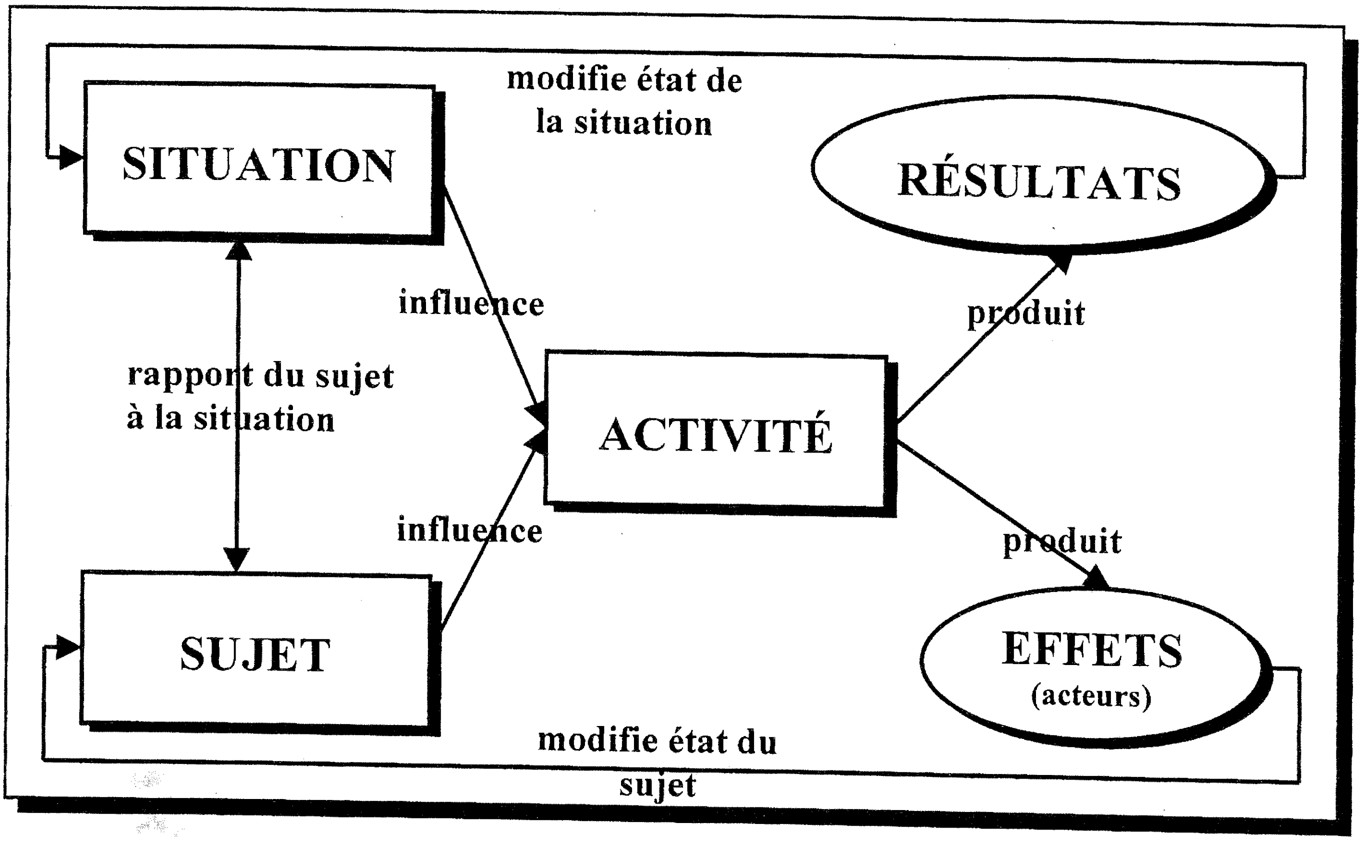


Figure 2. Schéma de co-détermination - Situation/Sujet - de l'activité du sujet par les propriétés de la situation et les caractéristiques du sujet, vis-à-vis de la tâche à accomplir.
(Modification du schéma de double régulation tâche/sujet de J. Leplat : Regards sur l'activité en situation de travail. 1997)

III. L'ENSEIGNEMENT COMME GESTION D'UN ENVIRONNEMENT DYNAMIQUE.

Nous allons successivement : définir ce qu'est le propre d'un environnement dynamique et de sa gestion et en présenter un modèle schématique ; expliciter en quoi l'enseignement est une situation de ce type ; analyser qu'est ce que l'enseignant cherche à transformer dans son activité didactique. Nous nous proposons ensuite d'aborder la question des dimensions temporelles de l'activité ; préciser comment se pose la question de l'évaluation dans l'enseignement comme gestion d'environnement dynamique ; situer la compétence par rapport à la gestion de la temporalité et aux processus d'évaluation ; et enfin proposer une approche des incidents — ou des points de décision — comme éclairant la relation entre l'activité de préparation (régulation à moyen terme en “amont” de l'action) et la réalisation (comme processus de régulation de l'action en temps réel). Ces différents points doivent être pris comme orientant des questions à se poser, et non comme des réponses.

- La caractéristique d'un environnement dynamique

Le propre d'un environnement dynamique est d'avoir la possibilité de se modifier sous sa propre dynamique, et alors même que personne n'agit dessus. On oppose cela à un environnement statique. Exemples et contre-exemples :

- résoudre un problème de mathématique est gérer un environnement statique : l'état du problème ne se modifie que quand quelqu'un agit dessus (ou un système “intelligent” qui simule l'action d'un sujet humain) ; de même pour la conception individuelle d'un logiciel, par exemple.

- piloter un avion est gérer un environnement dynamique : même sans action du pilote des déterminants dynamiques internes (inertie et pesanteur,...) et externes (rafale de vent par exemple ou "trou d'air") produisent des modifications de l'état de l'avion ; la présence d'autres avions modifie également l'état du monde à gérer (l'avion dans son milieu).

Pour avoir une idée de la différence, imaginez une simple équation du second degré dont les coefficients se transformeraient au cours du temps !

Dans la gestion d'un environnement dynamique, les actions de sujet interagissent avec la dynamique propre de l'environnement. Une conséquence cruciale est que le sujet doit avoir à la fois : 1) une représentation de la dynamique propre de ce sur quoi il vise à agir, (ce qui peut l'amener à conclure qu'il ne doit pas agir mais "laisser aller" et 2) une représentation des effets propres de son action — qui prend en compte l'interaction avec la dynamique propre (un coup de frein sur un dérapage accentue le plus souvent le dérapage). En ergonomie, on appelle souvent "modèles" des représentations organisées en systèmes qui guident l'action, c'est à dire des représentations opératives (Weill-Fassina et al., 1993).

- Les rapports entre l'élève et un savoir ont une dynamique propre

L'enseignement, ou la formation, vise à modifier les connaissances d'un élève, son rapport à un savoir, dans un champ disciplinaire, ou les compétences d'un stagiaire dans un domaine professionnel. Une propriété essentielle d'un sujet humain est l'existence de processus d'évolution ("positive" ou "négative" en regards de certains critères) irrépressibles. De toutes ses interactions propres avec le monde sensible des choses matérielles et artificielles, et avec le monde social, par des interactions directes ou via l'accès des productions symboliques : textes, etc., le sujet humain, et l'enfant en particulier, apprend, oublie, se transforme. Dès avant le niveau de l'enseignement élémentaire, tout un espace d'activité hors école contribue à son développement cognitif touchant à des "objets" mathématiques — le nombre, l'espace, la logique —, comme à des systèmes symboliques de textes et d'images.

L'action de l'enseignant interagit avec ce développement, que l'on dit souvent spontané parce qu'il n'est pas le résultat d'une activité didactique délibérée, ni le plus souvent consciente. Lorsqu'il s'agira d'enseignement plus spécialisé en mathématique — l'algèbre par exemple — l'activité intellectuelle propre de l'élève hors classe, voire en classe, va contribuer au développement (l'évolution) de son savoir et de ses compétences mathématiques, son absence d'activité aussi.

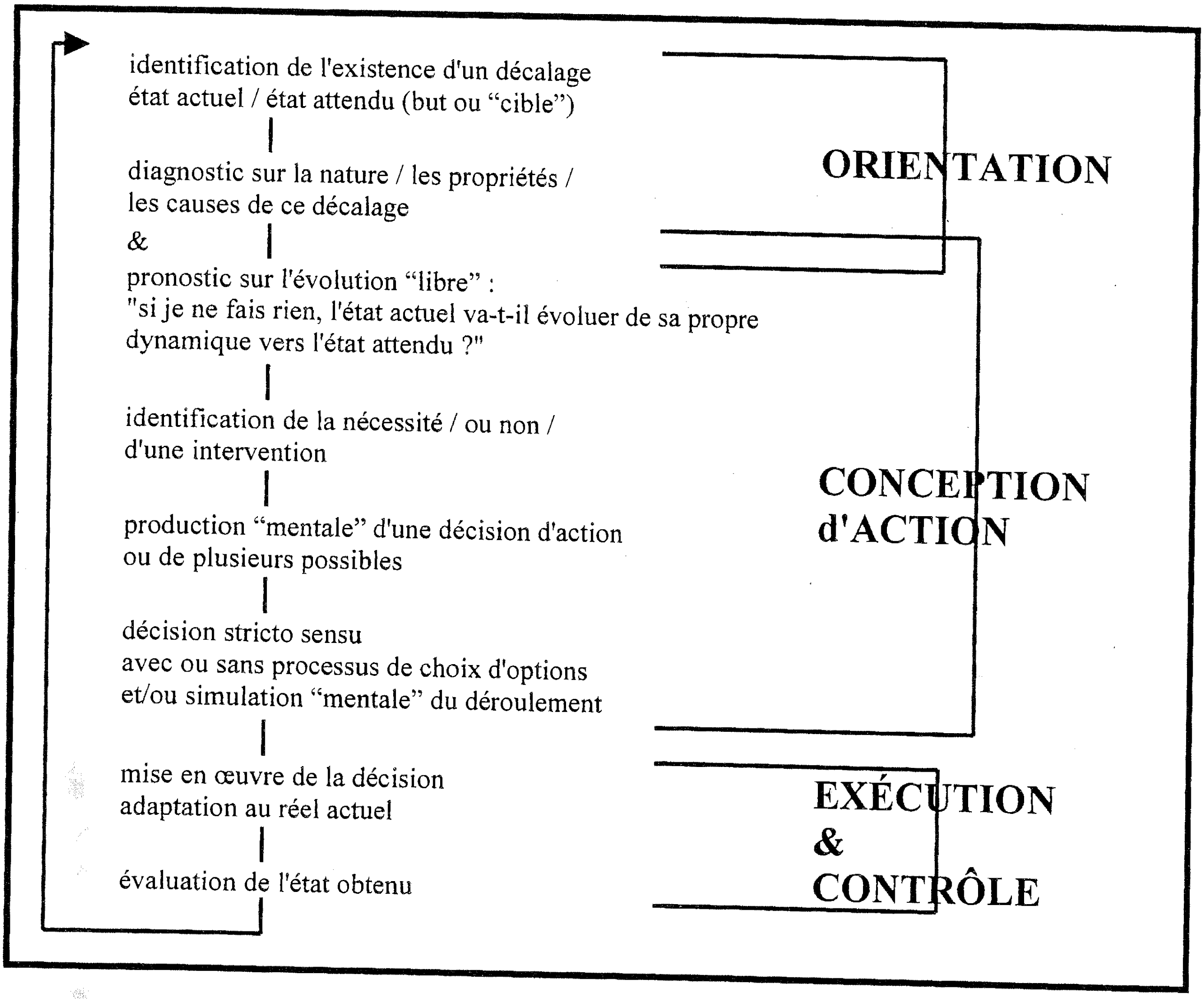


Figure 3. Modèle schématique de l'activité de gestion d'un environnement dynamique : orientation et déclenchement de l'activité - si l'état actuel n'est pas l'état cible, visée de la tâche / élaboration d'une action pour atteindre l'état cible / exécution puis évaluation de l'action décidée. Contrôle de l'efficacité de l'action : confrontation du résultat avec l'état cible.

Cette interaction de l'action enseignante avec une dynamique propre "côté élève" rend compte de deux phénomènes largement constatés : l'existence d'élèves qui n'apprennent pas malgré les compétences professionnelles de leur enseignant, et l'existence d'élèves qui apprennent malgré des défauts avérés d'une action enseignante (défauts avérés du point de vue d'une analyse didactique *a priori* ou d'une analyse des effets dominants sur la classe constatés a *posteriori*). On peut donc légitimement considérer l'enseignement dans un type de gestion d'environnements dynamiques.

- L'enseignement : gestion d'un environnement dynamique ouvert, environnement humain, avec ses propres intentions

Ni la psychologie cognitive, ni la didactique des mathématiques ne fournissent de modèles précis et/ou complets du développement spontané (de la dynamique propre des acquisitions) ni de l'impact de l'intervention didactique, dans un domaine mathématique un peu large. Le double modèle : de l'environnement à gérer et de l'intervention, qui intervient dans la gestion d'un environnement dynamique s'appuie ainsi sur des modèles souvent très schématiques, De plus l'enseignant doit mettre en œuvre lui-même les moyens d'évaluation des élèves, l'information sur leurs acquis par rapport aux visées, et les moyens d'intervention didactique. Il en conçoit même une partie plus ou moins importante selon la manière dont les manuels ou les documents didactiques s'intègrent plus ou moins bien dans sa représentation de la tâche d'enseignement. Nous avons catégorisé comme environnements dynamiques ouverts, de tels environnements d'ouverts, du point de vue de la modélisation et du point de vue des moyens d'action et de prise d'information sur l'élève, ou la classe, ou les élèves.

Soulignons que l'enseignement assisté par ordinateur, dans ses diverses variétés, introduit un instrument spécifique : le logiciel d'enseignement utilisé dans son environnement informatique, dans l'activité de l'enseignant. Si un tel instrument est programmé pour prendre en charge complètement une partie de la tâche de l'enseignant, celui-ci se trouve dans une situation relativement similaire aux opérateurs qui contrôlent des environnements dynamiques au travers d'automatismes qui jouent un double rôle d'acteur et d'instrument. Les études convergent pour montrer que l'humain doit dans ces cas-là se construire aussi une représentation, un modèle, du fonctionnement du système intervenant. Soulignons que ceci se présente seulement pour des tâches pour lesquelles l'environnement à gérer a un caractère “fermé”, avec des modèles précis de l'élève et de l'action enseignante.

Par ailleurs, l'enseignement est une catégorie bien particulière d'environnement dynamique car il implique une visée d'action sur des sujets humains (les élèves, la classe). Ceux-ci ont donc, non seulement une dynamique propre, qu'on peut considérer comme “objective”, mais aussi des mobiles personnels, et qui prennent eux-mêmes des décisions quant à leur activité : bref, au propos d'intervention didactique de l'enseignant répond l'autonomie de l'élève. Ce point doit être pris en compte au-delà des propriétés générales, et des questions issues de la recherche dans le champ d'environnements dynamiques matériels.

Nous proposons de compléter alors le modèle général de gestion d'environnement dynamique que nous allons présenter plus loin, par un modèle de médiation, qui prend en compte le fait que l'enseignement est accompli par des humains, à destination d'humains.

- Qu'est-ce que l'enseignant vise à transformer par son activité didactique ?

En première approximation, et globalement, l'enseignant cherche à transformer l'élève, dans son rapport à un contenu d'enseignement donné, voire dans son rapport à l'école, ou même son rapport à la “Cité” (l'élève citoyen). Nous n'abordons ici que le premier composant : le rapport à un contenu. Le but *a minima* de l'enseignant est bien que l'élève non seulement ne sorte pas égal à lui-même de son passage dans une classe donnée, mais que la transformation soit positive (en un sens intuitif que nous ne préciserons pas ici) et plus significative que ce qui se serait produit sans intervention didactique de l'enseignant (par exemple que si l'élève avait été absent de toute “leçon” ou “activité” mathématique). Plus précisément, parfois, l'enseignant vise que soit atteint un certain état de l'élève (des acquisitions), qui majore l'état actuel - ce qui suppose quelque gradation de l'évaluation de la modification de l'élève. On trouve l'indice d'une évaluation d'une transformation simplement positive (mais pas de l'acquis visé) dans une appréciation telle que “en progrès”. Un autre indice sur l'évaluation de l'atteinte de l'état attendu est l'accord pour le passage dans la classe supérieure vs la proposition de redoublement (de la part de l'enseignant considéré, qui s'intègre dans une évaluation plus complexe).

L'identification du but ne va pas de soi, ni du point de vue de la tâche attendue de la part du maître, ni du point de vue de celle qu'il se fixe. Ce but comporte des connaissances et une opérationnalité de ces connaissances - il ne s'agit pas seulement savoir ses tables d'addition et de multiplication mais de savoir résoudre des problèmes additifs et multiplicatifs d'un certain niveau. Au-delà de connaissance propre à une notion, l'apprentissage de la recherche de problèmes peut être une visée de la transformation de l'élève. Plus largement, ce peut être “l'esprit mathématique”, ou l'appropriation d'idées mathématiques, la notion d'équation par exemple.

Ce qui est commun, ou plutôt générique, à ces visées possibles c'est que <u>l'enseignant cherche à transformer l'élève dans son rapport aux mathématiques</u> : ce qu'il en sait, ce qu'il en fait, et aussi ce qu'il en éprouve. Ces différents composants de l'objet de l'action didactique — que nous schématisons ici — interviennent *a priori* de manière différenciée à la fois selon les niveaux scolaires et selon les enseignants. En fait, l'enseignant enseigne non pas à l'élève générique, abstrait, qui apparaît dans la tâche prescrite, mais à des élèves particuliers, et/ou à des classes particulières. Savoir si l'objet de l'action de l'enseignant est l'ensemble des élèves individuels, ou la classe comme entité, n'est pas une évidence. Chercher à préciser l'objet de l'action peut éclairer des éléments différents de l'activité d'un enseignant. Nous ne développerons pas plus ce point théoriquement et méthodologiquement délicat, et typiquement du ressort de la didactique.

Une fois identifié l'objet de l'action de l'enseignant, on peut spécifier ce qu'est la tâche pour l'enseignant, et quels éléments on peut étudier de son activité, en mettant en œuvre de manière heuristique — et non pas mécaniquement — ce qui est acquis de la recherche sur la gestion d'autres environnements dynamiques, en termes de concepts et méthodes, et en termes de questions posées. Nous allons aborder quelques points : les dimensions temporelles de l'activité (figure 4 ci-dessous) ; le problème de l'évaluation et son rapport au développement de la compétence de l'enseignant ; les rapports entre préparation et réalisation, avec la notion d'incident.

- L'organisation temporelle de l'activité de l'enseignant

On peut distinguer trois horizons temporels dans l'activité de l'enseignant.

- <u>le long terme</u> : l'unité minimale pertinente, le “tempo”, est l'année scolaire. Ce long terme est pertinent du point de vue de l'organisation institutionnelle. Il est pertinent du point de vue de l'élève : de nombreux travaux ont montré le temps long des acquisitions, même dans le domaine apparemment élémentaire comme celui des structures additives. Il est pertinent du point de vue de l'enseignant : d'une part dans la gestion de la classe : du point de vue des résultats sur les élèves, l'évaluation des acquis dans un champ conceptuel appelle la prise en compte de ce temps long ; du point de vue des procédés d'enseignement, le temps devant les élèves étant irréversible, certains changements portent nécessairement d'une année sur l'autre par exemple, l'ordonnancement retenu pour l'année scolaire, ou le choix d'une séance

introductive à une notion ; d'autre part du point de vue des effets sur l'enseignant lui-même, et en particulier du développement de ses compétences à partir de l'expérience.
- le moyen terme : il s'agit ici de l'horizon temporel de l'enseignement d'une notion, qui présente une unité thématique. Une séquence d'enseignement sur la mesure de surface, ou sur la résolution des équations du premier degré, présente une unité thématique qui se déroule sur plusieurs séances. La gestion à ce niveau temporel pourra par exemple comporter des retours en arrière, en fonction de l'évaluation des élèves. Les boucles de rétro-actions sont ici internes à cette unité thématique. Les procédés didactiques retenus par l'enseignant peuvent aussi comporter une coordination du moyen terme et du long terme, avec d'une part les processus de révision, et d'autre part la possibilité de mise en relation d'unités thématiques.
- le court terme : c'est celui de la gestion face à la classe, lors de la réalisation d'une séance ou d'un épisode d'une séance (une tâche spécifique attendue de l'élève : suivre le cours, chercher un exercice, corriger un travail antérieur, etc.). La boucle de rétroaction s'effectue en temps réel, en relation avec les attentes liées à la préparation de la séance.

La figure 4 présente le schéma des relations entre ces différents cadres temporels, avec des niveaux d'anticipation, de contrôle et de régulation qui se déroulent dans des empans temporels différents.

Techniquement, on est en présence d'un environnement dynamique à longs délais de réponse (Hoc, 1993). Les effets sur le rapport des élèves au contenu mathématique ont lieu de manière largement différée ; dans un système de détermination dont on sait qu'il est complexe, porte sur la durée, implique à la fois des processus cumulatifs et des processus de restructuration. On sait que de tels processus sont, en général, difficiles à gérer, dans la mesure où c'est largement en amont de l'action, dans la préparation et l'anticipation, que l'action se contrôle réellement, et que l'on ne peut en moduler les effets en temps réel que dans une mesure limitée.

Plus spécifiques à l'enseignement sont les effets “d'après coup”, la maturation, les significations nouvelles prises dans d'autres situations de classe et dans la vie hors classe de l'élève, les restructurations des champs conceptuels, qui peuvent impliquer des processus discontinus - qu'on pourrait qualifier d'“eurékas”, s'ils étaient conscients : on a des indices récurrents de tels processus en ce qui concerne sur la compréhension de la structure d'espace vectoriel et d'application linéaire. Tout cela contribue encore plus à éloigner temporellement l'acte didactique et l'évaluation de cet acte. A. Robert a développé ce problème d'évaluation, d'autant plus marqué que les mathématiques enseignées concernant des champs conceptuels riches, en intrication, avec des changements de niveau liés à la construction de champs conceptuels formalisateurs et unificateurs. Les concepts et méthodes de la psychologie ne se sont guère attaqués à ce problème de l'activité sur le long terme (que Piaget a développe du point de vue du développement de la connaissance, dans son approche d'épistémologie génétique).

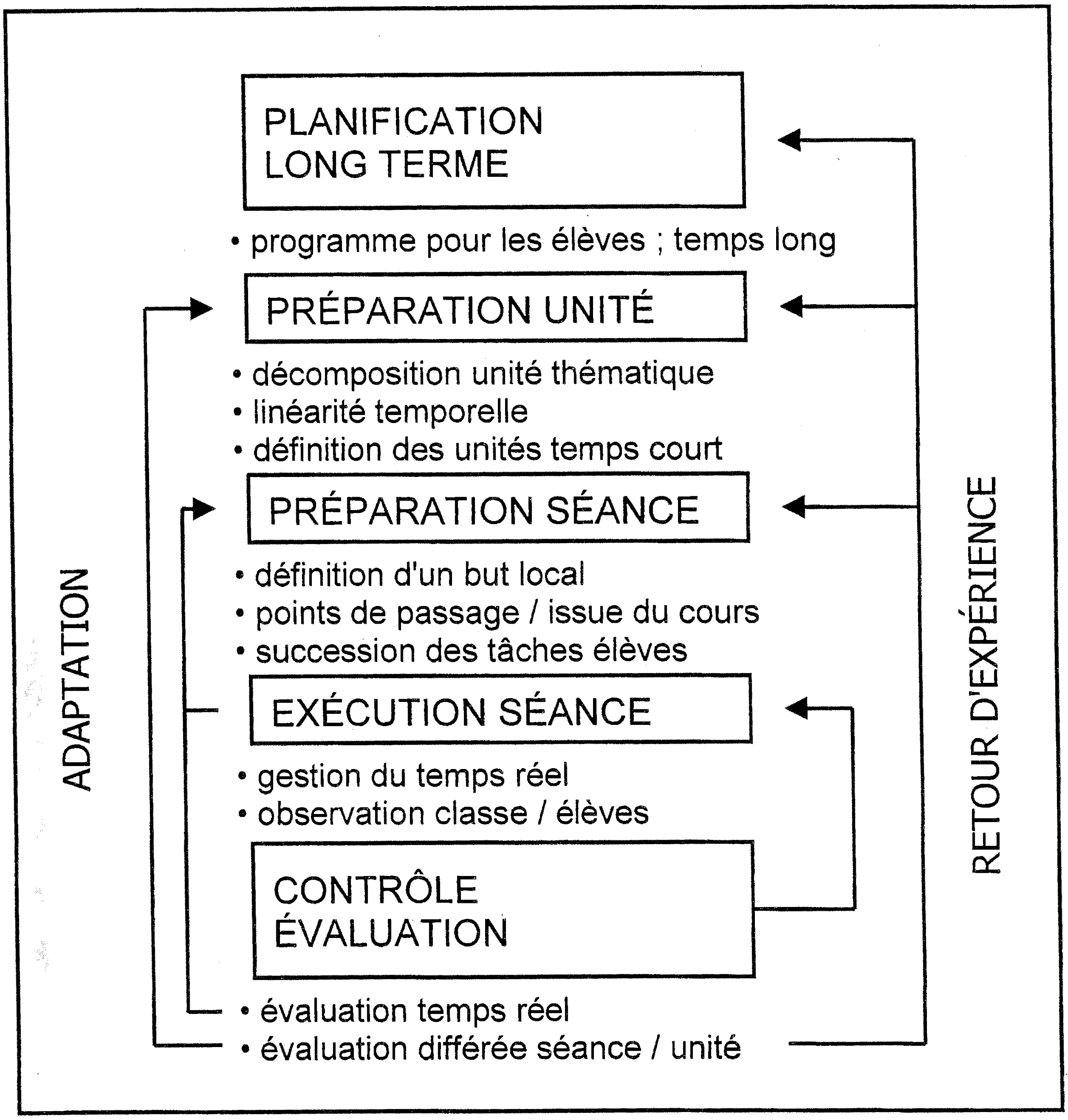


Figure 4. Schéma d'organisation de l'activité de l'enseignant aux différentes échelles logiques et temporelles : de la planification annuelle de réalisation du programme pour les élèves de la classe, à l'évaluation en temps réel du déroulement d'un épisode particulier d'une séance donnée. À chaque échelle temporelle correspondent des processus de préparation (du contenu visé et du décours temporel choisi) et des processus de contrôle / évaluation, qui portent sur le rapport réalisé / attendu et sur les effets produits sur les élèves. L'exécution proprement dite porte essentiellement sur la relation en temps réel avec la classe. On peut parler de l'activité d'un enseignant ou des pratiques enseignantes en prenant en compte tout ou partie de cette organisation temporelle.

- L'évaluation dans l'activité enseignante

Dans les modèles de l'activité de gestion d'environnement dynamique, l'évaluation de l'état du monde de l'action apparaît comme un point nodal. L'état du monde concerne l'état actuel, mais — surtout en environnement à longs délais de réponse — l'état passé et les attentes sur l'état futur.[2] En fait, qu'il s'agisse de la représentation, ou de l'évaluation de la situation, il existe un double sens : la représentation ou l'évaluation en tant que modalité de l'activité cognitive — on est sur le versant "processus" du terme, ou en tant que connaissance factuelle — on est sur le versant "état" du terme. La principale distinction entre représentation et évaluation est la suivante : la représentation renvoie au double processus de conceptualisation du réel et identification de l'occurrence actuelle, alors que l'évaluation suppose un processus complémentaire de mise en relation avec des attentes, et un axe "positif / négatif" sur lequel se situe le résultat de l'évaluation ("c'est bon", "en progrès", "en recul", etc.).

L'évaluation, en tant que modalité de l'activité de l'enseignant est à la fois centrale et problématique. Centrale, car il ne peut pas, ou en tout cas pas trop longtemps, enseigner en quelque sorte "en aveugle" à ses élèves. Problématique, car les moyens pour cette évaluation sont de moins en moins immédiats quand on cherche à évaluer un acquis technique, une connaissance opérationnelle mobilisable, ou l'autonomie de l'activité mathématique de l'élève dans un domaine (cette gradation correspond à l'existence de différents niveaux de mise en fonctionnement de l'élève, explicitée par A. Robert, 1998).

L'accessibilité des éléments qui permettent d'évaluer l'état des "objets du monde de l'action" est l'une des variables constituantes de la complexité de la gestion d'environnement dynamique : dans l'enseignement, identifier les rapports de l'élève avec les contenus mathématiques (ou des objets d'enseignement en général) exige une activité inférentielle considérable, dans la mesure où les observables donnent à voir une performance de l'élève, alors que la visée de connaissance de la part de l'enseignant vise ce qui a été le générateur de cette performance. La difficulté à concevoir des "modules de diagnostic" en Enseignement (Intelligemment) Assisté par Ordinateur a été un problème récurrent, même dans des domaines fortement procéduralisés. On observe là une conséquence du fait que l'environnement géré par l'enseignant est très ouvert (modélisation limitée), et qu'on a affaire à des sujets humains, avec une grande distance entre analyse de la performance, analyse de l'activité cognitive qui a produit cette performance, et identification de la compétence génératrice.

Nous ne développerons pas plus cette grande question, sinon pour rappeler que nous n'avons pas vraiment tranché sur l'objet de l'action : élève ou classe, et que la problématique de l'évaluation en est dépendante.

---

[2] (L'évaluation de l'état du monde est une des questions clés de la recherche actuelle sur la gestion des environnements dynamiques dans les revues anglo-saxonnes, sous la dénomination de "situation awareness" : la conscience que l'acteur a de la situation et sa conformité avec l'état effectif, ou de "situation assessment" : le processus d'évaluation de la situation par l'acteur.)

- les rapport entre temporalité de l'activité, évaluation et compétence

Les recherches sur les activités de gestion d'environnement dynamique ont mis en évidence certaines caractéristiques de la compétence :

- le caractère dynamique de l'activité et du résultat de l'évaluation, et en particulier l'évaluation de la tendance évolutive, au-delà du diagnostic de l'état présent

- l'empan temporel que l'acteur considérait dans son activité, en termes d'horizon temporel et d'articulation entre les différentes temporalités de son action

- la profondeur du diagnostic (de l'évaluation) du double point de vue de l'appréciation des causes et du point de vue de l'anticipation des conséquences possibles

- les mises en relation ente le diagnostic et les actions à entreprendre.

On retrouve, me semble-t-il, ces points-clés dans une analyse des compétences de l'enseignant, bien qu'elles ne s'y réduisent évidemment pas. Elles fournissent en tous cas des entrées de questionnements sur l'activité de l'enseignant (ce qui est co-déterminé par la situation et par ses propres propriétés d'enseignant) et sur sa compétence.

Une étude exploratoire effectuée sur les effets de l'expérience sur l'activité d'évaluation de l'enseignement des mathématiques en CE[3] a ainsi montré que :

- les enseignants débutants se focalisent principalement sur ce que l'enfant sait faire ou restituer par rapport à ce qu'on lui a enseigné : “le soin, savoir tirer un trait à la règle, bien mettre les unités sous les unités, savoir sa table de multiplication savoir que 10 décimètres ça fait 1 mètre”, alors que

- les enseignants les plus expérimentés évaluent les enfants principalement en fonction de leur progression. De plus ils font de nombreuses fois référence aux difficultés rencontrées par les élèves et aux moyens d'y remédier.

Les enseignants débutants ont davantage tendance à généraliser sur les comportements, tandis que les plus expérimentés traitent la variabilité des relations des enfants aux mathématiques de la classe de CE. Les derniers anticiperaient mieux les interprétations possibles des observations et les actions possibles, leur permettant de décider plus vite.

Une autre étude sur les compétences d'enseignants en Français au CP[4] s'est appuyée sur le traitement de situations incidentelles de maîtres débutants et confirmés. Elle conduit à des résultats convergeant avec la précédente, sur des contenus d'enseignement différents, puisqu'il s'agissait ici de la construction de l'activité de lecture chez le jeune enfant, en première année d'école élémentaire. Les débutants repèrent moins tôt les élèves qui sont en grande difficulté en lecture, parfois seulement au cours de contrôle d'acquis effectués au second trimestre, trop tard souvent pour que l'enfant puisse bénéficier du système d'aides existant. Les maîtres confirmés (par leur ancienneté et leur efficacité reconnue) non seulement identifient plus précocement de telles situations d'élève en difficulté, mais font un diagnostic quant à la nature précise du problème de l'enfant qui marque et cause ses difficultés graves. Ils sont plus à même de concevoir des aides personnalisées et d'identifier les cas qui “sortent de leur

[3] Choupin, (1998). Mémoire de maîtrise de psychologie, Université Paris8.
[4] Badikadila, B. (1998). Mémoire de DEA de psychologie, Université Paris8.

compétence" (selon leurs propres termes) et de faire appel aux aides existantes dans leur zone scolaire (orthophoniste, psychologue, prise en charge enseignante spécialisée pour la lecture).

Les mailles confirmés connaissent aussi l'existence d'une difficulté dans le diagnostic qui est liée au temps long des acquisitions. Certains élèves en effet ne se lancent dans la réalisation d'une tâche demandée par le maître que s'ils savent réussir, ils ne s'engagent pas dans des essais incertains : ils peuvent manifester ainsi un décalage important avec la classe du point de vue de leurs performances en cours d'apprentissage de la lecture. Les performances sont celles d'élèves en grande difficulté, mais ils évoluent en silence du point de vue du maître, jusqu'au moment où leurs acquis sont assez fiables pour qu'ils les manifestent.

Ces données très partielles sont été obtenues par une méthodologie classique en ergonomie cognitive : la méthode des incidents critiques.

- L'incident : décalage préparation / prévision et réalisation effective

La définition la plus générique d'incident est le fait qu' il y a décalage entre ce qui est attendu de l'action et ce qui se passe effectivement. On réserve en général le terme d'incident aux cas où on évalue que ce décalage est "négatif", et met en question l'atteinte du but visé. L'incident en ce sens générique n'est donc pas l'incident de discipline, mais celui directement lié au contenu de l'enseignement en jeu.

Dans la gestion d'environnements dynamiques, l'activité lors d'incidents est en effet plus révélatrice de ce qu'apporte une personne dans la réalisation de sa tâche, que l'activité observée en situation "nominale", ou situation de routine, quand tout va comme prévu. Cela ne signifie pas qu'il n'y a pas dans ce dernier cas de compétences importantes mises en œuvre, ne serait-ce que la compétence à mettre en œuvre des procédés déjà connus (en particulier les procédés d'enseignement explicités dans les manuels, les documents pour le maître et les situations didactiques qui ont été présentés au cours de la formation). Mais il est plus difficile d'évaluer sur ces situations de routine la robustesse de cette compétence à résister à une variabilité de situations, et à des situations où les procédés sont inefficaces (pour quelques élèves, voire pour une classe particulière).

En quelque sorte, l'incident est l'analogue d'un problème de mathématiques qui appelle des mises en fonctionnement non seulement au niveau technique, comme pour les exercices de routine, mais aussi aux niveaux mobilisable et disponible — selon la catégorisation développée par A. Robert. Les modèles d'incidents développés dans le domaine du contrôle de processus (van der Schaaf) doivent être transposés à la situation d'enseignement. En effet, la temporalité à prendre en compte n'est pas la même : celui en charge de contrôler le processus n'a pas eu la charge de concevoir le procédé lui-même, ni de faire des choix parmi des procédés connus possibles, et les situations incidentelles se déroulent dans une temporalité relativement courte — au pire quelques jours. Pour l'enseignant plusieurs temporalités sont en jeu (cf. figure 4), et la notion d'incident, ou de décalage par rapport à l'attendu, doit être analysée pour chacune de ces temporalités.

Les incidents peuvent être critiques du point de vue de ce qu'ils révèlent sur la personne engagée dans l'action, ils peuvent être critiques du point de vue même de la personne. Une autre étude sur la catégorisation des incidents par des chauffeurs de bus, a ainsi mis en évidence le rôle joué par certaines situations incidentelles vécues dans la constitution du passage entre le débutant et celui qui est confirmé dans son métier. Les formules utilisées sont du type "face à tel incident (par exemple un voyageur qui ne montre pas son titre de transport), avant j'appliquais la procédure, puis un jour voilà ce qui m'est arrivé, maintenant...", suit alors la manière de faire, propre au chauffeur interviewé et qui n'est pas l'application de la règle formelle, pour éviter que l'incident ne "tourne mal" comme lors de l'incident critique évoqué. Ceci ne semble pas propre au domaine de tâches objet direct de l'étude.

Exemple d'incident de temporalité "moyen terme" : le problème de contrôle mal calibré ; soit trop facile pour les élèves considérés, et l'enseignant perd l'information recherchée sur les acquis par rapport à ses attentes, soit trop difficile, et il met en péril le contrat didactique (en tout cas dans l'enseignement obligatoire, et probablement généralement dans l'ensemble de l'enseignement primaire et secondaire), et l'enseignant s'engage le plus souvent dans "une négociation à la baisse" selon l'expression de Chevallard.

L'incident de temporalité "court terme" concerne le déroulement d'une séance (ou d'un épisode d'une séance). La préparation de la séance fournit à l'enseignant une "enveloppe" des trajectoires acceptables du déroulement en classe. Il lui sert aussi de trame repère, pour réguler la séance en classe ou a minima l'ordonnancement de ses propres actions. Le décalage qui constitue un incident doit être évalué par rapport au noyau de ce qui est prévu dans le fonctionnement des situations proposées en classe, quand il y a divergence par rapport à la trame. Les circonstances particulières d'une séance peuvent conduire à la manifestation d'un obstacle à la dévolution d'un problème à la classe (problème qui "d'habitude marche bien"), ou à une unanimité dans l'erreur ne permettant pas l'engagement d'une situation de validation ; il peut surgir des questions inattendues de la part d'élèves qui s'accommodent mal du "on verra ça plus tard" qui permet de rester dans l'enveloppe attendue.

Il nous semble que la méthode d'investigation qui consiste à identifier et analyser les incidents et leur traitement par l'enseignant peut fournir une voie d'approche productive, aussi bien quant à l'étude des pratiques de enseignants, que dans une perspective d'évaluation, de formation et de développement des compétences.

Conclusion

Nous venons de proposer une approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant : nous en avons présenté un panorama relativement large, mais qui n'est pas exhaustif. Ainsi, nous n'avons pas abordé le problème de tout ce qui est préconstruit du point de vue de l'action enseignante et qui fait que l'enseignant ne reconstruit pas tout, tout le temps dans sa pratique, loin de là et heureusement pour lui. Pas plus que le pilote n'a à inventer "sur le tas" comment traiter un feu moteur... L'analyse des outils proposés à l'enseignant (les manuels, les bases d'exercice, les logiciels d'enseignement, etc.) et de ce dont il se sert comme instrument dans son activité, peut également être considérée, de la même manière qu'on peut les étudier pour un pilote, un contrôleur de trafic de bus, celui d'une centrale nucléaire, ou un officier de Sapeurs-Pompiers. L'approche instrumentale proposée par P. Rabardel (1995) a été utilisée déjà pour l'analyse de l'activité de l'élève (Trouche, 1997) ; elle a toute sa place comme composant de l'étude de l'activité de l'enseignant dans l'approche générale que nous avons présentée.

Nous avons seulement évoqué une propriété cruciale de l'enseignement, à savoir la visée de transformation concernant des sujets humains. De ce point de vue, l'approche proposée nous semble devoir être complétée par une approche centrée sur la problématique de l'interaction entre sujets humains. On peut en effet considérer dans l'activité de l'enseignant ce qui peut être analysé comme une activité de médiation, médiation du rapport que l'élève entretient avec un objet de savoir, un type d'activité, une compétence. Le schéma générique d'une action de l'enseignant sur ce rapport, se complexifie en un schéma où l'enseignant est un médiateur, au sens d'intermédiaire actif, entre l'élève et un savoir. C'est un point de vue qui spécifie une analyse de l'enseignement comme une situation où maîtres et élèves font — ensemble — des mathématiques.

Qu'il s'agisse de l'approche de l'enseignant comme gérant un environnement dynamique, ouvert et humain, ou de l'approche en terme de médiation que nous venons d'évoquer, nous prenons comme point de départ le fait qu'entre enseignant et élève, au niveau de l'enseignement initial en tous cas, la relation est fondamentalement asymétrique, et elle l'est doublement.

- ce qui est en jeu, du point de vue de l'enseignant, c'est une production externalisée, matérielle et immatérielle, dont une visée critique est de modifier les rapports des élèves et du savoir ; c'est cela qui constitue la prescription qui lui est faite d'enseigner un certain savoir à des certains élèves.

- ce qui est en jeu, du point de vue de l'élève, c'est sa transformation propre - dans son rapport à un savoir particulier, ici les mathématiques. Du point de vue des visées, il s'agit d'une production de soi, si l'élève la reprend à son propre compte, mais il peut ne pas la reprendre à son compte. Un but de l'enseignant, — et, au-delà du système scolaire et de son contexte social — est de réussir cette dévolution d'objectif. Ou peut-être est-ce seulement un moyen crucial ?

Au-delà des questions déjà abordées, se pose celle du statut de telles approches, issues de la psychologie ergonomique, par rapport au(x) cadre(s) théorique(s) développé(s) en didactique des mathématiques, et au premier chef à la théorie des situations. Nous espérons que les éléments présentés ici serviront pour poursuivre un tel débat, largement engagé dans la communauté de didactique des mathématiques, comme l'indiquent les éléments de bibliographie (cf. en particulier : Bailleul et al., 1997).

Références

Artaud, M. (1997). Introduction à l'approche écologique du didactique. L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. In M. Bailleul, C. Comiti, J.-L. Dorier, J.-B. Lagrange, B. Parzysz & M.-H. Salin (Eds.) *Actes de la IX° École d'été de didactique des nwthématiques,* (pp. 101-139). ARDM & Crédit Agricole Bruz.

Bailleul, M. Comiti, C., Dorier, J.-L., Lagrange, J.-B., Parzysz, B. & Salin, M.-H. (Eds.) (1997). Chapitre 1. Comprendre les pratiques d'enseignement : utilisation des concepts fondamentaux de la didactique et interactions avec d'autres champs. In *Actes de la IX° École d'été de didactique des mathématiques,* (pp. 11-98). ARDM & Crédit Agricole Bruz.

Chautard, P., & Huber, M. (1999). Une recherche à double effet : de la conceptualisation du cours dialogué à l'auto-analyse, par l'enseignant, de ses pratiques. *Éducation Permanente, 139,115-142.*

de Terssac, G. *(1992).Autonomie dans le travail.* Paris : PUF.

Dionnet, S. (1998). Tutelle, médiation et formation des maîtres, in Dumas-Carré, A., & Weil-Barais, A. *Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique (pp. 325-332).* Bern : Peter Lang.

Dumas-Carré, A., & Goffard, M. (1998). Objectivation des pratiques de tutelle d'un enseignant au cours de séances de résolution de problèmes en physique, in Dumas-Carré, A., & Weil-Barais, A. (1998). *Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique* (pp. 145-156). Bern : Peter Lang.

Dumas-Carré, A., & Weil-Barais, A. (1998). *Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique.* Bern : Peter Lang.

Goigoux, R. (1997). La psychologie cognitive ergonomique : un cadre d'étude des compétences professionnelles des enseignants de français. *La Lettre de la DFLM,* 21 (2), 56-61.

Hoc, J.-M. (1993). Some dimensions of a cognitive typology of process control situations. *Ergonomics, 36* (11), 1445-1455.

Leplat, J. & Hoc, J.-M. (1983). Tâche et activité dans l'analyse psychologique des situations. *Cahiers de Psychologie Cognitive, 3* (1), 49-63.

Leplat, J. (1997). *Regards sur l'activité en situation de travail.* Paris : PUF.

Lerouge, A. et al. (1997). Former des enseignants de mathématiques par l'analyse de leurs pratiques professionnelles : références pour l'analyse et exemple de dispositif. In M. Baileul, C. Comiti, J.-L. Dorier, J.-B. Lagrange, B. Parzysz & M.-H. Salin (Eds.) *Actes de la IX° École d'été de didactique des mathématiques,* (pp. 25-34). ARDM & Crédit Agricole Bruz.

Margolinas, C. et al. (1997). Études de situations didactiques "ordinaires" à l'aide du concept de milieu : détermination d'une situation du professeur. In M. Bailleul, C. Comiti, J. -L. Dorier, J.-B. Lagrange, B. Parzysz & M.-H. Salin (Eds.) *Actes de la IX° École d'été de didactique des mathématiques,* (pp. 35-43). ARDM & Crédit Agricole Bruz.

Martinand, J.-L. (1998). Modélisation, résolution de problèmes et médiation, in Dumas-Carré, A., & Weil-Barais, A. (1998). *Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique (pp.* 271-278). Bern . Peter Lang.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains.* Paris : Armand Colin.

Robert, A. (1997). Quelques outils d'analyse épistémologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. In M. Bailleul, C. Comiti, J.-L. Dorier, J.-B. Lagrange, B. Parzysz & M.-H. Salin (Eds.) *Actes de la IX° École d'été de didactique des mathématiques,* (pp. 192-212). ARDM & Crédit Agricole Bruz.

Robert, A. (1998). *Actes du colloque du groupe "enseignement supérieur" et de l'équipe Didirem,* Versailles, avril 1998.

Robert, A. (1999). Réflexions sur des recherches didactiques sur la formation professionnelle des enseignants de mathématiques de lycée et collège : cadrage théorique et recherches préliminaires sur les pratiques enseignantes en classe. *Didaskalia*

Trouche, (1997). *Étude des rapports entre processus de conceptualisation et processus d'instrumentation.* Thèse de doctorat de didactique des mathématiques. Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier.

Weil-Barais, A., & Dumas-Carré, A. (1998). Les interactions didactiques. Tutelle et/ou médiation ? in Dumas-Carré, A., & Weil-Barais, A. (1998). *Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique* (pp. 145-156). Bern : Peter Lang.

Weill-Fassina, A., Rabardel, P., & Dubois, D. (Eds.) (1993). *Représentations pour l'action.* Toulouse : Octarès.

COMMUNICATIONS

POUR UNE COHÉRENCE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN SEGPA

François Boule[1]

Position du problème

La formation des maîtres de l'option F est soumise à une double contrainte :

☐ La plupart d'entre eux ont une expérience d'enseignement en structure spécialisée, et tous sont demandeurs d'une pédagogique spécifique adaptée,

☐ Il n'est donc pas question de reprendre, ou de prolonger ce qui pourrait paraître une formation initiale — mais qui ne serait cependant pas toujours injustifié.

L'enseignement des mathématiques en SEGPA est soumis à une triple contrainte :

☐ Les textes de 96 et 98 définissent les élèves de SEGPA comme élèves du collège, et à ce titre soumis (au moins en 6° et 5°) aux programmes du collège

☐ Les élèves de SEGPA sont pour la plupart en grande difficulté scolaire et la probabilité est forte qu'ils soient orientés assez rapidement vers une formation professionnelle.

☐ A l'issue de la SEGPA, les enfants vont rencontrer une évaluation fondée sur les référentiels de compétence de type CAP, et cette exigence a des effets en retour évidents.

De plus, l'expérience montre que la diversité des publics, et des conditions d'exercice de l'enseignement sont très variées.

Les référentiels de mathématiques (secteur industriel)

Ces référentiels posent des exigences sur le niveau de sortie de SEGPA. Ils appellent trois commentaires :

1. Quelques-unes de ces exigences paraissent sans rapport avec les capacités des élèves de SEGPA (exemple : système de deux équations à deux inconnues, trigonométrie...). De plus elles sont strictement instrumentales, et associent des notions à des savoir-faire procéduraux ; ainsi, rien n'est dit sur la résolution de problème.

2. Les référentiels ne disent rien de pédagogique, sur la manière d'aborder les questions mentionnées. Ainsi la première ligne évoque-t-elle "le sens des opérations sur les entiers et les décimaux, [...] l'ordre de grandeur, l'utilisation de la calculatrice", ce qui semble clairement insuffisant.

[1] Centre National de Suresnes (CNEFEI).

3. Il reste :

□ à imaginer des progressions en amont de ce qu' énonce le référentiel, c'est à dire à trouver les passerelles entre ces exigences et les connaissances réellement disponibles. En particulier dans la perspective de constitution du LIVRET de COMPETENCE, qui accompagne l'élève dans sa scolarité.

□ à construire des situations qui tiennent compte des programmes de collège, mais les interprètent en fonction des capacités des élèves, de leurs difficultés passées et de l'utilisation qu'ils devront faire par la suite de ces connaissances.

C'est une vaste entreprise, amorcée ici et là (mais le plus souvent dans la perspective de l'évaluation, ce qui ne semble pas pédagogiquement la meilleure voie d'entrée), et qui fait l'objet d'une proposition de stage national, à l'initiative du CNEFEI, pour 99-2000.

On ne saurait ici qu'ébaucher quelques lignes directrices et donner quelques illustrations. Il y a dès lors trois entrées possibles :

• Analyser le Référentiel et essayer d'induire, en chaînage arrière, des conditions nécessaires à la réalisation de ses exigences (notamment en comblant ses non-dit),

• Procéder par *l'amont* à partir du programme du cycle III, du programme de 6°/5° des collèges, des résultats observés à l'évaluation en 6°, en établissant une progression qui tienne compte des difficultés ou lacunes probables ou observées,

• Tenter de dresser un tableau des difficultés spécifiques de cette population, et imaginer des moyens adaptés à la réduction de ces difficultés.

Il n'existe, à ma connaissance, à l'heure actuelle, aucune tentative scientifiquement articulée dans aucune de ces trois directions.

Nous allons ébaucher une réponse au troisième point, et proposer quelques éléments répondant au deuxième.

Hypothèses sur des difficultés fréquemment rencontrées en SEGPA

1. Les unes sont de l'ordre de la *mémorisation.* Il s'agit de la *déperdition (érosion)* relativement rapide des informations enregistrées ; cela peut être dû à un ancrage insuffisant de ces informations dans le réseau sémantique (tissu trop lâche, "moteur" de recherche peu actif...) ; cela peut-être dû aussi à la nature de ces informations : le procédural persiste mieux que le déclaratif.

2. Processus de *schématisation.* C'est ce que l'on peut appeler "difficulté d'abstraction", et qui mérite d'être examiné de plus près. Il s'agit de la compétence qui suscite les processus de délimitation des classes d'équivalences. Voir B-M. Barth, ou, mieux H.Wallon (" La fonction symbolique est le pouvoir de trouver à un objet sa représentation et à sa représentation son signe [...] Quand elle fait défaut, l'assemblage reste particulier et précaire ; c'est un dressage").

3. Il est possible de loger sous la même enseigne cette autre faculté de schématiser qui est à l'œuvre dans la résolution de problème. Comment éviter la prégnance des "déclencheurs de surface" (l'expression "en plus" renvoie à une addition etc...) ?

4. Insuffisance des représentations. Exemple : les nombres "flottent" dans un espace non structuré, au lieu d'être arrimés à une représentation analogique, qui permet d'établir le calcul mental, ou l'estimation d'ordre de grandeur...

5. *Planification des actions.* Difficulté à envisager une séquence structurée d'actions (algorithme, stratégie...). Il peut s'agir, en arrière-plan, de la mémorisation (cf.1), ou de l'organisation logique (cf. 4).

Un plan de travail et quelques exemples.

I. NOMBRES

Exemple : voici quelques résultats d'enfants de Sixième de SEGPA à des opérations proposées par écrit, en ligne, à calculer sans poser l'opération.

23+5	40+11	31+9	33+19
73	50	12	412

résultats de Pie.

70-19	50-37	19 × 3	2×5×3
69	27	32	13

résultats de Bou.

Que peuvent révéler ces résultats sur les capacités de calcul des deux enfants, et par conséquent sur les "remédiations" à entreprendre ? Il ne suffit évidemment pas d'évaluer ces résultats en terme VRAI/FAUX.

Quelques résultats se laissent aisément interpréter : « 23+5 = 73 » et « 33+19 = 412 » procèdent tous deux d'un traitement "en colonne" ; dans le premier cas, l'enfant a ajouté 5+2, en calant les deux nombres à gauche, dans le second, Pie. a ajouté séparément la somme des dizaines, puis la somme des unités et juxtaposé les deux résultats. On peut imaginer que «31+9 = 12» procède de la même démarche, mais que la procédure a été interrompue ; c'est ainsi également que l'on peut interpréter « 40+11 = 50 » C'est ici la numération qui est en cause, c'est à dire la hiérarchie entre unités et dizaines, et le passage des unes aux autres.

Dans le cas de Bou. les différentes erreurs sont de types variés. « 50–37 = 27 » témoigne d'un algorithme illicite assez répandu ("0–3, on ne peut pas ; alors 3–0=3"), qui "explique" probablement aussi « 70–19 = 69 » ; il s'agit clairement d'un algorithme de calcul écrit, transposé mentalement ; tandis que « 2□5□3 = 13 » indique clairement que l'enfant a lu " 2 □ 5 + 3 " qu'il a interprété : "(2□5) +3". En revanche « 19□3 = 32 » semble plus difficile à interpréter, au seul examen de la réponse. Cet exemple montre que les niveaux de difficultés de ces deux enfants sont nettement distincts. Il montre avec évidence la nécessité d'un traitement adapté et individualisé : il ne s'agit pas de (re)construire la numération, selon des méthodes qui n'ont clairement pas fait la preuve de leur efficacité, ni de rabâcher les "tables", ce qui ne constituerait qu'un traitement de surface bien provisoire.

Une proposition consiste à repérer les représentations numériques qui paraissent robustes, et à reconstruire à partir de là, à l'aide de supports, d'abord matérialisés, puis progressivement "mentalisés". J'ai donné ailleurs une progression possible articulant de tels supports [F.Boule, 1997, 1998]. Voici un exemple utilisé en 6° SEGPA :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39

fig. 1 : tableau numérique

Ce tableau, mis à disposition de chaque élève, permet :

- de mettre en correspondance numération écrite et numération orale,
- de repérer le rythme de l'écriture chiffrée (numération), (on peut, à ce titre, masquer progressivement le contenu des cases),
- d'utiliser des opérateurs simples comme [+1] : décaler d'une case à droite (si possible) [+10] : descendre d'une ligne, ainsi que les opérateurs inverses,
- d'utiliser des opérateurs plus complexes [+11], [+9], [–11] , [–9], etc. d'abord en lisant le résultat, puis, en l'absence du support, en mémorisant cette représentation.

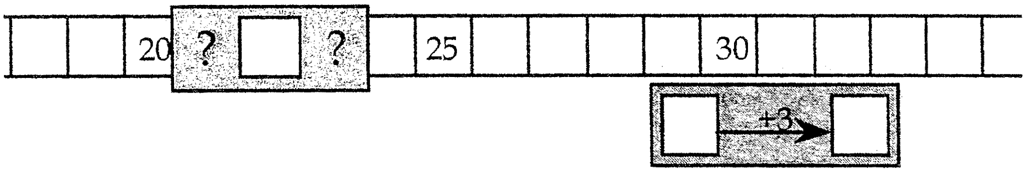
Dans une phase ultérieure, il s'agit de passer de la liste numérique :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	

à la "graduation". Laquelle, aussi, peut temporairement rester à disposition de chaque élève.

		20					25					30					

On peut travailler sur celle-ci à l'aide de curseurs :

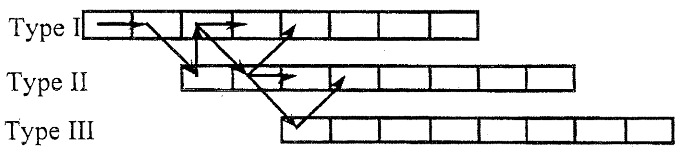


qui permettront, peu à peu d'intérioriser des opérateurs.
Des jeux de "répertoire" (dominos, jeux de cartes...) permettent de faire jouer ces opérateurs, et de les automatiser, puis d'aborder des stratégies de calcul additif ou multiplicatif.

Une approche (selon les mêmes principes d'accès aux représentations) est très probablement nécessaire, pour la plupart des élèves de 6°/5°, en ce qui concerne les décimaux et les fractions.

II. GEOMETRIE

On peut distinguer en première approximation trois champs à l'intérieur des activités géométriques : les configurations, les constructions, les mesures.
Ces trois domaines gagnent à être dissociés, de façon à ménager une progression dans la difficulté. C'est ainsi que l'observation précède la construction, que les constructions sans intervention de mesure précèdent l'usage des instruments de mesure. Mais il ne s'agit pas non plus de constituer des blocs qui se succèderaient l'un à l'autre. On peut imaginer un parcours qui fasse alterner les types d'activités, tout en ménageant une progression :



alternance des types d'activités

Il existe également des travaux de synthèse, qui font intervenir plusieurs champs simultanément. Mais ils doivent être précédés par des activités qui mettent en jeu sélectivement les notions ou les savoir-faire des champs différents.

II.1. Les configurations.

Cette partie se scinde encore en deux :

A.1. Identifier des formes "simples" : reconnaître un carré, un rectangle, un triangle équilatéral selon des dispositions différentes ou à l'intérieur de configurations moins simples.
Il s'agit ici seulement de repérage perceptif.

A.2. Ces figures "simples" donnent lieu à des observations plus précises et des manipulations (pliages, comparaison d'angle ou de côtés...) C'est l'occasion de définir des termes géométrique (angle droit, parallèle, diagonale, milieu...) et d'associer des propriétés géométriques à ces figures simples. On constitue ainsi un vocabulaire de base, et un répertoire de propriétés possibles ; il en résulte un classement des figures (selon un ou plusieurs critères).

II.2. Les constructions

On explore progressivement l'utilisation d'instruments de tracé et de construction, ainsi que différents supports.

• Exemple de supports : papier calque (pour les pliages), papier quadrillé, papier uni, réseau.

• Exemple d'instruments : gabarit (pour angle droit, ou de 45°, ou de 60°), règle non graduée (à bords parallèles), fausse équerre, compas, règle graduée, rapporteur.

Il est préférable d'éviter les instruments imprécis (ficelle), et de retarder l'usage des instruments de mesure comme le rapporteur.

Chaque instrument est porteur de propriétés géométriques. Les constructions sont donc l'occasion de réinvestir les propriétés explorées, selon des points de vue différents, imposés par les contraintes instrumentales. C'est aussi l'occasion indispensable d'exercer l'habileté manuelle qu'exige un dessin soigné.

Mais un programme de construction est un **énoncé**. A la rencontre des Configurations, des Constructions et de la Logique se situent les activités de codage d'une figure, rédaction et interprétation d'un programme de construction. Ces activités ont une grande richesse :

• Elles permettent de repérer le vocabulaire connu et la maîtrise des notions.

• L'interprétation d'une figure en terme de programme de construction invite à dégager des configurations et à les organiser.

II.3. Les mesures

Il s'agit de mettre en relation géométrie et calcul. Les nombres qui interviennent ne sont pas seulement des entiers (décimaux et fractions) ; les instruments utilisés pour mesurer les longueurs et les angles présentent des difficultés particulières (double-décimètre et rapporteur) ; les notions d'aire et de volume, la compréhension des formules sont d'un niveau d'abstraction supérieur à celui des activités de type A ou B. Dans ce champ interviennent également les importantes questions liées à l'estimation, l'intégration des unités usuelles, les conversions, domaines très souvent mal maîtrisés par les élèves de SEGPA.

III. PROBLEMES

La résolution de problème est quasi absente du référentiel, et n'est lisible qu'à travers "l'acquisition du sens des opérations". On est en droit de penser que cette référence est notoirement insuffisante. C'est assez dire que l'inscription de l'enseignement des mathématiques dans une démarche de résolution de problème est évacuée au profit d'une conception strictement instrumentale de construction de procédures.

Selon le principe évoqué ci-dessus, de la « dissociation provisoire des difficultés » qu'il ne faut certainement pas confondre avec une pédagogie des petits pas, ou une "apprentissage sans erreur", nous suggérons de mener *parallèlement* l'étude :

• de situations concrètes manipulables,

• de situations de problèmes figurés

•de situations de calcul "pur", elles-mêmes scindées en pratique de calcul mental / écrit / machinal.

On ne s'attardera pas ici à distinguer, en ce qui concerne les problèmes, les situations ***concrètes*** des situations ***figurées*** (le concret évoqué) ; cette distinction est connue de tous.
En revanche, quelques autres distinctions méritent peut-être un petit détour.
Par exemple la distinction entre COMPLIQUE et DIFFICILE.
Un problème compliqué fait appel à des structures élaborées, mais dont le traitement peut éventuellement être simple, comme il en est d'un exercice d'application. En revanche, un problème difficile peut faire intervenir des structures très simples (calcul additif par exemple), mais réclame une subtilité heuristique ; c'est le cas typique des "situations de recherche" dont le niveau technique est faible, mais dont l'énoncé laisse démuni devant le choix du traitement.

Plus systématiquement, nous proposons de classer les difficultés liées à la résolution de problème selon la progression suivante en cinq niveaux de difficulté :

1. Un niveau de surface, correspondant à la ***lecture*** de l'énoncé : des mots sont incompris, ou bien la lecture est difficile, c'est une difficulté extrinsèque aux mathématiques. Il faut adjoindre à ce niveau ce qui correspond à la lecture spécifique au texte de problème : qu'est-ce qui fait qu'un texte est un problème ? Quelle est la question ? Quelles sont les informations ? etc. [cf. CDDP Perpignan]

2. Le second niveau est celui de ***l'évocation*** : de quoi parle le problème ? que met-il en scène ? qu'est-ce qui est donné ? qu'est-ce que l'on cherche ?
Il arrive que ce niveau soit court-circuité par une prise d'indices qui conduit directement au niveau 4. Le sens du problème échappe alors complètement. Pour s'assurer que cette évocation a lieu, on peut demander de raconter le problème, de faire un dessin, avant de tenter de résoudre.

3. Le troisième niveau est celui de la ***schématisation***. Il s'agit d'associer ce problème à d'autres déjà traités, non pas en fonction des éléments de surface, de l'habillage (problème de prix, de billes...) mais d'une classification. A-t-on rencontré un problème comme celui-ci ? Ressemble-t-il à tel autre ? Ici un répertoire (tableau) de problèmes bien connus peut-être utile (exemple : les situations classiques de division, ou de multiplication). Des problèmes non classiques (ne ressemblant à rien de déjà rencontré) peuvent déclencher (ou non) des heuristiques, c'est à dire des comportements d'essais "pour voir". C'est le cas dans les situations ouvertes, souvent déroutantes.

4. Le schéma du problème (sa famille), une fois repéré, conduit à une ***procédure de résolution***.
Il s'agit d'une suite d'actions à entreprendre dans un certain ordre pour aboutir au résultat. Il arrive que des indices (mots inducteurs) renvoient directement à cette étape, indépendamment du sens.

5. Cette procédure fait (souvent) intervenir du ***calcul***. Il arrive que des algorithmes de calcul soient sollicités légitimement, mais soient inopérants ou déficients. On effectue la bonne opération, mais avec une erreur de calcul (ou de procédure). Reste à déterminer si l'erreur est occasionnelle ou systématique (Ex. « 31–18 = 27 »)

6. En admettant que les étapes précédentes se sont bien déroulées, et sans interruption, il reste à *conclure*, c'est à dire revenir du résultat numérique aux données du problème. C'est un retour à la signification, dont peut témoigner la rédaction d'une phrase conclusive.

Les lignes ci-dessus ne sont qu'une ébauche de programme, ou encore une "offre publique de coopération" qui pourrait fonder un groupe de travail réunissant des formateurs (IUFM, CNEFEI), des enseignants de SEGPA ou EREA, des conseillers pédagogiques, des inspecteurs...

LES ATELIERS DE RECHERCHES EN MATHÉMATIQUES

(expérimentation dans les classes et formation des professeurs d'écoles)

Pierre Eysseric[1]

L'objet de cet article est la présentation d'une expérimentation que j'ai pilotée durant 6 années dans quelques classes des écoles primaires du Var: la mise en place d'un lieu et d'un temps pour le plaisir de chercher en mathématiques. Nous présenterons d'abord le dispositif que nous avons essayé d'expérimenter, puis, après un bref historique du projet, nous analyserons quelques unes des difficultés rencontrées et le décalage entre le dispositif projeté et les réalisations actuelles. Enfin nous envisagerons les perspectives de ce travail à travers un certain nombre de questions qu'il reste à approfondir pour améliorer le fonctionnement de ces activités de recherche en classe et mieux comprendre leur impact sur l'ensemble des apprentissages et en particulier celui des mathématiques et nous terminerons par la relation d'une recherche effectuée en octobre novembre 1997 dans un CM2 de Rians.

1 Présentation du dispositif.

Nous souhaitons commencer par une description du dispositif tel qu'il a été projeté et nous examinerons plus loin les écarts entre celui-ci et les réalisations dans les classes. Il s'agit de transposer dans les classes de l'école primaire un style de travail, celui des chercheurs en mathématiques. L'image de cercles concentriques centrés sur l'enfant (ou sur le chercheur) permet une description assez simple de cette transposition.

1.1 De la recherche à la publication.

Le premier cercle est constitué par l'enfant et son sujet de recherche, c'est à dire une question qu'il se pose, qui rentre dans le champ des mathématiques et à laquelle il a envie de pouvoir répondre; le sujet peut être proposé par l'enfant ou par un tiers (l'enseignant par exemple) mais dans tous les cas l'élève doit se l'être approprié et se sentir responsable de la recherche d'une solution au problème posé.

Le deuxième cercle comprend deux ou trois élèves: ceux qui ont le même sujet de recherche ou des copains avec lesquels on parle librement de son travail; son équivalent dans la communauté scientifique, ce sont les collègues du laboratoire, ceux que l'on accroche au détour d'un couloir ou devant la machine à café pour leur faire part d'une idée, d'une question, d'un obstacle rencontré, d'un article intéressant, ... Ce cercle, bien que très informel, n'est pas sans importance; c'est un espace de liberté: on peut travailler seul mais on a aussi le droit d'échanger avec d'autres, de parler sans contraintes de son travail; cela a une incidence non négligeable sur l'implication des enfants dans l'activité de recherche et la découverte du plaisir de chercher.

Le troisième cercle, c'est la classe (les élèves et leur enseignant) qui fonctionne ici un peu comme un laboratoire avec son directeur de recherche. Après un temps de recherche plus au moins long les enfants vont devoir présenter leur travail à toute la classe; on peut arriver avec des solutions à proposer mais aussi avec des questions restées sans réponse, sur lesquelles on

[1] I.U.F.M. Site d'Aix-en-Provence, IREM de Nice - IREM de Marseille, e.mail: p.eysseric@aix-mrs.iufm.fr

ne parvient plus à avancer. Dans ce cas on explique ce que l'on a essayé, les impasses dans lesquelles on s'est retrouvé et chacun peut intervenir pour proposer de nouvelles pistes ou pour critiquer ce qui a été fait. A l'issue de ce débat deux situations peuvent se présenter: soit on estime que les idées échangées permettent de se remettre au travail sur ce sujet, soit on aboutit à un constat collectif d'impasse et on décide de se documenter ou de renvoyer la question au quatrième cercle (un référent mathématique extérieur à la classe qui peut être un chercheur ou un professeur de mathématiques). Lorsque par contre, l'enfant estime avoir résolu le problème qu'il s'était posé, ses solutions sont soumises à la critique sans pitié des autres élèves et de l'enseignant si cela est nécessaire; il s'agit donc de convaincre toute la classe de la valeur des réponses proposées. Si le travail présenté est accepté, validé par la classe, il va pouvoir sortir de celle-ci, être publié; cette publication pourra prendre des formes diverses: affichage dans le couloir, article dans le journal de l'école, fax adressé à une autre classe pratiquant la recherche en mathématiques, courrier envoyé à un chercheur correspondant de la classe, ... On entre alors dans le quatrième cercle, mais avant d'en arriver là plusieurs allers et retours entre le premier et le troisième cercle sont souvent nécessaires et il n'est pas rare qu'un enfant arrivé convaincu d'avoir une excellente réponse doive à l'issue d'une discussion parfois acharnée convenir qu'il doit se remettre à l'ouvrage. On a, par exemple, le cas de cet élève de CM2 qui est arrivé un jour devant ses camarades très fier de sa découverte et persuadé de convaincre tout le monde. *« Il y a une infinité de fractions, et je vais vous le prouver »* a-t-il déclaré et il a alors entrepris de dessiner au tableau un grand carré. *« Je le partage comme ça, on a 1/2; je recommence et j'ai 1/4. »* Et il continue ainsi jusqu'au moment où son carré est entièrement couvert de craie blanche; il conclut alors en disant: *« et etc., on peut toujours repartager et donc, les fractions, c'est infini! »* Le résultat est alors vivement contesté par deux élèves qui pensent qu'on ne peut pas continuer: le carré est tout blanc, il n'y a plus rien à partager. L'élève reprend son argumentation mais ne parvient pas à les convaincre. Le maître conclut alors la discussion en renvoyant chacun à la recherche: *« Il faut que vous retravailliez là-dessus; lorsque vous aurez quelque chose de neuf, vous revenez en parler. »* La semaine suivante l'élève a affiné sa démonstration; il reprend comme la première fois, mais avant que tout le tableau ait blanchi, il s'arrête et leur dit: *« Vous voyez ce petit carré. Bon, je l'agrandis, je fais un zoom comme pour les photos et je recommence le partage et comme ça, je peux toujours continuer! »* Cette fois tout le monde est convaincu mais les deux contestataires veulent tout de même intervenir: en cherchant des arguments pour convaincre la classe que leur copain avait tort, ils sont parvenus à la même conclusion que lui mais d'une autre façon. *« Quand on écrit les fractions 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, ... on multiplie le nombre du bas par deux et cela nous chaque fois une nouvelle fraction; comme on peut toujours recommencer et remultiplier par deux, et bien on voit que les fractions, c'est infini! »* Tout le monde étant d'accord, on décide de mettre ces deux argumentations au propre et de les afficher dans le couloir. Dans ce troisième cercle le rôle de l'enseignant comme directeur de recherche est fondamental: c'est lui qui régule les échanges, qui gère les allers et retours entre recherche et communication jusqu'à la validation d'un résultat à publier ou au constat qu'on ne sait pas et au recours à une aide extérieure.

Le quatrième cercle est extérieur à la classe: à l'origine du projet, c'était un chercheur, un spécialiste des mathématiques auquel on peut envoyer les travaux de la classe (des résultats, mais aussi des questions restées sans réponse), quelqu'un d'extérieur à la classe, à l'école et qui peut être le garant de la qualité mathématique des travaux réalisés et ainsi autoriser leur publication. En fait on verra que dans la pratique les choses se sont souvent passées différemment, ce quatrième cercle se traduisant surtout par la publication , la communication hors la classe des travaux de recherche des enfants.

Enfin le dernier cercle est le congrès annuel des enfants chercheurs: tous les ans les enfants qui ont fait au cours de l'année scolaire des travaux de recherche en mathématiques viennent les présenter au cours du congrès Maths en Stock. Lors des premiers congrès les effectifs étant peu nombreux la présentation prenait la forme de communications orales. Avec entre 300 et 450 participants aux derniers congrès Maths en Stock, nous avons privilégié la communication par voie d'affiche et l'organisation d'ateliers de recherche en mathématiques. Ce congrès est un peu l'aboutissement du travail de toute une année tout en étant aussi pour certains enfants un tremplin vers d'autres recherches à travers les sujets découverts au cours de la journée. C'est une sorte de fête des mathématiques et l'engouement des enfants surprend souvent les parents accompagnateurs. *« Ils sont fous; c'est leur sortie de fin d'année, on leur fait faire des maths toute la journée, et en plus, ils sont contents! »*, nous a dits l'un d'eux.

1.2 Un lieu et un temps pour le plaisir de chercher en mathématiques.

Après cette description des différentes étapes de la recherche en classe, revenons sur quelques mots clefs qui permettent de mieux comprendre les activités proposées.

"Un lieu".

Les recherches en mathématiques se déroulent dans la classe, avec l'enseignant de celle-ci. Il ne saurait être question pour nous de transférer cette activité en dehors de la classe et de faire une sorte de club mathématique, ou de la confier à un intervenant extérieur. Les ateliers de recherche en mathématiques (que nous désignerons par ARM dans la suite du texte) doivent faire partie du travail de la classe et ne pas se situer à côté. Dans la mesure où nous espérons un impact des ARM sur les apprentissages en mathématiques des enfants, leur immersion dans les activités ordinaires de la classe nous semble fondamentale. Nous voulons éviter de produire un dédoublement des mathématiques dans la tête des enfants: d'un côté, les "maths sympa" du club math ou de l'intervenant extérieur, et de l'autre les "maths rasoir" de la classe, du maître ou de la maîtresse. L'unité de lieu est une condition nécessaire au maintien de l'unité des mathématiques.

"Un temps".

Les ARM sont un des moments de l'activité mathématiques des enfants dans la classe; un moment important, mais un moment limité: selon les classes, les ARM représentent en moyenne entre 30 min et 1 h par semaine. L'ARM, lieu d'apprentissage d'une démarche, doit exister avec (et non remplacer) les situations d'apprentissage des savoirs figurant au programme de mathématiques de la classe. L'objectif à terme est de faire évoluer l'image que les enfants ont des mathématiques et de leur permettre d'aborder dans un autre état d'esprit les apprentissages plus classiques.

"Le plaisir".

Nous voulons faire découvrir aux enfants des mathématiques qui peuvent être source de plaisir au même titre que la lecture, la musique, la peinture, ... Cette découverte passe par la liberté: peut-il y avoir plaisir si on fait des mathématiques parce qu'on y est contraint? Et la question peut légitimement être posée du caractère obligatoire ou facultatif de cette activité. Nous avons choisi de proposer les ARM à tous les enfants pour deux raisons. D'une part, un enfant ne peut découvrir qu'il est possible de chercher en mathématiques et d'y trouver du plaisir, si on ne lui en offre pas l'opportunité; d'autre part, cela nous semblait indispensable pour ne pas isoler les ARM des autres apprentissages. Mais par ailleurs nous ouvrons malgré tout avec les ARM un espace de liberté dans la classe du fait que nous nous affranchissons pour un temps de la contrainte des programmes, et que l'enfant a le libre choix des problèmes qu'il va chercher à résoudre: il n'est confronté qu'à des questions qui ont stimulé sa curiosité et qu'il se pose réellement.

"Chercher en mathématiques".

Après l'évocation de l'espace de liberté des ARM, voici deux mots qui fixent le cadre, l'objet du travail. Tout est possible; la seule contrainte est de chercher et de le faire dans le champ des mathématiques. Mais tous les acteurs de l'ARM (élèves, enseignant, chercheur) ne mettent pas les mêmes réalités derrière ces mots et tout au long de l'année, le contenu des ARM va être l'objet d'une négociation dans la classe. *« Est-ce bien de la recherche? Sont-ce des mathématiques? »* Ces deux questions reviendront sans cesse dans la bouche de l'enseignant comme dans celles des enfants. Par un processus analogue à celui fonctionnant chez les personnages mis en scène par Imre Lakatos dans Preuves et réfutations au sujet des polyèdres convexes, les enfants vont, tout en pratiquant la recherche en mathématiques, faire évoluer leur définition de celle-ci. Cette négociation permanente est un élément fondamental pour comprendre l'impact des ARM sur l'ensemble des apprentissages à l'école (les élèves manifestent dès le démarrage d'un ARM leurs conceptions à la fois des mathématiques et de la recherche, et c'est la pratique de la recherche en mathématiques qui va les conduire progressivement à réviser celles-ci) et l'investissement des enfants dans ce type d'activité (beaucoup d'enfants se remettent à exister en tant que sujet face aux mathématiques, ce dont ils ne soupçonnaient plus la possibilité); nous essayerons d'illustrer cela sur quelques exemples dans la troisième partie.

1.3 Comparaison avec d'autres dispositifs.

Le dispositif qui nous a sans doute le plus influencé lors de la conception des ARM est certainement celui de Math en Jeans (acronyme de "Méthode d'Apprentissage des THéories mathématiques en Jumelant des Établissements pour une Approche Nouvelle du Savoir") et on pourra trouver de nombreuses ressemblances entre les ARM et les recherches en mathématiques proposées aux collégiens et aux lycéens dans le cadre des actions "Math en Jeans". Cependant dès le début nos deux dispositifs se sont différenciés sur un point important: comme nous l'avons écrit plus haut, les ARM sont intégrés dans le fonctionnement ordinaire de la classe et sont proposés à tous les élèves de celle-ci, alors que jumelages "Math en Jeans" concernent un groupe d'élèves volontaires et se déroulent en général dans l'établissement, mais en dehors des heures de cours.

D'autres dispositifs ont en commun avec les ARM l'objectif d'initier les élèves à la démarche scientifique; leurs approches de celle-ci diffèrent: l'utilisation de situations-problèmes insiste sur le franchissement d'obstacles et, si la recherche tient une place importante dans ce dispositif, c'est parce qu'elle doit permettre la construction de nouveaux savoirs mathématiques par les enfants; la résolution de problèmes ouverts (cf. travaux de l'Irem de Lyon) est elle davantage centrée sur la recherche: faire des essais, conjecturer, produire des contre-exemples, valider une conjecture, ... ; enfin, le débat scientifique (cf. travaux de Marc Legrand, Irem de Grenoble) met lui l'accent sur la négociation de la preuve, de la validation. Les ARM empruntent beaucoup à chacun de ces dispositifs, mais leur spécificité réside surtout dans la volonté de transposer dans la classe le travail du chercheur en mathématiques, en se centrant sur le processus plus que sur les résultats.

Terminons ce panorama des dispositifs qui nous ont inspirés en citant les "chantiers" et les "coins" mathématiques expérimentés depuis plus de dix ans en Suisse romande par nos collègues du Groupe de travail pour l'Étude et la Recherche de Moyens d'Enseignement et d'apprentissage de l'IRDP. Ici encore, "apprendre à chercher" est l'objectif central, mais on peut noter deux différences fondamentales avec les ARM: la recherche est en général beaucoup plus cadré quant à son contenu qui doit rester dans les limites du programme de la classe et il n'y a pas de mise en contact des élèves avec le monde de la recherche en mathématiques.

2 Historique du projet.

2.1 Les débuts.

C'est dans une école de Draguignan utilisant les techniques Freinet que l'expérience a débuté au cours de l'année scolaire 91/92; elle concernait alors les soixante élèves du cycle 3 de cette école qui ont pendant un an effectué des recherches sur le thème des nombres et correspondu avec un chercheur de Jussieu. Pour une relation plus complète du travail réalisé au cours de cette première année, je renvoie à la lecture de [Eysseric & al 96].

A partir de l'année scolaire 92/93 et pour une durée de 4 ans, le projet a obtenu le soutien de l'IUFM de Nice par l'intermédiaire de son Département Interdisciplinaire d'Etudes, de Recherche et de Formation. Durant cette deuxième année, les classes du cycle 3 de l'école F.Mireur de Draguignan étaient toujours les seules concernées par les ARM; leur thème de recherche était cette fois la géométrie et une vidéo [Eysseric & al 93] a été réalisé afin de présenter la démarche à d'autres enseignants. Enfin pour la première fois, un congrès a rassemblé au centre IUFM de Draguignan les enfants chercheurs: ce fut la première édition de Maths en Stock avec 70 élèves participants.

2.2 Expérimentation et formation.

Durant cette deuxième période (de fin 93 à juin 96), notre travail s'est articulé autour de deux axes principaux: diversifier les terrains d'expérimentation et les stabiliser; intégrer les ARM dans la formation initiale et continue des instituteurs et professeurs d'école.

2.2.1 La diversification des terrains d'expérimentation.

Celle-ci s'est réalisée par deux canaux: d'une part, l'organisation en novembre 93 d'un stage de formation continue dont l'objectif était d'initier des enseignants volontaires à la pratique des ARM et d'autre part un appel à volontaires lancé en mai 94 dans les différentes circonscriptions du Var, suivi de plusieurs conférences pédagogiques chez les IEN qui ont bien voulu nous inviter. L'organisation chaque année du Congrès Maths en Stock (120 participants pour la deuxième édition à Draguignan en avril 94, 220 pour le troisième congrès à Toulon-La Garde en juin 95 et plus de 300 à Draguignan en juin 96), la mise en relation des classes avec des personnes ressources (professeurs ou chercheurs en mathématiques) et en particulier, la collaboration de Y. Lafont, chargé de recherche au CNRS, qui a passé quatre journées dans des écoles de la circonscription de St Maximin (interview du chercheur par les enfants, animation d'ateliers de recherche, ...) ainsi que nos nombreuses visites dans des classes pour assister aux ARM et en enregistrer le contenu ont contribué à la stabilisation d'un noyau d'une dizaine d'enseignants qui pratiquent maintenant les ARM dans leurs classes depuis 3 ou 4 ans.

2.2.2 L'intégration dans la formation.

Dés le début nous avons intégré la formation dans notre projet autour des ARM. En effet, c'est à grâce à un stage de formation continue de deux fois une semaine (novembre 93, puis mars 95) que nous avons pu commencer à étendre l'expérimentation à un plus grand nombre de classes. Ces stages avaient plusieurs objectifs: initier les enseignants à une pratique personnelle de la recherche en mathématiques; les familiariser avec les ARM par des visites de classes, ainsi que des séquences de recherche avec des enfants; réfléchir ensemble aux difficultés liées à la mise en place de ces ARM ainsi qu'à leur incidence sur les apprentissages des élèves; permettre à chaque enseignant de construire son projet d'ARM pour sa classe.

C'est dans le même esprit qu'un module de formation d'une semaine a été proposé en 96 et 97 à quelques PES volontaires.

Enfin il faut signaler dans ce volet formation les huit mémoires professionnels réalisés entre 95 et 97 par des PES sur le thème des ARM; une publication actuellement en préparation fera une synthèse de ces travaux.

2.3 L'association Maths en Stock.

La nouveauté de l'année 97 a été la constitution en association loi 1901, cadre juridique qui devrait nous faciliter la recherche de subventions et assurer l'autonomie financière du projet. Les deux objectifs principaux de l'association demeurent l'expérimentation avec le suivi des 20 à 30 classes qui pratiquent les ARM dans le Var, et la formation initiale et continue. Par ailleurs, un autre axe de travail pour maths en Stock est la communication: diffusion de nos travaux via des publications et/ou des interventions dans des colloques, communication entre les classes pratiquant les ARM (publication des actes des Congrès Maths en Stock, utilisation d'internet, ...).

3. Du projet aux réalisations.

3.1 Une situation didactique inhabituelle.

Dés que nous avons présenté les ARM à des enseignants de l'école élémentaire afin de les expérimenter ailleurs qu'à l'école F.Mireur de Draguignan (cf. stage de formation continue de novembre 1993,...) nous avons été confrontés à un double mouvement qui peut paraître a priori paradoxal: d'une part un engouement pour ce type d'activité et d'autre part la crainte de s'y lancer. Et parmi les enseignants qui pratiquent actuellement les ARM dans leur classe, il y en a beaucoup qui ont hésité parfois plusieurs années avant de se lancer, remettant sans arrêt au mois ou à l'année suivante (cf. témoignage de P.Châtard en annexe). La peur de se retrouver face à des problèmes de mathématiques posés par les enfants et auxquels ils ne sont pas capables de répondre est un argument fréquemment avancé par ceux qui ont envie de commencer mais n'osent pas franchir le pas, ce qu'ils résument souvent en disant: *"nous ne sommes pas assez bons en mathématiques pour faire cela!"*. Le manque de temps est aussi souvent invoqué, en particulier par des enseignants qui ont essayé les ARM, puis ont arrêté: *"c'est très intéressant, mais le temps n'est pas élastique, on ne peut pas tout faire..."*. T.Assude, dans son mémoire professionnel de professeur des écoles [Assude 97], tente d'expliquer ces réticences par rapport à la temporalité du dispositif. Dans les situations didactiques traditionnelles l'enseignant a la maîtrise complète du temps; en particulier, il sait toujours ce qui vient après, le déroulement des séquences et des apprentissages étant régi par un texte du savoir délimité par des programmes officiels et des manuels. Or la grande nouveauté dans les ARM, c'est qu'il n'y a pas de texte du savoir a priori, car ce qui est au centre de l'activité, ce n'est pas un savoir à construire, mais un style de travail (celui du chercheur en mathématiques). La conséquence en est une forte déstabilisation de l'enseignant qui ne peut plus maîtriser le futur, connaître la suite des événements, ce que T.Assude exprime ainsi: *"l'enseignant doit accepter le partage des responsabilités et la co-production du texte du savoir"* et cela lui permet d'énoncer *"cinq règles qui permettent de négocier le contrat de recherche et par là de faire avancer le temps de recherche:*

Règle 1: on est co-responsable de la recherche du groupe.
Règle 2: on se pose des questions et on étudie des problèmes.
Règle 3: on communique l'état d'avancement de nos recherches.
Règle 4: on doit aboutir à un produit fini.
Règle 5: les travaux doivent être validés par la classe (l'enseignant inclus)."

[Assude 97]

3.2 Qu'est-ce qu'un sujet de recherche?

L'action de chercher en mathématiques est-elle caractéristique des ARM? Nous allons répondre par la négative à cette question. La pratique des ARM et l'analyse de celle-ci nous a conduit à bien distinguer ce que nous appellerons un sujet de recherche d'un problème de recherche ou de la phase de recherche d'une situation d'apprentissage.

Dans cette dernière contrairement aux ARM, c'est le texte du savoir à construire qui est premier; il y aura dans les phases de recherche d'une situation didactique réinvestissement mais pas apprentissage de la démarche de recherche. Par contre, lorsqu'un problème de recherche est proposé à des élèves, l'objectif est bien de leur apprendre à chercher et cela par le biais de la résolution d'un problème précis posé par l'enseignant.

Dans les ARM nous voulons transposer le plus complètement possible la démarche du chercheur; or il nous semble que celle-ci commence souvent par la formulation du problème. C'est ce qui nous conduit à opposer le sujet de recherche au problème de recherche. Dans un cas il s'agit de se poser des questions auxquelles on essayera ensuite de répondre sur un sujet que l'on choisit ou qui nous est proposé, dans l'autre on doit répondre à une question posée par un tiers. Confondre les deux aurait deux conséquences non négligeables:

1) restreindre très fortement l'espace de liberté des ARM;
2) occulter l'aspect "formulation d'un problème" de l'apprentissage de la démarche de recherche.

A ce propos il est important de remarquer que la différence entre un sujet et un problème de recherche ne se situe pas au niveau formel. Un sujet de recherche peut très bien être dévolu à la classe par l'intermédiaire d'un problème de recherche s'il est clair pour tous les acteurs que l'on attend pas seulement la solution du problème mais toutes les questions qu'il peut conduire à se poser. De même, certaines circonstances peuvent entraîner la fermeture d'une situation de recherche qui sera alors perçu comme un problème ordinaire. Nous en avons fait récemment l'expérience avec un groupe d'adultes: aussitôt le sujet exposé, un des participants a formulé <u>sa</u> question, et en raison de la personnalité de celui-ci et de sa situation dans le groupe, <u>sa</u> question s'est imposé au groupe comme <u>la</u> question à laquelle chacun devait répondre, entraînant chez certains un blocage du à la disparition d'un espace de liberté: ils ne se sentaient plus autorisés à poser <u>leurs</u> questions et, comme <u>la</u> question posée ne les intéressait pas, ils rejetaient l'activité.

3.3 Comment démarrer la recherche dans une classe.

Tous les enseignants ne démarrent pas la recherche dans leur classe de la même façon. Les témoignages recueillis et les observations réalisées depuis cinq ans nous permettent de proposer une classification de ces démarrages par rapport au degré d'ouverture de la situation de départ.

3.31 Ouverture totale.

Elle est en général le fait d'enseignants aguerris qui ne redoutent pas la non maîtrise du temps. Ce fut le cas d'une enseignante qui, au retour du stage de formation continue de novembre 93, a expliqué aux enfants de son CE2 les raisons de son absence d'une semaine et leur a dit qu'elle avait fait de la recherche en mathématiques; puis elle leur a proposé d'en faire autant et l'ARM a démarré ainsi avec cette seule consigne: tout est possible à condition que ce soit des mathématiques et qu'on cherche. Un autre exemple nous est fourni par une maîtresse de CE2 qui a elle commencé en distribuant à ses élèves une photocopie du sommaire d'un ouvrage intitulé "Contes de Provence" et avec la consigne: *"à partir de ce document, vous allez faire des recherches en mathématiques!"*. Dans un cas comme dans l'autre on a été très rapidement confrontés à des enfants qui faisaient des opérations ou qui se posaient des petits problèmes ayant la forme de ceux résolus en classe au cours des semaines précédentes. Ainsi les élèves manifestaient d'entrée leur représentation des mathématiques et le processus de négociation évoqué en 1.2 était lancé par des remarques de certains enfants: *"est-ce de la recherche?, ..."*.

3.3.2 Situations ouvertes encadrées.

Il s'agit alors de proposer une situation aux enfants et de les amener à poser leurs questions. En général, un travail important sera fait avec la classe pour trier les questions de mathématiques et celles qui, sans être pour autant inintéressantes, relèvent d'un autre champ disciplinaire, ce qui est de la recherche et ce qui n'en est pas.

Quelques exemples:

* Un enseignant de CE2 a proposé la situation suivante: *"on jette trois dés"*, puis il a demandé aux élèves de rechercher toutes les questions que l'on pouvait se poser; celles-ci ont alors été inscrites au tableau et, dans une phase collective, on a trié les questions, ceci conduisant à donner une première définition de la recherche en mathématiques. Enfin les enfants ont été invités à choisir une des questions dont il avait été décidé collectivement qu'elles entraient dans le champ de la recherche et des mathématiques, puis à essayer de la résoudre seul ou en groupe de deux ou trois.

* La même démarche peut être envisagée avec d'autres situations comme: *"on a des pièces de 1F, de 2F et de 5F"*, ...

* Dans un CE1/CE2 on a proposé le sujet suivant: *"on choisit un nombre de trois chiffres; avec ces trois chiffres ordonnés du plus grand au plus petit, on obtient un nouveau nombre; avec ces mêmes trois chiffres ordonnés du plus petit au plus grand, on en obtient un deuxième; on calcule la différence des deux puis on recommence toutes les opérations, mais cette fois à partir du résultat obtenu, ... on observe et on se pose des questions!"*. Un groupe de cinq ou six enfants s'est passionné sur ce sujet durant plus de six mois. Ils ont conjecturé des résultats, tenté d'avancer des explications, élargi le problème aux nombres de 2, puis 4, 5 et même 6 chiffres; ils ont fait un très grand nombre de soustractions, mais cela n'était pas gratuit; cette situation avait aiguisé leur curiosité sur les nombres; ils découvraient des phénomènes qu'ils avaient envie d'explorer, de comprendre et les opérations réalisées servaient à cette exploration.

3.3.3 Manipulation d'un matériel.

C'est sans doute le démarrage le plus fréquent dans les classes. Le passage par la manipulation d'un matériel permet dans un premier temps d'occulter la représentation dominante des mathématiques (*"faire des mathématiques, c'est faire des calculs"*), mais au cours des phases de communication, à travers des remarques comme: *mais est-ce que c'est des mathématiques?"*, ... , le débat sur les représentations des mathématiques et de la recherche resurgira.

Voici quelques uns des matériels qui ont été utilisés: jeux de stratégie, machines à calculer, ficelles et nœuds, motifs géométriques à reproduire, solides à construire, machines à jetons reproduisant le fonctionnement d'un ordinateur, ... Nous renvoyons à une publication ultérieure pour une description plus détaillée des travaux de recherche effectués par les enfants à partir de ces matériels. Mais une difficulté spécifique à ces points de départ mérite d'être signalée: il arrive que des enfants s'enferment dans la manipulation, jouent sans jamais faire de recherche en mathématiques; comment faire évoluer alors la situation?

Une première réponse peut être apportée par l'intermédiaire des phases de communication au cours desquelles chaque enfant devra exposer le résultat de son travail et affronter le regard critique de ces pairs; c'est souvent à travers les questions que les autres vont lui poser au sujet de ses manipulations que l'enfant va être conduit à quitter le stade du jeu pour véritablement chercher. Mais on peut aussi se demander si cette manipulation, ce jeu n'est pas lui-même un élément important de la recherche: rendre le sujet suffisamment familier pour pouvoir ensuite le questionner. Cela pourrait expliquer le fait que certains enfants aient besoin de manipuler plus longtemps que d'autres avant de passer à une "véritable recherche", les matériels proposés étant plus ou moins connus de certains enfants. Le chercheur ne passe-t-il pas lui aussi parfois beaucoup de temps à se familiariser avec son sujet avant d'être capable de formuler la question qu'il va essayer de résoudre? Et un observateur extérieur pourrait dans ces moments croire qu'il ne fait rien, car effectivement il ne produit rien, il n'y a aucune matérialisation de son travail. Certains enfants dont nous pourrions être tenté de dire qu'ils ne font rien ne sont-ils pas un peu dans la même situation?

3.3.4 Questions fermées non traditionnelles.

Il s'agit essentiellement de problèmes ludiques extraits de rallyes mathématiques, qui, bien que généralement fermés, peuvent facilement déboucher sur une situation ouverte: une fois la question résolue (ou parfois avant même qu'elle le soit) la curiosité est aiguisée et on a envie d'aller plus loin, de se poser d'autres questions.

3.4 La communication dans les ARM.

Lors du premier contact avec les ARM, la plupart des observateurs néophytes remarquent surtout la phase d'action: la ruche bourdonnante des enfants effectuant leurs recherches en mathématiques. Et lorsqu'ils tentent de transposer l'activité dans leur classe, ils se limitent à reproduire celle-ci. Mais très rapidement, et c'est ce qui est unanimement ressorti du stage-retour de mars 95, l'activité ainsi mise en place ne les satisfait plus; ils ont l'impression de tourner en rond. En analysant ensemble ce sentiment de frustration ils ont alors pris conscience de l'importance de cette phase de communication qu'ils avaient jusqu'ici négligée parce qu'elle est coûteuse en temps, moins ludique et nécessite une organisation rigoureuse. En effet c'est la communication plus que l'action qui constitue le véritable moteur de l'ARM: la communication favorise le processus de négociation évoqué en 1.2 et l'évolution des représentations des enfants à propos de la recherche en mathématiques; c'est la communication qui permet, au travers des réactions suscitées, de relancer une recherche qui piétinait; enfin quelle signification peut avoir l'action de chercher si on n'a pas le projet de communiquer à autrui le résultat de son travail. La communication doit donc déjà exister "en projet" au moment de l'action (cf. Règles 3,4 et 5 proposées dans [Assude 97]); c'est elle qui va réguler l'ensemble du processus de l'ARM et la mise en place de celui-ci nécessite donc l'organisation par l'enseignant de cette communication des recherches dans sa classe (exposés, affiches, journaux, congrès, ...). On trouvera dans [Marill 96] (mémoire professionnel de PE) quelques analyses détaillées du rôle de la communication dans les ARM.

Enfin la communication des résultats des recherches hors la classe est en général l'occasion de réorganiser les savoirs produits, ce qui représente une part importante du travail des chercheurs.

4. Perspectives.

Après avoir évoqué dans le paragraphe précédent les points sur lesquels l'analyse des ARM a le plus avancé, il nous reste à faire un inventaire non exhaustif de questions encore très ouvertes sur les ARM. Pour beaucoup d'entre elles, nous avons des intuitions de réponses, quelques témoignages qui confirment des intimes convictions, mais le travail réalisé est encore insuffisant pour fournir des réponses bien étoffées et argumenterais. Ces questions sont ici, comme au cours de l'atelier, livrées en l'état afin de mieux situer l'avancement de notre réflexion et de susciter d'éventuelles réactions susceptibles de faire progresser celle-ci.

4.1 A quoi servent les ARM?

Y a-t-il un impact réel sur les apprentissages? sur la façon d'aborder les mathématiques? les problèmes? De nombreux témoignages nous font penser que oui (cf. annexe). Des enfants en particulier qui auparavant se plaçaient en position d'attente dès que l'enseignant annonçait un problème de mathématiques, se mettent à chercher (sans forcément trouver), à essayer de faire quelque chose pour résoudre le problème. Mais une étude plus scientifique de cet impact reste à faire.

4.2 Le plaisir de chercher: réalité ou fantasme?

Là aussi tous les témoignages concordent, mais il faudrait réaliser une étude comparative avec les enfants ne pratiquant pas les ARM, reprenant et améliorant celle amorcée dans son mémoire professionnel par V. Monteil [Monteil 95].

4.3 Les ARM: obligatoires ou facultatifs?

Nous avons dit plus haut dans quel sens (et pourquoi) nous avons tranché cette question, mais peut-être faudra-t-il se la reposer si on va un jour au delà du stade de l'expérimentation. La question peut alors rebondir à un autre niveau, celui de l'enseignant: jusqu'ici tous les enseignants qui ont pratiqué les ARM étaient volontaires; le dispositif qui a fonctionné ainsi peut-il survivre si l'ARM est imposé à chaque enseignant comme une activité du programme parmi d'autres?

4.4 La recherche oui, mais pourquoi en mathématiques?

Qu'est-ce qui peut justifier le fait de réaliser un apprentissage de la démarche scientifique par le biais de recherches en mathématiques? Le contenu des recherches ne doit-il pas être élargi aux sciences? à d'autres disciplines? Comment situer le travail organisé dans les ARM par rapport à d'autres initiatives comme celle de G.Charpak avec "La main à la pâte"?

4.5 La mémoire du travail de la classe.

On a pu remarqué que, selon les classes, la mémoire du travail d'une séquence sur l'autre est organisée différemment: certains laissent cette mémoire entièrement à la charge des élèves, d'autres à l'opposé conservent l'ensemble des brouillons de recherche des enfants avec la date et le nom des auteurs. T.Assude dans son mémoire professionnel [Assude 97] a amorcé une étude du fonctionnement de la mémoire dans les ARM, mais ce travail encore embryonnaire mériterait d'être repris et complété.

4.6 Le rôle du chercheur.

Jusqu'à ce jour seule l'école F.Mireur a pu fonctionner avec un chercheur durant une année (91/92) suivant le dispositif projeté. Depuis deux ans Y.Lafont vient passer une journée dans deux écoles du département, mais nous ne sommes pas parvenus à mettre en place une communication régulière entre le chercheur et les classes pratiquant les ARM. Plus généralement nous n'avons pas et nous n'aurons jamais un chercheur pour chaque classe, alors... qui peut remplacer le chercheur et être cette personne-ressource, spécialiste des mathématiques, garante de la qualité mathématique des recherches effectuées? Un professeur de mathématiques? Un conseiller pédagogique spécialiste des mathématiques? ... Ces différentes pistes ont été envisagées et demandent à être approfondies, mais un élément important est apparu: on ne peut remplacer le chercheur que par quelqu'un qui a lui-même une expérience, une pratique de la recherche. Sinon on risque, si l'on n'y prend garde, d'assister à un recadrage des ARM vers la production d'un texte du savoir au détriment de la démarche de recherche. En bref il nous semble que le chercheur (professionnel) ne peut être remplacé que par un chercheur (éventuellement amateur).

4.7 La formation.

La formation à la pratique des ARM a pour l'instant été réservée à quelques volontaires qui avaient été informés de l'expérimentation. Mais la place à donner à ce dispositif dans le cadre de la formation des professeurs des écoles, mais aussi des professeurs des lycées et collèges reste à réfléchir. En parallèle, c'est plus généralement la place d'une initiation à la recherche dans la formation des enseignants, tout comme les liens entre le monde de la recherche et celui de l'éducation qui sont à repenser, ou à penser.

5. Chronique d'une recherche:

Cette chronique a été rédigée à partir d'une part de la correspondance entre la classe du CM2 de l'école de Rians et M. Yves Lafont, chargé de recherches au CNRS (IML de Luminy), et de l'enregistrement audio du travail réalisé par les enfants lors de la visite du chercheur dans leur classe. Pour la retranscription des dialogues quelques abréviations seront utilisées: C désignera le chercheur, M le maître de la classe et E_i un élève.

<u>5.1 Travail en Atelier de Recherche en Mathématiques:</u>

* construction d'une dizaine de solides (le matériel utilisé est le matériel Polydron: faces polygonales en plastique rigide s'emboîtant les unes dans les autres).
* observation des solides; comptage des faces, des arêtes et des sommets; organisation des résultats dans un tableau.
* formulation d'un premier problème:

"Les faces, c'est assez facile à compter; mais pour les arêtes ou les sommets, c'est plus dur! Est-il possible de trouver un moyen de calculer le nombre d'arêtes ou de sommets sans les compter?"

* ce problème amène les enfants à rechercher une éventuelle relation entre le nombre de faces, le nombre d'arêtes et le nombre de sommets d'un même solide.

<u>5.2 Formulation devant la classe des résultats obtenus:</u>

* plusieurs enfants ont redécouvert à partir des résultats consignés dans leur tableau la loi d'Euler:

Nombre de faces + Nombre de sommets - 2 = Nombre d'arêtes

* cette loi est exposée à la classe, discutée et vérifiée sur les différents solides fabriqués.
* toute la classe s'étant mise d'accord sur la formulation de la loi, un courrier pour Yves Lafont est préparé.
* l'enfant qui tape le fax se trompe: il inverse arêtes et sommets; ainsi le document que recevra le chercheur (fax du 27/11/97) contiendra des résultats erronés, ce qui n'était pas le cas au moment de l'exposition en classe...En outre deux questions sont posées au chercheur:

Est-ce que cette règle est générale pour tous les solides?

Peut-on trouver une loi qui nous donne le nombre d'arêtes et de sommets en connaissant le nombre de faces?

<u>5.3 Réponse par fax du chercheur:</u>

" Bonjour la classe « Les Pies »

J'ai bien reçu votre fax, et j'aimerais en savoir un peu plus sur vous. Par exemple, en quelle année êtes-vous? Combien êtes- vous? Quel est le nom de votre professeur?

Votre recherche porte sur un domaine très intéressant des mathématiques, qui s'appelle la *topologie*. Je pense que vous avez fait une confusion, sans doute entre les sommets et les arêtes. Pouvez-vous m'envoyer les dessins (ou les patrons) des solides que vous avez construits?

Cela dit, il y a une formule qui vaut pour beaucoup de solides, mais pas pour tous. Essayez donc de construire un solide qui ressemble à une bouée, c'est-à-dire avec un trou au milieu (les mathématiciens appellent cela un *tore*).

Essayez aussi de construire deux solides (sans trous) qui ont le même nombre de faces, mais pas le même nombre de sommets. Cela peut répondre à votre deuxième question."

5.4 Arrivée du chercheur dans l'école:

* celle-ci coïncide avec la réception du texte ci-dessus par les enfants; on retourne au travail en ARM pour:
  - corriger la loi si elle est erronée;
  - représenter les solides fabriqués pour illustrer la loi obtenue.

5.5 Travail en ARM en présence du chercheur:

* à partir des solides, tableau et loi sont rectifiés.
* plusieurs enfants se lancent dans la représentation des solides par un de leurs patrons; cela débouche sur de nouvelles découvertes:
  - des solides différents peuvent avoir le même nombre de faces avec des nombres d'arêtes et de sommets qui diffèrent;
  - Sébastien propose un chercheur une méthode pour compter les arêtes et les sommets d'un solide sur son patron.

5.6 Exposition, formulations des découvertes du matin:

* écriture de la loi corrigée:

  Nombre d'arêtes = Nombre de faces + Nombre de sommets - 2
* vérification collective de la loi sur les différents solides (de nouveaux solides ont été fabriqués au cours de l'ARM du matin).
* retour aux deux questions que les enfants avaient posées au chercheur:
  - à propos de la première, il leur rappelle la suggestion faite dans sa réponse écrite: essayer de construire un solide qui ressemble à une bouée.
  - mais la discussion s'engage rapidement sur la deuxième question: ***peut-on trouver une loi qui nous donne le nombre d'arêtes et de sommets en connaissant le nombre de faces?***

Marlène et Michaël répondent "non" en présentant les deux solides à 8 faces qu'ils ont fabriqués:

le solide de Marlène (prisme à base hexagonale)

8 faces 12 sommets 18 arêtes

le solide de Michaël (octaèdre régulier)

8 faces 6 sommets 12 arêtes

Ils recomptent, vérifient la loi devant la classe et disent:

"Non, on ne peut pas car 8 faces donnent 6 et 12, ou 12 et 18 pour les sommets et les arêtes."

Un autre élève prend alors la parole:

"Moi je dirais non, car on est obligé d'avoir les faces et les sommets, ou les faces et les arêtes. Si on a les faces et les sommets, on peut calculer les arêtes:

Nombre d'arêtes = Nombre de faces + Nombre de sommets - 2

Si on a les faces et les arêtes, on peut calculer les sommets:

Nombre de sommets = Nombre d'arêtes + 2 - Nombre de faces."

* l'enfant écrit les deux formules au tableau; il s'ensuit une discussion autour de différentes formules proposées par les enfants:

  Nombre de sommets = Nombre d'arêtes - Nombre de faces + 2

"C'est la même chose dans un ordre différent:"

"Les deux formules, c'est pareil: dans la première, on ajoute 2 aux arêtes et ensuite on enlève les faces; dans la deuxième, on enlève d'abord les faces, puis on ajoute 2, c'est pareil!"

La formule: Nombre de faces = Nombre d'arêtes - Nombre de sommets + 2 , est proposée pour calculer les faces.

"Les faces, ça ne sert à rien de les calculer; c'est facile à compter!"

* les enfants prennent visiblement plaisir à ce nouveau jeu "trouver de nouvelles formules", mais il faut signaler que la plupart des formules sont énoncées en s'appuyant sur les nombres d'une ligne du tableau (un solide particulier):

"8 (faces) = 12 (arêtes) -6 (sommets) + 2"

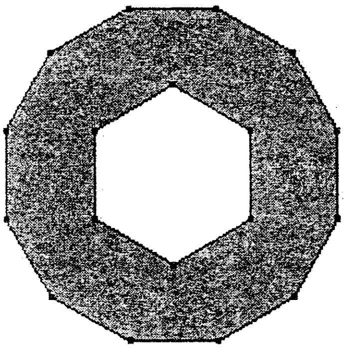
puis sont vérifiées sur les autres solides.

* le chercheur leur propose une formule qu'aucun élève n'a énoncée jusqu'ici:
peut-on écrire Nombre de sommets = 2 - Nombre de faces + Nombre d'arêtes ?
E: *"oui, on a juste changé l'ordre; mais pour calculer, il faudrait aller dans les "moins"."*

<u>5.7 La bouée de Vivien:</u>

* pendant la discussion ci-dessus, Vivien a construit un solide en forme de bouée; il vient le présenter et on organise le comptage des faces, des arêtes et des sommets.

C'est un prisme droit à faces latérales carrées (12 extérieures et 6 intérieures) et de base ci-dessous:



vue de dessus

* à propos des arêtes non saillantes "du trou de la bouée", surgit alors une question:

E_1: *"Est-ce que ça, c'est une arête?"*

E_2: *"Oui, c'est une arête, car là, on compte une face, et une autre face à côté."*

C: *"On peut décider qu'une arête, c'est toujours la limite entre deux faces; comme cela, on ne se trompera pas; d'habitude les arêtes sont un peu comme une montagne; là on a des arêtes "presque plates" ou comme des vallées."*

* un enfant remarque que le "dessus" et le "dessous" sont identiques et que cela peut raccourcir le comptage.

* Le comptage aboutit à: 42 faces 78 arêtes 36 sommets

On calcule alors: Nombre de faces + Nombre de sommets - 2
et on trouve ... 76.

La formule serait-elle fausse pour la bouée de Vivien?

E_1: *"Il y a une erreur dans le nombre de sommets; on en a compté deux de moins."*

M: *"Et si c'était le nombre d'arêtes qui soit faux!"*

C: *"Ou une erreur pour les faces..."*

E_2: *"Non, les faces, on sait les compter; c'est facile sans se tromper!"*

E_3: *"Il y a une erreur de 2, ou alors la loi ne marche pas."*

C: *"Et pourquoi la loi ne marcherait pas avec ce solide?"*

E_3: *"Il doit y avoir une autre loi."*
C: *"Une autre loi pour quels solides?"*
E_3: *"A partir d'un nombre limité d'arêtes, de sommets, de faces, on change de loi."*
C: *"Quand il y a beaucoup de faces, de sommets ou d'arêtes?"*
E_4: *"A partir d'un certain nombre de faces, il faut changer la loi!"*
On note la proposition au tableau:

Quand le nombre de faces devient grand, on change de loi.

C: *"Ce serait intéressant de fabriquer d'autres solides avec beaucoup de faces, de sommets, d'arêtes; avec au moins 42 faces... Il serait aussi intéressant de fabriquer une autre bouée."*

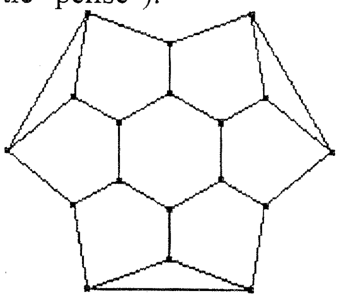
5.8 Retour à la recherche individuelle (ou en petits groupes):

* On vérifie le comptage pour la bouée de Vivien.
* On fabrique d'autres solides pour savoir si la loi change, et quand est-ce qu'elle change.
* Certains utilisent ce temps pour s'approprier les lois qui ont été écrites au tableau au cours de la discussion en les vérifiant sur des solides.

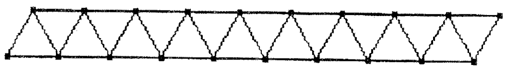
5.9 Le solide de Sébastien:

* L'annonce de la fabrication d'un nouveau "gros" solide interrompt le travail et ramène la classe à la discussion collective.

"Voilà le nouveau solide que j'ai fait; bon là, il y a des trous, mais c'est des faces..." (il a manqué de pièces et il raisonne sur un solide en partie construit avec des pièces en plastique et en partie "pensé").



"dessus" ou "dessous" (les différents polygones ne sont pas coplanaires)



"le tour"

* le comptage aboutit à: 38 faces 36 sommets 72 arêtes

et on vérifie que la loi marche...
E: *"Peut-être que la loi change entre 38 et 42..."*
On en restera là pour l'instant: la recherche est à poursuivre...

5.10 Discussion autour du comptage des faces du solide de Sébastien:

E_1: *"Il n'y a que 19 faces, car "tout ça"* (en montrant la partie supérieure du solide), *c'est une seule face."*

* on recompte avec cette "convention" et on aboutit à 20 faces.

E_2: *"Je ne comprends pas pourquoi ça* (le tour), *tu dis que c'est plusieurs faces; si c'était rond* (allusion à un cylindre), *là, cela ne compterait qu'une seule face."*
C: *"Est-ce que cela change le nombre d'arêtes?"*

E_2: *"Il compte les arêtes par petits morceaux et il dit que le haut, c'est une seule face!... Pour moi, il y a 3 faces, 2 arêtes ... et pas de sommets!"*

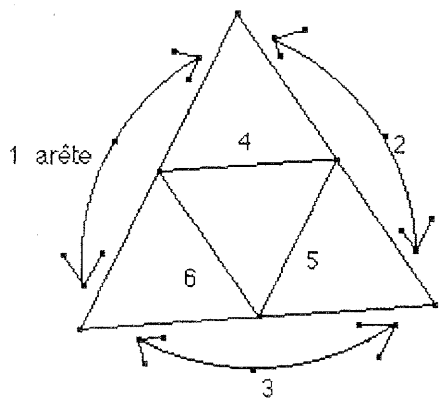
* La discussion est très animée sur ce qu'est une arête ou une face pour de tels "gros" solides; on touche là à des questions de nature topologique...(équivalence entre prisme et cylindre). La question ne sera pas tranchée et sera renvoyée à une éventuelle recherche ultérieure.

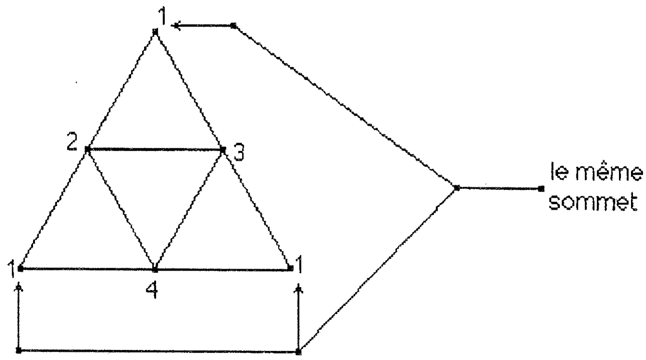
"Nous avons du mal à définir les faces dans le cas des bouées." (fax du 14/3/98)

5.11 Le comptage des sommets et des arêtes sur un patron:

Sébastien présente ce qu'il a trouvé le matin:

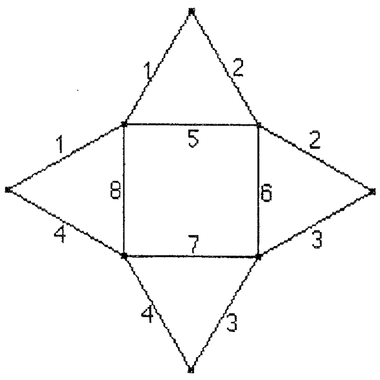
* la pyramide à base triangulaire (tétraèdre): *"4 faces: des triangles réguliers."*



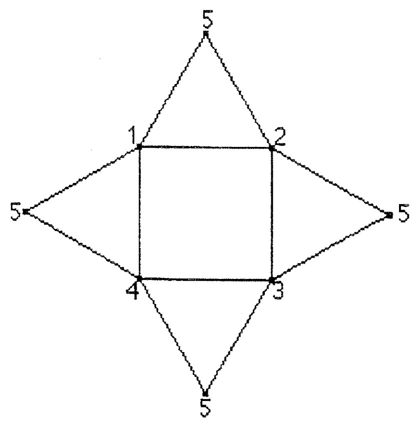


"Quand on referme "ça" et "ça", ça va se toucher! ... donc 4 arêtes."
"Tout ça là, c'est un seul sommet, donc 4 sommets."
Critique: *"Et pour un grand patron?"*
Réponse: *"C'est pareil! ça marche pour toutes les pyramides..."*

* Et il recommence avec la pyramide à base carrée:

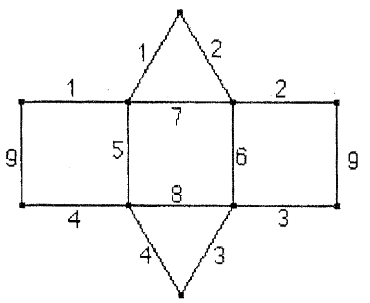


8 arêtes

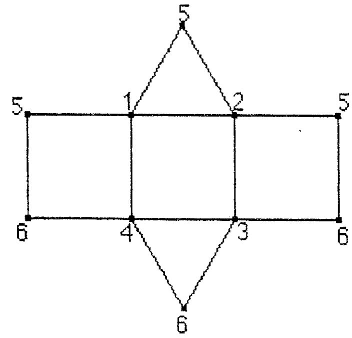


5 sommets

* Il ne parvient pas à retrouver l'extension de sa méthode qu'il avait proposée le matin pour le prisme à base triangulaire. Voici ce qu'il avait expliqué au chercheur:

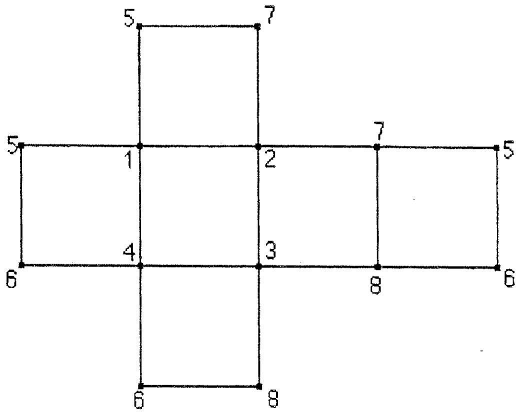


9 arêtes



6 sommets

* Il propose alors d'essayer sa méthode pour le cube; après quelques hésitations, il y parvient pour les sommets:



8 sommets

"5 "' et "6" sont identifiés moins rapidement que les autres:

"Quand on rabat, ça va se coller là-haut et ça fait le même sommet."

Pour les arêtes, un coloriage des regroupements 2 par 2 des segments du bord du patron lui permet de conclure avec l'aide du chercheur...

5.12 Conclusion de la journée:

* On renvoie au prochain ARM les questions en suspens et la mise au propre des formulations.

* Mais les enfants voudraient poursuivre et plusieurs, avant de sortir, annonce qu'ils ont de nouveaux solides à tester.

* On repart avec:

- une loi reliant faces, arêtes et sommets, qui marche pour tous les solides fabriqués, sauf pour la bouée de Vivien; si cette loi change lorsque le nombre de faces est grand, c'est entre 38 et 42.
- une méthode pour compter les arêtes et les sommets sur le patron qui fonctionne bien pour les pyramides, mais n'est pas encore tout à fait au point pour les autres solides.

Bibliographie:

Arsac G. & al [1991]: *Problème ouvert et situation-problème.* Irem de Lyon.

Assude T. & al [1995]:*La question de la "transposition du sens".* Actes de SFIDA 4, IMa-CNR,Genova, IV p. 15 à 20.

Assude T. [1996]: *Styles de travail: relations entre l'éducation mathématique et l'épistémologie,* in Actes de l'Université d'été européenne, histoire et épistémologie dans l'éducation mathématique, vol. II, p. 389 à 395.

Assude T. [1997]: *L'atelier de recherche mathématique: problèmes de temps et de mémoire,* Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Audin P. et Duchet P. [1989]: *La recherche mathématique à l'école: "Math en Jeans",* Séminaire de didactique des disciplines scientifiques, LSD2-IMAG, Grenoble.

Audin P. et Duchet P. [1989]: *1000 classes, 1000 chercheurs: 1 millième,* APMEP, Paris.

Bachelard G. [1938]: *La formation de l'esprit scientifique,* PUF, Paris.

Baruk S. [1985]: *L'âge du capitaine (de l'erreur en mathématiques),* Seuil, Paris.

Bassis H. [1984]: *Je cherche donc j'apprends,* GFEN, Messidor, éditions sociales.

Bkouche R., Charlot B. & Rouche N. [1991]: *Faire des mathématiques: le plaisir du sens,* Armand Colin, Paris.

Boulanger P. [1984]: *La fête des petits matheux,* Tomes 1 et 2, Belin, Paris.

Brousseau G. [1986]: *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques,* RDM, Vol. 7-2, p. 83 à 115, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Charnay R. [1992]: *Problèmes ouverts, problèmes pour chercher,* Grand N, n° 51, p. 77 à 83.

Chevallard Y. [1985]: *La transposition didactique,* La Pensée Sauvage, Grenoble.

Cohen G. & al [1995]: *Récré-Maths,* Editions Pôle, Paris.

Dossier: *"Culture mathématique et enseignement"* [1991], Cahiers pédagogiques n° 299.

Eysseric P. & al [1993]: *Le plaisir de chercher,* document vidéo, IUFM de Nice, Service audiovisuel du centre de Draguignan.

Eysseric P.[1994]: *Le plaisir de chercher,* journal de liaison entre les ARM, n°1 (oct.-nov. 94), IUFM de Nice, centre de Draguignan.

Eysseric P. & al [1996]: *Le plaisir de chercher,* in Le plaisir de chercher et autres textes ..., IUFM de Nice.

Eysseric P. & al [1997]: *Un chercheur dans une classe,* document vidéo, IUFM de Nice, Service audiovisuel du centre de Draguignan.

Eysseric P. & al [1998]: *Maths en Stock: sixième congrès à Draguignan,* document vidéo, IUFM de Nice, Service audiovisuel du centre de Draguignan.

Eysseric P. [1999]: *Le plaisir de chercher,* in Repères, n° 35, avril 1999.

Floridi C. [1996]: *Pour une pratique des problèmes ouverts: un exemple en classe de CE1/CE2,* Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

GERME [1988]: *Modalités pour une pratique autonome des mathématiques,* IRDP, Neuchâtel.

Groupe "Jeux et Maths" [1982, 1985 et 1990]: *Jeux 1, 2 et 3,* Brochures APMEP n° 44, n° 55 et n° 78, APMEP, Paris.

Groupe "Jeux et Maths" [1995]: *Fichier Evariste,* Brochure APMEP n° 98, APMEP, Paris.

Lakatos I. [1976]: *Preuves et réfutations,* Hermann, 1984, Paris.

Lang S. [1984]: *Serge Lang fait des maths en public,* Belin, Paris.

Lang S. [1984]: *Serge Lang, des jeunes et des maths,* Belin, Paris.

Legrand M. [1989]: *Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport à une communauté scientifique,* RDM, Vol. 9-3, p. 365 à 406, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Legrand M. [1993]: *Débat scientifique en cours de mathématiques,* Repères Irem n° 10, Topiques éditions.

Legrand P. & al [1988]: *Table ronde sur la curiosité en mathématiques,* bulletin vert APMEP, P. 151 à 170, Paris.

Lohou-Delvoye [1995]: *Le contrat didactique dans l'apprentissage de la résolution de problèmes,* Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Margolinas C. [1993]: *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques,* La Pensée Sauvage, Grenoble.

Marill F. [1996]: *La communication dans la recherche mathématique à l'école,* , Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Monteils V. [1995]: *Le plaisir de chercher,* , Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Nimier J. [1976]: *Mathématique et affectivité,* Stock, Paris.

Nimier J. [1985]: *Les maths, le français, les langues ... à quoi ça sert?,* Cedic Nathan, Paris.

Petroff G. [1995]: *Recherches en mathématiques d'enfants du cycle 3: essai d'élaboration d'un document cadre pour la mise en place de cette activité dans les classes,* , Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Polya G. [1962]: *Comment poser et résoudre un problème?,* Editions. J. Gabay 1989, Paris.

Reboa P. [1995]: *La recherche en mathématiques au cycle 3 et la démarche scientifique,* , Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Sensevy G. [1996]: *Le temps didactique et la durée de l'élève. Etude d'un cas au cours moyen: le journal des fractions,* RDM, Vol. 16-1, p. 7 à 46, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Tramontina P. [1998]:*Les Ateliers de Recherche en Mathématiques: développer une posture scientifique dès l'école primaire,* , Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Van der Meer R. & Gardner B. [1994]: *MATHS,* Seuil, Paris.

Zagdoun-Dantzer S. [1996]: *Comment surmonter les obstacles que pose la mise en place d'activités de recherche mathématique au cycle 3?,* Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Annexe:

Témoignage de P.Châtard, PEMF à l'école J.Ferry de Draguignan (CM2)

Cela fait deux ans que mes élèves et moi-même avons le plaisir de faire de la recherche en mathématiques. J'ai eu peu de mal à convaincre mes élèves mais, en ce qui me concerne, il m'a bien fallu une année avant de vraiment me lancer!

La première chose que j'ai pu remarquer, c'est que le concept de recherche doit d'abord être construit par le maître lui-même, puis par les élèves. Il ne peut se lancer dans cette activité que s'il a une représentation lui permettant d'organiser son travail. Les élèves eux ont à peu prés le même cheminement: d'abord déroutés, ils se rattachent au mot "mathématiques" en faisant des opérations, mais très rapidement passent à des résolutions de problèmes où l'on cherche. Mais est-ce bien de la recherche? Ils ne se privent pas d'ailleurs de poser plein de questions au maître afin de savoir si ce qu'ils font, c'est de la recherche.

Une fois cette étape passée (elle peut durer plus d'un mois), les enfants rentrent plus facilement en recherche. Diverses situations peuvent être proposées: situations semi-ouvertes à partir de documents, thèmes précis ou situations ouvertes liées à un contenu déjà étudié (par exemple: recherche sur les fractions) ou liées uniquement à la discipline (recherche en géométrie). Ce qui est le plus frappant, c'est l'endurance des enfants pendant ces activités à long terme. On peut l'expliquer par le fait que la recherche leur permet de donner libre cours à leur curiosité (qui n'est bien souvent contentée que très partiellement à l'école). Par l'exploitation de cette curiosité, la recherche amène les enfants à ressentir le besoin de bien structurer leur travail, de penser et d'agir avec rigueur. La communication à la classe des "trouvailles" est alors un moment très fort où tous les aspects de leur production vont être analysés, passés au peigne fin; c'est la classe qui valide ou ne valide pas une recherche, c'est elle qui met en évidence les faiblesses, les qualités, les pistes à explorer. L'enseignant doit alors se forcer à n'intervenir qu'en temps qu'animateur.

J'ai pu remarquer qu'après trois mois de recherches le contrat didactique dans la classe se trouvait transformé: les élèves abordent les apprentissages avec plus de rigueur, d'endurance; leur vision globale des problèmes est plus juste; les entrées dans les résolutions sont plus rapides, plus efficaces; leur esprit critique se développe et est toujours justifié; la fonction structurante de l'écrit est fortement ressentie. On peut aussi parler d'une contamination des autres disciplines tant au niveau des contenus (les élèves se lancent parfois dans des recherches en physique) que des procédures et des savoir-faire disciplinaires (expression orale: techniques pour convaincre, expliquer, démontrer, contrer, ...; expression écrite: idem mais avec en plus un souci de rigueur dans la présentation, de mise en page liée à la communication des recherches au groupe).

Enfin, pour conclure, la recherche transforme aussi les pratiques du maître, lui ouvre l'esprit, lui montre que les élèves évoluer avec un minimum d'assistance, d'étayage, que c'est la démarche qui est essentielle et non pas seulement les contenus ou le programme. En perdant un peu de temps, on peut passer du stade où l'enfant agit parce qu'il est élève à celui où il agit parce qu'il a un projet, la possibilité d'aller au bout de sa curiosité parce qu'il sait qu'il peut chercher seul, agir seul, trouver seul avec un réel optimisme scolaire. Pour avoir la confiance des autres, il suffit de la leur donner ...

PRATIQUES DE CALCUL MENTAL, PRODUCTION COLLECTIVE D'ÉCRITS MATHÉMATIQUES ET RÉSOLUTION DE PROBLÈMES NUMÉRIQUES À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE ET AU DÉBUT DU COLLÈGE

Denis Butlen, Monique Pézard[1]

INTRODUCTION

La recherche présentée ici porte sur les liens entre les habiletés calculatoires, la construction de représentations d'un problème numérique et la résolution de celui-ci chez des élèves de la fin de l'école élémentaire et du début du collège.
Dans ce but, nous étudions l'impact d'une pratique régulière de calcul mental sur la résolution de problèmes. Nous avons choisi cette entrée car nous admettons que le calcul mental est un champ d'expérience pour la résolution de problèmes numériques. En effet, la pratique du calcul mental accroît les habiletés calculatoires des élèves ; elle renforce leurs connaissances des propriétés des nombres et des opérations et les rend plus disponibles. De plus, une pratique régulière de calcul mental développe les capacités d'initiative des élèves ; elle leur permet de ne pas recourir immédiatement aux algorithmes écrits, parfois coûteux, mais au contraire d'explorer rapidement, par différents tâtonnements ou essais, diverses voies de résolution d'un problème numérique.
Notre travail s'inscrit dans le cadre de la didactique des mathématiques. Il étudie dans quelle mesure et sous quelles conditions une pratique régulière de calcul mental aide à la résolution de problèmes numériques. Pour cela, nous construisons deux scénarios faisant intervenir plusieurs variables liées à la gestion de la classe, aux contenus mathématiques, aux différents niveaux scolaires (fin de l'école élémentaire et début du collège) et au temps d'expérimentation.

Dans un premier temps, nous testons un dispositif expérimental minimal caractérisé par une simple pratique régulière de calcul mental (calculs mentaux, résolutions mentales de problèmes). Nous ne le décrirons pas ici ; nous renvoyons le lecteur à [11] (Butlen D. et Pézard M. 1996)
Dans un second temps, nous étudions des conditions permettant d'améliorer les résultats précédents en testant un dispositif d'enseignement intégrant le premier et présentant deux nouvelles composantes : une explicitation régulière, par le professeur, des méthodes rencontrées en mathématiques ; un recours à la production d'écrits collectifs. Cette production collective d'écrits est supposée favoriser une distanciation de l'élève par rapport à l'action et au contexte de l'apprentissage, une explicitation, par l'élève, des notions et méthodes fréquentées et plus généralement une décontextualisation de celles-ci. Or nous supposons que cette dernière favorise la résolution de problèmes en général.

Dans une première partie, nous présentons le cadre général de la recherche et notre problématique. Nous exposons ensuite la méthodologie et les principaux résultats. Nous concluons en montrant l'intérêt de notre ingénierie pour certains élèves en difficulté en mathématiques.

[1] IUFM de CRETEIL, Equipe DIDIREM

PROBLEMATIQUE ET CADRE THEORIQUE DE LA RECHERCHE

Notre recherche s'inscrit prioritairement dans le cadre théorique de la didactique des mathématiques, tout en s'appuyant sur certains travaux de sociolinguistique et de psychologie cognitive.

1. Une recherche s'inscrivant dans la continuité de certains travaux de didactique des mathématiques

Nous prenons en compte les résultats des travaux sur le "méta", en particulier ceux d'A. Robert et de J. Robinet [38], ceux des travaux sur les élèves en difficulté (M.J. Perrin [33], D. Butlen et M. Pézard [9]) et ceux des travaux sur la mémoire didactique (J. Centeno , G. Brousseau [13]).

2. Une prise en compte des travaux de sociolinguistique sur le rapport au savoir, sur les liens entre langage et rapport au savoir

Notre recherche s'inspire , en la particularisant, de l'idée de "bilan de savoir " exploitée par B. Charlot, E. Bautier et J.Y. Rochex dans [14]. Toutefois nous ne l'utilisons pas seulement comme outil de diagnostic mais comme élément moteur de notre dispositif d'enseignement.

Nous reprenons, en les adaptant au domaine de l'enseignement des mathématiques, les notions de rapport au savoir définies par E. Bautier, B. Charlot et J.Y. Rochex dans [14], [2] et [3]. Nous pensons notamment que le rapport au savoir construit par les élèves en mathématiques relève plutôt d'un processus dialectique entre rapport identitaire et rapport épistémique. Nous développons cette idée dans un article à paraître dans RDM [12] en nous appuyant sur deux types d'arguments : d'une part la nature même des concepts mathématiques et d'autre part les étapes possibles de la conceptualisation en mathématiques. En effet le caractère à la fois outil et objet des concepts ne permet pas de distinguer aussi nettement le rapport identitaire lié à l'expérience et donc à l'aspect utilitaire du savoir, du rapport épistémique lié au savoir en tant qu'objet.

Nous reprenons aussi l'idée de processus d'objectivation du savoir en proposant une situation spécifique qui permette à l'élève de prendre de la distance par rapport à l'action et au contexte de l'apprentissage. Nous appuyant sur l'idée qu'un rapport épistémique au savoir se construit à travers l'écrit, nous proposons aux élèves de produire collectivement un texte écrit faisant le bilan des savoirs mathématiques fréquentés.

3. Une recherche s'appuyant sur certains travaux de psychologie cognitive portant sur les systèmes mnésiques et sur les représentations de problèmes

Dans l'interprétation de nos résultats, nous nous appuyons sur certains travaux, en particulier ceux de J.F. Richard [35], de M. Fayol [20] et de J. Julo [27] sur la représentation des problèmes. Nous retenons notamment le modèle de fonctionnement de l'espace mental se traduisant par l'équation : ET = ES + EO

ET : espace de traitement des données

ES : espace de stockage des données et de construction de la représentation associée à un problème.

EO : espace requis par les opérations.

Nous retenons également la définition de la représentation d'un problème proposée par J.F. Richard dans Psychologie Française n°29 : " *un problème est défini par trois catégories d'éléments : la situation initiale, la situation terminale ou but à atteindre, les transformations (matérielles ou symboliques) permises pour y parvenir. La représentation du problème est l'interprétation que le sujet se donne de ces différents éléments.* "

Des travaux de J. Julo, nous retenons les trois processus [27] qui lui paraissent importants dans la construction de représentations particularisées de problèmes : le processus d'interprétation et de sélection, le processus de structuration et le processus d'opérationnalisation.

Le processus d'interprétation conduit le sujet à sélectionner certaines informations pertinentes du point de vue de la tâche à réaliser et à les décoder. Ce décodage passe par une interprétation du " contexte sémantique "[2]

L'analyse du processus de structuration amène J. Julo à évoquer la notion de " schéma de problèmes ". Les problèmes que l'élève rencontre sont mémorisés en tant que connaissances spécifiques et intégrés comme telles à sa structure cognitive.

Le processus d'opérationnalisation " *est celui qui permet le passage à l'action, qu'il s'agisse d'une action effective (commencer des calculs, faire un dessin, tâtonner...) ou d'une action mentale (faire des déductions...)* ". Ce processus se caractérise par la mise en œuvre de connaissances opératoires issues de l'expérience du sujet sur la résolution de problèmes.

J. Julo évoque trois cas permettant de mieux comprendre comment l'élève élabore des procédures de résolution. Le premier cas est celui de la mobilisation " d'un prototype de problème ". Le second cas est celui des problèmes dans lesquels l'élève peut agir, faire des essais, tâtonner. L'étude de ce cas l'amène à préciser la notion d'heuristique : " *il s'agit de connaissances propres à la résolution de problèmes qui ne conduisent pas directement à la solution d'un problème donné mais qui augmentent la probabilité de découvrir celle-ci* ". Il les définit aussi comme des règles d'action qui orientent la recherche dans une direction ou dans une autre.

D'après J. Julo, le processus de structuration et les connaissances spécifiques que sont les schémas de problèmes pourraient avoir un rôle important dans le passage à une représentation opérationnelle.

Pour conclure, notre recherche comporte donc la construction et l'expérimentation de deux scénarios d'enseignement, l'analyse des données et l'interprétation des résultats selon deux dimensions : d'une part, la nature des écrits produits par les élèves et leurs effets sur le processus de conceptualisation ; d'autre part, l'étude de conditions (pratique régulière de calcul mental, production d'écrits collectifs, explicitations de méthodes) permettant d'aider à la résolution de problèmes.

[2]Contexte sémantique : ensemble très vaste d'éléments de nature différentes dont certaines variations peuvent faciliter ou perturber la mise en place de la représentation du problème.

METHODOLOGIE

1. Description des scénarios d'enseignement, des publics testés et des modalités d'évaluation

Rappelons que nous ne décrivons ici que le second scénario, celui faisant intervenir, en plus d'une pratique régulière de calcul mental, une production d'écrits mathématiques collectifs résumant ce qui a été fait et appris en classe dans le domaine numérique et une explicitation orale, par le professeur, des méthodes rencontrées.
Nous avons diversifié le public de notre expérimentation sur trois niveaux de classe : une classe de CM2 (Melun, 77), une classe de sixième (collège de Maisons-Alfort, 94) et une classe de collège suivie pendant deux ans (en sixième et cinquième, collège de Vanves, 92). Les élèves testés sont souvent en difficulté en mathématiques : la classe de sixième de Maisons-Alfort est une classe faible ; la classe de sixième, suivie en cinquième, est la plus faible du collège de Vanves.

<u>Les activités régulières de calcul mental</u>

La classe de CM2 pratique régulièrement, toute l'année, du calcul mental, sous deux formes : d'une part des activités brèves et régulières (5 à 10 minutes tous les jours) ; d'autre part, des activités plus soutenues (environ trente minutes, une fois par semaine) au cours desquelles, il y a notamment une explicitation des différentes procédures utilisées ou susceptibles de l'être (voir annexe 1).
Les professeurs des deux classes de sixième et de la classe de cinquième consacrent, tout au long de l'année, 1 heure 30 sur trois semaines au calcul mental se découpant dans l'ordre de la façon suivante : trois séances de 10 minutes, une séance plus importante de quinze à vingt minutes de bilan, une séance de 45 à 50 minutes de production collective d'écrits.

<u>La situation de production d'un écrit collectif</u>

Tous les deux semaines en CM2, toutes les trois semaines dans les classes de collège, nous avons mis en place une situation spécifique de "bilan et production d'un écrit collectif", organisée ainsi : deux élèves de la classe doivent, en dehors du temps scolaire, rédiger un texte de quelques lignes (entre 5 et 10 lignes) résumant tout ce qui a été appris d'important en calcul mental depuis la séance précédente et notamment ce qu'il est utile de retenir de ces activités pour résoudre des problèmes numériques.
La consigne donnée aux élèves est la suivante : *"En 10 lignes maximum, vous rédigez un texte résumant tout ce qui a été appris depuis la dernière séance pendant les activités de calcul mental et de résolution mentale de problèmes ; vous préciserez si ce que vous avez appris lors de ces activités vous a été utile dans d'autres activités."*
Cette consigne a fait l'objet d'explicitations orales renouvelées à chaque séance (du moins au début) permettant de clarifier l'attente du professeur.
Le texte, écrit au tableau ou sur une feuille lisible par tous, est soumis au débat de l'ensemble de la classe pendant vingt à trente minutes au CM2, trente à quarante minutes au collège. Il est éventuellement amélioré collectivement puis adopté par la classe. Il est ensuite recopié dans un classeur (individuel mais aussi collectif) ; chaque élève peut ainsi y avoir accès. L'ensemble de ces textes constitue une mémoire collective écrite du travail effectué par les élèves dans le domaine numérique. Ils explicitent ainsi ce qu'ils jugent collectivement important de retenir des activités pratiquées.

Cette situation a un double but de diagnostic et d'apprentissage.
D'un point de vue de diagnostic, nous pensons avoir ainsi accès à ce que les élèves retiennent des activités de calcul mental faites en classe, à ce qui est important pour eux, et dans une certaine mesure, à certaines de leurs conceptions des nombres et des propriétés des opérations. Nous pensons recueillir des indices sur le niveau de disponibilité de ces connaissances ainsi que des indications sur certains réinvestissements d'une pratique régulière de calcul mental dans la résolution mentale et écrite de problèmes.
Du point de vue de l'apprentissage, nous admettons que ces séances où les élèves doivent produire un écrit collectif leur permettent de prendre du recul par rapport aux méthodes mises en œuvre, de les dépersonnaliser, de les décontextualiser et donc de mieux se les approprier.

Afin de mieux mesurer les effets de notre ingénierie et de préciser l'apport des activités de calcul mental et de production d'écrits collectifs à la résolution de problèmes, nous avons recueilli, en fin d'année, des textes individuels de bilan dans les classes entraînées et dans des classes témoins (2 classes de CM2, de sixième et de cinquième). D'après les enseignants, ces dernières sont constituées, dans l'ensemble, d'élèves ne présentant pas de difficultés particulières.

Les élèves des classes entraînées et des classes témoins de CM2 et de sixième doivent écrire en fin d'année (mois de juin) un texte individuel correspondant à la consigne ci-dessous :
"Vous devez écrire un texte résumant tout ce que vous avez appris d'important cette année pour résoudre des problèmes, tout ce qu'il faut retenir, utiliser, faire, pour savoir résoudre des problèmes où interviennent des nombres.
Le texte ne doit pas être trop long. Il doit tenir sur une feuille."

Pour les élèves de cinquième, la consigne est légèrement différente :
"Ecris tout ce qui te semble important de retenir à propos de ce que tu as appris cette année en calcul mental et plus généralement ce qui te sert dans la résolution de problèmes."

2. Méthodologie adoptée pour analyser les différentes productions des élèves

Pour analyser les productions des élèves, nous avons adopté deux grilles complémentaires de lecture. Le premier type de grille permet une analyse des textes collectifs et individuels produits par les élèves des classes entraînées et témoins centrée sur la place prise par les différents types d'énoncés mathématiques ou de méthodes.
Le second type de grille nous permet d'affiner cette analyse en nous intéressant plus particulièrement à un type d'énoncé : l'énoncé intermédiaire entre l'énoncé formel et l'exemple seul.
Pour mener ces deux analyses, nous avons découpé les textes des élèves en unités significatives : nous entendons par unité significative une partie de texte ayant un sens en elle-même indépendamment des autres ; elle peut comporter plusieurs mots, une ou plusieurs phrases.

Dans un premier temps, nous nous proposons donc d'analyser les textes collectifs en adoptant quatre points de vue, inspirés de la grille d'analyse mise au point par I. Tenaud et A. Robert (cf. I. Tenaud [44]) : la présence ou non d'énoncés mathématiques, la présence ou non d'énoncés de méthodes, la description du contexte de la situation d'apprentissage (énoncé de la consigne ou de la tâche à effectuer) et éventuellement de sa finalité (cf. annexe n°2).

Chaque type d'énoncé est analysé selon son degré de contextualisation. Pour les énoncés mathématiques, nous avons distingué trois niveaux : l'énoncé formel (théorème, définition, propriété, règle de calcul...), l'énoncé formulé à partir d'un exemple, et l'exemple (ou le contre-exemple) seul sans énoncé de règle généralisante.

Pour les énoncés de méthodes, nous avons distingué quatre niveaux : l'énoncé de méthodes très générales non liées à un contenu mathématique, l'énoncé de méthodes faisant référence à un contenu mathématique assez général, l'énoncé de méthodes décontextualisées, attachées à un contenu mathématique précis et explicité, et enfin l'énoncé d'exemples de procédures ou de techniques de calculs contextualisées.
Le tableau ci-dessous présente pour chaque niveau un exemple d'énoncé.

<u>Niveau de contextualisation des énoncés de méthodes</u>		Exemple d'énoncé
méta 1	Enoncé de méthodes très générales non liées à un contenu mathématique	*" c'est utile de connaître plusieurs techniques de calcul pour ne pas être en difficulté*" ou bien " *il faut expliquer nos erreurs pour ne pas les refaire ou pour éviter que d'autres les refassent* "
méta 2	Enoncé de règles ou de méthodes faisant référence à un contenu assez général	" *pour faire une opération juste, il faut chercher l'ordre de grandeur* " ou bien " *quand l'opération est trop compliquée, il faut remplacer les nombres difficiles par des nombres simples* "
méta 3	Enoncé de règles ou de méthodes décontextualisées mais attachées à un contenu mathématique précis	*nous avons remarqué que quand on multiplie un nombre par 0,5 ; on le divise par 2"* ou bien, à propos de la règle des zéros : "*dans notre tête, mentalement, nous nous sommes dit que l'exposant indiquait de combien de rangs vers la droite, on déplaçait la virgule"*
méta 4	Enoncé d'exemples ou de procédures ou de techniques de calcul contextualisés ou de démarches de résolution	*1,5 x 10⁴ = 15000"* Ou bien : "*Nous multiplions 42x56* *42x50=2100* *42x6 = 252* *2100+252 = 2352"*

Nous voyons dans les exemples ci-dessus qu'un même énoncé peut être considéré à la fois d'un point de vue mathématique et d'un point de vue méthodologique. Dans le premier cas, nous nous intéressons à l'aspect objet de la notion concernée ; dans le second cas, à l'aspect outil.

Pour l'analyse des bilans individuels, nous avons adopté des critères d'analyse légèrement différents des précédents, mais prenant toujours en compte le niveau de contextualisation.

Dans un second temps, nous affinons notre analyse des énoncés mathématiques et de méthodes en nous intéressant plus particulièrement aux énoncés intermédiaires entre l'énoncé formel et l'exemple seul. Pour cela, nous avons défini une nouvelle classification qui nous permet de distinguer six niveaux de formalisation : les exemples mathématiques (E1) ou de méthodes (E2) illustrant une action ou une consigne, les énoncés intermédiaires (niveau 3 à 5) et enfin les énoncés mathématiques ou de méthodes formels (E6) ainsi que les énoncés formels décrivant un outil heuristique (H6).

Nous regroupons six types d'énoncés intermédiaires allant des énoncés les plus contextualisés comme l'exemple mathématique ou de méthode induisant une règle à caractère général mais non formulée (E3 ou E3bis) aux énoncés mathématiques ou de méthodes illustrés par un exemple (E4) ou formulés à partir d'un exemple (E5) et aux énoncés évoquant un outil heuristique illustré par un exemple (H4) ou formulé à partir d'un exemple (H5)

Nous devons signaler une limite méthodologique : les informations recueillies sont essentiellement de caractère déclaratif. Les élèves, individuellement comme collectivement, sont amenés à expliciter par écrit des notions et des méthodes ; ces déclarations ne sont pas forcément synonymes d'actions ou d'apprentissages. Un élève qui explicite une méthode de résolution de problèmes ne l'utilise pas forcément et inversement un élève peut l'utiliser sans l'expliciter.
De plus, le caractère déclaratif des bilans peut être renforcé par des effets de contrat : l'élève peut, par exemple, "réciter" le discours méthodologique du maître sans pour autant l'utiliser dans la réalité.
Nous considérons toutefois que ces productions nous donnent des informations, parfois incomplètes, mais toujours révélatrices des apprentissages effectués. Notons que les textes obtenus occultent parfois certaines activités, en particulier celles devenues habituelles, au profit d'activités nouvelles.

<table>
<tr><th colspan="2">Type d'énoncé</th><th>Exemple d'énoncé</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Groupe n°1

Exemples de méthodes et exemples mathématiques illustrant une action ou une consigne (niveaux 1 à 2)</td><td>E1
Exemple illustrant une action ou une consigne (plutôt du type méthode)</td><td>“ Cette semaine, nous avons joué au compte est bon. On nous donnait quatre nombres. Il fallait essayer de s'approcher le plus possible du nombre donné (ou de l'atteindre) en faisant des additions, des multiplications, des divisions ou des soustractions . Tous les nombres devaient être utilisés une et une seule fois.
Ex : trouver un nombre (132) avec 6-16-4-32
6x16=96
96+32=128
128+4=132. ”</td></tr>
<tr><td>E2
Exemple mathématique seul, illustrant une action ou une consigne</td><td>“ Cette dernière semaine, nous avons donné la valeur exacte du quotient sous forme de fractions et nous l'avons encadré entre deux nombres entiers naturels puis nous avons précisé en l'encadrant entre deux nombres décimaux allant jusqu'au centième, millième, 1/10n
ex : 2857,00 8
45 xxxxx
57 357,12
10
20
4

357<357,12<2857/8<357,13<358 ”.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Groupe n°2

Enoncés intermédiaires entre l'exemple seul</td><td>E3
Enoncé mathématique ou de méthodes encore fortement contextualisés comme l'exemple mathématique ou de méthode induisant une règle à caractère général mais non formulée</td><td>“Pour trouver le nombre de chiffres au quotient de la division de 8657 par 39 :
je multiplie 39 par 10 : 39x10=390, comme c'est trop petit,
je multiplie 39 par 100 : 39x100=3900, comme 3900 est inférieur à 8657
mais que 39x1000=39000 est supérieur à 8657
donc il y a 3 chiffres au quotient car il est encadré par 100 et par 1000”.
Ou bien : “Nous multiplions 42x56
42x50=2100
42x6 = 252
2100+252 = 2352
On a décomposé la multiplication par une addition avec un nombre exact de dizaines”.</td></tr>
<tr><td>E3bis
Enoncé intermédiaire entre l'exemple de méthode très contextualisé et la méthode formulée à partir d'un exemple</td><td>“ Cette quinzaine, nous avons cherché 3,4 ou 5 nombres qui se suivent (consécutifs) afin que leur somme arrive à un nombre déterminé.
Il suffit de faire la solution avec les N (inconnu) :
N+(N+1)+(N+2)=249
3N+3=249 249-3=246 246:3=82 N=82 N+1=83
N+2=84 ”</td></tr>
</table>

et l'énoncé formel (niveaux 3 à 5)	E4 Règle mathématique ou méthode illustrée par un exemple	" Cette quinzaine, nous avons fait des multiplications par 25. Il fallait multiplier par 100 et diviser par 4. Ex: 22x25= ? On fait : 22x100=2200 2200/4=550. "
	E5 Règle mathématique ou méthode formulée à partir d'un exemple	" Dans notre tête, mentalement, nous nous sommes dit que l'exposant indiquait de combien de rangs vers la droite, on déplaçait la virgule ". " Là comme le multiplicateur était 104, on l'a déplacée de 4 rangs vers la droite et on a complété par deux zéros car il manque deux nombres à la partie décimale. Exemple 1,50 x 104 = 15000. "
	H4 outil heuristique illustré par un exemple	" Avant de trouver le résultat, il faut trouver un ordre de grandeur pour avoir une idée du résultat ex : 12,2 que l'on arrondit à 10 "
	H5 outil heuristique formulé à partir d'un exemple	" Pour résoudre un problème, il faut trouver le ou les nombres que l'on a besoin. Par ex : un marchand vend un chou à 10F pièce, un kg de carottes à 12F. Combien coûtent 5 choux ? Le nombre le plus important est celui du chou car il ne faut que le prix du chou pour répondre. "
Groupe n°3 Enoncés mathématiques ou de méthodes formels	E6 Enoncé mathématique ou de méthode formel	" multiplier un nombre par des puissances de 10 : on met autant de zéros à droite du nombre que l'indique l'exposant. "
	H6 Outil heuristique énoncé formellement	" Il faut se donner un ordre de grandeur et ensuite calculer. Si on se donne un ordre de grandeur, c'est pour ne pas tomber complètement à côté du résultat. " " Le calcul en croix sert à trouver le nombre qui nous manque dans le tableau de proportionnalité. " Ou bien : " on peut faire un dessin pour s'aider "

RESULTATS ET INTERPRETATION

1. Le statut des énoncés intermédiaires et le processus de conceptualisation

Tout d'abord, notre ingénierie favorise une prise de distance par rapport au contexte de l'apprentissage. Elle amène les élèves à dépasser le stade de l'action pour produire des énoncés mathématiques et de méthodes davantage décontextualisés. Cette décontextualisation s'accompagne d'une part plus importante prise par le débat collectif, particulièrement en CM2 et en cinquième. Nous soulignons aussi la présence, dans les textes collectifs comme dans les bilans individuels des classes entraînées, d'énoncés intermédiaires entre l'énoncé formel et l'exemple seul. Nous allons préciser ce résultat et étudier le rôle qu'un tel type d'énoncé peut jouer dans le processus de conceptualisation des notions mathématiques.

a. Emergence d'énoncés intermédiaires dans les classes entraînées

En CM2 et en cinquième, les élèves participant davantage au débat comme à l'activité de production d'écrit en général, produisent plus d'énoncés intermédiaires que ceux de sixième. Tout se passe comme si le fait de “ jouer le jeu ” du débat et de la production collective amène les élèves à expliciter davantage leurs formulations, pour convaincre les autres et pour affiner leur propre pensée, voire se convaincre eux-mêmes, et donc à produire des énoncés au statut intermédiaire.

Dans les bilans individuels, la proportion d'élèves produisant des énoncés intermédiaires ou formels (niveau 3 à 6) est nettement plus importante dans les classes entraînées. L'écart entre classes entraînées et classes témoins varie de 80% (sixièmes du collège de Maisons-Alfort) à 20% pour les cinquièmes du collège de Vanves. Cet écart porte sur la présence d'énoncés intermédiaires pour les trois niveaux de classes, mais aussi sur la présence d'énoncés formels pour les classes de CM2 et sixième.
Notre ingénierie permet à davantage d'élèves de produire des énoncés mathématiques ou de méthodes témoignant d'un niveau intermédiaire de conceptualisation plutôt que des descriptions d'activités.
Nous constatons un double effet de notre ingénierie : d'une part une production plus précoce d'énoncés formels en CM2 et partiellement en sixième, d'autre part l'apparition, dès le CM2, d'énoncés intermédiaires. Ces énoncés intermédiaires sont soit des exemples génériques (énoncés comprenant une règle formalisée et un exemple), soit des exemples induisant une règle générale plus ou moins explicitée.

Notons de plus une évolution plus marquée vers plus d'énoncés s'appuyant sur un exemple générique en cinquième entraînée.

b. Le processus de conceptualisation : des étapes et des cheminements différents

Il n'y a pas de correspondance automatique entre production d'énoncé formel et compréhension

L'élève qui produit un exemple générique associé à un énoncé général dans un souci de communication, n'a pas automatiquement une compréhension plus faible du concept que celui qui produit l'énoncé formel seul. Nous pouvons être en présence d'un effet de contrat : en fonction du contexte, l'élève doit comprendre les normes à respecter : produire un énoncé formel correspondant à un savoir socialement reconnu, produire un énoncé prenant en compte l'éventuel degré de compréhension de l'interlocuteur ou bien encore produire un énoncé qui témoigne de son cheminement personnel. Le statut de l'interlocuteur est important. S'il s'agit du professeur, l'élève jugera peu utile et sans doute peu conforme d'illustrer la règle par un exemple. Par contre, s'il s'agit d'expliquer à un pair ou de s'expliquer à lui-même, il aura plus facilement recours à l'exemple.
De plus, un énoncé formel ne témoigne pas forcément d'une bonne acquisition du concept ni même de la maîtrise de la formulation utilisée ; il peut être, dans la pratique, une simple reproduction, plus ou moins fidèle, du cours du professeur. De nombreux élèves de cinquième des classes témoins produisent ainsi des énoncés qui laissent penser que la notion n'est pas complètement maîtrisée, exemple : " $a \pm (b \pm c) = a \pm b \pm c$ " ou " $a - (b - c) = a + b + c$; $a - (b + c) = a + b - c$ ".

Un exemple de cheminements différents : le cas des deux sixièmes entraînées

L'étude comparée des qualités respectives des textes individuels et collectifs des deux sixièmes entraînées met en évidence des différences concernant les apprentissages effectués dans ces deux classes considérées toutes les deux comme faibles.

Nous observons des effets pratiquement inversés sur les productions des deux sixièmes.
En effet, les textes collectifs de la sixième de Maisons-Alfort semblent privilégier les énoncés formels, alors que les textes individuels des même élèves laissent une part importante aux énoncés s'appuyant sur des exemples ayant un caractère générique plus ou moins prononcé.
Par contre, dans la sixième de Vanves, les textes collectifs accordent une place équivalente aux exemples génériques et aux énoncés formels, alors que les textes individuels laissent une place plus importante aux énoncés formels.

Nous pouvons donner plusieurs éléments d'explication à ce résultat faisant intervenir les contenus mathématiques évoqués, les pratiques des enseignants et l'importance prise par le débat et la communication entre élèves.
Les pratiques des enseignants des deux sixièmes ne sont pas identiques ; le professeur de Vanves accorde une place plus importante à un enseignement "méta". De plus, le débat collectif est plus difficile à mettre en œuvre à Maisons-Alfort qu'à Vanves ; cela a évidemment un effet sur les productions collectives des élèves. Contrairement à leurs camarades de Maisons-Alfort, dans un souci de communication, les élèves de Vanves proposent des exemples génériques dans leurs textes collectifs. Ce souci est moins fort dans les textes individuels.

Nous constatons donc un décalage dans le temps entre les deux sixièmes. A Maisons-Alfort, un texte apparemment conforme aux attentes habituelles de l'enseignant peut s'imposer,

surtout s'il bénéficie d'un accord tacite des bons élèves qui reconnaissent “ une bonne formulation ”. Quand le débat est faible, le contrat valide les énoncés formels ; d'autant plus qu'un énoncé mathématiquement incontestable ne peut être refusé par l'enseignant même si ce dernier doute de son appropriation par tous. Seul le jeu de la communication peut à moyen terme changer les règles du contrat. L'apparition progressive puis massive d'exemples à caractère générique témoigne d'un nouveau contrat qui devrait s'accompagner d'une meilleure appropriation des notions par un plus grand nombre d'élèves.
Le faible taux d'exemples à caractère générique produits par les élèves des classes témoins nous conforte dans cette analyse.

Les élèves de la sixième, particulièrement faible, de Maisons-Alfort semblent profiter plus tardivement des conditions particulières à notre ingénierie. En effet, dans leurs productions collectives, les énoncés intermédiaires ne sont produits qu'en fin d'année, période qui est aussi à celle de l'écriture des bilans individuels. Par contre, les élèves de Vanves produisent ce type d'énoncés plus tôt dans l'année, à l'occasion des productions collectives.

c. Le statut de l'énoncé intermédiaire dans le processus de conceptualisation

L'énoncé intermédiaire peut représenter un niveau intermédiaire entre le cas particulier et la règle générale, entre l'expérience et le décontextualisé, entre la situation d'apprentissage et le concept.
Nous évoquons ici des thèmes centraux dans les théories de l'apprentissage développées par Vygotski.
Nous pouvons nous référer au processus de formation des concepts, qu'il décrit comme passage d'une structure de généralisation à une autre, pour éclairer certaines étapes du processus de conceptualisation de notions mathématiques.
En effet, nous pouvons interpréter les énoncés intermédiaires comme révélateurs d'une première généralisation de l'expérience personnelle et collective des élèves ; celle-ci se traduit, entre autres, par le passage d'un exemple seul ou d'une description d'action à un énoncé intermédiaire faisant intervenir un exemple à caractère générique. Les élèves accompagnent l'énoncé formel (ou reconstruisent cet énoncé à l'aide) d'un exemple qui ne coïncide pas forcément avec une expérience vécue. Cet exemple peut être retrouvé, mais l'analyse précise des textes nous amène à penser qu'il est plutôt reconstruit, voire inventé, par l'élève sur le moment, dans un double souci de communication et d'explicitation de sa pensée.
Bien sûr, ces exemples font écho à ceux traités en cours mais s'en différencient sur plusieurs points : contexte légèrement différent ou valeurs numériques inventées pour l'occasion...

Nous pouvons établir un parallèle entre énoncé formel et énoncé intermédiaire d'une part et ce que Vygotski définit à propos des concepts et des pseudo-concepts.
Le pseudo-concept est décrit comme un équivalent fonctionnel du concept, en apparence semblable au concept, mais qui en diffère quant au mode de généralisation et de catégorisation dont il résulte. Ces deux niveaux de conceptualisation, bien que différents, permettent toutefois aux individus de communiquer et de se comprendre (au moins partiellement).
D'une façon un peu analogue, l'énoncé intermédiaire permet aux élèves de se comprendre, de se mettre d'accord sur une formulation ; mais il peut toutefois renvoyer individuellement à des niveaux de formalisation et de conceptualisation différents.

L'énoncé intermédiaire révèle donc un " compromis " dans la formulation mais aussi un processus de conceptualisation s'appuyant sur une dialectique entre collectif et individuel.
Devant produire un écrit pour le groupe classe, les élèves construisent des énoncés intermédiaires. L'analyse des bilans individuels des classes entraînées montre que ce type d'énoncé perdure dans les bilans individuels aux côtés d'énoncés plus formels (les exemples seuls se raréfient).
Il semble donc que l'énoncé intermédiaire, dans un premier temps résultat d'une démarche collective, témoigne ensuite d'un apprentissage individuel par un double mouvement de contextualisation et de décontextualisation. Tout se passe comme si l'appropriation des énoncés intermédiaires produits collectivement permettait aux élèves d'une part, de recontextualiser certains énoncés formels afin de leur donner du sens ; d'autre part, de généraliser leurs exemples individuels afin de les dépersonnaliser tout en autorisant des appels éventuels à l'expérience.
Nous sommes ici en présence d'une appropriation collective qui précède et induit une appropriation individuelle. Cela renvoie dans une certaine mesure aux théories développées par Vygotski mettant en valeur le caractère d'abord social et collectif de l'apprentissage.

2. Des références plus nombreuses aux pratiques de calcul mental ; vers la construction d'outils heuristiques

Signalons tout d'abord que notre ingénierie débouche sur une production plus importante, plus riche et plus décontextualisée d'énoncés de méthodes.

Dans les classes non entraînées, l'apport du calcul mental est peu explicité par les élèves et essentiellement calculatoire. Il est tout autre dans les classes où notre ingénierie a été mise en oeuvre.
L'analyse des déclarations des élèves des différents niveaux scolaires fait apparaître une graduation dans les apports du calcul mental à la résolution de problèmes.
Tout d'abord, en CM2, une pratique régulière de calcul mental débouche sur une plus grande aisance et une plus grande rapidité de traitement des opérations lors de la résolution de problèmes numériques.
En sixième, l'apport est plus riche : les techniques étant plus sûres, les élèves utilisent le calcul mental d'une part pour prévoir et contrôler leurs résultats (" *Pour moi, c'est important de trouver l'ordre de grandeur des opérations car après on peut comparer à son résultat et il faut trouver un résultat très proche de l'ordre de grandeur* "), d'autre part pour faciliter leur recherche, par exemple, en simplifiant les données numériques du problème.
Cet apport est encore plus riche en cinquième où nous décelons un changement de statut des nombres dans un énoncé de problème : l'élève peut remplacer les données numériques soit par des nombres plus simples (arrondis ou plus petits) soit par des lettres pour trouver plus facilement le raisonnement à effectuer (" *si dans des problèmes on a des chiffres difficiles, on peut les remplacer par des lettres ou par des nombres plus simples* " ou bien " *quand il y a des nombres compliqués, on les simplifie ; après les avoir simplifiés, on cherche une méthode et lorsque l'on trouve on l'applique aux nombres compliqués* "). Les données numériques ne sont plus "figées" mais peuvent varier ; l'accès au modèle est alors plus aisé. Le calcul mental devient donc un outil de recherche lors de la résolution de problèmes.

Dans un premier temps, notre ingénierie permet donc une explicitation de la part des élèves des apports du calcul mental à la résolution de problèmes ; puis, en les amenant à dépasser les habiletés calculatoires, elle débouche sur de nouveaux apports. Grâce à une prise de distance par rapport aux données numériques et à une exploration plus aisée des relations entre ces données, la recherche du modèle se trouve facilitée. Nous pouvons dire que ce nouvel apport relève de l'heuristique dans la mesure où il aide l'élève à acquérir des stratégies de résolution de problèmes numériques.

Le calcul mental, un champ d'expérience pour la résolution de problèmes numériques

Le calcul mental contribue à accroître les habiletés calculatoires des élèves. Cela peut se traduire, lors de la résolution de problèmes numériques, par une meilleure maîtrise des calculs.
Cela renforce aussi l'assurance et l'aisance des élèves engagés dans des calculs lors d'une résolution de problèmes. Ce dernier aspect est souligné dans les bilans individuels des élèves de la classe de CM2 entraînée. Nous retrouvons cet apport à l'état de traces dans les déclarations des élèves des classes témoins de sixième et de cinquième.

Nous allons essayer d'expliquer, en nous appuyant sur un exemple, comment le calcul mental permet d'accroître les capacités d'initiative des élèves lors de la résolution d'un problème numérique.

Le problème " des briques "[3]ci-dessous a été proposé dans la classe de sixième entraînée de Vanves, les stratégies des élèves ont pu être observées à cette occasion.

"*On empile des briques de 0,1 mètre de hauteur pour construire un mur de 2 mètres de haut. Combien de briques empile-t-on les unes sur les autres ?*"

Ce problème est en général très mal réussi quand il est posé dans un devoir écrit. La reconnaissance de l'opération à effectuer ainsi que l'obtention du résultat de l'opération sont deux obstacles importants.

Nos observations semblent montrer qu'une pratique régulière de calcul mental autorise l'élève à rechercher des procédures de résolution non standards, à faire des essais, à accepter de faire des erreurs (par exemple : " *compter combien de fois on doit ajouter 0,1 pour obtenir 2* " ou bien " *calculer en plusieurs étapes, soit le nombre de briques dans une hauteur de 1 mètre, puis de 2 mètres : "0,1 x 10 = 1 donc 20 briques", soit la hauteur de 2 briques et donc le nombre de briques ; "0,1 x 2 = 0,2 donc 20 briques"* , ou encore " *des essais de multiplication de 0,1 par divers nombres pour trouver lequel donnera 2* ").

Une pratique régulière de calcul mental permet aussi de jouer sur la taille des nombres en simplifiant les données numériques ou en les remplaçant par des lettres. Nous avons par exemple relevé les procédures suivantes : " *traduction par une expression littérale très contextualisée, les lettres évoquant les grandeurs : B x N ? = N* " ou bien " *expression du modèle par une phrase : la hauteur d'une brique multipliée par le nombre de briques est égale à la hauteur totale* " ou enfin " *transformation des nombres donnés par des nombres plus "simples" : je remplace par exemple 0,1 par 5 et 2 par 50, alors je sais le faire* ".

---

[3]Cet exemple est développé dans une contribution à la brochure de la commission inter-Irem premier cycle intitulée *des mathématiques en sixième* : " le rôle du calcul mental dans la connaissance des nombres, des opérations et dans la résolution de problèmes ", Butlen D. Monfront A.M. Pézard M.

La pratique du calcul mental est propice à ce détour éliminant, dans un premier temps, les nombres "difficiles". En effet, pour oser négliger en début de recherche les nombres jugés compliqués, il faut que l'élève ne fasse pas du traitement de l'opération une priorité. De même, il faut que la peur d'avoir à la réaliser avec de tels nombres ne l'envahisse pas trop. Une pratique régulière de calcul mental peut donner cette disponibilité nécessaire à l'appropriation du problème.

Une pratique régulière de calcul mental permet donc à l'élève de ne pas recourir immédiatement aux algorithmes écrits, parfois coûteux, mais au contraire d'explorer rapidement différentes voies de résolution du problème. L'élève peut ainsi davantage adapter ses stratégies aux données du problème. Certaines déclarations extraites des bilans individuels le confirment comme par exemple : *"quand je fais du calcul mental, j'utilise beaucoup de façons pour trouver le résultat. Ma façon dépend beaucoup des nombres ou de la question du problème."*

Le changement de statut des données d'un problème numérique - elles ne sont plus "figées" mais peuvent varier - contribue sans doute à l'initialisation de la notion de variable. En tout cas, cela semble important pour la construction de la représentation de certains problèmes.

L'analyse des bilans individuels des élèves des classes témoins montre qu'un enseignement méthodologique "classique"[4]ne suffit pas seul, du moins à ce niveau de scolarité, à créer un lien entre les apprentissages effectués en calcul mental et ceux relatifs à la résolution de problèmes. Les élèves évoquent des étapes de résolution indépendantes des contenus : lecture "intelligente" de l'énoncé, tri des données, recherche de l'opération, calcul, vérification en recalculant, rédaction d'une phrase réponse... Ils explicitent d'autre part certaines règles de conduite du "métier de bon élève" : bien présenter ses calculs, bien rédiger, réfléchir...

Ces attitudes et compétences sont sans doute importantes pour les apprentissages mais on peut légitimement s'interroger sur leur efficacité quand elles ne s'accompagnent pas d'outils mathématiques mobilisables lors de la résolution effective de problèmes.

Les effets de notre dispositif se situent davantage au niveau de l'activité mathématique de l'élève.

Les résultats de notre seconde expérience confirment et précisent l'apport du calcul mental à la résolution de problèmes numériques. Notre ingénierie semble permettre aux élèves de dépasser les effets d'un enseignement méthodologique "classique" et leur apporter des outils de recherche qui relèvent de l'heuristique. En effet, l'élève devient davantage capable d'explorer les relations entre les données d'un problème soit en utilisant des techniques proches de l'algèbre (remplacer des nombres par des lettres et écrire les relations en jeu), soit en jouant sur la taille et la nature des nombres (remplacer par des nombres plus simples, passer de D à N...).

---

[4]Nous entendons par enseignement méthodologique " classique ", un apprentissage des grandes étapes de résolution d'un problème, assez indépendant des contenus mathématiques ou bien l'explicitation de certaines " attitudes de bon élève ".

3. Une démarche intéressante pour certains élèves en difficulté, un chemin original vers le formalisme

Rappelons que notre expérimentation s'est déroulée dans des classes plutôt faibles. La classe de cinquième entraînée était la plus faible du collège de Vanves. Les classes témoins sont jugées par leurs professeurs d'un niveau supérieur. Si, comme nous l'avons souligné précédemment, notre ingénierie permet à davantage d'élèves de produire des énoncés mathématiques ou de méthodes (intermédiaires ou formels), nous pouvons penser que des élèves plutôt faibles sont concernés.
Nous allons essayer d'affiner le profil des élèves ayant recours à des énoncés intermédiaires.

Les énoncés intermédiaires sont produits essentiellement par les " bons élèves " et par les élèves plutôt faibles en CM2 et cinquième. En sixième, ce sont surtout les " bons " élèves qui produisent les énoncés intermédiaires. A ce niveau scolaire, le faible débat, le rapport à l'écrit et les effets de contrat peuvent expliquer ce résultat. Ce sont les élèves les plus performants qui s'autorisent à produire plus d'énoncés mathématiques ou de méthodes en ayant recours partiellement au formalisme.
En cinquième, les élèves en trop grande difficulté n'ont pas assez d'une année pour dépasser les descriptions de contextes ou d'activités ; toutefois deux tiers d'entre eux produisent quelques énoncés formels.

Il semble donc que notre ingénierie crée des conditions permettant à des élèves faibles, sur une durée de deux ans, de produire des énoncés intermédiaires. Cette production s'accompagne, d'après les évaluations du professeur, de réels progrès en mathématiques. Il est évidemment difficile de dire qui des deux précède l'autre.
Ce sont surtout des élèves en difficulté moyenne qui bénéficient des conditions créées par notre expérimentation.

L'ensemble de notre dispositif d'enseignement permet à ces élèves en difficulté moyenne de produire des énoncés mathématiques plus décontextualisés mais ancrés dans leur expérience personnelle. Cette production n'aurait pas été possible pour ces élèves sans l'aide de leurs pairs et sans l'explicitation de méthodes par le professeur. La mémoire collective de la classe ainsi construite semble constituer pour chacun un ensemble d'expériences, de connaissances et de savoirs en partie décontextualisés, vécus en commun avec les autres élèves et avec le maître, partiellement codifiés dans leur mémoire personnelle ; cela leur permet d'élargir leurs possibilités de formulation mais aussi de s'approprier, au moins partiellement, certaines notions et méthodes mathématiques.

Il semble que les outils heuristiques construits lors de notre expérimentation pourraient aider les élèves de collège à s'approprier une démarche algébrique. En effet, explorer les relations entre les données d'un problème, remplacer les nombres par des lettres… sont des techniques qui seront , par la suite, utilisées en algèbre, en particulier quand il s'agit de " mettre en équation " un problème. Il semble que notre ingénierie serait efficace à un moment bien particulier du cursus et sans doute pour des élèves présentant des difficultés moyennes. En effet, elle doit précéder un enseignement d'algèbre, permettre de donner du sens à celui-ci en s'appuyant sur des exemples de transformations de procédures arithmétiques en procédures " pré-algébriques ". Mais elle ne doit pas intervenir trop tard car une démarche algébrique institutionnalisée en écraserait les effets. D'autre part, ce passage risque de s'avérer inutile pour des élèves capables de s'approprier rapidement une démarche algébrique.

De même que les énoncés intermédiaires permettent à certains élèves, notamment en difficulté, de dépasser le contexte de l'apprentissage tout en donnant du sens aux énoncés formels, les outils heuristiques décrits précédemment peuvent être interprétés comme une étape dans l'appropriation des méthodes explicitées par le professeur. Celles-ci, grâce aux expériences accumulées en calcul mental et à une prise de distance due aux écrits collectifs, se concrétisent tout en gardant un degré de généralisation suffisamment large pour être réutilisables dans des contextes voisins. Ainsi, par exemple, la phrase " *chercher l'opération* " afin de répondre à la question posée, se transforme en " *remplacer les nombres par des nombres plus simples pour trouver l'opération* ". La première reste souvent un " geste " vide de sens pour des élèves en difficulté[5], elle s'avère tout aussi inutile pour des élèves ayant déjà construit un schéma automatique de reconnaissance... Nous retrouvons un résultat analogue à celui évoqué plus haut : des démarches trop formelles ou trop générales pour des élèves plutôt faibles peuvent s'ancrer dans des expériences individuelles tout en gardant un certain degré de généralisation. Ces démarches ne seraient pas possibles pour ces élèves sans l'aide de leurs pairs et sans l'explicitation de méthodes par le professeur. La mémoire collective de la classe ainsi construite semble constituer pour chaque élève un ensemble d'expériences, de règles d'action partiellement décontextualisées, qui lui donnent de nouvelles possibilités de formulation et d'action. La réflexion collective permet ainsi une appropriation individuelle des méthodes explicitées par l'enseignant ou par les élèves.

Ces étapes intermédiaires dans la conceptualisation de notions mathématiques, comme dans la construction d'outils heuristiques ou dans l'acquisition et la mise en œuvre de démarches " pré-algébriques ", peuvent constituer des étapes originales, nécessaires pour certains élèves en difficulté . Ce cheminement n'est possible que si certaines contraintes institutionnelles et cognitives sont dépassées. En particulier, cette construction demande du temps ; notre recherche montre que les résultats ne deviennent vraiment significatifs que dans la classe de cinquième, soit donc au bout de deux années de pratique régulière de calcul mental et de production collective d'écrits mathématiques.

[5]M.J. Perrin a relevé ce phénomène ; en particulier, le manque de capitalisation et le manque de méthodes sont des caractéristiques fréquentes des élèves en difficulté.

BIBLIOGRAPHIE

[1] ALLARDICE B.S., GINSBURG H.P. (1983) Children's psychological difficulties in mathematics In H.P. Ginsburg (Ed), *the development of mathematical thinking*, New-York Academic Press.

[2] BAUTIER E. (1995) *Pratiques langagières, pratiques sociales. De la sociolinguistique à la sociologie du langage*, Paris, l'Harmattan

[3] BAUTIER E. (1996) Les élèves et le rapport au savoir, In COPIRELEM*documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Actes du stage d'Angers de la COPIRELEM*, IREM Paris VII

[4] BAUTIER E., ROBERT A. (1988) Réflexions sur le rôle des représentations métacognitives dans l'apprentissage des mathématiques, *Revue Française de Pédagogie* n°84, pp 13-19, INRP Paris

[5] BOERO P. (1989) Mathematical literacy for all experiences and problems Proceedings, In PME XIII

[6] BRIAND J. (1993) *l'énumération dans le mesurage des collections. Un dysfonctionnement dans la transposition didactique*, Doctorat de Didactique des mathématiques, Bordeaux, Université de Bordeaux 1

[7] BRISSIAUD R. (1989) *Comment les enfants apprennent à calculer.*, Paris, Ed. RETZ.

[8] BUTLEN D. et PEZARD M. (1992) Une expérience d'enseignement des mathématiques à des élèves de CE2 en difficulté, *cahier de DIDIREM* n°13, IREM de Paris VII, Université de Paris VII.

[9] BUTLEN D. et PEZARD M. (1992) Elèves en difficulté, situations d'aide et gestion de classe associée , *Grand N* n°50 , pp.29-58 , IREM de Grenoble, Université de Grenoble 1.

[10] BUTLEN D. et PEZARD M. (1992) Calcul mental et résolutions de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du CP au CM2 *Récherches en Didactique des Mathématiques,* Vol 12-2-3, La pensée sauvage, pp. 319-368

[11] BUTLEN D. et PEZARD M. (1996) Rapports entre habileté calculatoire et prise de sens dans la résolution de problèmes numériques, étude d'un exemple : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur les procédures et performances des élèves de l'école élémentaire, *cahier de DIDIREM* n°27, IREM de Paris VII, Université de Paris VII.

[12] BUTLEN D. et PEZARD M. (1999) Rôle de l'écrit collectif dans la conceptualisation de notions mathématiques et dans l'acquisition de méthodes de résolution de problèmes, article à paraître.

[13] BROUSSEAU G. et CENTENO J.(1992), Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol 11/2.3, La pensée sauvage

[14] CHARLOT B., BAUTIER E. et ROCHEX J.Y. (1992) *Ecole et savoir dans les banlieues... et ailleurs*, Paris, Armand Colin

[15] CHEVALLARD Y. (1984-1989) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre, 1ère, 2ème partie, *Petit X* n°5, 19, IREM de Grenoble, Université Joseph Fourier.

[16] CHEVALLARD Y. (1989) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre, 3ème partie *Petit X* n° 23, IREM de Grenoble, Université Joseph Fourier.

[17] CONNE F. Calculs numériques et calculs relationnels dans la résolution de problème d'arithmétique, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol 5-3

[18] CONNE F. (1993) Savoirs et connaissances *Recherche en Didactique des Mathématiques* , Vol. 13, La pensée sauvage, Grenoble

[19] DENIS M. (1982) Représentation imagée et résolution de problèmes. *Revue Française de Pédagogie* , n° 60.

[20] FAYOL M. (1990) *L'enfant et le nombre.*, Neuchâtel, Delachaud / Niestle

[21] FAYOL M. HABDI H. et GOMBERT J.E. (1987) Arithmetic Problems Formulation and Working Memorie Load Laboratoire de Psychologie Université de Bourgogne - Dijon.

[22] FAYOL M. (1985) Nombre, numération et dénombrement. Que sait-on de leur acquisition ? *Revue Française de Pédagogie* n° 70.

[23] FAYOL M. et MAURY S. (1986) Combinatoire et résolution de problèmes aux cours moyens 1 et 2 . *Recherches en Didactique des Mathématiques.*, Volume 7-1, Editions la Pensée Sauvage, pp. 63-104

[24] FISCHER J.P. (1981) Développement et fonctions du comptage chez l'enfant de trois à six ans *Recherches en Didactique des Mathématiques.*, Vol 2-3, Editions la Pensée Sauvage

[25] FISCHER J.P. (1988) Complexité de compréhension et d'exécution des opérations arithmétiques élémentaires *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Vol 9-2. Editions la Pensée Sauvage, pp. 133-154

[26] FISCHER J.P. (1987) L'automatisation des calculs élémentaires à l'école. *Revue Française de Pédagogie* n°80

[27] JULO . (1995) *Représentations des problèmes et réussite en mathématiques*, Rennes, Presses Universitaires de Rennes

[28] LABORDE C. (1982) *Langue naturelle et écriture symbolique*, Thèse de Doctorat d'Etat, Grenoble, Université de Grenoble

[29] LAHIRE B. (1993) *Culture écrite et inégalités scolaires,* Lyon, Presses Universitaires de Lyon

[30] LEGRAND M. (1991) Circuit ou les règles du débat mathématique, In Commission Inter-IREM Université, *Enseigner les mathématiques autrement en DEUG A, première année*, Lyon, IREM de Lyon.

[31] LEGRAND M. (1990) Un exemple de discours sur les mathématiques et leur apprentissage, In Commission Inter-IREM Université, *Enseigner les mathématiques autrement en DEUG A, première année*, Lyon, IREM de Lyon.

[32] LEONTIEV A.N. (1959) Principles of mental development and the problem of intellectual backwardness. In B.J. Simon (Ed), *Educational Psychology in the USSR*. London : Routledge Kegan.

[33] PERRIN-GLORIAN M.J. (1992) *Aires et surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème* Thèse de Doctorat d'État, Paris, Université de Paris VII

[34] RESNICK L.B. (1983) A developmental theory of nomber understanding. In H.P. Ginsburg (Ed), *The development of mathematical thinking*. New-York Academic Press.

[35] RICHARD J.F. (1982) Mémoire et résolution de problèmes, *Revue Française de Pédagogie* n° 60.

[36] ROBERT A., TENAUD I. (1989) Une expérience d'enseignement de la géométrie en terminale C, *Recherches en Didactique des Mathématiques* n° 9.1, La Pensée Sauvage, pp 31-70,

[37] ROBERT A. et ROBINET J. (1992) Représentations des enseignants et des élèves *Repères-IREM* n°7; Editions Tropiques, pp.93-99

[38] ROBERT A. et ROBINET J. (1996) Prise en compte du méta en didactique des mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques, Vol 16.2*

[39] ROCHEX J. Y. (1997) L'oeuvre de Vygotski : fondements pour une psychologie historico-culturelle, Note de synthèse, *Revue Française de Pédagogie* n°120, pp 105-147

[40] ROGALSKI. J. (1984) A propos de l'acquisition de la bidimensionnalité chez les élèves d'âge pré-scolaire et scolaire. et Enseignement et acquisition de la bidimensionnalité. *Cahiers de didactique des mathématiques* n° 12 et 13, Paris, IREM de Paris VII.

[41] ROUCHIER A. (1991) *Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaire : proportionnalité, structures itéro-récursives, institutionnalisation.* thèse de Doctorat d'état, Orléans, université d'Orléans

[42] SARRAZY B. (1997) Sens et situations : une mise en question de l'enseignement des stratégies métacognitives en mathématiques , *Recherches en didactique des mathématiques* vol. 17/2,La Pensée Sauvage-Editions, pp 135-166,

[43] SENSEVY G. (1994) *Institutions didactiques, Régulation, Autonomie. Une étude des Fractions au Cours Moyen* Thèse de Doctorat, Marseille, Université de Provence

[44] TENAUD I. (1991) *Une expérience d'enseignement de la géométrie en terminale C : enseignement de méthodes et travail en petits groupes*, Thèse de Doctorat, Paris, Université de Paris VII

[45] VERGNAUD G. (1981) *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Editions Peter Lang.

[46] VERGNAUD G. (1989) Questions de représentation et de formulation dans la résolution de problèmes mathématiques, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, IREM de Strasbourg, Vol 2

[47] VYGOTSKI L. S. (1985) *Pensée et langage*, Paris, Editions sociales.

ANNEXE 1

Cette annexe présente des exemples d'activités de calcul mental proposées dans chaque niveau de classe

ANNEXE 1.a : exemples d'activités de calcul mental, niveau CM2

1. Compter Décompter

compter de 9 en 9 à partir de 7
compter de 13 en 13 à partir de 4
décompter de 8 en 8 à partir de 123
décompter de 14 en 14 à partir de 246
...

2. Règle des "zéros"

178 x 10	17 x 1000	5000 x 10	30000 : 10	400000 : 1000

...

3. Additions et soustractions mentales

39 + 45	60 - 26	119 + 36	83 - 49 ...

4. Multiplications et divisions mentales

32 x 5	32 x 25	28 x 9	34 x 11 ...
158 : 2	305 : 5	549 : 9	568 : 8 ...

5. Problèmes à résoudre mentalement

La distance entre chaque arrêt d'un autobus est d'environ 1500 mètres ; au premier arrêt 10 personnes montent, au second arrêt 3 personnes descendent, au troisième arrêt 5 personnes montent ; Y-a-t-il plus ou moins de personnes dans l'autobus quand il repart après ce troisième arrêt ? Combien en plus ou en moins ?

Un quadrillage rectangulaire comporte 168 carreaux en tout, il y a 4 carreaux sur la largeur, combien y-a-t-il de carreaux sur la longueur ?

Un restaurant propose un menu du jour à 70 F. Il y a 4 choix possibles pour l'entrée, trois choix possibles pour le plat principal et 2 choix possibles pour le dessert ; combien de menus différents peut-on constituer ?

Avec ses bottes de 7 lieues, le Petit Poucet se déplace de ville en ville ; il fait des pas de 8 km ; s'il parcourt 50 km, combien de pas va t-il faire ?

6. Le jeu de Syracuse

On part d'un nombre n ; s'il est pair on le divise par 2 ; s'il est impair, on le multiplie par 3 et on ajoute 1. On arrive toujours à 1...
exemple avec : n = 17, 15, 25

ANNEXE 1.b : exemples d'activités de calcul mental, niveau sixième

1. Compter décompter

Compter de 0,3 en 0,3 à partir de 7,2
Décompter de 0,3 en 0,3 à partir de 7,2

2. Ordre de grandeur

Donner une valeur approchée de 0,195 x 4,11 ; de 0,294 x 0,4
Le quotient de la division 9675 : 43 est-il de l'ordre de 2, 20 ou 200 ?
Ordre de grandeur de 21,7 x 39, à l'unité près.
Des deux fractions 5/7 et 7/5, laquelle est plus petite que 1 ?

3. Opérations mentales

407,8 - 100 407,8 - 10 407,8 - 0,1 407,8 - 1/100

4. Calcul rapide sur les fractions

1/9 x 3/5 2/7 x 3/423,5 + 4/100 ...

Donner quatre écritures différentes de 35/8 en utilisant les signes +,-,x.

5. Problèmes à résoudre mentalement

J'achète 48 bonbons à 0,80 F l'un. J'ai 24 F. Ai-je assez ? J'ai 50 F. ai-je assez ?

J'ai 18 F. dans mon porte-monnaie, combien au maximum puis-je acheter de sucettes coûtant 1,50 l'une ?

2 groupes montent dans un car. Il y a 30 personnes dans le premier groupe, le nombre de personnes du deuxième groupe est égal au 2/3 de celui du premier. Combien de personnes sont montées ?

On sait que deux élèves sur trois ont plus de 12 au contrôle, Donner 3 exemples de classes, en indiquant pour chacune le nombre total d'élèves et le nombre d'élèves ayant eu plus de 12 au contrôle.

ANNEXE 1.c : exemples d'activités de calcul mental, niveau cinquième

1. Ordre de grandeur d'un résultat

73 x 10,2   4731,4 + 5036 1000,3 - 218

2. Priorité des opérations, énoncé de problème

effectue 200 + 4 x 30
Invente un problème qui se résout par ce calcul.

3. travail sur les fractions

Ecris sous forme d'un entier le plus grand possible plus une fraction
3/2   14/3

Donne une autre écriture fractionnaire de :
4/6   7/3

Ecris en ordre croissant :
4/5   2/5   7/4   7/5

Ecris une fraction égale à :
0,25   1,2

Ecris si possible un nombre décimal égal, sinon la valeur approchée à 0,01 près de :
3/2   3/4   2/3

Effectue :
3/7 + 5/7   1 - 7/9 2 + 3/5
6 X 7/3   2/5 x 4/5   2/7 x 3/4

4. Problèmes à résoudre mentalement

Julien a eu 30 sur 40 au premier devoir et 20 sur 30 au deuxième, quel est la meilleure note ?

Huit garçons et quatre filles mangent chacun un petit pain au chocolat à 2,50F. pièce Combien les enfants ont-ils dépensé en tout ?

Un rectangle a une longueur de 6 cm et une largeur de 6 cm, un autre rectangle a une longueur de 17 cm et une largeur de 15 cm. Leurs côtés sont-ils proportionnels ?

Un pull valait 200 F. Combien vaut-il après une augmentation de 25%.

Après 20% de réduction, un livre coûte 40 F. Combien coûtait-il avant la réduction ?

ANNEXE 2

Grille d'analyse des textes collectifs

		1	2	3	4	
		mathéma-tique	discours de méthodes	description d'un apprentis-sage	description de finalités d'apprentissage	Total
1	énoncé d'un théorème, d'une définition, d'une propriété, d'un algorithme de calcul					
2	règle formulée à partir d'un exemple					
3	un exemple, un contre-exemple					
4	méta 1 : énoncé de méthodes très générales non liées à un contenu mathématique					
5	méta 2 : énoncé de règles ou de méthodes faisant référence à un contenu assez général					
6	méta 3 : énoncé de règles ou de méthodes décontextualisées mais attachées à un contenu mathématique précis					
7	méta 4 : énoncé d'exemples ou de procédures ou de techniques de calcul contextualisés ou de démarches de résolution					
8	énoncé d'une activité (chronique)					
9	énoncé d'une consigne					
10	validation (preuve, démonstration, argumentation)					
	Total des énoncés (par type de point de vue)					

LA COLLABORATION ENTRE CHERCHEURS ET ENSEIGNANTS DANS UN DISPOSITIF ORIGINAL D'OBSERVATION DE CLASSES :

LE CENTRE D'OBSERVATION ET DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES (COREM)[1]

Marie-Hélène Salin[2]

I. INTRODUCTION

La didactique des mathématiques a pour ambition de devenir "une science de la diffusion des connaissances mathématiques". Même si elle ne s'y limite pas, elle s'intéresse en priorité à la diffusion de ces connaissances en milieu scolaire.

Les investigations cliniques, observations d'élèves ou de petits groupes d'élèves face à des problèmes, par exemple, peuvent éclairer le chercheur sur certains aspects des processus d'apprentissage, elles ne permettent pas d'atteindre les phénomènes plus complexes qui se passent dans la classe, liés aux interactions enseignant /élèves.

La question de l'accès au milieu scolaire, et pas seulement à des élèves, est donc essentielle, elle touche à tout un ensemble de problèmes, institutionnels, scientifiques et déontologiques, qui ne sont pas encore réellement reconnus comme importants et qui, par nécessité, sont donc le plus souvent résolus au coup par coup, suivant des modalités qui dépendent plus des opportunités rencontrées par les chercheurs que de choix méthodologiques.

Actuellement, en dehors du COREM dont je vais vous parler de manière détaillée, la situation est la suivante :

- la recherche sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire est réalisée par des formateurs en mathématiques des IUFM, qui font équipe le plus souvent avec des maîtres-formateurs. L'essentiel des recherches menées par l'INRP fonctionne de cette manière et pas seulement en mathématiques.

L'efficacité de ces équipes pour la production d'ingénieries n'est pas à démontrer : Les documents produits par l'équipe ERMEL l'attestent. Mais je vois 2 limites au moins pour le développement de certaines recherches : d'une part, les enseignants doivent tenir compte du fait qu'ils travaillent souvent en présence de débutants, les contenus qu'ils traitent ne peuvent donc pas trop s'éloigner des contenus prévus dans les programmes, d'autre part, ces enseignants, recrutés sur examen, et volontaires pour participer aux recherches sur l'enseignement des mathématiques, développent des savoir-faire pédagogiques qui peuvent masquer les insuffisances des situations d'enseignement à l'étude. J'y reviendrai tout à l'heure.

---

[1] Le titre que les organisateurs avaient donné à ma communication « Rôle des lieux d'observation pour la recherche et la formation » était beaucoup plus général que ce que j'ai traité, qui se limitait au COREM. Cet exposé reprend une grande partie de la conférence donnée avec D. Greslard à la 50ième Rencontre de la CIEAM, à Neuchâtel (1998), qui a été publiée dans les Actes de la rencontre

[2] Didactique et Anthropologie des Enseignements Scientifiques et Techniques, Université Bordeaux 2 et Institut Universitaire de Formation des Maîtres d'Aquitaine

- la recherche sur l'enseignement des mathématiques dans le secondaire s'appuie sur des équipes plus disparates.

Dans les IREM, coexistent 2 types de recherches :

* des "recherches-actions", menées par des équipes d'enseignants qui réalisent dans leurs classes des actions innovantes, qui peuvent s'appuyer ou non sur les résultats de la recherche en didactique mais qui n'ont pas les mêmes exigences méthodologiques que les didacticiens, parce que leurs enjeux sont différents. Pendant longtemps, ces équipes ne se posaient pas la question de l'observation puisque les chercheurs étaient aussi les acteurs et que toute une série de phénomènes leur étaient transparents.

* des recherches "universitaires" dont l'insertion dans un IREM permet aux didacticiens d'avoir des contacts privilégiés avec des enseignants, comme ceux décrits ci-dessus. Mais la situation n'est pas simple : passer de la position d'innovateur, maître dans sa classe, à celle de participant à un projet piloté par d'autres, puis soumis à l'observation et à l'analyse de collègues, qui n'étant pas dans l'action, voient tout ce que l'enseignant aurait pu faire de différent, suppose un investissement particulièrement important et un désir de connaître peu courants !
Quand le chercheur en didactique ne trouve pas, à l'IREM, ce genre de collègues, il en est réduit à faire le tour de ses copains profs de maths et à solliciter leur aide, ce qui n'est pas la meilleure des situations pour mener une recherche dans la liberté!
Actuellement, pour effectuer des recherches portant sur des phénomènes d'enseignement dans les classes "ordinaires", en particulier pour travailler sur toutes les dimensions du rôle de l'enseignant, mes collègues didacticiens vont à la pêche à la ligne pour solliciter des bonnes volontés.

Dès 1970, G. Brousseau avait imaginé un dispositif particulier, lui permettant de surmonter les obstacles que j'ai décrits rapidement, dispositif qui fonctionne encore en 99, mais peut-être bien pour la dernière année[3]. Il permet aux chercheurs en didactique de notre laboratoire et à d'autres d'engager des relations fortes et s'inscrivant dans la durée, avec leur objet d'études : l'enseignement des mathématiques aux élèves entre 3 et 11 ans.

Je vais donc commencer par vous présenter ce dispositif original, unique en France, les tentatives menées par certains pour élaborer des dispositifs de même type dans un collège ou un lycée n'ayant pas pu aboutir. L'un des points forts de ce dispositif concerne la collaboration entre chercheurs et enseignants. Dans une deuxième partie, je tenterai d'expliquer comment cette collaboration est vécue par les enseignants, en m'appuyant sur leurs témoignages, et dans une troisième j'expliciterai ce qu'elle m'apporte en tant que chercheur, ou plutôt "chercheuse".

Mais avant d'aborder ce thème lui-même, je crois nécessaire de rappeler le cadre général des recherches menées sous la direction de G. Brousseau, cadre qui permet de comprendre les grands axes de fonctionnement du COREM.

---

[3] note au 1er Octobre 99 : comme nous le craignions en mai, les moyens en enseignants ont été retirés au COREM, ce qui rend caduque le fonctionnement décrit dans cet article.

II. LA THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES

L'œuvre de G. Brousseau se nomme **la théorie des situations didactiques.** Dans la présentation qu'il en a faite aux premières journées de didactique de Montréal, en juin 97, voici comment il définit le terme de situation et les deux points de vue développés dans sa théorie :
« Une situation est l'ensemble des circonstances dans lesquelles une personne se trouve, et des relations qui l'unissent à son milieu. Prendre comme objet d'études les circonstances qui président à la diffusion et à l'acquisition des connaissances conduit donc à s'intéresser aux situations. Les situations didactiques sont, dans la langue française, des situations qui servent à enseigner.
Deux points de vue s'opposent alors :
Selon le premier, la situation est l'environnement de l'élève mis en œuvre et manipulé par l'enseignant ou l'éducateur qui la considère comme un outil.
Selon le second, la situation didactique est l'environnement tout entier de l'élève, l'enseignant et le système éducatif lui même y compris ».

G. Brousseau propose d'associer l'expression « situation à usage didactique » au premier point de vue. Une personne qui veut enseigner une connaissance déterminée fait généralement appel à des " moyens ", la didactique étudie et produit ces moyens, en particulier par ses travaux d'ingénierie.

C'est cette étude qui a principalement mobilisé le COREM pendant ses dix premières années d'existence, étude qui se poursuit actuellement sur de nouveaux sujets. Cette étude s'appuie sur ce que G. Brousseau appelle maintenant « **la théorie des situations a-didactiques** ».

Comme le résumait J. Brun (1997) dans son exposé aux Premières Journées de Didactique de Montréal, « Ce sont les conditions d'adaptation et leur influence sur les apprentissages qui sont les objets d'étude de cette (première) théorisation ; ces conditions sont regroupées par la théorie en 3 grandes classes distinctes de situations (action, formulation, validation) correspondant à des conditions majeures d'adaptation. »
L'observation de l'élaboration par les élèves des réponses adaptées, attendues, constitue une preuve de la possibilité génétique d'un apprentissage du savoir considéré. Le COREM a été conçu comme le lieu de cette mise à l'épreuve de la théorie, ce qui a eu pour conséquence l'élaboration « d'un contrat d'observation » particulier, passé entre les chercheurs et les enseignants, contrat que nous vous présenterons tout à l'heure.

Ces recherches ont conduit à la production de nombreuses séries de situations « à usage didactique », organisées sur des durées plus ou moins longues. La plus connue concerne l'enseignement des rationnels et des décimaux (Brousseau G. et N. 1985).

B. Situations didactiques

Mais, conjointement à l'approfondissement de sa réflexion théorique, Guy Brousseau s'est appuyé sur l'observation et l'analyse des phénomènes se produisant au COREM de manière régulière, au cours ou à côté même de la mise au point des ingénieries.La théorie des situations didactiques est conçue comme « une modélisation de l'enseignement », le terme de « situation didactique » n'est plus utilisé dans le sens de moyen mais « dans celui d'environnement de l'élève, englobant tout ce qui concourt spécifiquement à la composante mathématique de sa formation ».

C'est peu à peu que s'est ainsi dégagée l'importance du rôle du maître dans cette théorie. Comme Guy Brousseau (1988) l'a expliqué dans l'article : « Les différents rôles du maître », les observations des enseignants du COREM y ont largement contribué en lui permettant de s'interroger sur les raisons des initiatives que les maîtres observés se sentaient tenus de prendre, entre les séances, pour pouvoir réaliser leur projet d'enseignement, car le rôle assigné au maître, dans les débuts de sa théorie, ne les assurait pas de pouvoir le faire. Dans son exposé au Colloque « Vingt ans de didactique des mathématiques », M. J. Perrin (1994) a montré comment la théorie des situations s'est enrichie par l'élaboration des concepts de dévolution, d'institutionnalisation, de structuration du milieu puis de mémoire didactique qui permettent de modéliser l'action de l'enseignant au sein de la situation didactique.

Je viens de rappeler à grands traits le sens que G. Brousseau donne au terme de « situation didactique », parce que ce sont l'observation et l'analyse des situations didactiques qui sont au coeur du travail au COREM. Je vais maintenant rapidement vous en présenter les caractéristiques principales pour que vous puissiez situer le cadre dans lequel s'effectuent les interactions enseignants / chercheurs.

III. DESCRIPTION DU DISPOSITIF

A. Un projet de 30 ans, dont la réalisation est effective depuis 26.

- 1966 Début au sein du CRDP

- 70-72 : une conjecture favorable à la création. Affinement du projet, consultations et décisions des différentes instances. Octobre 72 : ouverture de l'école, dans une zone nouvellement urbanisée de la commune d'implantation de l'Université, Talence.

Dans " la demande de création d'une école pilote élémentaire et maternelle ", le but poursuivi est ainsi défini :

" L'école pilote sera un établissement expérimental de l'IREM de Bordeaux. Elle permettra de réaliser des interventions pédagogiques et des observations cliniques d'enfants dans des conditions favorables. Ces réalisations sont nécessaires à la recherche fondamentale, soit directement, soit pour préparer les protocoles d'intervention permettant des mesures sur les populations suffisantes "

Dans les faits, le deuxième volet du projet primitif ne sera jamais élaboré ; en mars 74, l'arrêté classant l'école Michelet comme « établissement expérimental de plein exercice » est publié au Journal Officiel. Mais rapidement, l'adjectif " expérimental " disparaît des textes élaborés par l'IREM et G. Brousseau et est remplacé par " pour l'observation ".

En 83, à l'occasion de la renégociation du contrat avec l'Inspection Académique de la Gironde, le sigle " COREM " apparaît : " Centre pour l'Observation et la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques ", dont l'école pour l'observation est une composante.

- 72 - 99 : le dispositif est toujours vivant malgré les changements institutionnels multiples et les restrictions de crédit.

B. Le COREM est un "projet" conjoint :

- de l'Université Bordeaux I, à laquelle appartiennent l'Institut de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM), institution d'implantation du COREM, et le Laboratoire Aquitain de Didactique des Sciences et des Techniques (LADIST) qui regroupe les chercheurs en didactique des mathématiques, utilisateurs du COREM

- de l'instance administrative départementale dont dépendent les écoles primaires, l'Inspection Académique de la Gironde, qui fournit 8 postes d'enseignants supplémentaires aux écoles Jules Michelet (maternelle et élémentaire), situées près de l'Université.

C. Il est conçu pour :

- mener à bien les recherches indispensables à l'avancement de la connaissance des phénomènes d'enseignement des mathématiques
- concevoir et étudier des situations d'enseignement nouvelles qui permettent une meilleure appropriation de cette discipline par les élèves
- développer ainsi la constitution d'un corps de connaissances nécessaires à la formation des enseignants.

D. Collaborent à son fonctionnement :

- les enseignants-chercheurs en mathématiques du LADIST, la plupart formateurs à l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres (IUFM),
- les directeurs(trice) des écoles, les enseignants et la psychologue scolaire en poste à Michelet,
- des formateurs IUFM du premier degré en tant que conseillers des maîtres,
- les étudiants en didactique des mathématiques.

E. L'existence du centre permet la constitution de deux sources de données :

a) le recueil d'informations qualitatives et quantitatives sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire sur une longue durée : progressions suivies, fiches de préparation des séquences, travaux des élèves, épreuves d'évaluation et résultats (bruts et pour certains ayant subi une certaine analyse). Il serait possible, par exemple, de reconstituer le parcours mathématique d'un élève depuis l'école maternelle.

b) l'observation de classes avec deux modalités :
- d'une part, des observations destinées à dégager et expliquer des phénomènes de didactique, concernant l'enseignement "tel qu'il se pratique".
- d'autre part, des observations qui constituent un moment essentiel des recherches utilisant l'ingénierie didactique comme méthodologie.

F. Les caractéristiques de l'école Michelet

- L'école maternelle comporte 4 classes, l'école élémentaire 10 classes.

L'école accueille les enfants du secteur scolaire. Ils constituent une population très hétérogène.
- Les programmes sont ceux définis par les instructions en vigueur, y compris en mathématiques.
- Les enseignants recrutés sur les postes à pourvoir dans les écoles Jules Michelet sont volontaires. Ce sont des enseignants ordinaires ; il ne leur est demandé aucune formation antérieure particulière. Les enseignants assurent l'enseignement, ils ne sont pas des chercheurs. Ils doivent, en revanche, se sentir impliqués dans la recherche.
- Ils travaillent en équipe (3 enseignants pour 2 classes).

Le tiers de leurs heures en présence des élèves est remplacé par le temps COREM.
Ce temps comporte quatre types d'activité :
- formation continue (sous la forme d'un séminaire hebdomadaire d'une heure trente)
- participation à la recherche (concertation avec les chercheurs, recueil de données sur les comportements des élèves en mathématiques)

- observations (pour les observations organisées pour la recherche ou dans son propre niveau pour assurer un suivi)
- préparation de la semaine par niveau (en mathématiques et en français)

Les activités mathématiques quotidiennes sont élaborées avec l'aide d'un professeur de mathématiques d'IUFM qui suit le niveau tout au long de l'année. Il apporte une aide sur le contenu mathématique et est le garant que les travaux de recherche ne perturbent pas les activités d'apprentissage normales de l'école.

La complexité du fonctionnement tient à la volonté des initiateurs du projet de faire en sorte que la vocation pédagogique de l'école ne soit pas altérée par l'existence des recherches, et que celles-ci puissent se dérouler dans les meilleures conditions méthodologiques possibles. Les interactions des chercheurs avec les classes observées sont institutionnellement réglées, les obligations réciproques des uns et des autres sont explicitées, indépendamment des personnes, ce qui devrait garantir un "contrat de recherche" satisfaisant.

Le coût du COREM est élevé (8 postes d'enseignants), mais ceci est nécessaire pour un dispositif qui doit fonctionner dans la durée, sans faire appel de manière répétée à la bonne volonté des enseignants.

IV. DESCRIPTION DU CADRE RÉGISSANT LES INTERACTIONS CHERCHEURS / ENSEIGNANTS

Il nous faut distinguer le cas des observations portant sur des séquences préparées avec le chercheur (dans le cadre de la mise au point d'une ingénierie) et celui des observations portant sur des séquences " ordinaires " dont la préparation a été assumée par l'équipe de maîtres seule ou avec l'aide du formateur IUFM. (Le contenu peut n'avoir jamais été l'objet de recherche à l'école ou l'avoir été il y a plus de dix ans et être intégré au cursus ordinaire).

A. L'étude d'ingénierie didactique

C'est sur ce premier cas que nous avons le plus d'expérience et c'est pour lui que des règles de fonctionnement englobant un aspect déontologique ont été établies. Le principe en est le suivant : le contrat de l'enseignant est de mettre en scène un milieu bien déterminé, et de gérer les relations des élèves à ce milieu dans un rapport adéquat, précisé et convenu avec le chercheur (situation d'action, de formulation ou de validation, ou d'institutionnalisation). Si l'objectif d'apprentissage n'est pas atteint, c'est d'abord la situation qui est examinée et donc le travail du chercheur qui est en cause : il a laissé échapper une contrainte, une circonstance, qu'il s'agit de découvrir, ou de reconnaître...
Voyons cela de manière plus précise.

1. - La préparation des séquences

C'est le chercheur qui est responsable de l'élaboration d'un projet d'ingénierie suffisamment avancé pour que la mise au point avec les enseignants de ce qui sera fait dans la classe ne remette pas complètement en question son projet. Nous n'allons pas décrire ici toutes les étapes de la mise au point d'une ingénierie bâtie autour d'une suite de situations a-didactiques, nous vous renvoyons au texte déjà ancien de M. Artigue (1990).

* Dans un premier temps, le chercheur présente l'ensemble de son projet aux enseignants du niveau concerné, les savoirs visés en fin de processus, les problèmes posés aux élèves et

l'éventail des stratégies que l'on peut attendre d'eux.

Dans quelle mesure une équipe de niveau peut-elle refuser de réaliser un projet proposé par un chercheur ? Le plus souvent le projet est négocié en présence de l'expert du niveau, le groupe doit s'assurer que le temps consacré au projet n'empêchera pas que les objectifs officiels pour cette classe soient atteints. La situation est plus délicate quand le chercheur arrive avec un projet très peu élaboré, par exemple avec seulement la description du problème qu'il veut poser aux élèves, sans avoir prévu les différentes sortes de situations a-didactiques possibles (action, formulation etc.), ni étudié les valeurs pertinentes des variables didactiques. Dans ce cas, c'est à lui de retravailler son projet.

* Puis le groupe passe à la préparation même des séquences. L'idéal serait que l'enseignant puisse, à partir des explications du chercheur, dérouler dans sa tête, le scénario de la séance avec suffisamment de précision pour qu'il n'ait pas à s'interroger sur des choix essentiels. Dans les faits, il arrive souvent que le chercheur ne soit pas capable, par exemple, de prévoir que la consigne est mal adaptée aux élèves, et qu'il faille commencer par une valeur différente d'une des variables. Ceci est discuté et mis au point avec les enseignants.

Voici une liste de questions auxquelles le chercheur devrait pouvoir s'attendre de la part de l'enseignant pour que ce dernier puisse prévoir comment il va pouvoir gérer la situation. Je n'ai pas le temps ici de montrer en quoi ces questions sont pertinentes. Je le ferai éventuellement à l'issue de cet exposé.

Ces questions, très concrètes, sont le moyen pour l'enseignant, de comprendre quelles sont les intentions du chercheur et le travail commun sur les réponses à y apporter doit lui permettre de s'approprier ces intentions pour pouvoir le mieux possible prendre les décisions nécessaires.

- Qu'est-ce qu'on doit précisément institutionnaliser à la fin de la séquence ? De manière définitive ou momentanée ?
- Qu'est-ce qui identifie pour les élèves le passage d'une phase à une autre ?
- Dans chaque phase, quel vocabulaire faut-il introduire, avec quel sens, quel usage ?
- Si la consigne ne semble pas comprise, par qui et comment doit-elle être reprise ?
- Faut-il contrôler la dévolution du problème aux élèves avant l'action ? par l'action ?
- Quelle est la position de l'enseignant lors de la validation des stratégies par les élèves ? doit-il intervenir et de quelle manière ?
- Quelles décisions doit-il prendre si les élèves ne produisent pas les comportements espérés ?
- Comment mener la phase de conclusion ?
- Des exercices d'application sont-ils nécessaires ?
- A quel moment et comment faut-il communiquer aux élèves les enjeux de leur apprentissage ?

L'objet de négociation le plus difficile concerne ce que C. Margolinas a appelé « la phase de conclusion » c'est-à-dire celle où l'enseignant est tenu, de part son rôle, de renvoyer aux élèves des informations sur la validité de leur travail. Qu'elle soit prévue sous la forme d'un bilan, ou sous une autre forme, elle constitue un moment - clé qui ne peut pas être déterminé avec précision par l'analyse a priori . Je vous renvoie à l'analyse très fine réalisée par C. Margolinas (1992) sur ce sujet.

Le résultat du travail commun se traduit par la rédaction de la fiche didactique, c'est à dire du descriptif prévisionnel de la séance. L'optimum est que l'enseignant puisse rédiger lui-même à partir de la trame serrée revue ensemble, cette fiche qui lui servira de guide et qui est fournie aux observateurs une demi-heure avant la séance.

2. - La préparation de l'observation

L'observation d'une séquence doit permettre au chercheur de répondre à une liste de questions qu'il se pose sur les caractéristiques de la situation, à partir de l'observation de ses effets, attendus et inattendus, lors de la mise en oeuvre de la leçon dans la classe observée puis, comme l'explique C. Margolinas (1992) de revenir sur l'analyse a priori de la situation a-didactique. C'est donc en fonction de ces questions que, assisté des directrices (qui assurent les prises de vue), il décide des informations qu'il veut relever et s'assure que ce sera possible. Il donne ses consignes aux observateurs (enseignants de l'école et didacticiens présents) après avoir commenté la fiche didactique de manière suffisamment détaillée pour que ceux-ci comprennent les enjeux de l'observation.

3. - Le déroulement de la séquence

Le rôle des observateurs est de recueillir de l'information tout en se faisant oublier. Cela a l'air tout simple, ce ne l'est pas.

L'enseignant devrait lui aussi pouvoir oublier qu'il est sous le regard du chercheur et ses décisions ne pas être assujetties aux attentes de ce dernier (ou à ce qu'il croit qu'elles sont) mais au projet d'enseignement. C'est encore plus difficile !

D'autre part, les enseignants de l'Ecole Michelet savent qu'à tout moment ils gardent la responsabilité de ce qui se passe dans la classe, jusques et y compris de prendre une décision différente de ce qui a été prévu si ce qui l'a été ne leur semble pas compatible avec le projet d'enseignement. Cette règle est un garde-fou qui doit permettre au maître de garder la maîtrise de sa classe, puisque celui-ci, même en situation d'observation didactique est assujetti aux mêmes contraintes que lors d'une classe ordinaire.

4. - L'analyse à chaud

Après le déroulement de la séance observée, un temps essentiel est consacré à une "analyse à chaud", où les différents partenaires essaient de reconstituer "ce qui s'est passé", en croisant différents "regards" : celui de l'enseignant, et ceux des différents observateurs qui peuvent se faire une idée complètement différente selon les groupes d'enfants observés, et en tenant compte d'une première analyse des travaux des élèves.

La première personne qui prend la parole est l'enseignant. Il est important pour lui de pouvoir exprimer comment il a ressenti la leçon, quels ont été les moments plus ou moins difficiles et dans quelle mesure il pense avoir atteint ses objectifs. Au cours des échanges qui suivent, il peut être conduit à proposer des explications à certaines de ses décisions instantanées.

Cette analyse à chaud est en général très enrichissante pour le chercheur, même s'il lui reste à confirmer, ou à infirmer, par des analyses plus fines, basées sur les données recueillies, les faits et les hypothèses formulés par les différents partenaires.

Elle est souvent difficile pour l'enseignant. Celui-ci doit comprendre que les participants parlent de son action comme celle d'un acteur pris dans un réseau de contraintes dont une petite partie est constituée de celles fournies par la fiche, et non comme l'action de la personne X ou Y. Le fait que ce soit le chercheur qui est le responsable de l'ingénierie contribue à cette dépersonnalisation. Aussi pendant de nombreuses années, la règle était que l'on n'observait à l'école que des séquences préparées en détail avec des chercheurs prenant la responsabilité d'une ingénierie. Mais depuis quelques années nous observons aussi des séquences ordinaires.

B. L'observation de séquences " ordinaires ".

Elles sont de deux sortes :
- En dehors des périodes où des observations liées à des études d'ingénierie sont réalisées, nous observons chaque semaine des séquences de classe que nous qualifions d'ordinaires s'il n'y a pas eu de préparation spécifique avec un chercheur sur leur mise au point avant l'observation. Les leçons observées peuvent avoir été élaborées au cours de recherches plus ou moins récentes et avoir été intégrées dans le cursus normal ou relever de contenus jamais étudiés et donc de la responsabilité propre de l'équipe enseignante.

L'observation de telles séquences s'inscrit dans une démarche de recherche sur les phénomènes d'enseignement concernant les pratiques courantes de classe. L'objectif est de pointer des phénomènes généraux pouvant porter tant sur la conception de la leçon que sur sa mise en oeuvre par l'enseignant. Comme l'écrit G. Brousseau dans les Actes de la 8ième Ecole d'Eté, : « Au delà des décisions contingentes, bonnes ou mauvaises de l'enseignant, nous cherchons à établir celles qui sont significatives d'un comportement de « tous » les professeurs. Il s'agit donc de reconnaître les conditions qui expliquent ces décisions par les contraintes auxquelles le professeur s'est trouvé soumis. » (Brousseau 95 p. 31)

Pour l'observation, sont de la responsabilité de l'équipe :
- le choix de la séquence, souvent parce qu'elle a posé problème l'année précédente.
- la rédaction de la fiche didactique
- éventuellement, l'explicitation des questions que l'équipe se pose à son propos.

La demi-heure précédant l'arrivée des élèves est destinée à faire une analyse a priori très succincte de la situation didactique, qui permet de dégager quelques conjectures ou questions auxquelles l'observation permettra peut-être de répondre. Le rôle de ce questionnement est essentiel pour la formation des chercheurs et des enseignants observateurs.

Les deux questions qui mobilisent le plus souvent la réflexion des participants sont les suivantes :
* la situation dans laquelle les élèves sont placés les conduira-t-elle à développer les comportements attendus, caractéristiques des connaissances visées ?
* sur quels éléments l'enseignant pourra-t-il s'appuyer dans la phase de conclusion ?

- D'autre part, l'école est aussi ouverte à des chercheurs qui, désirant observer le fonctionnement de l'enseignement des mathématiques de manière continue sur une certaine période, réalisent leurs observations de manière individuelle et légère dans les classes (avec éventuellement enregistrement vidéo ou audio).

V. LES INTERACTIONS CHERCHEURS / ENSEIGNANTS DU POINT DE VUE DES ENSEIGNANTS

(témoignage de D. Greslard, en poste à l'ecole depuis plus de 20 ans)

Je vais exposer maintenant comment les caractéristiques du dispositif sont vécues par les enseignants et comment ils y trouvent leur place sans rien renier de leur spécificité professionnelle ni sortir de leur fonction.

A. Le rôle déontologique d'une institution régie par des règles

On peut se demander en quoi l'originalité du rapport enseignant/chercheur établi au COREM est important pour les enseignants. Tous ceux qui y ont travaillé ou qui y travaillent soulignent qu'un tel contrat leur garantit de pouvoir exercer leur métier au moins comme ils pourraient le faire dans une école ordinaire. De plus, les règles de collaboration sont établies à l'avance, écrites, connues, avec une possibilité institutionnelle de dire les conflits, de les réguler. Les enseignants sont sûrs qu'en dernier ressort, c'est leur position professionnelle qui primera. Bien entendu ceci n'est vrai que si les raisons qui leur font refuser la demande d'un chercheur sont basées sur les contraintes ordinaires d'un enseignant.

Les enseignants ne sont jamais livrés à eux-mêmes dans leurs rapports avec les chercheurs. Ils font partie d'une équipe et même si un seul mène la séquence de classe, les deux autres sont impliqués dans la préparation. L'existence de ce contrat et la vigilance de l'institution signifient que les personnes qui acceptent la situation difficile et inhabituelle que nous venons de décrire sont respectées. Le fait qu'il perdure depuis 25 ans atteste de sa fiabilité.

Pour qu'un enseignant puisse travailler avec un chercheur, il faut qu'il puisse le faire sereinement. Et je crois que l'inverse est vrai aussi.

B. Une prise de risques dans un rapport de confiance

Quelque soit le type de séquence observée, l'enseignant accepte de se donner à voir et prend des risques. En effet, comme l'expliquent Arsac et Mante (1989) : « Lorsqu'un enseignant expérimente dans sa classe une situation conçue par un chercheur, on voit se manifester dans la gestion de la classe des distorsions dues à l'enseignant par rapport au scénario prévu. »

Ce qui est important pour les enseignants c'est que ces distorsions ne soient pas considérées comme des erreurs de sa part mais qu'elles puissent être expliquées au sein du groupe mixte d'observateurs (enseignants et chercheurs). C'est ce à quoi contribue l'analyse à chaud.

<u>Plusieurs cas de figures peuvent se produire :</u>

1. <u>le chercheur n'a pas réussi à formuler convenablement ses attentes de l'observation ou l'enseignant ne les a pas bien comprises et l'objet du travail de la classe s'en trouve transformé</u>

2. <u>le travail de préparation n'a pas été mené à son terme et l'enseignant a du prendre des décisions importantes de lui-même pour aboutir à la conclusion prévue</u>

3. <u>Pour satisfaire aux contraintes de sa tâche, l'enseignant a pris des décisions considérées comme pertinentes dans l'analyse, mais ces décisions n'avaient pas été prévues par le chercheur.</u>

Cela arrive aussi ! c'est l'interrogation sur ces épisodes qui permet au chercheur de mieux pénétrer les contraintes didactiques de la situation de l'enseignant.

C. Au COREM, l'enseignant n'est pas un chercheur

Cette affirmation peut paraître choquante. Elle ne signifie pas que le potentiel d'inventivité, de compréhension des enseignants n'est pas sollicité mais simplement qu'institutionnellement, ils ne sont pas des chercheurs,.

D'ailleurs, il peut se produire que certains trouvent un tel intérêt au travail du chercheur qu'ils s'engagent plus qu'il ne faut dans la collaboration, ce qui risque de produire des effets pervers comme les suivants :

- Le chercheur ne progresse pas dans sa capacité à concevoir des situations parce que l'enseignant le fait à sa place. Vu l'ancienneté de l'école et l'expertise de certains enseignants, nous avons rencontré cette situation plusieurs fois.

- L'enseignant conteste la validité du travail du chercheur, sans en connaître les tenants et les aboutissants.
-
- Cette attitude perturbe non seulement la recherche mais aussi le travail de l'équipe enseignante si elle n'est pas régulée à temps.
-

- VI.L'APPORT DE CE DISPOSITIF À LA RECHERCHE

A. Pour la mise au point de situations à "usage didactique"

Je pense que la description détaillée que je vous en ai fait vous permet d'imaginer tout l'intérêt pour le chercheur de travailler dans ce cadre. Par exemple, nous avons programmé avant mon départ au colloque des observations pour un collègue qui fait sa thèse sur l'enseignement de la proportionnalité; il a mis au point 5 séquences de classe. Il est assuré de pouvoir compter sur l'aide des enseignants pour la préparation, sur la présence d'observateurs, sur l'existence de deux "analyses à chaud", sur les enregistrements de toutes les séances.

B. L'apport des interactions chercheurs / enseignants à l'étude des contraintes inhérentes à la situation de l'enseignant, en situation didactique

Je voudrais dans cette dernière partie, tenter d'expliquer comment la fréquentation du COREM permet au chercheur de mieux saisir la complexité de la situation de l'enseignant, et en particulier de cerner comment les « lois » de fonctionnement de la relation didactique en mathématiques, (dégagées par les didacticiens se situant dans la problématique de la théorie des situations ou dans celle de l'anthropologie didactique d'Yves Chevallard), s'actualisent dans la planification et la réalisation de l'action didactique.

<u>1. Pour un utilisateur "ponctuel" du COREM</u>

Je reprendrai pour cela les deux moments principaux dont j'ai déjà parlé, où s'effectuent les interactions enseignants / chercheurs

a) Dans le cadre de la préparation des séquences de classe

Je vous ai présenté une liste des questions qu'un enseignant se pose pour imaginer la mise en oeuvre d'une séquence qui lui a été proposée. Elles témoignent bien de l'importance accordée par le maître à ce qui guide son action, c'est-à-dire le savoir, même dans la mise en oeuvre d'une situation didactique construite sur la base de situation a-didactique. L'enseignant est le responsable de l'avancée du savoir dans la classe.

Aussi, il ne faut pas croire que la négociation décrite soit toujours facile. Mais elle est d'autant plus instructive pour le chercheur ! Les difficultés de communication rencontrées par un de mes collègues, R. Berthelot, à propos de la mise en place d'un projet d'enseignement de la géométrie des quadrilatères aux élèves de 9 ans ont pu être rapportées par lui, non à des questions personnelles, mais à des questions de fond concernant la relation didactique en géométrie. Voici comment il conclut son analyse :

« Les résultats de l'année 1996-1997 confirment que cette recherche ne peut se maintenir sur le terrain de la recherche appliquée, comme je l'avais cru à tort.

Elle a donc un caractère fondamental concernant notamment l'exploration du contrat didactique de la géométrie. Le projet de recherche peut déjà inclure l'étude des éléments du contrat didactique impliqués dans la vérification spatiale et la gestion des erreurs.

Le dispositif de recherche devra probablement comprendre l'observation et l'analyse des interactions entre l'équipe des enseignants et le chercheur.
Mais il a mis aussi en évidence selon moi des rapport à la géométrie et à l'espace de l'équipe d'enseignants, différents de ceux du chercheur, rapports qui ne peuvent être ni ignorées, ni traitées selon les mêmes modalités que ceux des élèves à ces deux domaines. ».

b) Dans le cadre des analyses des séquences observées

La démarche «d'analyse à chaud» qui suit les observations hebdomadaires de classes du COREM, se réfère à la problématique de la régulation, présentée par G. Brousseau aux Journées de Didactique de Montréal. Il considère que l'action didactique de l'enseignant consiste essentiellement à « maintenir la relation didactique dans des limites acceptables par rapport à différentes variables. » et que le « bon » point de vue pour engager son étude est de s'intéresser aux régulations didactiques assurées par le maître eu égard aux différents assujettissements qui délimitent son rôle, « ceux qu'il accepte et ceux qu'il impose ».
Concrètement cette démarche d'analyse à chaud consiste, après avoir tenté d'établir les « faits didactiques », à mettre en relation les contraintes de la relation didactique avec les décisions du maître, relatives à la préparation ou au déroulement de la séquence. C'est dans ce début "d'après coup" que souvent le chercheur découvre que telle démarche des élèves ou de l'enseignant ne relève pas du contingent mais du nécessaire. Et je renvoie à nouveau au texte de C. Margolinas déjà cité.

2. Pour un chercheur "immergé" dans la vie de cette institution

Depuis 25 ans, les observations réalisées au COREM et les relations de longue durée qui s'y nouent entre enseignants et chercheurs sont intimement liées au développement de la théorie des situations didactiques. Celle-ci a pris dans son champ des aspects de plus en plus nombreux de la relation didactique. Cette dernière ne prend son sens qu'en référence à un projet d'enseignement qui dépasse les acteurs, enseignant et élèves. Les concepts de transposition didactique, de contrat didactique, de dévolution, d'institutionnalisation, de temps didactique, se sont avérés nécessaires pour étudier les phénomènes caractéristiques de cette relation.

D'après Guy Brousseau, c'est la fréquentation suivie de l'école Michelet qui a nourri son questionnement et qui lui a permis de donner corps à sa théorie des situations didactiques.

Pour ma part, je suis depuis 10 ans responsable scientifique du COREM, c'est à dire chargée de la coordination, du suivi et de la régulation des relations entre l'administration scolaire, les enseignants de l'école, les structures universitaires d'appui, et les chercheurs en didactique. Dans ce cadre, je participe à la plupart des óbservations et j'ai des rapports hebdomadaires, de diverses natures avec l'équipe des enseignants. Je me propose de vous exposer succinctement un certain nombre des réflexions nées de cette fréquentation, passionnante et pas toujours facile

a) Dans le cadre des analyses des séances observées

Observatrice hebdomadaire de séquences didactiques menées à des niveaux et par des enseignants différents, je m'interroge actuellement sur un phénomène repérable au fil des semaines : la persistance des pratiques ostensives utilisées dans la gestion de beaucoup de séquences par les enseignants de l'école, bien qu'ils en connaissent leurs limites du point de vue des apprentissages des élèves. Conformément aux principes de la théorie des situations, s'interroger sur ce phénomène conduit à rechercher quelles sont les contraintes de la relation didactique qui le déterminent en ne se contentant pas des explications classiques, par exemple en terme de conceptions épistémologiques des professeurs. C'est ce qu'a entrepris D. Fregona qui a montré comment, dans l'enseignement de la géométrie, « l'ostension capture les autres procédés didactiques » (Fregona 1995) et ce que j'ai tenté de faire également dans l'analyse d'une leçon ordinaire sur l'enseignement de la numération (Salin 1997).

b) Dans le cadre du suivi de l'école : bilan, questions posées pour le séminaire, etc.

Je n'ai pas parlé, dans la présentation du COREM, des moments de régulation du dispositif, en particulier de ce que nous appelons le bilan, où sont examinés les résultats des élèves (dans leur ensemble et pas seulement en maths) et les questions de progressions et d'articulation entre les niveaux différents d'enseignement. Ces moments, très riches, sont l'occasion pour les enseignants de s'exprimer sur des difficultés plus diffuses que celles rencontrées au cours du déroulement d'une séquence particulière, et pour les chercheurs qui ont comme moi, responsable scientifique, la chance de partager une partie de la vie de l'école, de s'interroger sur l'existence de phénomènes macro-didactiques, peu étudiés jusqu'ici.

Je vais en citer quelques exemples en les accompagnant de questions naïves qu'il faudrait pouvoir développer.

- Nous remarquons régulièrement l'allongement des périodes de travail consacrées à l'étude d'un thème mathématique, qui a été objet de recherche plusieurs années auparavant. Il semble aux enseignants qu'ils ont tendance à multiplier les séances bâtardes, dans lesquelles on termine quelque chose qui ne l'a pas été à la séance précédente ou bien où on veut "préparer " quelque chose de nouveau.

On peut invoquer pêle-mêle, à titre d'hypothèses, plusieurs raisons à cela :

- le souci des élèves en difficulté : on désire atteindre un certain niveau d'homogénéité dans la classe, d'où la reprise des phases a-didactiques et un allongement des moments d'institutionnalisation dont on ne mesure pas les effets, bénéfiques ou non..

- le manque de confiance dans l'effet des situations a-didactiques: Il semble qu'il y ait une "didactification cachée" des situations a-didactiques, avec des objectifs de moins en moins ambitieux, un choix des valeurs des variables didactiques ne provoquant que des petits sauts, par crainte de se trouver embarqués dans des séquences où de nombreux groupes n'arrivent pas à conclure, et où les échanges entre les élèves et le maître sont difficiles. Ces choix, en contradiction avec les références théoriques, expliqueraient pourquoi les temps d'enseignement s'allongent.

- la difficulté à faire vivre un enseignement "avec mémoire". Comme l'a montré J. Centeno sur plusieurs exemples, cette difficulté, commune à tous les enseignants qui utilisent les ingénieries du Corem, est augmentée à l'école Michelet par l'intervention de plusieurs maîtres avec un même groupe d'élèves. D'où peut-être, la tentation de multiplier les étapes de décontextualisation des connaissances puisque le collègue qui prend la suite ne pourra pas s'appuyer sur sa mémoire didactique pour aider les élèves à mobiliser des connaissances contextualisées, et nécessaires pour la suite.

- L'expression relativement récente des maîtres des élèves les plus âgés (11 ans) sur leurs difficultés à faire vivre des débats avec leurs élèves ; il faudrait peut-être d'abord vérifier si ce n'est pas une impression subjective. Des raisons différentes peuvent être invoquées, dans plusieurs directions :

- c'est l'effet de l'obsolescence des situations pour ces enseignants : les enjeux des différentes situations a-didactiques ne sont plus présentés aux élèves, les maîtres n'arrivent plus à leur donner envie de vivre une « aventure mathématique ».

- c'est l'effet du poids des procédures ostensives : les élèves ne s'engagent pas dans un débat permettant l'élaboration collective des connaissances puisqu'ils savent que de toutes façons, l'enseignant passera du temps à montrer et à expliquer ce qu'il y a à savoir.
- c'est peut-être l'effet de l'évolution de la société française qui accorde de plus en plus de poids au savoir, mais sans exigences sur les conditions d'acquisition, et de l'évolution des jeunes actuels : de plus en plus tôt, ils adoptent une position passive..

- les régressions dans le passage d'une classe à l'autre

Nous remarquons que chaque fois qu'un enseignant passe du niveau n au niveau n + 1, pour une nouvelle année scolaire, il s'étonne de la lenteur du démarrage au premier trimestre. Ce phénomène, identifié plus généralement dans le passage de l'école maternelle à l'école primaire et à chaque changement d'institution scolaire ultérieure, a été étudié par Brousseau et Centeno (1991) en relation avec l'analyse de la mémoire didactique, mais des travaux empiriques n'ont pas permis d'agir dessus d'une manière efficace.

L'ensemble de ces difficultés et d'autres que je n'ai pas mentionnées, me paraissent relever de phénomènes qui ne sont pas spécifiques à l'école Michelet et qu'il serait nécessaire de pouvoir appréhender si l'on vise une amélioration de l'enseignement des mathématiques. Il ne suffit pas de proposer aux enseignants de « bonnes » situations d'apprentissage de notre point de vue de didacticiens, il faut aussi comprendre quelles sont les contraintes qui délimitent l'action des enseignants. Ces phénomènes devraient pouvoir être étudiés plus facilement qu'ailleurs au COREM, grâce à la « mémoire » que constituent la présence d'enseignants de toutes les époques et l'ensemble des documents archivés.

VII. EN GUISE DE CONCLUSION

Je ne voudrais pas terminer cet exposé sans évoquer deux questions importantes.

- Vous vous êtes peut-être étonné que les élèves soient aussi peu présents dans mon discours. C'est un effet du point de vue choisi, il est bien évident que c'est leur rapport aux situations présentées par les enseignants qui constituent le but et la matière essentielle de nos échanges. Comme aime à le dire Guy Brousseau, il faut que les chercheurs en didactique « aient des enfants et des maîtres plein la tête ».
- Je n'ai fait qu'évoquer par un exemple les perturbations apportées par la présence des chercheurs au fonctionnement normal de l'enseignement. Nous savons qu'élèves et maîtres ne sont pas exactement les mêmes en notre présence, et que ceci a un impact sur nos observations mais la participation des enseignants de l'école aux observations lourdes et aux analyses à chaud nous permet de contrôler que ces distorsions n'ont pas trop de conséquences sur l'observation de ce qui nous intéresse.

Enfin, je dois vous faire part des évolutions en cours. L'Université scientifique auquel était rattaché le COREM depuis 25 ans et qui accueillait notre laboratoire de didactique des disciplines scientifiques et techniques n'a pas été intéressée par le maintien du laboratoire en son sein, après le départ à la retraite de G. Brousseau. L'Université de Bordeaux à laquelle sont rattachées les Sciences de l'Education nous accueillera dorénavant, au sein d'un nouveau laboratoire. Il nous faut renégocier le contrat du COREM avec l'administration scolaire, qui a assumé jusqu'ici la plus lourde charge liée à son fonctionnement, celle des 8 postes d'enseignants supplémentaires. Nous espérons pouvoir convaincre ses responsables de maintenir cette aide, qui a largement contribué au développement de la didactique des mathématiques en France.

Bibliographie

ARSAC G., BALACHEFF N., MANTE M. (1992) Teacher's role and reproductibity of didactical situations. *Educational Studies in mathematics,* vol 23/1, 5-29

ARTIGUE M. (1988) Ingéniérie didactique, *Recherches en didactique des mathématiques 9/3,* pp.281-308

BROUSSEAU N. et G. (1987) *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire,* I.R.E.M. de Bordeaux.

BROUSSEAU G. (1988) Les différents rôles du maître, *Bulletin de l'A.M.Q n°23.*

BROUSSEAU G. et CENTENO J. (1991) : Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, *Recherches en didactique des mathematiques 11/2.3,* pp.167-210

BROUSSEAU G. (1995) L'enseignant dans la théorie des situations didactiques, *Actes de la huitième Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques,* IREM de Clermont-Ferrand

BROUSSEAU G. (1997) La théorie des situations didactiques, à paraître dans *Actes des Premières Journées de Didactique des Mathématiques de Montréal* Université de Montréal juin 97

BRUN J. (1997) De l'adaptation au jeu : la théorie des situations et les rapports enseignement / apprentissage, à paraître dans *Actes des Premières Journées de Didactique des Mathématiques de Montréal* Université de Montréal juin 97

CHEVALLARD Y.(1992) Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique *Recherches en didactique des mathématiques 12/1,* pp.73-111

FREGONA, D. (1995). *Les figures planes comme « milieu » dans l'enseignement de la géométrie : interactions, contrats et transpositions didactiques.* Thèse d'université, Université Bordeaux 1, Talence, France.

MARGOLINAS, C. (1992). Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en didactique des mathematiques, 12/1.*

PERRIN-GLORIAN, M. J. (1994) Théorie des situations didactiques : naissance, développement, perspectives. in Artigue, Gras, Laborde, et Tavignot (dir) : *Vingt ans de didactique des mathématiques en France.* Grenoble, La Pensée Sauvage.

SALIN M.-H. (1997) Contraintes de la situation didactique et décisions de l'enseignante in *Variations sur une leçon,* ouvrage collectif dirigé par Blanchard-Laville C. Paris L'Harmattan

À PARTIR DES ÉLÉMENTS RECUEILLIS LORS D'UNE OBSERVATION D'UN ENSEIGNANT : PRÉSENTATION DES PISTES RETENUES POUR ANALYSER UN PROTOCOLE D'OBSERVATION DE CLASSE

Pascale Masselot[1]

Plan : Dans cet article, nous présentons sur un exemple, les pistes retenues pour analyser un protocole d'observation de classe, en vue de repérer les traces de l'influence d'une formation initiale en didactique des mathématiques sur les pratiques effectives d'un professeur d'école débutant.

Il s'agit d'une analyse du cas d'un enseignant et sur une seule observation.

Après avoir présenté succinctement le questionnement et la méthodologie de la recherche dans laquelle s'insère cet exemple, nous préciserons les cadres théoriques dans lesquels nous nous situons.

Nous décrirons ensuite les indices retenus pour l'analyse d'un protocole particulier.

Nous mettrons enfin en regard l'analyse des éléments de la formation correspondant à l'enjeu de la séance observée et l'analyse des pratiques de cet enseignant.

A - PRÉSENTATION SUCCINCTE DU QUESTIONNEMENT ET DE LA MÉTHODOLOGIE DE LA RECHERCHE

Ces travaux sont initialisés par un questionnement de formateur à propos notamment des effets de la formation. Il s'agit de ***se faire une idée de l'impact d'une formation initiale sur des pratiques ultérieures en classe en observant plusieurs séances conduites par un professeur d'école débutant.***

1 – État des lieux

Tout d'abord dans le cadre d'un mémoire de DEA, nous avions étudié l'impact d'un enseignement spécifique de didactique sur des étudiants, professeurs d'école en première année de formation.

Plus précisément, nous avions élaboré un dispositif de formation qui comportait un cours dont l'intitulé était une entrée didactique. Il portait sur la notion d'analyse a priori et plus particulièrement de variable didactique. Nous avions ensuite demandé aux étudiants de six groupes de PE1 de répondre à un questionnaire les amenant à analyser un descriptif de préparation de séquence. Parmi ces six groupes, deux avaient bénéficié du cours spécifique. Il s'agissait de comparer les réponses de ces étudiants à celles des autres.

[1] IUFM de Créteil.

C'est une façon d'analyser les effets d'une formation précise, très ciblée, sur un moment particulier du travail de l'enseignant : la préparation de séquence ; et ceci dans le cadre d'une situation de type " préparation au concours ".

Les résultats de cette étude montraient en particulier que ce cours spécifique, sur les notions choisies, permettait aux étudiants de comprendre la nécessité de travailler a priori et de relativiser le rôle de l'enseignant pendant la classe.

Ce premier constat demande à être complété par l'étude de l'effet d'un enseignement de didactique sur les pratiques, en situation de classe.

Quelques travaux sur ce sujet ont déjà été menés, nous citerons par exemple, ceux présentés dans les thèses de A. Kuzniak[1] et de M.L. Peltier[2].

Cette dernière, à partir des réponses à des questionnaires proposés au début et à la fin des deux années de formation initiale à l'IUFM, tentait alors de repérer l'impact de la formation sur les conceptions déclarées des PE. En proposant des " pratiques simulées " qui consistaient à comparer des projets de séances et à argumenter son choix, elle cherchait les " conceptions cachées " des PE et repérait l'éventuel décalage entre celles-ci et les précédentes. Elle a également analysé, toujours dans le but de repérer l'influence de la formation, des préparations de séances rendues, que le stagiaire PE2 avait menées au cours de son stage responsabilité. Enfin considérant que le stage en responsabilité était un " lieu d'application des choix didactiques théoriques que les PE ont pu faire au cours de la formation ", un " lieu de recomposition de ces choix prenant en compte les contraintes du milieu ", un moment du passage de l'état " d'enseigné " à l'état " d'enseignant ", elle a analysé des bulletins de visite et des visites effectives dans les classes de quelques stagiaires. Dans ce dernier cas, nous constatons qu'elle était à la fois acteur en tant que formateur et observateur en tant que chercheur.

Ceci constitue donc différents moyens de repérer l'influence de la formation sur les pratiques.

2 – Choix méthodologiques

Les contraintes liées au fait qu'à chaque fois, il s'agit là encore d'un moment de formation, constituent un paramètre non négligeable, à prendre en compte dans ce type d'analyse des pratiques.

Nos observations ont donc été effectuées dans des classes de Professeurs d'École, d'une part qui ne nous connaissaient pas en tant que formateur et d'autre part dans leur classe, lors de leur première affectation (première prise de fonction) à l'issue de la période de formation initiale de deux ans à l'IUFM, au moment de la rupture " définitive " du statut d'élève à celui d'enseignant. Néanmoins, concernant ces P E , nous pouvions facilement avoir accès à des éléments suffisamment précis concernant la formation dont ils avaient bénéficié.

Parler de l'" impact d'une formation en didactique des mathématiques ", ne signifie pas dissocier celle-ci de la formation en mathématiques. Par rapport à la formation initiale en

[1] KUZNIAK A. (1994), *Etude des stratégies de formation utilisées par les formateurs des maîtres du premier degré*, Thèse Université de Paris VII

[2] PELTIER M.-L. (1996), , Thèse Université de Paris VII

mathématiques, nous rejoignons les propos de C. Houdement[3] et A. Kuzniak[4] qui ont analysé des formations et les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques.

Ils distinguent trois niveaux de savoir, liés aux mathématiques, qui renvoient à différents aspects du métier de Professeur d'école et qui s'éloignent progressivement des connaissances purement disciplinaires (savoir mathématique) pour aller vers des connaissances plus générales liées au métier d'enseignant lui-même. Ils distinguent ainsi : le savoir mathématique, le savoir didactique et ce qu'ils nomment le " troisième savoir " (qui reste à définir ...).

S'il apparaît maintenant utile d'intégrer dans la formation en mathématiques, un enseignement d'éléments de didactique des mathématiques, c'est bien dans le but de faire évoluer et peut être d'améliorer les pratiques des P. E.

A propos de ce qu'ils désignent par le " savoir didactique ", les auteurs précédents ajoutent :

" Si la didactique des mathématiques étudie le processus de transmission et d'acquisition des connaissances mathématiques (Brousseau 1989) et se caractérise par son effort de théorisation de type scientifique, elle n'a pas pour fonction première de donner des modèles à l'enseignant. Le phénomène de transposition de la didactique en savoir d'enseignement pour de futurs enseignants devra donc prendre en compte ce passage d'une activité de recherche à un " savoir utile ".

Du point de vue de l'observateur, l'utilité de ce savoir doit donc se révéler dans les pratiques effectives des enseignants. Une analyse de ces pratiques, de ce point de vue, doit permettre de mieux comprendre les choix didactiques de l'enseignant en situation effective d'enseignement.

B. QUELQUES PRÉCISIONS SUR LES CADRES THÉORIQUES

Ces travaux s'inscrivent dans le cadre de la didactique des mathématiques mais nécessitent une extension de certains concepts précédemment élaborés et une " translation " du cadre habituel. Nous nous référerons au cadre théorique général pour les recherches sur les formations professionnelles proposé par A. Robert[5], celui de type " didactique professionnelle " adapté aux enseignants de mathématiques.

Pour les analyses de contenus ou d'activités d'élèves, nous empruntons les outils de la didactique des mathématiques.

Pour les analyses de pratiques, nous retenons la définition des " pratiques enseignantes " proposée par A. Robert. Ce terme désigne l'ensemble des activités de l'enseignant qui aboutissent à ce qu'il met en œuvre en classe et à ses activités en classe. Les " pratiques

[3] HOUDEMENT C. (1995), *Projets de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies*, Thèse Université de Paris VII

[4] KUZNIAK A. (1994), *Etude des stratégies de formation utilisées par les formateurs des maîtres du premier degré,* Thèse Université de Paris VII

[5] ROBERT A. (1996), *Une approche de la formation professionnelle initiale des futurs enseignants de lycée et collège en mathématiques, un essai de didactique professionnelle,* cahier de DIDIREM n° 26, IREM de Paris VII, Université de Paris VII

professionnelles " comportent donc deux composantes : le projet et les mises en actes de ce projet.

Les projets ou lignes d'action sont plus ou moins implicites et activés au moment de la préparation des séances. Ils correspondent à une actualisation des conceptions sur les mathématiques et leur enseignement et aux propres connaissances en mathématiques de l'enseignant.

Les mises en actes de ce projet correspondent aux " pratiques en classe ", ce qui tient à l'exercice du métier d'enseignant en classe, c'est à dire au déroulement pendant la classe. Ce terme désigne alors tout ce que dit et fait l'enseignant en classe, en tenant compte de sa préparation, de ses conceptions et connaissances mathématiques et de ses décisions instantanées, si elles sont conscientes.

Pour les descriptions et analyses de " pratiques en classe ", nous considérons que les outils d'analyse des pratiques des enseignants en classe de mathématiques sont en cours d'élaboration.

En nous appuyant sur les travaux de J. Rogalski[6], nous utilisons les notions de tâche et activité de l'élève, et aussi de l'enseignant. La tâche est le but à remplir dans certaines conditions et l'activité, ce que va réaliser effectivement le sujet dans la situation de travail.

Du côté de l'enseignant la tâche a deux versants : la tâche prescrite et la tâche attendue. Rechercher le décalage entre les deux peut permettre de décrire et de comprendre certains comportements.

Du côté de l'élève, c'est la même chose. L'élève interprète, se donne sa tâche, ce sera la tâche fixée, et il essaie d'y répondre. Il s'agira alors d'identifier la tâche à laquelle l'élève a répondu.

Nous considérerons donc les différentes phases du travail de l'enseignant, plus particulièrement en amont et pendant la séance et nous essaierons en conduisant l'analyse des éléments (observables) recueillis, sinon d'apporter des réponses, du moins d'éclairer les <u>questions suivantes</u> :

Quelle trace de la formation reçue est susceptible d'être repérée lors d'une observation des pratiques effectives ? Comment et dans quelle mesure la formation initiale a-t-elle influencé l'enseignant au moment de l'élaboration de son projet ? Lors du déroulement de la séance, quels comportements de l'enseignant peuvent être analysés, interprétés comme des signes, des indices d'une prise en compte de la formation ?

Sur un exemple, nous préciserons ce qui a été retenu pour les analyses du corpus constitué par ces observations.

[6] ROGALSKI J. conférence Limoges

C - À PARTIR DE L'ANALYSE D'UN PROTOCOLE PARTICULIER : INDICES RETENUS POUR CONDUIRE CETTE ANALYSE

1 - Présentation du contexte et des éléments recueillis

L'observation a été effectuée dans une classe de CP de 21 élèves au mois de février. La séance a duré 30 minutes.

Les observations n'étaient pas " préparées ", c'est à dire que nous ignorions quelle notion allait être abordée.

À l'issue de cette observation, nous disposons des éléments suivants : une photocopie de la fiche de préparation (annexe 1), les cassettes audio (deux magnétophones), nos notes qui permettront essentiellement de reconstituer le déroulement (timing, prénoms des élèves qui prennent la parole, état du tableau, " mouvements " de l'enseignant, disposition et déplacements des élèves ...), des notes décrivant les productions de quelques élèves à certains moments et quelques phrases de commentaires " à chaud " formulées par l'enseignant juste après la séance.

2 – Reconstitution du projet

Pour définir le projet de l'enseignant, nous utilisons la fiche de préparation (annexe 1) et les sources documentaires qu'il utilise (annexe 2).

Les différentes étapes qui sont relatées ici ne le sont pas dans un ordre chronologique. Certains points ne seront que très rapidement évoqués pour essentiellement se ramener aux éléments à analyser.

Les élèves ont tous le fichier " J'apprends les maths "[7].

L'enseignant n'a pas choisi ce fichier, mais dit qu'il lui convient. Il suit donc la progression proposée et est arrivé à la page 65 (annexe 2).

a) Enjeu

Dans un premier temps, nous définissons l'enjeu d'apprentissage de la séance. Il s'agit ici d'une situation dans laquelle les élèves vont être confrontés à un problème de dénombrement d'une collection double d'une collection de référence visible. Ils vont devoir reconnaître l'utilité du nombre pour anticiper le résultat et ils recourront au comptage ou au calcul pour déterminer la réponse.

Ensuite nous procédons à une analyse didactique locale de ces enjeux à partir du type de tâche qui pourrait être proposée (en restant très proche du sujet) et en anticipant par rapport aux procédures et au traitement qui en résultent. Nous déterminons les variables et les éventuelles inférences de certains choix de celles ci. Ceci nous sert ensuite de support, de référence pour déterminer des objectifs " raisonnables " au niveau concerné, pour analyser les

[7] " J'apprends les maths – CP " R. Brissiaud RETZ

sources utilisées et les éléments de la formation qui peuvent être mis en relation avec ce thème précis.

Ici la tâche prescrite, le problème posé, au niveau du CP, peut amener l'élève à mettre en œuvre deux procédures distinctes : l'une faisant plus intervenir le " 2 " et l'autre le " 4 ", cardinal de la collection. Plus tard l'élève pourra utiliser " 2 x 4 ". Ensuite le traitement de chacune de ces procédures se fera en utilisant le comptage ou le calcul ou des intermédiaires.

b) Fiche de préparation

A la suite de cela, nous nous intéressons à la fiche de préparation (annexe 1) de l'enseignant. Ce document n'est pas rédigé à notre intention. Il s'agit de ce que l'enseignant juge utile de noter quand il prépare, à la fois pour mener sa séquence et pour garder une trace de ce qu'il a proposé. Ceci constitue ce qu'il nous laisse voir de son projet.

Nous regardons la forme de cette fiche, comment l'enseignant répartit ses objectifs en tâches et activités pour les élèves, le scénario.

Ici, le titre est un terme issu d'un vocabulaire spécialisé, l'objectif est rédigé en terme d'activité pour l'élève. L'enseignant est présent mais sans être cité, par l'intermédiaire du matériel et de manière infinitive. Une production est attendue implicitement. Pour le déroulement où l'enseignant apparaît en second, nous trouvons ici une situation problème rajoutée. L'observation en classe portera uniquement sur la mise en actes de cette partie de la fiche. Quand il s'agit du fichier, la fiche devient elliptique, reconstituant surtout la chronologie.

Pour cette séance, il se trouve que nous connaissons les sources documentaires utilisées. L'activité préliminaire qui a été ajoutée est une situation qui a été présentée et analysée en formation. C'est une situation qui est relatée dans un article de la revue Grand N[8] et le formateur l'a utilisée en formation dans le cours sur la construction du nombre. A partir d'un questionnaire, les étudiants en formation ont été amenés à analyser cette situation.

Après avoir analysé les sources (situation du fichier et situation de l'article) en nous référant à notre première analyse didactique locale, nous recherchons comment l'enseignant a construit sa séquence, comment il a aménagé ces documents. Il dispose du fichier, du guide pédagogique associé et des documents émanant de la formation.

D'abord, le **titre** : " situation problème autocorrective " est la reprise de celui figurant dans le livre du maître correspondant au fichier des élèves et utilisé par l'enseignant. Ce dernier considère que l'activité présentée en formation appartient à cette catégorie de situations même si ce n'est pas ainsi qu'elle était alors définie (ce n'était qu'une de ses caractéristiques).

En ce qui concerne l'**objectif**, l'enseignant reprend cette fois la formulation utilisée dans l'article : " amener les enfants à construire une collection double d'une collection de référence en utilisant une procédure de dénombrement ". Mais il le complète par : " ***s'appuyant sur un comptage de 2 en 2*** ". Nous pouvons penser que c'est cette procédure de dénombrement qui sera valorisée lors de la synthèse. L'enseignant devra donc choisir les

[8] Grand N n°48 - IREM Grenoble

variables de la situation de manière à montrer l'avantage de cette procédure. Il se peut qu'il considère que cette procédure est une procédure " experte " pour un élève de CP par rapport à d'autres types de comptage.

Nous avions identifié deux procédures nommées a) : 2 + 2 + 2 ... et b) : n + n ; et pour chacune d'elles, l'élève a différents moyens de parvenir au résultat. L'enseignant attend donc la mise en œuvre de la procédure a) et l'élève utiliserait le comptage de 2 en 2 pour obtenir la réponse.

Il se trouve que dans le livre du maître, les auteurs, à propos de la situation proposée dans le fichier, soulignent par rapport aux procédures : " en imaginant les croix <u>ou, mieux, en comptant de 2 en 2</u> " donc sous-entendent que cette procédure est plus élaborée.

Pour la **consigne**, l'enseignant l'écrit soigneusement sur sa fiche en reprenant celle énoncée dans le texte de l'article, supprimant seulement, dans : " (un père et une mère) <u>oiseaux</u> ", le mot " oiseaux ". L'analyse a posteriori, suite à la réalisation effective de la séquence dans une classe, avait amené les auteurs de l'article à envisager de dire " deux " au lieu de " un père et une mère " mais l'enseignant ne tient pas compte de cela et apporte une autre modification dont l'incidence sur le comportement des élèves n'est pas évoquée.

Sur le fichier, la consigne diffère par le fait que le " 2 " soit évoqué explicitement " Chaque chat veut 2 souris. Combien faut-il de souris ? " et l'allusion au dénombrement est fortement induite par la présence du mot " combien ".

Le polycopié support, préparé par l'enseignant, présente un arbre avec **4** nids. Nous ne retrouvons pas dans l'article, ce nombre pour le choix de la variable " nombre d'éléments de la collection de référence ". Les auteurs proposaient d'abord " 6 " puis " de 6 à 9 " dans un second temps. Par contre cela correspond au nombre de chats dans l'exercice du cadre B du fichier, situation que l'enseignant a choisi de proposer aux élèves après cette première activité.

Les oiseaux (dessins) sont exactement les mêmes que ceux présents dans l'article ce qui conforte notre hypothèse relative au fait que l'enseignant a effectivement utilisé ce document !

Comme dans la séquence relatée dans l'article, l'enseignant n'écrit pas la consigne sur le polycopié qui servira de support mais il ajoute la phrase à compléter : " il faut oiseaux " qui s'inspire directement du fichier de l'élève : " il faut souris ". La présence du nuage dans la phrase sous entend qu'il faut compléter par un nombre à l'intérieur de celui-ci. Cette habitude fait partie des " rites " mis en place par l'enseignant, en cohérence avec les intentions des auteurs du fichier.

Cette contrainte d'écrire le nombre d'oiseaux <u>avant</u> d'aller les chercher n'est pas formulée dans la consigne. Elle n'est donc pas mise au même niveau que les contraintes figurant explicitement dans la consigne écrite.

La formulation : " mise en évidence des procédures utilisées " est celle qui correspond à la description de la phase 2 décrite dans l'article mais aucun développement n'apparaît sur la fiche de préparation. Nous pouvons supposer que l'enseignant se base sur les procédures " correctes " citées dans l'article pour anticiper sur le comportement des élèves et compléter éventuellement par celles évoquées dans le livre du maître. Il n'a pas jugé utile de les " recopier ".

Cependant nous remarquons que ces procédures ne se situent pas au même niveau dans les deux documents :

Dans l'article, il s'agissait d'élèves de Grande Section de maternelle. Les auteurs relèvent parmi les élèves qui ont réussi que :

" Quatre procédures apparaissent :

- certains comptent 2 dans chaque nid mentalement ou en pointant du doigt : 1 - 2, 3 - 4, 5 - 6, ... ;

- d'autres comptent les nids puis prennent les oiseaux par couple en comptant jusqu'au nombre de nids indiqués ;

- d'autres encore comptent les nids puis prennent une première série d'oiseaux correspondant au nombre de nids puis une deuxième série ;

- un enfant distribue les oiseaux en 2 tas comme dans un jeu de cartes en comptant 1 - 1, 2 - 2, 3 - 3, etc. jusqu'au nombre exact de nids.

Certaines de ces procédures ne pourront être utilisées s'il s'agit de demander directement le nombre d'oiseaux ou d'écrire ce nombre. L'enseignant devra mesurer les conséquences de la modification de certaines variables sur le comportement attendu.

De plus ces procédures se réfèrent plus au nombre de nids que au " 2 ".

Dans le livre du maître, l'habillage de la situation ainsi que la formulation de la consigne étant ici différents, l'enseignant peut trouver les remarques suivantes se rapportant au comportement des élèves :

(...) des procédés facilitant (comme dessiner deux croix devant chaque chat) ...

(...) essayer de s'affranchir du dessin (en imaginant les croix ou, mieux, en comptant de deux en deux).

À partir de là, l'enseignant peut d'une certaine façon, par rapport à la situation qu'il propose, anticiper sur ce qui va se passer mais il doit tenir compte des décalages entre les différentes tâches prescrites, les situations n'étant pas tout à fait analogues dans les cas évoqués.

Nous notons enfin que les auteurs du fichier ne préconisaient pas d'activité préliminaire mais une activité complémentaire et que l'enseignant a donc pris l'initiative, non pas de remplacer une des activités du fichier mais d'ajouter cette activité.

c) *Aménagement des sources documentaires*

Après avoir décrit la manière dont l'enseignant a construit sa séquence à partir des éléments " sources ", nous formulons des **hypothèses sur les causes des modifications** qu'il y apporte.

L'enseignant a repéré une certaine analogie entre les deux situations. Il semblerait même, en repérant les modifications apportées, qu'il cherche à les rendre encore plus proches.

Comme il s'agit d'élèves de CP et probablement influencé par la présentation de l'exercice du fichier, il choisit de demander un " message " écrit. Cependant il ne semble pas mesurer, dans la préparation, toute l'importance de cette modification. D'une part cette contrainte n'apparaît pas au niveau de la consigne et nous ignorons à quel moment les élèves vont écrire et d'autre part, cela devra l'amener à reconsidérer les anticipations par rapport au comportement attendu des élèves.

Ensuite il fixe la variable " nombre d'éléments de la collection de référence " à 4. Ce nombre est inférieur à ceux qui étaient suggérés pour la maternelle. Nous constatons que c'est cette même quantité qui intervient dans l'activité du fichier. Deux questions se posent. D'abord pourquoi l'enseignant a-t-il choisi quelque chose de plus " simple " que ce qui était proposé en maternelle ? Ensuite pourquoi choisit-il la même valeur que celle de l'exercice du fichier qu'il prévoit de proposer immédiatement après ?

Dans le fichier, les auteurs ont choisi 4 (qui correspondait à leur situation de découverte) puis 6 chats. Nous pouvons interpréter ceci comme traduisant une certaine conception liée à l'idée de gradation dans la difficulté des activités proposées, ou / et à une volonté de ne pas prendre de risque. Entre les deux premières situations, seuls l'habillage, le contexte et la formulation de la consigne changent : " Il faut aller chercher, en un seul voyage, juste ce qu'il faut d'oiseaux pour qu'il y ait **un père et une mère** dans chaque nid " avec 4 nids ; puis : " chaque chat veut **deux** souris. Combien faut-il de souris ? Réponds et vérifie " avec 4 chats. Les données et le nombre à découvrir sont les mêmes. Puis du cadre B au cadre C du fichier, seule la variable " nombre de chats " change : de 4 à 6. La consigne est juste un peu réduite, épurée : " Chaque chat veut deux souris. Réponds et vérifie ". L'utilisation possible des doigts pour matérialiser 8 sera moins immédiate pour 12.

Les auteurs avaient choisi de proposer une " situation de découverte " avec 4 chats, puis une " reprise " en modifiant seulement le nombre de chats (passage à 6 chats mais toujours 2 souris par chat). Ensuite dans le guide pédagogique, une " activité complémentaire " est suggérée avec 5 jongleurs et 2, 3 ou 4 balles par jongleur. C'est alors sur la variable " construire une collection double, triple ou quadruple d'une collection de référence " que les auteurs interviennent ; il ne s'agira donc plus d'utiliser le comptage de 2 en 2.

Quelques unes des phrases de commentaires de l'enseignant se rapportent à son projet et nous aident à l'appréhender.

À l'issue de la séance relative à la situation " les oiseaux ", il nous dit qu'il avait ***prévu l'apparition de l'erreur : 4*** ce qui correspond au nombre d'éléments de la collection de référence, donc à la non prise en compte d'une partie de la consigne. Les élèves n'entendent pas " un père et une mère " ou pensent qu'ils pourront demander successivement 4 puis encore 4. Ou si les élèves " reconnaissent " une situation déjà rencontrée dans laquelle il fallait construire une collection équipotente à une collection donnée, ils réutilisent une procédure qui était alors efficace. C'est la seule erreur que l'enseignant " attendait " puisqu'il dit ne pas avoir prévu ***les réponses 10, 11, 12*** . Ceci nous montre qu'il a donc partiellement analysé la tâche de l'élève en fonction de la situation proposée, des nouvelles contraintes imposées et des compétences supposées des élèves qui ont déjà été confrontés à ce type de situation. Les réponses 10, 11, 12 peuvent s'interpréter comme un " oubli " de la contrainte " juste ce qu'il faut " qui, elle, n'était pas nouvelle.

Ensuite nous procédons à l'analyse a priori du projet de l'enseignant puis, dans un second temps, nous analysons le déroulement de la séance, ce qui correspond aux " mises en actes " par l'enseignant de son projet. Nous nous appuyons alors sur le protocole, la retranscription des bandes audio et des notes de l'observateur.

3 - Déroulement : mises en actes et singularisations

Pour analyser le ***déroulement de la séance***, nous procédons à un premier découpage du protocole. Ce découpage est d'abord guidé par les étapes du déroulement initialement annoncées par l'enseignant, donc prédéfinies dans son projet. Ensuite à l'intérieur de ces " phases ", peuvent être mis en évidence des " épisodes " du déroulement effectif liés plus particulièrement aux " réactions " des élèves. En effet les comportements des élèves peuvent provoquer une prise de décision de l'enseignant, qui entraîne très souvent une modification par rapport à son projet.

a) Découpage

Dans cette classe de CP, les 21 élèves sont présents et la durée de l'activité est de 30 minutes. Voici le découpage obtenu pour le déroulement ainsi qu'une indication de la durée de chaque phase :

- 3 minutes sont consacrées à la distribution du document et à la passation de la consigne

- 2 minutes pendant lesquelles : les élèves viennent rapidement chercher les oiseaux ; l'enseignant donne les oiseaux, rappelle les contraintes de la consigne et veille à la faire respecter ***(en partie puisqu'il n'exige pas d'écrire dans le nuage le nombre demandé)***

- 2 minutes pour le collage des oiseaux dans les nids

- 1 minute pendant laquelle l'enseignant rappelle la consigne

- 4 minutes pour un moment non prévu correspondant à un certain " aménagement " de la consigne par l'enseignant : " si vous pensez qu'il vous faut d'autres oiseaux ... " ; pour les élèves : collage et dessin …

- 3 minutes initialisées par " on va corriger " pour mettre fin à ce moment de " vérification "

- 8 minutes environ consacrées à l'explicitation des difficultés rencontrées et des procédures utilisées

- 5 minutes de " débat "

- 2 minutes pour le rangement du matériel et la formulation d'une " conclusion " sur l'intérêt d'expliquer ...

Ce déroulement est chronologiquement conforme à la préparation de l'enseignant avec quelques épisodes qui peuvent être étiquetés : des aménagements successifs de la consigne ; une justification de la réponse " 4 " par l'élève V. *(3 élèves seulement ont répondu " 8 " en utilisant la procédure a) traitée par le " calcul sur les doigts ")* ; des échanges avec l'élève K. qui ne tient pas compte de la contrainte " juste ce qu'il faut " ; une interprétation de la proposition " 4 + 4 " de l'élève C.

b) Analyse

Enfin notre analyse du déroulement est d'une part conduite en repérant les décalages, les prises de décision par rapport au projet et d'autre part, en regardant plus particulièrement certains moments qui sont les phases de rappel, le moment de la passation de la consigne, les prises d'informations sur le travail des élèves, la gestion de la mise en commun et la phase d'institutionnalisation.

Ici globalement tout ce qui était prévu sur la fiche apparaît dans le déroulement effectif donc il y a " peu de décalage ". Il s'agit alors de regarder plus localement.

Pour cette activité qui correspond au " 1. Activité préliminaire " de la feuille de préparation, la consigne est donnée exactement dans les termes prévus dans le projet après un " petit dialogue " amenant les élèves à décrire le support, leur laissant croire qu'ils peuvent découvrir, inventer eux-mêmes la consigne.

La dévolution du problème, ici la dévolution de la consigne, constitue donc réellement une phase de la séance. L'enseignant prépare les élèves à " entendre " la consigne, d'une certaine façon, il veut les rendre plus réceptifs à ce qui va être énoncé, en faisant en sorte que cette consigne réponde à une attente :

> **ça y est, vous êtes prêts**
> **Al. va vous distribuer un polycopié avec dessus un arbre.**
> il y a des nids avec ...
> il y a un nuage en bas ...
> **Qu'est-ce qu'il y a dans cet arbre ?**
> il y a des nids *(F.)*
> **Il y a des nids. Qu'est-ce qu'il faut faire à ton avis ?**
> il faut marquer combien il faut en avoir ...
> un, deux, trois, quatre, il y en a 4.
> **Vous parlez tous en même temps, on comprend pas.**
> **...**
> **On attend que tout le monde soit prêt**
> **Am. pense qu'il faut ...**
> compter les branches et compter les nids
> **C'est pas ça qu'elle a dit, Am.**
> il faut mettre un oiseau ...
> **Vous n'écoutez pas. Am., vas y**
> **...**
> **Elle pense qu'il faut compter les nids pour dire combien il y a d'oiseaux. Ce n'est pas tout à fait ça. Je vais vous dire la consigne. Écoutez bien la consigne. Vous écoutez. On est prêt pour écouter ?**
> **" Il faut aller chercher, en un seul voyage, juste ce qu'il faut d'oiseaux pour qu'il y ait un père et une mère dans chaque nid ".**
> **Écoutez, je vous le redis : " Il faut aller chercher, en un seul voyage, juste ce qu'il faut d'oiseaux pour qu'il y ait un père et une mère dans chaque nid "**
> on n'a pas d'oiseaux
> **C'est moi qui ai les oiseaux**
> **Pour cela, vous devez mettre votre réponse dans**
> dans le petit nuage

Voilà, comme d'habitude dans le petit nuage, tu écris combien il faut d'oiseaux
Est-ce que vous voulez que je vous relise la consigne ?
non ... oui ... chut ...
Je ne veux rien entendre *(2 fois)*

L'enseignant répète deux fois la consigne, insiste sur le fait qu'il faut " écouter " et se réfère aux habitudes de classe pour ce qui est d' " écrire dans le nuage ". Il propose encore de la relire mais ne le fait pas. Il ne demandera pas aux élèves de reformuler cette consigne pour s'assurer de sa compréhension.

Il ne donne pas d'autres indications, uniquement ce qu'il avait prévu de dire, mais fait tout de même allusion (rapidement) au nombre en utilisant le terme " combien ", pour préciser la forme de la réponse attendue : " vous devez mettre votre réponse comme d'habitude dans le petit nuage. Tu écris <u>combien</u> il faut d'oiseaux. "

Dans ce que nous connaissons du projet ne figure aucun élément sur <u>les moments de recherche</u>. Sur la fiche, il n'est plus question, à la suite de la consigne, que de la mise en commun.

Plusieurs indications nous apparaissent comme étant cependant des décalages par rapport aux anticipations de l'enseignant.

Il a demandé aux élèves de noter leur réponse " dans le petit nuage ", ce qui doit être une présentation familière aux élèves, mais il semble qu'il attache peu d'importance au respect de cette contrainte et dira seulement lorsqu'un certain nombre d'élèves auront " oublié " cette contrainte :

Normalement, vous devez amener votre feuille avec le nombre écrit dessus

et juste après :

Vous n'écoutez pas bien la consigne

Nous pouvons penser que l'enseignant avait prévu de faire poser ou coller les oiseaux (situation problème <u>autocorrective</u>) mais devant le " désarroi " de certains élèves, il est amené à prendre des décisions plus ou moins opportunes : il dit de noter le nombre.

Les élèves doivent-ils noter le nombre d'oiseaux qu'ils auraient dû demander ou le nombre d'oiseaux qu'il leur manque ? Nous relevons ici l'ambiguïté de cette consigne et nous pouvons donc supposer que l'enseignant n'avait pas prévu de la donner. D'ailleurs il nous le confirme quand il se ravise et dit ensuite :

Si vous pensez qu'il vous manque des oiseaux, <u>vous les dessinez</u>

Il faudrait donc dessiner les oiseaux <u>manquants</u> ... la consigne ne précise pas où, mais, surtout pour les élèves de CP, il s'agit maintenant d'une nouvelle activité et de la difficulté de dessiner ... un oiseau ! : " comment on fait les oiseaux ? " ; " on fait autour " ...

L'enseignant prend une dernière décision :

Mets une croix

Puis n'ayant pas imposé d'écrire le nombre au départ, pour garder une trace de leur première réponse, il doit veiller à ce que les élèves ne " trichent " pas :

Chut ... Non, on ne prête pas. Non tu ne leur prêtes pas K. Ils dessinent s'il leur en manque.

K. a demandé trop d'oiseaux et en céderait volontiers tandis qu'il en manque à d'autres !

Cette phase prend beaucoup de temps par rapport à la durée de la séquence. 10 minutes s'écoulent entre le moment où les élèves ont été chercher les oiseaux et le début de la phase de synthèse. Nous pouvons nous demander si ce moment a un grand intérêt et si c'est volontairement que l'enseignant fait durer ce moment. Il est possible que ce soit plutôt les élèves qui le guident, qui ont la main, durant cette phase qu'il se garde d'interrompre.

Les élèves vont ainsi se rendre compte qu'ils auraient dû demander 8 oiseaux. Ce 8 sera retrouvé à partir du nombre demandé au premier essai, par 10 – 2 quand l'élève s'aperçoit qu'il a 2 oiseaux en trop, ou 4 + 4 pour ceux qui avaient seulement dénombré les nids. Ils élaborent une nouvelle procédure liée à la nouvelle situation. Ceci ne leur permet pas de reconstruire la procédure qui leur aurait permis de réussir.

Pour <u>la mise en commun</u>, dans son projet l'enseignant notait " mise en évidence des procédures ". Il semble que cette phase soit surtout conduite en termes de réussite ou non réussite. La recherche de la raison pour laquelle la production ne peut être validée est menée en se référant aux contraintes de la consigne. L'enseignant dit " corriger ", la mise en commun est assimilée à une correction et l'enseignant annonce le rôle de chacun des acteurs :

<u>Je</u> vais <u>corriger</u>. <u>Vous</u> allez <u>écouter</u>. Tout le monde est prêt ?

Mais cela ne correspond pas à ce qu'il fera effectivement.

Seules trois élèves ont répondu correctement, ce qui ne doit pas correspondre aux attentes de l'enseignant. Il s'agit ici de faire l'inventaire des erreurs en les distinguant. L'enseignant mène la discussion en désignant les élèves.

Ce que l'enseignant a nommé : " mise en évidence des procédures " correspond à une phase de " formulation " puisque la situation est " autocorrective ". Les élèves doivent tout d'abord reconnaître si leur production est conforme ou non (respecte la demande de la consigne) et pourquoi. Puis, quelle que soit la réponse à cette première question, ils doivent se souvenir (puisqu'en général ils ne l'avaient pas noté) combien ils ont demandé d'oiseaux et alors justifier leur démarche erronée et expliquer comment ils avaient " obtenu " cette réponse fausse. Les élèves ne sont pas sollicités pour expliquer comment ils auraient pu faire pour réussir mais comment ils ont fait pour échouer alors qu'ils en sont convaincus.

La gestion de cette phase fait apparaître, au niveau de choix des élèves interrogés et de l'ordre dans lequel ils interviennent, le fait que l'enseignant a pris des informations sur les élèves pendant la recherche.

Ce sera d'abord I. qui a demandé 11 oiseaux et à ce moment de la séquence n'a pas encore " autovalidé " sa réponse. Malgré l'insistance de l'enseignant, il ne prononcera que le mot " onze ".

Puis H. qui a demandé 4 oiseaux et n'a pas dessiné, il n'a donc pas " fini ", l'enseignant reste sur ce constat *(à la fin de la séquence, sur sa feuille les oiseaux collés étaient répartis en 0 - 0 - 0 - 3).*

Pour ces deux élèves, le questionnement n'est pas mené à son terme. Il sera plus achevé pour ceux qui suivent :

K. a demandé 10 oiseaux. Il a " fini " mais des 10 oiseaux demandés, il ne reste que 8 oiseaux sur la page. L'enseignant ne rappelle pas à ce moment là, la contrainte " juste ce qu'il faut ". K. n'est donc pas convaincu, il a " fini ", il y a 2 oiseaux dans chaque nid. Il protestera ensuite.

Enfin C. a demandé 4 oiseaux. Sur sa feuille, 2 oiseaux sont collés dans chacun des deux premiers nids et 2 oiseaux sont dessinés dans chacun des deux autres. Elle a " fini " si on considère cette production.

Les autres élèves sont sollicités pour expliciter ce " 4 " et la justification de V. est très claire :

Les enfants qui ont demandé 4 oiseaux, est-ce que vous vous rappelez, avant de venir au tableau, qu'est-ce que vous avez fait ?
je croyais qu'il y en avait 4
moi aussi
On lève la main. V., qu'est-ce que tu as fait quand tu as demandé 4 ?
(V.) : moi je croyais qu'il fallait : une mère - un père - une mère - un père
V. avait cru qu'il fallait mettre une mère - un père - une mère - un père
Est-ce que c'est ce que j'ai demandé ?
non
Qu'est-ce que j'avais demandé V. ?
...
Qui veut essayer de rappeler la consigne à V. ? C. ?
C. : Il fallait mettre une maman et un papa dans chaque nid
D'accord. Et donc finalement, qu'est-ce que tu as fait V. ?
V. : J'ai rajouté 4 oiseaux.
Pourquoi tu en as rajouté? Pourquoi d'un seul coup tu t'es dit il faut que je change ?
V. : parce qu'après tu m'as redit la consigne et j'ai compté
Voilà je lui ai redit la consigne
Donc la première fois qu'est-ce qu'il a fait ? Il n'a pas bien écouté la consigne.
C.: père mère père et moi aussi, je croyais qu'il fallait mettre mère après j'ai réfléchi.
Qu'est-ce qu'il faut faire quand je lis une consigne M. ?
M. : il faut réfléchir
Il faut bien écouter.

C'est donc cette formulation " un père et une mère dans chaque nid " qui est à l'origine de l'erreur de V., " un père ou une mère ... ". Il n'est pas certain que les autres réponses " 4 " se justifient de la même manière. L'enseignant ne le vérifiera pas.

Les erreurs ne se situent pas au niveau du dénombrement de la collection double mais au niveau de la représentation du problème.

Pour terminer les trois élèves qui ont trouvé 8 doivent expliciter leur procédure qui semble être justement celle attendue par l'enseignant :

Alors tu m'en as demandé 8. Pourquoi ? Comment tu as fait ?
(A.) : J'ai calculé 4 nids, je me suis dit qu'il en fallait 2 dans chaque
Elle a calculé 4 nids et il en fallait 2 dans chaque nid. Et ça, ça ne donne pas 8 ?
Regardez comment elle a fait avec ses doigts
J'ai fait 2 quatre fois

Elle a fait 2 quatre fois. Montre nous avec tes doigts comment tu fais 2 quatre fois.
(A.) : 2 - 2 - 2 - 2
Vous avez vu ?

Pour valider les réponses, l'enseignant procède en plusieurs temps. D'abord il " analyse " la production qui doit être conforme à la contrainte " un père et une mère dans chaque nid ", puis, si c'est le cas, il s'assure que les autres contraintes de la consigne ont été respectées, ici " juste ce qu'il faut ".

Avec C. et les autres dans le même cas :

Donc la première fois qu'est-ce qu'il a fait ? <u>Il n'a pas bien écouté</u> la consigne.
il faut réfléchir
Il faut bien <u>écouter</u>.

La conclusion porte non pas sur l'erreur de procédure mais sur le comportement à adopter " en général ".

Et pour A. :

J'ai fait 2 quatre fois
Elle a fait 2 quatre fois. <u>Montre</u> nous avec tes doigts comment tu fais 2 quatre fois.
2 - 2 - 2 - 2
Vous avez <u>vu</u> ?
Voilà elle a aussi fait avec ses doigts. Donc ce sont les trois seules qui m'ont demandé tout de suite 8 oiseaux parce qu'elles ont <u>bien écouté</u> la consigne, elles ont <u>bien entendu</u> qu'il fallait une mère et un père dans chaque nid.

Il faut réfléchir, bien écouter, bien entendre, regarder ... mais aucune remarque ne porte sur la manière de trouver le résultat !

L'enseignant s'appuie toujours sur le respect des contraintes de la consigne pour convaincre les élèves. Non seulement il faut " qu'il y ait un père et une mère dans chaque nid " mais il faut aussi " juste ce qu'il faut " et " en un seul voyage " :

(K.) : Mais moi
Oui toi <u>tu as bon</u>, mais par contre, il a bon en effet mais est-ce qu'il te reste des oiseaux ?
oui ... non ...
Si, Tu m'en as demandé 10, il t'en reste 2 ... 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 <u>je sais bien</u> qu'il t'en reste 2. Si K. tu m'en as demandé 10
il en a mis à la poubelle
oui, <u>il ne faut pas mentir</u> K., ce n'est <u>pas grave</u> ...
Écoute moi ... C'est vrai que K., <u>il a bon</u>, il a bien mis un père et une mère mais par contre <u>il n'a pas respecté la consigne</u> entièrement, parce que ... qu'est-ce que j'avais demandé ? C. ?
(C.) : tu avais demandé de mettre un père et une mère dans chaque nid
oui, cela il l'a fait, mais qu'est-ce qu'il n'a pas fait et que je demandais ? A. ?

(A.) : il fallait demander le nombre ... il ne fallait pas en laisser ...
Oui il en a laissé, parce que j'avais demandé "juste ce qu'il fallait", je n'avais pas demandé d'en prendre plus, juste ce qu'il fallait K., donc tu n'as pas tout à fait bon, tu comprends, il t'en reste 2.
presque bon

Par rapport à la proposition de C., l'enseignant veut lui donner du sens en référence au problème initial alors qu'il est possible que cette proposition n'apparaisse que par rapport au " second problème ", quand les élèves devaient compléter en dessinant :

(C.) : 4 + 4 ça faisait 8
Alors pourquoi 4 + 4 C. ?
(C.) : parce que c'est pas la peine de faire 2 ...
Oui mais alors pourquoi 4 + 4 et par exemple pas 3 + 3 + 2 ?
(C.) : parce que ça va plus vite
mais pourquoi 4 + 4 ?
(C.) : parce que ça va plus vite et ça fait 8
mais 4 et 4 ça représente quoi ? C'est 4 quoi ?
...
Pourquoi 4 + 4 ? Si tu fais par exemple 3 + 3 + 2 (*il montre avec ses doigts*) **ça fait 8 ? mais pourquoi 4 + 4 ? A votre avis pourquoi elle a pensé 4 + 4 ?**
parce que ça fait 8
d'accord mais pourquoi 4 et 4 ? Qu'est-ce que vous avez mis dans votre nid ?
des oiseaux
oui mais quoi comme oiseau ? qu'est-ce que je vous ai demandé de mettre dans chaque nid ?
un père et une mère
une mère et un père
donc je voulais dans chaque nid une mère et un père, alors pourquoi il y avait 4 et 4, qu'est-ce que ça peut être les 4 et 4 ?
8
oui 4 et 4 ça fait 8
elle a fait 4, un dans chaque nid ... (A.)
Oui A. propose, elle a fait une rangée de 4 oiseaux qui pouvaient être par exemple 4 quoi ? les 4 ...
les 4 mères ... et les 4 pères
donc 4 mères plus 4 pères, ça faisait 8 d'accord ?

L'enseignant n'a pas saisi cette opportunité pour présenter la seconde procédure 4 + 4 qui pourrait correspondre à cette distinction père / mère dans le contexte du problème.

Il est dommage que la seule procédure correcte mise en évidence soit 2 + 2 + 2 + 2 avec les doigts, c'est une solution primitive pour un CP mais liée à la démarche de R. Brissiaud : calcul sur les doigts (voir document utilisé). Il ne s'agit pas de comptage de 2 en 2.

A partir de la procédure 2 + 2 + 2 + 2, l'élève peut aussi mobiliser l'utilisation de faits numériques connus 2 + 2 = 4 et 4 + 4 = 8 , mais ceci n'est pas mis en valeur.

Nous ne demandons pas explicitement à l'enseignant une " analyse réflexive " mais les remarques formulées à l'issue de la séance sont révélatrices de certaines conceptions.

4 – Analyse des commentaires de l'enseignant

Ce qui est dit par l'enseignant aussitôt après la séquence, en particulier les points sur lesquels portent ses commentaires, peut nous aider à mieux cerner les priorités de l'enseignant, ses préoccupations principales quand il " réalise " une séquence.

L'enseignant dira d'abord ***" Bonne participation "***

Il commence donc par un point " positif " qui caractérise l'investissement des élèves. Ceci est pour lui un symbole de réussite par rapport à la mise en place d'une situation. Le terme " participation " se rapporterait au comportement des élèves lors de la phase de recherche et d'explicitation. " Participer " signifie effectuer une action, agir mais pas nécessairement par rapport à une activité mathématique. Le fait que seulement trois élèves aient trouvé la bonne réponse n'est donc pas directement signalé par l'enseignant.

Ensuite cet enseignant nous informe sur ses prévisions par rapport à la tâche prescrite : ***" erreur prévue : 4 mais pas 10, 11, 12 "***

Il s'intéresse aux types d'erreurs qui sont apparues mais ne semble pas " comprendre " les 10, 11 ... Cette erreur qui consiste à prendre " beaucoup " (largement) d'éléments a été commentée en formation (dans le contexte même de ce type de situation). L'élève utilise partiellement le dénombrement. Il est possible que tant que l'enseignant n'a pas vu réellement des élèves se comporter ainsi, il ne puisse y croire.

L'enseignant revient ensuite sur l'importance qu'il accorde à la consigne dans ce type de situation (ce qui confirme ce que l'on avait relevé précédemment) par les trois remarques suivantes :

" ils ont du mal à écouter la consigne "

" problème de réflexion (avant d'agir) "

" c'est la première fois qu'ils ont ce style de consigne (en une fois ...) mais pourtant ils devraient l'avoir fait en maternelle (difficulté de savoir ce qui a été fait en maternelle ... maîtresses prétendent qu'ils ont fait " les wagons " ...) "

Il insiste en décontextualisant sur le fait que l'élève doit écouter (la consigne), réfléchir (avant d'agir) indépendamment de la situation et semble attribuer les " échecs " à ces manques.

Ensuite l'enseignant aborde le problème des connaissances nécessaires pour aborder ce type de situation (voir article) en évoquant clairement une situation de référence pour la construction du nombre. Il ne signale pas les autres " situations de commande " rencontrées dans le fichier utilisé et qu'il a déjà dû proposer. Il met seulement en relation l'activité proposée avec des activités analysées en formation auxquelles les élèves auraient été confrontés l'année précédente.

L'enseignant dira ensuite qu'il n'a ***" pas le temps de voir tout le monde, lors de la mise en commun, certains ne sont pas contents que l'on n'ait pas montré leur feuille "***

Il est conscient qu'en CP les élèves ont besoin que l'on " s'intéresse à eux ", comme cas particulier ; il leur est difficile de repérer les analogies entre les productions. Cette préoccupation nous était effectivement apparue dans sa gestion de la mise en commun. Il sollicite des élèves qu'il a choisis mais donne également la parole à tous en demandant ensuite si quelqu'un veut ajouter quelque chose.

En ajoutant qu'il ***" pensait faire l'activité p 65 sur le fichier ; mais ce sera intéressant de voir comment ils se comportent après une coupure (de vendredi à lundi) on verra ce qu'il en reste "***, l'enseignant fait référence au fait que tout apprentissage demande du temps , au problème du réinvestissement et de l'appropriation des situations. Il avait donc estimé différemment la durée de l'activité mais il a fait le choix de l'interrompre. Il voit un avantage à ce report pour évaluer ce que les élèves ont retenu de la séquence. Il anticipe donc en terme de progression et prend du recul par rapport à l'apprentissage visé.

Ces remarques formulées par l'enseignant nous informent quelquefois plus précisément sur son projet, ses attentes et sur ce qu'il a pu observer pendant le déroulement mais ne constituent pas vraiment une " analyse " de ce qui s'est effectivement passé, de ce que les élèves ont effectivement fait ou appris à faire ... (tâche effective, activité mathématique des élèves ...).

Ici l'enseignant n'évoque pas la notion mathématique en jeu. Il analyse les difficultés par rapport à des comportements " généraux " et non par rapport à des capacités liées à des connaissances mathématiques.

Même si il fait référence à des situations se rapportant au dénombrement, ce n'est pas vraiment par rapport à cette notion mais plus du côté de la " mise en scène " qu'il établit une relation.

Nous pouvons interpréter comme une influence de la formation le fait qu'aux yeux de l'enseignant, la phase de réinvestissement différée permettra d'observer autre chose que si elle avait eu lieu aussitôt à la suite de l'" activité préliminaire ".

Il revient sur son propre comportement au moment de la gestion de la mise en commun et à nouveau seulement de façon générale (s'intéresser à tous) indépendamment des productions des élèves au cours de cette séance.

D - RETOUR SUR LES TRACES DE LA FORMATION

1 - Dans l'élaboration du projet de l'enseignant

La situation choisie pose un véritable problème, possède un certain nombre de caractéristiques mises en évidence lors des analyses de situations présentées dans le cours sur la construction du nombre et le problème posé assure la mise en œuvre de procédures de dénombrement par les élèves. L'enseignant choisit de proposer une situation analysée au cours de la formation avant l'activité figurant dans le fichier des élèves.

Il évoque explicitement la situation de référence (avec un habillage particulier) associée à la notion de dénombrement également analysée pendant la formation.

La formation a donc une certaine influence sur sa représentation de la notion qui est en jeu et de l'apprentissage de cette notion.

Si les variables ont été repérées, à en juger par la " progression " qui joue justement sur des changements de variables dans la succession des activités, le choix des variables, en particulier numériques, ne peut cependant être justifié par rapport à la procédure qu'il veut privilégier, par rapport à ses attentes.

L'importance visiblement accordée à la consigne (les termes utilisés, les contraintes proposées, le fait de l'écrire ...) peut être attribuée à un effet de la formation pour cette situation particulière où les effets des contraintes de la consigne sur la conduite de la séquence sont particulièrement importants.

La mise en évidence des procédures, qui est notée comme un " moment " du déroulement de l'activité, émane probablement d'un effet de la formation au cours de laquelle une certaine importance est octroyée au repérage des procédures utilisées par les élèves et à l'analyse d'erreurs.

Mais il se trouve que sur ce thème, le livre utilisé est globalement " en cohérence " avec le cours.

Il ne s'agit pas de traduire comme <u>seul</u> effet de la formation tout ce qui " concorde " avec les cours dispensés. Les documents utilisés ont aussi une influence. Ici le manuel n'a pas été choisi par l'enseignant, mais il dira que le choix fait par l'école lui convenait. Si le manuel présent dans la classe était très contradictoire avec la formation, la façon dont l'enseignant l'utiliserait, l'aménagerait ... serait plus révélateur des effets que l'on cherche à repérer.

2 - Dans les mises en actes

Nous revenons sur les traces de la formation relatives au comportement de l'enseignant pendant le déroulement de la séquence.

Nous notons l'importance accordée par l'enseignant au <u>moment de la passation de la consigne</u> et au respect des termes de cette consigne qui avait été écrite précisément dans la préparation. Par contre la contrainte " écrire ... " ne figure pas explicitement dans la consigne et ne figure pas non plus dans la préparation ; elle n'apparaît que de façon implicite sur le document proposé aux élèves et n'est pas " présentée " aux élèves de la même manière que les autres contraintes au moment de la passation de la consigne. Elle ne sera d'ailleurs pas respectée et ceci sera accepté " en actes " par l'enseignant. Le respect de cette contrainte n'est pas non plus vérifié au moment de la mise en commun, ce qui oblige l'enseignant à faire appel à sa mémoire " tu m'en avais demandé ... " sans " preuve " tangible. Les contraintes relatives à l'écriture signalent souvent, pour une situation, le passage de la grande section de maternelle au CP. Il l'a ajoutée et n'en tient pas vraiment compte dans la gestion de l'activité.

Le fait de dire la consigne deux fois (ou plus) et de s'assurer qu'elle est clairement comprise en la faisant expliciter par exemple, est quelque chose qui est signalé en formation. Ici l'enseignant la répète deux fois au début, puis la rappelle pendant la seconde phase du déroulement mais il n'explicite pas la consigne ou ne la fait pas expliciter pour vérifier sa compréhension. Cela peut être lié à cette situation particulière, et à l'idée de ne pas " aider " les élèves.

L'enseignant est sollicité par les élèves pour redire la consigne et souvent il est amené à " négocier à la baisse " au cours des interventions individuelles. Ici l'enseignant ne donne aucune piste sur la procédure à utiliser (compter ...) et n'autorise pas un second voyage quand les élèves le demandent.

Il aménagera la situation en demandant, dans un second temps de dessiner les oiseaux " oubliés " mais ceci ne sera pas commenté dans la phase de mise en commun. Seule la première activité est importante.

L'enseignant observe les élèves et va adapter ses prévisions en tenant compte des comportements observés pour la gestion et le contenu de la phase de synthèse et pour l'institutionnalisation.

Nous notons le souci de regarder le maximum d'enfants, de s'intéresser à tout le monde, de ne pas manifester d'assentiment ou au contraire de doute. Il laisse " vivre " la situation jusqu'à la validation par les élèves.

Certains indices nous montrent que l'enseignant prend des informations pendant la phase " d'action " des élèves. Il a une " vue d'ensemble " de sa classe, peut donc prendre du recul et anticiper sur la gestion de la phase de synthèse. Il est également capable de dire " qui a demandé quoi ", cela ne se limite pas au nombre d'élèves ayant réussi. Il a pu repérer, observer les erreurs et leur fréquence mais peut difficilement avoir des informations sur les procédures utilisées qui sont mentales pour la plupart.

Lors de la phase de synthèse, l'enseignant s'efforce à s'intéresser à tous les élèves et semble les choisir dans un certain ordre donc gérer consciemment cette phase et ne pas se laisser mener par les interventions, les demandes des élèves. Au cours de cette mise en commun, il pourrait ne choisir qu'une production caractéristique de chaque démarche. Au CP, le fait de ne pas sélectionner peut s'expliquer par le souci de faire en sorte de s'intéresser à tous les enfants, à chaque enfant.

Lors de la mise en commun, l'enseignant veut favoriser une observation critique des productions, mettre en évidence les erreurs en s'appuyant sur le fait que la consigne est respectée ou pas. La validation n'est pas seulement du type : juste ou faux mais plus nuancée en faisant référence à la contrainte de la consigne qui n'a pas été respectée.

Le fait d'interroger d'abord ceux qui se sont trompés peut apparaître comme un effet de ce qui a été dit en formation.

Pendant la formation, le moment de l'institutionnalisation est présenté comme un moment important dont le contenu doit avoir été prévu, visant à faire apparaître ce que les élèves auront à retenir de l'activité proposée. Ici il manque la mise en valeur de ce qui est efficace, ce qui pourrait apparaître comme l'institutionnalisation de procédures permettant de répondre au problème en respectant toutes les contraintes de la consigne. L'institutionnalisation est du type : " il fallait écouter, réfléchir ... ".

Une confusion entre les notions de procédures (terme utilisé par l'enseignant) - productions - erreurs est repérable lors de la mise en actes du projet. Elle peut s'interpréter comme un malentendu sur les termes utilisés en formation. Cela apparaissait déjà avec l'emploi du terme " correction " dans " situation autocorrective " et " je vais corriger ... ", terme qui n'est pas utilisé par le formateur et qui peut sous entendre " une seule procédure correcte et des erreurs ". Nous pensons que la seule procédure mise en valeur est celle qu'attendait l'enseignant puisque l'intervention et la proposition de Céline n'est pas reprise de façon valorisante et n'est pas utilisée pour suggérer aux élèves que l'on pouvait procéder autrement.

L'analyse de cette observation de cet enseignant avec ce contenu mathématique particulier fait donc apparaître des pratiques relativement conformes aux attentes du formateur. L'analyse du projet révèle une prise en compte de certains éléments apportés au cours de la formation. L'analyse des mises en actes de ce projet permet de montrer l'interprétation de l'enseignant du discours relatif aux pratiques entendu durant formation.

ANNEXE 1 : RETRANSCRIPTION DE LA FICHE DE L'ENSEIGNANT

Situation - problème autocorrective

Objectif : Amener les enfants à construire une collection double d'une collection de référence en utilisant une procédure de dénombrement s'appuyant sur un comptage de 2 en 2.

Matériel :
- fichier
- poly
- gommettes

Déroulement :

1. <u>Activité préliminaire</u>

arbre + nid + oiseau

" Il faut aller chercher, en un seul voyage juste ce qu'il faut d'oiseaux pour qu'il y ait un père et une mère dans chaque nid "

→ <u>mise en évidence des procédures utilisées</u>

2. <u>Activités du fichier</u>

cadre B puis mise en commun

cadre C : seul

3. <u>Calcul oral</u> : soustraction retirer beaucoup

Le polycopié comporte un arbre avec 4 nids et la phrase à compléter : " il faut oiseaux "

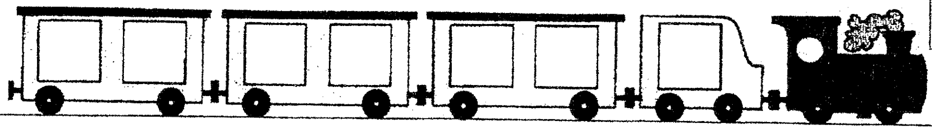
Le mot " lundi " a été noté à la fin de la séquence en face du " 2. Activités du fichier ".

ANNEXE 2 : "J'APPRENDS LES MATHS – CP" R. BRISSIAUD RETZ

Deuxième période
Calcul jusqu'à 10 - Comptage jusqu'à 50

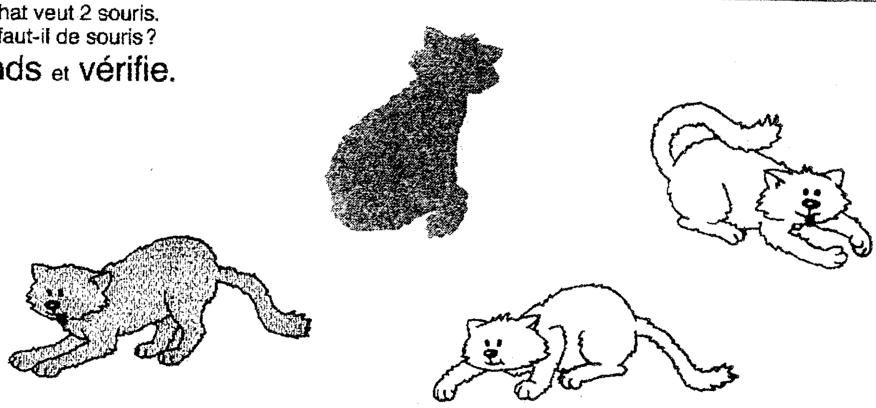
page **65**

calcul
oral



A

Chaque chat veut 2 souris.
Combien faut-il de souris ?
Réponds et **vérifie.**

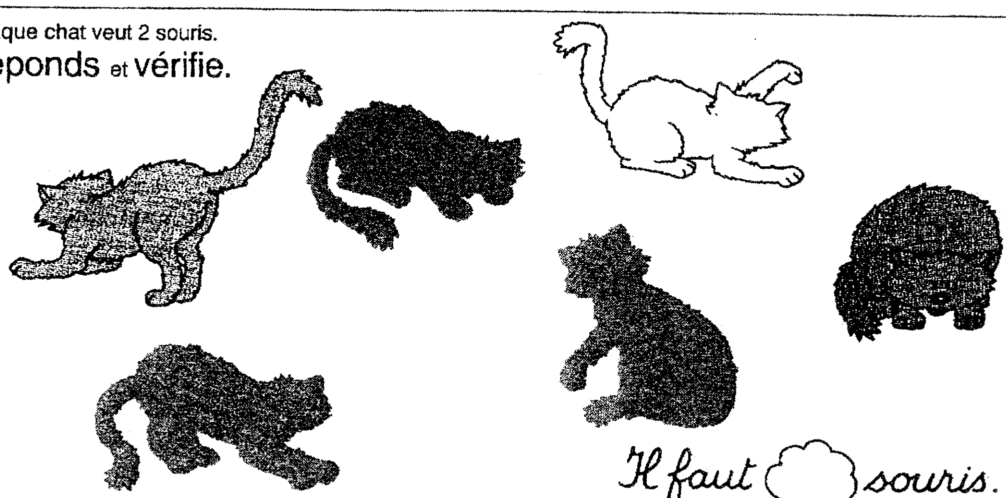


Pour vérifier, découpe le paquet
de souris qui convient (à la fin de ton livre),
découpe et colle 2 souris devant chaque chat.

Il faut ( ) souris.

B

Chaque chat veut 2 souris.
Réponds et **vérifie.**



Il faut ( ) souris.

C

[A] Calcul oral : même activité que page 56. (Soustractions : retirer beaucoup.)

[B] Situation-problème autocorrective : commander 2 objets pour 1 ; découverte de la situation.

[C] Reprise de [B]

ATELIERS

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ET SCHÉMATISATION : LE CAS DES PROBLÈMES ADDITIFS

Alain Bronner[1], Sylvie Laureys[2]

Introduction

La place et le rôle des schémas dans l'apprentissage de la résolution de problèmes sont des thèmes souvent évoqués à l'occasion d'articles sur l'enseignement ou de travaux recherches de, mais il existe peu de recherches spécifiques sur ce thème en didactique des mathématiques à notre connaissance. La problématique de notre étude se centrera sur les questions suivantes :

Faut-il introduire des schémas d'aide à la résolution des problèmes ?

Si oui, lesquels et de quelles manières ?

Faut-il institutionnaliser des “schémas types” ?

Quel est alors le statut des divers schémas ?

Ces questions ont fait l'objet d'une recherche-action du Groupe GRAME[3] de l'IUFM de Montpellier dont nous donnons ici quelques résultats provisoires. Le champ des problèmes additifs a été choisi pour les raisons suivantes : d'une part, il constitue le premier domaine de recherche du groupe et, d'autre part, il existe sur ce thème de nombreuses recherches y faisant référence, en particulier celles de Vergnaud (1991). Mais, ce travail s'inscrit dans un débat plus large sur l'introduction de la schématisation dans l'enseignement des mathématiques. Ce problème fait l'objet d'une interrogation importante dans la communauté : “ *les questions, que pose un tel enseignement, sont encore largement ouvertes et il faut insister sur le fait que le recours à des schématisations standardisées ne va pas de soi et, pour certains élèves, peut même constituer un obstacle.* ” (ERMEL, CE1, 1993) On peut même avancer que le constat tiré par les auteurs de ERMEL est plutôt négatif : “ *Tout d'abord, les élèves ne recourent pas spontanément aux schématisations qui ont été travaillées. Ils les utilisent même rarement sans y être invités. Elles ne leur paraissent pas réellement utiles. Si on les invite à les utiliser, on constate que certains les produisent ... mais après avoir résolu le problème ou encore que d'autres réalisent un schéma qui ne correspond pas à la procédure qu'ils utilisent.* ” Et ils adoptent une position plutôt timide, surtout en cycle 2 : “ *Il paraît prématuré, au CE1, de vouloir imposer des schémas pour représenter les problèmes additifs et soustractifs. Mais peut-être est-il utile de les proposer aux élèves, en leur laissant la liberté de les utiliser ou non.* ”

[1] IUFM DE Montpellier.

[2] École Les garrigues, Vendargues.

[3] Il s'agit d'un groupe de réflexion et de recherche sur l'enseignement des mathématiques de l'IUFM de Montpellier composé de personnes enseignant à l'école primaire ou intervenant en formation des maîtres.

Le travail fait avec le groupe GRAME nous conduit à une position moins négative sur le rôle de la schématisation dans l'enseignement et, afin de la préciser, nous commencerons par explorer les rôles possibles des schémas.

Rôles de la schématisation dans la résolution de problèmes

Les schémas ont de nombreux intérêts pour l'apprentissage des mathématiques et la résolution de problèmes. Les enseignants eux-mêmes y font plus ou moins référence dans leur cours sans qu'il y ait d'explicitation sur le statut des schémas qu'ils utilisent. En effet, ils peuvent constituer une aide :

- à la représentation mentale des situations en permettant une certaine abstraction de la situation ;
- à la constitution d'un premier modèle de la situation sous-jacente à l'énoncé ;
- à la classification des types de problèmes en particulier en différenciant les différents statuts des nombres en jeu dans les problèmes ;
- à l'élaboration de procédures de résolution ;
- au contrôle de réponses ou de procédures de résolution ;
- à l'explication des procédures ;
- à la formulation ou à la communication des procédures et solutions.

Les schémas s'inscrivent plus généralement dans des registres de représentations sémiotiques au sens de Duval (1993). Il faut alors distinguer différents types de registres.

Différents types de représentations

Il est banal d'affirmer que l'on trouve une grande variété de représentations sémiotiques dans les manuels ou dans les classes au niveau de l'enseignement des mathématiques. Un premier classement conduit à trois grandes catégories :

- les dessins personnels plus ou moins figuratifs et présentant une plus ou moins grande proximité avec le contexte de la situation ;
- les schémas plus ou moins conventionnels dans l'enseignement des mathématiques (opérateur, ensembliste, segment, droite numérique, ...) où le contexte est en général absent ;
- le code symbolique mathématique (opérations, opérations à trous, équations, ...).

Notre position et nos choix didactiques

Pour certains problèmes, les élèves ont du mal à se représenter (au sens mental) les situations sous-jacentes, les relations entre les données du problème, et à construire une procédure conduisant à la réponse du problème. Par exemple, le problème suivant, du type " transformation ", conduit à 75 %[2] d'erreurs au niveau des procédures dans des classes de CM où aucun enseignement spécifique n'a été mis en place sur ce type de problème :

> Un car part du centre ville avec des voyageurs et va au Jeu de mail. A un arrêt, 10 personnes montent et 15 personnes descendent. En arrivant au Jeu de mail, le car contient 50 personnes. Combien y avait-il de personnes au départ du centre ville ?

Ce problème est difficile pour les élèves en raison de la présence de deux transformations et de la non-congruence entre l'énoncé et les procédures arithmétiques expertes. Le dernier facteur constitue d'ailleurs pour de nombreux auteurs la principale source

[2] Test effectué sur 95 élèves des classes de CM1 et CM2 d'une école annexe de l'IUFM de Montpellier en novembre 97.

de difficulté en résolution de problème (Ehrlich, 1990). Pourtant il ne met en jeu, de manière experte, que deux procédures additives ou soustractives. Une première attitude est de penser que ces types de problèmes sont trop compliqués pour ce niveau et sont à rejeter au niveau du collège. Cependant, on peut considérer, comme nous le faisons, qu'il s'agit de problèmes que les élèves doivent rencontrer à l'école primaire et, dans ce cas, une stratégie d'enseignement doit être mise en place par l'enseignant. C'est dans ce cadre-là que les schémas peuvent trouver une place. Les expérimentations faites avec le groupe GRAME nous conduisent à penser que, pour de tels problèmes, les schémas constituent des outils pertinents et efficaces, et qu'il est possible d'organiser autour de ces outils un apprentissage de la résolution des problèmes difficiles.

Nos travaux conduisent à prendre la position suivante que nous formulons sous forme d'hypothèses. Nos expérimentations reprises plusieurs années de suite confirment qu'un enseignement de résolution, utilisant la schématisation, permet aux élèves d'acquérir en fin de cycle 3 (et souvent avant) des savoir-faire efficaces sur la résolution des problèmes difficiles.

Hypothèse 1 :

Les schémas ne sont ni nécessaires, ni indispensables à une bonne réussite de la résolution de problème. Cependant les schémas constituent une aide efficace à la représentation et à la résolution de problèmes standards difficiles ou de problèmes complexes que l'enseignant pourrait difficilement proposer aux élèves à un niveau donné.

Les travaux de psychologie cognitive permettent de préciser le statut de ces objets dans l'apprentissage des mathématiques, notamment dans la résolution des problèmes à énoncés : " *La langue naturelle doit être considérée à la fois comme un registre de départ et comme un registre d'arrivée. Mais, et c'est là le point important, cette conversion interne ne se fait pas directement, elle passe par des représentations intermédiaires non discursives. [...] La conversion d'un énoncé du registre de la langue naturelle à celui d'une écriture symbolique requiert le détour par des représentations intermédiaires.* " (Duval, 1993)

Hypothèse 2 :

Les schémas peuvent jouer le rôle de représentations intermédiaires entre le langage naturel et le symbolisme mathématique.

Nous pensons qu'il ne suffit pas de laisser la possibilité aux élèves de les utiliser dès le début de l'apprentissage, mais que leur intégration nécessite un travail de l'enseignant et des élèves levant les difficultés repérées dans certains travaux (non-recours spontané, obstacle pour certains, difficulté d'appropriation pour d'autres...).

Hypothèse 3 :

Pour être efficace, la schématisation suppose un enseignement dans lequel les schémas vont être intégrés comme des outils d'aide à côté des outils mathématiques, avec une place et un statut qui doivent être pensés dans la progression d'apprentissage et dans les situations proposées. De plus, cet enseignement doit distinguer deux types de schématisations, d'une part, celles des élèves, produites spontanément ou sur la demande de l'enseignant, d'autre part, celles qui émergent du travail de la classe et qui feront l'objet d'institutionnalisation, au moins localement et temporairement.

L'enjeu sera alors d'organiser le passage des schémas et procédures personnels des élèves aux schémas et procédures standards identifiés dans la classe.

Hypothèse 4 : Un travail minimal est nécessaire, sans qu'il prenne le pas sur les objectifs du cycle, autour de la " notion de schéma " pour que les élèves perçoivent les statuts des diverses représentations.

Nous proposons dans la suite un exemple de travail en CE1 dans le cadre de ces hypothèses, dont le but est d'assurer ce passage. Dans notre séquence, la notion de schéma et l'utilisation de schémas de classe pour résoudre des problèmes additifs sont prises en compte dans la progression d'enseignement dès le CE1. Nous essayons de faire apparaître le schéma à la fois comme un outil heuristique et comme une écriture de transition aidant à la mise en équation des problèmes, à la disposition des élèves.

La place du schéma dans notre séquence d'apprentissage à propos de la résolution des problèmes additifs

Nous distinguons, selon les différentes phases de l'apprentissage de la résolution des problèmes additifs, différents rapports institutionnels au schéma : il pourra être imposé, parfois son utilisation sera suggérée ou bien il peut n'être même pas évoqué. Mais en phase d'évaluation finale, il n'est jamais imposé.

D'abord, le schéma donne lieu à des séances de recherche, où son utilité est reconnue, ses caractéristiques précisées, où il acquiert un statut, qu'il s'agisse d'un schéma personnel ou collectif.

Ensuite, les élèves explorent différents types de problèmes additifs, chaque type donnant lieu à la recherche de schémas. Certains schémas sont officialisés dans la classe : les schémas de la classe. Ils permettent de clarifier et de représenter l'énoncé, de reconnaître le statut de chaque donnée (état, écart ou transformation) et d'induire sans l'institutionnaliser une typologie implicite des types de problèmes additifs (transformation, réunion, écart, ...). Enfin, ils servent de transition à l'écriture des solutions pour les problèmes difficiles.

Dans certaines séances ou certaines phases, les schémas ont des rôles plus spécifiques comme outil de communication ou aide à l'exposition des résultats lors des mises en commun dans la classe. C'est aussi à travers eux que nous proposons aux élèves des situations d'écriture de problèmes. Enfin, il servent de supports pour des exercices de calcul rapide.

La place du schéma dans les diverses situations d'apprentissage de notre séquence concernant les problèmes additifs, le rôle et le caractère obligatoire ou facultatif de sa réalisation, sont présentés dans le tableau ci-après :

Différents moments de l'étude	**Rôle des schémas**
Phase diagnostique.	Pas de consigne spécifique par rapport à l'utilisation de schémas.
Introduction de la notion de schéma.	Production de schémas personnels. Etude de l'efficacité.
Introduction de situations de référence pour les différents types de problèmes additifs.	
Recherche de schémas de classe pour les différents types de problèmes additifs.	1er temps : recherche d'un (ou plusieurs) schéma(s) de classe. 2ème temps : utilisation systématique du schéma de classe. 3ème temps : pas de consigne relative au schéma.
Transfert aux problèmes posés dans un contexte différent que celui des situations de référence.	1er temps: schéma obligatoire. 2ème temps: pas de consigne relative au schéma.
Situation d'écriture d'énoncés.	Passage par le schéma comme support de données et de type de problèmes.
Problèmes plus complexes et problèmes de recherche.	Selon les difficultés de chacun : on ne donne aucune consigne ou bien le schéma peut être suggéré, voire imposé ou livré prêt à l'emploi.
Phases d'évaluation	En cours d'apprentissage, le schéma peut être imposé, suggéré ou non
Évaluation finale	Pas de consigne relative aux schémas

Nous proposons de regarder de plus près quelques moments clefs de cette progression : l'introduction de la notion de schéma, la recherche d'un schéma de classe pour un type de problèmes et une évaluation concernant l'usage et l'efficacité de la schématisation.

La rencontre avec la notion de schéma

Une séance spécifique sur la notion de schéma est proposée aux élèves au début de l'année en CE1. Nous souhaitons dans cette séance introduire la notion de schéma et amener les élèves à distinguer un schéma d'un dessin illustrant la situation de l'énoncé dans ses détails. Il s'agit aussi de leur faire prendre conscience de l'utilité des schémas et de les encourager à les utiliser. Pour cela les élèves sont conduits à produire des schémas personnels à propos du problème suivant :

Un train part de Montpellier avec des passagers. À Lyon, 45 personnes descendent. Le train continue et au terminus à Paris, les 120 passagers qui sont restés descendent. Combien y avait-il de passagers au début à Montpellier ?

Nous avons choisi cet énoncé en raison de sa difficulté pour la classe compte tenu du moment de l'année et des acquis des élèves. En effet, ce problème est déjà complexe en raison de la recherche d'un état initial dans un problème de type “ transformation ” et de la taille des nombres. Par contre le contexte et la chronologie de la situation ne doivent pas présenter trop de difficulté. Pour démarrer avec les élèves, il nous a semblé utile de préciser une définition de travail de la notion de schéma dans la consigne donnée aux élèves, qui leur soit facilement accessible. Mais quelle présentation fournir aux élèves ? Nous avons recueilli quelques formulations collectées lors d'un atelier auprès d'enseignants :

- Un dessin simple qui montre ce que tu as compris du problème posé ;
- Fais une représentation imagée qui va t'aider à résoudre le problème et à expliquer ce que tu as fait ;
- Un schéma est un dessin simplifié qui contient les informations utiles pour trouver la solution du problème.

Pour notre part nous avons proposé la consigne et la définition suivantes :

Consigne 1 : Voici un énoncé, vous devez faire un schéma, puis résoudre le problème. Un schéma est un dessin très simple, facile et rapide à faire, qui explique l'énoncé et qui aide à trouver la solution.

Le déroulement de la séance comporte deux phases :

Phase 1 : La production de schémas

Les élèves disposent de l'énoncé du problème et travaillent en binômes avec la consigne 1 proposée précédemment.

Dans un deuxième temps, l'enseignante sélectionne une série diversifiée de schémas pour la mise en commun. Les élèves expliquent leur propre schéma et la classe essaye de critiquer les schémas retenus sur la base de la définition fournie. En particulier, un premier classement grossier permet de distinguer les schémas inutiles, ceux qui sont trop coûteux en temps ou trop chargés d'informations inutiles.

Phase 2 : L'amélioration des premiers schémas

Les élèves retravaillent en binômes sur leurs premiers schémas avec la consigne suivante :

Consigne 2 : On simplifie les dessins compliqués. Par exemple, on n'a pas besoin de dessiner un train, ni chaque bonhomme. Il faut trouver, sur le schéma, ce qui est important dans le problème pour le résoudre. Vous pouvez peut-être modifier vos premiers schémas pour qu'ils soient plus efficaces. Donnez-moi la solution du problème.

Dans la mise en commun, les élèves présentent l'évolution des schémas et la pertinence des schémas est étudiée. L'enseignante demande aux élèves si chaque schéma peut aider à comprendre et à résoudre le problème. Enfin, la classe, sous la direction de la maîtresse, essaie d'aboutir à des critères plus précis, comme :

- le schéma n'est pas seulement une illustration ;
- il doit être le plus simple possible, facile et rapide à réaliser ;
- il est une aide pour comprendre le problème ;
- il doit aider à la résolution du problème ;
- et il doit uniquement contenir les données utiles du problème.

Dans cette première situation, les productions des élèves peuvent se classer en quatre catégories :

- l'absence totale de schéma ou d'illustration, et cela malgré la consigne ;
- les illustrations figuratives comportant un grand nombre de détails et de données inutiles (c'est le type le plus présent, notamment à la première phase) ;
- des illustrations incomplètes, mais comportant quelques données de l'énoncé ;
- des tableaux de nombres présentant souvent une chronologie ;
- un peu plus rarement, surtout à la première phase, des schémas fonctionnels, comportant toutes les données utiles et montrant une bonne compréhension de l'énoncé.

Tous les élèves n'ont pas encore compris, dans cette situation, ce qu'est un schéma et son utilité, mais cet apprentissage va continuer avec les autres situations, tout en poursuivant les objectifs officiels de la classe.

La recherche de schémas de classe

Lors de l'exploration de certains types de problèmes additifs, des représentants de ces classes de problèmes sont soumis à l'épreuve de la schématisation. L'objectif de cette situation est d'institutionnaliser dans la classe des schémas qui pourront servir à résoudre des problèmes difficiles. Ces schémas sont des outils communs à tous les élèves et à la maîtresse, pour la compréhension des énoncés, pour la communication et l'explication, et pour la résolution de certains problèmes.

Cette étape permet aussi de faire ressortir certaines caractéristiques des problèmes avec les mots des élèves. Par exemple, il y a des choses qui se transforment, augmentent, diminuent ; il y en a plus ici que là, ... La question qui doit servir de fil conducteur est : Comment rendre compte de cela avec un schéma ? Ce passage par la construction d'un schéma officialisé dans la classe va aussi permettre de mettre en place implicitement une certaine typologie des problèmes.

Nous présentons ci-après le déroulement de la situation pour les problèmes de transformation. Les élèves ont abordé la notion de schéma et feront un schéma personnel répondant aux critères de simplicité et d'efficacité déjà définis. L'enseignant trouvera dans leur production matière à élaborer les schémas de classe escomptés.

Phase 1 : L'élaboration d'un schéma de classe à partir de la production de schémas personnels

Dans un premier temps, les élèves vont se confronter individuellement à des problèmes de transformations relativement difficiles pour eux comme :

<u>Énoncé 1</u> : J'ai des jetons dans ma boîte, mais je ne sais pas combien. J'ajoute 7 jetons. Maintenant j'en ai 44. Combien y avait-il de jetons dans ma boîte au début ?

Après avoir donné une solution au problème, un sondage est réalisé dans la classe : “ Qui est sûr de sa réponse ? ”. Sur 29 élèves, 10 sont sûrs d'eux dont 3 à tord.

Ensuite la maîtresse propose aux élèves la consigne :

Consigne : Faites un schéma pour ce problème et répondez de nouveau à la question.

Dans la mise en commun la maîtresse choisit quelques productions. Les élèves viennent au tableau, reproduisent leur schéma et le commentent. La classe fait la critique des schémas selon les critères de la première situation. En recherchant parmi les productions des élèves un schéma simple, où la chronologie est visible et où les états et la transformation sont représentés de façons différentes, la maîtresse amène la classe à comprendre le schéma retenu et à en voir l'intérêt.
Le schéma doit être simple : on garde le dessin de la boîte sous forme de carré. Il doit expliquer l'énoncé : on adopte la flèche qui représente l'action ou la chronologie et le point d'interrogation qui situe l'inconnue. Il contient les données utiles. De plus, les états et la transformation ont des représentations différentes. Ce schéma devient le *schéma de la classe* pour ce type de problème.

Phase 2 : L'utilisation du schéma de classe

Les élèves vont réinvestir ce schéma de la classe, en leur demandant explicitement de le dessiner et de l'utiliser pour d'autres problèmes comme :

Énoncé 2 : J'ai des jetons dans ma boîte, mais je ne sais pas combien. J'en enlève 8. Maintenant, il y a 25 jetons dans la boîte. Combien y avait-il de jetons au début ?

Cependant, l'apprentissage de la production et de l'utilisation d'un schéma n'est pas immédiat comme le montre le tableau suivant :

Phase 1 : résultats à l'énoncé 1 (pour 28 élèves)	Phase 2 : résultats à l'énoncé 2
- 17 bonnes réponses : - 1 dessin sans réponse ; - 9 réponses fausses ; - 1 non réponse.	- 14 élèves ont réalisé le schéma de la classe sans erreur, dont 5 seulement donnent un résultat juste. - 4 schémas de classe sont incomplets, dont 3 donnent un résultat faux et 1 aucun résultat. - 2 schémas de classe sont vides et il n'y a pas de réponse. - 5 schémas sont remplis avec des nombres inventés et les résultats sont faux. - une absence de schéma sans opération ni résultat. - un schéma personnel sans opération et avec un résultat faux. - un schéma incorrectement rempli qui est assorti d'un résultat juste.

50% seulement des élèves l'ont réalisé correctement cette première fois. Et plus de 40% l'ont tracé sans en maîtriser le sens. En fait, cet apprentissage ne sera effectif pour la majorité des élèves qu'après plusieurs réinvestissements.

Évaluation de l'apprentissage de la schématisation

Après avoir exploré quelques types de problèmes et utilisé les schémas de classe, nous avons évalué l'utilisation spontanée des schémas et l'efficacité de la réussite aux problèmes. Pour cela nous avons conçu une séance en trois temps : résolution libre du problème, puis utilisation imposée du schéma, et enfin retour sur la résolution avec écriture de la solution différée. Pour cela nous avons utilisé trois énoncés, un de réunion, un de comparaison et un autre de transformation (Vergnaud, 1991) :

Énoncé 1 : J'ai ramassé 72 champignons. Je sais que j'ai 10 bolets et 31 girolles. Les autres sont des lactaires. Combien y a-t-il de lactaires ?

Énoncé 2 : Madame MICHEL a 4 ans de moins que son mari. Elle a 32 ans. Quel âge a Monsieur MICHEL ?

Énoncé 3 : Aujourd'hui, c'est mon anniversaire. Comme cadeau, mes grands-parents m'ont donné 50 francs. En comptant mon argent, j'ai trouvé que j'avais maintenant 170 francs dans ma tirelire. Combien y avait-il d'argent hier dans ma tirelire ?

Le dispositif se décline en deux séances. Dans la première, les élèves résolvent les trois problèmes sans consigne particulière. La maîtresse ne fait aucun commentaire et laisse un temps suffisamment long de manière à ce que tous les élèves donnent une solution à au moins deux problèmes. Lors d'une deuxième séance, les élèves retrouvent les trois problèmes avec les consignes suivantes données en deux temps :

Consigne 1 : vous devez faire un schéma qui correspond à ce problème. Je ne vous demande que le schéma. Consigne 2 : Vous écrivez vos calculs et vous donnez la solution du problème en répondant à la question.

Le taux d'utilisation spontanée des schémas varie de 41% pour le problème 2, à 45% pour le problème 3 et à 62% pour le problème 1. Les utilisateurs de schémas ont un taux de réussite supérieur à 50%. Pour le premier énoncé, lors de la première séance, tous les résultats corrects proviennent de schéma.

Le taux de réussite aux différents problèmes augmente certes lorsqu'on impose l'usage du schéma, mais pas de manière significative. Il semble que l'utilisation forcée du schéma dans la deuxième séance n'est pas très efficace pour les élèves qui ne l'avaient pas utilisé dans un premier temps. Ces élèves n'en perçoivent peut-être pas encore l'intérêt ou ne maîtrisent pas encore l'utilisation. Notons que plus d'un tiers des élèves ne réussit pas les problèmes 2 et 3, tandis que 6 élèves sur 29 sont en échec sur le problème 1 à la fin de la deuxième séance.

Conclusion

Cette expérimentation en CE1 nous conforte dans l'intégration des schémas dans l'apprentissage de la résolution de problèmes. Dès le début de l'année, le schéma va acquérir très vite un statut dans la classe et il est un outil à la disposition des élèves et de la maîtresse. Mais plusieurs rapports au schéma se mettent en place :

- Des élèves ne l'utilisent pas spontanément, même s'ils ont des difficultés sur certains problèmes.
- Certains élèves qui n'ont pas de difficulté sur les problèmes élémentaires n'en voient pas l'utilité et peuvent même le rejeter. Ils le réalisent souvent après résolution s'il est imposé. Ils auront cependant recours au schéma pour des énoncés plus complexes.
- Pour d'autres élèves, le schéma constitue une aide à la compréhension des énoncés dès le début d'apprentissage, il est ensuite rapidement abandonné pour résoudre des problèmes simples, mais réapparaît pour des problèmes complexes ou difficiles.
- Enfin, le schéma peut constituer le facteur déclenchant de la compréhension d'un problème. Il aide à donner un sens à l'énoncé, permet de relier les données entre elles et avec l'inconnue. Il aide à l'écriture d'une solution du problème.

On peut craindre que le schéma constitue pour des élèves une étape supplémentaire avec ses propres difficultés sans apporter une aide importante. Pour limiter ce risque, l'enseignant doit en tenir compte dans sa stratégie :

- Il faut partir des schémas individuels qui seront modifiés collectivement, le schéma de classe officialisé sera réellement une production de la classe ;
- Les schémas officialisés en classe seront concis, peu coûteux en écriture ;
- Les schémas deviendront rapidement facultatifs et doivent apparaître comme un outil que les élèves mobilisent ou non selon leurs besoins et les problèmes.

Ce processus d'apprentissage de la schématisation a été poursuivi dans toutes les classes des membres de notre groupe du CE1 au CM2. Cette continuité est un des facteurs de la réussite de cet apprentissage. Mais, l'intégration du schéma comme aide à la résolution de problèmes, comme la plupart des outils mathématiques, a un certain prix en termes d'apprentissage et d'enseignement.

Bibliographie :

DUVAL R., 1993, *Registres de Représentation sémiotique et Fonctionnement cognitif de la Pensée*, Annales de didactique et de Sciences Cognitives, Volume 5, IREM de Strasbourg.

ERMEL, 1993, *Apprentissages Numériques CE1*, INPR, Paris.

EHRLICH S., 1990, *Sémantique et Mathématique*, Nathan, Paris.

VERGNAUD G.,1991, *La théorie des champs conceptuels*, RDM Volume 10/2.3, La pensée Sauvage, Grenoble.

INTRODUCTION DU SYMBOLISME À LA FIN DE L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE ET AU DÉBUT DU COLLÈGE

Denis Butlen - Alain Descaves

RÉSUMÉ : L'atelier s'est déroulé en deux temps.

Au cours de la première partie, Alain Descaves a abordé la nécessité de prendre en compte, dès l'école élémentaire, la réalité d'une démarche algébrisante dans l'apprentissage de la résolution des problèmes numériques. Construire la représentation du problème et calculer la solution sont deux phases de la résolution, certes en interaction, mais qui ne mettent pas en jeu les mêmes processus mentaux : processus de catégorisation d'une part et processus calculatoires d'autre part, s'organisent dans des réseaux de significations différents, et la résolution d'un problème numérique nécessite en général des « basculements » mentaux d'un système à l'autre.

Certains registres sémiotiques (écritures mathématiques en ligne dans lesquelles la lettre x représente ce que l'on cherche dans le problème, schémas logiques reliant addition et soustraction, multiplication et division, etc.) fonctionnent comme des interfaces qui peuvent être interprétées tour à tour comme des modélisations des situations ou comme des supports permettant des transformations symboliques du problème.

Utilisés comme outils d'explicitation et de validation des opérations, des techniques, des procédés ou des procédures de calcul mobilisés pour résoudre les problèmes numériques, ces registres constituent pour les élèves des aides à la diversification des méthodes de résolution, ainsi qu'à l'acquisition de procédures expertes : ils favorisent les « mises en résonance » et les « basculements » de significations d'un système à l'autre.

En conclusion, la conjonction de trois types de tâches améliore de manière très significative la résolution des problèmes numériques chez une grande majorité d'élèves :

- l'entraînement régulier à l'utilisation de différents procédés de calcul fondés sur différentes significations des opérations ;
- l'acquisition d'automatismes dans la production de relations numériques ;
- l'entraînement à l'explicitation et à la validation du choix des opérations, des procédés et des procédures de calcul employés lors de résolutions de problèmes, dans des registres d'écritures spécifiques.

Au cours de la seconde partie, Denis Butlen a soutenu la thèse que l'exercice régulier du calcul mental et de la résolution mentale de problèmes simples améliorent la résolution de problèmes. D'autre part, la métacognition différée, qui permet un certain degré de formalisme (production par les élèves de textes écrits reformulant de manière différée les savoirs abordés), influence le processus de conceptualisation.

Cette seconde partie ayant également donné lieu à une communication (Denis Butlen et Monique Pézard), nous renvoyons le lecteur au texte qui en rend compte.

Le présent texte reprend donc les thèses développées lors de la première partie de l'atelier, et les complète très largement en tenant compte des questions posées par les participants.

I. DE LA NÉCESSITÉ THÉORIQUE DE PRENDRE EN COMPTE PLUSIEURS SYSTÈMES DE REPRÉSENTATION ET DE TRAITEMENT DANS LA RÉSOLUTION DES PROBLÈMES NUMÉRIQUES.

I.1 Quelques exemples dans le champ conceptuel des situations additives (problèmes ternaires).

I.1.1 Soit l'énoncé de problème suivant :

(P1) « Paul avait 105F dans son porte-monnaie. Il a dépensé 99F. Quelle somme d'argent a-t-il maintenant dans son porte-monnaie ? ».

La lecture de cet énoncé déclenche une représentation iconique immédiate (représentation gestaltique dynamique déclenchée par le verbe « dépenser ») : on retire une quantité à un tout initial, ce tout diminue. À une représentation cognitive de type linguistique correspond une représentation cognitive de type iconique.

Suite à l'apprentissage mathématique, mais aussi à l'apprentissage linguistique, l'élève fait correspondre à cette image, du côté de la représentation linguistique l'occurrence orale « moins », et du côté de la représentation mathématique écrite le signifiant « - » (symbole mathématique).

L'écriture « 105 - 99 = ? (l'argent restant)» et son oralisation sont donc en rapport de mimesis (et chronologique) avec la représentation iconique de la situation.

Le travail mental conduisant à cette formulation mathématique consiste à mettre en correspondance différentes représentations cognitives (linguistiques, iconiques, mathématiques), sans qu'aucun traitement sur les représentations n'intervienne véritablement.

La suite de la résolution du problème, c'est-à-dire le calcul de la solution, dépend bien sûr des savoirs acquis et des connaissances mobilisables par l'élève, et il est de fait impossible d'établir une liste exhaustive des possibilités.

Voici quelques possibilités a priori, donc « théoriques », choisies pour les besoins de l'exposé, mais qui trouveraient sans nul doute leur instanciation dans des résolutions effectives.

(C1.1). Exemple d'une procédure de calcul fondée sur un rapport de mimesis avec la représentation mentale iconique (signification « enlever », « retirer ») de la situation et sur des savoirs et des connaissances liés à la numération décimale et à la monnaie. L'élève représente la somme initiale par des pièces de monnaie, puis il barre la somme de 99F pour obtenir ce qui reste. ~~50~~ ~~10~~ ~~10~~ ~~10~~ ~~10~~ ~~5~~ 5 ~~1~~ ~~1~~ ~~1~~ ~~1~~ 1

(Exemple d'une procédure très réussie !)

(C1.2). Exemple d'une procédure de calcul fondée sur l'utilisation d'un procédé de calcul en rapport de mimesis (analogique) avec le représentation iconique.

Par exemple un calcul en « reculant » sur une droite numérique (l'élève sait que retirer correspond à reculer sur la droite numérique).

$$6 \xleftarrow{-4} 10 \xleftarrow{-5} 15 \xleftarrow{-10} 25 \xleftarrow{-10} 35 \xleftarrow{-10} 45 \xleftarrow{-10} 55 \xleftarrow{-10} 65 \xleftarrow{-10} 75 \xleftarrow{-10} 85 \xleftarrow{-10} 95 \xleftarrow{-10} 105$$

(N'en déplaise à ceux qui voudraient exclure du champ des possibilités du calcul, les procédures fondées sur le surcomptage ou le décomptage, le « calcul en reculant » d'une soustraction peut effectivement s'exécuter en reculant sur une droite numérique !).

Le contrôle du déroulement de ce procédé nécessite une connaissance concernant la composition de transformations : la somme des « transformations négatives » doit être égale à 99.

(C1.3). Exemple d'une procédure de calcul fondée sur un « basculement » de signification dans le système « arithmétique » de représentation et de traitement.

Par exemple pour calculer 105 - 99, on cherche « combien il y a pour aller de 99 à 105 » :

« de 99 à 100, 1 ; de 100 à 105, 5 ; 5 et 1, 6 ; 105-99 = 6 ».

L'utilisation de cette procédure nécessite un savoir : « retirer un nombre à un autre équivaut à trouver le nombre qu'il faut ajouter au premier pour obtenir le second ».

Si ces deux traitements arithmétiques du problème sont équivalents du point de vue du résultat il ne le sont pas du point de vue de la représentation : impossible de « voir » clairement et simultanément (du point de vue de la représentation iconique) l'équivalence de ces gestalts dynamiques. Le passage de l'un à l'autre nécessite un basculement d'une signification à l'autre.

(C1.4). Exemple d'une procédure de calcul fondée sur une transformation préalable opérant sur la représentation iconique du problème.

Par exemple : Si l'on rajoute ce que l'on a dépensé à ce qui reste, on obtient ce que l'on avait au départ. Donc « ce qu'il reste plus 99F égale 105F ; il faut ajouter 6F à 99F pour obtenir les 105F de départ ; donc il reste 6F ».

La mise en œuvre de cette procédure nécessite entre autres la maîtrise de la réciprocité des actions « retirer » et « ajouter » et aussi la connaissance implicite de la commutativité de l'ajout : « le reste plus 99F » équivaut à « 99F plus le reste » (la « transformation » devient « état »).

(C1.5). Exemple d'une procédure de calcul fondée sur des transformations opérant sur la représentation arithmétique du problème.

Par exemple : Retirer 99, c'est la même chose que retirer 100 puis ajouter 1. Donc 105 moins 100, 5 ; 5 plus 1, 6 ; 105 moins 99 égale 6.

La mise en œuvre de cette procédure nécessite des connaissances sur la composition de transformations de sens opposés (plus exactement la transformation d'une transformation négative en une composition de deux transformations de sens opposés).

(C1.6). Exemple d'une procédure de calcul fondée sur des traitements opérant sur la signification « écart » (et / ou « différence de deux nombres ») de 105 - 99, au sein du système de représentation et de traitement arithmétique.

L'élève procède à un « basculement » de signification dans le système de représentation arithmétique : calculer 105 - 99 c'est calculer la différence entre 105 et 99 (basculement de la signification « calcul d'un retrait » à la signification « calcul d'une différence / écart »). Puis l'élève remplace le calcul de la différence 105-99 par celui d'une différence équivalente mais plus facile à calculer, 106-100, en ajoutant 1 aux deux termes de la différence.

La mise en œuvre de cette procédure s'appuie sur les savoirs suivants :
1) ce qui reste lorsqu'on retire le plus petit nombre au plus grand, c'est la différence ;
2) on ne change pas une différence si l'on ajoute un même nombre aux deux nombres.
Ces connaissances ne sont mobilisables que si elles ont fait l'objet d'un apprentissage.
Dans cette procédure, on remplace, du côté de la représentation mathématique, un problème par un autre problème.

(C1.7). Exemple d'une procédure baptisée souvent « experte », ici à tort, qui met en œuvre l'effectuation d'une technique opératoire (à retenues).
Par exemple :

$$\begin{array}{r} 1\ {}^{1}0\ {}^{1}5 \\ -\ \ {}_{1}\,{}_{1}9\,9 \\ \hline 0\ 0\ 6 \end{array}$$

L'élève reconnaît dans cette situation de retrait la pertinence de l'utilisation de la technique opératoire de la soustraction pour calculer la solution. Mais dans ce cas, cette procédure n'est guère « économique ».

C'est, confronté trop régulièrement à de telles situations, que l'élève en déduira la signification pragmatique suivante de la résolution de problèmes : « résoudre un problème c'est faire une opération ».

En fait, le calcul expert nécessite l'habitude du calcul réfléchi, c'est-à-dire le choix d'un procédé de calcul adapté à la situation de calcul.

I.1.2 Soit l'énoncé :

(P2) « Un mercredi, la caissière d'une piscine a vendu 61 tickets d'entrées. 48 de ces tickets étaient pour des enfants ; les autres tickets étaient pour des adultes ».

La lecture de cet énoncé déclenche une représentation cognitive différente de celle du problème (P1) : il s'agit d'un « tout » composé de deux «parties » ; on « voit » (représentation cognitive iconique) une association de deux parties dans un même tout ; on connaît la mesure du « tout » et la mesure d'une des parties. Cette représentation iconique a plutôt pour effet de déclencher, du côté de la représentation du calcul de la solution et dans un rapport d'analogie de la « dynamisation » de l'addition, le calcul du complément de 48 à 61. Le déclenchement d'une soustraction (effectuation de la technique) nécessite, soit un basculement de signification à l'intérieur du système de représentation arithmétique, soit une transformation préalable opérant sur la représentation iconique du problème.

(C2.1) Exemple de procédures de calcul en rapport d'analogie avec la représentation iconique immédiate de la situation.

Dans un rapport de mimesis, la représentation de la situation dans le système arithmétique « écriture en ligne » et le système « oralisé » correspondant est du type :

48 + ? = 61 (les tickets enfants plus les tickets adultes égalent les tickets qu'il y a en tout).

a) L'élève peut déclencher un calcul dynamique de type « surcomptage » : « de 48 pour aller à 61 » ; par exemple « de 48 pour aller à 50, 2, de 50 pour aller à 61, 11, 2 et 11, 13 », soit 13 tickets adultes.

Cette procédure de calcul nécessite d'abord de « dynamiser » la signification du signe « + » (passage d'une signification statique de type structurale correspondant à l'association des deux « touts », à la signification dynamique « ajouter »). Elle nécessite d'autre part des connaissances sur la composition de transformations : le complément équivaut à la somme des transformations positives qui permettent de passer de l'état initial 48 à l'état final 61 ; le résultat cherché ne correspond pas au résultat d'une opération posée. Cette procédure économique, à condition bien sûr que l'élève dispose de ces connaissances, est fondée sur une signification analogiquement proche du « surcomptage » : insistons, cette dimension du calcul ne peut être exclue de l'apprentissage !

b) L'élève peut traduire la situation par une opération à trou disposée en colonne :

$$\begin{array}{r} 4\ 8 \\ + \\ \hline 6\ 1 \end{array}$$

Résoudre le problème consiste alors à se replacer dans le cadre de la technique opératoire de l'addition (avec notamment le traitement de la retenue).

(C2.2) Exemple d'une procédure de calcul fondée sur un « basculement » de signification dans le système « arithmétique » de représentation et de traitement.

Du côté de la représentation arithmétique et dans un rapport d'analogie, la représentation iconique de la situation favorise l'addition.

Le basculement d'une « addition à trou » à une soustraction peut s'effectuer soit par l'acquisition d'un automatisme (effet de l'apprentissage), soit parce qu'intuitivement l'élève reconnaît une situation de type « additif » (l'élève sait qu'une situation additive ne peut mettre en jeu que l'addition ou la soustraction) et qu'il exclut l'addition 48 + 61, parce que l'interprétation de son résultat du côté de la situation aboutit à une non pertinence (il ne peut y avoir plus de tickets adultes que de tickets en tout).

(C2.3) Exemple fondé sur un traitement arithmétique opérant sur la signification « écart ».

L'élève mobilise la signification « écart » : le nombre qu'il faut ajouter à 48 pour obtenir 61 équivaut à rechercher l'écart entre les deux nombres. Puis il réinvestit un savoir : on ne change pas un écart si l'on ajoute un même nombre aux deux bornes de l'écart.

« De 48 pour aller à 61 », c'est le même nombre que « pour aller de 50 à 63 », c'est-à-dire 13.

Cette procédure, peu probable sans effet d'apprentissage, notamment avec les nombres de cet énoncé, devient toutefois possible si l'élève a une habitude du calcul par conservation de l'écart. Cette habitude augmenterait d'ailleurs la possibilité de prélèvement de la signification « écart » à partir de la lecture de l'énoncé.

Les significations attachées aux procédés de calcul employés couramment peuvent être réinvesties dans la construction de la représentation des problèmes.

I.1.3 Soit un dernier énoncé :

(P3) « Marie fait des courses. Elle dépense 150F. Il lui reste alors 200F dans son porte-monnaie. Combien d'argent avait-elle dans son porte-monnaie avant d'effectuer ces courses.»

La représentation cognitive iconique de cette situation est celle d'une diminution (un tout qui diminue suite à un retrait). Mais cette fois c'est l'état initial qui manque et qui constitue l'inconnue du problème.

On sait que ce problème est difficile à résoudre. Si l'élève prélève la signification « retirer » associée au verbe « dépenser » (mot « inducteur ») et s'il cherche à effectuer une opération avec les deux nombres de l'énoncé, il peut effectuer la soustraction 200 - 150 et prendre le résultat de cette opération pour solution. S'il ne contrôle pas la pertinence de ce résultat avec la situation, une solution égale à 50F ne le perturbera pas.

Une procédure économique nécessite en fait la maîtrise d'une relation logique entre soustraction et addition.

(C3.1) Exemple d'une procédure de calcul fondé sur une transformation préalable opérant sur une représentation mimétique de la situation.

Pour obtenir la somme d'argent qu'avait Marie avant d'effectuer les courses, il est possible de transformer la situation en imaginant ce que Marie aurait conservé si elle n'avait pas dépensé les 150F. Dans ce cas, elle disposerait encore de 200F plus 150F, c'est-à-dire de 350F. Marie avait donc 350F dans son porte-monnaie. Cette procédure est fondée sur la réversibilité pragmatique du retrait et de l'ajout. Pour résoudre le problème on change la situation.

(C3.2) Exemple d'une procédure de calcul fondé sur des traitements opérant sur un système de représentation schématique du problème.

Le problème peut être représenté par le schéma logique suivant :

$$\boxed{?} \quad \underset{+150}{\overset{-150}{\rightleftarrows}} \quad \boxed{200}$$

La solution du problème s'obtient en effectuant l'addition 200 + 150. Ce schéma est une sorte d'interface entre la représentation de la situation et la représentation du calcul ; il permet de penser la réciprocité de la soustraction et de l'addition au sein du système arithmétique, aussi bien que la réversibilité du retrait et de l'ajout au sein du système de représentation iconique. Son utilisation par l'élève est un effet d'apprentissage, mais un tel schéma peut également permettre de donner du sens au problème résolu par une autre procédure.

Le calcul de la solution sous la forme 200 + 150 peut être issu d'une transformation préalable de la représentation mentale iconique, ou d'une transformation de la représentation mathématique.

(C3.3) Exemple d'une procédure de calcul fondée sur la reconnaissance d'une situation additive.

L'élève peut reconnaître une situation de type additif à partir d'une signification induite par le verbe « dépenser ». À partir de la connaissance implicite ou explicite qu'une situation additive de ce type ne peut mettre en jeu qu'une addition ou une soustraction, l'élève peut rejeter la soustraction 200 - 150, car son résultat n'est pas pertinent par rapport à la situation (on ne peut avoir moins d'argent avant qu'après la dépense), et effectuer l'addition 200 + 150, sans forcément comprendre la signification de cette opération dans la résolution du problème.

Une fois la solution trouvée (350F), l'élève peut alors la valider en calculant « 350-150 = 200 » dans un rapport de mimesis avec la situation et finalement lui donner sens (c'est-à-dire une cohérence).

Il ne s'agit pas, dans le cadre de cet atelier, d'analyser les différences multiples qu'apporterait la modification des variables didactiques du problème (taille des nombres, particularités des nombres dans le système décimal de numération, relations entre les nombres, etc.), mais de fournir les grandes lignes d'une analyse du système mental de représentation et de traitement qui fonctionne dans la résolution des problèmes numériques et d'en tirer les conséquences pour l'organisation des apprentissages.

I.2 Première conséquence de l'analyse de ces exemples : plusieurs systèmes cognitifs de représentation et de traitement coopèrent dans la résolution des problèmes numériques.

1. Ces systèmes sont pour beaucoup d'entre eux fondés sur la production et l'interprétation de formulations dans des registres sémiotiques variés (systèmes symboliques signifiants tels que la langue orale et écrite, divers registres d'écritures, schémas, dessins, etc.).
Citons les principaux d'entre eux :

- un système cognitif iconique de représentation et de traitement fondé sur des gestalts plus dynamiques que statiques (processus décrits par des images mentales topologiques dynamiques), qui opèrent en relation avec le système linguistique, mais également avec les différents registres sémiotiques qui participent au langage mathématique : par exemple le verbe « ajouter » correspond à l'augmentation d'un « tout » et le verbe « réunir » correspond à l'association de deux « touts » ; mais ce système permet également de reconnaître et de produire des formes signifiantes liées aux différents registres écrits (la configuration d'écriture $3+4 = 7$ n'est pas perçue par un élève de CP comme équivalente à la configuration $7 = 3 + 4$, elle est plus prégnante)) ;

- un système cognitif de représentation et de traitement de type linguistique, fort complexe, lié aussi bien à la langue orale qu'à la langue écrite ; ce système intervient dans la lecture / compréhension des énoncés de problèmes, le contrôle de l'activité mathématique, l'activité argumentative, etc. ; mais il intervient également dans le cadre de l'oralisation des écritures mathématiques ; ces écritures « se disent » et la langue intervient comme système de contrôle de l'activité mathématique ;

- des systèmes cognitifs de représentation et de traitement liés aux activités de production et de compréhension de registres et sous-registres plus spécifiquement mathématiques : symboles d'objets mathématiques, écritures mathématiques disposées en ligne ou en colonne, schémas divers, tableaux de correspondance, etc. ; ces registres explicitent différents aspects de l'information et permettent des traitements spécifiques à chacun d'entre eux :

par exemple le schéma logique $\boxed{} \underset{-a}{\overset{+a}{\rightleftarrows}} \boxed{}$ permet de symboliser la réciprocité de l'addition et de la soustraction ; leur utilisation dépend bien évidemment de l'apprentissage scolaire et de la fonction que l'enseignant souhaite leur voir assignée dans l'activité mathématique des élèves.

2) Résoudre un problème numérique consiste à parcourir un chemin cognitif à travers différents systèmes de représentation et de traitement, chemin d'autant plus riche qu'il peut s'appuyer sur la production d'écrits mathématiques, modifiant ainsi les possibilités cognitives de traitement (transformations, mises en correspondance, inférences).

Les exemples de résolution de problèmes numériques décrits en I.1 montrent que la représentation de la procédure de calcul est très souvent en rupture avec la représentation iconique immédiate du problème (elles ne sont pas en rapport de mimesis).

La construction de la procédure de calcul peut passer entre autres :

- par une transformation préalable de la représentation immédiate de la situation perçue par lecture de l'énoncé (pour résoudre le problème on change la situation) (ex.C1.4) ;
- par un « basculement de signification » dans le système arithmétique de représentation et de traitement, après traduction mathématique de la situation (pour résoudre le problème on change la signification de l'opération) (C2.2) ;
- par des transformations opérant sur des écritures mathématiques (pour résoudre le problème on utilise des règles de transformation inhérentes à un procédé de calcul) (ex.C2.3) ;
- par des transformations opérant sur une représentation schématique du problème (on remplace le problème par un problème équivalent au sein du système de représentation mathématique) (ex.C3.2) ;
- par le contrôle de la plausibilité du résultat (dans une structure de sens, par exemple les situations additives, on effectue une opération plutôt qu'une autre, car l'une n'est pas possible) ;
- et bien sûr par des combinaisons de ces différents modes de résolution.

L'expertise nécessite également la mise en œuvre de procédures de vérification et de contrôle.

3) Comme le souligne R.Duval, « faire de mathématiques » consiste bien :

- à créer des représentations dans des registres sémiotiques ;
- à mettre en correspondance différents registres ;
- à mettre en œuvre des règles de traitement opérant sur chacun de ces registres.

II. DE LA NÉCESSITÉ D'UNE DÉMARCHE ALGÉBRISANTE POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES NUMÉRIQUES À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE.

II.1 Deuxième conséquence découlant de l'analyse des exemples : la démarche algébrisante doit être prise en compte dans l'apprentissage de la résolution des problèmes numériques, dès l'école élémentaire.

L'analyse des exemples du I.1 conduit à cette nécessité. En effet, résoudre un problème consiste d'abord à se le représenter dans le cadre d'un système cognitif iconique de représentation et de traitement, ainsi que dans un ou plusieurs registres du langage mathématique. La représentation mathématique du problème est souvent en rapport de mimesis (analogique) avec la représentation iconique immédiate, mais la construction de la procédure de calcul peut être en rupture avec cette représentation première. Une démarche algébrisante apparaît dès lors que la construction de la procédure de calcul nécessite un « basculement de signification » dans le cadre du système de représentation et de traitement mathématique (par exemple le « calcul en avançant » d'une soustraction), ou bien une transformation du problème par un problème mathématique équivalent qui n'est plus dans un rapport de modélisation directe avec la situation de départ (par exemple recherche de l'état initial d'une transformation négative lorsque l'on connaît l'état final et la transformation).

L'apprentissage de la résolution des problèmes numériques simples nécessite donc que l'on prenne en compte deux phases de la résolution (même si elles sont en interaction et même indissociables) :

- un apprentissage à la représentation des problèmes dans différents registres (écritures en ligne notamment) ;
- un apprentissage à la construction de procédures de calcul adaptées à la recherche du nombre inconnu, en rapport d'analogie ou non avec la représentation du problème.

II.2 Troisième conséquence : les « gestes mentaux » de R. Brissiaud, cas particuliers et réducteurs de la démarche algébrisante.

1) Nature des gestes mentaux dans la méthode d'apprentissage de R.Brissiaud.

Lorsque R.Brissiaud fonde son apprentissage de la résolution des problèmes numériques sur l'opposition existant entre l'économie de la représentation et l'économie de la résolution numérique, il pressent l'importance de l'apprentissage d'une démarche algébrisante, mais en le réduisant à l'intériorisation de quelques automatismes.

Citons trois problèmes qui correspondent à cette opposition.

(1) « Paul a 7 billes. Pierre a 65 billes. Combien Pierre a-t-il de billes en plus que Paul ? ».

La représentation du calcul en rapport d'analogie avec la représentation de la situation correspond plutôt à une addition à trou, alors que la technique opératoire qui permet de résoudre le problème est une soustraction.

R.Brissiaud parle de deux « gestes mentaux » pour la soustraction : le calcul « en avançant » et le calcul « en reculant ».

(2) « Une secrétaire achète 125 sachets de 3 timbres. Combien a-t-elle acheté de timbres ? »

La représentation du problème correspond à « 125 fois 3 », mais il est plus aisé de se représenter le calcul sous la forme « 3 fois 125 » ; or « 3 fois 125 » ne correspond pas à une modélisation directe du problème.

(3) « 105 pièces d'or sont partagées équitablement entre 25 pirates ».

La représentation du problème est celle d'un partage en 25 parts, mais il est plus aisé de rechercher le plus grand nombre de fois que l'on a 25 dans 105 (cette représentation du calcul n'est pas en rapport analogique avec la représentation iconique du problème).

Division partage et division groupement (partition ou quotition selon G.Vergnaud) correspondent pour R. Brissiaud « aux deux gestes mentaux d'une division ».

En fait, ces exemples s'inscrivent uniquement dans un des cas étudiés précédemment : celui où la procédure de calcul passe par un « basculement de signification » dans le système arithmétique de représentation et de traitement. Or le propre d'un « basculement de signification » est de ne pas avoir de sens, c'est-à-dire de cohérence : on bascule d'une signification à l'autre, on voit l'une ou l'autre des significations mais pas les deux à la fois. On peut prendre pour phénomène analogue, la vision alternative de deux cubes à partir d'une perspective cavalière (l'un a la face du dessus visible, et l'autre, celle du dessous) : on ne peut voir les deux cubes en même temps et le passage d'une vision à l'autre échappe à toute cohérence immédiate.

Un bon dispositif d'apprentissage doit donc (à plus ou moins long terme) permettre à l'élève de donner raison à ces « basculements de significations », en les intégrant dans des structures de sens. Le renforcement systématique et limitatif de quelques « basculements de significations » privilégiés éloigne au contraire les élèves de la constitution de ces structures de sens.

R.Brissiaud parle de l'équivalence des deux gestes mentaux d'une soustraction, le calcul en reculant et le calcul en avançant. En fait, du côté de la représentation iconique, il est impossible de parler d'équivalence entre les représentations immédiates de deux situations aussi dissemblables que celle d'un retrait et celle d'un ajout (cf. problème P1). Pour penser la résolution d'un problème lié à une situation de retrait en terme d'addition, il faut penser un basculement de signification à l'intérieur du système arithmétique de représentation et de traitement (cf.C1.3), ou bien transformer la représentation iconique du problème (on imagine la réversibilité du retrait, c'est-à-dire une nouvelle situation) (cf.C1.4). Dans les deux cas les deux « gestes mentaux » ne sont pas équivalents ; ce sont les résultats de ces calculs qui le sont. L'équivalence est en fait formelle : $(a - b = d) \Leftrightarrow (a = b + d)$ grâce aux règles de l'algèbre et non grâce aux gestes mentaux(!). Le seul geste mental qui peut permettre d'approcher cette équivalence est celui de la réversibilité des opérations (arithmétiques ou iconiques, c'est-à-dire formelles ou concrètes) :

$$\begin{tikzcd} a \arrow[r, bend left, "-b"] & d \arrow[l, bend left, "+b"] \end{tikzcd}$$

Ce geste mental est d'ordre logique : il assure une cohérence entre les deux gestes mentaux retrait et ajout et non leur équivalence. Mais ce geste mental n'est pas travaillé dans la méthode de R.Brissiaud . Le concept d'équivalence a besoin de la logique pour exister et la notion de cohérence nécessite la mise en œuvre d'opérations logiques (les rénovateurs de l'enseignement des maths de 1970 n'avaient pas complètement tort ; rappelons toutefois que la logique formelle trouve bien sa source dans la logique des actions, Piaget lui non plus n'est pas tout à fait mort !).

Au CE1, R.Brissiaud provoque chez l'élève le calcul en avançant d'une soustraction lorsque les deux nombres sont proches (31-29 par exemple). En fait cette «pseudo-équivalence » n'est pas exploitée par la suite pour développer les possibilités de calcul d'une soustraction en avançant (crainte du surcomptage oblige !), mais bien plutôt pour déclencher de manière automatique la mobilisation de la technique opératoire de la soustraction dans le cas ou l'on recherche un complément. D'autre part, le lien logique entre addition et soustraction n'est pas travaillé : les situations où l'addition et la soustraction sont conçues comme des «transformations» sont d'ailleurs peu nombreuses.

En relevant les problèmes de type additif donnés à résoudre à l'élève dans le fichier « J'apprends les maths (CE2)» (35 environ) on trouve :

- 6 problèmes correspondant à la recherche d'une partie dans une association de deux parties d'un même tout (composition de deux états) :

$$\left.\begin{array}{l} a \\ x \end{array}\right\} b$$

2 problèmes du type « si on a « a », combien manque-t-il pour avoir « b » ?» ;

- 12 problèmes correspondant à la recherche de la « comparaison » dans une situation de type comparaison de deux états : 11 problèmes correspondant à la question « combien de plus ? » et 1 seul problème correspondant à la question « combien de moins ? » ;
- 2 problèmes correspondant à l'égalisation : « combien faut-il ajouter à a pour avoir b ? » ;
- 2 problèmes de calcul d'une différence ;
- 3 problèmes correspondant à la recherche de la transformation positive dans un problème du type état-transformation-état (combien a-t-il gagné ?).

Soit, sur 35 problèmes, 27 problèmes (≈ 77%) modélisables, dans un rapport de mimesis, par une écriture du type a + x = b.

La finalité de cet apprentissage est claire : rendre automatique la pensée d'une soustraction (en fait, l'exécution de la technique opératoire de la soustraction), lorsque l'on recherche un complément dans une « addition à trou ».

Par contre on ne dénombre que 3 problèmes du type recherche de la transformation composée dans un problème du type composition de transformations, 1 problème du type recherche d'une transformation positive, 1 problème du type recherche d'une transformation négative et aucun problème du CE1 au CM1 du type recherche de l'état initial dans un problème du type état-transformation-état.

La conception pédagogique sous-jacente est bien celle qui prévalait de 1945 à 1970 : exercer l'élève à utiliser une technique opératoire en fonction de la reconnaissance d'un type de situation. L'expertise est confondue avec la capacité à associer immédiatement une technique opératoire à la question du problème, et ce malgré les déclarations préliminaires figurant dans les présentations du livre du maître « J'apprends les maths » (dans les problèmes proposés il n'y a pas par exemple de situation dans laquelle l'élève peut effectuer un calcul en avançant d'une soustraction lorsque la représentation immédiate est du type « retirer »).

Dans ce cadre pédagogique, résoudre un problème c'est effectuer une opération, et l'élève doit apprendre que la soustraction, c'est-à-dire la technique opératoire, est la réponse adaptée pour résoudre différents types de problèmes : lorsque l'on cherche le résultat d'un retrait, ou le complément d'un nombre à un autre, ou encore la différence entre deux nombres. À des représentations iconiques différentes (diminution d'un tout, partie d'un tout composé de deux parties, différence visualisée comme étant « ce qui dépasse »), on associe la même opération arithmétique.

Le type d'apprentissage sous-jacent à cette conception est béhavioriste (de type stimulus-réponse) et la répétition en est bien le moyen (cf. le nombre de problèmes du même type donnés à résoudre à l'élève).

Le mouvement qui avait amené la réforme des mathématiques dites modernes avait bien montré les insuffisances d'un apprentissage des mathématiques qui ne prenait pas en compte la construction de structures de sens. L'erreur des mathématiques modernes a certes été de vouloir enseigner les structures mathématiques avant même que l'élève ne se constitue une expérience mathématique (tout d'abord faite de la constitution de savoirs empiriques, sans raison véritable, se limitant aux situations observées, puis de la constitution de réseaux de significations partiellement cohérents et enfin de la fermeture de ces réseaux dans des structures de sens totalement cohérentes) : les structures mathématiques n'existent pas en soi, elles nécessitent l'activité d'un sujet constituant. Mais revenir à une conception réductrice de la conceptualisation mathématique reste encore aujourd'hui sans issue si l'on veut que les élèves accèdent à une activité mathématisante riche, qui ne se limite pas à l'utilisation d'outils propres à résoudre quelques problèmes-type.

Il est dangereux de redécouvrir les vertus uniques des conceptions pédagogiques d'avant 1970, sans également tirer profit d'une analyse des conceptions développées lors de la période des mathématiques modernes et en ignorant en outre les résultats récents des recherches en didactique des mathématiques.

2) L'économie de la représentation et l'économie du calcul dans la méthode d'apprentissage de R.Brissiaud. Le calcul réfléchi.

a) À propos de l'économie de la représentation.

Il paraît difficile de parler d'économie de la représentation de la situation.

En effet si l'on veut parler de la représentation immédiate de la situation, il est difficile de la considérer comme économique : elle apparaît à l'élève, elle est, c'est tout ! C'est le propre des significations immédiates (P.Gréco les appelaient des figures).

Si la représentation n'apparaît pas immédiatement, c'est-à-dire si elle n'est pas suffisante à la compréhension, l'élève doit la construire, ou tout au moins la découvrir, et ce processus individuel n'est pas forcément économique. L'économie nécessite qu'il y ait un choix possible. Si l'élève pouvait faire immédiatement ce choix, il aurait compris le problème.

Si l'on veut par contre adapter la représentation de la situation à l'économie du calcul, cela revient à transformer la représentation de la situation pour qu'elle soit calculable. Si on parvient à cette transformation, alors il n'y a plus d'opposition !

b) À propos de l'économie du calcul.

L'économie du calcul suppose un choix qui dépend des contraintes didactiques du mode de calcul imposé ou non par le maître et bien sûr des connaissances et des savoirs des élèves concernant l'utilisation de procédures, de procédés ou de techniques de calcul.

Citons quelques contraintes et leurs conséquences :

- l'élève doit effectuer le calcul à l'aide d'une calculatrice ; dans ce cas la solution doit correspondre au résultat de l'opération mise en œuvre (un basculement de signification dans le système de représentation et de traitement arithmétique peut s'imposer : pour calculer un complément on effectue une soustraction) et le choix n'existe pas ;
- l'élève doit utiliser une technique opératoire ; dans ce cas la solution doit correspondre au résultat de l'effectuation d'une technique opératoire, à moins que l'élève n'effectue une opération à trou ;
- l'élève doit effectuer le calcul de tête ; dans ce cas la contrainte consiste à pouvoir calculer sans perdre le fil des calculs intermédiaires (éviter toute « surcharge cognitive » !) et peut effectivement nécessiter un choix de procédés en fonction de la situation de calcul (des variables didactiques) ;
- l'élève doit calculer par écrit sans contrainte de temps ; dans ce cas l'élève utilisera la méthode qu'il considère comme la plus sûre et (ou) la plus habituelle (le calcul ne sera pas forcément le plus économique) ;
- l'élève doit calculer par écrit, mais le plus rapidement possible ; dans ce cas l'élève doit effectivement essayer de trouver un procédé de calcul économique.

En fait la notion d'économie du calcul dépend du moment de l'apprentissage, des procédés de calcul mobilisables par les élèves (procédés eux-mêmes dépendants des registres d'écritures travaillés lors de l'apprentissage), des propriétés des nombres, de leurs relations, etc.

Ce n'est pas cette économie du calcul qui est au centre de l'apprentissage proposé par R.Brissiaud. Sa méthode consiste à faire mobiliser la « bonne » technique opératoire, celle dont le résultat correspond à la solution du problème. En fait l'élève n'a pas le choix.

Si l'on appelle calcul réfléchi le choix d'un procédé adapté à la situation de calcul, la méthode de R.Brissiaud réduit ce type de calcul à deux cas : le choix de la technique de la soustraction plutôt qu'un calcul en avançant d'une soustraction, le choix de la technique opératoire de la division plutôt que la recherche du plus grand nombre de fois que l'on a b dans a.

R.Brissiaud affirme par ailleurs que la notion de calcul réfléchi est lié à la notion de conceptualisation.

3) Le concept dans la méthode d'apprentissage de R.Brissiaud.

Citons un passage de la présentation du manuel de l'élève CM1 « J'apprends les maths ».

« Construire le concept de division, avons-nous dit, c'est construire l'équivalence entre le « geste mental » du partage (division-partition) et celui du groupement (division-quotition). Certains problèmes aident au passage de l'un à l'autre. Ainsi, considérons le problème suivant :

Un chef de pirates partage équitablement 163 pièces d'or entre ses 25 hommes. Quel sera la part de chacun ?

Les enfants se représentent facilement une telle situation en s'imaginant le partage des pièces d'or décrit dans l'énoncé (division-partition). En revanche, la solution numérique s'obtient facilement en cherchant « en 163 combien de fois 25 ? » (division-quotition). Ce type de problème favorise donc le passage du « geste mental » de la partition à celui de la quotition et, partant, la construction de leur équivalence. Il favorise l'appropriation du concept arithmétique de division »

La conception du concept est ici fort réductrice et psychologisante. Le concept de division ne saurait se fonder sur l'équivalence entre deux gestes mentaux (qui comme nous l'avons vu ne sont pas équivalents !), pas plus que sur l'équivalence des résultats issus de deux procédures de calcul. La cohérence entre ces deux gestes mentaux peut être approchée par un lien logique : la réversibilité du partage en parts identiques et de la réunion de ces parts (mais que faire du reste ?), de la multiplication et de la division (mais dans ce cas quelle division, car la division euclidienne n'autorise pas vraiment cette réversibilité logique ?).

Nous avons défini pour notre part l'objet mathématique (le concept) comme un corrélat d'actes cognitifs qui agissent sur un donné perceptif, c'est-à-dire comme un principe de cohérence. Il n'existe donc pas un concept unique de division. Tout d'abord, existe une division (euclidienne) concrète : corrélat des actions concrètes de partage opérant sur des collections d'entités discrètes. Mais, le concept change de nature à partir du moment où l'on rend compte du résultat de ces actions de partage par des écritures mathématiques du type $a = b \times q + r$ avec $r < b$, etc.

Cette écriture mathématique modélise des situations de partage en parts égales, mais aussi des situations où l'on recherche « combien de parties de même mesure on a dans un tout ? ». Elle unifie des situations dont les représentations mentales iconiques sont différentes (gestalts dynamiques opposées). Cette écriture agit alors comme une interface. Elle modélise des situations, concrètes, mais elle permet également l'exercice de règles de transformations, d'inférence et de correspondance dans le cadre d'un système de représentation et de traitement mathématique (par exemple des procédures mettant en œuvre des additions réitérées, des soustractions réitérées, des encadrements de multiples, etc.). Ces règles peuvent encore trouver leurs « racines » du côté des transformations des situations concrètes, mais aucune des situations ne peut à elle seule rendre compte de toutes les règles qui agissent sur les écritures mathématiques. La possibilité d'utiliser différents registres sémiotiques d'écriture élargit encore la richesse et la cohérence de ces règles (tableaux de multiples, tableaux de correspondance, etc.). Le concept de division change bien alors de nature : il devient un corrélat des actes agissant sur un nouveau donné perceptif, les écritures mathématiques, donc un objet de deuxième niveau. Ce nouveau concept étant plus riche, il permet de donner du sens (c'est-à-dire une cohérence) aux situations qu'ils modélisent. Les situations apportent des significations au concept mathématique, mais le concept mathématique donne en retour du sens aux situations.

D'autre part un concept ne peut se construire sans ses rapports aux autres concepts. Les concepts se construisent mutuellement dans des champs conceptuels.

Une nouvelle division apparaît lorsque l'on postule que l'on peut aussi diviser le reste. Cette division nécessite la création de nouveaux nombres : les rationnels. À la différence de la division euclidienne qui correspond à la résolution d'une équation à deux inconnues dans N, cette nouvelle division est définie de $\mathbb{Q}\times\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{Q}$.

Lors de sa construction conceptuelle, elle se déclinera également à différents niveaux et tout d'abord à un niveau concret. Par exemple, il est possible de partager l'unité en parties équivalentes (situation modélisée par $1:3 = 1/3$), ou bien de représenter la valeur d'une part lorsque l'on partage quatre unités en trois parts égales (situation modélisable par $4:3 = 4/3 = 4\times 1/3$). À un premier niveau, le concept correspondra à un corrélat des actes de partage opérant sur un donné perceptif particulier (un donné perceptif continu, partageable grâce à la création de discontinuités).

La conceptualisation de cette division est évidemment indissociable de celle des concepts de fraction et de rationnel (nous ne pouvons développer ce point dans le cadre de cet article). L'élève sera alors amené à construire un objet de deuxième niveau à partir de la cohérence des actes opérant sur un nouveau donné perceptif : les écritures mathématiques produites. À titre d'exemple la conceptualisation de deuxième niveau de cette division trouvera une partie de sa cohérence dans le lien logique existant entre elle et la multiplication dans $\mathbb{Q}$.

Par exemple :

$$1 \underset{\times 3}{\overset{:3}{\rightleftarrows}} 1/3 \qquad\qquad 4 \underset{\times 3}{\overset{:3}{\rightleftarrows}} 4/3$$

ou dans un autre registre d'écriture, $1 : 3 = 1/3$ et $1/3 \times 3 = 1$, $4 : 3 = 4/3$ et $4/3 \times 3 = 4$.

Ainsi les concepts de différents niveaux se construisent-ils à travers les règles agissant sur des donnés perceptifs de plus en plus généraux qui se détachent progressivement des représentations cognitives iconiques qui représentent les actions concrètes matérielles. Les concepts mathématiques des degrés supérieurs se construisent à partir de règles conventionnelles et normatives de plus en plus cohérentes. Pour pouvoir comprendre et exercer ces règles sur des écritures mathématiques, il convient bien sûr de développer des systèmes de reconnaissance des formes d'écritures, c'est-à-dire des représentations iconiques qui leur sont liées.

Cette conception de la conceptualisation renforce l'idée de la nécessité d'une démarche algébrisante pour résoudre les problèmes : une situation modélisable au premier niveau d'un concept peut trouver sa solution dans l'exercice de règles opérant sur des écritures mathématiques, donc en mettant en jeu des principes de cohérence liés au concept de deuxième niveau ou plutôt dans le cadre d'un champ conceptuel de deuxième niveau.

La notion de concept mathématique est donc étroitement liée à la notion de cohérence des règles de traitement opérant sur les représentations. Un concept ne peut être défini uniquement à partir d'un simple « basculement de signification » qui par principe n'a pas de cohérence apparente.

4) Une démarche d'apprentissage réductrice.

Réduire dans chaque cas l'apprentissage de la conceptualisation de la soustraction, de la division et de la fraction à deux gestes mentaux (calcul en avançant et calcul en reculant d'une soustraction, division-partition et division-quotition, partition de la pluralité ou fractionnement de l'unité), conduit nécessairement à une méthode réductrice.

Ces exemples montrent la nécessité d'imaginer un processus d'apprentissage qui prend en compte la réalité d'une démarche algébrisante. Toutefois ce processus ne saurait se réduire à l'intériorisation de quelques automatismes liés à la pseudo-équivalence de gestes mentaux.

Que manque-t-il à la méthode d'apprentissage de R.Brissiaud pour qu'elle puisse prendre en compte chez l'élève cette dimension algébrisante ainsi qu'un développement progressif de la conceptualisation dans des champs conceptuels ?

Si nous revenons au champ conceptuel des situations additives il manque de notre point de vue :

- un travail sur la conception fonctionnelle de l'addition et de la soustraction (statut d'«opérateur», de transformation) ;

- un travail sur le lien logique existant entre transformation positive et transformation négative (réversibilité des opérations) ;

- un travail sur la cohérence des relations numériques (avec trois nombres dont l'un d'entre eux est la somme des deux autres on peut écrire trois égalités mettant en jeu l'addition et la soustraction ; cette cohérence n'est abordée par R.Brissiaud qu'au CM1 et de manière ponctuelle);

- un travail sur la mise en œuvre de règles de transformation, d'inférence et de correspondance opérant sur des registres d'écriture diversifiés (la pauvreté des registres d'écriture manipulables par les élèves est frappante, par contre les registres purement ostensifs (boîtes, valises, chariots, lignes brisées, barres, plaques, cubes, etc.), dont la fonction est de créer des images mentales, sont nombreux) ;

- un travail systématique de mise en œuvre d'une pluralité de procédés de calcul mettant en jeu plusieurs significations des opérations qui ne s'effacent pas au profit du seul emploi des techniques opératoires ;

- un travail sur la modélisation des situations par des écritures mathématiques (écritures en ligne, tableaux de nombres, etc.) et sur le caractère d'interfaces de ces écritures (qui peuvent être pensées à la fois dans le cadre du système de représentation des situations, mais aussi dans celui du système de représentation et de traitement arithmétique) ;

- un travail sur la résolution des problèmes additifs non limités à quelques catégories.

Ce qui assure, chez les élèves la cohérence et la longévité des apprentissages, c'est la construction de réseaux de significations qui s'organisent progressivement dans des structures de sens : c'est cette cohérence qui manquait dans la conception des apprentissages d'avant 1970, c'est cette cohérence qui manque dans la conception des apprentissages teintée de cognitivisme de R.Brissiaud.

La finalité de l'enseignement primaire d'après-guerre (l'apprentissage de techniques sociales de référence) pouvait justifier cette conception : l'enseignement des mathématiques étaient réservé aux élèves qui accédaient à la 6ème. Cette conception est aujourd'hui rétrograde. Tous les élèves font des mathématiques au collège : l'enseignement du calcul à l'école élémentaire ne peut être considéré comme auto-suffisant ; l'enseignement des mathématiques doit être pensé de la maternelle au lycée.

II.3 Quatrième conséquence : il n'existe pas de catégorisation globalisante des problèmes numériques (exemple de la catégorisation de G.Vergnaud).

1) Nature de la catégorisation des problèmes additifs par G.Vergnaud.

La catégorisation des problèmes additifs de G.Vergnaud s'inscrit dans le cadre d'une théorie des champs conceptuels qui est loin de réduire le concept à quelques automatismes. Quelle en est la nature ? C'est ce que nous tentons d'analyser maintenant dans le cadre de notre théorie des significations.

a) Soit l'énoncé suivant :

(P4) « Paul avait 5 billes avant de jouer. Il gagne 17 billes au cours de la partie. Combien a-t-il de billes maintenant ? »

Ce problème est du type État - Transformation - État dans la catégorisation de G.Vergnaud. Imaginons que ce problème soit donné à résoudre à des élèves de CP. La difficulté peut provenir du fait que la valeur de la transformation positive est plus grande que celle de l'état initial. Il est en effet plus facile d'ajouter 5 à 17, que d'ajouter 17 à 5, mais le fait que les deux opérations donne le même résultat ne peut être pensé du côté de la représentation iconique dans le cadre d'un tel problème E-T-E. L'expertise de la résolution du problème nécessite donc un basculement de significations du côté du système de représentation et de traitement arithmétique. Le savoir institutionnalisé de la commutativité de l'addition ou sa connaissance intuitive est nécessaire. Dans la situation E-T-E les deux nombres n'ont pas le même statut.

Pour un élève de CP les situations qui donnent une signification à la commutativité de l'addition sont plutôt du type composition de deux mesures (association de deux touts dans un même tout). En effet dans une telle situation les deux états 5 et 17 ont même statut. L'égalité $5 + 17 = 17 + 5$ modélise les deux manières statiques de penser l'association.

La résolution économique du problème (P1) comporte donc les phases suivantes :

- modélisation de la situation E-T-E par l'écriture (ou son oralisation) $5 + 17$ (à noter que l'écriture $5 + 17$ qui modélise la situation favorise une double interprétation : $+17$ peut représenté une transformation ou un état composé avec un autre) ;

- transformation de la transformation positive en une mesure d'un état (les deux nombres acquièrent le même statut) ou plutôt transformation de la relation E-T-E en une relation de type « composition de deux mesures » ;

- application d'une règle de transformation (la commutativité, qui tire sa signification de situations de type composition de deux mesures) $5 + 17 = 17 + 5$;

- dynamisation de l'état (de mesure 5) en une transformation, ou plutôt retransformation de la relation additive.

Bien sûr une fois intégré ce processus sera automatisé, mais bien des élèves continueront encore au CM à poser leur opération dans un rapport de mimesis avec la situation E-T-E, preuve que la difficulté existe.

La résolution de problèmes de type E-T-E peut donc nécessiter un basculement du côté des problèmes du type composition des mesures de deux états.

En fait on retrouve ici une conséquence de la nécessité d'une démarche algébrisante. Les écritures mathématiques (et leurs oralisations) interviennent comme des interfaces qui peuvent être pensées de plusieurs manières. L'écriture 5 + 17 modélise aussi bien des situations de type E-T-E que des situations du type composition de deux mesures. Mais 5 + 17 peut également être pensée du côté du système de représentation et de traitement arithmétique. L'application des règles qui constituent ce système peut alors autoriser le remplacement du problème par un autre problème équivalent au sens de l'algèbre (c'est-à-dire dont les solutions sont identiques).

La représentation immédiate du problème (P1) par une relation de type E-T-E (cf. la schématisation, à la fois chronologique et logique, proposé par G.Vergnaud), peut se révéler bloquante, si l'élève ne la transforme pas, puisqu'elle renforce le statut particulier de la transformation.

Par contre un schéma écrit de type «réversibilité des opérations» peut constituer une aide déterminante dans des problèmes de type E-T-E où l'on recherche l'état initial connaissant la transformation et l'état final (cf.P3). Dans ce cas on peut résoudre le problème en utilisant la transformation inverse (on change donc le problème).

Ce schéma agit donc comme une interface entre la représentation de la situation et la représentation du calcul. Il peut, par exemple, être envisagé comme un outil de contrôle qui donne du sens à la situation de calcul (le lien logique entre transformation positive et transformation négative apporte une cohérence, donc donne du sens).

La pragmatique de la résolution de problèmes de type E-T-E renforce donc l'apprentissage d'une démarche algébrisante.

Une distinction peut également être faite entre les problèmes de type E-T-E qui correspondent à l'augmentation ou à la diminution d'un tout et ceux qui correspondent à des « sauts » effectués sur une bande ou une droite numérique (par exemple avancer un jeton de 4 cases ou le reculer). Les représentations iconiques immédiates de ces situations ne sont pas de même nature. On sait qu'au CP une des difficultés consiste à concevoir que le nombre qui suit s'obtient en ajoutant 1. Là encore, les écritures mathématiques jouent un rôle d'interfaces et 4 + 1 peut tout aussi bien modéliser une situation d'ajout, qu'une situation de « sauts » (qui favorise une interprétation ordinale). On peut envisager une procédure de calcul de type surcomptage à partir d'une situation E-T-E, voire même à partir d'une situation de type composition de deux états. On peut envisager une procédure de calcul non liée au surcomptage à partir d'une situation de type « avancer sur une bande numérique », mais cela nécessite un basculement de signification. La démarche algébrisante est bien présente.

b) Soit l'énoncé suivant :

(P5) « Dans une classe il y a 13 filles et 12 garçons. Combien y a-t-il d'élèves ?»

Comme nous l'avons vu, ce problème est de type « composition de mesures » et la procédure de calcul nécessite la dynamisation du signe « + ». On obtient le nombre d'élèves en ajoutant le nombre de garçons au nombre de filles ou le nombre de filles au nombre de garçons. Cette résolution exige de considérer les filles et les garçons comme des élèves et de transformer ce problème en un problème E-T-E.

D'un point de vue général la représentation immédiate d'un problème de type composition de deux mesures est statique et il existe trois manières de la dynamiser : trois représentations iconiques peuvent donc être dégagées. On peut considérer que la mesure du tout est la somme des mesures des deux parties. On peut également considérer que si l'on retire une des parties au tout, on obtient l'autre partie. Dans ce cas on transforme la représentation statique en des représentations dynamiques de type E-T-E.

Des trois égalités qui modélisent ces trois dynamisations, on peut en tirer des relations numériques qui à leur tour permettront de penser les situations de manière plus riche. Ces relations peuvent être symbolisées par les écritures et le tableau suivant :

<table><tr><td colspan="2">25</td></tr><tr><td>13</td><td>12</td></tr></table>

$$13 + 12 = 25 \text{ ou } 12 + 13 = 25 \ ; \ 25 - 12 = 13 \ ; \ 25 - 13 = 12.$$

c) Soit le problème suivant :

(P6) « Paul a 15 billes. Il a 7 billes de plus que Pierre. Quel est le nombre de billes de Pierre ? »

La principale difficulté de compréhension de ce problème de type « relation de comparaison » (dans la catégorisation de G.Vergnaud) provient du fait que l'ordre de la langue est inverse de l'ordre de la mathématisation dans le langage mathématique. « Paul a 7 billes de plus que Pierre » doit être modélisé par

$$\text{nombre de billes de Pierre} \xrightarrow{+7} \text{nombre de billes de Paul (15)}$$

Une fois le problème représenté, la difficulté est identique à celle qui consiste à rechercher l'état initial connaissant la transformation et l'état final.

À la lecture du mot inducteur «plus » l'élève peut évidemment déclencher immédiatement une addition, bloquant toute construction de la représentation du problème.

d) Soit le problème suivant :

(P7) « Au cours de deux parties de billes Paul a gagné 3 billes, puis perdu 7 billes ».

La compréhension d'un tel problème nécessite un apprentissage concernant la composition des transformations (la composition d'une transformation positive avec une transformation négative peut être une transformation négative). La résolution de problèmes du type « composition de deux transformations » peut donc nécessiter des connaissances implicites concernant l'addition des entiers relatifs (la composition d'une transformation positive (+3) et d'une transformation négative (-7) équivaut à une transformation négative (-4). Par contre la composition de deux transformations positives peut être assimilée dans la représentation à une situation de type E-T-E.

La catégorisation des problèmes par G.Vergnaud permet de mettre de l'ordre dans leur diversité. Elle peut rendre des services à condition de ne pas la considérer comme exhaustive (voire totalisante). Les glissements d'une catégorie à l'autre sont fréquentes, car l'expertise de la résolution de problèmes permet de transformer un problème en un autre problème qui a la même solution, soit du côté de la représentation du problème, soit du côté de la représentation du calcul, ou même de faire percevoir une autre signification immédiate que la signification analogique.

La difficulté de catégorisation des problèmes provient du fait qu'il est difficile d'envisager une telle tâche sans prendre en compte le sujet (c'est-à-dire l'élève) qui résout le problème avec ses connaissances, ses savoirs et savoir-faire. Si l'on admet la réalité d'une démarche algébrisante dans la résolution des problèmes numériques, il est difficile d'envisager les transformations, les basculements de significations que l'élève peut mettre en œuvre. La démarche algébrisante à tendance à unifier les différentes catégories de problèmes.

Ainsi, l'analyse d'un problème doit-elle tenir compte des possibilités de représentations cognitives iconiques que sa compréhension peut déclencher, et notamment des significations immédiates (c'est à ce niveau que, par exemple, les problèmes de type E-T-E et de type composition de deux mesures sont perçus différemment), des possibilités potentielles plus ou moins importantes qu'offre la situation pour que le sujet puisse transformer la représentation cognitive immédiate, des possibilités de modélisation dont dispose l'élève dans un ou plusieurs registres sémiotiques, et bien sûr de ses capacités à mettre en œuvre des règles de transformation, d'inférence et de correspondance opérant sur ces registres.

L'analyse a priori d'un problème devrait donc également prendre en compte les connaissances de l'élève (y compris ses connaissances pragmatiques de la résolution), et par conséquent, l'apprentissage et son dispositif, mis en œuvre par le maître. Mais dans ce cas, le nombre de variables n'obligerait-il pas à renoncer à toute catégorisation !

Reste que cette catégorisation est intéressante, car elle se fonde sur des schématisations qui peuvent être considérées comme des interfaces entre les représentations iconiques gestaltiques immédiates et les représentations calculables. C'est pourquoi certains schémas cognitifs relationnels de G.Vergnaud ont pu trouver leur transposition pédagogique. Par exemple certains schémas (écrits) sont proposés comme des aides à la compréhension de problèmes de type E-T-E (il est vrai que les mêmes schémas peuvent également servir d'aide à des problèmes du type « relation de comparaison entre deux mesures»).

Cette catégorisation est intéressante pour l'enseignant qui peut repérer et contrôler la diversité des problèmes additifs qu'il donne à résoudre à ces élèves.

2) Les champs conceptuels chez G.Vergnaud.

G.Vergnaud considère le concept comme un triplet de trois ensembles : $C = (S, I, \mathcal{S})$.
S : l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept (la référence).
I : l'ensemble des situations sur lesquels repose l'opérationnalisation des schèmes (le signifié), un schème étant une organisation invariante de la conduite pour une classe de situations donnée.
$\mathcal{S}$: l'ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (la signifiant).

Ainsi G.Vergnaud ne réduit-il pas le concept à l'équivalence de « gestes mentaux » ! Et la conceptualisation dépend bien pour lui des formes langagières et non langagières qui participent à l'activité mathématique.

Toutefois, si nous reprenons notre propre définition, ce ne sont pas les formes langagières (disons les registres sémiotiques) qui représentent le concept, mais ce dernier est un principe de cohérence des règles qui agissent sur ces formes langagières : le concept n'existe pas sans le sujet et sans les donnés perceptifs sur lequel il agit !

Quant au concept, G.Vergnaud postule bien qu'il se définit dans un champ conceptuel qui met en jeu de multiples concepts.

La résolution des problèmes doit donc bien être pensée dans le cadre d'un champ conceptuel, par exemple, celui des problèmes additifs.

III. DE L'UTILITÉ DE POUVOIR NOMMER LE NOMBRE INCONNU D'UN PROBLÈME NUMÉRIQUE TERNAIRE : L'ALGÉBRISATION COMME AIDE À LA COMPRÉHENSION DES PROBLÈMES.

« Faire un problème, c'est faire une opération », telle est la représentation que les élèves se font trop souvent des résolutions. Cette représentation est une conséquence d'une pragmatique consistant à demander à l'élève l'opération (c'est-à-dire une technique opératoire) dont le résultat est la solution du problème. C'est dans cette perspective que se place la méthode d'apprentissage de R.Brissiaud, mais aussi la grande majorité des méthodes proposées par les manuels scolaires.

Dans un problème qui met en jeu trois nombres (deux nombres donnés dans l'énoncé et un nombre inconnu qui correspond à la solution), un des nombres, le nombre inconnu, n'a pas de nom. On ne peut le représenter que par un vide ou par une occurrence linguistique du type « le nombre de... ». Le fait de ne pouvoir nommer le nombre inconnu d'un problème numérique simple peut empêcher les élèves de modéliser ce dernier explicitement, c'est-à-dire d'établir une relation claire entre les trois nombres.

1) Plusieurs écritures mathématiques peuvent représenter un même problème.

Dans une classe de CE1-CE2, nous avons proposé la situation suivante :

(P8) « Au début d'une partie Steve a 132 billes. À la fin de la partie il a 94 billes ».

Après discussion les élèves décident de chercher le nombre de billes perdues..

Nous leur avons alors proposé, avant de calculer, de représenter le problème par une écriture mathématique en ligne, en nommant par « x » le nombre de billes perdues par Steve : cette possibilité de nommer par la lettre « x » le nombre inconnu d'un problème avait déjà été travaillé une fois au préalable.

Les élèves ont proposé les écritures suivantes. Quelques élèves (un cinquième environ) ont proposé des écritures non pertinentes :

$$x = 94 - 132 \text{ et } 132 + 94 = x.$$

Les autres élèves ont proposé (en pourcentages sensiblement identiques) les écritures suivantes :

$$x + 94 = 132\ ; \quad 132 - x = 94\ ; \quad 132 - 94 = x\ ; \quad 94 = 132 - x.$$

Lors d'une phase de validation, les élèves ont écarté les écritures non pertinentes :

- $x = 94 - 132$ est rejeté car on ne peut perdre plus de billes que l'on en avait ;

- $132 + 94 = x$ est rejeté car Steve a perdu des billes (il n'en a pas gagné, on ne peut écrire le signe « + »), mais aussi parce que cette somme est supérieur au nombre de billes qu'avait Steve au début de la partie.

Par contre les élèves ont conservé les quatre autres écritures, en ayant parfois du mal à justifier leur choix : certains élèves ont cherché une justification du côté de la situation, d'autres du côté des relations numériques :

- $x + 94 = 132$, car si l'on ajoute au nombre de billes que Steve possède maintenant, le nombre de billes perdues, on retrouve le nombre de billes que Steve avait avant de jouer ;

- $132 - x = 94$, car le nombre de billes qu'avait Steve avant de jouer moins le nombre de billes qu'il a perdu égale le nombre de billes que Steve a maintenant (cette écriture modélise le problème dans un rapport analogique) ;

- $132 - 94 = x$ car pour trouver le nombre de billes il faut faire une soustraction ;

- $94 = 132 - x$ (écriture quasi équivalente à $132 - x = 94$, sauf que l'on part du résultat) ;

- mais quelques élèves donnent également des arguments numériques, $x = 38$ vérifie les égalités dans les quatre cas (vérification implicite de l'équivalence des équations).

Quelles conclusions peut-on tirer de ces faits ?

a) Il est tout d'abord intéressant de noter que les élèves qui représentent le problème de manière pertinente, le font à partir des trois relations numériques existant entre 94, x et 132 en proportions sensiblement égales. Certains représentent le problème en modélisant la représentation iconique analogique. D'autres représentent le problème en modélisant leur représentation du calcul (l'opération dont le résultat est solution du problème). D 'autres encore proposent des modélisations de représentations cognitives issues de transformations de la représentation iconique immédiate ou de transformations issues du système cognitif de représentation et de traitement arithmétique (cas de l'écriture $x + 94 = 132$).

b) Les modélisations écrites, en tant qu'interfaces, constituent un support permettant aux élèves d'analyser le problème à la fois du point de vue de la représentation iconique, mais aussi du point de vue de la représentation arithmétique (calculable). Elles permettent une méta-cognition du problème, donc une prise de sens. Il est toujours difficile pour un élève d'expliquer sa démarche mentale (« J'ai fait dans la tête »). L'activité d'interprétation de ces écritures permet de donner du sens aux démarches mentales.

Une fois les « bonnes écritures » sélectionnées, les élèves peuvent constater qu'il y a plusieurs manières de calculer la solution du problème : soit trouver le nombre qu'il faut ajouter à 94 pour obtenir 132 (calculer en avançant de 94 à 132), soit calculer une soustraction (132-94), soit trouver le nombre qu'il faut retirer à 132 pour obtenir 94 (calculer en reculant de 132 à 94), cette dernière modélisation (issue de la représentation iconique analogique) ne correspondant pas au calcul le plus simple.

Une telle activité méta-cognitive permet donc d'établir des liens entre différentes significations : elle favorise l'établissement de réseaux de significations.

Une autre question se pose alors : comment, à l'école élémentaire, et sans « faire de l'algèbre », favoriser chez l'élève l'établissement d'une cohérence entre les différentes « bonnes » écritures ?

Notre réponse consiste à permettre l'automatisation de certaines relations numériques. Ainsi si l'on considère le « trio » de nombres 6, 4 et 10, l'élève peut facilement établir, au moins dès le CE1, trois relations de type additif : $6 + 4 = 10$, $10 - 4 = 6$ et $10 - 6 = 4$.

Le tableau suivant peut alors servir de support « mnémotechnique » à l'intériorisation de ces relations.

<table><tr><td colspan="2">10</td></tr><tr><td>4</td><td>6</td></tr></table>

Ce tableau peut donc permettre de penser une cohérence quasi-formelle entre les trois écritures (mais pensables encore du côté des situations concrètes). Notre hypothèse est que l'intériorisation des transformations qui permettent de passer d'une écriture à l'autre, ne peut que favoriser la mise en cohérence d'écritures du type $x + 94 = 132$, $132 - 94 = x$ et $132 - x = 94$ et par là même la mise en cohérence des différentes représentations des problèmes additifs et le passage de l'une à l'autre.

2) L'algébrisation : une manière de catégoriser les problèmes.

Les écritures mathématiques peuvent constituer un moyen de catégoriser les problèmes.

Voici un exemple d'activité méta-cognitive proposée à des élèves de CE2.
Les problèmes suivants sont proposés aux élèves :

(P8) « Julie a 125 images. Elle en donne 5 à son amie Marie. Combien a-t-elle d'images maintenant ? ».
(P9) « Benoît a économisé 125 francs. Son père lui donne 5 francs. Quel est le montant de ses économies maintenant ? ».
(P10) « Je pense à un nombre. Je lui ajoute 5. J'obtiens 125. Quel est le nombre pensé ? ».
(P11) « Mme Lepic avait 125 francs dans son porte-monnaie en se rendant au marché. Au retour, après avoir payé ses achats, elle n'a plus que 5 francs. Combien a-t-elle dépensé ? ».
Les écritures suivantes leur sont également proposées :

$125 + 5 = x$; $125 - 5 = x$; $125 - x = 5$; $x + 5 = 125$.

Dans un premier temps il est demandé aux élèves de relier chaque problème aux écritures qui les traduisent.
Du point de vue de la représentation iconique analogique, une seule écriture correspond à chaque problème : à P8 l'écriture $125 - 5 = x$; à P9 l'écriture $125 + 5 = x$; à P10 l'écriture $x + 5 = 125$ et à P11 l'écriture $125 - x = 5$.
Mais trois écritures présentes peuvent représentées les problèmes P8, P10, P11 et une seule écriture le problème P9.

Dans un deuxième temps il est demandé aux élèves d'indiquer les problèmes qui correspondent à chacun des tableaux suivants :

<table><tr><td colspan="2">x</td></tr><tr><td>125</td><td>5</td></tr></table>

<table><tr><td colspan="2">125</td></tr><tr><td>5</td><td>x</td></tr></table>

Si un seul problème correspond au premier tableau, trois problèmes correspondent au deuxième tableau.
Une phase de confrontation permet de mettre en évidence que trois problèmes se ressemblent (ils correspondent au même tableau) ; d'autre part, il est possible de les résoudre soit en effectuant la soustraction 125 - 5, soit en calculant le complément de 5 à 125.
D'autre part le problème P9 est différent car la solution correspond à la somme des deux nombres donnés 125 et 5.
Ainsi, à un degré supérieur d'abstraction, les problèmes additifs ternaires peuvent-ils être classés en deux catégories en fonction de leur modélisation : ceux dont la solution correspond à la somme des deux nombres de l'énoncé et ceux dont la solution correspond au nombre inconnu d'une somme (et par la même occasion au résultat d'une soustraction).

Dans le cas étudié, les problèmes sont de type E-T-E (au sens de G.Vergnaud) ; la même activité méta-cognitive peut évidemment être proposée avec des problèmes de différents types (composition de deux mesures, relation de comparaison de deux mesures, etc.).

D'autres activités méta-cognitives peuvent également favoriser la compréhension des problèmes additifs ternaires, en particulier la modélisation des problèmes par un schéma logique du type :

$$\square \; \underset{-a}{\overset{+a}{\rightleftarrows}} \; \square$$

Des activités méta-cognitives peuvent également être proposées dans le cadre des problèmes multiplicatifs quaternaires (tableaux de nombres sur le modèle des modélisations de G.Vergnaud, écritures mathématiques en ligne où « x » représente le nombre inconnu du problème, etc.).

L'utilisation du «x », des écritures en ligne, des tableaux, des schémas logiques n'est imposé que dans le cadre de ces activités méta-cognitives et ne sauraient en aucun cas être imposée dans les résolutions de problèmes. Les activités méta-cognitives visent à favoriser la constitution de réseaux de significations et de structures de sens : les registres sont choisis à cette fin. Bien sûr les élèves les utiliseront s'ils en ressentent la nécessité : cette nécessité s'imposera à eux dans la résolution des problèmes liés à la proportionnalité par exemple, car plus les problèmes se complexifient, moins il est possible de les penser sans support écrit.

IV. DES REGISTRES SÉMIOTIQUES POUR EXPLICITER LES DÉMARCHES DE RÉSOLUTION.

Les élèves ont souvent beaucoup de mal à expliciter leurs démarches de résolution, notamment dans les phases de validation et de confrontation. Cette difficulté ne vient pas uniquement d'un manque de capacité à argumenter, mais aussi d'un manque de clarté, c'est-à-dire de cohérence, de leur démarche mentale.

Le maître a un rôle important à jouer à la fin de ces phases de validation et pas uniquement dans le cadre d'une institutionnalisation des connaissances découvertes. Il doit permettre de clarifier les démarches des élèves, de leur donner du sens. L'apport de registres sémiotiques est un moyen d'unifier ces démarches qui paraissent sans lien.

Dans une classe de CM1-CM2 qui venait d'aborder la notion de proportionnalité, nous avons proposé le problème suivant : la situation n'a pas été étiquetée « situation de proportionnalité » par le maître.

(P12) « David voudrait connaître la distance qu'il parcourt lorsqu'il se rend de chez lui à l'école. Il a une idée : faire quelques pas et les mesurer. Il constate que lorsqu'il fait 10 pas réguliers, il parcourt 5 mètres. Pour se rende à l'école, il effectue 900 pas ! Calcule la distance parcourue par David pour se rendre de chez lui à l'école. »

Voici deux démarches proposées par deux groupes d'élèves (les autres groupes ont trouvé des démarches équivalentes, un groupe n'a pu résoudre le problème).

Groupe A :

10 pas réguliers =
5 mètres = 10 : 2 = 5
donc
900 : 2 = 450 m
Il parcourt 450 mètres.

Groupe B :

90 x 10 = 900 → on calcule le nombre de pas
90 x 5 = 450 → on calcule le nombre de mètres.
La distance parcourue par David est : 450m.

Les explications données par les élèves du groupe A se bornent à des arguments du type :
« Pour obtenir le nombre de mètres, il faut diviser par 2. 10 : 2 = 5, c'est pour ça qu'il faut diviser par 2 ».

Les élèves du groupe B sont dans l'incapacité de fournir une explication de leur démarche. Ils ne peuvent fournir des arguments du type : « il y a 90 fois 10 pas dans 900 pas, donc David parcourt 90 fois 5 mètres».

Après la phase de confrontation et de validation des démarches, le maître écrit le tableau suivant :

nombre de pas	distance parcourue en mètres

Les élèves complètent le tableau et reconnaissent leurs deux démarches.

	nombre de pas	$\xrightarrow{:2}$	distance parcourue en mètres	
	10		5	
× 90	900		450	× 90
		$\xleftarrow[\times 2]{}$		

Le tableau de proportionnalité donne donc raison des deux démarches en les unifiant dans un registre commun qui leur donne sens.

Puis le problème suivant est proposé à la résolution.
(P13) « Fatima et Benoît imitent David. Chacun veut savoir la distance qu'il parcourt pour se rendre de chez lui à l'école.
Lorsque Fatima fait 5 pas, elle parcourt 2 mètres. Lorsque Benoît fait 4 pas, il parcourt 3 mètres. Pour se rendre à l'école, Fatima a compté 1 000 pas et Benoît 800 pas.

1) Calcule la distance parcourue par chacun d'eux.
2) Quel enfant parcourt la plus grande distance : David, Fatima ou Benoît ?
3) Exprime, en mètres, la mesure d'un pas de chacun des enfants. Qui fait les plus grands pas ? ».

Les élèves qui avaient fourni avec réussite une démarche du type groupe A réinvestissent une démarche identique, fondée sur une utilisation implicite d'une des propriétés de linéarité..

Par contre les élèves du groupe B ne parviennent pas à réutiliser leur démarche (pour cause de coefficient de proportionnalité non entier). Ils disposent alors les données du problème dans un tableau et utilisent la propriété de linéarité qu'ils ne pouvaient mettre en oeuvre sémantiquement.

Le tableau dit de proportionnalité permet donc de mettre en cohérence diverses procédures de résolution : il donne du sens à la situation.

Le maître a donc bien un rôle à tenir pour favoriser la constitution des réseaux de significations et de structures de sens chez les élèves : l'apport de registres sémiotiques lors des moments d'explicitation des procédures et des démarches des élèves en est un moyen déterminant. Cet apport social permet d'accélérer la construction du sens

V. UN EXEMPLE D'INGÉNIERIE DIDACTIQUE VISANT L'AMÉLIORATION DES COMPÉTENCES DANS LA RÉSOLUTION DES PROBLÈMES NUMÉRIQUES.

Nous postulons donc que trois types d'activités permettent d'améliorer de manière très significative la résolution des problèmes numériques chez une grande majorité d'élèves :

- l'entraînement régulier à l'utilisation de différents procédés de calcul fondés sur différentes significations des opérations ;
- l'entraînement à la production de relations numériques;
- l'entraînement à l'explicitation des procédures et des démarches de calcul employées lors de résolutions de problèmes dans des registres d'écritures spécifiques et diversifiés.

La prise en compte de la réalité algébrisante dans la résolution des problèmes est déterminante dans les progrès des élèves.

1) L'entraînement à l'utilisation de procédés de calcul fondés sur les différentes significations des opérations.

Plusieurs types de situations concourent à la construction d'une opération donnée. La conceptualisation de ces situations confèrent à l'opération des significations différentes.
L'intériorisation de ces dernières est favorisée par la maîtrise de différents procédés de calcul liés à l'opération et s'acquièrent lors de séances spécifiques de calcul.

En ce qui concerne le champ additif, les élèves s'exerceront par exemple à l'utilisation des procédés suivants.

1) Pour l'addition :

- le calcul « en avançant », qui permet de s'approprier la conception « composition de transformations » (la somme des transformations effectuées doit être égale à la transformation de départ) ;
- le calcul fondé sur la composition d'une transformation positive avec une transformation négative (par exemple dans des cas du type 56 + 9 ou 345 + 98 ; 56 + 9 = 56 + 10 - 1) ;
- le calcul fondé sur l'ajout des dizaines entre elles et des unités entres elles (ce procédé permet d'habituer l'élève à remplacer une somme par des sommes égales ; 35 + 28 = 55 + 8 = 63) ;
- le calcul fondé sur le complément à la dizaine ou à la centaine supérieure (on complète l'un des nombres à la dizaine (centaine, etc.) supérieure et ce que l'on ajoute à ce nombre, on le retire à l'autre ; 38 + 45 = 40 + 43 = 83 ; on remplace là aussi une somme par une somme égale, mais plus facile à calculer).

2) Pour la soustraction :

- le calcul « en reculant » fondé sur les significations « retirer » et « reculer » de la soustraction (la somme des transformations négatives doit être égale au nombre que l'on retire) ;
- le calcul « en avançant » fondé sur la signification recherche du complément, de la « différence » (le résultat est égal à la somme des transformations positives composées pour « aller de a à b ») ;
- le calcul par conservation de l'écart fondé sur la signification « écart »

(on ne change pas une différence en ajoutant un même nombre aux deux termes de la différence :
256 - 67 = 259 - 70 = 289 - 100 = 189).

La pratique de ces séances nous a montré qu'il est nécessaire de travailler chaque procédé de calcul séparément, pendant une période suffisamment longue pour que les élèves s'approprient ces procédés et réorganisent leurs procédures au fur et à mesure qu'ils en acquièrent la maîtrise, mais pas trop longue, afin de ne pas créer une telle routine, que certains élèves refuseraient de s'approprier une nouveauté dont ils ne verraient pas l'utilité (dans ce sens le calcul en reculant d'une soustraction s'avère vite pénible lorsque l'on retire un grand nombre, et le calcul par conservation de l'écart, une fois maîtrisé, est perçu généralement par les élèves comme rapide et moins pénible).

C'est une fois les procédés de calcul relativement bien maîtrisés que l'enseignant proposera des séances de calcul réfléchi, au cours desquelles les élèves devront faire le choix du procédé le plus adapté à la situation de calcul.

Lors des résolutions des problèmes, l'incitation par l'enseignant, à choisir un procédé de calcul adapté, permettra de renforcer l'appropriation d'une démarche algébrisante.

La place faite aux procédés de calcul qui se fondent sur la conception « transformation » de l'opération est importante, car nous pensons que la cohérence des structures additives naît essentiellement de celles des règles de traitement exercées dans le cadre du système de représentation et de traitement arithmétique.

La place faite aux procédés de calcul qui se fondent sur la transformation d'une somme ou d'une différence en sommes ou différences égales favorise, quant à elle, la démarche algébrisante et en particulier l'idée que l'on peut résoudre un problème par un problème équivalent au sens de l'algèbre.

2) L'acquisition d'automatismes dans la production de relations numériques.

Nous avons vu que l'acquisition d'automatismes dans la production de relations numériques favorise la compréhension des problèmes, notamment les basculement de significations et la modélisation des problèmes par une représentation de type arithmétique qui n'est pas forcément en rapport d'analogie avec la signification immédiate du problème.

Quelques séances spécifiques pourront être organisées afin de faire acquérir ces automatismes.

Voici quelques propositions d'activités qui vont dans ce sens, toujours dans le cadre du champ additif :

- à partir d'un trio de nombres (un des nombres est la somme des deux autres) les élèves écrivent les trois relations numériques qui mettent en jeu l'addition et la soustraction

85
35 50

(on commence par des nombres simples afin que les trois relations soient visualisables par des situations iconiques : 10, 4 et 6 par exemple) ;

- les élèves complètent un trio de nombres avec un nombre manquant (soit la somme, soit l'un des termes de la somme) ;

- les élèves trouvent le nombre inconnu dans des écritures du type a + b = x ; a - x = c ;

x - b = c (sans la calculatrice, plusieurs manières de calculer sont possibles pour les deux dernières écritures ; avec la calculatrice, il s'agit de trouver l'opération qui donne le nombre inconnu en position de résultat).

Le même genre d'activités peut être proposé dans le cadre du champ multiplicatif : l'un des nombres des trios sera le produit des deux autres : par exemple 14, 2 et 7.

Nous postulons que ces séances favorisent la constitution de structures de sens et mettent en cohérence les diverses manières de représenter les problèmes additifs ou les problèmes multiplicatifs (multiplication et division non euclidienne, mais également euclidienne dans le cadre du champ multiplicatif).

3) L'apport d'outils d'explicitation et de validation des démarches de résolution : des écrits pour comprendre.

Nous avons montré que certains registres sémiotiques (écritures mathématiques en ligne dans lesquelles la lettre x représente ce que l'on cherche dans le problème, schémas logiques, tableau de nombres, etc.) fonctionnent comme des interfaces qui peuvent être interprétées tour à tour comme des modélisations des situations ou comme des supports permettant des transformations symboliques du problème. Ces registres peuvent fonctionner comme des outils d'explicitation, de validation et d'unification des démarches et procédures de résolution de problèmes. Chacun d'entre eux explicite certains aspects du concept, dans le sens où ils permettent à l'élève d'exercer sur un « donné » perceptif particulier, des règles de transformation, de mise en correspondance et d'inférence.

Nous postulons donc que l'organisation de phases d'explicitation de démarches, de procédures et de résultats liés à la résolution de problèmes, s'appuyant sur l'apport de registres sémiotiques, favorise la création de réseaux de significations explicites et la construction progressive de structures de sens. L'apport de ces registres par l'enseignant, au cours de ces activités de type méta-cognitif, n'implique nullement pour l'élève l'obligation de les employer systématiquement dans la résolution courante des problèmes ; mais l'expérience montre qu'après quelques séances d'utilisation les élèves éprouvent fréquemment le besoin d'y faire appel. Plus les résolutions se complexifient et plus leur nécessité s'impose.

Lors de ces phases, l'enseignant pourra également favoriser les changements de registres. C'est dans l'activité de traduction entre registres (par exemple la traduction d'un tableau de correspondance dans le registre « écritures en ligne ») que se constitue également le sens, c'est-à-dire la cohérence des règles de traitement opérant sur chacun d'entre eux.

VI. CONCLUSIONS (provisoires bien sûr !)

Les observations tirées des diverses expérimentations que nous avons menées dans de nombreuses classes de la Grande section de maternelle au CM2, ont conforté nos hypothèses concernant la nécessité de proposer des apprentissages cohérents permettant aux élèves d'accéder à une conceptualisation non réductrice.

La prise en compte d'un apprentissage de la démarche algébrisante, inhérente à l'activité de résolution de problèmes, est de ce point de vue déterminante. L'activité mathématique est indissociable de l'utilisation d'un langage mathématique, constitué de registres sémiotiques diversifiés, qui permet d'unifier la conceptualisation des situations.

L'apprentissage de cette démarche algébrisante est d'autant plus nécessaire dès l'école élémentaire, qu'elle est la condition pour que les règles de l'algèbre aient du sens au cours de l'enseignement secondaire.

Si, par exemple, la grande majorité des élèves donnaient du sens, dès l'école élémentaire, aux relations existant entre les trois nombres d'un problème ternaire additif (l'un d'entre eux étant le nombre inconnu) ou d'un problème quaternaire multiplicatif, l'interprétation des règles de l'algèbre à un degré de conceptualisation inférieur, serait certainement moins problématique au collège.

Les équivalences suivantes $(a - b = d) \Leftrightarrow (a - b + b = d + b)$

$$\Leftrightarrow (a + 0 = d + b)$$

$$\Leftrightarrow (a = d + b)$$

permettent bien sûr d'énoncer une règle pratique d'algèbre (« on peut faire passer un terme d'un membre dans l'autre à condition de changer son signe »). Ces équivalences assurent une cohérence logique entre les relations $(a - b = d)$ et $(a = b + d)$, à partir de règles conventionnelles et normatives, mais nombreux sont les élèves du secondaire incapables de réinvestir cette équivalence du côté du calcul élémentaire (deux manières différentes de calculer une différence).

Reste, non pas à comparer les résultats de classes témoins (il est facile de démontrer que, dans l'ensemble, les enfants qui ont appris à nager nagent mieux que ceux qui n'ont jamais appris), mais à étudier, sur la durée, la progression de quelques élèves-type confrontés à une organisation des apprentissages fondée sur les hypothèses que nous avons formulées.

Une autre conclusion porte pour nous sur la nécessité pour l'enseignant d'assumer un rôle de médiateur, et nous pensons que les tâches à la charge du maître ne se situent pas uniquement du côté de la dévolution des problèmes à l'élève et de l'institutionnalisation des savoirs. Toute

ingénierie didactique doit prendre en compte les effets positifs et négatifs des différents types d'intervention du maître. C'est dans ce cadre que nous nous proposons d'élargir notre analyse sémiotique à d'autres aspects cruciaux de l'enseignement des mathématiques.

RÉFÉRENCES

Note : Il ne s'agit pas d'une bibliographie sur le sujet, mais d'ouvrages sur lesquels je m'appuie pour effectuer cette analyse.

P.A.Brandt

La charpente modale du sens du sens.

Aarhus Universitet Press, 1987.

P.A.Brandt

Dynamiques du sens.

Aarhus Universitet Press, 1990.

R.Brissiaud

Livre du maître « J'apprends les maths CM1 » et livre de l'élève « J'apprends les maths CE2 ».

F.Conne

Calculs numériques et calculs relationnels dans la résolution de problèmes d'arithmétique.

RDM, Vol. 5, n°3, pp. 269-332, 1985.

A.Descaves

Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes.

Pédagogie pour demain. Didactiques. Editions Hachette, 1992.

P.Gréco

Structures et significations.

Editions de l'école des Hautes Etudes en Sciences sociales, 1991.

J.Petitot-Cocorda

Physique du sens.

Editions du CNRS,1992.

G.Vergnaud

La théorie des champs conceptuels.

RDM, Vol.10, n°2.3, pp.133-170, 1990.

ÉTUDE DES ACTIVITÉS DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DANS LES MANUELS DE CYCLE 3

Sylvie COPPÉ[1], Catherine HOUDEMENT[2]

AVERTISSEMENT

Cet atelier s'intéresse exclusivement aux progressions des manuels et aux leçons intitulées généralement *Résolution de problèmes.* Notons que ces progressions apparaissent **en plus** des problèmes utilisés pour construire et donner du sens aux connaissances explicitées par les programmes.

Ces leçons se présentent sous la forme d'aides méthodologiques ayant comme but annoncé de développer des compétences générales de résolution de problèmes chez les élèves. Par exemple, on peut lire, dans le livre du maître du *Nouvel Objectif Calcul CE2* (éditions Hatier 1995), à la page 7, cette affirmation : « *Il ne suffit pas de donner aux élèves des problèmes à résoudre (même en multipliant les exemples) pour qu'ils progressent dans leur capacité à le faire. L'objectif de ces étapes est d'assurer un apprentissage spécifique, d'ordre méthodologique* ».

Nous ne prenons pas en compte les problèmes insérés dans les progressions thématiques comme, par exemple, ceux intégrés dans les progressions sur les opérations.

NOTRE OBJECTIF

Le travail mené avec les formateurs dans l'atelier a pour buts :

- de nous interroger sur cette « mode » de progression intitulée *Résolution de problèmes* dans les manuels et sur les aides méthodologiques ;
- d'adopter une vigilance par rapport à certaines propositions comme chercher les informations utiles, inutiles, nécessaires, etc. avant de résoudre le problème, construire un arbre de résolution valable pour tous les problèmes, etc.
- de développer d'autres pistes de travail, liées à la résolution effective de nombreux problèmes ;
- de chercher comment intégrer ce regard critique dans la formation des PE, en proposant d'autres activités ou des mémoires sur ce thème….

Nous nous référons aux deux articles parus dans la revue *Grand N* n°63 de l'IREM de Grenoble et à leur bibliographie (celui de C.Houdement et celui de R.M.Balmes et S.Coppé). Nous renvoyons aussi à la première étude menée par la COPIRELEM dans la brochure *Documents pour la formation des maîtres* Besançon mars 1997, édité à l'IREM de Paris, 1998.

Nous avons intégré dans le corps du compte-rendu les remarques des membres du groupe[3] de Limoges, synthétisées par Pol Le Gal.

INTRODUCTION

L'animation conjointe de l'atelier est la conséquence des deux articles de *Grand N*, écrits en même temps, sans concertation. Au départ, ces articles étaient des billets d'humeur ; ils sont devenus l'objet de préoccupations plus fines. Essayons de lister quelques éléments qui nous ont amenées à nous intéresser à ce sujet de façon conjointe.

---

[1] PIUFM math , IUFM de Lyon, UMR GRIC Equipe COAST CNRS Lyon 2.

[2] PIUFM math, IUFM de Haute-Normandie, DIDIREM Paris 7, IREM de Rouen.

[3] Cf. liste en fin de compte-rendu

♦ De nombreuses visites de classes de PE stagiaires, dans lesquelles les PE font travailler les élèves sur la « résolution de problèmes », nous ont fait observer des activités étiquetées Mathématiques, mais qui ne portent pas sur un thème mathématique identifié : la résolution de problèmes ne devient-elle pas un **objet d'enseignement**, au même titre qu'une notion mathématique telle l'addition ?

♦ Souvent, dans ces activités, les élèves travaillent sur les problèmes, mais ils ne les résolvent pas ; d'où les questions suivantes.

- Sur quoi travaillent les élèves ? Essentiellement sur le texte, mais alors, en quoi est-ce un travail mathématique ?
- Est-ce que ce travail se fait en plus des activités habituelles de mathématiques ?
- Quelles compétences sont développées dans ce travail, quelles incidences cela a-t-il sur les capacités des élèves à résoudre des « vrais problèmes de mathématiques ? »
- Peut-il exister des compétences générales de résolution de problèmes ?
- Peut on définir ce qu'est un vrai problème de mathématiques ?

♦ Dans les manuels, la part dévolue à la progression *Résolution de problèmes* prend une place conséquente. Voici quelques activités que nous avons recensées.

♣ Définir ce qu'est un problème mathématique en mettant en évidence certains critères comme, par exemple, un texte et une question, et travailler sur cette idée du problème. Voici quelques définitions que nous avons trouvées.

> « *Un énoncé qui définit un contexte et qui contient des informations, des questions. La solution du problème décrit la manière dont on utilise les informations de l'énoncé pour répondre aux questions.* » (*Nouvel Objectif Calcul CM1* livre élève p.60, Hatier 1995)
>
> « *Pour rédiger un énoncé, tu dois inventer une situation, indiquer des données numériques ou non numériques, et poser une (ou plusieurs) question(s) à laquelle (auxquelles) on peut répondre en se servant des données.* » (*Quadrillage CM1* livre élève p.130, Istra 1997)
>
> « *Un problème se présente sous la forme d'un énoncé qui contient des informations et une ou plusieurs consignes. Il faut combiner les informations parfois en faisant un calcul, pour répondre à la consigne. Un problème comporte toujours une difficulté qu'il faut résoudre.* »
> (*L'heure des maths CE2,* lexique page 188 du livre élève, Hatier 1999).

On note l'apparition très fréquente du terme « consigne » qui, dans certaines définitions, remplace le terme « question ». Or le mot consigne, selon le Petit Robert, désigne « *une instruction stricte donnée à un militaire, un gardien sur ce qu'il doit faire* ». On peut donc se demander pourquoi ce terme apparaît de façon aussi massive actuellement.

♣ Souligner les données utiles ou repérer des données manquantes mais toujours a priori, avant de le résoudre.

♣ Trouver des questions que l'on pourrait se poser à propos d'un texte ou d'autres documents
(voir *Spirale CP p. 57* Nathan 1997 *La vitrine du marchand de jouets* voir Annexe 1).

♣ Construire un énoncé à partir d'une opération.

♣ Apparier des textes qui deviendront des énoncés et des calculs qui seront les solutions.

♦ Nous nous référons aussi à (fait plus classique et connu) des discours de maîtres disant qu'ils font l'addition puis la soustraction puis la résolution de problèmes ou bien que *« la résolution de problèmes c'est dur pour les élèves.* »
Pourquoi isoler cette activité des autres thèmes mathématiques ? Que fait le maître quand il traite de l'addition ? Seulement de la technique ou bien d'autres types de problèmes ?

En résumé, dans cet atelier, nous souhaitons lancer le débat autour de ces activités pour tenter de ne pas céder aux différentes modes et pour acquérir un regard critique sur les pratiques des enseignants et des formateurs.
L'atelier se compose de deux parties : la première sera consacrée à un état des lieux et la seconde sera davantage centrée sur la résolution de problème.

1ÈRE PLAGE : « Vu dans les classes et dans les livres »

PHASE 1 : Etude d'un extrait d'une séance filmée dans un CP

La séance est conduite par un PE stagiaire, elle porte sur la résolution de problèmes, à l'aide des références suivantes : *Apprentissages Numériques* CP, ERMEL Editions Hatier 1991, pages 83 à 87, fichier élève associé CP p. 34 *Le jardin public* (documents distribués aux participants).
Le stagiaire respecte globalement la progression préconisée par ERMEL ; cependant, il est amené à refuser des questions sur l'image, sous prétexte *qu'elles ne sont pas mathématiques*, et il rappelle en permanence aux élèves *qu'ils sont là pour poser des questions et non pas pour y répondre.* A l'issue de cette séance, on peut se demander quelle image de la question mathématique ont les élèves de CP, à part le fait qu'elle doive absolument commencer par **combien** et non par **comment.**
Cet enregistrement vidéo illustre certaines dérives liées aux décisions de travailler sur les problèmes en dehors d'une volonté de les résoudre. En même temps, il montre la difficulté de lecture d'ouvrages tels que ceux de la série ERMEL, qui contiennent encore trop d'implicite, que les jeunes enseignants ont du mal à décoder. Enfin qu'est ce qu'un « questionnement mathématique » sur une image… ?

Conclusion : une progression de ce type est-elle pertinénte pour le début de la scolarité ?

PHASE 2 : Des exercices que l'on trouve dans les manuels

Exemple 1 :
Les participants sont amenés à résoudre le problème suivant, tel qu'il est présenté. Nous avons ajouté la numérotation des items pour pouvoir les utiliser plus facilement.

> **A chacun sa place** (*Quadrillage* CM1 p.29)
> Damien, Franck, Isabelle, Nathalie, Raphaël et Simon ont posé pour une photo souvenir de vacances. Les indices suivants permettent de retrouver la place de chacun. Toutefois certains indices sont inutiles. Lesquels ? Barre-les.
> 1 Damien et Raphaël n'ont qu'un seul voisin.
> 2 Les filles ne sont pas côte à côte.
> 3 Franck est le plus petit des garçons.
> 4 Franck est cependant plus grand qu'Isabelle qui est à sa gauche.
> 5 Damien et Isabelle portent des lunettes.
> 6 Si Nathalie tourne la tête vers la gauche, elle peut voir tous ses camarades sauf Damien.
> 7 Franck est le seul à avoir deux voisines.

Les participants se lancent dans la résolution du problème, puis en relisant, ils reviennent au texte, voient qu'il n'est pas demandé de le résoudre, mais de choisir les items utiles à la résolution. La discussion s'engage alors autour de deux points essentiels.

- Peut-on souligner les données utiles a priori, sans chercher à résoudre le problème ?

Non, bien sûr ; ici on le perçoit bien, puisqu'il faut se mettre dans la résolution pour décider de l'utilité.

- Qu'est-ce qu'une donnée utile ?

Un tour de table fait apparaître des indices différents selon les personnes.
Une donnée est-elle utile de façon absolue ? Cela dépend-il de la personne qui l'utilise et de la tâche à mener ? La notion d'utilité de l'information est bien sûr dépendante du traitement demandé. Le texte ci-dessus en fournit une illustration : si l'on se place dans le contexte résolution de problème mathématique, on ne prendra pas les items 4 et 5 ; si l'on se place dans le contexte d'une reconnaissance sur une photo, alors ces deux indices (la taille et les lunettes) sont pertinents.
Enfin est-ce que les données utiles sont seulement des données numériques, parce qu'on est en mathématiques ? Ou seulement celles qui font partie d'un calcul que l'on a l'intention de faire ?

Exemple 2

> **Au marché** (*Quadrillage CM1 p. 29)*
> Jacques a acheté 3kg de poires à 9F le kilo, 2kg de raisin à 6F le kilo, une poule de 1kg 500g, un pain de seigle à 8F 10 et 15F de bonbons.
> Combien a-t-il dépensé ?
> Parmi les données supplémentaires suivantes, trois sont inutiles pour résoudre le problème. Lesquelles ?
> Jacques avait 200 F au départ
> Il a dépensé 39F chez le marchand de fruits et légumes
> Le prix de la poule est 22F le kilo
> Pour 30F on peut avoir 250 g de bonbons.

On note d'abord une différence de nature entre les questions posées aux élèves : la première question est une question mathématique habituelle, la seconde porte sur la nature de l'énoncé : il y a rupture de contrat à l'intérieur même de l'exercice.
La discussion s'engage ensuite sur le choix des données inutiles (par exemple, est-il vraiment inutile de savoir que Jacques avait 200F) et sur les données supplémentaires utiles. Sur cet exemple, on perçoit bien les difficultés de gestion de la classe que pose ce type de problèmes, notamment en ce qui concerne la validation.
De plus, résoudre ce problème avec toutes les données utiles serait sans doute plus intéressant.

Exemple 3
Dans *Thévenet* CM1 1996 pages 70 et 71 (cf. annexe 2), l'activité « je découvre » du début de la leçon se ramène à la lecture d'un document complexe (un bulletin d'abonnement) comportant de nombreuses données, numériques ou non, présentées sous forme de texte, tableau, etc. Les questions posées demandent une lecture fine du document et ne sont pas toutes d'ordre numérique (par exemple : à quelle adresse envoyer le chèque ?). Aucun calcul n'est à faire, une lecture fine donne la réponse.
A la fin de leçon, les problèmes de réinvestissement posés sous la rubrique « Résoudre des problèmes » sont classiques, avec des textes courts, sans tableau ; ils ne comportent que quelques données numériques.
On peut penser que les auteurs, dans cette leçon, supposent de façon implicite que les activités de sélection d'informations vont aider les élèves à résoudre des problèmes classiques. Il nous semble qu'il y a là un présupposé théorique fort qui demanderait à être étayé et que de plus, les connaissances mathématiques des élèves sont négligées ou bien écrasées au profit du traitement de l'information.

Exemple 4
Le mémoire d'un PE2 de Lyon dans lequel il a posé deux problèmes à des élèves illustre notre propos : le problème facile avec beaucoup de données inutiles est bien réussi par les élèves, alors que l'autre problème, plus ardu au plan mathématique, mais avec moins de données est moins bien réussi par les élèves.

Conclusion
Il y a souvent confusion entre **informations nécessaires** et **connaissances utiles** pour résoudre un problème ; le traitement de l'information semble être privilégié et écrase les connaissances et les concepts mathématiques. La difficulté due à la conceptualisation est analysée comme venant du traitement de l'information.
Or on sait bien qu'il y a des problèmes difficiles à résoudre, mais simples du point de vue des informations, comme par exemple :

Thierry vient de jouer deux parties de billes. A la seconde partie, il a perdu 7 billes. Quand il compte ses billes à la fin, il s'aperçoit qu'il a gagné en tout 5 billes. Que s'est-il passé à la première partie ?

Ce problème met en échec 75% des enfants de 6ème.

CONCLUSION D'ENSEMBLE DE LA 1ÈRE PLAGE, LIEN AVEC LA SECONDE
L'étude menée nous a permis
* de pointer l'émergence quasi générale dans les manuels de progressions dites « de Résolution de problèmes », en plus des problèmes proposés pour accéder aux connaissances ; ces progressions semblent s'organiser autour de compétences plus méthodologiques liées à la lecture, au tri d'informations, à la recherche de questions, mais tout cela en amont d'une quelconque résolution effective du problème ; on voit apparaître aussi une utilisation radicale du mot consigne qui peut même remplacer le mot question ;
* de nous interroger sur la pertinence de ces activités pour améliorer la résolution effective de problèmes ;
* de nous interroger sur la place des compétences dites transversales par rapport aux compétences mathématiques visées ;
* de mettre en cause l'hypothèse implicite de transférabilité de ces compétences méthodologiques sur n'importe quel type de problème ;
* de pointer une réduction des **connaissances nécessaires à la résolution de problèmes** aux informations à y lire pour le traiter.

Il nous faut donc développer une certaine vigilance, la transmettre aux PE, face à l'utilisation des outils pédagogiques sur ce thème, même si la pertinence de certains manuels est reconnue pour les thèmes mathématiques classiques. Ceci ne peut se faire sans s'appuyer sur des études de textes officiels et des résultats de recherches.

2ÈME PLAGE : " Que faire en tant que formateur ?"

PHASE 1 : Etude des programmes concernant le problème

En nous fondant sur les textes des programmes de 1945, 1970, 1985 et 1995 (cf. annexe 3), nous repérons l'évolution des intitulés relatifs aux problèmes, nous pointons diverses influences : recours aux *schémas* au temps des mathématiques modernes après 1970, importance particulière aux *données* d'un problème lors des avancées sur le traitement de l'information. On peut constater que le terme « information » apparaît dans les programmes de 70 et celui de « donnée » apparaît en 85 : le vocabulaire employé dans les compétences transversales sur le traitement de l'information semble influencé par le vocabulaire utilisé à propos de l'intelligence artificielle, des systèmes experts, (input, output...) ; le paradigme de l'ordinateur est alors très prégnant.

L'évolution du problème dans le temps est très perceptible : on passe de problèmes très codifiés à des problèmes de divers types, donc plus variés et plus difficiles pour les élèves, donc qui sont source de plus de difficultés d'enseignement pour les maîtres.
Il nous semble que l'apparition d'une progression sur la *résolution de problèmes* représente une réponse empirique au malaise lié aux difficultés constatées de résolution : on a préféré ajouter une liste de pseudo connaissances aux programmes, plutôt que de repenser l'ensemble des mathématiques.

PHASE 2

L'examen de progressions (cf. annexes 4 et 5) de certains manuels sur la *Résolution de problèmes* montre que certains titres de chapitres correspondent exactement aux intitulés de programmes ou compétences 1995. Rien, pourtant, ne permet de dire que la juxtaposition d'activités sur des micro compétences permettra de recomposer la compétence générale (si elle existe)[4].
La mise en comparaison d'activités du CP au CM2 liées à la *Résolution de problèmes* met en évidence une reprise chaque année du même type de questionnement : problèmes auxquels on peut répondre, auxquels on ne peut pas répondre, etc. sans prise en compte d'une évolution sur la conception que pourrait avoir l'enfant d'un problème. Ce constat d'un « bégaiement » du CP au CM2 sur la *Résolution de problèmes* est sans doute l'indice d'une réflexion encore mal maîtrisée et peu fondée.

PHASE 3

Il nous faut donc nous interroger davantage sur ce qu'est la résolution de problèmes, mais aussi développer chez les PE une attitude critique face aux conseils de certains manuels.

---

[4] *Les compétences transversales en question* Bernard Rey (1996) Editions ESF Collection Pédagogies

Nous proposons alors plusieurs pistes d'activités avec les PE ou les maîtres en formation continue.

Nous pouvons par exemple, reprendre avec les PE certaines affirmations trouvées dans les progressions « Résolution de problèmes » et apporter des problèmes contre-exemples (que nous faisons résoudre par les stagiaires)

♣ Certains manuels réduisent l'appropriation du problème à des questions de lecture ou de tri d'informations utiles.
Contre exemple : un problème donné classiquement en CM1 avant tout apprentissage sur la division.

A la ferme Lecoq, jeudi on a récolté 387 œufs par jours. La fermière les emballe par paquets de 12. Combien obtient-elle de paquets ?

L'élève bloqué ne l'est pas à cause du texte : il ne sert à rien de lui demander les informations utiles, par contre, il n'imagine sans doute pas la situation. Une aide possible est de prévoir des boîtes de 12 œufs et des jetons pour qu'il amorce le problème. Cela a pour but de l'aider à se représenter la situation de telle manière qu'il puisse agir sur elle, avec ses connaissances.
Ainsi, il est sans doute pertinent d'aider les élèves bloqués à se raconter, imaginer, traduire, illustrer la situation (aller jusqu'à l'évocation mentale, cf. gestion mentale) pour obtenir au moins le démarrage d'une procédure analogique, qui mime l'action.

♣ Certains manuels placent avant la résolution l'analyse après coup que l'on peut faire d'un problème (constater que seules certaines informations étaient nécessaires après l'avoir résolu) : dans l'extrait de *Quadrillage CM1* livre de l'élève p.29 *A chacun sa place,* on doit résoudre le problème pour repérer les informations qui ont servi ; de plus toutes ne servent pas à tous de la même façon.
Il est intéressant de pointer (comme étonnantes !) des consignes du type de celles *Diagonale CM1* (livre de l'élève, page 22, Nathan 1993) où un grand nombre d'informations sont fournies, reliées au protagoniste d'un début d'histoire et la question posée est " *Quel est son problème ?* " Ou encore de celle du *Nouvel Objectif Calcul CM1* (livre élève page 63, Hatier 1995) où " *Tu n'as pas à résoudre les problèmes suivants. Dis seulement quelle(s) question(s) tu dois d'abord te poser pour pouvoir les résoudre* ".

♣ Finalement, le devoir du formateur est de prouver, en faisant effectivement résoudre des problèmes, que les typologies proposées dans les manuels actuels sont peu adaptées, voire complètement fausses. Un dispositif possible pour les PE est de les mettre en situation de résoudre effectivement, par deux, un problème bien choisi, un observateur PE dressant un protocole d'observation de ses deux camarades ; une mise en commun permet ainsi de pointer des éléments de procédures de résolution de problèmes et d'aborder la complexité de la tâche.

Mais il est nécessaire que les formateurs enrichissent leur réflexion sur ce thème.
Des recherches ont étudié les difficultés liées à la résolution de problèmes et proposé des dispositifs d'aide : par exemple l'approche de J.Julo de la représentation des problèmes.

Comment se construit la représentation de problèmes d'après J. JULO (1995)[5] ?
Nous distribuons aux participants des extraits choisis du livre, mais nous n'avons pas le temps de les commenter. En voici une courte synthèse.

Les trois processus qui paraissent actuellement les plus importants sont :
1 - le processus d'interprétation et de sélection

[5] *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques,* Presses Universitaires de Rennes.

2 - le processus de structuration
3 - le processus d'opérationnalisation.

Attention : ce ne sont pas des processus linéaires, mais des processus simultanés, qui interagissent.

1 - Il est faux de croire que les informations dont on a besoin pour résoudre le problème sont là, bien visibles ; ce qui est donné, c'est un ***contexte sémantique qu'il faut interpréter*** *pour avoir accès aux informations. Le contenu de notre représentation est le résultat du processus d'interprétation qui est aussi, entre autres, un processus de sélection d'informations. Ce sont les* ***connaissances que nous avons à un moment donné*** *qui guident notre interprétation.*

2- La représentation d'un problème ne se construit pas de façon juxtaposée, mais elle forme ***un tout cohérent qui se structure,*** *c'est aussi pour cela qu'il ne s'agit pas seulement d'apprendre des éléments juxtaposés pour réussir. C'est ce processus que Julo nomme le processus de structuration.*

3- Le processus d'opérationnalisation est le processus qui permet ***le passage à l'action effective*** *(calculs, tracés...)* ***ou mentale*** *(déductions.....) : ce passage à l'action résulte de la mise en œuvre de connaissances opératoires, issues de nos expériences passées.*

Voici deux exemples riches extraits ou inspirés du livre de Julo, proposés comme exemples aux membres du groupe pour illustrer ses propos.

Un problème classique

Trois copains commandent une grande bouteille de bière. Le garçon, nouveau dans le café, leur réclame 30 F. Chacun décide de donner 10 F ; A la caisse, le patron annonce au garçon que le prix de la bouteille est 25 F. Le garçon décide de prélever son pourboire ; il empoche 2 F et leur rend 1 F à chacun.
Finalement chaque copain a donc payé 9 F. 3 fois 9, 27 plus les 2 F du garçon, 29 F. Où est passé le franc qui manque ?[6]

LA ON SE TROMPE facilement de modèle arithmétique explicatif, alors que l'analogie fonctionne. Ce problème illustre particulièrement ce que Julo nomme le processus de structuration.

Un problème plus déboussolant *car il ne relève pas de modèles connus ou facilement reconnus ou facilement reconstruits et l'analogie ne fonctionne pas non plus. Il faut innover*

Vous appartenez au service des Fraudes spécialisé dans la fausse monnaie. Vous avez devant vous 12 sacs contenant plusieurs centaines de pièces de 5 F. Vous savez que l'un des sacs ne contient que des fausses pièces. Vous savez aussi que les bonnes pièces pèsent 30 g, et que les fausses pèsent 29 g. Comment pouvez vous déterminer, en une seule pesée, le sac où se trouvent les fausses pièces ?
Vous pouvez peser ce que vous voulez, mais vous n'avez le droit d'utiliser qu'une seule fois la balance.

Ce problème illustre particulièrement le processus d'opérationnalisation. Les connaissances naturellement appelées ne permettent pas d'agir....

[6] Il est à noter que, pour certains membres du groupe, ce texte n'est pas un problème, mais un « piège »...

Cf. annexe 6 (*Quadrillage CM1,* page 129, Istra 1997 : le circuit d'orientation) **un exemple de problème d'école** sur lequel il nous semble possible d'illustrer les trois processus pointés par J.Julo. Nous laissons s'exercer la sagacité du lecteur, qui aura préalablement lu les écrits Julo dans le texte.

A l'heure actuelle, il nous semble qu'un moyen raisonnable pour faire avancer des élèves dans la résolution de problèmes est de leur faire résoudre beaucoup de problèmes, en les laissant libres de leur démarche, en organisant des confrontations de solutions, en construisant des aides qui peuvent leur permettre d'avancer, en les aidant à formuler leur solution, bref à enrichir leurs représentations des problèmes de mathématiques....

PHASE 4 (non développée dans l'atelier)
Réfléchir à des pistes d'aide (étayées par des recherches) à la résolution de problèmes
Par exemple, la multiprésentation de Julo, cf. *Documents pour la formation* COPIRELEM de Rennes 1996 pages 110 à 115 (document a été distribué aux participants).

Conclusion générale

Actuellement, à la suite des analyses que nous avons faites sur le sujet, nous pensons que les progressions proposées dans les manuels scolaires actuels sur la résolution de problèmes ne sont pas satisfaisantes : elles risquent même d'engendrer certaines dérives dans les activités proposées en classe par les maîtres, elles peuvent induire des conceptions erronées sur la notion de problème chez les élèves ; il existe également un risque, à terme, de ne plus faire résoudre de problèmes mathématiques dans les classes.

Cependant, nous ne voulons pas dire par-là que toutes les activités proposées dans le cadre des leçons intitulées "Résolution de problèmes" sont à rejeter. Certaines ont une utilité, une pertinence (par exemple, lire un horaire, un plan, etc.) ; mais d'autres (rechercher a priori des données utiles, inutiles, etc.) nous semblent en contradiction avec ce qui est actuellement connu sur les processus qui interviennent dans la résolution de problèmes.

Notre principale critique porte sur l'importance prise par le traitement de l'information au détriment des connaissances, comme si les élèves échouaient dans la résolution de problèmes parce qu'ils ne savaient pas repérer les "bonnes informations". Ne risque t-on pas par ce biais là de favoriser des conduites "aberrantes" comme celles qu'on aimerait justement voir disparaître ?

Il nous semble que c'est aux formateurs de relancer les recherches sur la résolution de problèmes pour proposer éventuellement une ingénierie raisonnable, ne serait-ce qu'une suite de problèmes à résoudre de manière à augmenter les compétences des élèves en termes :
- d'évocation mentale de la situation comme aide au traitement,
- de reconnaissance de modèles déjà utilisés avec contrôle de la validité de ces modèles,
- de construction de nouvelles procédures combinant recours à l'analogie et application raisonnée de modèles...

En conclusion, nous souhaitons que la résolution de problèmes occupe une place importante dans la classe de mathématiques, car nous pensons que c'est en résolvant des problèmes que l'on apprend à en résoudre. Certes nous avons des exemples de dispositifs qui vont dans ce sens : les problèmes ouverts, les défis et les rallyes mathématiques dans la mesure où toute la classe participe. Mais il est important de faire entrer ces habitudes dans le fonctionnement usuel de la classe.

Ont participé à cet atelier :

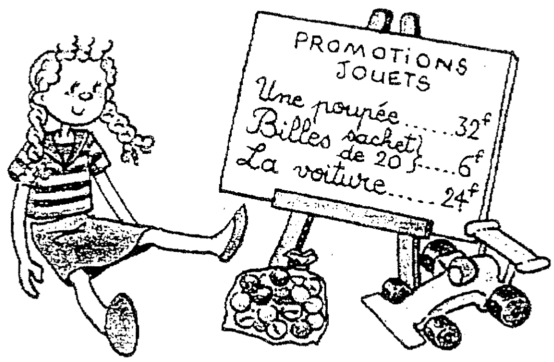
Nom	Prénom	Lieu d'exercice
AHREL	Danièle	IUFM Versailles
BARTH	Christian	IUFM Privas Valence
COPPE (animatrice)	Sylvie	IUFM Lyon
DEFAYE	Annie	CPC Limoges II
DUPONT	Franck	IUFM Poitiers
FENICE	Jean-Claude	IUFM Reims
GIRMENS	Yves	IUFM Perpignan
HOUDEMENT (animatrice)	Catherine	IUFM Rouen
KOBER	Paule	IUFM Nice
KUZNIAK	Alain	IUFM Rouen
LAURENCOT	Isabelle	IUFM Lorraine, Nancy
LEGALL (secrétaire)	Pol	IUFM Lorraine, Nancy
LEVAILLANT	Pascale	IUFM Versailles
MALLEN DONTENWILL	Annie	IUFM Vesoul
MASSOT	Christian	Commission IREM 1ier cycle, Nantes
MICHON	Florence	IUFM Grenoble
MOTILLON	Patrick	IUFM Poitiers
VERSEILLE	Brigitte	IUFM Versailles

Annexe 1

Extrait de *Spirale CP* page 57 Editions Nathan 1997.
La vitrine du marchand de jouets

2 *La vitrine du marchand de jouets*

Invente 4 questions à partir des nombres.



① ....

② ....

③ ....

④ ....

Annexe 2

Montage extrait de *Thévenet CM1* pages 70 et 71. Editions Bordas 1996.

30. Atelier PROBLÈMES · Identifier les données utiles

JE DÉCOUVRE

1. Madame Razet veut abonner sa fille au magazine *Wakou* pendant un an. Elle habite dans la banlieue parisienne et préfère payer par chèque bancaire.

Wakou — *Le magazine des petits curieux de nature*

Code annonce EAWK

BON D'ABONNEMENT
à remplir et à retourner à :

— POUR LA FRANCE —
Milan Presse
B.P. 82 - 31150 Fenouillet

— POUR LA SUISSE —
Éditions Eiselé
17, rue de Cossonay - 1008 Prilly

— POUR LA BELGIQUE —
Éditions Milan
Service Abonnements B.P. 21
1060 Bruxelles 6
Virement au compte numéro 068-21 50 521-58
Nom du souscripteur :

GARANTIES MILAN
VOUS POUVEZ :
- Choisir un autre magazine de la gamme Milan.
- Recevoir le magazine sur votre lieu de vacances.
- Interrompre l'abonnement si l'enfant n'était pas satisfait de son magazine.

S'ABONNER PLUS VITE :
PAR TÉLÉPHONE : (16) 61 76 64 11
PAR FAX : (16) 61 76 65 67
PAR MINITEL : 3615 CODE MILAN
(paiement par Carte bleue, ECMC ou Visa uniquement, en rappelant le code annonce).

☐ Je m'abonne pour 1 an à Wakou au prix de 286 F (au lieu de 312 F, prix de vente au numéro). Je réalise une économie de 26 francs (soit un numéro gratuit).
☐ Je préfère m'abonner pour 2 ans à Wakou au prix de 520 F (au lieu de 624 F, prix de vente au numéro). Je réalise une économie de 104 francs (soit quatre numéros gratuits).
Pour mon enfant, je recevrai aussi en cadeau un superbe poster gratuit.*
(Écrire en majuscules, n'inscrire qu'une lettre par case)

MLLE. M — NOM
PRÉNOM DE L'ENFANT
COMPLÉMENT D'ADRESSE (RÉSIDENCE, ESC., BAT.)
NUMÉRO — RUE/AV./BD/LIEU-DIT
CODE POSTAL — COMMUNE
TÉLÉPHONE — DATE DE NAISSANCE

Si votre adresse est différente de celle de l'enfant abonné, merci de bien vouloir nous la communiquer sur papier libre.

TARIFS

Durée	France	CEE DOM/TOM	Autres pays	Belgique	Suisse
1 AN	286 F	370 F	450 F	1350 FB	92 FS
2 ANS	520 F	690 F	850 F	2450 FB	-

Mode de paiement retenu
☐ Chèque bancaire ou postal à l'ordre de Milan Presse
☐ Carte bleue, ECMC ou Visa
N°
Date de fin de validité 19 — Signature indispensable

- Quel sera le montant du chèque ?
- À quelle adresse doit-elle renvoyer son bulletin d'abonnement ?
- Quelle est l'économie réalisée par rapport à l'achat au numéro ?
- Si elle veut s'abonner par téléphone, quel numéro devra-t-elle composer ?

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

1. Le camion d'une coopérative laitière ramasse, à chaque tournée, 180 bidons de lait contenant chacun 25 litres.
Il effectue ses ramassages tous les jours de la semaine à raison de 4 tournées par jour et au cours de chaque tournée, il parcourt 64 km.

› Quelle quantité de lait ramasse-t-il chaque jour ?

› As-tu utilisé toutes les données de l'énoncé pour répondre à cette question ?

2. Au cours d'une journée, un commerçant a vendu : 43 disques compacts à 123 F, 21 cassettes à 57 F, 4 postes de radio à 839 F, 2 magnétoscopes à 2 749 F.

› Calcule la recette de la journée.
(Tu peux utiliser la calculette.)

3. Les pêches sont vendues par plateaux de 3 kg.

› Quel est le nombre de plateaux nécessaires pour obtenir 72 kg ?
(Tu peux utiliser la calculette.)

Annexe 3 : Evolution des programmes de 1945 aux IO de 1995

IO 1945 — Cours élémentaire

"En principe, on peut se borner aux problèmes dont la solution ne nécessite qu'une seule opération, écrite ou mentale. Quand la solution nécessite plusieurs opérations, on peut en faciliter la recherche en demandant les recherches intermédiaires par des questions auxiliaires. Les quelques types simples qui paraissent constituer le maximum de ce que l'on peut demander à des élèves de cours élémentaire sont :
1 - une suite d'additions et de soustractions de petits nombres, par exemple recettes et dépenses avec gain et perte ;
2 - une facture simple : une ou deux multiplications et une addition ;
3 - une addition ou une soustraction suivie d'une division ;
4 - une division suivie d'une multiplication."

Cours Moyen

"Les mots de "vie courante" employés dans les programmes, marquent la volonté d'une relation étroite entre les mathématiques de l'école et les nécessités de la vie. Des problèmes de vie courante sont des problèmes vraisemblables, dont l'élève a vu ou verra des exemples autour de lui."

IO 1970 — Cours moyen 1970

"Il y a problème si, connaissant un certain nombre d'informations concernant une situation, on se propose de déduire de ces informations des renseignements non explicités initialement.
Résoudre un problème c'est **analyser la situation et les informations** données, dégager éventuellement des chaînes de situations élémentaires, **les schématiser** afin de mettre en évidence les relations mathématiques qui les décrivent, utiliser ces relations et leurs propriétés pour **en déduire les renseignements cherchés."**

IO 1985 — 2- Instructions

Lors de l'introduction de notions nouvelles, les élèves sont mis en situation d'apprentissage actif : ils découvrent les notions comme des réponses à des problèmes.
On peut répartir ces problèmes en trois groupes :
- ceux qui permettent la construction de nouveaux outils mathématiques (par exemple l'introduction de la soustraction, de la multiplication, des nombres décimaux) ;
- ceux qui invitent à utiliser des acquis, à en percevoir éventuellement les limites d'utilisation offrant ainsi au maître les moyens de contrôler le savoir (...) ;
- ceux qui sont liés à une véritable recherche (par exemple trouver tous les patrons d'un cube).

Résoudre des problèmes suppose la maîtrise d'un certain nombre d'outils numériques et géométriques et l'appropriation de méthodes. Pour cela le maître habitue les élèves à organiser les données (ce qui suppose des outils et la capacité de les choisir) ; à associer à une question posée les connaissances utiles ; à exprimer, oralement ou par écrit, leurs démarches et les résultats obtenus, en essayant de les justifier.

IO 1995

Compétences relatives aux différentes disciplines p. 106	**Compétences transversales** : Traitement de l'information p. 91
Cycle 2 * analyser des problèmes de recherche simples * choisir les données nécessaires à leur résolution *mobiliser les connaissances déjà acquises * exposer clairement des résultats **Cycle 3** Dans des situations variées, l'élève pourra : *reconnaître, trier, organiser et traiter les données utiles à la résolution d'un problème *formuler et communiquer sa démarche et ses résultats *argumenter à propos de la validité d'une solution *élaborer une démarche originale... *élaborer un questionnement à partir d'un ensemble de données.	**Cycle 2** *Utiliser un tableau à double entrée, lire un plan simple, exploiter une documentation touristique **Cycle 3** *savoir lire un graphique simple, un plan, une carte, un schéma, un tableau *savoir sélectionner des informations utiles et les organiser logiquement

Annexe 4

Etude de la progression **Résoudre des problèmes**
dans *Diagonale* CE2 (Editions Nathan 1993)

Titre leçon	*Pages*	*Description succincte du contenu*
Faire des déductions	22-23	Travail sur l'affirmation, la négation et le et.
Comprendre des documents	30-31	Questions de type lecture sur catalogue, journal télé, tableau de distances entre villes :lecture directe du document ou utilisation du document pour répondre à d'autres questions
évaluation	38	Questions de lecture sur un document et problème classique
Trier des questions	50-51	1- Classer des questions sur un document selon : je peux lire directement, je peux trouver à partir de plusieurs informations, je manque d'informations 2- 9 textes, 4 questions : les associer pertinemment
Reconstituer un énoncé	66-67	1- Ordonner 5 phrases données pour faire un problème 2- Compléter un texte à trous à partir d'une résolution à trous 3- Placer des nombres donnés dans un énoncé texte 4- Lire et éliminer des informations superflues
évaluation	72	Trois petits problèmes classiques relevant des multiplication, soustraction, addition.
Poser des questions	78-79	1- Informations données, résolution faite sous forme d'égalités, trouver questions 2 -Informations données, poser questions à trouver par calcul 3- Lier calcul fait à question possible (ou non)
Créer des énoncés	100-101	1- Inventer un problème à partir d'informations, de calculs faits. 2- Rédiger programme de construction sur figure.
Valider et justifier	118-119	1- Choisir (par ordre de grandeur) une réponse sur trois (problème donné) 2- Corriger erreurs d'élèves sur problème donné
Envisager plusieurs solutions	136-137	Résolution de divers problèmes avec plusieurs solutions
évaluation	144-145	Problèmes classiques
Résoudre des problèmes	148-149	1- Texte très long, beaucoup d'informations à gérer, résolution classique 2 -Autres textes plus courts et différents supports possibles
Résoudre des problèmes	164-165	1- Texte long, informations à décoder
évaluation	169	Problèmes classiques

Annexe 5

Etude de la progression **Résolution de problèmes**
dans *Objectif Calcul* CE2 (Editions Hatier, 1995)

Titre leçon	*Pages*	*Description succincte du contenu*
Recueillir les informations (1)	30-31	Documents sur plusieurs supports et questions de lecture
Recueillir les informations (2)	32-33	Presque idem : se glissent des questions nécessitant des comparaisons numériques et des petits calculs
Evaluation	35 n°9	questions de lecture essentiellement
Organiser les informations (1)	66-67	1- Problème additif avec données à chercher dans une image2 et 3- Problème avec beaucoup de données et de lecture : aide proposée à l'organisation
Organiser les informations (2)	68-69	1- Texte très long pour recueillir des informations chiffrées2- Questions de lecture habillées en affirmations à valider ou non.
Evaluation	70	Mise en tableau préparé d'un texte type catalogue
Lire des graphiques	100-101	Questions de lecture sur graphiques divers
Lire un plan, une carte	102-103	Idem pour les cartes et plans qui correspondent à des modélisations de l'espace, soumis à des règles mathématiques (échelle, etc.).
évaluation	105 n°9	Problème avec informations dans texte et sur affiche
Réfléchir à la vraisemblance des énonces	132-133	1- Texte à trous à compléter avec des prix usuels 2- Texte à trous à compléter avec des nombres donnés 3- Texte à ordonner 4- Texte à trous (cohérence pragmatique)
Organiser et traiter les informations	134-135	1- Document à partir duquel il faut inventer des questions 2- Proposition de divers supports pour organiser : tableau, droite graduée
évaluation	137 n°10	Questions de lecture et petits calculs sur un extrait d'horaire télé.
Problèmes numériques : résolution de A à Z	166-167	1- Organisation d'informations avant la résolution
Problèmes géométriques : résolution de A à Z	168-169	Textes usuels de géométrie : consignes diverses à lire et exécuter dans l'ordre.
évaluation	107 n°5-7	Questions plus liées à la compréhension du contexte qu'à une seule lecture (prix de parking, recette)

Annexe 6

Extrait de *Maths : Quadrillage CM1* page 129. Editions Istra 1997 :
Le circuit d'orientation.

3 Le circuit d'orientation

Des enfants préparent un circuit d'orientation long de 750 m.
Ils le balisent grâce à 2 rubans accrochés à des piquets enfoncés dans le sol.
Ils mettent un piquet tous les 15 m.
Le rouleau de ruban coûte 73 F les 100 m.
Les piquets sont vendus par lots de 10, un lot coûtant 82 F. 25 écoles sont inscrites à ce parcours.
La participation de 60 F par école suffira-t-elle pour couvrir la dépense ?

♦ Voici les neuf opérations nécessaires pour résoudre ce problème :

60 x 25 = 1 500   750 x 2 = 1 500   410 + 1 095 = 1 505   1 500 : 100 = 15
5 x 82 = 410   15 x 73 = 1 095   50 : 10 = 5   1 505 – 1 500 = 5   750 : 15 = 50

♦ Voici les cinq étapes par lesquelles il faut passer pour résoudre ce problème :

•	• • •	•	•	• • •
Recette	Prix du ruban	Dépense totale	Réponse finale	Prix des piquets

Place les opérations dans les bonnes cases et remets les cases dans l'ordre.

FORMATION DES PE À LA COMPRÉHENSION DE TEXTES

Isabelle Beulque, Martine Lardey, Henri Delègue, Jean Roussel[1]

Introduction

Les discussions menées lors de l'atelier se sont appuyées sur le compte rendu du travail de recherche conduit à l'IUFM Nord Pas de Calais : une première étape avait été présentée lors du colloque de Loctudy (IREM de Brest, 1999).
Le travail du groupe porte sur la formation des étudiants professeurs des écoles à l'analyse de la complexité et à la gestion d'une situation de recherche. Deux axes sont retenus : l'étude des textes proposés aux élèves (et en particulier les énoncés de problèmes) et l'utilisation de représentations graphiques bidimensionnelles par les élèves.
Le travail proposé aux étudiants se situe à une intersection de trois disciplines de leur formation en première année (français, mathématiques et sciences humaine) et porte sur trois lieux de formations: les circonscriptions, les classes d'application et le centre IUFM.
Nous élaborons des situations qui permettent aux étudiants d'évaluer la complexité d'une situation de recherche présentée sous la forme d'un écrit. Un scénario consiste à faire analyser par les étudiants les différences de performances de leur propre groupe pour des problèmes voisins, à dégager des facteurs jouant sur la complexité et à procéder à des réécritures utilisant les variations de ces facteurs. La première réécriture des énoncés proposés ne met pas en valeur une différence notable de compréhension par les PE de l'origine des difficultés rencontrées en comparaison des réécritures produites par les élèves. Il est nécessaire de faire intervenir une typologie[2] des problèmes du même champ conceptuel pour permettre aux PE de s'engager efficacement dans une seconde réécriture. Cette situation de formation donne du sens à la classification choisie : quels outils elle donne aux professeurs pour contrôler les effets des variations qu'ils effectuent à partir d'un énoncé.
Il s'agit aussi, à partir de séances menées dans différentes classes, de dégager les étapes essentielles pour favoriser la compréhension par les élèves d'une telle situation de recherche : rôle de la production d'écrits par les élèves, des schémas.
Concernant les représentations graphiques, les élèves comme les étudiants ont étudié divers modes de représentation des informations mais sans cohérence ; en particulier l'enseignement de tel ou tel schéma semble relever du choix personnel de leur professeur ou d'un manuel. L'utilisation de ces schémas peut alors correspondre à une véritable régression. C'est souvent un aspect secondaire du schéma qui est mis en évidence et retenu ou alors une utilisation à sens unique qui est privilégiée.

Présentation du dispositif conduisant à la réécriture d'un énoncé.

Les professeurs des écoles débutants éprouvent de grandes difficultés à évaluer puis contrôler la variation de la complexité d'un énoncé de problème. Ils proposent indifféremment : des énoncés qui ne sont que le déguisement d'une opération, d'autres énoncés introduisant une complexité pertinente et enfin des énoncés dont ils n'ont même pas soupçonné l'ambiguïté sur le plan linguistique ou pour le choix du traitement mathématique à effectuer.
Il est vrai que, sauf dans le cas où il a été alerté, un lecteur se contente de la compréhension d'une première lecture rapide, fondée sur l'identification de mots importants. Dans le cas de textes scientifiques, cette attitude peut engendrer l'association immédiate d'un modèle erroné

---

[1] IUFM Gravelines

[2] En l'occurrence, nous utilisons celle proposée par G. Vergnaud et largement reprise dans les documents destinés à la formation des P.E.

qui va ensuite faire obstacle à une compréhension exacte. C'est en particulier le cas de certains énoncés de problèmes.

Nous exposons ici les premiers résultats d'un travail mené avec des étudiants préparant le concours de recrutement des professeurs des écoles à l'IUFM Nord Pas de Calais :

- Comme candidats à un concours qui exige d'eux la résolution de problèmes, ils se trouvent eux-mêmes confrontés à des énoncés qui les conduisent à des réponses erronées mais aussi à ne pas reconnaître par la suite le caractère erroné de ces réponses.
- Comme futurs professeurs, responsables en particulier de l'apprentissage de la lecture et de la résolution de problèmes, ils doivent prendre conscience de la nécessité d'un travail de classe sur ce qui fait vraiment obstacle à la compréhension et la résolution de problèmes donnés à l'école.

L'équipe qui conduit cette recherche est constituée de formateurs intervenant auprès d'un même groupe d'étudiants à des degrés divers (formateurs permanents, maîtres formateurs, conseillers pédagogiques de circonscription) dans trois disciplines (français, mathématiques, psychologie et didactique). Une partie du groupe de recherche propose des activités dans des classes primaires : les résultats sont utilisés avec les étudiants à titre de comparaison avec leurs propres réponses ou de vérification d'hypothèses sur les productions possibles des élèves qu'ils ont émis a priori.

<u>Persistance des choix effectués initialement et résistances à admettre leur caractère erroné.</u>

Pour aborder la question avec les étudiants, nous leur avons proposé un énoncé ont la difficulté ne réside pas dans le traitement mathématique adéquat (il s'agit de faire une addition).

Le même énoncé a fait l'objet de trois séances clairement présentées en dehors des cours disciplinaires et avec la présence de plusieurs formateurs:

- l'une, le premier jour de présence à l'IUFM, consiste à résoudre une série de petits problèmes (parmi lesquels figure celui qui sera analysé dans l'optique de la compréhension de l'énoncé). Le contrat est clairement spécifié : il s'agit d'une évaluation permettant de leur proposer rapidement des documents et exercices de mise à niveau. Chacun de ces problèmes est traité sur une feuille individuelle comprenant une partie réservée au brouillon (tout effaceur est interdit) et une indication de l'heure de début de lecture de l'énoncé et de l'heure de fin de rédaction de la réponse. A la fin de la séance, la réponse juste pour chaque problème est donnée sous forme polycopiée sans commentaire général ; il peut y avoir des dialogues étudiant-étudiant ou étudiant-formateur (pas nécessairement le professeur de mathématiques).
- la seconde, début janvier, permet **un retour sur les résultats obtenus par l'ensemble et d'initier une réécriture** sous contrainte de l'énoncé,
- la troisième, en mars, conduit à **l'étude des reformulations produites par les élèves de l'école et celles produites par les PE1**, c'est l'occasion d'un réinvestissement de ce qui a été étudié sur la catégorisation de problèmes.

Enoncé de la version de départ :

Cet après-midi, monsieur Lucien a acheté 850 mètres de grillage, il entoure sa propriété et constate le soir qu'il en a 423 mètres de moins que le matin. Quel est le périmètre de la propriété de monsieur Lucien ?

<u>Explications sur le choix de cet énoncé :</u>

On pourrait penser qu'il ne s'agit que d'un piège dans lequel il est naturel que chacun tombe. Nous l'avons choisi parce qu'il présente des caractéristiques faciles à expliciter auprès des étudiants :

- Il ne donne pas de précision sur l'état initial ; il est nécessaire de considérer qu'il y a une quantité initiale de grillage mais celle-ci n'est ni spécifiée, ni mentionnée. Seule une explicitation inférentielle de la proposition « de moins que le matin » conduit à l'évoquer.
- La représentation mentale du déroulement est facile, mais c'est un piège, on se laisse piéger par ce film au lieu de prendre en compte les indicateurs temporels de la fin du texte qui obligent à revenir en arrière. La prégnance du déroulement chronologique d'un récit est ici très forte, dans l'énoncé on bouleverse l'ordre d'évocation des différents moments. Ce qui renforce la tentation d'en faire un récit et donc de le traiter dans l'ordre chronologique, c'est que l'action est explicitée (achète, entoure) et qu'il n'a pas de champ lexical spécifique : en effet la reconnaissance par les étudiants de certains lexiques peut induire une lecture favorisant ou perturbant la compréhension du texte (par exemple, dans un énoncé sur les balances commerciales ayant sensiblement la même structure[3] et conduisant à la même opération, les indicateurs temporels sont automatiquement pris en compte par les étudiants ayant suivi une formation économique).
- Deux informations sont contenues dans la même proposition (de moins que le matin).
- Les expressions de l'énoncé ont une connotation associée à une soustraction et pourtant il faut effectuer une addition.

<u>Résultats obtenus par les PE1 en septembre 1997 et septembre 1998</u>

Dans les deux cas le problème était présenté en deuxième ou troisième position de façon à ce que les étudiants aient le temps de s'approprier le type de document.

Nombre total de feuilles recueillies	82
Durée consacrée à la lecture et à la résolution de l'exercice	30 secondes (réponse fausse 427 m) à 8 minutes (réponse exacte), mais la quasi totalité des copies se situe entre 1 et 4 minutes
Réponse 427 mètres (soustraction)	44 soit 54 % soit plus de la moitié
Réponse 423 mètres (seconde donnée)	25 soit 30% soit près d'un sur trois
Réponse 1273 mètres (addition)	11 soit 13% soit moins d'un sur 7
Pas de réponse	2

<u>Remarques complémentaires :</u>
- en général les copies qui correspondent à 4-5 minutes sont celles où le brouillon fait état du passage d'une réponse fausse (427) à une autre réponse (souvent fausse: 423, parfois exacte 1273) ;
- ceux qui ne répondent pas mais aussi d'autres utilisent la partie réservée aux commentaires pour affirmer que ce n'est pas un problème de mathématiques, que l'énoncé est incompréhensible,.. alors que dans les autres items du tests ils ne font aucun commentaire.

<u>Premier bilan qui sera communiqué aux étudiants lors de la seconde étape :</u>
Les PE1 n'ont pas des résultats sensiblement différents de ceux obtenus en CM2. Mme Lardey a présenté une séance conduite en CM à partir du même problème présenté différemment aux élèves : après un court moment de résolution individuelle, la classe a fonctionné collectivement : il s'agissait en réalité de recueillir des productions écrites et orales d'élèves

[3] Au premier semestre, la France a enregistré un déficit commercial de 476 millions de francs. A la fin de l'année, on constate que pour l'année 1996, la balance commerciale a enregistré un excédent de 1,3 milliards de francs.
Que s'est-il passé au second semestre?

confrontés au même énoncé . Ils ont aussi produit ensuite de nouveaux énoncés qui ont été proposés lors de l'atelier de Limoges pour une comparaison avec ceux produits par les PE1 lors de la réécriture.

Cas particulier des doublants
Les étudiants admis à doubler doivent avoir été admissibles au concours ; ils se situent donc dans les deux premiers tiers de leur promotion ; il ne s'agit pas des plus faibles en particulier en mathématiques.
11 étudiants étaient dans ce cas et ont accepté de répondre à nouveau aux exercices du test.

Réponse 427 mètres	**2**
Réponse 1273 mètres	**8**
Ne répond pas	**1**
Durée :	**De 1 minute à 7 minutes, moyenne de 3 min**

Ces résultats n'ont pas valeur de statistique mais, que ce soit du point de vue de la durée ou du point de vue des erreurs encore présentes, il est manifeste que même après avoir travaillé sur la réponse exacte l'année précédente, ils n'ont pas acquis d'automatisme dans la résolution du problème. Certains manifestent même une réticence à accepter de façon durable le caractère erroné de la réponse 427mètres. Ainsi l'un des 8 qui répond 1273 m ajoute en commentaire : « je sais qu'il faut faire une addition mais je ne retrouve pas pourquoi ».

Retour sur la réponse quelques mois plus tard.
Rappelons que seule la réponse (addition) avait été communiquée, certains étudiants avaient cherché à se convaincre de son exactitude mais aucun formateur n'était intervenu.
Le premier travail demandé est celui de se mettre d'accord sur les arguments qui permettent d'assurer que la réponse donnée par l'addition est exacte.
Dans chacun des 6 groupes, au moins un PE1 exprime des réticences à accepter l'addition comme procédure exacte. Lors des explications, d'autres se mettent à douter. Il se passera donc au moins une demi-heure pour que chaque groupe arrive à un accord : les PE qui ont compris sont confrontés à la difficulté d'expliquer alors qu'ils ne comprennent pas que d'autres ne comprennent pas.
Le premier élément de justification consiste à créer la quantité de grillage dont M. Lucien dispose le matin, soit en lui donnant une valeur spécifiée (une étudiante comprend l'énoncé lorsque, ayant donné la valeur de 100m à ce stock, elle constate que « çà ne va plus à la fin », cela permet à une autre de prendre conscience qu'il en faut plus de 423m ce qu'elle avait fait implicitement) soit en utilisant le registre algébrique soit en dessinant cette quantité[4].
Certains groupes ont ensuite un long débat sur l'ordre d'utilisation du grillage (le neuf avant l'ancien ?) L'une des étudiantes tente une analogie : si ta mère te donne 500F pour acheter un manteau, tu les utiliseras avant de compléter avec ton propre argent.
Au moment de la synthèse, on constate trois stratégies d'explications :
1) Le verbal, la narration de la journée de M. Lucien si nécessaire, avec les dessins associés et dans certains cas complétée par un mime du récit.
2) Des arguments d'autorité (de toutes façons il a un stock le matin sinon çà ne marche pas, moins par moins çà fait plus, utilisation de l'algèbre,...) :

[4] Rappelons que ces étudiants ont étudié les mathématiques pendant plus de dix ans du CP à la terminale au minimum.

En réalité le passage par l'algèbre ne leur permet pas de faire travailler l'articulation avec les diverses solutions arithmétiques, par exemple de faire face à l'argument : on ne sait pas s'il utilise d'abord le nouveau grillage ou l'ancien

Voici un exemple de schéma proposé : $x \xrightarrow{achat} x + 850 \xrightarrow{entoure} x - 423$

$$-423 + x = 850$$

3) La conception d'un schéma dynamique qui suit une énonciation chronologique
la donnée d'une quantité de grillage au départ prenant une valeur arbitraire (500) ou non précisée. Par exemple, un groupe fera des flèches pour indiquer l'augmentation ou la diminution du stock initial de 500 mètres et le complètera peu à peu.

Dernier retour sur le problème :

Quelques temps avant le concours, nous avons proposé d'analyser à nouveau les textes produits lors de la seconde séance pour examiner s'ils relevaient du même problème.

La plupart des étudiants avaient bien intégré la solution du problème sous sa forme initiale, cependant trois étudiants (dans des groupes différents) ont demandé à leurs collègues de revenir sur l'argumentation qui conduisait à exclure les autres réponses. La proximité du concours a sans doute motivé cette demande qui montre la résistance à admettre de manière stable le travail de lecture approfondie du texte. L'analyse effectuée sur les différents textes produits, et en particulier l'utilisation du travail de G. Vergnaud semblent avoir stabilisé la compréhension de ces textes (information obtenue auprès des intéressés après l'écrit du concours par entretien individuel).

Conclusion de l'atelier : discussions sur les différents travaux présentés.

A la suite de la présentation des résultats obtenus, les interventions des participants à l'atelier ont porté sur :

1. le caractère provocateur de l'énoncé qui a été proposé aux étudiants : la difficulté vient à la fois de la structure du texte et de la présence d'un implicite (le stock initial). Il est hors de question d'avoir pour objectif que les élèves apprennent à résoudre des problèmes proposés ainsi. Il s'agit en revanche de mener une réflexion sur ce qui fait la complexité d'un énoncé du point de vue linguistique. On remarque par ailleurs que si l'implicite n'est pas perçu à la première lecture, l'essentiel de la complexité demeure.
2. Les rapports entre la compréhension et la résolution d'un problème : dès l'origine, à travers l'étude comparée de deux mémoires professionnels de PE2 jugés très positifs, nous avons souligné que la compréhension du texte n'est pas un préalable mais une partie importante de la résolution.
3. Les schémas utilisés par les élèves qui ont été confrontés au même problème (classe de Mme Lardey) : les élèves ne semblent pas posséder plusieurs types de schémas, y a t il eu un travail sur ce sujet. Ce n'est pas le cas.
4. Les dispositifs permettant des cointerventions de divers types de formateurs (maths français) : il y a effectivement intervention ensemble dans la même classe, ce qui est particulièrement important pour le processus de formation. Chaque formateur doit pouvoir intervenir pour expliciter ce qui relève de son domaine : par exemple la nécessité de fixer des contraintes dans une tâche de réécriture, l'étude linguistique du texte en français et la structure d'un problème additif, les schémas, le choix des nombres en mathématique. C'est ce qui nous permet d'exploiter le travail de réécriture, par exemple lors de l'analyse des textes produits.
5. L'adaptation de ce travail à des PE2 qui semblerait intéressant à certains collègues : en réalité il est difficile de revenir sur ce sujet dans le cadre limité de la seconde année.

« DÉFI-MATH », UN OUTIL PÉDAGOGIQUE POUR LES CLASSES DE PRIMAIRE ET DE SEGPA

Jean-Louis IMBERT[1]

L'atelier a regroupé une douzaine de PIUFM, IEN et CAPIEN des académies d'Aix-Marseille, Blois, Clermont-Ferrand, Créteil, Dijon, Orléans, Rouen, Nord-Pas de Calais, Rennes, Toulouse, Versailles. Les motivations étaient définies par la volonté de mettre en place un « rallye » ou de faire évoluer des existants ou encore de confronter ce genre de pratique avec des outils déjà expérimentés (mallette de problèmes, ateliers de recherche, « problèmes SEGPA »).

L'atelier devait s'organiser autour de trois points :

- La présentation de l'organisation et du type de problèmes (présentation du site « Web ») ;
- La présentation de quelques moments clés sous la forme d'une vidéo ;
- Une recherche des participants autour de : « Quels prolongements de l'activité entre les manches ? ».

Le troisième point a permis de s'interroger sur les organisations similaires et sur les contenus des problèmes.

Lorsque l'on parle de Rallye, il faut noter la grande diversité d'existant et faire référence aux travaux de H.PEAULT publié dans le compte rendu du XX ème Colloque de la COPIRELEM (Aussois 1993), Grand N n°51 et « Un rallye pour débattre de mathématiques » CDDP Angers Nov. 1993 .

Jean-Louis Imbert a essayé de mettre en évidence ce qui est spécifique dans ce « Défi-math » pour arriver à le penser en tant qu'outil pédagogique pour les classes du primaire et de SEGPA.

L'ensemble des références est accessibles sur le serveur Internet de l'académie de Toulouse à l'adresse suivante : http://www.ac-toulouse.fr/math/ puis suivre le lien « Jeux et Concours ».

En résumé, le défi-math c'est :
Un concours de mathématiques par classe entière qui se déroule en trois manches (novembre, janvier et mars). Les épreuves consistent à résoudre trois problèmes parmi huit en une heure. Au départ, la classe dispose d'un capital de 50 points (Annexe 1). Chaque problème se voit attribuer n points variables selon le sujet. La classe doit donner une réponse unique : si la solution est bonne, la classe se voit attribuer n points, sinon, elle se voit retrancher n points. Les mêmes épreuves sont proposées du CE2 au CM2.
L'enseignant ne doit intervenir ni dans l'organisation, ni dans la résolution, pas plus que dans le choix des réponses retenues...

Les classes répondent par courrier ou fax au responsable départemental qui envoie le score obtenu et des éléments de réponse associés à des pistes de prolongement pour l'enseignant (voir Annexe 4)
Cette expérience est conduite par cinq professeurs de mathématiques des Professeurs des Ecoles de l'IUFM de Toulouse (JF. Bergeaut, A. Connes, P. Danos, JL Imbert, JL Sendral, G. Tournier). Elle concerne en 1999 environ 500 classes du cycle 3 soit prés de 10 000 élèves.
En SEGPA c'est aussi un outil de socialisation autour de l'activité mathématique trop souvent étiquetée "échec". Les épreuves proposées aux SEGPA sont les mêmes de la 6° à la 3°. Les premières années, dans le cadre de la formation continue, les enseignants ont participé à l'élaboration des sujets (notamment en SEGPA).
Une adaptation est expérimentée au cycle 2 (CP, CE1) dans les Hautes-Pyrénées.
Le projet a été présenté lors d'un stage de formation continue sur la résolution de problèmes en 1993.

L'organisation du « Défi » permet de poser quelques questions :
Pourquoi 3 manches ? Quel rôle pour l'enseignant ? Que faire entre deux manches ? Qu'exploiter en formation initiale ou continue ?

[1] Animation : Jean-Louis Imbert (IUFM de Toulouse) ; rapporteurs : Jean-Claude Lebreton et Catherine Taveau

Les trois manches permettent

- d'une part d'exploiter la fonction de répétition qui mobilise un peu plus les acteurs à l'instar des tournois sportifs.
- d'autre part de sortir le « défi-math » de l'impression qu'il est une parenthèse dans la vie, dans le débat mathématique de la classe.

On dispose de l'entre manche pour construire une activité mathématique sur ce qui s'est passé pendant la dernière manche, pour anticiper ou non la suivante. C'est la phase d'abandon du jeu …

Pendant l'épreuve, l'enseignant change de rôle, son statut d'observateur lui permet de mieux analyser les démarches des élèves et donc de prolonger l'activité entre les deux manches.

Par son changement de place, il observe, il ne valide pas les réponses proposées par les élèves. Il pourra d'autant mieux conduire le débat sur les preuves qu'auront retenues les élèves.

Nous avons observé deux séquences vidéo sur la validation de deux problèmes en CM2 qui soulignent les obstacles des élèves à une argumentation faisant abstraction de leurs personnalités.

Ne pas intervenir du tout durant l'épreuve est frustrant pour de nombreux enseignants. C'est pourtant l'occasion de voir la classe sous un jour nouveau : répartition des rôles au sein de la classe (les élèves peuvent chercher seuls, en groupes), prises de décisions.

Ce fut l'occasion d'un débat :

Faut-il que l'enseignant garde sa classe pendant le rallye ? La réponse majoritairement est oui, si on veut avoir des retombées pédagogiques dans les apprentissages. Une logique d'animation de circonscription pourrait négliger ce point qui pourtant nous semble fondamental dans la résolution de problèmes.

Travailler sur l'intérêt de l'argumentation est essentiel, leur donner l'occasion d'aller au bout de leur logique, voir les difficultés « quand le vote des élèves prend la place de l'argumentation » permet de replacer le débat mathématique sur d'autres rails que ceux de la démocratie, observer surtout lors de la 1ère manche le travail à faire avec les élèves sur l'importance des preuves…

L'importance de l'entre deux manches découle des deux points précédents.

Lors de la 1° manche, des décisions sont parfois prises par vote ou en suivant tel leader ou tel bon en math. Mais une fois la sentence tombée, les élèves ont besoin d'être convaincus lors des manches suivantes.

Diverses exploitations sont possibles concernant les aspects interdisciplinaires, le mode d'organisation de la classe, les compétences disciplinaires (voir annexe 2).

Il y a même des classes qui envoient des propositions de problèmes.

Des exercices pour un cycle et pas par niveau permettent un changement dans la manière d'approcher un problème.

Les aspects formation initiale et continue :

Dans le cadre de la formation des PE2, après avoir travaillé une des situations « Vache et Paysan » ou « Café au lait » (cf. documents COPIRELEM Stage Cahors 1991) sur la notion de preuve, la présentation du « défi » qu'ils verront ou expérimenteront en principe lors d'un stage en responsabilité, permet un débat et un changement de point de vue des PE2 sur leurs conceptions de l'apprentissage des mathématiques. Pour des PE2 qui ont du mal à concevoir l'existence de situations où les élèves peuvent argumenter sans l'intervention du maître, le visionnement de vidéos contribue à remettre en cause de telles représentations.

Les productions des classes en retour sont utilisables.

En formation continue, les possibles varient en fonction des moyens.

Un possible très riche, lorsque l'on peut travailler dans la classe d'un stagiaire, peut être organisé avec les phases suivantes :

- Chaque enseignant cherche les solutions.
- Analyse a priori sur ce qui peut se passer dans une classe.
- Passage en classes, avec un groupe d'observateurs par classe.
- Correction de l'épreuve.
- Conclusions, prolongement de l'activité : Que peut-on exploiter du travail de la classe ? (annexe 3 et 4)
- Le retour n'est pas toujours gérable dans un stage !…

Une autre situation très intéressante avait été proposée par Hervé PEAULT : les enseignants ont été mis dans une situation identique à celle des élèves lors d'une manche. Puis ils ont examiné leur propre pratique : pourquoi avoir gardé ou rejeté tel problème, par exemple ?

Quelques éléments du débat sur les spécificités du défi pour les SEGPA :

Les enseignants n'ont pas voulu que l'on reprenne le défi cycle 3. La recherche de problèmes, même si elle n'aboutit pas toujours, a conduit à proposer des situations nécessitant la collaboration des élèves, i.e.

- proposer des problèmes où les informations sont réparties entre les élèves et où il y a nécessité d'aller collecter chez les autres
- pour aider à la collaboration, proposer des exercices qui ne peuvent pas être faits par une seule personne dans l'heure.

Mais se pose aussi le problème du type d'exercices proposés dans ces rallyes : ce sont essentiellement des problèmes atypiques ;

Il reste cependant, la volonté de couvrir tous les champs mathématiques possibles.

Mais les situations d'apprentissage et les situations de résolution de problèmes sont différentes et on peut se demander si le rallye peut aider dans l'apprentissage. La réponse est : Oui sûrement ! mais le défi est un jeu, et cela doit donc rester une activité ludique.

Autre cycle, autre question : doit-on le mettre en œuvre au cycle 2 ?

Dans les Hautes-Pyrénées, la demande du rallye pour le cycle2 (annexe 5) provient d'un grand nombre d'enseignants de classes uniques.

Avec quelques adaptations :

Deux manches, la première en janvier. Six problèmes en 1 heure (au bout de ¾ heure, les élèves ont fini de chercher) ; les enseignants peuvent relire, reformuler éventuellement .

Après la récréation, ils choisissent les problèmes.

Constat : cela marche bien pour les CE1, plus difficilement pour les C.P., plus égocentriques.

Mais que devient l'idée d'argumentation dans la classe (Réf. Cooperative Learning, Robert Slavin, Johns Hopkins University, Longman New-York & London) quand beaucoup de décisions se font par vote. Exception faite si le groupe-classe est suffisamment petit (6-7) pour que l'argumentation puisse se développer et être discutée. Cette grande difficulté à travailler sur la preuve est normale par rapport au développement égocentrique des enfants de cet âge.

<u>Eléments de débat, remarques diverses apparues dans l'échange et questions à prendre en compte dans les perspectives :</u>

a) A propos des problèmes :

- l'essai a été tenté de proposer 6 problèmes au lieu de 8 : le nombre s'est avéré insuffisant.
- au cycle 3, l'épreuve devant convenir à des CE2, il y a des contenus qui ne peuvent être proposés, comme les décimaux ou la division.

b) l'élève est mis en situation de chercheur, pas en situation d'apprentissage. Voir la brochure Jeux IV de l'APMEP.

c) Jean JULO (Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, PUR, 1995) propose de fournir des aides en cours d'activité pour des élèves en difficulté sur la situation. Mais il faut gérer la rupture moment de jeu / moment d'apprentissage.

d) Il reste des problèmes de mise en œuvre du jeu :

✓ Le problème du lot des gagnants (en faut-il ? si oui, lesquels ? Aucune réponse ne nous satisfait complètement):

- lorsqu'on donne un prix à la classe (par exemple un livre ou un bon de commande de 150 F), la classe qui en profitera sera celle de l'année suivante.
- certaines années, des prix ont été distribués à chaque élève de la classe (des places de cinéma).
- la recherche de sponsors, outre qu'elle prend du temps, a des effets pervers. Ainsi, le Crédit Agricole, lorsqu'il offre un livret, espère bien fidéliser un futur client.
- certains maîtres peuvent être tentés, si le prix est important, pour voir leur classe gagner, de donner un coup de main.

✓ Dans d'autres systèmes, comme le Rallye Mathématique du Centre (classes de 3° et 2°), le surveillant est un enseignant autre que le titulaire de la classe. Mais on perd alors le bénéfice de l'observation, utile pour une réexploitation entre deux manches

✓ Le problème est posé sur les dérives possibles de l'extension du rallye à de trop nombreuses classes. En tant que formateurs que pouvons-nous « contrôler » et ceci nous renvoie au lien nécessaire avec la formation continue.

✓ Un tel dispositif peut-il être géré par une personne ayant des responsabilités hiérarchiques, comme un I.E.N.? Il ne faut pas sous-estimer l'impact institutionnel d'un tel choix. A noter, certains enseignants font faire l'épreuve à leur classe mais n'envoient pas les réponses par peur d'être jugés !... même si la discrétion est garantie par une personnalisation des courriers.

<u>Les perspectives :</u>

Evaluer, en quoi cela change les pratiques mathématiques des élèves.

Savoir mieux sélectionner les types de problèmes pour arriver à une conduite d'utilisation entre deux manches.

Se construire des outils vidéo et autres pour la formation initiale et continue en vue d'aider les enseignants à exploiter cet entre-deux-manches, «outil pédagogique ».

Défi-Math 98-99

Deuxième Manche

Rallye Mathématiques Sans frontière Midi-Pyrénées

Jeudi 28 Janvier

Cycle 3

1°) 10 Points :

Dans cette histoire je dispose de 30 boîtes qui peuvent contenir le nombre de billes que je veux. Dans la première boîte je mets 1 bille, dans la deuxième 2, dans la troisième 4 (double de 2), dans la quatrième 8 (double de 4), et ainsi de suite, dans la huitième boîte j'ai donc 128 billes.
Combien en aurais-je dans la trentième ?

2°) 10 points :

Luc, Pascal et Mélanie lisent chacun une bande dessinée différente. Il y a «Tintin », «Mickey » et «Boule et Bill».
Mélanie ne veut pas lire Mickey .
Si Luc lit Boule et Bill alors Mélanie ne veut pas lire Tintin. C'est un garçon qui lit « Boule et Bill ».
Lequel ?

3°) 11 points :
L'agent secret 007 a reçu le message suivant :

2 – 5 + 5 x 3 x 5 /   3 + 4 * 4 x 4 x 4 * 5 + 4 + :

1 x 1 / 3 x 5 x 4 * 3 / 4 * 1 x 5 / 3 x   1 / 1 –

4 / 5 / 1 * 4 * 3 + 1 /5 x 3 *

Sur son micro film il lit son code.

Code	1	2	3	4	5
/	A	B	C	D	E
*	F	G	H	I	J
+	K	L	M	N	O
X	P	Q	R	S	T
-	U	V	W	X	Y

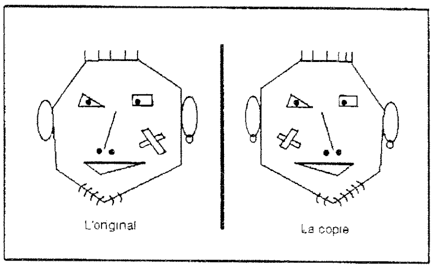
Quel est le message reçu ?

4°) 11 points :

Le nombre 17 peut s'écrire de plusieurs façons comme la somme de trois entiers. Par exemple 8 + 2 + 7. Trouvez, parmi les sommes égales à 17, constituées de trois entiers, celle dont le produit des trois entiers est le plus grand.

5°) 12 points

André vient de dessiner le symétrique de l'affreux par rapport à l'axe vertical. Il a commis des erreurs.



Combien ? Entourez-les.

6°) 13 points :

1998 est comme 1899 une année « de somme 27 »
(1 + 9 + 9 + 8 = 27 = 1 + 8 + 8 + 9)
Quelle sera la prochaine année de somme 27 ?

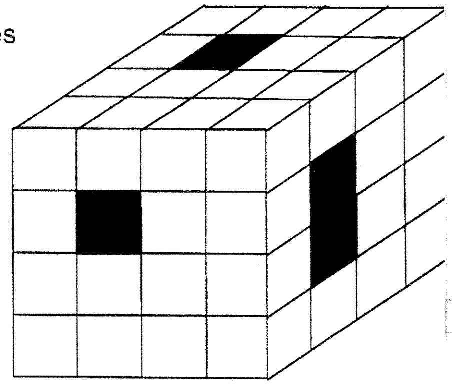
7°) 14 points :

A l'école il y a deux horloges. L'une avance de 4 minutes toutes les heures et l'autre retarde d'une minute toutes les heures.
Le directeur les a mises à l'heure hier et maintenant l'une marque 17h36 et l'autre 15h36.
Quelle heure est-il ?

8°) 15 points :

Ce cube est un assemblage de petits cubes. Une rangée colorée est faite de quatre petits cubes de la même couleur.

De combien de cubes colorés et de cubes blancs est formé ce cube ?



Annexe 1

Aux maîtres qui le peuvent, merci de nous retourner des productions d'élèves sur leurs démarches de résolution.

Que peut-on exploiter autour d'une manche du Défi-Math ?

I. Les aspects interdisciplinaires

A. L'organisation :

a-t-elle été efficace, défaillante, améliorable ?

à propos du choix des problèmes

les outils utilisés : par rapport à ceux que, seul le maître connaît

B. Le mode de fonctionnement en groupe

du point de vue : de chacun, du maître

le rôle de chaque élève

Ces différents points peuvent faire l'objet d'une rédaction d'une charte du Défi.

II. Les compétences disciplinaires

En principe, les différents problèmes sont choisis dans les différents champs des mathématiques de l'école primaire, numération, calcul, mesure, géométrie (parfois "dans l'espace"), logique. Les enfants ne connaissent pas forcément les procédures expertes mais leurs connaissances leur permettent de s'engager dans le problème et de le résoudre.

Le choix de la réponse est le moment où l'argumentation mathématique est présente, la formulation de cette argumentation reste la propriété de la classe.

A. Les problèmes traités

1.Ceux qui ont été retenus

i. la réponse retenue est exacte

Il y avait d'autres réponses, elles contenaient des erreurs à comprendre ; peut-être ?!

ii. la réponse retenue est inexacte

a. il y avait d'autres réponses,

1) Retour sur ces réponses

b. y avait-il une réponse exacte ?

1) Comment l'a-t-on choisie ?

2) Les autres

iii. Proposer que l'on finisse de les chercher ?

B. Les problèmes écartés

1.Parce que la notion sous-jacente n'a jamais été abordée

Proposer de chercher des solutions avec ce que l'on sait, faire trouver des pistes de recherche.

2.Parce que la formulation était trop énigmatique

Proposer des exercices de reconstruction du problème, de reformulation,

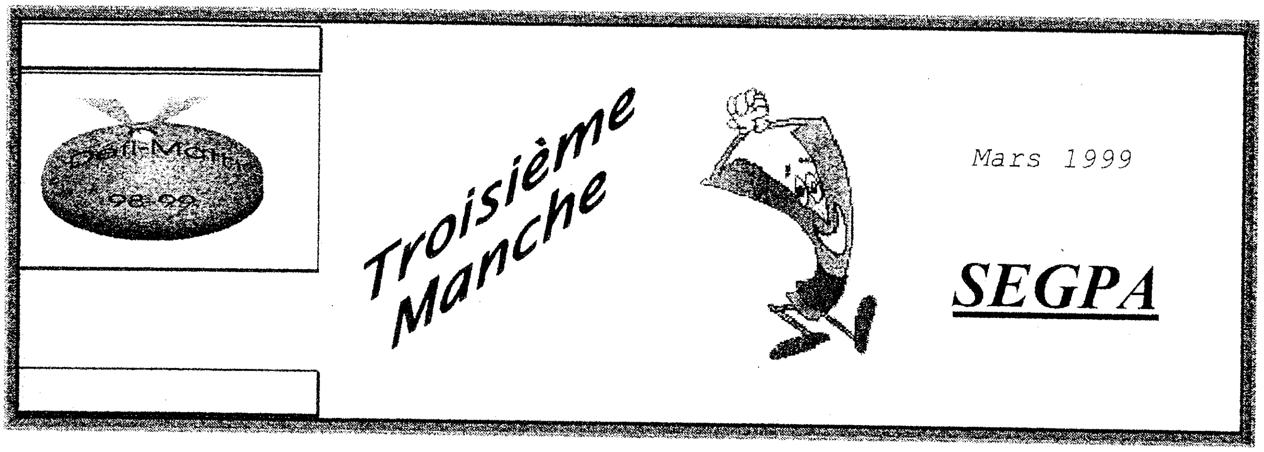
Proposer de rechercher la démarche en donnant la réponse.

3.Support inconnu ou non accessible C'est l'occasion de se l'approprier !...

III. Quand et Comment ?

Une heure par quinzaine où l'on reprendrait les problèmes selon ses besoins (en atelier) ou sur un thème donné me semble être une réponse qui ne devrait pas perturber les différents modes de fonctionnement de chaque classe.

Annexe 2



1°) 10 points :

1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6

Placez ces six dominos en carré pour que la somme des côtés soit la même.

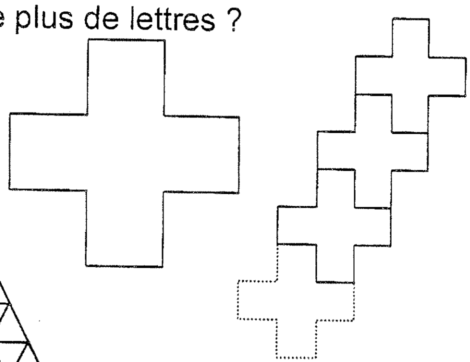
2°) 10 points :
Complétez la multiplication suivante, puis donnez la liste des nombres en lettres.

$$\begin{array}{cccccc} & & . & . & . & . \\ & \times & & & . & 7 \\ \hline & . & 6 & 4 & 1 & 5 \\ . & . & . & . & . & \\ \hline 1 & 5 & 7 & 1 & 1 & . \end{array}$$

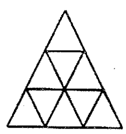
3°) 11 points :
Trouvez cent en utilisant neuf neuf.

4°) 12 points :
Quel est le nombre entier inférieur à 999 qui s'écrit avec le plus de lettres ?

5°) 13 points :
Chaque côté d'une croix mesure 1 cm.
Quel est le périmètre d'un assemblage de 20 croix assemblées comme celles-ci ?



6°) 14 points :
Combien y a-t-il de triangles et de quadrilatères dans ce triangle ?



7°)15 points :
Quel est le nombre qui est un multiple de 2, de 3, de 5, de 7, de 11, de 13, de 17, et de 19 s'il est inférieur à 10000000 ?

8°) 15 points :
Si 4 enfants mangent 12 paquets de bonbons en 4 jours, combien de paquets de bonbons 10 enfants mangeront-ils en 10 jours ?

5 5 2 2 4 3 4 3 1 1 6 6	Un exemple, il serait intéressant de conduire une recherche sur les autres solutions.

2)

$\begin{array}{r} 2345 \\ \times\ 67 \\ \hline 16415 \\ 14070 \\ \hline 157115 \end{array}$	Exercice pour connaître les tables, pour utiliser l'algorithme.

3)

Une solution : 9 x 9 + (9 + 9) x 9 : 9 + 9 : 9 + 9 - 9	Ordre de grandeur des calculs. Variante : faire cent avec 5 cinq,…

4)

Quatre cent quatre-vingt-quatorze.	Travail sur la numération parlée et dénombrement.

5)

Le périmètre est de 126 cm. (9 + 9 + 18 x 6 = 126)	C'est l'occasion de travailler la notion de périmètre, de mettre en commun les différentes stratégies…

6)

Il y a 6 parallélogrammes non losanges, 9 trapèzes, 9 losanges et 12 triangles.	La classe doit être impliquée dans la recherche, dans la validation sinon il y a peu de chance de trouver la bonne réponse. Ceci n'est qu'une tentative de changement par rapport au " chacun pour soi ".

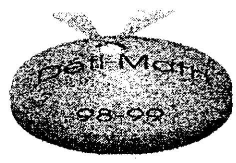
7)

Le multiple de 2, de 3, de 5, de 7, de 11, de 13, de 17, et de 19 inférieur à 10000000 est 9 699 690. C'est le résultat du produit des 8 nombres.	Invitation à une recherche autour des multiples de nombres

8)

10 enfants mangent 75 paquets de bonbons en 10 jours.	Problème ordinaire de proportionnalité.

Annexe 4



Première Manche

Jeudi 28 Janvier

Cycle 2

1°) 10 points :

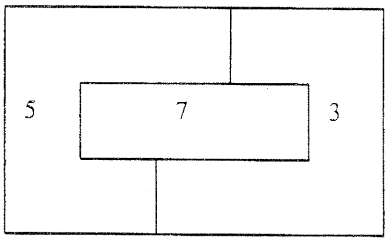
Jacques a numéroté les pages de son cahier, pas la couverture. Lorsqu'il a eu fini, il avait écris 55 chiffres. Combien son cahier a-t-il de pages ?

2°) 11 points :

Pour habiller sa poupée Alexandre a deux casquettes, une rouge et une bleue ; il a deux pantalons un rose et un jaune ; trois chemises une rose, une verte et une blanche ; deux vestes une bleue et une noire.
S'il habille sa poupée avec un pantalon, une chemise, une veste et une casquette de combien de façons différentes peut-il l'habiller ?

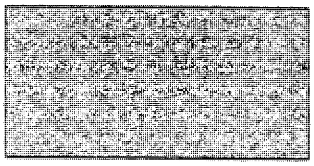
3°) 12 points :

J'ai lancé quatre palets sur la cible ci-contre.
J'ai obtenu 18 points. Où sont tombés les palets ?



4°) 13 points :

Où pouvez-vous placer un miroir pour que ce rectangle ->
forme avec son reflet un carré ?



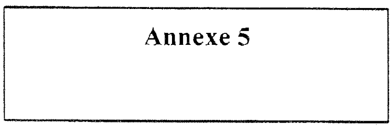
5°) 14 points :

Un boulard vaut trois agates. Paul a gagné 5 boulards et 6 agates. Marc a gagné 19 agates. Qui de Paul ou de Marc a le plus gagné ?

6°) 15 points :

Assemble 3 pièces du Tangram pour former un parallélogramme qui ne soit pas un rectangle.

Aux maîtres qui le peuvent, merci de nous retourner des productions d'élèves sur leurs démarches de résolution.



Annexe 5

L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN MATERNELLE SE RÉDUIT-IL AUX MATHÉMATIQUES "ALLÉGÉES" DU COURS PRÉPARATOIRE ?

Joël Briand, Marie-Hélène Salin[1].

*(Merci à **Claude Maurin** pour les notes précises prises lors de l'atelier).*

1 INTRODUCTION :

L'enseignement des mathématiques à l'école maternelle a subi des modifications assez profondes ces dernières années à la suite de la diffusion de travaux de psychologie montrant la précocité et le rôle des apprentissages numériques chez l'enfant. Toutefois les recherches spécifiquement didactiques sur l'enseignement du nombre, dont un des objectifs est l'élaboration de situations d'enseignement riches et porteuses de sens, n'ont pas eu le même impact et beaucoup des documents pédagogiques (description de séquences, fichiers pour les élèves) qui paraissent actuellement en quantité proposent des activités auxquelles les enfants ont de la peine à donner du sens et qui anticipent sur les enseignements du CP.
Prenant acte de ce divorce, nous avons organisé, ces 3 dernières années, dans le cadre du PNF (Plan National de Formation de la Direction des Ecoles), un stage d'une semaine destiné aux formateurs IUFM et de terrain, composé de deux volets. Le premier volet avait pour objectifs, à partir des travaux développés par plusieurs chercheurs,
- d'identifier les caractéristiques pertinentes des activités mathématiques à l'école maternelle.
- de proposer une réorganisation possible des savoirs à enseigner dans les domaines du prénumérique ou de la logique.
- de présenter quelques situations fondamentales clés.

Le deuxième volet était consacré à dégager des axes de formation prioritaires et à élaborer des modalités de mise en œuvre adaptées aux situations particulières des divers types de formateurs.

Devant l'intérêt suscité par ce stage, et l'impossibilité d'y accueillir tous ceux qui avaient postulé, nous avons pensé que présenter une partie de ce que nous y faisions dans un atelier du colloque de la COPIRELEM pouvait permettre à un plus grand nombre de personnes de prendre connaissance des travaux de recherche, concernant l'école maternelle, menées au Centre d'Observation et de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (COREM), à Talence[2].

[1] IUFM d'Aquitaine
[2] Le COREM a été présenté dans une communication à ce même colloque

L'atelier s'est déroulé sur 2 séances.

La première a eu pour point de départ le visionnement d'un montage vidéo de plusieurs séquences, utilisé pour identifier les caractéristiques spécifiques des situations d'apprentissage par adaptation, et les différencier des autres types de situations d'apprentissage utilisées en maternelle. Dans un deuxième temps, le travail du groupe a porté sur deux des séquences visionnées, sous la direction de J. Briand.
A la suite de ce travail, un article sur le "tri en petite section" a été rédigé.

La deuxième séance a été consacrée à un exposé de M.H. Salin, sur la "construction de situations d'enseignement dans le domaine logique" .

2 PREMIÈRE SÉANCE

2.1 VISIONNEMENT D'UNE BANDE VIDÉO.

Extrait	contenu	Pourquoi cet extrait ?
Situation 1 : La distribution des packs de lait	En GS, collectivement, les élèves reçoivent un pack de lait. Une élève a reçu la consigne de compter combien d'élèves voulaient du lait. La maîtresse prépare alors le nombre voulu de packs. L'élève recompte oralement pour s'assurer que le nombre est le bon puis distribue les packs.	Il s'agit de montrer une activité de comptage demandée par la maîtresse et qui laisse l'illusion de la validation.
Situation 2 : Les boîtes d'allumettes	Un élève doit mettre une allumette dans chaque boîte (il dispose de 8 boîtes mises en vrac devant lui). L'allumette est glissée dans la boîte par un trou. (La boîte reste fermée.).	Il s'agit de montrer une activité inhabituelle qui fera se poser des questions sur le savoir en jeu.
Situation 3 : Le jeu des voitures	Un élève dispose de quelques voitures. Il doit commander des garages afin que chaque voiture dispose d'un garage.	Montrer par opposition à la première séquence, ce qui change dans cette occurrence de la situation fondamentale du nombre.
Situation 4 : La bezette	Jeu classique.	Montrer une activité de jeu à caractère numérique dans laquelle les nombres interviennent sous forme écrite. Caractériser cette activité en tant que situation d'entraînement à condition que des savoirs aient été construits.
Situation 5 : Tri de graines	Plusieurs catégories de graines, en vrac, plusieurs boîtes identiques. Consigne : mettre les graines pareilles dans la même boîte.	Montrer la différence entre une activité rituelle de tri et une situation d'apprentissage du tri.

2.2 RÉSUMÉ DU DÉBAT QUI A SUIVI :

L'intérêt n'est pas d'analyser les procédures des élèves mais de caractériser la nature de la situation proposée.
Les participants ont proposé d'étudier :
- quel est le rôle du maître,
- quelle est la place de la verbalisation ? Quelle est sa nature ?
- quelles sont les variables de la situation ?
- quels sont les savoirs en jeu nécessaires pour réaliser la tâche et la réussir ?

- Par exemple, entre la situation 1 et la 3, c'est le même savoir qui est en jeu, mais dans un cas il intervient comme respect d'un rituel, dans l'autre il est la réponse au problème posé.

- La situation 2[3] extraite d'une recherche conduite à l'école Jules Michelet de Talence, permet de travailler l'énumération en tant que savoir visé. On sait que l'énumération est un des constituants du savoir - compter et que son enseignement avant les premiers nombres peut être envisagé.

Autour de ce travail un débat s'engage :
« Travailler une situation d'énumération améliore-t-il les compétences numériques ? »

- notre expérience montre qu'au cours préparatoire, les maîtres peuvent faire état du travail effectué en maternelle. Il s'agit donc d'une question qui n'est plus du domaine du privé mais qui a été résolue, qui a fait l'objet d'institutionnalisation de démarches. L'élève reconnaît alors un savoir antérieur à réinvestir.
- par ailleurs, l'activité en elle-même permet la construction d'un discours argumentatif qui intéresse l'école maternelle : pour passer de la proposition « il y a une allumette dans cette boîte » au prédicat « dans chaque boîte il y a une allumette ».

- La situation 5 (tri de graines) :
Le groupe se pose la question : "qu'est-ce qu'un tri ?". Une discussion s'engage.
A la suite de cet atelier, j'ai rédigé l'article qui suit :

[3] Cette activité est décrite en détail dans un article RDM Vol 19 pp 41 à 76 « Réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine du pré-numérique » J.Briand 1999.

Trier en petite section de maternelle : activité rituelle ou solution d'un problème ?
Construire une situation fondamentale du tri.

J. Briand

1 PRÉTEXTE :

Lors d'un compte-rendu de stage, un élève-professeur en PE2 décrit une situation de tri (il s'agissait de trier trois sortes de légumes) en petite section. Il écrit : " *la situation a d'autres intérêts que mathématiques*", marquant ainsi l'intérêt qu'avaient eu les élèves pour cette activité. Partant de cette phrase, nous nous sommes posés la question : "*l'activité de tri (ici, de légumes) engage-t-elle de façon si évidente que cela en a l'air, une activité mathématique* ?" Cette question fut le point de départ d'une réflexion sur la nature des activités mathématiques en maternelle.
Le but de cet article est de retracer le cheminement qui a permis de comprendre, en PE2, comment une situation d'apprentissage peut se construire par l'analyse d'une situation familière.

Tout le monde s'accorde à dire que le tri et le classement sont des activités utiles en mathématiques. Les I.O. de 95 [4]évoquent le " classement d'objets en fonction de l'une de leurs qualités ". Nous proposons alors, en nous plaçant dans le cadre de la théorie des situations, d'étudier deux versions d'une situation de base, et de montrer ce qui les différencie du point de vue des apprentissages.

2 LE TRI EN MATERNELLE

Pour mieux faire la différence entre les deux variantes d'une situation de tri, nous caractérisons deux types d'enjeux dans une activité de tri :
- des enjeux externes, du type " *il faut trier parce que cela nous permettra de faire la cuisine* ", " *il faut trier parce que c'est mieux présenté* ". Ces enjeux externes peuvent contribuer efficacement à la motivation des enfants.
- des enjeux internes à l'activité mathématique, c'est à dire des enjeux qui feront que le tri constitue la solution à un problème posé. Mais quel peut-être le problème posé ?
La plupart des activités de tri que l'on rencontre dans les manuels scolaires de maternelle se fondent sur des enjeux externes. Il s'agit maintenant de différencier une situation dans laquelle la consigne est de trier et une situation problématique dont la solution serait le tri.
Mais avant, faisons le point sur la (les) définition (s) du tri.

3 DÉFINITIONS D'UN TRI :

Nous retrouvons là une question habituelle en didactique des mathématiques : caractériser un savoir selon que l'on se place du point de vue des savoirs mathématiques, des algorithmes de production de ce savoir, ou du point de vue didactique.

-

[4] Ed CNDP page 34.

d'un point de vue mathématique :

- le tri selon un attribut[5] : dans un ensemble donné, il s'agit constituer deux sous - ensembles d'un ensemble donné à partir d'une prise en compte d'un prédicat. Selon qu'un élément vérifiera ou non la propriété, il figurera dans le premier ou le second sous-ensemble.

Dans F : Si p(x) alors $x \in E$ sinon $x \in \overline{E}$. La conséquence de ce tri est l'existence de E et de $\overline{E}$ constituant une partition de F.

- le tri selon n attributs indépendants qui aboutit à 2^n sous-ensembles possibles.
- si les attributs ne sont pas indépendants, le nombre de sous-ensembles sera inférieur à 2^n.

Dans ce cadre, le tri s'apparente à la notion de sous-ensembles définis en compréhension et constituant une partition de l'ensemble de référence.

- d'un point de vue mathématique-algorithmique :

- un tri dans un ensemble fini est un algorithme (ici un rangement) producteur de collections le plus souvent rangées. C'est l'approche que l'on rencontre en informatique. L'opération d'affectation (souvent obligée en informatique dès qu'il s'agit de conserver des données) induit un rangement dans la ou les collections constituées. Plusieurs algorithmes de tri sont enseignés dans les cours d'informatique.

Dans ce cadre, le tri s'apparente à la notion de rangement, même si, en même temps, plusieurs sous-ensembles sont constitués.

- D'un point de vue didactique :

- du côté de l'élève, nous définirons le tri comme une activité de celui-ci dans une situation dont la solution experte est l'effectuation d'une classification. Elle s'appuie sur les connaissances que l'élève doit mettre en jeu pour réussir le tri. Ces connaissances sont des modèles implicites d'action, un ensemble de procédés locaux mis en œuvre par l'élève pour réaliser concrètement un tri.
- du côté de l'observateur, nous définirons le tri comme l'ensemble des observables qui vont permettre de caractériser l'activité d'un élève dans une situation de tri telle que définie précédemment. Dans ce cadre, si l'on se place d'un point de vue mathématique, mais cette fois - ci pour tenter de modéliser un algorithme producteur du tri chez un sujet, nous devons identifier les connaissances qui ont conduit le sujet
  - à passer d'un élément de la collection au suivant, et
  - à rapprocher cet élément d'une des collections déjà commencées.

Nous allons nous servir de ces définitions pour conduire une analyse de deux variantes d'une situation.

4 ETUDE DE DEUX VARIANTES D'UNE SITUATION

l'activité de base : consiste à demander à des élèves de petite section, en milieu d'année, de trier trois ou quatre catégories de graines mises en vrac. Pour cela, des boîtes sont à leur disposition afin de mettre une catégorie de graines par boîte.

[5] Terminologie empruntée à LE GARFF A.(1975) Dictionnaire de l'informatique PUF.

4.1 PREMIÈRE SITUATION :

Soit 3 catégories de graines (une dizaine de graines par catégorie), 3 boîtes sans couvercle.
Consigne : " mets les graines pareilles, ensemble, dans une boîte ".
Donc, des graines de nature différentes (pour les élèves) sont mises en tas. La commande est de les trier et de les mettre par catégorie dans des boîtes prévues à cet effet. Si la consigne n'est pas comprise, la maîtresse peut effectuer rapidement un tri devant les élèves ou simplement montrer (en les ayant préparées) des boîtes avec des graines déjà triées.

Effectuons une analyse a priori de cette situation : (situation de base, étude des variables, repérage des connaissances en jeu, des savoirs visés, des variables didactiques qui permettront d'agir sur les conditions d'émergence de ces savoirs, faisabilité.) Pour cela, nous nous servons d'un questionnaire réalisé[6] lors des stages de formation continue de formateurs (vers l'école maternelle) effectués à l'IUFM de Bordeaux dans le cadre du PNF.

Analyse :

Y-a-t-il bien un problème posé aux élèves ?
Oui, les enfants ont à prendre des graines d'une même catégorie et à les mettre dans la même boîte.

Quel est le ou les savoirs visés ?
Apparemment le tri, puisque " tri " est dans la consigne de travail.

Quelles sont les procédures possibles pour résoudre le problème?
L'élève prend une graine et la place dans une boîte. A partir de ce moment, il peut réitérer son action en prenant une graine de la même catégorie. Lorsque l'élève aura épuisé une première catégorie de graines, il passera à la seconde et ainsi de suite.
On peut bien sûr imaginer d'autres procédures : une graine, une boîte, puis une graine d'une autre catégorie, une autre boîte, et recommencer.
On peut imaginer aussi un élève constituant les tas puis mettant les tas dans chaque boîte.

L'utilisation de la connaissance visée est-elle nécessaire pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves?
Si l'on se contente d'une définition globale du tri (mettre ensemble), la réussite à cette activité laisse penser que l'élève a mobilisé la connaissance visée. Nous allons montrer qu'il n'en est rien.

L'élève peut-il comprendre la consigne et s'engager vers une solution sans disposer de cette connaissance entièrement élaborée ?
Oui.

Comment voit-il qu'il a réussi ou échoué'. Est-il entièrement dépendant de l'adulte ou la situation comporte-t-elle des rétroactions ?
Il faut qu'il désire n'avoir qu'une catégorie de graines par boîte. (ce qui va de soi s'il y a le même nombre de boîtes que de catégories de graines.)

La vérification du résultat peut-elle lui donner des informations sur la façon de réussir ?

[6] Questionnaire réalisé avec Marie-Hélène Salin.

Oui : " j'ai mis des graines pas pareilles ensemble "

La vérification du résultat est confondue avec l'activité. A chaque instant, l'élève voit les graines mises ensemble. La vérification du résultat consiste à voir si les mêmes graines sont ensemble.

Peut-il recommencer en modifiant sa procédure ?
Oui.

Reprenons la question : " L'utilisation de la connaissance visée est-elle nécessaire pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves? "
Etudions plus précisément la tâche effective de l'élève : il prend une graine et la place dans une boîte. A partir de ce moment, il peut réitérer son action en prenant une graine de la même catégorie. Cela suppose une connaissance : reconnaître une catégorie de graine, savoir que ces graines là sont de la même catégorie. Par contre, le contrôle de la collection qui est en train de se constituer est dévolu presque exclusivement au dispositif (une boîte ouverte). Lorsque l'élève aura épuisé une première catégorie de graines, il passera à la seconde et ainsi de suite.
On a décrit d'autres procédures :

- une graine, une boîte, puis une graine d'une autre catégorie, une autre boîte, et recommencer.
- constitution de tas puis mise des tas dans chaque boîte.

Toutes ces procédures supposent :
- savoir reconnaître des graines.
- concevoir une (des) collections autres que la collection montrée de départ. Le dispositif " montre " en permanence ces collections : en effet, les boîtes ouvertes et leur contenu visible " sont " les collections.
- organiser sa tâche (une fois une catégorie de graine mise, il faudra s'y tenir) pour mettre dans les boîtes. Il s'agit d'énumérer les graines. Cette tâche est aussi presque entièrement dévolue au dispositif.

En conclusion, en nous plaçant dans une étude didactique de la définition du tri, nous venons de repérer deux connaissances : la connaissance " collection " et la connaissance " énumération " constitutives du savoir " tri ". Ce sont donc ces deux connaissances qui doivent être convoquées par les élèves si l'on veut que le tri soit une activité mathématique. Pour cela il convient d'examiner attentivement le dispositif utilisé. Pour mieux comprendre notre questionnement, éloignons nous des activités scolaires et interrogeons les pratiques sociales. Dans celles-ci, les dispositifs qui permettent de rendre le tri peu coûteux, pour le sujet agissant, sont nombreux : par exemple, trier à l'aide d'une claie, d'un crible, trier pour calibrer (des fruits) à l'aide d'un système automatique, trier des métaux ferreux et les non-ferreux à l'aide d'un aimant. L'utilisateur de tels dispositifs mettra en oeuvre des savoirs-faire dont on peut dire qu'ils ne mobilisent pas obligatoirement le savoir " tri ". Revenons à notre activité : nous dirons que d'une certaine façon, les boîtes ouvertes constituent un dispositif qui s'apparente à ceux entrevus dans les pratiques sociales. Dans cette situation dite " de la boîte ouverte ", le dispositif permet à l'élève de contrôler les deux connaissances presque à son insu. Ce n'est donc pas une activité qui sollicite ces connaissances très fortement. Le tri apparaît alors comme un savoir pris en charge par le dispositif mais non réellement construit par l'élève.

Conclusion : ici, le tri n'est pas solution d'un problème posé, mais l'application d'une consigne de travail à l'intérieur d'un dispositif qui prend une grande partie du savoir en charge. Les enjeux sont ici externes. L'activité visible paraît être une activité de tri, mais l'élève n'y traite pas les savoirs qu'un observateur naïf pense y voir. Nous disons là qu'il s'agit d'une activité rituelle. Elle va produire des apprentissages (des savoirs-faire le plus souvent) et le savoir (tri) sera là mais en tant qu'élément de la consigne. Bien qu'il ne faille pas négliger les activités rituelles, il ne s'agit pas de les confondre avec les situations d'apprentissage.
Mais alors, comment construire une situation d'apprentissage du tri ?

4.2 DEUXIÈME SITUATION[7] :

Trois catégories de graines (une dizaine de graines par catégorie), 4 ou 5 boîtes fermées. Un trou permet de faire passer une graine dans les boîtes. Consigne : " mets les graines pareilles ensemble dans une boîte."
Cette fois, il s'agit de contrôler le tri avec des boîtes fermées, c'est à dire sans que le dispositif permette de montrer en permanence la mémoire des actions antérieures. Cet enjeu, ce défi doivent bien sûr être partagés entre le professeur et les enfants, afin d'être sûr que la contrainte de la boîte fermée ne soit pas perçue comme une exigence " gratuite ", mais comme un problème posé à tous, y compris au professeur. Question de contrat...

Reprenons l'analyse de cette deuxième situation comme ci-dessus :

Y-a-t-il bien un problème posé aux élèves ?
Oui, les enfants ont à prendre des graines et à les mettre dans la même boîte.

Quels sont les savoirs visés ?
Les connaissances vues précédemment sont sollicitées
- concevoir une collection : sinon la tâche n'est pas finalisable.
- reconnaître des graines et organiser sa tâche (une fois une catégorie de graine mise, il faudra s'y tenir) de réalisation d'un inventaire. Cela sollicite donc le contrôle, par le sujet, d'une énumération[8].
- ces connaissances sont " au service " d'une structuration de la collection en sous collections. Cette structuration est, en acte, le tri. Ce tri n'est contrôlé que par l'acteur (les graines " disparaissent " dans la boîte). L'élève sait qu'il doit conserver la mémoire de l'organisation des classes de graines.

Quelles sont les procédures possibles pour résoudre le problème ?
Mettre graine par graine dans les boîtes selon des procédures variées (prendre la première graine qui se présente, faire une suite séquentielle graine de type 1, de type 2, de type 3, puis recommencer), faire des tas de graines de même catégorie, puis mettre dans les boîtes.
Remarque : une même procédure peut être la mise en œuvre de connaissances différentes, ou, du moins, intervenant de façon plus ou moins forte. (cf. première situation).

[7] Cette activité a été mise au point parM-H Salin, M. Glykos, et A. Rémy
[8] Ces deux connaissances (collection et énumération) se construisent de façon dialectique : voir RDM Vol 19 PP 41-76.

L'utilisation de la connaissance visée est-elle nécessaire pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves?
Cette fois, l'organisation finale des collections à partir d'un critère connu, est à la charge exclusive de l'élève. Il s'agit bien du tri. A la différence de la première situation, le dispositif expérimental ne prend rien en charge. Les connaissances " conception de collection " et " énumération " doivent être constamment mises en œuvre par l'élève.

L'élève peut-il comprendre la consigne et s'engager vers une solution sans disposer de cette connaissance entièrement élaborée ?
Oui. Si la consigne s'avère difficile à comprendre, il est possible de montrer, avec des boîtes déjà remplies et ouvertes, ce que sera le problème résolu.

Comment voit-il qu'il a réussi ou échoué. Est-il entièrement dépendant de l'adulte ou la situation comporte-t-elle des rétroactions ?
L'ouverture des boîtes constitue le moment où les élèves verront s'ils ont réussi. Les rétro-actions sont internes à la situation. Le professeur pourra, avec l'élève, constater si le tri est réussi ou non.

La vérification du résultat peut-elle lui donner des informations sur la façon de réussir ?
Oui : " *Ici, j'ai mis des graines pas pareilles ensemble... c'est faux* ".

La vérification du résultat n'est pas confondue avec l'activité. La vérification constitue un moment à part et fort qui devient un moment attendu des élèves au fur et à mesure qu'ils recommencent cette activité. Il ne s'agit plus *du " vérifie bien "* de bonne compagnie que le professeur aura pu dire dans la première situation.

Peut-il recommencer en modifiant sa procédure ?
Oui. C'est bien sûr dans l'évolution des procédures et la diminution des erreurs, au fur et à mesure des essais que le professeur pourra constater si la situation qu'il a proposée est ou non une situation d'apprentissage.

La mise en perspective de ces deux variantes de la situation de tri montre que, pour que l'élève apprenne le tri, le dispositif doit
- permettre de ne pas résoudre le problème à sa place d'une part,
- mettre rapidement sa ou ses procédure(s) à l'épreuve des faits d'autre part.

5 EXTRAIT D'UNE OBSERVATION DE LA SITUATION 2

Classe des petits : observation en novembre (il y avait autant de boîtes que de catégories de graines).

	Zakia	Aurélien	Baptiste	Pricilla
premier essai	Organise les graines. Met dans les boîtes Echec.	Commence à classer. Secoue pour contrôler une boîte déjà utilisée ou non. Echec.	Ecarte les boîtes remplies au fur et à mesure. Réussite.	Remplit une boîte de graines de pastèques. puis se perd dans les boîtes. Echec.
Deuxième essai	Classe par catégorie. Résultat : une boîte vide et une boîte qui contient deux catégories de graines.	Prend les boîtes au fur et à mesure. Echec parce qu'il est distrait par un autre enfant.		Une graine (non pastèque) dans la boîte des pastèques. Echec.

5.1 OBSERVATIONS ET COMMENTAIRES :

- Les graines ne jouent pas un rôle identique. Apparemment, les élèves traitent les graines qui se différencient bien (les graines de pastèques ont du succès). L'exploration de la collection des graines est pilotée par la possibilité de pouvoir distinguer (par l'aspect, par le mot) une catégorie de graines des autres et ainsi de suite.

- Le nombre de boîtes est le même que le nombre de catégories de graines. Qu'en serait-il si ce n'était pas le cas ?

 - Imaginons trois catégories de graines et 2 boîtes. Comment les enfants réagiraient-ils ? Une réaction immédiate serait un gage du contrôle de la collection des graines (ensemble formant un tout, structuré a priori en deux classes) et une activité sur le nombre.

 - Imaginons trois catégories de graines et 4, 5 voire 10 boites. Le décalage entre les deux quantités (graines et boites) provoquerait peut-être des prises de conscience (toujours liées au contrôle de la collection).

 - Mais dans les deux cas, il ne faut pas sous-estimer le poids du contrat didactique, déjà présent en petite section : « si la maîtresse met 5 boites, c'est sans doute qu'il faut les utiliser toutes »

- Comportement des élèves :

 - Un enfant qui, après avoir rangé dans une boîte une catégorie de graines, écarte cette boîte des autres afin de ne plus l'utiliser a sans doute une conception de la collection en classes de graines. Il synchronise le parcours sur les classes et la mise à l'écart au fur et à mesure des boîtes.

 - Un enfant qui, après avoir rangé dans une boîte une catégorie de graines n'écarte pas la boîte ne (se) signale pas la fin d'une tâche. On peut faire des hypothèses : est-ce seulement une question de méthode ou cela ne révèle-t-il pas plutôt l'absence du contrôle d'une collection, les deux hypothèses n'étant sans doute ni exclusives l'une de l'autre ni les seules ?

- Aucun enfant n'a posé de graine - témoin au pied d'une boîte en vue du remplissage. Comme M-H Salin le propose dans la partie C à propos d'une autre activité, ce comportement peut être expliqué par les caractéristiques de la pensée des enfants : leurs actions sont centrées sur le but à atteindre, ici remplir les boites. Décider de trier les graines avant de les ranger ou en laisser une sortie pour servir de témoin suppose de décoller du but.

Si la maîtresse utilisait cette stratégie devant les enfants selon une procédure à voir de près, serait - ce trahir l'activité ? Nous pensons qu'en traitant cette approche avec précaution, après que les élèves aient développé leurs propres procédures, on pourrait prolonger la situation d'apprentissage, dès lors que cette procédure contribuerait à alimenter la phase d'institutionnalisation des démarches.

6 CONCLUSION :

- Il suffit de légères modifications d'un dispositif expérimental pour que les savoirs soient sollicités :
    - soit en réponse à un problème posé par le professeur,
    - soit comme réponse à un problème posé par la situation.
- Dans la deuxième situation, les activités individuelles des élèves sont intégrées au processus d'apprentissage. Chacun est personnellement impliqué dans la tâche et l'activité ne s'identifie pas à un contrôle de la bonne utilisation d'un savoir. Cela impose un travail dans la durée avec des essais, erreurs, leçons tirées des échecs ponctuels.
- Le rôle de l'enseignant est primordial dans la présentation du problème : en faisant partager l'idée que le problème est un bon défi et que les élèves peuvent réussir, en encourageant individuellement sans confondre avec une aide qui diminuerait la qualité des apprentissages.
- Lorsque l'activité est réussie par tous les élèves, des démarches peuvent être institutionnalisées. Des démarches non envisagées par les élèves peuvent être alors vues (mettre une graine témoin par exemple). Toutes ces démarches constituent les savoirs en acte et ponctuent le travail d'évaluation de l'enseignant.

Comme lors des séquences sur l'énumération (voir article), les observations conduites ont montré un champ de recherches à effectuer au niveau de l'école maternelle. Cela concerne les formulations orales des élèves révélant des activités spontanées de logique lors des phases de validation. Certains élèves, dès le milieu de la petite section comprennent qu'ils ont échoué dès qu'une boîte contient plus d'une sorte de graines. D'autres veulent toutefois ouvrir les boîtes suivantes. La négociation que doit conduire le professeur est à la mesure de la distance qu'il y a entre le *"j'ai gagné un peu au jeu"* et le "*perdu*" de l'activité mathématique. Le débat est difficile à mener parce qu'il fait appel à des questions de logique en acte.

7 BIBLIOGRAPHIE :

BRIAND J. (1993) *L'énumération dans le mesurage des collections* Thèse Bordeaux I

BROUSSEAU G. (1986) *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques.* Thèse d'état Université BORDEAUX 1.

CONNE F. (1993) Savoir et connaissance, *Recherches en didactique des mathématiques. : vol 12/2.3* Editions La Pensée Sauvage Grenoble

LE GARFF A.(1975) *Dictionnaire de l'informatique* PUF.

PIAGET J. (1955) *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent,* Delachaux et Niestlé

Construction de situations d'enseignement dans le domaine logique à l'école maternelle. l'élaboration et la lecture de listes

M.-H. Salin

1 INTRODUCTION

L'objet de cet exposé est de présenter une catégorie de situations d'enseignement, qui visent le développement des capacités de raisonnement des enfants et la construction des outils cognitifs de base que constituent les systèmes de désignation et de représentation de collections d'objets, non structurées ou structurées de diverses manières.
La différence entre les apprentissages par « frayage » et ceux provoqués par les situations que je vais vous exposer ne porte pas sur les productions finales des élèves : une liste est toujours une liste, la représentation d'une collection ordonnée un dessin où sont représentés les objets dans un certain ordre, cette différence porte sur la façon dont les élèves sont conduits à produire ces représentations dans un processus où "la connaissance visée n'est pas directement enseignée par le maître mais peut progressivement apparaître chez l'élève à partir de multiples remaniements des stratégies utilisées, ceci étant le résultat des confrontations avec un certain type d'obstacles rencontrés au cours de l'activité."
Je rappelle là la caractéristique des situations d'apprentissage par adaptation, telles qu'elles ont été théorisées et formulées par G. Brousseau dans la théorie des situations.

2 L'ÉLABORATION ET LA LECTURE DE LISTES : QUEL APPORT À LA CONSTRUCTION DE LA PENSÉE LOGIQUE ?

Constituer une collection à partir d'une liste, inventer la liste comme moyen de se rappeler d'une collection ou en communiquer le contenu, en fabriquer, fabriquer des symboles pour désigner des objets et pouvoir fabriquer une liste, sont autant d'activités favorables au développement de la pensée logique des élèves d'école maternelle. C'est tout au moins la certitude que nous avons acquise dans les recherches menées depuis 25 ans dans notre équipe, en particulier par J. Péres.
Une liste constitue le mode de désignation le plus simple de collections d'objets non structurées. C'est un outil rencontré tout le temps dans la vie courante et en mathématiques. Dans la vie courante, une liste permet de mettre en mémoire des informations, de les traiter et d'agir sur des tenant-lieu permettant des anticipations.

2.1 LE TÉMOIGNAGE DES ETHNO-LINGUISTES.

Dans notre culture, l'usage de listes est si ordinaire que nous le croyons naturel. Or les travaux de chercheurs comme Goody (197?) par exemple, montrent que la liste (dans les civilisations anciennes) est "une forme caractéristique des premiers usages de l'écriture; l'importance prise par ces listes est l'effet en partie des besoins d'une économie et d'une organisation étatique complexes, en partie des méthodes de formation des scribes, en partie aussi d'une sorte de jeu intellectuel : on essaie d'explorer les possibilités qu'offre ce nouveau moyen de communication Une activité comme la mise en liste, difficilement envisageable dans les cultures orales, est de celles qui ont favorisé le développement de l'histoire et des sciences d'observation ainsi que, à un niveau plus général la recherche et la définition de schémas classificatoires".
B. Rey, dans la dernière partie de son livre "Les compétences transversales en question", s'appuie sur les conclusions de Goody pour proposer des pistes d'action pour le développement

d'intentions transversales pour l'école. Il écrit : "la parole *pour* et *dans* l'action peut s'accommoder de catégorie à l'extension indécise et aux contours flous. C'est la pratique de la liste qui donne à "voir" l'idée même de catégorie. C'est la liste encore dit Goody, qui "relève de ce processus plus général qu'on appelle la planification de l'action", car planifier c'est construire la liste des actes à accomplir. On voit donc l'intérêt cognitif d'une saisie du monde par des listes."

2.2 CONSTITUER L'IDÉE DE LISTE, PAS SI FACILE À 3 ANS!

Je vais vous décrire une situation destinée à des enfants de petite section dont j'assimile le but à l'élaboration et à l'utilisation d'une liste parce qu'il s'agit pour les élèves de constituer une collection d'objets à partir de la donnée d'un paquet des photos de ces objets. Ce jeu est précédé d'un jeu collectif, commun à toutes les activités dont je vais parler aujourd'hui.

2.2.1 Un jeu chez les petits : la valise de Toutou[9]

2.2.1.1 Constitution d'un "trésor" : collection de 15 objets.

Description de la situation : le jeu de la valise vidée

Les enfants sont rassemblés sur les bancs . Comme tous les matins, la maîtresse va chercher la marionnette Toutou. Ce matin là, Toutou arrive en portant une valise dans laquelle il y a 3 objets. Nous les regardons et apprenons à les nommer. Puis les objets circulent parmi les enfants qui les touchent et les nomment chacun à leur tour. Lorsque tous les enfants ont touché et nommé les trois objets, la maîtresse les range dans la valise.

C'est alors que Toutou annonce que demain, il reviendra avec la valise et que si nous nous souvenons de tout ce qu'il y a dedans, il nous donnera un autre objet.

La valise est fermée et rangée dans le placard avec Toutou.

Le lendemain, les enfants enthousiastes, attendent la venue de Toutou et de sa valise. A l'aide d'une comptine, la maîtresse interroge les enfants. Celui sur qui le sort tombe, doit nommer un des objets cachés dans la valise que la maîtresse sort et pose sur le tapis.

Le jeu se poursuit ainsi jusqu'au moment où tous les enfants sont d'accord pour dire qu'il n'y a plus rien dans la valise. C'est alors que la maîtresse l'ouvre et la retourne.

S'il tombe quelque chose de la valise, c'est perdu, s'il ne tombe rien : c'est gagné, et Toutou donne un nouvel objet qui est touché, nommé etc...

Cette situation a permis la constitution d'une collection de 15 objets. Elle a nécessité 21 séances qui se sont déroulées d'octobre à janvier.

Remarque : il semble que 15 soit le nombre maximum d'objets de la collection contrôlable collectivement dans une classe de petits. Au-delà, le jeu deviendrait trop difficile et entraînerait une lassitude des enfants.

Les objectifs de cette situation sont pluriels :

* du point de vue social,

- donner une cohésion à la classe en favorisant le sentiment d'appartenance à un groupe.
- respect des règles du jeu qu'on ne peut pas transgresser. Exemple : ne pas souffler, attendre d'être interrogé.

Petit à petit, la maîtresse fait donc en sorte que les enfants intègrent cette exigence parce qu'elle fait partie du jeu lui-même.

- prendre la parole dans un groupe,

---

[9] Cette activité a été mise au point par J. Briand, M. Glykos, et A. Rémy

* du point de vue cognitif :
- constituer un patrimoine commun nécessaire pour la suite et se mettre d'accord sur des dénominations,
- apprendre à tenir compte des objets déjà sortis, ce qui n'est pas évident pour les petits. Ceci suppose que se construit chez eux peu à peu une représentation mentale des objets de la collection

2.2.1.2 Le jeu des photos

Les objets de la valise de Toutou sont photographiés. Ces photos sont d'une belle qualité et permettent de désigner sans ambiguïté les objets qu'elles représentent. Nous voulons nous assurer que tous les enfants les perçoivent comme des "tenant-lieux" des objets.

<u>Introduction des photos</u>

Toutou arrive avec les 15 photos des objets de la valise et 5 photos d'objets intrus.
Ces intrus sont immédiatement repérés. Une vérification par correspondance avec les objets permet d'écarter les photos d'intrus.
La collection des photos des objets de la valise est ainsi constituée. Ces photos sont accrochées sur un panneau, installé dans le coin regroupement.

<u>Le jeu des photos</u> : constitution d'une sous-collection de la collection de référence à l'aide des photos.

L'activité se déroule dans un moment collectif. La maîtresse dépose la valise contenant les objets, ouverte, sur une table à l'écart du groupe, donne à un enfant un paquet de photos dont le nombre variera, lui demande d'aller chercher les objets photographiés et de les ramener dans un petit panier en un seul voyage.
La validation se fait devant le groupe. Le joueur revient devant le groupe qu'il a reçu et les objets qu'il ramène.
Aidé du groupe, il étale les photos sur le tapis, prend les objets du panier , un par un, en cherchant la photo correspondante pour le poser dessus.

<u>Déroulement de la 1ère séance</u>

- Activité préliminaire

Lors de cette séance, il s'agit de s'assurer que les enfants comprennent bien le jeu de base.
Toutou arrive avec sa valise et propose un nouveau jeu avec les objets et les photos.
Les objets sont sortis de la valise et étalés sur le tapis. La maîtresse distribue une photo par enfant. Ceux-ci doivent aller chercher l'objet dont ils ont la photo.
Tous les enfants sauf un réussissent au premier essai. Un deuxième essai permet une réussite complète.

- L'activité elle-même

La maîtresse : "c'était un jeu facile Toutou, tous les enfants ont réussi ! Et bien, maintenant, moi aussi, je vais vous apprendre un autre jeu ! Je vais poser la valise sur la table, là-bas. Elle sera ouverte avec tous les objets dedans. Puis je vais donner plusieurs photos à un seul enfants qui devra rapporter dans ce panier tous les objets qui sont photographiés sur les photos que je lui ai données. Il devra rapporter tous les objets en une seule fois".
C'est lors des premiers jeux que cette consigne sera répétée, mieux comprise. En aucun cas, la maîtresse ne s'éloignera de cette première consigne. Il lui appartient d'assurer les modalités du jeu, sans donner aucun conseil qui faciliterait une réussite à court terme au détriment de stratégies construites par les enfants.

- Comportements des premiers élèves

Nous avons pris le parti de décrire les stratégies des 5 enfants ayant joué lors de cette séance. En effet, cette première séance permet d'entrevoir la variété des stratégies. On voit d'ailleurs que si la maîtresse avait donné des consignes d'organisation, elle aurait donné la solution du problème.

Etaler soigneusement les photos, associer un objet à une photo, abandonner ceux qui ne sont pas concernés, sont des indices de progrès dans le contrôle des deux collections (photos et objets).

C'est la répétition de cette activité qui fera développer ces stratégies et donc apprendre à concevoir, à contrôler une collection.

Chaque joueur reçoit 4 photos.

- 1er joueur : Kad

  Il ne regarde pas les photos et rapporte tous les objets de la valise.

  La maîtresse 'alors Kad, montre nous ce que tu as fait! montre nous tes photos et les objets que tu es allé chercher"

  Kad pose les bons objets sur les 4 photos et reconnaît son échec au vu de tout ce qui reste dans le panier.

  En tant que 1er joueur, la maîtresse lui accord un 2ème essai.

  Kad a alors le même comportement que précédemment et rapporte encore tous les objets de la valise.

- 2ème joueur : Gab

  Il laisse ses photos en tas et essaie de les soulever une par une du bout du doigt. Malheureusement, 2 photos restent collées ensemble. Gab ne rapporte que 3 objets justes. Il échoue mais il a compris.

- 3ème joueur : Ren

  Il n'explore pas le tas de photos. Il les pose sur la table, elle s'écartent légèrement. Ren rapporte 2 objets justes et 2 objets faux.

- 4ème joueur : Emi

  Il étale les 4 photos sur la table et pose les objets qu'il prend dans la valise sur les photos. Emi réussit.

- 5ème joueur : Man

  Elle étale les photos et pose les bons objets dessus. Puis elle range dans le panier les couples photos-objets. Man réussit.

<u>Déroulement des séances suivantes</u>

Elles se déroulent toutes comme la première. La maîtresse dit la consigne au début de chaque séance et la redit en particulier à chaque joueur.

Au fur et à mesure du déroulement des séances, certains enfants élaborent et tentent de formuler les stratégies gagnantes, "j'ai regardé les photos, autrement j'allais perdre"(3ème séance), d'autres donnent des conseils aux joueurs et beaucoup attendent la validation pour manifester bruyamment leur joie lors d'une réussite ou argumenter en cas d'échec : Kadiali "Pourquoi, il a ramené le yoyo ?"

Nous avons joué avec 4 photos, puis avec 7, au fur et à mesure des réussites. La maîtresse ne fait pas remarquer le changement du nombre des photos. Au cours d'une même séance, elle adapte le nombre des photos en fonction de la progression de chacun.

Une vingtaine de séances sont conduites, 5 ou 6 enfants maximum jouent devant les autres.

2.2.2 Comment expliquer les comportements des élèves qui ne réussissent pas ?

Il faut bien sûr différencier les comportements de ceux qui rapportent tous les objets, de ceux qui en rapportent quelques-uns etc. Tous ont compris qu'ils devaient rapporter des objets dans le panier. Mais, selon moi, l'ensemble de ces comportements attestent que ces élèves ne conçoivent pas le paquet de photos comme une liste, c'est-à-dire un moyen qu'a l'enseignante de leur faire savoir quels objets ils doivent rapporter et quels objets ils ne doivent pas rapporter.

Les caractéristiques de la pensée enfantine préopératoire peuvent nous aider à comprendre les difficultés qu'ils rencontrent pour ce faire.

Les travaux de l'école piagétienne en ont mis en évidence les caractéristiques de leurs démarches spontanées suivantes :

- ils se centrent sur les affirmations et les caractères positifs des objets (primat des affirmations), les négations sont négligées ou ne sont construites que secondairement et laborieusement.
- leurs actions sont centrées sur le but à atteindre
- il y a retard de la prise de conscience conceptualisatrice sur la réussite pratique;

Selon Perès (1988), « ce primat des affirmations est facile à comprendre, il relève de la nature de notre rapport au monde : nous avons une relation spontanée à ce qui est donné alors que la négation relève de constatations dérivées (par exemple anticipations) ou de constructions... Sur le plan des conceptualisations, les démarches primaires de la pensée consistent en constatations et non en inférences, en justifications et non en mise en doute. Les jugements portant sur l'existence de ce qui n'est pas donné tels l'absence, la différence, l'opposition, ne peuvent être construits qu'après coup puisqu'ils supposent des prévisions démenties, des attentes déçues etc. »

Ce primat des affirmations dans les activités cognitives du sujet explique les comportements prélogiques ou semi-logiques (pensez au jeu du portrait, à l'épreuve des baguettes décalées)

Dans le cas du jeu des photos, pour constituer la collection d'objets, l'élève doit

- décoller du but à atteindre : rapporter des objets dans le panier
- explorer la collection de photos et pour cela, puisque l'enseignante la lui donne en paquet, aller au delà de l'information visible, celle donnée par la première photo, et donc étaler la collection de photos ou la parcourir de manière systématique
- trier les objets suivant le critère : cet objet appartient à la collection de photos, cet objet n'y appartient pas et dans ce dernier cas, il doit décider de ne pas prendre l'objet,

Or c'est ce que ne peuvent pas faire un certain nombre d'enfants les premières fois où ils jouent; tellement semble forte la prégnance du but . Par contre, la validation qui consiste à poser les objets du panier sur les photos, ne pose pas les mêmes problèmes car photos et objets sont présents, et la constitution de la collection n'est pas à la charge des élèves. Aussi, des enfants qui ne réussissent pas encore sont capables de prévoir que leur copain s'est trompé, par exemple parce qu'il n'a a pas regardé les photos. ! Un autre problème logique est posé par la validation : certains enfants ont du mal à accepter d'avoir perdu si la collection rapportée contient la collection correspondant à celle des photos. Il faut concevoir que certains objets ne devraient pas être là.

Peu à peu, sous l'effet des rétroactions de la situation et des remarques faites par les enfants spontanément ou sur sollicitation de la maîtresse, tous les élèves deviennent capables de réussir, c'est-à-dire ici, de transformer le moyen de validation en méthode pour résoudre le problème. L'annexe 1 montre l'évolution des réussites.

Le rôle de l'enseignante est fondamental dans l'accompagnement des enfants. Si à aucun moment elle ne leur fournit la solution, elle reformule la consigne, permet l'expression de tous les spectateurs, aide à la formulation des résultats de la validation.
Mon objectif aujourd'hui n'est pas d'exposer comment on peut expliquer les effets de cette situation, je renvoie aux travaux de J. Peres qui montrent comment la théorie piagétienne de l'équilibration peut rendre compte de l'évolution des comportements comme un lent processus d'autorégulation, au cours desquels les conflits entre un schème habituel et une situation nouvelle jouent un rôle moteur.

2.2.3 Remarque :

Du point de vue des situations non didactiques associées au concept de liste, cette situation est pauvre puisqu'elle n'est pas située dans un contexte qui donne du sens à l'utilisation de la liste, sinon de jouer au jeu proposé par la maîtresse - toutou. Aussi, c'est une activité toute différente qui est proposée aux élèves plus âgés, avec des modalités adaptées à leur âge

2.3 EPROUVER LE BESOIN DE FAIRE UNE LISTE, CONSTRUIRE LES ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À SA FABRICATION

Il est nécessaire de nous interroger sur les situations non didactiques nécessitant l'usage d'une liste d'objets.

2.3.1 La situation fondamentale de l'élaboration d'une liste

2.3.1.1 Un exemple "simple" :
Le prof de l'IUFM recueille la liste des élèves qui veulent des annales (il ne se contente pas de compter).

2.3.1.2 Une formalisation générale :
Une personne A dispose d'une collection d'objets a, dont elle extrait une sous-collection b. Elle doit envoyer des informations à une personne B pour que celle-ci puisse reconstituer, à partir de la collection a, la collection b.
ou
Une seule personne A, a constitué une collection b à un moment t1, la collection a été dispersée, elle doit la reconstituer à un moment t2.

2.3.2 Comment "mettre en scène" ces situations dans une classe d'école maternelle ?

Il est nécessaire de tenir compte de plusieurs types de contraintes :
* des conditions didactiques précises :
- situations avec rétroactions
- possibilité de faire plusieurs tentatives pour permettre une évolution des comportements
- favorisant les échanges entre les élèves, informels ou organisés par l'enseignant.

* des contraintes liées à l'âge des élèves :
- activités intéressantes : un enjeu qui intéresse suffisamment les élèves de cet âge
- une organisation telle que chacun soit personnellement concerné

Une idée-force : des jeux bâtis autour de "prévoir ce qui est caché dans la boite".

2.3.3 Le jeu des listes

Ce jeu utilise la collection d'objets constituée au cours de la phase où la classe a joué au jeu de la boite vidée, comme décrit pour la petite section. (avec des jeux annexes chez les grands)

Il se déroule sur 2 jours;

Le premier jour, la maîtresse prend devant les enfants quelques objets de la boite aux trésors, qu'elle place dans une autre boite. Chacun peut les voir, les toucher. Puis la boite est fermée, rangée et personne ne peut plus y toucher.

Le lendemain, chaque enfant est appelé par l'enseignante pour venir jouer : S'il nomme tous les objets contenus dans la boite, il a gagné. Sinon il a perdu. Au fur et à mesure qu'il nomme un objet de la boite, la maîtresse le sort et le lui montre. S'il reste des objets quand l'élève pense les avoir tous énumérés, la maîtresse les lui montre aussi.

2.3.3.1 Une première variable didactique du jeu des listes : la taille des collections cachées

Quand le nombre des objets cachés est petit, les élèves peuvent réussir grâce à la mémoire. (On voit ici la nécessité d'une bonne connaissance du référentiel)

Par contre si ce nombre est grand, la mémoire ne permet plus de réussir : seule une liste le permettrait.

C'est cette expérience que vivent les enfants au cours du jeu des listes : dans un premier temps, la maîtresse cache un petit nombre d'objets (2 ou 3, cela dépend si ce sont des moyens ou des grands), puis brusquement elle porte ce nombre à 7 ou 10.

Les enfants, quel que soit leur âge, manifestent fortement leur peur de perdre mais ils essaient tout de même le plus souvent de mémoriser les noms des objets cachés.

Le lendemain, tous perdent !

2.3.3.2 Une deuxième variable : la fabrication d'une liste, proposition de l'enseignant ou invention de quelques élèves et diffusion dans la classe

Selon l'âge des élèves, en effet,

- ou bien l'enseignante leur suggère un moyen : les enfants sont réunis autour d'elle qui s'apprête à cacher de nouveaux objets.

La maîtresse : "Eh bien, vous avez beaucoup perdu à ce jeu hier ! bien sûr c'était très difficile de se souvenir de tous ces objets. Alors aujourd'hui, je vous ai préparé quelque chose pour que demain vous puissiez gagner! Voilà ce sont des étiquettes ; sur ces étiquettes, tous les objets de notre trésor sont dessinés"

L'enseignante montre les étiquettes et poursuit " vous allez pouvoir les coller sur une feuille et comme ça vous pourrez savoir ce qu'il y a dans la boite. Vous la garderez dans votre casier parce que vous en aurez besoin pour venir jouer demain et me dire quels sont les objets cachés dans la boite"

Elle cache alors 5 objets et invite les enfants à aller faire leur liste. L'annexe 2 montre les résultats dans les classes de petits.

- ou bien la maîtresse estime qu'ils sont capables "d'inventer" le procédé liste, et elle ne leur donne pas d'information sur comment faire mais les relance sur l'idée "comment faire pour gagner ?", leur communique sa confiance dans leur possibilité de gagner.

Les élèves fabriquent des symboles personnels des objets sous forme de dessins.

Les apprentissages de nature logico-mathématique concernent la mise en correspondance terme à terme entre les objets et leur désignation, et les processus d'élaboration de désignations des objets qui permettent de les reconnaître à la lecture.

Cette démarche est décrite et commentée de manière très détaillée dans le document : " Construction et utilisation d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle", en vente à l'IREM de Bordeaux[10]

L'évolution des comportements quant à la mise en correspondance (un dessin par objet) y est présentée, ainsi que celle des comportements des élèves quant à l'aspect sémiologique.
Les résultats relatifs à ce deuxième aspect dépendent de la valeur d'une troisième variable

2.3.3.3 Une troisième variable quand les élèves ont à fabriquer la désignation des objets : la composition du trésor.

Si les objets ont peu de ressemblance, l'ajout de traits distinctifs, propres à un seul des objets, permet de les représenter facilement. Par contre, si les représentations des objets sont difficiles à distinguer (par exemple le trésor comporte 5 sortes de billes), la construction de traits distinctifs n'est pas possible, il faut utiliser des désignations arbitraires, faisant appel à des traits oppositifs.
En s'appuyant sur ces considérations, nous proposons suivant l'âge des élèves et la composition de la classe,

-soit un jeu des listes simple, c'est-à-dire au cours duquel les enfants peuvent en 6 ou 7 séances construire pour eux-mêmes un ensemble de désignations efficaces à l'aide de traits distinctifs (destiné aux élèves de GMS),

- soit un jeu de listes complexe, parce que le trésor est composé d'objets ressemblants et que les élèves doivent construire des traits oppositifs. Ceci n'est pas possible dans un processus d'auto-communication, aussi le jeu des listes est suivi d'une troisième phase, le jeu de la boite qui consiste en une suite de situations de communication entre 2 enfants et de débats communs à la classe, au cours desquels, à l'issue de l'examen des difficultés rencontrées par les uns ou les autres, un code commun à la classe est élaboré. (Voir le document signalé ci dessus.)

3 D'AUTRES SITUATIONS D'ÉLABORATION DE LISTES, PLUS COMPLEXES

Ces situations seront présentées dans le prochain n° spécial de Grand N sur la maternelle.

3.1 LE JEU DES BOITES DE COULEUR,

Destiné aux classes de moyens, éventuellement après le jeu des listes à étiquettes. *(A fait l'objet d'un rapport de recherche vendu par l'IREM de Bordeaux (brochure B 31)*

3.2 LE JEU DES PARTITIONS

Destiné aux classes de moyens "purs" ou de grands après le jeu des listes
Voir article Grand N n° 47

3.3 LE JEU DE L'ORDRE

Destiné aux grands, il est plus difficile que le jeu de l'ordre mais une version plus simple peut en être donnée. *(A fait l'objet d'un compte-rendu d'atelier dans les actes de l'Université d'été Olivet 88. J. Peres Analyse des modifications des stratégies des enfants dans une situation d'apprentissage.)*

3.4 ET POUR PLUS TARD, LE JEU DU PLAN, DU QUADRILLAGE ETC...

Le jeu du plan, destiné à des élèves de CE2, est décrit dans l'article de René Berthelot et Marie-Hélène Salin :«L'enseignement de l'espace à l'Ecole Primaire », à paraître dans Grand N n° 65

[10] adresse de l'IREM : 40 rue Lamartine 33400 Talence

4 CONCLUSIONS : RETOUR SUR LES CONDITIONS DIDACTIQUES PERMETTANT CES APPRENTISSAGES LOGIQUES

4.1 LE RÔLE DE L'INDIVIDUALISATION

Si nous revenons à la comparaison avec les situations de frayage ou de familiarisation, nous voyons une différence essentielle : les activités individuelles ne sont pas de l'ordre du contrôle, mais complètement intégrées au processus d'apprentissage. Cette caractéristique nous paraît essentielle, car la majorité des enfants très jeunes ne peuvent pas s'investir dans un problème s'ils n'y sont pas personnellement confrontés. Nous observons tout le temps des enfants qui reçoivent des conseils de leurs copains et qui ne les prennent pas en compte avant d'avoir éprouvé plusieurs fois les difficultés incontournables de la situation.
Plusieurs conséquences :

- travail dans la durée, (avantages et inconvénients)
- moments de lecture lourds à gérer, surtout quand les enfants doivent énumérer 10 objets.

4.2 LES ÉCHANGES ENTRE LES ÉLÈVES ET LES DÉBATS

Ils sont essentiels. Ils sont de deux sortes :

- des échanges informels pendant la fabrication des listes, sous forme de remarques au voisin, de conseils, de demandes, ainsi que pendant les moments où un enfant est spectateur d'un autre en train de répondre à l'enseignante lui-même étant déjà passé. Plus les enfants sont âgés, plus ces échanges sont riches.
- des échanges organisés par l'enseignante à propos de difficultés rencontrées et de la description des manières de faire pour les surmonter. Mais attention, il ne s'agit pas pour l'enseignant de valider lui-même telle ou telle méthode. Aussi, il reste neutre, toujours en empathie avec les enfants et le groupe. Chez les grands, nous parlons de débats parce qu'il arrive que des élèves défendent des positions différentes, et argumentent pour défendre la leur.

4.3 LE RÔLE DE L'ENSEIGNANT

- présenter le problème aux élèves,
- faire partager sa conviction qu'ils peuvent réussir
- encourager chacun individuellement
- le suivi des élèves, essentiel : échecs / réussites

en se référant aux stratégies repérées au cours des recherches, (voir article sur le jeu des partitions)
Ces situations ont été expérimentées un nombre suffisant de fois pour que nous puissions assurer qu'en en respectant les caractéristiques et l'esprit, il devrait se passer à peu près ce que nous observons. Mais nous savons bien qu'il y a beaucoup d'impondérables dans une vie de classe, aussi, le suivi permet de contrôler l'évolution et peut conduire à changer les valeurs de certaines variables ou à être attentifs à des contraintes matérielles que les recherches n'avaient pas encore relevées. ex : disposition des étiquettes au moment du collage pour les listes chez les PMS

- "institutionnaliser " non pas des savoirs mais des démarches.

4.4 LES QUESTIONS ACTUELLES

- comment agir avec les élèves qui stagnent à certaines étapes ?
- en raison des contraintes liées à l'individualisation des moments de jeu, ces activités peuvent-elles être intégrées à une vie de classe ordinaire ou sont-elles destinées à rester expérimentales seulement ?

Bibliographie

BROUSSEAU G. (1998) *La théorie des situations* ; La Pensée Sauvage
GOODY J. (1979) *La raison graphique* Editions de Minuit
PERES J (1988) Les activités logiques à l'école maternelle. *Actes de l'Université d'été : Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'Ecole élémentaire;*
REY B (1996) *Les compétences transversales en question* ESF

Annexe 1 : Le jeu des photos

r : réussite e : échec

	4 objets							7 objets		
essais	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3
RCE	r									
CME	e	e	e	e	r			r		
GOD	e	r						e	r	
HAN	e	e	r					r		
HFP	r							r		
LCD	r							r		
OYM	e	r						e	r	
SIM	r							r		
SIS	e	e	e	e	e	e	r	r		
AED	e	e	e	r				e	r	
BBN	r							r		
BUY	e	e	r					r		
BEJ	e	e	e	r				r		
BOK	e	e	r					r		
DAE	r							r		
GAR	e	r						r		
IDM	r							r		
KEN	e	r						r		
LAA	e	e	e	r				e	e	r
LDM	r							e	r	r
MYG	e	r						r		
MMM	e	e	e	r				r		
REM	r							r		
SKS	e	r						r		
SDP	e	e	r					r		
SOX	e	r						r		
UDP	e	e	r					r		

Annexe 2 : Résultats du jeu des listes dans une classe de PMS

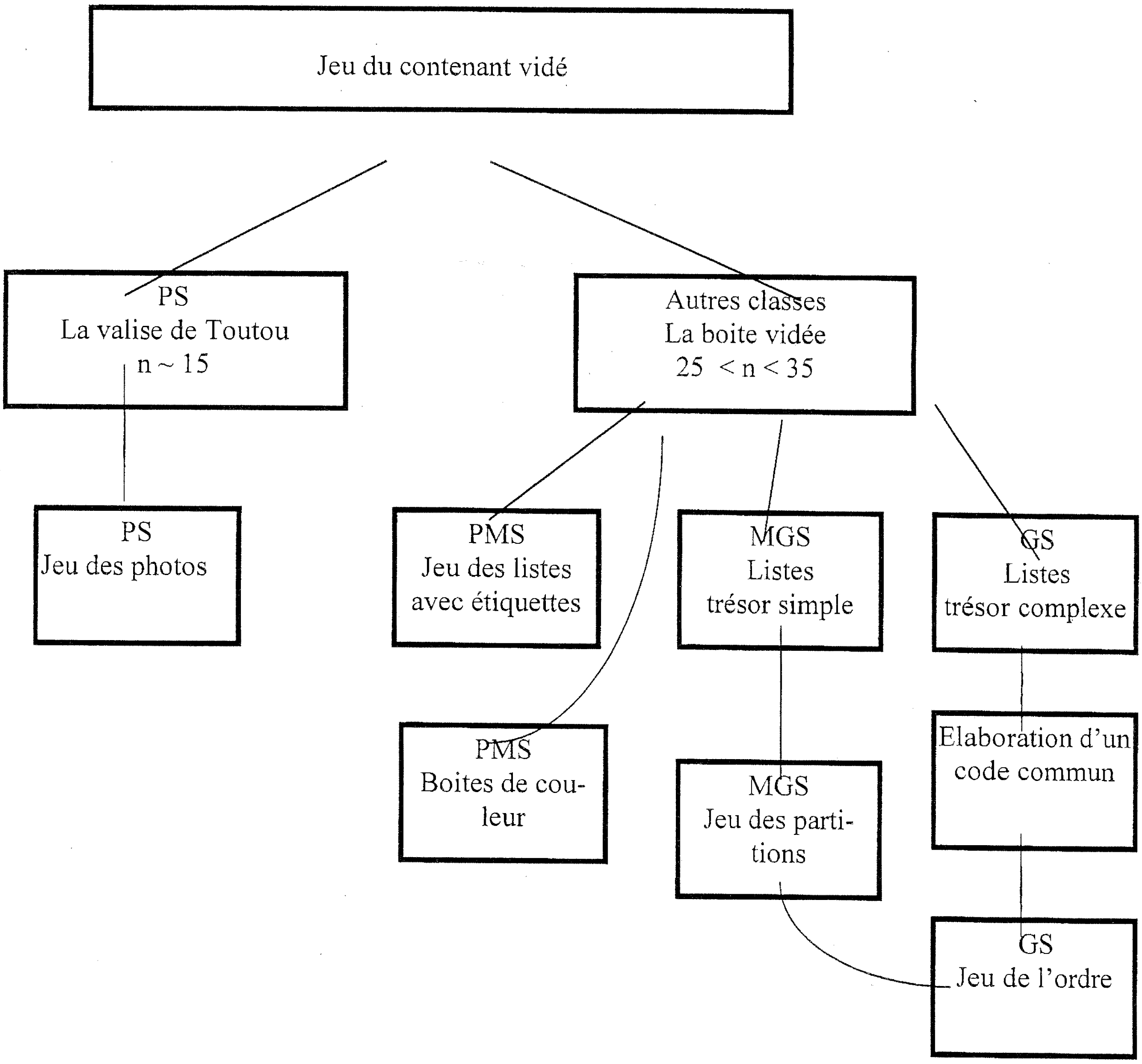
1ère séance : 26 présents 6 réussites

2ème séance : 26 présents 13 réussites

3ème séance : 27 présents 25 réussites

Les étiquettes en surnombre, sur l'ensemble des listes de la classe, passent de 109 à la première séance à 48 à la seconde et 18 à la troisième.

Organisation temporelle des différents jeux



FAIRE DES MATHS AUTREMENT : LES DÉFIS MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE PRIMAIRE

Marie-José Pestel[1]

En introduction, pour situer le problème, essayons de voir comment on vit les maths dans le grand public.

Tout d'abord des mots qui réfèrent aux maths : austérité, calcul, abstrait, démonstration, incompréhensible...

Quelques questions à propos des maths :

- Les maths, est-ce une culture ? une technique ? une science ? une science morte ? un jeu ?

- Y a-t-il encore à trouver en maths ?

- Est-ce un don (la fameuse bosse des maths) ?

- Est-ce un phénomène social ? Comment se fait le lien entre maths et découvertes techniques ?

- Quels mathématiciens connaissez-vous ? et quelles mathématiciennes ? Quelles mathématiques ?

- Pourquoi peut-on se vanter d'être nul en maths ? Se glorifie-t-on de ne pas savoir lire ? Et pourquoi est-ce plus grave d'être mauvais en maths quand on est un garçon ?

Et pour vous professeurs de mathématiques, qu'en est-il ?

Bien sûr selon votre sensibilité, votre culture, les réponses que vous apportez à ces questions peuvent être sensiblement différentes.

Mais, pour tous, il doit être bien clair que les mathématiques sont vivantes et ancrées dans l'histoire de l'homme et de la pensée humaine.

Contrairement à se qui se passe en littérature, on enseigne très peu de choses sur ce que furent les grands mathématiciens ; pourtant leurs vies, leurs erreurs, leurs conflits sont souvent éclairants. L'exemple du prince de Toscane et du problème des trois dés est intéressant et éclairant à bien des égards. Ce problème avait été posé par le Prince à Galilée. Le Prince qui devait sacrifier au jeu, comme beaucoup de privilégiés de son temps, devait être aussi un très bon observateur. Il avait remarqué que le total 9 sortait moins souvent que le total 10 quand on lance trois dés. Il ne comprenait pas pourquoi, car disait-il, il y a 6 façons d'obtenir 9 et autant d'obtenir 10. De grands esprits, Galilée mais aussi Fermat et Pascal, se heurtaient à un problème que tous les élèves de terminale auxquels on a enseigné l'équiprobabilité savent résoudre. Notons au passage que le Prince devait être un rude joueur pour avoir remarqué une différence d'environ 1 sur 100 coups de jeu.

[1] IREM de Limoges

Au Tournoi Mathématique du Limousin, on a essayé de savoir quelle était la perception des mathématiques qu'avaient nos candidats. Les élèves, tous volontaires, travaillent pendant quatre heures, par équipes de deux, sur un sujet commun à toutes les sections et rendent à l'issue de l'épreuve une copie rédigée. En 1990, nous leur avions demandé de répondre à un questionnaire sur l'épreuve et entre autres questions, deux nous importaient particulièrement :

- Participer au tournoi est-ce faire des mathématiques ?
- Aimeriez-vous chercher plus souvent ce type d'exercices ?

À la première question environ la moitié des élèves répondent non, l'autre moitié oui ; mais il est remarquable de noter que, que les réponses soient *oui* ou *non*, les jeunes opposent maths et logique ou maths et réflexion. Que penser de cette réponse lue plusieurs fois et venant d'élèves de sections scientifiques : « non, ce n'est pas des maths car il faut réfléchir » !

Quand on constate un échec aussi grave de notre enseignement on doit se demander :

Que peut-on faire pour changer l'image des maths, pour diminuer les blocages, pour enseigner les maths autrement ?

Essayer de valoriser la recherche dans les classes.

Travailler dans la continuité pour mieux ancrer une vraie démarche scientifique dans notre enseignement.

Chercher un défi, un problème ouvert, ou un sujet de Tournoi, c'est vivant, c'est ouvert sur le monde et cela permet de communiquer. Cependant, nous devons savoir qu'accepter de relever un défi c'est, par nature même du défi, déstabilisant car on ne sait pas si on va trouver.

Accepter de relever un défi, c'est faire preuve d'humilité, c'est accepter l'effort et la confrontation avec les autres.

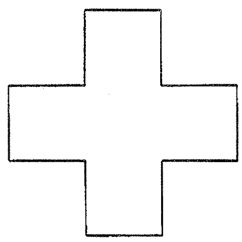
Chercher

Nous proposons au groupe de se mettre en situation de chercher sur trois sujets tirés du Tournoi Mathématique du Limousin pour essayer de vivre l'activité de recherche en mathématique.

Un sujet de géométrie :

De la croix au carré

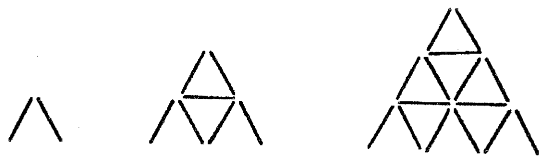
Découpez une croix comme celle-ci en morceaux que vous assemblerez pour former un carré (la croix est formée de cinq carrés égaux).



Un sujet numérique :

Châteaux de cartes

On construit des châteaux de cartes de la manière suivante :



1er 2ème 3ème

Combien faut-il de cartes pour construire le dixième château ?
Et le centième château ?

Un sujet de logique :

Le jour du mensonge

Deux frères, Antoine et Bernard, disent toujours la vérité, avec une seule exception : chacun ment au sujet de son anniversaire le jour même de son anniversaire.
On leur demande aujourd'hui, 17 janvier : "Quand est votre anniversaire ?"
Antoine répond : "Hier !"
Bernard répond : "Demain !"
Mais demain, 18 janvier, ils feront les mêmes réponses à la même question.
Quel est donc l'anniversaire de chacun ?

Sur chaque exemple, nous nous proposons :

- d'analyser notre méthode de recherche pour confronter et débattre ;
- de nous demander si il y a eu plaisir ? si le besoin de communiquer est naturel et enfin si on a fait des maths ?

Pour le sujet de géométrie, les pistes de recherche ont été prises selon la sensibilité de chacun

- ceux qui se permettent Pythagore et ceux qui se l'interdisent sachant que l'on peut proposer ce sujet en sixième ;
- ceux qui se souviennent d'un vieux problème de partage[2] ;
- ceux qui dessinent et ceux qui découpent.

Une discussion riche a donc suivi la recherche.

Pour le sujet numérique, les mêmes remarques peuvent être faites :

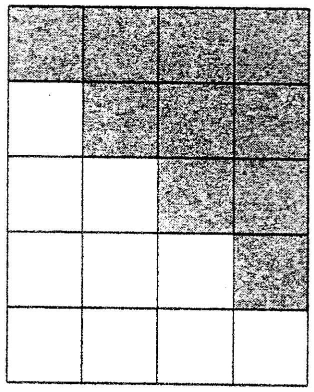
- il y a ceux qui veulent y voir immédiatement un problème de suite ;
- d'autres cherchent une méthode de comptage en utilisant les différentes visions possibles du château : les étages où les cartes sont par deux, puis les bases ; les différents niveaux où les cartes sont par trois en enlevant la dernière base, les côtés...

[2] Le mathématicien persan Aboûl Wafâ (940-998), dans un livre intitulé *Livre sur les constructions géométriques nécessaires à l'artisan*, s'intéressa à un problème plus général : comment découper un carré en n carrés identiques plus petits ?

Ce sujet est une belle occasion de montrer aux jeunes qu'avec un peu d'astuces on peut **voir** les mathématiques.

Ce sujet peut être l'occasion de *montrer* des formules aux élèves :

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$



Au cours de la deuxième journée de l'atelier nous avons vu quels défis on peut proposer à l'école primaire pour valoriser l'activité de recherche.

Ayons toujours présent à l'esprit l'intérêt de cette activité, intérêt très bien résumé dans l'idée fondatrice de « Math en Jean » :

« Une activité mathématique qui restituerait les dimensions du travail du mathématicien (liberté, échange, documentation, découverte, recherche, invention, responsabilité, publication) procurerait à ses auteurs une joie semblable à celle qui anime les mathématiciens dans leur métier »

Les difficultés de cette activité seront bien comprises si on a à l'esprit que "**chercher dans le savoir établi**" est la posture dominante lors d'exercices de résolution de problèmes en classe et que "**chercher dans le champ de l'ignorance**" est le trait dominant de la recherche scientifique ; activité sans a priori, ni sur les outils à son étude, ni sur les gestes à accomplir, ni sur les réponses possibles, ni sur la vérité des assertions…

Quand on propose un défi à un élève il faut, comme le dit Gilles Cohen, « que le texte soit à sa portée », et que l'enfant ait envie de chercher et aussi de communiquer.

Nous avons travaillé sur une liste de défis et, pour chacun, après l'avoir lu et fait une analyse des démarches de recherche, nous nous sommes posés plusieurs types de questions : Quelle est la part de l'expérimentation ? Du tâtonnement ? De l'initiative ? Des astuces ? De la chance ?

Voici quelques exemples sur lesquels on peut réfléchir.

Des défis numériques :

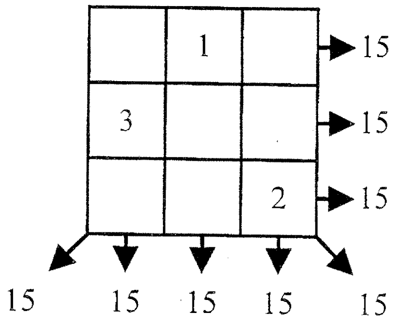
La bonne page

Sur la table il y a un livre ouvert. Si j'ajoute le nombre indiquant le numéro de la page de gauche avec celui qui indique la page de droite, je trouve 145.

À quelles pages le livre est-il ouvert ?

Le carré magique

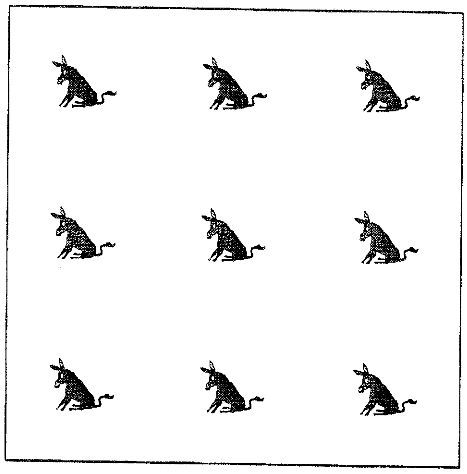
Place tous les nombres de 1 à 9, une seule fois.



Des défis géométriques

Les ânes

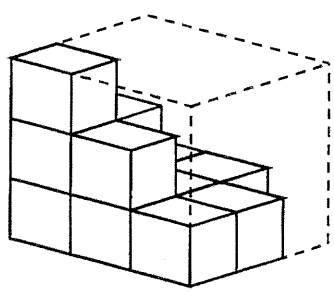
Neuf ânes sont dans un enclos carré. Les neuf ânes sont malades. Il faut les séparer. Trace deux autres carrés pour que chaque âne soit isolé de chacun des autres.



Le « maxi-cube »

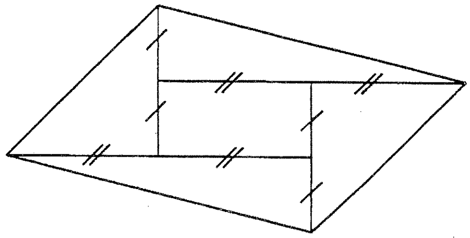
Paul a commencé à remplir ce « maxi-cube » avec des petits cubes.

Combien de petits cubes doit-il encore placer pour terminer le « maxi-cube » ?



Surface

Le rectangle a une surface de 1.
Quelle est la surface du parallélogramme ?



Découpages et pliages

En un seul coup de ciseaux, en ligne droite,

- couper un rectangle en trois parties ;
- couper un rectangle en deux parties de formes différentes et de même aire ;
- couper un rectangle en trois parties telles que l'une soit égale au double des deux autres.

Une jolie histoire pour poser un joli problème :
« Il était une fois un petit rectangle très mignon dont la longueur était égale au double de la largeur. Mais il voulait absolument devenir un carré. Il alla donc voir un chirurgien esthétique qui lui promit de réussir l'opération avec deux cicatrices toutes droites seulement. Quel fut le résultat ? »
Rallye Mathématiques de Ganges

Défis logiques et dénombrement

Sûr de gagner

À la kermesse de l'école, il y a 50 billets gagnants et 50 billets perdants. Evariste a décidé qu'il gagnerait et ne veut pas compter sur la chance pour cela.
Combien faut-il qu'il achète de billets au minimum pour être certain d'avoir au moins un billet gagnant ?

Méli-mélo dans les jours

Onze jours avant après-demain, c'était un dimanche. Neuf jours après hier, ce sera mon anniversaire.

Quel jour de la semaine tombera mon anniversaire ?

(Rallye Mathématique du Maine et Loire)

Qui est qui ?

Armel, Basile, Clovis et Dimitri sont 4 amis. Les uns et les autres sont électricien, maçon, menuisier et plombier.

Armel rencontre souvent le maçon et Clovis.

Clovis et Armel sont les clients du plombier.

Le plombier et l'électricien aiment bien, de temps en temps, jouer aux cartes avec Basile et Clovis.

Quelle est la profession de chacun ?
(Rallye Mathématique du Maine et Loire)

Les rouges et les noires

Les nombres indiquent le nombre de cases noires de la ligne ou de la colonne correspondante. Les cases qui ne sont pas noires sont rouges.

Compléter ces grilles :

	1	3	2
1			
2			
3			

	2	4	1	3
2				
1				
3				
4				

Dans les grilles suivantes on a placé une case noire, placez les autres :

	2	3	2
2			■
2			
3			

	2	2	2
2			■
1			
3			

Le démineur

Le nombre inscrit dans une case indique le nombre de cases grisées qui l'entourent :

Exemple

1	3	0
2	5	2
1	3	0

Trouvez la grille

1	4	2
3	4	3
2	2	3

Ces exercices peuvent être déclinés à l'infini, du simple au compliqué, du possible à l'impossible. Les enfants peuvent en fabriquer. Les exercices deviennent plus difficiles si on ne parle que de cases noires.

On peut multiplier les exemples de défis. Les idées sont de plus en plus variées car, dans de nombreuses régions, les jeux mathématiques se développent. Que faire de tous ces textes ? Comment les utiliser avec nos élèves ? Comment installer une habitude de recherche dans une classe ? Comment travailler dans la continuité ?

On peut proposer un défi hebdomadaire. Il faut bien sûr veiller à un bon choix de textes. Les textes doivent être attractifs, ludiques ; on peut imaginer des présentations à l'aide de dessins agréables (plusieurs publications, rallyes, ont choisi de très bons dessinateurs pour illustrer leurs sujets). Les textes doivent être variés, aborder de nombreux domaines géométrie, calcul, logique, observation, combinatoire (notons l'importance de faire très tôt des exercices de dénombrement) ; ils peuvent faire appel à des manipulations, des pliages, des réalisations d'objets ; on peut aussi avoir à utiliser une bibliographie. Il semble judicieux que chaque défi ait un titre ; on peut ainsi s'y référer plus tard et le texte entre sous ce nom dans la mémoire de la classe. Sous ces conditions, il semble que l'on peut proposer à la classe, par semaine, deux textes pris dans des domaines différents.

Enfin comment présenter ces défis et leur exploitation en essayant de faire participer le plus grand nombre possible d'élèves ?

Par exemple, présentés et lus en fin de semaine, les deux textes du défi hebdomadaire peuvent être résolus par les enfants au rythme qui leur convient, les solutions sont déposées durant toute la semaine dans une boîte à idées puis, le vendredi suivant, on se réserve un bon moment pour donner la ou les solutions, débattre, critiquer, prolonger... avant de donner le défi de la semaine suivante... On peut alors élaborer, peu à peu, avec et pour la classe, un classeur des défis. Ce classeur contient les textes, la ou les solutions proposées et rédigées par les élèves, les critiques motivées, les débats, les prolongements possibles. Ceux qui se sentent à l'aise en français aideront à la rédaction ; ceux qui ont un bon coup de crayon trouveront des illustrations. Certains défis peuvent donner envie d'en construire d'autres, analogues ou différents, d'en lancer à d'autres élèves ou à d'autres classes. Une belle occasion de faire construire un problème à des élèves qui se croient faibles en mathématiques. Certains défis peuvent donner envie de pousser plus loin l'exploration, de faire une exposition...

En conclusion, la résolution de défis en classe est un excellent moyen de développer une attitude de recherche chez les enfants. Nous ne devons pas oublier que les essais, les tâtonnements, les erreurs, les échecs font partie de la règle du jeu. Résoudre un défi crée une situation inhabituelle où on a le droit de se tromper ! Parfois, l'enseignant peut lui aussi jouer le jeu et accepter de ne pas connaître la solution et donc de réfléchir, de chercher avec sa classe. L'enseignant qui cherche, se trompe, recommence, prouve à tous que l'on doit accepter l'échec, que l'erreur est constructive si on sait la comprendre, que l'effort est nécessaire pour trouver. Il donne ainsi une image juste de ce qu'est la recherche en mathématique.

Quand ***poser, chercher, résoudre*** des défis sera devenu une pratique courante de classe, nul doute que, élèves et enseignants en tireront un enrichissement personnel important et que tous en sortiront grandis.

Bibliographie :

50 énigmes maths pour l'école CM1 - CM2
Éditions Pole ; 31, avenue des Gobelins ; 75013 Paris

Récré-Maths
Éditions Pole

Mathématiques par le jeu en CM1-CM2
Tome 1 : Nombres et calcul
Tome 2 : Géométrie et mesures
Marie Berrondo-Agrell et Marie Brigitte Goiffon
Éditions Pole

Brochures du Kangourou à commander à :
Kangourou ; 12, rue de l'Epée de Bois ; 75005 ; Paris
-Les jeux du Kangourou des écoles 98
-Kangourou au pays des contes (des histoires, genre contes de fées avec des énigmes à résoudre)
-Enigmes élémentaires

Fichier Evariste : 120 problèmes pour le cycle III
120 problèmes pour le collège
(textes tirés des différents rallyes-tournois et présentés sous forme de fiches)
A.P.M.E.P ; 26, rue Duméril ; 75013 Paris

Jeux 4 et Jeux 5 ; brochures A.P.M.E.P.

QUELLES THÉORIES DE L'ENSEIGNEMENT ET DE L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES UTILISONS-NOUS EN FORMATION INITIALE ? ET COMMENT ?

Thierry Bautier[1]

"Affirmer qu'il existe une seule manière d'enseigner
serait comme si l'on disait :
il existe une seule manière de cuisiner le cochon !".
G. BATESON

Avertissement :
Le titre de cet atelier ne correspond pas exactement à ce qui a été fait au cours des deux plages de travail (1h15 puis 2h). L'objet de cet atelier a été de développer, à partir de trois exemples pris en mathématiques (la numération en CP, la description de figures en CM et la proportionnalité) les résultats d'une recherche (en cours) sur la polyvalence du métier de professeur d'école (au sens de spécialiste de l'enseignement et de l'apprentissage).
Contrairement au titre de cette présentation, il n'a pas été beaucoup fait référence au cours du travail, aux théories plus ou moins bien connues du milieu de la didactique francophone (Théorie des situations et Théorie de la dévolution de G.Brousseau, Théorie socio-constructiviste genevoise, Dialectique Outil-Objet et Théorie des jeux de cadres de R.Douady, Théories de la Médiation - Zone de proche développement, Théorie des instruments sémiotiques - de L.S.Vygotsky, interventions tutorielles de J.Bruner, aides à la représentation de J.Julo), car c'est à nous formateurs de pratiquement opérer la transposition didactique de toutes ces théories, d'en faire une synthèse utile pour nos stagiaires.
C'est donc, directement, « ma » transposition personnelle de toutes ces théories que j'expose ici, ma réponse actuelle à la question "Qu'est ce qu'apprendre ? Qu'est ce qu'enseigner ?" que je donne ici, pour de futurs échanges dans le cadre de la COPIRELEM.

INTRODUCTION :

Le thème que je désire aborder ici est délicat, car je vais parler des conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage développées par certains manuels (J'apprends les maths, Optimath, Le nouvel Objectif Calcul, le Manuel de préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles), certains auteurs (Rémi BRISSIAUD, Alain DESCAVES) m'ayant fait l'amitié et le grand bonheur d'être présents pendant que je parlais de leur travail.
Néanmoins, j'avance sur des œufs et je voudrais tout de suite arriver à la conclusion : nous arrivons à une époque de l'histoire de l'enseignement des mathématiques en école élémentaire où il n'est plus possible de croire qu'il existe une seule manière d'enseigner et une seule manière d'apprendre (quelles qu'elles soient d'ailleurs) et il est plus efficace de chercher à

[1] Rennes

catégoriser ces manières d'apprendre (nous en avons trouvé trois dans notre recherche en cours à l'INRP, sur la polyvalence) et ces manières d'enseigner (nous en avons également trouvé trois !) pour ensuite chercher à les identifier lors de sa pratique et constater (ou non) l'adéquation entre ses intentions et les conditions effectivement réunies.

La conviction que porte ce travail peut se formuler simplement.
Toutes les manières d'apprendre sont légitimes, mais à deux conditions :

1) que l'enseignant en ait conscience, c'est-à-dire qu'il n'y ait pas de différence entre **le rapport que l'élève établit avec un certain objet d'enseignement** (sa « manière d'apprendre ») et celui que l'enseignant croit que l'élève établit.
2) qu'elle soit unique (stable) sur un temps suffisamment long pour produire des effets d'apprentissage.

Autrement dit, les dysfonctionnements les plus fréquemment observés, dans tous les domaines d'enseignement, semblent provenir de ce que l'enseignant vise (sans le savoir le plus souvent) un mixte entre les trois manières d'apprendre, voire même, "croit" établir entre les élèves et l'objet d'enseignement un rapport d'un type ou d'un autre alors que, soit les conditions ne sont pas réunies pour ce faire, soit il établit effectivement entre ses élèves et l'objet un rapport d'un autre type.

Tout cela s'éclaircira après les trois exemples présentés ci-dessous, mais déjà il est possible d'indiquer que les trois manières d'apprendre rejoignent curieusement le vocabulaire apparu avec insistance dans les nouveaux <u>Projets de documents d'application des programmes de l'école élémentaire</u>, parus en Septembre 1999. Sans qu'il soit possible d'en faire ici une lecture suivie (cf. mon séminaire fait à Rennes, le 17.11.1999), il faut noter la tendance "lourde" de ce nouveau texte à revaloriser les activités d'entretien des savoir-faire.
Ceci est très nouveau, par exemple en Education artistique où les termes de technique et de savoir-faire sont absents des programmes de 1995, le statut de la technique comme *"moyen au service de"* est clairement affirmé dans le texte. Cette affirmation est fortement nuancée par le fait que c'est à l'intérieur du paragraphe <u>Acquisition des savoirs et savoir faire nécessaires</u> que se trouve le sous-paragraphe <u>Expression personnelle de l'élève</u> en Cycle II. La technicisation de cet enseignement apparaît alors comme une condition d'entrée dans une expression personnelle, ce qui va faire bondir bon nombre de nos collègues des disciplines artistiques.
En Mathématiques, on aura noté le même mouvement de technicisation de l'enseignement : l'expression (très problématique!) de résolution de problème (au sens de situation-problème) disparaît tout simplement, au profit de l'émergence d'une trilogie nouvelle, caractérisée comme on le sait, en termes de *"moments d'apprentissage et de recherche, moments de répétitions d'exercices déjà vus... moments de synthèse"*. Seule trace de l'époque héroïque de 1985 où les enfants, de la petite section de maternelle au C.M.2 *"découvrent et construisent"* le monde mathématique, la phrase : *"se confronter à des problèmes est une activité essentielle en mathématiques, en particulier pour percevoir le besoin d'outils nouveaux"* dans la rubrique <u>Problèmes</u> du chapitre consacré au Cycle III.

Il ne s'agit pas ici de manifester un quelconque "regret" du passé – car déjà la rubrique <u>Des instruments pour apprendre</u> dans les IO de 1995 en maternelle nous avait préparé à une évolution qui dépasse d'ailleurs on l'a vu, notre discipline - mais de trouver au contraire dans les nouveaux textes officiels, un certain soutien - bien venu - à notre tentative de catégorisation des manières d'apprendre :
Le texte officiel parle des *"activités artistiques, pratiques, culturelles et techniques"*, nous qualifions nos trois manières d'apprendre comme établissement de « rapports » pratiques,

culturels ou techniques. Au delà des divergences de détails dans le poids et l'articulation de ces trois composantes de tout apprentissage dont un exemple a été donné plus haut, la coïncidence du vocabulaire utilisé pour désigner cette trilogie des manières d'apprendre, méritait sans doute d'être notée.

PREMIÈRE PARTIE : TROIS ÉTUDES DE CAS :

I.1. L'enseignement de la numération, au C.P.

Aucun thème n'illustre sans doute mieux l'injonction amusante lancée par Gregory BATESON qui est placée en exergue de ce texte. A côté des **ingénieries constructionnistes** (pour éviter la confusion avec le constructivisme piagétien) menées par Guy BROUSSEAU et ses collaborateurs (Suzy GAIRIN CALVO, Joël BRIAND, Marie Hélène SALIN et René BERTHELOT) où les élèves *"découvrent"* (plutôt réinventent à titre personnel) et *"construisent"* dans les premières années de la scolarité, un système de numération de position en réponse à un problème de désignation de collections, on trouve dans la plupart des manuels une approche résolument **technique** de cet enseignement. Que ce soit dans l'approche compteur (ordinal) ou jeu du banquier (échange), à tout moment, les élèves **savent** ce qu'ils **font**, ou plutôt ce qu'ils devraient faire car ils peuvent rechigner ou ne pas réussir à exécuter les règles prescrites par ce "jeu". En ce sens, il s'agit de l'entretien d'un "**savoir-faire**", d'un "**faire**" entièrement lisible en termes de "**savoir**".

On peut se demander quel est l'intérêt de cet entretien technique s'il n'est pas relié aux connaissances numériques des enfants (la valeur des trésors en nombre de jetons unités) et s'il suffit au dépassement de l'obstacle perceptif constitué par la confusion fréquente entre valeur et quantité ?
C'est parce que je répondais négativement à ces deux questions que j'ai adapté le jeu du banquier dans le sens constructionniste suivant (Mathématiques dans les classes, 1993): la banque ne possède au départ que des jetons unités, des petits carrés en plastique ; intervient une pénurie et « Super Banquier » apparaît avec une nouvelle unité, des rectangles 5x1 où peuvent se mettre exactement par superposition cinq carrés unités ; une nouvelle pénurie intervient et « Super Banquier » réapparaît avec cette fois de nouveaux rectangles, 10x1. La progression porte sur cinq ou six séances en C.P. car les enfants comparent leurs collections de jetons réels, puis passent à la représentation. Il s'agit toujours de comparer les trésors accumulés au cours d'un jeu de dés.
Le fait de pouvoir à tout moment conserver des carrés unités (pour avoir l'impression d'en avoir plus) et de pouvoir les échanger à n'importe quel moment du jeu (sauf en cas de pénurie, où il faut « faire la monnaie » à la banque), permet à chacun d'établir à son rythme, l'équivalence entre toutes les réalisations possibles d'un même trésor et **construire** ainsi (au sens piagétien) l'**invariant** de la valeur du trésor, indépendamment ou au delà du nombre de jetons pour la représenter.
Il m'est arrivé (une fois) de devoir mettre dix pièces de 1 F dans une enveloppe et d'écrire dessus "10 Francs" pour aider un élève à dépasser cet obstacle perceptif tenace. On aura reconnu une intervention tutorielle "à la Bruner" : l'enseignant cache à l'élève ce qui fait obstacle à la conceptualisation de l'invariant et facilite ainsi, par **effet de médiation** (Th.Bautier, 1995) la construction de cet invariant.

Une autre idée sous-tendait mon petit travail de 1993 sur la numération, l'idée que le passage par les bases 3 ou 4 était en grande partie inutile pour un premier apprentissage de la numération. Parce qu'on n'a pas besoin de **comprendre** un système de numération pour

réussir à s'en servir (au sens de Piaget, dans Réussir et comprendre), parce qu'on n'a pas besoin de réinventer la culture mais de se l'approprier par des activités ad hoc, je m'écartais des chemins constructionnistes radicaux, mais je n'allais pas aussi loin que Denis STOCKLÉ (auteur de Maths élem., éditions Belin) et Rémi BRISSIAUD dans la direction opposée (cf. sur ce point, la présentation faite par Rémi BRISSIAUD de cette alternative pédagogique, dans les livres d'élèves de sa collection J'apprends les maths).
Cette veine instrumentale est maintenant solidement implantée dans les pratiques de classe de CP et « Picbille » fait partie de la culture de beaucoup d'enfants, au même titre que beaucoup de stars du petit écran.

Une caractérisation de ces trois manières d'apprendre et d'enseigner les mathématiques sera proposée dans la deuxième partie, mais l'on peut déjà en proposer un premier éclairage théorique. Si l'on s'en tient à la démarche pédagogique globale, on peut déjà, à partir de l'exemple de l'enseignement de la numération, parler d'activités mathématiques *"pratiques, culturelles et techniques"*.

♦ Certaines (constructionnistes radicales ou non) alternent des phases Outil implicite et des phases Outil explicite et Objet (au sens de Régine DOUADY), des moments d'action puis de formulation et d'institutionnalisation (au sens de Guy BROUSSEAU), une contextualisation puis une décontextualisation de l'apprentissage (au sens où le jeu du banquier est vécu au premier degré par les enfants puis l'intérêt se porte sur les manières de comparer les trésors, les propriétés mathématiques de ces méthodes).

Cette évolution caractéristique des apprentissages de mathématiques, peut également se reprendre en termes de **rapport pratique** à la numération (le **faire** sans le **savoir**), puis de **rapport culturel** à la numération (puisqu'il s'agit de **savoir** ce qu'on a **fait**). Les moments de systématisation sont identifiées comme **rapport technique** à la numération (les élèves **savent** ce qu'ils **font** même s'ils ne **savent** pas encore le **faire**, ils développent donc un **savoir-faire**).

♦ D'autres ont comme correspondant théorique en pédagogie, l'enseignement programmé, la pédagogie par objectifs, et finalement la psychologie associationniste des stimuli aux réponses. Il ne faut pas déconsidérer cette composante importante de l'apprentissage, car elle fonde avec évidence l'importante mémorisation des connaissances (ou automatisation des compétences).

♦ D'autres enfin sont d'inspiration vygotskyenne et brunérienne car il s'agit de s'approprier une culture, les instruments d'une culture, par exemple un matériel didactique de numération décimale privilégiant la base auxiliaire 5. Le temps long nécessaire à l'intériorisation mentale de cette manipulation montre qu'il s'agit bien de l'apprentissage d'un **savoir-faire** (au sens donné plus haut).
L'enseignement constructionniste des mathématiques "par" les situations-problèmes, peut être interprété également comme une autre stratégie d'appropriation de la culture mathématique. Il paraît évident que ces deux stratégies d'enseignement ne sont pas interchangeables mais plutôt complémentaires (l'une ne développe que des compétences mobilisables, l'autre que des stragégies disponibles - au sens de Aline Robert -).

Sur l'exemple de la numération qui est très clair pour notre propos, se profile déjà une richesse extrême dans la variété des **manières d'apprendre** et **d'enseigner**. Sans pouvoir donner ici beaucoup de détails sur une nouvelle tentative d'enseignement de la numération en classe de CP (qui a été réalisée au cours du mois de Février 2000), je voudrais seulement donner ici, une idée de cette richesse.
Je suis parti de l'activité préalable à l'utilisation du fichier qui est préconisée dans le livre du maître du Nouvel Objectif Calcul C.P. (p. 221, aucune trace de cette activité dans le livre de

l'élève) mais au lieu qu'elle ne dure qu'une séance longue – en période 4 -, elle nous a occupé pendant 5 séances – en période 3 -: deux pour les groupements par dix de très grandes collections de haricots secs (plus de 10 000) ; deux pour le passage au dessin et à l'écriture en ligne des suites de 100 et de 10 ; une pour la comparaison de très grands nombres écrits en ligne (nous avions toujours plus de 10 que de 100 dans l'une des deux collections pour provoquer la confusion de la valeur du nombre avec la longueur de son écriture). Enfin, nous avons pu passer à l'activité sur fichier proposée (p. 102 du livre d'élève).

Il ne suffit pas de se laisser porter par la culture décimale du cent et du mille (nous sommes pourtant en l'an *2000* !) pour bénéficier de ses bienfaits. Conformément aux préceptes constructionnistes, un temps long d'apprentissage a été nécessaire pour que *tous* les élèves parviennent à distinguer la valeur de 100 et de 10. Le nombre total d'objets a dû être dénombré (et non pas compté) en nombre de grands sacs, petits sacs et nombre d'objets isolés pendant plusieurs séances, et il était souvent confondu avec le nombre de grands sacs ou de petits sacs.

Nous allons chercher maintenant à caractériser séparément la « manière d'apprendre » et la «manière d'enseigner » la numération qui sont à l'œuvre dans cette séquence.
La « manière d'apprendre » est un mixte entre l'établissement d'un **rapport pratique à la numération** décimale et l'établissement d'un **rapport culturel** à cette même numération décimale. Les mots de la culture ne font **signe** aux élèves que si, indépendamment de ces signes, s'est construit un **sens** suffisant, une expérience personnelle de désignation de ces collections en nombres de grands sacs et petits sacs qui donne un **sens** à ces **signes**. Pour chaque élève, cette articulation entre sens et signe a pu se faire d'ailleurs à un moment différent et dans un ordre différent.

Si l'on cherche à caractériser la « manière d'enseigner » qui est développée ici, on retrouve la même perplexité : la négociation minimale autour du regroupement par 10 des objets et des sacs fait clairement appel à la **modélisation** alors que le passage de l'action à sa représentation est une trace de **constructionnisme**. Les auteurs du <u>Nouvel Objectif Calcul C.P.</u> sont par contre dans une démarche d'**étayage** lorsqu'ils demandent à leurs élèves de travailler sur deux dessins fournis par le manuel (l'une de collections de photos en désordre, l'autre rangées).
La consigne initiale de faire des paquets de 10 ne descend pas du ciel sur les élèves comme un aérolithe sur leurs crânes. Néanmoins, l'enseignant ne laisse pas aux élèves l'occasion de réaliser toutes leurs idées (constructionnisme radical). Nous avons là l'exemple typique d'un choix pédagogique facile à formuler dans les termes de notre catégorisation des manières d'enseigner : **Modélisation** ou **Constructionnisme**, il faut choisir ! Mais le choix n'est que rarement en tout ou rien.

I.2. L'enseignement des programmes de constructions de figures, en CM.

La stratégie d'enseignement des écritures de programmes de construction qui est préconisée par Alain DESCAVES dans <u>Optimath CM1</u> est très originale si on la compare à la démarche constructionniste classique des situations de communication effectivement réalisées entre deux groupes d'élèves. Mais une analyse un peu fine de l'unité d'apprentissage "Construire des triangles et des losanges" (pages 30 à 33) convainc que si l'une est bien modélisatrice et l'autre constructionniste, elles se retrouvent sur un grand nombre de points classiques de la psychologie cognitive piagétienne. Il faut donc, comme nous avons commencé à le faire au point précédent, bien distinguer la "manière d'apprendre" et la "manière d'enseigner" à l'œuvre dans la séquence, de la psychologie de l'apprentissage qui permet de rendre compte de sa dynamique.

La première activité le montre déjà clairement : une observation distraite pourrait faire croire à une ostension, véritable bête noire de la plupart des didacticiens francophones, mais outre que l'ostension n'est critiquable que si l'enseignant confond information et concept, lecture et apprentissage, il ne s'agit pas ici de la part du maître d'enseigner par ostension le concept de losange et le concept de triangle équilatéral.
Le vocabulaire est apporté par l'enseignant *après* une activité qui en donne le sens. Les longueurs des côtés sont comparées par les élèves *avant* que la figure soit désignée comme losange ou triangle équilatéral, ce qui fait que, curieusement, le **rapport** établi par les élèves avec ces concepts pourra être qualifié de **pratique** puis de **culturel**, avec une démarche d'enseignement de type **constructionniste**, le rôle de l'enseignant se limitant à son minimum, qui est de donner la consigne.
Dans une démarche ostensive, tout l'apprentissage se réduirait à l'observation d'un dessin et d'une définition, alors le rapport serait **culturel** et la démarche **modélisante**. On voit bien ici la distance qui sépare les deux approches.

On trouve au cours des activités suivantes, une appropriation successive des manières "savantes" de décrire les figures de géométrie (du type "Trace un segment AB de 4cm") mais là aussi, il ne s'agit pas d'une ostension mais d'une activité signifiante de lecture de textes mathématiques. On peut même y voir la trace d'une **contextualisation** de l'apprentissage : *pour l'élève,* le but de l'activité n'est pas d'apprendre ces formulations savantes mais de les remettre dans l'ordre ; *pour l'enseignant,* le but de l'activité est que l'élève s'approprie ces formulations et l'activité de remise en ordre des phrases n'est, de son point de vue, qu'un moyen, un artefact permettant d'atteindre ce but.
"L'enseignement doit avancer sous un masque" (G.BROUSSEAU). L'élève ne **sait** pas toujours ce qu'il **fait**, l'enseignant si. C'est une nouvelle illustration de la **Dialectique du Signe et du Sens** (T.BAUTIER, volume 1 de la Thèse) et, bien entendu, de la **Dialectique Outil-Objet** de Régine DOUADY.

La comparaison des exercices permet de mettre en évidence la progression très élaborée de cette unité d'apprentissage : par exemple, le texte et les images précisent les instruments de tracé et la manière de s'en servir dans 'Découvrir 1.a', mais plus dans 'S'exercer 1.b'. Le texte ne cite plus que les produits de l'action de tracé (des triangles équilatéraux) dans 'S'exercer 3.b et c', sans dire comment ils ont été produits.
Sans doute, y a-t-il pour l'élève, intériorisations successives des produits de l'apprentissage d'un exercice à un autre et là dessus, PIAGET comme VYGOTSKY seraient sans doute d'accord pour placer le **sens** (l'expérience sensible, incarnée qu'Alain DESCAVES appelle je crois la **signification**) *avant* les **signes** de la culture (les mots-valises d'Alain REY, les cerises sur les gâteaux des psychanalystes). Seul LACAN et ses disciples croient au pouvoir magique de la **symbolisation** de faire sens par elle-même, mais ils ne s'intéressent pas le plus souvent aux apprentissages mathématiques...

La première fois où l'élève écrit un programme de construction se trouve dans "S'exercer 1.c)" et il ne fait que paraphraser le discours écrit de l'enseignant en modifiant un programme. Juste après, il complète un programme. Le niveau de formulation des textes est donc très élevé, de type collège voire lycée, mais l'exigence d'enseignement à ce niveau de classe, reste modéré. On retrouve ici la "tension" caractéristique de la démarche d'enseignement **modélisatrice**.

Plutôt que de partir des formulations d'élèves et de monter progressivement (Marx déjà parlait des sommets élevés de la science !) vers les formulations savantes, institutionnelles (on aura reconnu la stratégie **constructionniste**), l'élève s'approprie directement, on a vu comment, les formulations savantes mais sans aller très loin dans cette appropriation. Dans les années suivantes, il approfondira cette appropriation jusqu'à pouvoir écrire, personnellement, à la manière d'un géomètre.

Bref, plutôt que de poser des problèmes plutôt "faciles" (i.e. dans la **zone d'apprentissage autodidacte** des élèves) et d'élargir progressivement la zone, l'enseignant se place dans la **zone de proche développement** des élèves et aide les élèves, voire leur montre comment on fait. Je parlais plus haut de "tension" pour exprimer l'insécurité qui peut naître de cette situation pédagogique : alors que dans la stratégie constructionniste, on part (dans les deux sens du terme) des compétences des élèves, dans la stratégie modélisatrice, l'élève ne semble curieusement pas pris en compte. L'enseignant lui apprend à résoudre des problèmes qu'il ne saurait pas résoudre seul. Mais à terme, les deux démarches doivent se rejoindre évidemment.

Le constructionnisme cherche à répondre à la question :
quelles sont les conditions en termes de situations, de problèmes, d'activités qui donnent du sens à cette connaissance ?
La modélisation demande :
quelles sont les interventions de l'enseignant que l'élève peut s'approprier ? et comment ?

I.3. La proportionnalité en C.M.

Il ne s'agit plus ici d'analyser des propositions d'enseignement faites par les manuels ou les recherches, d'en caractériser la manière d'apprendre et la manière d'enseigner, mais d'analyser "une" séance de mathématiques faite par un professeur stagiaire (PE2) en stage de pratique accompagnée. Il sera montré (cf. introduction) que les ambiguïtés ou les dysfonctionnements observés proviennent tous d'une incohérence dans l'établissement des rapports aux objets "proportionnalité" et « tableau de proportionnalité », dans la préparation écrite de la séance, mais aussi dans la réalisation.

Il faut d'abord résumer l'Analyse de pratique V de notre deuxième rapport de recherche INRP sur la polyvalence (1998-1999) :

1) Lors de la séance précédente, les élèves ont cherché à résoudre 4 problèmes de proportionnalité mais le mot n'était pas prononcé. Ils ont fait selon la stagiaire beaucoup d'erreurs, ou ne savaient pas du tout comment faire. Elle décide pour les aider, de leur apprendre à mettre les données numériques dans un tableau. S'agira-t-il ou non d'un tableau de proportionnalité ? Ce sera toute l'ambiguïté de cette nouvelle séance.

2) La préparation écrite reprend les étapes de la **conception socio-constructiviste** préconisée par Michel MANTE et Roland CHARNAY dans leur (célèbre) livre de préparation au CERPE. On y retrouve l'alternance de phases individuelles de recherches et de phases collectives où "ceux qui n'avaient pas réussi l'exercice 1 écoutent et tentent de s'approprier une des techniques exposées". La correction par l'enseignant, au tableau, des deux problèmes est également prévue dans la préparation. Le mot "validation" y est d'ailleurs utilisé trois fois dans le sens de correction faite par l'enseignant et non pas dans celui de justification logique.

3) Les deux énoncés sont les suivants :

« 1°- Chez le boulanger, un carambar coûte 0,50F. Calcule le prix de 5 carambars, 10 carambars, 2 carambars. Combien peut-on acheter de carambars avec 30F ? avec 12,50F ? avec 7,30F ?
Réponds sous forme de <u>tableau</u>. »

« 2°- Lors d'une promotion, un commerçant fait une remise de 20F pour 100F d'achat. Quelle remise aura-t-on sur un achat de 300F, de 600F, de 900F, de 450F ? Pour quel montant d'achat peut-on avoir une remise de 80F ? de 70F ?
Réponds sous forme de <u>tableau</u>. »

4) Quelques remarques préalables sur les énoncés de problèmes :
Le premier est multiplicatif puis divisif alors que le second est quelconque, la stagiaire s'en expliquera par la suite par sa volonté d'introduire le tableau de données dans un cas simple pour être ensuite utilisé (et utile) dans le second énoncé.
Les contextes de problèmes sont différents et c'était déjà le cas de la séance précédente. Aucun dessin de carambars ou d'étiquettes n'apparaît sur les feuilles et les élèves décontextualisent immédiatement les énoncés, c'est-à-dire ne considèrent que les nombres qu'ils mettent dans un tableau comme il leur est demandé.

5) Déroulement de la séance :
a) Lecture en silence du premier exercice (8h37). Certains tableaux faits par les enfants sont "bizarres" : 3 ont fait un simple quadrillage, 6 ont recopié une bande numérique sur la première ligne d'un tableau, les autres ont bien compris la fonctionnalité de ce tableau qui est de permettre l'inscription des données.
La stagiaire a identifié les deux dispositions possibles (en lignes et en colonnes). Deux élèves viennent au tableau les présenter (8h47). Elle apporte le vocabulaire "colonnes" et "lignes" et demande de toujours préciser la nature des objets en haut de la colonne (ou au début de la ligne), par contre les cases ne sont remplies que de nombres, l'unité a disparu ce qui est un facteur supplémentaire de décontextualisation.
Ce travail soigné de l'enseignante aura porté ses fruits puisque les enfants n'ont plus eu de difficultés avec la mise en forme des données en tableau, pour le deuxième exercice.

b) La résolution du premier problème commence à 9h. Très vite, un enfant vient dire au tableau comment il a fait pour remplir les trois premières cases du premier tableau "Un carambar coûte 50c, donc 2 carambars coûtent 1F et 10 carambars coûtent 5F. 5 carambars deux fois moins, ça fait 2F50c". C'est apparemment efficace mais, comme on va le voir, la plupart des enfants ne sont pas prêts à s'approprier cette méthode, présentée pourtant de manière contextualisée (i.e. non justifiée et dite dans le contexte des carambars et des pièces).

c) A 9h30, l'enseignante corrige les deux problèmes au tableau. Elle marque les opérateurs multiplicatifs et le coefficient de proportionnalité (diviser par 2 ; multiplier par 5). Le tableau devient alors un tableau de proportionnalité et l'on peut parler d'une institutionnalisation subreptice de la proportionnalité dans une séance qui au départ (dans la préparation) ne devait pas y faire référence. Sans doute consciente des difficultés encore manifestées par les élèves, a-t-elle décidé "dans l'action" d'enseigner la méthode qui lui paraissait la plus appropriée.

6) L'analyse des productions écrites des 22 enfants de cette classe :

a) 6 élèves font les deux exercices sans erreur, mais certains ne répondent qu'à la première partie des tableaux. Tous sauf 1, utilisent les opérateurs multiplicatifs. Pour eux, la séance était bien conçue, car elle leur a permis de donner un sens au tableau de proportionnalité et aux opérateurs. Dans deux cas, l'enseignante est intervenue en traçant sur le cahier la flèche de l'opérateur et a demandé "Par combien faut-il multiplier 20 pour avoir 80 ?" et cette **intervention décontextualisée** était apparemment efficace.

b) 12 ne feront que recopier sur leur cahier de brouillon, puis sur leur cahier de classe les tableaux de nombres et les réponses donnés au tableau. Ils n'auront fait aucun calcul personnel durant la séance mais ils se seront peut-être appropriés par l'observation et l'imitation (car « l'imitation n'est pas ce que l'on croit » nous a prévenu Vygotsky il y a déjà si longtemps) le principe des tableaux et des opérateurs multiplicatifs.

c) Les autres élèves se répartissent en deux sous-classes toutes les deux significatives : deux résolvent les problèmes sans utiliser le tableau et deux autres l'utilisent mais font des erreurs. Plus précisément, on peut reprendre chacun des cas un à un.

- ***Jean-Sébastien*** fait des multiplications à trous, il cherche par combien il faut multiplier 0,5 pour obtenir 30 et, après 8 essais trouve 60. Il établit donc un **rapport pratique à la division**, puisqu'il maîtrise une situation divisive sans le savoir et un **rapport technique à la multiplication en colonnes par 0,5**. Il sait ce qu'il fait, il applique les règles de cette multiplication, mais sans y réfléchir, par exemple, il écrit une ligne de 0 pour la multiplication de 0,50 par 20.

- ***Julie*** cherche de même par combien il faut multiplier 0,5 pour obtenir 30 et trouve tout de suite 60 (**rapport pratique à la multiplication à trous par 0,5** car elle n'a pas compris que multiplier par 0,5 c'est diviser par 2, elle **réussit** sans **comprendre**). Elle multiplie 15 par 0,5 en colonnes et trouve 7,5. L'enseignante écrit "15 -> 7F50" et en dessous "14 -> " mais Julie résiste à cette **décontextualisation** (l'intention de l'enseignante est de diriger le regard de l'enfant vers la relation numérique entre les nombres). Elle trouve le résultat en regardant les autres colonnes du tableau : 14 = 10 + 2 + 2 et 7F = 5F + 1F + 1F, établissant ainsi un **rapport pratique à la propriété additive de la proportionnalité.** L'intervention brunérienne (ou **étayage**) a tout de même porté ses fruits.

- ***Mehmet*** fait un tableau numérique où, sur la première ligne il écrit 1, 2, 3, 4, etc... mais sur la deuxième ligne, 50c, 1F, 2F, 3F, 4F, etc... L'aide est devenue un obstacle. Mettre en tableau les données d'un problème exige soin et concentration. Il fait une erreur intéressante au deuxième problème car la suite de nombres 90, 80, 70 lui fait **signe**, elle est lue par lui comme ayant un **sens** dans le problème. Ayant utilisé auparavant les opérateurs multiplicatifs et divisifs, il invente ici des opérateurs soustractifs et trouve qu'à 80 correspond 440 (450 - 10) et à 70 correspond 430 (440 - 10). Alors qu'il sait résoudre ces problèmes en contexte (il a su écrire par exemple que "pour 7F30, on peut acheter 14 carambars") il rencontre ici des difficultés avec le tableau et les opérateurs décontextualisés.

- ***Morgane*** fait un grand quadrillage et utilise toujours l'opérateur "multiplier par 0,5" dans le même sens. Pour 30F, elle trouve qu'on peut acheter 15 carambars et pour 12F50 6,50 (mais elle n'écrit pas carambar dans les cases du tableau). Outre la difficulté déjà rencontrée de la décontextualisation introduite par la mise en tableau des données numériques, on peut remarquer qu'elle donne de 12,50x0,50 une bonne approximation. Elle établit, comme Julie, un **rapport pratique** satisfaisant **à la multiplication des nombres décimaux non entiers par 0,50** (elle **ne sait pas** que c'est aussi la division par 2).

Cette longue retranscription permet d'illustrer les différentes facettes de cette catégorisation des manières d'apprendre et d'enseigner les mathématiques :
Le point 6 permet de montrer à quel point les rapports établis par les élèves pendant un apprentissage peuvent être divers et instables. Ils peuvent dépendre d'un grand nombre d'objets mathématiques (ici, les techniques opératoires, les propriétés de la proportionnalité, le sens de la division...) et décrire finement la différence essentielle entre une pratique mathématique consciente d'elle-même (on la qualifiera alors de **savoir-faire** ou de **rapport technique**) et une pratique mathématique non consciente d'elle-même, non réfléchie en termes de savoirs (on la qualifiera alors simplement de **faire** ou de **rapport pratique**).

Cette catégorisation de l'apprentissage en termes de rapports, est une "loupe conceptuelle" qui peut nous rendre plus sensible à cette différence entre **contextualisation** et **décontextualisation**, fonctionnement comme **Outil implicite** et comme **Outil explicite** ou **Objet** de la connaissance dans les activités mathématiques des élèves. En particulier, la question de la durée nécessaire pour que s'établisse et se stabilise un **rapport pratique** à un objet mathématique quelconque devient centrale et c'est dans l'estimation de cette durée que la stagiaire s'est sans doute le plus trompée (cf. les indications précises données sur ce point par les deux textes officiels du 29.11.1996 : Mathématiques : articulation école-collège et du 26.08.1999 : Documents d'application).

A un niveau intermédiaire entre l'analyse des productions d'élèves et la progression sur une année, l'identification des rapports à l'objet d'apprentissage permet d'exprimer un certain nombre de défauts professionnels, tout à fait courants, de cette séance :

- l'enseignante fait redécouvrir aux enfants, avec soin, le tableau de nombres, objet culturel qui de ce fait, n'a pas besoin d'être redécouvert mais seulement pratiqué. Il aurait suffi sans doute de donner le tableau ou d'imposer le nombre de ses lignes ou de ses colonnes pour que certaines difficultés rencontrées par les élèves soient évitées.
- Mais il y a plus. La séance hésite entre deux objectifs d'apprentissage et de ce fait, n'en atteint sans doute aucun, pour la plupart des élèves. S'agit-il de résoudre deux problèmes de proportionnalité *sans le savoir* (établir un **rapport pratique à la proportionnalité**) ou s'agit-il d'apprendre les propriétés d'un tableau de proportionnalité, en particulier l'existence des opérateurs multiplicatifs (c'est alors un **rapport technique à ces opérateurs** qui est visé) ?
- Il aurait été préférable de viser un seul objectif, par une contextualisation de l'apprentissage (aider à la représentation des contextes, favoriser la diversité des manières de faire) ou par un entraînement au remplissage des tableaux de proportionnalité. Même s'il existe plusieurs manières d'apprendre et d'enseigner, il est préférable de s'en tenir pendant un temps suffisant à un seul choix.
- Le fait de ne pas avoir fait ce choix est aussi cause de certains des dysfonctionnements observés : certains élèves reviennent à la contextualisation évitée par l'enseignante, d'autres suivent la décontextualisation préconisée et parviennent ainsi au niveau terminal des opérateurs, mais d'autres échouent parce que le tableau de nombres n'a plus alors de sens. Au lieu d'établir un **rapport pratique au tableau de nombres** et de l'articuler sans cesse au contexte du problème (en indiquant tout simplement à l'intérieur des cases du tableau, la nature des quantités) l'enseignante vise, sans le savoir sans doute au moment de l'action, un **rapport technique à ce tableau**, puisque toutes les inscriptions doivent être contrôlées par la théorie des opérateurs multiplicatifs.

Il s'agissait d'illustrer sur cet exemple, la conviction défendue dans l'introduction.

DEUXIÈME PARTIE : PRESENTATION COMPLETE DE CETTE CATEGORISATION DE L'ENSEIGNEMENT ET DE L'APPRENTISSAGE

Chemin faisant, nous avons rencontré l'ensemble des éléments de cette théorisation de la polyvalence du métier de professeur des écoles (au sens où il est spécialiste de l'enseignement et de l'apprentissage quel qu'en soit l'objet et non pas, comme les professeurs de collèges et de lycées, spécialistes de l'enseignement et de l'apprentissage d'un domaine particulier). Il s'agit maintenant de rassembler les morceaux d'un puzzle et d'en faire une présentation systématique, nécessairement succincte.
Deux schémas suffisent sans doute à s'en faire une première représentation.

II.1. Correspondances entre différents cadres de référence

Dans un tableau à double entrée, certaines correspondances entre différents cadres de référence, relatifs à l'apprentissage en mathématiques, peuvent être mises en évidence.

D.O.O. de R.Douady	**Typologie de A.Robert**	**Rapports à l'objet mathématique**	**Manière d'apprendre**	**Comporte-ment d'élève**	**Type d'activités**
Outil implicite	Connaissances disponibles	Rapport pratique	Faire	S'adapter	Résoudre un problème
Outil explicite et Objet	Savoir	Rapport culturel	Savoir	S'approprier	Répondre à une question
Instrument	Connaissances mobilisables	Rapport technique	Savoir-Faire	S'entraîner	Exécuter une tâche

Les fonctions de la connaissance mathématique dans les activités humaines, dont la Théorie des Situations didactiques de G.BROUSSEAU a fait la catégorisation bien connue (fonction d'**action**, de **formulation**, de **validation** et d'**institutionnalisation**) ne rentrent pas dans ce tableau de correspondance. Il faudrait en effet préciser l'objet sur lequel porte le rapport : la formulation (validation) est en même temps l'établissement d'un rapport culturel à un objet mathématique (au langage mathématique) et l'établissement d'un rapport pratique au langage mathématique (à la logique mathématique).
Son utilisation d'ailleurs en ingénierie pose problème puisque, à l'origine, elle n'a pas été conçue par G.BROUSSEAU à cette fin. Elle garde la trace de son centre d'intérêt initial porté sur l'activité du mathématicien.

Il faut insister sur le fait que, dans ce tableau à trois lignes, il n'y a pas de priorité logique ou chronologique de l'une quelconque des trois lignes sur les deux autres. On peut commencer par une approche culturelle du nombre en CP (la chasse au nombre, l'écriture et la lecture du calendrier) aussi bien qu'une approche pratique (résolution de problèmes numériques avec objets ou représentations) que technique (s'entraîner à compter de plus en plus loin). L'utilité de ce tableau est plutôt qu'il indique les choix possibles ouverts à l'enseignant, au niveau de l'élaboration d'une progression sur l'année, ou seulement une période.

II.2. Manières d'apprendre et manières d'enseigner

Le croisement des **manières d'apprendre** et des **manières d'enseigner** donne un tableau à double entrée 3x3 :

Manières d'apprendre > d'enseigner	**Rapport pratique**	**Rapport culturel**	**Rapport technique**
Constructionnisme			
Etayage			
Modélisation			

Pour une justification de cette catégorisation des manières d'enseigner en trois, je renvoie au texte de mon intervention au séminaire interne *« Trans-formation ou Poly-valence »* (organisé à Vannes en 1995-96) où je vise à concilier la théorie de la **dévolution** de G.BROUSSEAU et la théorie de la **zone proximale de développement** de L.S.VYGOTSKY.

A priori, les neuf cases de ce tableau peuvent être remplies.

A l'intérieur d'une **contextualisation** d'apprentissage, le rôle de l'enseignant peut se limiter à choisir les problèmes (constructionnisme), les aides à la représentation (J.JULO) et à la résolution (étayage brunérien) ou aller jusqu'à donner, en contexte, la solution au problème rencontré (modélisation). Par exemple, dans un **projet**, un problème se pose que les élèves ne savent pas résoudre (le calcul d'un volume par exemple), l'enseignant montre comment faire, tout en laissant aux élèves la responsabilité de l'utilisation de ce résultat (il n'y a pas besoin d'avoir compris la formule pour savoir s'en servir). Ici, la manière d'apprendre la formule du volume est pratique, la manière d'enseigner est modélisatrice.

Un **débat** sur le savoir peut être conduit par les élèves et c'est alors une situation de formulation ou de validation. Il peut aussi être partagé entre l'enseignant et les élèves (l'enseignant étant le meilleur élève de la classe, pourquoi lui interdire ce qui est autorisé aux « vrais » élèves, intervenir et donner son point de vue ?) et c'est alors une situation de collaboration socio-cognitive. Un cours magistral correspond au troisième cas de figure (rapport culturel et démarche modélisatrice). L'ostension (montrer l'ostensif dirait peut-être Y.CHEVALLARD) illustre également cette case du tableau, elle n'est critiquable que si l'enseignant ne l'identifie pas à ce qu'elle est, « une » case de ce tableau.

L'enseignement des **techniques mathématiques** recourt également à toute la palette des possibilités d'interventions de l'enseignant. Que l'on pense aux « instruments pour apprendre » en maternelle, pour s'en convaincre. L'expression des I.O. de 1995 *« Progressivement, il apprendre à construire un certain nombre de procédures et d'outils pour dénombrer les collections d'objets »* illustre très bien la répartition des responsabilités entre l'enseignant et ses élèves. Si l'élève sait bien ce qu'il doit faire, l'enseignant sait qu'il lui faudra du temps pour y parvenir, il crée donc des situations, qui peuvent être artificielles de dénombrement, d'énumération (R.BERTHELOT).
« Picbille » illustre bien l'étayage puisque ce matériel fournit un tremplin pour le calcul, il est un instrument de calcul et non pas une fin en soi. Tous les jeux de règles illustrent les bienfaits de la modélisation.

Le tableau 3x3 peut être maintenant rempli d'exemples :

Manières d'apprendre > d'enseigner	**Rapport pratique**	**Rapport culturel**	**Rapport technique**
Constructionnisme	« stabulation libre » *calcul sans support écrit, ou en ligne*	*situations de formulation et de validation*	*« Apprendre à construire des procédures »*
Etayage	*Aides à la représentation et à la résolution*	*Collaboration socio-cognitive*	*Picbille*
Modélisation	*Interventions ponctuelles de l'enseignant Certains modules de Optimath*	*Cours magistral Ostension*	*Jeu du banquier Jeux de règles*

A priori donc, dans ce modèle ternaire, « manières d'enseigner » et « manières d'apprendre » se combinent librement.

Permettent-t-elles de rendre compte des infinies possibilités de la cuisine didactique ? Les analyses de situation de classe permettront, peut-être un jour, de le savoir.

Bibliographie :

1993, Médiation et enseignement des transformations géométriques, Thèse de Doctorat soutenue à Bordeaux, Laboratoire du LADIST, réédité en 1999 en deux volumes indépendants, Le médiateur, La médiatrice, Médiathèque du site de Vannes, IUFM de Bretagne.

1993, Mathématiques dans les classes, Document de formation réalisé avec les PE2, 'Les étapes d'une utilisation d'un matériel de numération ', Médiathèque du site de Vannes, IUFM de Bretagne.

1995, La symétrie orthogonale à l'école obligatoire, p.103 à 129 des Actes du XXIIème colloque inter IREM de la COPIRELEM, IREM de Lille.

1996, Les tribulations d'un formateur au pays de la didactique des mathématiques, publié dans les Actes du Séminaire « Trans-Formation OU Poly-Valence », organisé sur le site de Vannes, Médiathèque du site de Vannes, IUFM de Bretagne.

1997, La polyvalence dans la formation des professeurs d'école, Réponse à l'appel à projets de recherche lancé par l'INRP, code 90005.

1999, Deuxième rapport de recherche du groupe de recherche INRP de l'IUFM de Bretagne, site de Vannes.

1999, Le point de vue d'un formateur PE sur l'articulation Ecole – Collège : un premier exemple, la proportionnalité, Document pour la formation, disponible sur le serveur WEB de l'IUFM de Bretagne.

1999, Analyse instrumentale des processus de conceptualisation du plan, à l'occasion d'une activité de reproduction de figures, en classes de sixième, in Actes de l'Université d'Eté de Didactique des Mathématiques, Houlgate, 18-21 Août 1999, IUFM de Caen, pages 284 à 291.

2000, La polyvalence dans la formation des professeurs d'écoles, in Actes du séminaire de Didactique des mathématiques et de l 'informatique de l'Université de Rennes I.

LIRE ET ÉCRIRE EN MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE PRIMAIRE : DES PISTES À EXPLORER

Jeanne Bolon[1]

"Lire, écrire et compter", voilà une expression bien souvent reprise dans les discours et dont il est bien difficile de dire ce qu'elle recouvre exactement. Mon propos est de tenter de montrer que, même en le restreignant au champ des mathématiques à l'école primaire, le "lire et écrire" est particulièrement polysémique.
On pardonnera la structure de ce bref article, en forme d'inventaire à la Prévert : j'ai pris le parti de présenter des recherches, des études, des travaux, en les mêlant à des observations "spontanées". Le tout constitue un chantier à organiser..., des pistes à explorer.

1- Des albums et des contes

Commençons par ce qui paraît le plus éloigné des mathématiques : les albums et les contes. Peu d'enseignants pensent à enrichir leur bibliothèque centre-documentaire au moyen d'ouvrages qui auraient trait, de près ou de loin, aux mathématiques. Sans doute ne se sentent-ils pas assez sûrs de leur jugement. D'ailleurs il n'est pas courant de mettre des ouvrages traitant de mathématiques dans sa bibliothèque personnelle. Pourtant il en existe d'accessibles[2]. Plusieurs organismes testent les parutions récentes, en relation avec des bibliothécaires-documentalistes, des enseignants et des spécialistes du domaine : citons pas exemple *le Rayon vert, Lire pour comprendre.* Leur avis constitue une garantie précieuse : leur sélection est plus fiable que celle de vos journaux préférés, car ces derniers n'ont pas les moyens de faire des tests avec des élèves.
Il y a de grands classiques : amusez-vous, par exemple, à raconter *Dix petits amis déménagent* ou *Un éléphant ça compte énormément* ou encore *Chiffres en friches,* vous verrez que les enfants d'école maternelle ou de cours préparatoire "sentent' de manière intuitive certaines propriétés des nombres. Plus tard, vous pourrez montrer les objets ou configurations impossibles avec lesquels joue un Mitsumasa Anno.

Comment les albums et les contes contribuent-ils à la formation des concepts mathématiques ? À ma connaissance, cela n'a pas été exploré[3]. Tout dépend du cadre théorique utilisé en matière d'apprentissage mathématique. Si l'on suit le courant de Vygostky, on peut dire que les élèves "fréquentent" des mathématiques, que ces lectures contribuent à enrichir leur environnement. Les enseignants qui acceptent ces "fréquentations" sont en général ceux qui acceptent des méthodes de résolution non standard, provisoires, et qui attendent le moment propice pour structurer des connaissances éparses.

2- La langue mathématique : conflits avec la langue naturelle

Continuons notre exploration par quelques considérations sur la langue mathématique utilisée à l'école. Contrairement à l'image habituelle que les adultes non scientifiques gardent des mathématiques, les mathématiques de l'école primaire démarrent en s'appuyant sur des

[1] IUFM de l'académie de Versailles, Centre Val de Bièvre
[2] Bien peu d'enseignants savent qu'il existe des bandes dessinées, des encyclopédies, des magazines, traitant de mathématiques et de mathématiciens.
[3] Les responsables du secteur "Mathématiques" de la Villette ont sûrement des idées là-dessus.

contextes où la perception et l'action jouent un rôle non négligeable. En conséquence, la langue utilisée pour faire des mathématiques est au début proche de la langue naturelle, quelles que soient les méthodes d'enseignement. L'introduction de codes décontextualisés de type algébrique se fait principalement dans le domaine de l'étude des nombres et de la numération.

Le domaine linguistique a été exploré depuis les années 1970. La plupart des travaux de la décennie 1970 sur la liaison entre mathématiques et français au collège ont mis en valeur les différences entre les deux langues (cf. recension dans Laborde & Tomassone 1992), ce qui a servi d'analyseur pour l'école primaire (Pauvert & Bolon 1992). Les pédagogues savent que l'apprentissage de la suite des nombres est rendu difficile par les bizarreries hexagonales des *soixante-dix* et *quatre-vingt-dix-huit* : les petits coréens ou chinois mettent un an de moins que les français à maîtriser la suite orale et écrite des nombres (recherches de Fayol & al.). Les pédagogues savent également que les mots *chiffre* et *nombre* sont à distinguer très tôt au cours préparatoire, même si les adultes parlent indifféremment du *nombre de chômeurs* et du *chiffre du chômage.* On peut citer de même les mots *carré et rectangle,* dont l'emploi diffère en mathématiques et dans la langue commune : pour les élèves de l'école maternelle, un carré n'est pas un rectangle, selon le principe d'exhaustivité du discours (cf. travaux de Lacombe cités dans Bolon & Ottenwaelter 1987), une telle expression sera déclarée fausse au cycle 3 où les carrés sont considérés comme des rectangles particuliers. Autre exemple : là où les signes mathématiques $<$ et $>$ sont parfaitement interchangeables si l'on échange les nombres, la langue naturelle a ses usages : on ne dit pas *3 est moins grand que 5,* ou encore le *lampadaire est moins court que le stylo,* même si c'est grammaticalement correct.

Ces conflits sont bien connus et les pédagogues savent les surmonter, à condition qu'ils acceptent la relative autonomie des écritures mathématiques par rapport à la réalité représentée, c'est-à-dire qu'ils séparent modélisation et calcul. A contrario, que de temps perdu dans certaines classes à distinguer "deux fois trois" et "trois fois deux" au moment de démarrer les calculs ! Peut-être est-ce la première rencontre avec une caractéristique capitale des mathématiques : l'importance des désignations et du jeu de transformation qui les accompagnent (Laborde 1982, Duval 1995). Certains chercheurs tentent d'ailleurs d'étendre la théorie de Vygostky en liant systématiquement langue naturelle et mathématiques (Brissiaud 1995).

3- Parler et écrire pour communiquer

Les recherches de Brousseau[4] sur les dispositifs d'enseignement mathématique ont montré dès les années 1970 l'intérêt d'insérer une étape de formulation entre les phases d'action et de validation. C'est ainsi que des "jeux de communication" entre émetteur et récepteur ont été mis en place, le plus souvent avec des messages écrits, dont les brouillons successifs manifestent les savoirs spontanés des élèves et leur prise en compte progressive des codes.

La plupart des manuels proposent aujourd'hui des jeux de communication en géométrie. Donnons un exemple: un élève dispose d'un dessin fait sur un quadrillage, le dessin ayant ses sommets sur des nœuds du quadrillage. Il est chargé de dicter le dessin à toute la classe, depuis le bureau du maître ou de la maîtresse, en respectant des contraintes imposées : par exemple, la classe dispose de papier quadrillé, elle n'a pas le droit d'interroger l'élève qui dicte; celui-ci tourne le dos à la classe et il lui est interdit d'utiliser les mots "haut", "bas", "gauche", "droite". De tels jeux, bien menés, peuvent faciliter l'introduction du vocabulaire

[4] Voir notamment ERMEL (1981), Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cours moyen tome 1, Hatier.

géométrique. Mais cette situation de communication, seule, ne garantit pas que les élèves respectent les codes mathématiques, car ils se comprennent à demi-mot. Il est nécessaire de les entraîner avec un travail spécifique sur les messages "bien écrits", en lien avec la signification des mots.

D'autres jeux de communication ont été utilisés dans le cadre de recherches de type ingénierie, en particulier pour introduire de nouveaux codes ou signes (opérations arithmétiques, fractions) mais les manuels les plus courants ne reprennent pas ces dispositifs, probablement parce que la demande des enseignants est trop faible dans ce secteur.

Encadré : Introduction du produit de deux nombres

L'enseignant a introduit le produit au moyen des quadrillages : l'écriture 12 x 5 désigne le nombre de carreaux d'un quadrillage de 12 lignes et 5 colonnes ; c'est aussi 12 + 12 + 12 + 12 + 12, c'est aussi 5 + 5 + etc. + 5. Les élèves, répartis en groupes de deux, disposent de formes découpées dans du papier quadrillé dont certaines sont rectangulaires (voir schéma). Les groupes sont appariés. Chaque groupe est chargé de constituer des "mariages " de formes dont le nombre de carreaux est identique, en désignant par écrit le nombre de carreaux (écriture additive ou multiplicative). Par exemple, le groupe émetteur écrit sur la bande de papier 3 x 4 et passe ce message au groupe récepteur : si le groupe récepteur dispose d'une forme dont le nombre de carreaux est 12, il doit répondre "oui" et remettre la forme au groupe émetteur, qui a alors le droit de rejouer. Sinon, le groupe récepteur répond "non" et devient émetteur. À la fin du jeu, les deux groupes confrontent leurs messages et les formes dont ils disposaient.

N.B. : Les écritures fournies ici ne sont pas les seules possibles.

À l'école maternelle, les élèves sont trop jeunes pour jouer entre émetteurs et récepteurs. Il existe cependant un moyen de faire parler les élèves dans un contexte mathématique, en leur proposant des contre-exemples mis en scène à l'aide de la marionnette-mascotte de la classe (Bolon 1997). Elle fait toutes les bêtises possibles, en action ou en parole. Chaque fois, les élèves sont invités à dire ce qui ne va pas (beaucoup ont envie de faire... mais c'est provisoirement interdit !).

Encadré : Les bêtises de la marionnette-mascotte

Dans une classe de moyenne section, la maîtresse a introduit le jeu du serpent[5] *dans le cadre des ateliers. La figurine représentant le serpent comporte une file de disques colorés sur lesquels les enfants sont invités à poser des jetons "comme l'indique le dé". Le dé comporte deux faces à un point, deux faces à deux points et deux faces à trois points. Quand tous les enfants ont joué au moins une fois avec la maîtresse, cette dernière les rassemble et fait jouer la marionnette-mascotte devant tous. Ce jour-là, annonce-t-elle, la marionnette ne fait que des bêtises. La maîtresse ne dit rien et manipule la marionnette de manière erronée : quand le dé marque 1, elle prend 2 jetons ; quand le dé marque 2, elle prend bien 2 jetons mais les pose en dehors des disques colorés ; elle ne fait pas rouler le dé mais le pose directement sur la face 3 ; de temps en temps, la marionnette joue correctement. À chaque bêtise, les enfants protestent. La maîtresse stimule les interventions verbales des élèves : qu'est-ce quelle a fait de travers ? qu'est-ce qui ne va pas ? qu'est-ce que la marionnette aurait dû faire ? Certains enfants montrent ce que la marionnette aurait dû faire, d'autres commentent avec leurs mots : la maîtresse complète pour enrichir l'expression.*

[5] Jeu tiré de l'ouvrage Champdavoine (L.), *Mathématiques par les jeux*, tome 1, petite et moyenne sections, Nathan 1985.

Citons enfin des innovations qui n'appartiennent pas encore au répertoire habituel des enseignants : la narration de recherche, le résumé de la leçon.

Introduite dans des pratiques de collège dans les années 1980 (Chevalier 1993), la narration de recherche permet à des élèves, face à un problème non standard, de rendre compte de leur cheminement, de leurs allers et retours entre conviction, essais, argumentations, calculs... Une telle activité peut s'interpréter comme une production écrite, dans un champ spécialisé, qui requiert donc les ressources linguistiques du domaine considéré. Elle présente l'avantage que tous les élèves peuvent dire quelque chose, y compris l'élève qui n'a pas réussi à trouver la solution au problème. Ce type d'activité favorise la prise de distance par rapport à l'action. De plus, l'élève qui sait ne pas avoir abouti au résultat attendu fait déjà preuve d'esprit mathématique : sa narration de recherche le prépare à intégrer les éléments complémentaires que lui fourniront ses camarades et l'enseignant de la classe.

Des recherches sur le résumé de leçon ont été faites dans des classes dont le niveau était significativement plus faible que la moyenne[6] (Butlen 1991). Elles ont mis en évidence la difficulté pour certains élèves de comprendre quel est l'objet de savoir visé dans la leçon mais ont montré aussi l'intérêt de ce retour en arrière pour tous les élèves. Plus généralement, on peut s'interroger sur la disparition du traitement pédagogique des révisions : cela me paraît pourtant un moyen de reformuler des connaissances anciennes, de relier ainsi l'ancien et le nouveau. Certains s'y sont essayés, en particulier en cycle 3, à l'occasion de la constitution d'un aide-mémoire de la classe (Pauvert & Bolon 1995).

4- Les problèmes

Venons-en au problème. Bien que son énonciation soit possible dans le champ de l'oral[7], le problème constitue le plus souvent un exercice donné par écrit auquel les élèves doivent répondre également par écrit le plus souvent individuellement. Il constitue un des piliers des pratiques mathématiques à l'école élémentaire, probablement parce qu'il constitue un moyen synthétique de vérifier les connaissances des élèves. C'est à l'occasion des problèmes que les enseignants signalent les difficulté des élèves en "lecture" : ils ne comprennent rien, ils n'ont pas sélectionné les bonnes informations, ils ne les ont pas reliées... Cette interprétation renvoie à un modèle théorique du problème qui serait de type traitement de l'information. Les manuels du primaire comportent tous des activités permettant, aux yeux des auteurs, de faciliter la résolution de problème, indépendamment des contextes évoqués et des notions mathématiques en jeu : par exemple, énoncés sans question, recherche d'informations "utiles" ou "inutiles". Ralentir les élèves dans leur désir de se précipiter sur des calculs est sûrement sain. Les remèdes proposés se limitent à des effets *placebo:* on sait d'expérience que de telles pratiques n'aident pas réellement les élèves moyens ou en difficulté. Le problème du problème est donc ailleurs (Balmes & Coppé 1999, Houdement 1999).

Les recherches récentes montrent que les difficultés des élèves face à un énoncé de problème écrit relèvent de plusieurs catégories :
- l'élève peut ne pas avoir accès au sens de l'énoncé parce qu'il ne dispose pas encore du niveau de langage de cet énoncé (Pauvert & Bolon 1992),
- l'élève n'a pas compris que le problème a pour but de reconstituer logiquement et/ou par le calcul une ou des informations non fournies (Brissiaud 1988),

[6] Évaluation de la direction de l'évaluation et de la prospective (DEP), devenue direction de la programmation et du développement (DPD).
[7] Ce devrait être la règle pour tout problème utilisé dans le but d'introduire de nouvelles notions.

- l'organisation du texte crée des perturbations (Fayol 1990, Neyret 1991),
- il existe un décalage entre le niveau de connaissances de l'élève et l'organisation textuelle de l'énoncé (Duval 1991).

Précisons ce dernier point. Duval a proposé un cadre général pour interpréter la lecture de textes mathématiques :
- le lecteur peut avoir (ou non) les connaissances suffisantes pour "entrer" dans le texte,
- l'organisation du texte est "congruente" : les informations sont explicites, leur apparition suit l'ordre de traitement...

Énoncé congruent : Dans l'autobus, il y a 25 personnes, à l'arrêt suivant, 3 descendent et 4 montent, à l'arrêt suivant il en descend 2 et en monte 3. Quel est le nombre de voyageurs dans l'autobus après le deuxième arrêt ?
Énoncé non congruent : J'ai perdu 15 billes au jeu, puis j'en ai gagné suffisamment pour en avoir à la fin juste 3 de moins qu'avant. Combien en ai-je gagné à la partie intermédiaire ?

La situation la plus défavorable est celle où le lecteur ne dispose pas des connaissances lui permettant de faire face au problème et où l'organisation textuelle n'est pas congruente. Déjà, même lorsque le lecteur a de l'aisance dans le domaine considéré, l'organisation textuelle peut le faire trébucher. Pour Duval, ces deux cas ont une explication commune : une lecture linéaire (pas-à-pas) ne permet pas, seule, de traiter mathématiquement l'énoncé. S'il veut comprendre, le lecteur est obligé de faire des retours en arrière, d'établir des relations, de faire des rapprochements entre passages éloignés du texte, voire d'utiliser sa base de connaissances dans un contexte non standard. D'où l'intérêt de développer, chez les élèves, des stratégies de lecture en réseau (Bolon 1995).

Comment entraîner les élèves à de telles stratégies ? Peu de travaux sont disponibles à l'école primaire. Je conseillerais volontiers aux enseignants de privilégier les problèmes formulés de manière orale avec interactions avec les élèves, chaque fois quand les élèves sont en phase d'apprentissage : en effet, il importe que les élèves identifient correctement la tâche qu'ils ont à réaliser. Par ailleurs, les exercices de révision me paraissent intéressants à développer : par exemple, collecter des verbes utilisés dans les pages du manuel deux mois auparavant et reconstituer un énoncé mathématique où il aurait du sens[8]. Les cahiers d'évaluation de la direction de la programmation et du développement (DPD) proposent des exercices pour la classe de sixième, dont les enseignants du primaire pourraient s'inspirer à tous les niveaux : transformation d'informations (par exemple, lecture de tableaux avec interprétation), cohérence entre dessin et légende, cohérence entre morceaux de solutions et énoncés de problème, énoncés à reconstituer. On est alors bien loin de l'énoncé classique et de sa résolution stéréotypée en deux colonnes "Solutions" et "Opérations".

En guise de conclusion

Comme on a pu le voir au fur et à mesure de ces lignes, le chantier est riche, il comporte des embryons d'organisation que j'ai eu la chance de connaître grâce à l'équipe de recherche "Mathématiques et langage" (institut national de recherche pédagogique & conseil national des programmes). Ce panorama est sûrement incomplet. Il y a du travail pour tous : enseignants de terrain, formateurs, chercheurs. Ceux qui s'y lanceront ne seront pas déçus.

[8] Proposé par Francis NIGGEL

Bibliographie

BOLON J. & OTTENWAELTER M.O. (1987), Lire et écrire en classe de mathématiques, in *Bulletin de l'APMEP n°361.*

BOLON J. (1995), Lire et écrire en mathématiques, in *Mathématiques et Langages, Actes du congrès national de l'A.N.C.P.,* Hachette.

BOLON J. (*1997), Pourquoi pas des mathématiques à l'école maternelle ?,* IREM de Paris VII.

BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques,* La Pensée sauvage.

BRISSIAUD R. (1995), Langage et acquisition de connaissances numériques, in *Mathématiques et Langages, Actes du congrès national de l'A.N.C.P.,* Hachette.

BRUNER J. (1983), *Le développement de l'enfant, Savoir faire, savoir dire,* PUF.

DUVAL R. (1991), Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des textes, in *Annales de didactique et de sciences cognitives, Vol 4.*

DUVAL R. (1995, *Sémiosis et pensée humaine, Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels,* Peter Lang.

FAYOL M. (1990), *L'enfant et le nombre,* Delachaux et Niestlé.

LABORDE C. & TOMASSONE, R.(1992), *Mathématiques et français, bibliographie,* CRDP d'AixMarseille.

PAUVERT M. & BOLON J. (1992), Problèmes langagiers, in *Actes des XVIII° et XIX° colloques inter-IREM des professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres, IREM* de Besançon.

RICHARD J.F. (1980), *Les activités mentales, Comprendre, raisonner, trouver des solutions, A.*Colin.

VYGOTSKY L. (1985), *Pensée et langage,* Messidor/ Ed. sociales.

Dans la revue Grand N (IREM de Grenoble)
n° 46 (1989-90), RAICHVARG D., Lire des documentaires, pas si simple.

n° 48 (1990-9 1), MERLET M.I., L'éveil scientifique à travers albums et romans.

n° 50 (1991-92), NEYRET R., Lecture d'énoncés et progression thématique.

n° 50 (1991-92), BUTLEN D., Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée.

n° 51 (1992-93), BOLON J., Regard insolite sur quelques manuels.

n° 52 (1992-93), VALENTIN D., Livres à compter.

n° 63 (1998-1999), BALMES R.-M. & COPPÉ S., Les activités d'aide à la résolution de problèmes dans les manuels de cycle 3.

n° 63 (1998-1999), HOUDEMENT C., Le choix des problèmes pour la "résolution de problèmes".

Dans la revue Petit x (IREM de Grenoble)
n° 28 (1992), C. LABORDE, Lecture de textes mathématiques par des élèves de 14-15 ans, une expérimentation.

n° 33 (1993), A. CHEVALIER, Les narrations de recherche.

Dans la revue Repères (Topiques éditions, Pont-à-Mousson)
n° 12 (1993), F. BOKAFÉ, Les narrations de recherche.

n° 13 (1993), G. LAIZE, Mathématiques, langage et communication.

Adresses
Le Rayon Vert, Observatoire du livre et de la presse scientifiques et techniques pour les jeunes, INJEP Le Val Flory, BP 35, 78160 MARLY LE ROI, tél : 01 39 17 27 90.

Association *Lire pour comprendre,* 18 rue Gabriel Péri, 91300 MASSY, tél : 01 69 20 63 85.

Albums et contes cités

Dix petits amis déménagent, Folio Benjamin (épuisé).

Un éléphant ça compte énormément, L'École des loisirs (épuisé).

ROSENSTHIEL A., *Chiffres en friches,* Larousse (épuisé).

ANNO M. (1970), *Jeux de construction,* L'École des loisirs.

UTILISATION DES ANNALES CORRIGÉES DE CONCOURS : TRAVAUX D'ÉLÈVES

Henri Delègue, Marie Lise Peltier

Résumé : dans un premier temps, les participants ont étudié comment adapter un sujet d'annales relatif à l'analyse de travaux d'élèves pour permettre aux étudiants d'utiliser dans leur classe l'énoncé des annales. Sur les exemples traités au cours de l'atelier, on constate qu'il est alors important de compléter le corrigé par des questions ou des informations indispensables pour éviter des erreurs dans la mise en œuvre en classe.
Ensuite, le travail s'est poursuivi en petits groupes, pour recenser différentes utilisations possibles des annales corrigées. Le compte rendu inclus en annexe un travail de J.F. Favrat qui a été communiqué à la suite de l'atelier.

PRÉSENTATION

L'atelier a commencé par la présentation des travaux du groupe de réflexion de la COPIRELEM sur les différents modes d'utilisation des annales (brochure COPIRELEM de Tarbes).
La suite de l'atelier a consisté à compléter ces travaux à partir d'échanges en grand groupe et de travaux en groupes plus restreints

PREMIERE ANALYSE : QUELS CONTENUS DE FORMATION DOIVENT VENIR COMPLETER L'ETUDE AVANT UNE UTILISATION DANS UNE CLASSE

En formation, lorsque nous faisons travailler les étudiants sur l'analyse de travaux d'élèves à partir de sujets d'annales, nous essayons de développer chez eux une reflexion professionnelle : comment le maître peut-il préparer l'exploitation de productions qu'il va obtenir de ses élèves au cours d'une phase de recherche ?.Or les objectifs du concours étant de sélectionner des candidats, les épreuves proposées et leur questionnement peuvent s'éloigner significativement des situations d'enseignement. Les questions du sujet restent souvent superficielles et les informations sur les conditions réelles qui ont permis d'obtenir les productions sont lacunaires.
En seconde année les professeurs stagiaires ont légitimement envie d'utiliser le travail qu'ils ont effectué pour la préparation du concours. Les sujets étudiés à propos de l'analyse de travaux d'élèves peuvent leur apparaître comme le noyau d'une séance dont ils ont déjà une bonne analyse a priori. S'il veut éviter des dérives évidentes en seconde année, le formateur de première année doit compléter la correction attendue pour le concours d'un certain nombre de mises en garde (générales ou spécifiques).
L'objet du premier travail effectué dans l'atelier est d'envisager ces compléments à propos d'un sujet proposé à Strasbourg en 1993 (l'analyse de travaux d'élèves figurait alors dans le volet didactique).
A partir du sujet (problème et productions d'élèves) et de son corrigé des annales de la COPIRELEM, les participants ont cherché à répondre aux questions suivantes :

- quelles informations doit-on ajouter après la correction du sujet pour que les PE puissent utiliser cet énoncé dans leur classe ?
- le questionnement et le corrigé centrent l'analyse sur l'aspect " division euclidienne " est-ce le seul aspect à envisager ?

Analyse des participants à l'atelier :

- Il s'agit de la résolution d'un problème complexe qui comporte trois sous-tâches : la compréhension de l'énoncé, la reconnaissance du modèle et la mise en œuvre de l'algorithme. Or la réponse des annales laisse supposer qu'il suffit de réussir chacune de ces sous-tâches.
- On peut remarquer que les propositions pour la remédiation sont en contradiction avec l'encadré qui suit sur la dévolution.
- On ne sait pas s'il s'agit d'un problème relevant de la division ou de la proportionnalité, Magali en utilisant la recherche d'un quotient décimal approché se met dans le cadre de la proportionnalité. La proportionnalité permet d'interpréter différemment la recherche de la valeur de 11F (Pierre et Hélène).

Prix (F)	56	8	45	11
Nombre de cahiers (décimal)	7	1	5,625	1,375
Nombre entier choisi pour donner une réponse	7	1	5	2 (qu'il ne peut pas acheter)

- Il importe de montrer que dans le cas d'une gestion de la classe, le maître sera amené à choisir entre faire étudier les productions des élèves ou aider les élèves à résoudre ce problème. Le risque est de "tuer" le problème en procédant à une lecture collective avec guidage ; on peut au contraire donner l'énoncé sous forme d'étiquettes (une proposition par étiquette) que les élèves agenceraient dans l'ordre qui leur conviendrait le mieux.
- Noter que s'il s'agit d'un problème de division, il n'y a pas de distinction entre grandeurs continues et grandeurs discrètes.
- D'une manière générale, on remarque que problème, questionnement et solution des annales mélange beaucoup d'éléments ; une situation dans une classe nécessiterait qu'on définisse un objectif clair pour l'enseignant. C'est à ce moment qu'on peut envisager une remédiation.
- Concernant le corrigé : faire remarquer que la correction du problème est en soi une première remédiation.

Bilan :

Il serait très dangereux que les PE envisage de se contenter de cette analyse pour construire une situation de classe. Pour leur permettre d'utiliser ce qu'ils ont fait comme un début d'analyse a priori, il faudrait souligner les éléments qui suivent :
- la nécessité de préciser l'objectif et le moment dans l'apprentissage (on peut travailler collectivement avec les PE sur la détermination d'objectifs possibles),
- la nécessité d'une analyse précise des tâches que l'élève doit accomplir,
- la nécessité de prévoir la gestion de la classe (comment établir l'exactitude, place d'un débat à partir des réponses).

Il faudrait aussi insister sur l'absence d'informations sur les élèves, sur l'ensemble des productions de la classe et donc sensibiliser les stagiaires à la représentativité des erreurs. Enfin, un retour sur l'exploitation de ces productions serait judicieux : la référence à la proportionnalité peut permettre une approche plus fine des réponses pour des CM2.

PROPOSITIONS POUR UTILISER AVEC LES PE1 LES ANNALES CORRIGEES.

Ce travail a été effectué en petits groupes et a fait l'objet d'une mise en commun sans qu'il y ait le temps d'un débat sur ces propositions : voici le compte rendu des travaux de trois groupes.

A partir du sujet de Dijon 1997

Le groupe s'est interrogé sur la représentativité des productions proposées et sur le fait qu'une telle situation est difficile à intégrer dans un apprentissage (trop grande diversité des procédures envisageables, problème "trop ouvert" compte tenu des connaissances des élèves de cycle 3.

On peut raisonnablement penser qu'il y aura d'autres solutions présentées par les élèves, il serait intéressant de compléter la correction par un recueil des plus fréquentes ou un enregistrement vidéo.

> A la suite de l'atelier, un collègue (Pedroletti) a proposé l'exercice dans deux classes avec des consignes différentes (exercice proposé tel quel ou présenté de façon dynamique au tableau : cercle tracé, points placés puis cercle effacé). Dans les deux classes, on ne relève aucune réussite au problème : des essais, quelques références au diamètre, des mesures, des "moitiés" et des milieux. On ne trouve aucune référence à la symétrie, la médiatrice est invoquée implicitement.
>
> Dans les deux cas, il y a une extrême diversité des procédures engagées et des écrits riches par rapport aux conceptions, savoirs et savoir-faire des élèves. Il semble impossible d'exploiter cette diversité et cette richesse.
>
> Les élèves sont alors demandeurs de "la solution", cette demande qui n'est pas évoquée dans les annales laisse alors les maîtres dans l'embarras.

Attention à ne pas "fermer" le problème en ne proposant que trois points : il ne resterait que l'algorithme conventionnel du cercle circonscrit au triangle.

Ne pas l'utiliser ainsi dans les classes mais commencer par utiliser deux variables : le nombre de points (augmenter), la présence de configurations remarquables.

Etude du volet 2 proposé à Strasbourg en 1995

Il s'agit d'une leçon sur les triangles commençant par une classification ; on donne des productions d'élèves que le maître est sensé exploiter pour conduire la séance.

Le groupe propose de nombreux compléments après la correction du sujet proprement dit :
Insister sur l'importance du choix des triangles à classer (variété suffisante, nombre important).

Mettre en évidence que les productions d'élèves montrent qu'ils maîtrisent déjà le vocabulaire et poser la question de l'objectif : il ne peut s'agir d'une situation de découverte, peut on en faire une activité de logique ? d'évaluation ? de recherche ?

Si les PE souhaitent utiliser cette séance comme activité de découverte, il faudra s'attendre à d'autres productions que celles-ci et s'interroger sur ce que les élèves connaissent en ce qui concerne les polygones.

Faire une analyse de l'institutionnalisation : la synthèse est inexistante, la suite ne s'appuie pas sur les travaux d'élèves, tout ce qui concerne la validation et l'utilisation d'instruments est occulté, le maître introduit l'égalité d'angles alors que les élèves ne la mentionnent pas, il ne faudrait pas définir le triangle quelconque (pas de critère géométrique).

Avant de proposer l'activité, il faudrait s'interroger sur les difficultés de lecture présentées par les documents, sur la question du codage des angles droits et de l'égalité des côtés.

Une dernière remarque : sur le corrigé, il ne faudrait pas dire que l'institutionnalisation est *prématurée* mais qu'elle est *inadéquate* (pour cette séance).

Propositions de modalités de travail sur les annales en général

1/- Travail sur le barème

1a)- A partir d'un sujet de l'Académie dont les PIUFM ont le barème et les critères de correction

* Les PE1 ont le sujet en devoir personnel, le rédigent sur copie.
* Pendant une séance de TD, le PIUFM fait le corrigé, collectif, explicite les critères et les modalités de correction, demande aux PE1 de se corriger mutuellement 2 ou 3 copies.
* Emergent des éléments sur ce qui est attendu sur le plan des contenus, sur les interprétations des questions, sur la forme des réponses, etc.

1b)- A partir d'un sujet intéressant (du point de vue de PIUFM) pour lequel le corrigé, est copieux !

* Les PE1 réalisent le sujet, comparent leurs réponses ... celles du corrigé,.
* Ils font ensuite un barème de correction, en fonction de ce qu'ils croient attendu.

2/- Constitution d'un index détaillé sur un thème, depuis le début des annales et complété chaque année.

* Cet index fait par le PIUFM quand les annales sont parues, est diffusé aux PE1 pour leur usage personnel.
* Dans les TD, si des PE1 vont plus vite, surtout pour les TD de maths, ils peuvent travailler à partir des annales de façon plus ou moins autonome et par groupe, à partir de cet index. C'est une des manières de différencier. Bien sûr il faut plusieurs exemplaires des annales dans la salle de TD.
* Exemples ci-joints (Annexe) : l'index pour le module NUMERATION (années 92 à 97) et celui pour le module GEOMETRIE (années 92 à 98).

3/- Travail réflexif sur les consignes utilisées dans les exercices d'analyse de travaux d'élèves.
Nous avons fait le constat qu'il est toujours au moins demandé de faire des hypothèses sur les démarches des élèves mais que la formulation de cette tâche peut varier d'un sujet à l'autre. Certains termes: "démarches", "méthodes", "raisonnement", "procédures", "stratégies", "modèles implicites", "tâches", "connaissances", "expliciter", "comparer", "évaluer", "analyser", etc. sont utilisés. Ils nécessitent souvent des éclaircissements. Des conseils méthodologiques semblent parfois indispensables.
Deux manières de faire ont été discutées.

3a)- Travail à partir d'un type de productions d'élèves (exemples : la présentation de la solution d'un problème, un texte géométrique produit par les élèves, des réponses de plusieurs élèves à divers exercices sur l'ordre dans l'ensemble des nombres décimaux, etc). Faire expliciter des critères d'analyse des travaux et réfléchir à leur formulation), conduire à un minimum de précision, voire utiliser un glossaire, faire des synthèses.

3b)- Sur un module, par exemple: didactique de la numération entière, didactique de la géométrie, rédiger des tâches d'analyse de travaux d'élèves de manière à faire rencontrer aux étudiants l'ensemble des formulations citées plus haut (si elles sont pertinentes bien sûr). Regarder avec les PE si la formulation de la tâche aurait pu être modifiée sans changer grandement la réponse attendue.

Module Numération Volet didactique ou analyse de travaux d'élèves
Pour travailler avec les annales des concours des années précédentes.

J-F. FAVRAT, IUFM, Site de Nîmes

Dans la seconde colonne sont indiqués les contenus. Dans la troisième colonne figure la nature des documents donnés à analyser : il peut s'agir de travaux d'élèves, d'extraits de manuels, de livres du maître (LDM), d'ouvrages didactiques divers : le plus souvent, l'un des ERMEL (Hatier) ou un article tiré de la revue Grand N (IREM de Grenoble).

Activités numériques en maternelle

Versailles 1992	Comptage Connaissance des constellations Comparaison des quantités	Jeu
Limoges 1993	Typologie des situations où les nombres sont utiles : mémorisation, partage, comparaison, calcul	Jeux ERMEL GS
Bordeaux 1996	Les nombres de 1 à 8 Comparaison des nombres Ordinal	Jeu
Grenoble 1996	Utiliser le nombre comme mémoire de la quantité	Séquence
Nancy-Metz 1997	Classer des ensembles selon leur cardinal	Fiche Travaux

Activités numériques pour le cours préparatoire (CP)

Bordeaux 1992 Reims 1992	Décomposition d'un nombre en dizaines et unités Lien avec la technique de l'addition	Séquence ERMEL CP
Aix-Marseille 1995	S'organiser pour dénombrer Groupements par 10 Lien avec la numération	Séquence Manuel LDM
Corse 1996	Les nombres de 0 à 6	Manuel
Rennes 1997	La monnaie (1 F, 2 F, 5 F)	Manuel

Activités numériques pour le cours élémentaire 1ère année (CE1)

Clermont-Ferrand 1992	Dénombrement Nombres de 0 à 1000 Décomposition en centaines, dizaines et unités Décompositions additives	LDM
Limoges 1994	Dénombrement Nombres de 0 à 1000 Exercices de numération	Evaluation
Toulouse 1995	Nombres de 0 à 100 Echanges dix contre un Monnaie	Séquence ERMEL CE1

Activités numériques pour le cours élémentaire 2ème année (CE2)

Orléans-Tours 1994	Les nombres de 0 à 1000 Règles d'échanges Exercices de numération	Séquence Manuel LDM
Poitiers 1994	Les nombres de 0 à 1000 Numération orale Ordre	Manuel
Lyon 1995	Les nombres de 0 à 10 000 Numération égyptienne Décompositions dans la base dix	Manuel Séquence
Montpellier 1995	Dénombrement Nombres de 0 à 100 Ecriture dans la base dix	Manuels
Nancy-Metz 1995	Les nombres de 0 à 1000 Numération orale	Evaluation Manuel
Nice 1995	Décomposition d'un nombre en centaines, dizaines, unités Nombres de 0 à 1000	Jeu
Rennes 1995	Les nombres de 0 à 10 000 Milliers, centaines, etc.... Ordre, encadrements	Manuel
Toulouse 1995	Résolution d'un problème de division par dix	Travaux

Clermont-Ferrand 1996	Les nombres de 0 à 1000 Décomposition en centaines et dizaines	Séquence Travaux
Paris 1996	Résoudre un problème multiplicatif Nombres de 0 à 1000 Décomposition en dizaines, unités	Travaux

Activités numériques pour le cours moyen 1ère année (CM1)

Lyon 1992	Les grands nombres (le million) Ordre de grandeur	Manuel

Activités numériques pour le cours moyen 2ème année (CM2)

Clermont-Ferrand 1993	Les grands nombres Estimation Proportionnalité	Séquence Travaux Grand N n°18*

* : Claude PARISELLE Combien y a-t-il de grains dans un kilo de riz ? Grand N n°18, IREM de Grenoble.

Module GEOMETRIE/MESURES Volet Mathématique
Pour travailler avec les annales des concours des années précédentes. *(J-F. FAVRAT, IUFM, site de Nîmes)*

Il y a énormément d'exercices de géométrie chaque année. J'ai été obligé de faire une sélection. J'ai écarté les exercices trop simples.

Session 1992

Aix-Marseille	Ex 2	Triangle équilatéral
Amiens	Ex	Calculs, Thalès, Pythagore
Clermont-Ferrand	Partie 2	Aire d'un domaine limité par des arcs de cercle
Orléans-Tours	Pb 1	Thalès, Pythagore
Reims	Ex 2	Construction d'un pentagone
Rouen	Ex 1	Vues d'un empilement de cubes
Toulouse	Pb 2° /	Trapèzes, triangles rectangles semblables
Montpellier	Ex 1	Parallélogramme

Session 1993

Aix-Marseille	Ex III	Raisonnement sur les aires
Antilles	II	Construction des hauteurs d'un triangle
Bordeaux	III	Graduation d'un verre doseur conique
Créteil	Ex 1	Quadrilatères particuliers
Dijon	II	Pyramide à partir d'un cube
Nice	Ex 2	Indépendance " aire/périmètre "
Orléans/Tours	Pb 1	Aires/périmètres
Poitiers	II	Aire d'un domaine limité par des arcs de cercle
Reims	Ex 2	Construction d'un octogone
Rouen	Ex 1	Aire d'un domaine limité par des arcs de cercle
La Réunion	Ex C	Patron d'un tronc de cône

Session 1994

Besançon	Ex 3	Indépendance "aire/périmètre"
Caen	A	Construction approchée de polygones réguliers
Clermont-Ferrand	Pb	Partage d'un segment en 3, en 5
Dijon	Ex 2	Patrons d'un tétraèdre régulier
Dijon	Ex 4	Rapports d'aires de figures semblables
Lille	Ex 2	Patron d'un tétraèdre tronqué
Limoges	Ex 9	Triangle rectangle
Limoges	Ex 10	Section d'un cube
Lyon	Ex 3	Agencement de triangles équilatéraux dans un rectangle
Montpellier	Ex 4	Famille de triangles de même aire
Nancy	Ex 2	Aire d'un domaine limité par des arcs de cercle
Poitiers	Ex 3	Aire d'un domaine limité par des arcs de cercle
Rennes	Ex 1	Calculs dans un octogone
Strasbourg	Pb	Etude d'une "spirale" (Pythagore, alignements)

Session 1995

Aix-Marseille	Partie 1	Alignements, angles dans un triangle
Besançon	Pb	Etoile régulière à 6 branches
Bordeaux	Ex 1	Octogone régulier
Caen	B	Patron d'un cube tronqué (cuboctaèdre)
Clermont-Ferrand	Pb	Mesure de longueurs avec des unités différentes
Dijon	Ex 1	Quadrilatères particuliers
Grenoble	Partie 1	Aire et périmètre d'un "œuf"
Nancy	Ex 2	Rapports d'aires de figures semblables
Orléans-Tours	Partie 1	Calculs dans un triangle rectangle
Reims	Partie 1	Construction d'un pentagone "quasi" régulier
Rennes	Ex 2	Etude d'un domaine limité par des arcs (ogive)
La Réunion	Ex 2	Comparaison d'aires de rectangle de même périmètre

Session 1996

Antilles	Ex A	Constructions de trapèzes rectangles particuliers
Besançon	Pb	Démonstrations (Thalès, orthocentre, aires)
Bordeaux	Ex 2	Volumes (représentation graphique)
Caen	Partie II	Volumes (cylindres, troncs de cône)
Clermont-Ferrand	Pb	Construction d'un carré de même aire qu'un rectangle
Limoges	II	Dénombrement de triangles dans une figure complexe
Limoges	III	Trajet le plus court entre deux points à la surface d'un cube
Lyon	Ex 2	Tronc de pyramide (patron, aire latérale)
Montpellier	Ex 3	Partage d'un parallélogramme en régions de même aire
Nancy	II	Agencements de cercles dans un rectangle
Paris	Partie 1	Construction de l'"œuf"
Poitiers	Ex 2	Pliages dans un rectangle (carré, aire, proportionnalité)
Rennes	Ex 1	Calculs dans un secteur de disque (1/16 de disque)
La Réunion	Ex 2	Troncatures d'un cube (ôter 8 "coins")
Strasbourg	Ex 1	Mesurer un arbre (Thalès, Pythagore)

Session 1997

Aix-Marseille	1	Etude d'une famille de parallélogrammes
Besançon	Ex 1	Pentagone régulier
Bordeaux	Ex 2	Démonstrations (centre de gravité, aires)
Caen	Partie 1	Démonstrations (triangles et quadrilatères particuliers)
Corse	Ex 2	Démonstrations (quadrilatères particuliers, Thalès)
Lille	Partie 1	Démonstrations (alignement, parallélisme, quadrilatères particuliers)
Nice	Ex 2	Construction de triangles, de rectangles connaissant leur aire
Orléans	Partie 1	Aire de rectangles et périmètre donné
Reims	Ex 2	Constructions, avec contraintes, de quadrilatères à la règle et au compas
Rennes	Ex 1	Calculs dans une sphère (Pythagore, volume)
Toulouse	Ex 1	Calculs dans un tétraèdre régulier

Session 1998

Aix-Marseille	I	Construction de spirales, longueurs d'arcs de cercles
Amiens	Ex 1	Démonstrations (aires de triangles, quadrilatères particuliers)
Bordeaux	Ex 5	Côté de l'octogone régulier
Corse	Ex 1	Calculs dans un cube et une pyramide (Pythagore, volumes)
Créteil	Partie 1	Aires et coefficient de réduction
Grenoble	1er volet	Cône (volume, patron, calcul d'angles)
Lille	1er volet	Démonstrations et constructions (quadrilatères particuliers)
Montpellier	Ex 2 et 3	Aire d'une lunule, volume d'un tronc de cône
Toulouse	Ex 2	Démonstrations (angles, Thalès)

Remarque : dans certaines académies, le programme de géométrie semble encore plus étendu qu'à Montpellier (cf les sujets de Reims , d'Orléans)

Module GEOMETRIE Volet Didactique ou Analyse de travaux d'élèves
Pour travailler avec les annales des concours des années précédentes

J-F FAVRAT, IUFM, Site de Nîmes

Dans la seconde colonne sont indiqués les contenus. Dans la troisième colonne figure la nature des documents donnés à analyser : il peut s'agir d'instructions officielles, de travaux d'élèves, d'extraits de manuels, de livre du maître (LDM), d'ouvrages didactiques divers : le plus souvent, l'un des ERMEL (Hatier) ou un article tiré de la revue Grand N (IREM de Grenoble).

Activités sur les mesures

Limoges 1995	Longueurs / Changements d'unités	Travaux C3 Séquence C3
Rouen 1997	Problème de distances sur un plan	Manuel CM
Aix 1992	Mesure des aires / Formulaire Utilisation d'un formulaire	Evaluation 6ème Travaux
Orléans 1997	Rectangles d'aire donnée	Travaux
Montpellier 1992	Conservation de l'aire	I.O. CM
Poitiers 1995	Mesure et comparaison d'aires Changements d'unités	I.O. Cycle III Manuel CM1
Rouen 1996	Mesure d'aires par pavage	Manuels CM
La Réunion 1996	Lien entre aire et agrandissement	Travaux CM
Limoges 1992	Distinction aire / périmètre Utilisation d'un puzzle géométrique Calculs et comparaison d'aires	Séquence CM Exercices CM
Besançon 1994	Distinction aire / périmètre	Matériel CM
Nantes 1995	Distinction aire / périmètre	Manuel CM1
La Réunion 1995	Notion d'aire Distinction aire / périmètre	Ev. 6ème Travaux Manuel
Aix 1997	Distinction aire / périmètre	Matériel CM2 Séquence
Corse 1997	Distinction aire / périmètre	Ev. 6ème travaux
Dijon 1995	Volume d'un pavé droit	Travaux C3
Corse 1997	Notion de volume	Manuel CM2
La Réunion 1996	Notion de volume	Travaux CM
Besançon 1998	Aires / échelles	Travaux C3
Bordeaux 1998	Distinction aire / périmètre	Manuel CM1 Séquence
Limoges 1998	Distinction aire / périmètre	Manuel CM1 Séquence

Analyse didactique des activités de reproduction de figures

Strasbourg 1992	Stratégies / Instruments	Manuel CM
Montpellier 1996	Ordre des actions effectuées	Travaux C3
Montpellier 1993	Papier quadrillé / papier uni	Exercices CM1
Versailles 1993	Papier quadrillé / papier uni	Exercices CE
Bordeaux 1997	Papier quadrillé / papier uni Figures avec arcs de cercle	Manuel CM1
Caen 1996	Carrés, rectangles / Variables didactiques Figures à reproduire à partir d'éléments déjà construits	Exercice C3 Grand N n° 49
Grenoble 1998	Influence du support uni / quadrillé sur la reproduction de quadrilatères	Manuel CM2

Analyse didactique des activités de construction de figures

Dijon 1994	Carré / rectangle / triangle	Manuel CM1
Lille 1994	Rectangle / Variables didactiques	Exercices C3
Nancy 1995	Carré / procédures	Travaux C3
Orléans 1997	Carré, rectangle, triangle, parallélogramme de même périmètre	Manuel CM1
Reims 1997	Rectangle de périmètre imposé	Travaux Ev. 6ème
Dijon 1997	Cercle circonscrit à un polygone	Travaux CM2
Nantes 1995	Lecture de consignes géométriques	Travaux Ev. 6ème
Amiens 1996	Lecture de consignes géométriques	Travaux Ev. 6ème
Lyon 1996	Lecture de consignes géométriques	Travaux Ev. 6ème
Orléans 1998	Rectangle d'or	Manuel CM2

Analyse didactique des activités de rédaction de programmes de construction de figures

Strasbourg 1992	Figure avec des arcs de cercle	Manuel CM1
Strasbourg 1994	Rectangle et diagonales	Exercice CM1
Lyon 1995	Carrés encastrés	Travaux C3
Rennes 1995	Parallélogramme, triangles	Travaux CM2
Rouen 1995	Carrés emboîtés	Séquence
Lille 1996	Schématiser une figure en vue de la reproduire	Travaux CM2
Amiens 1997	Rectangle, triangle équilatéral	Travaux C3
Rennes 1997	Cercles tangents / Aides différenciées / Variables didactiques	Travaux CM2
Rouen 1997	Carré, arcs de cercle	Travaux Ev. 6ème
Amiens 1998	Triangle rectangle	Travaux CM2
Corse 1998	Cercle et carré	Travaux Ev. 6ème
Nice 1998	Cercle et carré	Travaux Ev. 6ème
Orléans 1998	Quadrilatère ("cerf-volant")	Travaux CM2
	Rectangle d'or	Travaux CM2

Activités de reconnaissance de figures

Corse 1997	Pièces manquantes d'un puzzle	Travaux Ev. CE2
Caen 1996	Analyser une figure incomplète	Séquence
	Reconnaître des carrés, cercles	Grand N n°49
Orléans 1996	Analyser une figure incomplète	Travaux C2
	Reconnaître des carrés	Grand N n°49
Aix-Mar. 1998	Propriétés de certains polygones (côtés perpendiculaires)	Manuel CM1 LDM

Activités de construction de concepts

Orléans 1993	Quadrilatères particuliers	Documents
Lyon 1994	Propriétés du carré	Exercices C2
Nancy 1994	Classification des quadrilatères	Manuel CM1 LDM
Caen 1995	Classification des quadrilatères	Manuel CM
Strasbourg 1995	Classification de triangles	Séquence CM2
		Travaux
Nancy 1996	Reconnaissance du carré	Manuel CE1
Guadeloupe 1997	Propriétés du rectangle, du carré	Séquence
	Jeu du portrait	

Activités sur les solides

Caen 1994	Patrons d'un solide	Séquence Manuels
Antilles 1995	Patrons d'un cône	Travaux CM2
Clermont-Ferrand 1995	Descriptions de polyèdres Rédaction d'un message écrit	Séquence Travaux CM1
Antilles 1996	Longueur d'une ligne sur un pavé	Travaux C3
Rennes 1998	Patrons de polyèdres	Manuel CM2

- J-F. FAVRAT <u>Tracés aux instruments et raisonnements géométriques : quelques exemples de consignes.</u>
  pp 11 à 35, Grand N n° 49, IREM de Grenoble 1991-92.

Module NUMERATION Volet Mathématique
Pour travailler avec les annales des concours des années précédentes
J-F FAVRAT, IUFM, Site de Nîmes

Pour consolider le travail fait pendant les séances de TD , certains étudiants peuvent avoir envie de s'exercer à partir des annales des concours des années précédentes. Voici quelques références sélectionnées .

Les dates indiquées sont celles de la session du concours Dans les références , " Pb" est mis pour "problème" ; "ex" pour "exercice" .

Problème de dénombrement , à but essentiellement méthodologique .

Nancy-Metz 1992 (Ex n° 2)
Grenoble 1993 (Pb, 1ère question)
Nice 1995 (Ex n° 1)
Limoges 1996 (Ex II et IV)
Antilles-Guyane 1993 (Pb I)
Clermont-Ferrand 1994 (Ex)
Lille 1996 (1ère partie)
Corse 1997 (Ex n° 1)

Metre un problème en équations

Limoges 1992	(Ex n° 1)	[Lecture d'énoncé]
Lyon 1992	(Ex n° 1)	[Vitesses]
Paris 1992	(Ex n° 2)	[Calculs d'intérêts]
Aix-Marseille 1993	(Ex n° 1)	[Numération , nombres premiers, factorisation].
Poitiers 1993	(Ex n° 1)	[Pesées]
Reims 1993	(Ex n° 1)	[Division]
Rennes 1993	(Ex n° 1)	[Lecture d'énoncé]
Rouen 1993	(Ex n° 3)	[Lecture d'énoncé]
Amiens 1994	(Pb I)	[Vitesses]
	(Pb II)	[Lecture d'énoncé]
Limoges 1994	(Ex n° 3 et n° 4)	[Numération]
Nice 1994	(Pb II-A)	[Pourcentages électoraux]
Paris 1994	(Ex II)	[Lecture d'énoncé]
Toulouse 1994	(Ex n° 1)	[Lecture d'énoncé]
Amiens 1995	(Pb n° 1)	[Lecture d'énoncé]
Limoges 1995	(Pb n° 4)	[Pesées]
Rouen 1995	(Ex n° 1)	[Résolution d'équation par tâtonnement]
Antilles -Guyane 1996	(Ex n° 1)	[Lecture d'énoncé]
Nice 1996	(Ex n° 2)	[Lecture d'énoncé]
Amiens 1997	(Ex n° 1)	[Lecture d'énoncé]
Dijon 1997	(Ex n° 1)	[Numération]
Lyon 1997	(Ex n° 2)	[Numération , multiples , nombres consécutifs]
Nancy-Metz 1997	(Ex n° 1)	[Numération]
Nice 1997	(Ex n° 1)	[Fractions , pourcentages]

Numération : système décimal

Il est alors souvent question de divisibilité.

Aix- Marseille 1992 (Ex n° 1)	Montpellier 1992 (Ex n° 2)
Toulouse 1992 (Ex)	Aix- Marseille 1993 (Ex n° 1)
Nancy- Metz 1993 (Ex n° 1)	Toulouse 1993 (Ex n° 1)
Clermont-Ferrand 1994 (Ex)	Limoges 1994 (Ex n° 3 et n° 4)
Nice 1994 (Pb II-A)	Nice 1995 (Ex n° 3)
Lille 1996 (1ère et 2de parties)	Montpellier 1996 (Ex n° 1)
Toulouse 1996 (Ex n° 2)	Nancy-Metz (Ex n° 1)
Rouen 1997 (Ex n° 1)	

Numération : bases autres que dix

Montpellier 1992 (Ex n° 2, 2de question)
Orléans-Tours 1993 (3ème Pb)
Montpellier 1993 (Ex n° 1)
Montpellier 1994 (Ex n° 1)
Montpellier 1995 (Ex n° 1)
Aix-Marseille 1996 (Ex n° 4) [Ecritures fractionnaires en base cinq)
Montpellier 1997 (Ex n° 1)

NÉGATION, CONDITIONNELS ET QUANTIFICATION DANS LA CLASSE DE MATHÉMATIQUES

Viviane Durand-Guerrier[1]

Introduction

Depuis que la page de la réforme des Mathématiques Modernes a été tournée, on ne voit plus guère apparaître de référence explicite à la logique dans les programmes de l'école primaire. Dans le programme de 1995[2], seul le programme de l'école maternelle décline explicitement des objectifs en terme de compétence logique, dans la rubrique *Des instruments pour apprendre* :

> « Progressivement l'enfant découvre et organise les relations logiques en travaillant sur des classes d'objets. » (p 33-34)

Notons que les précisions données renvoient explicitement à *la logique des classes* et que l'on peut sans doute y voir l'héritage piagetien.

Cependant, même si le terme de logique n'apparaît pas dans les programmes de l'école élémentaire, un certain nombre de compétences déclinées dans les commentaires des programmes renvoient à des notions logiques. Par exemple, dans la rubrique *Pratique orale de la langue* en cycle 2, l'enfant doit pouvoir « organiser logiquement son propos... », « recourir au conditionnel » (op. cité pp. 94-95). D'autre part, en Mathématiques, dans le cadre de la résolution de problèmes, il doit pouvoir « argumenter à propos de la validité d'une solution », et en Sciences et Techniques, il doit être capable « d'argumenter et de discuter une preuve ».[3] Ceci justifie selon nous amplement que l'on s'intéresse aux questions de logique à l'école élémentaire. En outre, d'une part ceci renvoie à des compétences développées et travaillées dans différentes disciplines, et de ce fait se retrouve au cœur de la problématique de la polyvalence ; d'autre part, lors de différentes formations de professeurs de mathématiques de collège et de lycée, nous avons observé régulièrement des difficultés, pour les professeurs eux-mêmes, liées au maniement de la négation et de l'implication en relation avec la quantification dans des situations non standard, ces difficultés étant le plus souvent étroitement liées à des questions langagières.

Or, dans le cadre de nos recherches en Didactique des Mathématiques, recherches concernant le collège, le lycée et l'université, nous avons montré l'importance de l'analyse logique des énoncés comme outil pour l'enseignant pour mettre à jour des ambiguïtés et des implicites éventuels dans son propre discours ou dans les énoncés qu'il propose à ses élèves et ses étudiants. Ayant été nommée à l'IUFM de Lyon à la rentrée 1999 et assurant la préparation au

---

[1] IUFM de Lyon

[2] Nous prenons pour référence des programmes de 1995 la brochure du CNDP *Programmes de l'école primaire.*

[3] Nous ne discuterons pas ici la différence de formulation entre les deux disciplines, qui mérite cependant d'être relevée.

concours de Professeur d'école, nous avons proposé à nos étudiants de première année de travailler sur ces questions dans le cadre d'un module de 40 heures intitulé *Apprentissage et Polyvalence* dans lequel nous disposions de 12 heures, en choisissant d'exploiter précisément cette polyvalence des professeurs d'école. L'atelier que nous avons animé dans le cadre du colloque de la COPIRELEM et qui fait l'objet de cet article s'appuie en partie sur ce module.

Nous avons invité les participants à l'atelier à réfléchir à la négation d'énoncés déclaratifs rencontrés dans la classe de mathématiques dans la scolarité obligatoire, comportant une quantification et /ou pouvant s'exprimer sous forme conditionnelle. Les participants se sont vu proposer diverses activités donnant lieu à des débats dont l'enjeu est la clarification des notions logiques en jeu, en relation avec la logique de sens commun et les pratiques langagières. Les notions logiques nécessaires ont été introduites dans le langage courant.

Nous décrivons et analysons, dans les parties I et III, deux de ces activités ; la partie II est consacrée à l'introduction des notions logiques élémentaires qui éclairent nos analyses.

I - NÉGATION ET QUANTIFICATION

I.1 CONTRAIRE ET NÉGATION POUR LES ÉNONCÉS QUANTIFIÉS

Dans un ouvrage récent[4], Catherine Fuchs propose un panorama complet des ambiguïtés inhérentes au français. Elle consacre le Chapitre VIII de l'ouvrage aux ambiguïtés sémantiques, en particulier celles qui relèvent de l'interaction entre un opérateur de négation et un opérateur de quantification. Dans l'activité mathématique, de telles interactions sont fréquentes et sources de difficultés résistantes jusqu'à des niveaux avancés des cursus scientifiques. Afin que les participants éprouvent par eux-mêmes ces ambiguïtés, nous leur avons proposé l'activité ci-dessous.

Pour chacune des phrases suivantes, donner si possible la négation et le contraire.

1. Toutes les boules sont rouges
2. Certains triangles sont isocèles
3. Les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires
4. Beaucoup de tulipes sont rouges
5. J'ai lu tous les livres de Voltaire

Nous invitons le lecteur à résoudre pour lui-même cette tâche, et nous précisons qu'il ne s'agit pas ici d'une tâche à proposer aux élèves, du moins pas à l'école élémentaire.[5] En ce qui nous concerne, nous utilisons cette tâche en formation d'enseignants[6], en variant les phrases proposées suivant les publics auxquels nous nous adressons.

[4] FUCHS, C. (1996)
[5] On trouve ce type de tâche dans certains manuels de Seconde.
[6] En formation continue et initiale : professeurs des collèges et des lycées ; en formation initiale : préparation au concours de professeur d'école ; également dans des ateliers de l'APMEP. Ces aspects seront développés, parmi d'autres, dans une brochure de l'IREM de Lyon à paraître fin 1999.

Lorsque nous proposons cette activité, nous obtenons régulièrement, pour la négation de tels énoncés, d'une part une grande variété de formulations, d'autre part une certaine instabilité de la définition mathématique de la négation, en relation avec la notion de négation grammaticale, qui se construit avec l'expression « ne ... pas ». Concernant le contraire, on note plusieurs points de vue sur ce que pourrait être le contraire d'un énoncé quantifié, ceci s'expliquant par le fait que cette notion ne reçoit pas de définition explicite en mathématiques.[7] C'est également ce qui s'est produit lors de l'atelier. Nous donnons en annexe les réponses obtenues lors de l'atelier et des exemples de réponses obtenues avec les étudiants préparant le concours de professeur d'école en janvier 1999.

Les difficultés observées sont en relation avec la structure logique de la langue et ont été bien repérées par les différents auteurs qui, d'Aristote à Quine en passant par Frege et Russell, ont élaboré les systèmes logiques prenant en compte les phénomènes de quantification. Piaget, quant à lui, s'il repère bien ces difficultés, pense qu'on peut les interpréter sans faire appel à une théorie de la quantification.[8] Nous défendons quant à nous avec Quine[9] la thèse selon laquelle la théorie de la quantification, telle qu'elle est développée dans le Calcul des Prédicats, fournit un cadre d'analyse des énoncés du langage permettant une clarification conceptuelle, dont nous avons montré par ailleurs[10] la pertinence didactique. Nous présentons dans ce qui suit d'une part le point de vue d'Aristote, d'autre part les notions logiques élémentaires qui permettent d'utiliser notre cadre d'analyse.

I.2 LE POINT DE VUE D'ARISTOTE

On trouve chez Aristote, dans le premier livre de l'*Organon,* qui est le premier traité connu de logique, une distinction explicite qui concerne les propositions quantifiées. Il donne l'exemple suivant :

suivant :	*Tout Homme est blanc*	*Quelque homme n'est pas blanc*
	Nul homme n'est blanc	*Quelque homme est blanc*

Il s'intéresse aux relations d'opposition entre ces propositions, en relation avec leurs conditions possibles de vérité. Prenons la paire :

Tout Homme est blanc *Quelque homme n'est pas blanc*

Dans un groupe d'individus donné, soit le premier énoncé est *vrai,* et le second est *nécessairement faux,* soit le premier énoncé est *faux* et le second est *nécessairement vrai.* Les deux énoncés ne peuvent pas être *simultanément faux, ni simultanément vrais.*

Aristote appelle cette opposition la relation de contradiction, qui correspond à la négation logique.

Prenons maintenant la paire

Tout Homme est blanc ——— *Nul homme n'est blanc*

---

[7] Notons cependant que l'expression « *non, c'est le contraire* » est fréquemment employée tant par les maîtres que par les élèves.
[8] Ce point de vue est défendu dans Piaget, 1972 et discuté dans Durand-Guerrier, 1996.
[9] Quine (1992) p.136.
[10] Durand-Guerrier (1996)

Dans un groupe d'individus donné, soit les deux énoncés sont *faux ;* soit le premier est *vrai* et le second est *faux* ; soit le premier est *faux* et le second est *vrai.* Les deux énoncés ne peuvent pas être *simultanément vrais.* Comme ces deux énoncés peuvent être *simultanément faux,* ils ne sont pas la négation l'un de l'autre au sens logique : en effet, la négation transforme une phrase *vraie* en une phrase *fausse.* Comme ils ne peuvent pas être *simultanément vrais,* ils s'excluent mutuellement. Aristote appelle cette relation la relation de contrariété. Nous pouvons noter que ce point de vue est partagé par trois des participants à l'atelier et de nombreux étudiants du groupe déjà mentionné[10]. Remarquons enfin que les deux propositions particulières, l'une négative et l'autre positive, ne sont ni en relation de contradiction, ni en relation de contrariété puisqu'elles peuvent être *simultanément vraies.*

Comme nous l'avons dit plus haut, cette distinction entre contradiction (négation) et contrariété (contraire) est une source réelle de difficultés, sur laquelle les logiciens de la fin du XIX^e^ siècle et du début du XX^e^ siècle insistent lorsqu'ils introduisent les systèmes formels classiques, et que l'on retrouve chez les élèves et les étudiants scientifiques, même avancés. Cette distinction est essentielle en mathématiques où l'on manipule de nombreux énoncés quantifiés. La négation en mathématique nécessite donc une définition précise.

II - NOTIONS LOGIQUES FONDAMENTALES

I.3 PROPOSITIONS, TERMES, PRÉDICATS, PHRASES OUVERTES

Une proposition est une entité linguistique qui porte le vrai ou le faux ; c'est donc une phrase de type déclaratif. Remarquons cependant qu'il n'est pas toujours facile de savoir si une phrase déclarative est une proposition ou non.

Un terme est un nom d'objet. Il y a des termes singuliers, ou noms propres (5 ; π) et des termes généraux, ou noms communs *(nombre; fonction; quadrilatère).*

Un prédicat est un nom de propriété (prédicat unaire ou monadique) ou de relation (prédicat polyadique). Il est défini sur un domaine d'objet donnés, appelé souvent en logique l'univers du discours. Par exemple : *être pair* est un prédicat unaire, défini sur l'ensemble des entiers naturels ; *parallèle à* est une relation binaire que l'on peut définir sur l'ensemble des droites du plan ou de l'espace.

Une proposition singulière est obtenue en appliquant un prédicat à un (ou plusieurs) terme(s) singulier(s) : « 5 est un nombre pair » est une proposition singulière fausse de l'arithmétique ; « 3 est inférieur ou égal à 4 » est une proposition vraie de l'arithmétique. Par contre, « la droite (AD) est parallèle à la droite (BC) » n'est une proposition que si le contexte permet d'identifier précisément les deux droites en jeu ; la proposition obtenue peut alors être soit vraie, soit fausse selon le contexte.

Une phrase ouverte est obtenue en appliquant un prédicat à un terme général, ou à plusieurs termes dont l'un au moins est un terme général : « un multiple de 5 est un nombre pair »(1), « x est supérieur ou égal à 4 » (2) sont des phrases ouvertes. Une phrase ouverte n'est pas une

[10] Cf. Annexe

proposition au sens logique du terme ; elle n'est, en effet, ni vraie, ni fausse. Elle définit une propriété ou une relation qui peut être satisfaite par certaines assignations d'objets aux termes généraux, non satisfaite par d'autres. Par exemple : 10 satisfait (1), tandis que 15 ne satisfait pas (1). On peut associer à une phrase ouverte une propriété définie par les éléments qui satisfont la phrase ouverte. Ici la propriété associée est une propriété connue : *être un multiple de* 10 ; ce n'est pas toujours le cas.[11] Certaines phrases ouvertes peuvent être vraies de tous les objets de l'univers du discours, par exemple « un multiple de 6 est un nombre pair », ou fausses de tous les objets de l'univers du discours, par exemple « un multiple de 6 est un nombre impair. » Ceci nous amène à la question de la quantification.

I.4 LA QUANTIFICATION

La quantification est une opération logique qui transforme une phrase ouverte en une proposition sous certaines conditions.

La quantification universelle transforme une phrase ouverte en une proposition universelle, moyennant un univers du discours de référence (un domaine d'objets). Considérons par exemple la phrase « Tout multiple de 5 est un nombre pair ». Cette phrase est une proposition vraie dans le cas où tous les objets de l'univers du discours satisfont la phrase ouverte correspondante (par exemple si l'univers du discours est l'ensemble des multiples de 6) ; elle est fausse sinon (par exemple si l'univers du discours est $\mathbb{N}$, ou bien l'ensemble des multiples de 5). Ceci illustre l'importance du référentiel dans les opérations de quantification.

La quantification existentielle transforme une phrase ouverte en une proposition existentielle (ou particulière), moyennant certaines conditions. Considérons par exemple les deux phrases « Certain(s) multiple(s) de 5 est (sont) un (des) nombre(s) pair(s) » et « Il existe au moins un multiple de 5 qui est pair ». Ces deux phrases sont synonymes ; la deuxième formulation est celle rencontrée classiquement en mathématiques. Ce sont des propositions vraies dans le cas où il existe au moins un objet dans l'univers du discours qui satisfait la phrase ouverte correspondante ; elles sont fausses sinon.

I.5 LA NÉGATION LOGIQUE

La négation logique est une opération qui transforme, sous certaines conditions, une proposition vraie en une proposition fausse et une proposition fausse en une proposition vraie. En outre, la négation logique transforme une phrase ouverte en une phrase ouverte telle que la seconde est satisfaite exactement par les objets qui ne satisfont pas la première, et non satisfaite exactement par les objets qui satisfont la première. Il faut bien voir qu'il s'agit ici d'une *extension* de la notion habituelle de négation, extension rendue nécessaire pour pouvoir analyser les énoncés quantifiés.

La négation d'une proposition singulière s'obtient, comme dans le langage ordinaire, en faisant porter la négation sur le verbe « 6 est un nombre pair » / « 6 n'est pas un nombre pair ».

---

[11] Pour la construction par des élèves de l'école élémentaire de tels prédicats, voir Orus-Baguena (1992).

La négation d'une phrase ouverte s'obtient également en faisant porter la négation sur le verbe, de sorte que pour chaque proposition obtenue en remplaçant le terme général par un terme singulier, on retrouve la négation des propositions singulières : « les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires » / « les diagonales d'un parallélogramme ne sont pas perpendiculaires ». Dans cet exemple, il faut noter que nous considérons ici que *un* introduit un élément singulier indéterminée. Habituellement en mathématiques, on considère que *un* introduit un élément générique et que la phrase affirmative exprime un énoncé général, énoncé qui est faux si l'on se place dans l'ensemble des parallélogrammes ou des quadrilatères. Sous ce point de vue, la phrase négative correspondante n'est bien sûr pas la négation de la première, car le résultat général correspondant est également faux. Nous avons montré par ailleurs que cette pratique de quantification implicite systématique des énoncés mathématiques est source de difficultés pour certains élèves, et peut être non-pertinente dans certains contextes.[12]

La négation d'une phrase universelle s'obtient en faisant porter la négation sur le verbe, ou sur le prédicat, et en changeant le quantificateur : « Toutes les boules sont rouges » (1) / « Il existe au moins une boule qui ne soit pas rouge » (2). Ceci est la formulation adoptée en logique et en mathématiques. On rencontre d'autres formulations dans le langage ordinaire comme par exemple : « Toutes les boules ne sont pas rouges ».(3), ou « Certaine(s) boules(s) n'est pas (ne sont pas) rouges(s) » (4). La formulation (3), fréquente dans le langage courant, est déclarée comme ambiguë par de nombreux sujets. L'ambiguïté tient au fait qu'on ne sait pas sur quoi porte la négation : elle peut porter sur le prédicat, auquel cas cette phrase s'interprète comme signifiant *il n'y a pas de boule qui soit rouge,* c'est le contraire au sens d'Aristote, et dans ce cas le sujet du verbe est le « bloc » *toutes les boules ;* ou bien la négation porte sur le quantificateur, et dans ce cas la phrase s'interprète comme « il est faux que toutes les boules soient rouges », ou encore « il y a au moins une boule qui n'est pas rouge », c'est-à-dire comme la négation logique.[13] On trouve parfois « Certaine(s) boules (s) est (sont) non-rouge(s) » qui est une paraphrase conduisant à la formalisation dans le langage symbolique. Cette formulation se rencontre rarement dans la langue courante ; on la rencontre chez Piaget elle permet de lever les ambiguïtés.

*La négation d'une phrase existentielle (*ou *particulière)* s'obtient en changeant le quantificateur et en faisant porter la négation sur le prédicat : « Certains triangles sont isocèles » (6) / « tous les triangles sont non-isocèles » (7). Ceci correspond à la formulation logique et mathématique. Pour les mêmes raisons que précédemment, la formulation « Tous les triangles ne sont pas isocèles » (8) est ambiguë. D'autre part, la phrase « Certains triangles ne sont pas isocèles » (9), n'est pas la négation de la phrase (6) ; en effet, ces deux phrases sont toutes les deux vraies dans l'ensemble des entiers naturels ; c'est pourtant une réponse qui est fréquemment fournie. Ce n'est pas non plus le contraire pour la même raison. On rencontre également souvent la formulation « Aucun triangle n'est isocèle » (10) qui est dénuée d'ambiguïté mais ne conduit pas directement à un traitement symbolique, il en est de

[12] Ce point de vue est développé dans Durand-Guerrier, 1999.
[13] Cf. Fuchs, C., op. cité pp.160-161

même de la formulation « Il n'existe pas de triangle qui soit isocèle » (11) ; en effet le terme quantifiant « *aucun* » et l'expression « *il n'existe pas de* » n'ont pas de correspondants dans les systèmes formels où l'on trouve seulement deux quantificateurs : $\forall$ qui se lit *quelque soit ou pour tout* et $\exists$ qui se lit *il existe au moins un.*

I.6 CONCLUSION

Les ambiguïtés que nous avons relevées et explicitées correspondent, comme nous l'avons déjà dit, à une difficulté réelle observée en mathématiques aux différents niveaux d'enseignement. Ceci d'autant plus qu'il semble que l'on s'écarte de la pratique du discours naturel. Cette distance entre langage ordinaire et logique classique correspond à un phénomène général : les connecteurs des systèmes logiques sont fondés sur les connecteurs du discours naturel, mais s'en écartent pour les besoins de la formalisation ; en ce sens ils constituent une *modélisation du discours,* et comme toute modélisation, ils laissent certains aspects de côté. En outre, ces systèmes sont élaborés principalement pour l'activité mathématique, et privilégient donc les besoins de cette science. Ceci est particulièrement clair en ce qui concerne la négation : les mathématiques classiques utilisant principalement des énoncés quantifiés ont besoin d'un usage très codifié de la négation pour ces énoncés, que l'on ne retrouve pas nécessairement dans le langage ordinaire. Lorsque dans la classe un débat s'instaure pour savoir si tel énoncé est ou non la négation d'un énoncé donné, la logique nous fournit un critère minimum de démarcation : les deux énoncés ne doivent être ni simultanément vrais, ni simultanément faux. Ce critère est généralement bien accepté car il correspond à la négation des phrases singulières dans le langage courant. Associé aux formes grammaticales de la négation, il permet de traiter un nombre important d'énoncés. Il ne permet cependant pas de trancher de manière définitive sur la négation de phrases comportant des termes quantifiants indéfinis, comme *beaucoup* ou *peu.* Pour appliquer l'opérateur de négation on peut dans ce cas recourir à une périphrase : par exemple, pour nier la phrase « Beaucoup de boules sont rouges », on commence par la remplacer par la périphrase « il y a beaucoup de boules rouges » dont la négation est « il n'y a pas beaucoup de boules rouges ». Il faut noter que ce type de phrase relève plutôt d'autres champs que les mathématiques. Quant à la notion de contraire, elle apparaît dans la langue par le biais des antonymes ; le fait de ne pas l'écraser sur la négation dans l'activité mathématique nous semble essentiel pour lutter contre l'image dogmatique véhiculée le plus souvent par les mathématiques. De fait, de très nombreuses situations mathématiques ne peuvent pas se réduire à une dichotomie stricte du *tout* ou *rien.*

III - IMPLICATION ET QUANTIFICATION À PARTIR D'UN EXEMPLE

Nous n'abordons pas dans le cadre de cet article les questions générales relatives aux énoncés conditionnels[14]. Nous allons montrer sur un exemple proposé aux participants de l'atelier la prégnance de la logique de sens commun et des habitudes langagières.

[14] Ceci fait l'objet de ma thèse de doctorat (voir bibliographie).

Cette tâche, intitulée AU VOLEUR!, est tirée de la brochure *Des maths pour le plaisir, Tome 1, 48 exercices du challenge mathématique Poitou-Charentes* publiée par le CRDP de Poitou-Charentes en 1993, ce rallye s'adresse à des élèves de CM2-6ème (voir présentation de la tâche page suivante).

Cette épreuve est la première de la série proposée aux élèves en 92 et se situe dans la rubrique *logique-compréhension.* Les auteurs écrivent :

> « Les exercices du challenge sont inhabituels au sens scolaire du terme, les élèves doivent toujours faire un effort de compréhension pour saisir le problème posé.C'est particulièrement vrai dans les exercices de logique. Dans cette rubrique ils sont variés, tant par leur difficulté que par les raisonnements ou qualités à mettre en œuvre. »

Comme nous le faisons régulièrement lorsque nous utilisons cette tâche en formation, nous avons demandé aux participants de résoudre la tâche pour eux-mêmes, en remplaçant la consigne *dessinez un portrait-robot du voleur en compagnie de l'animal qu'il a dérobé* par *donnez par écrit un portrait-robot du voleur* puis de faire une analyse a priori de la tâche (outils logiques en jeu, compétences mobilisées, réponses prévisibles, difficultés possibles etc.). Vous pouvez faire de même avant de poursuivre votre lecture.

ÉTABLISSEMENT:__________ CLASSE:________ CM2 6e

AU VOLEUR !

Un voleur a dérobé le vieux wapiti du cirque "Potache".
Le détective interroge cinq témoins.
Voici leurs réponses:

★Monsieur LOUFOK, un clown: "Le voleur n'a pas de lunettes !"

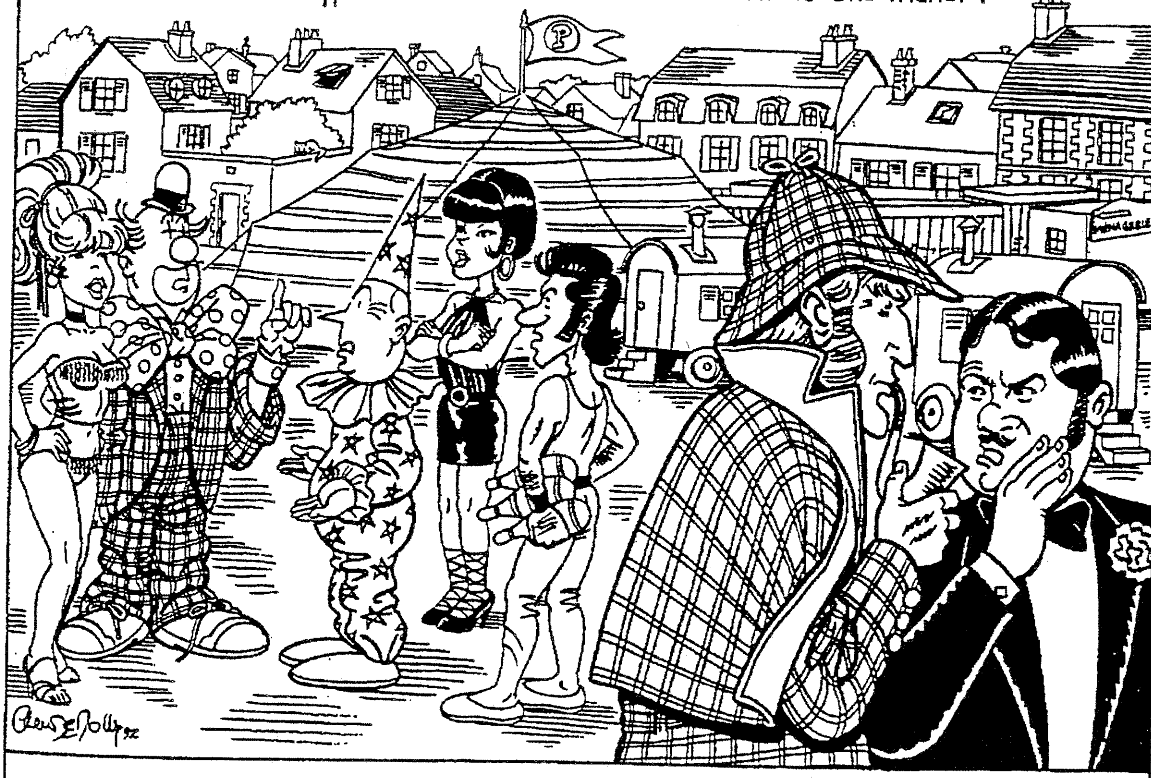
★Monsieur FOLDING, un autre clown : "Le voleur porte des moustaches!"

★Mademoiselle TETENLAIR, la trapéziste : "Le voleur est blond, ses cheveux ne sont pas raides."

★Madame ATOUPERDU, l'illusionniste : "Le voleur porte un chapeau!"

★Monsieur PAPILLON, le jongleur : "Le voleur ne porte pas de pantalon, mais une jupe."

Le détective est persuadé que certains ne disent pas exactement ce qu'ils savent et questionne à ce sujet Monsieur Loyal qui connaît tous les témoins. Celui-ci affirme : "Tous les témoins masculins ont menti."



Dessinez un portrait-robot du voleur en compagnie de l'animal qu'il a dérobé.

Le jury sera très sensible à la qualité du dessin.

Nous avons une fois encore observé la diversité des réponses et l'importance des débats sur la tâche elle-même, ceci s'opposant à la position des auteurs de la brochure qui écrivent en regard du texte de l'épreuve :
« SOLUTION : Le voleur a des lunettes, il ne porte pas de moustaches, il est blond et ses cheveux ne sont pas raides, il porte un chapeau et un pantalon. Le Wapiti est un grand cerf.

> COMMENTAIRE : Dans cet exercice <u>facile</u>[15], placé en début de la série 92, les élèves ont pu donner libre cours à leurs talents de dessinateurs et à leur humour. Les résultats ont été de qualité ...variable avec un petit nombre de très bons dessins. [...] » (p 14)

Ce portrait-robot, fréquemment proposé par les participants auxquels nous proposons cette tâche, s'obtient en prenant comme informations fiables toutes celles données par les témoins féminins d'une part, et la négation des informations données par les témoins masculins d'autre part. Ceci appelle plusieurs remarques :

La première remarque concerne la phrase de Monsieur Papillon : en effet, la négation proposée ne prend pas en compte l'information introduite par *mais* puisqu'elle porte seulement sur le premier membre de phrase. En logique classique, on ne peut pas traduire *mais,* on le remplace en général par *et* ; dans ce cas là, la négation de la phrase serait :

« le voleur porte un pantalon ou ne porte pas de jupe »

En effet, la négation d'une phrase complexe du type « p et q » est la phrase « (non p) ou (non q) ». Ceci donne a priori trois possibilités (au sens logique) : « il porte un pantalon et pas de jupe » ; « il porte un pantalon et une jupe » ; « il ne porte pas de pantalon et il ne porte pas de jupe ». Ceci montre que de l'affirmation que Monsieur Papillon ment on ne peut pas déduire que le voleur porte un pantalon.

La deuxième remarque concerne le point de vue adopté vis-à-vis des informations fournies par les témoins féminins, point de vue qui consiste à considérer que toutes les femmes disent la vérité. Or cette information n'est pas donnée par l'énoncé. C'est donc une information ajoutée par celui qui répond à la question. On peut interpréter ceci à l'aide de la règle conversationnelle connue sous le nom de *principe du maximum d'information* : selon laquelle, dans une situation de communication, le locuteur est censé donner toute l'information pertinente dont il dispose. Dans la situation proposée, on peut s'attendre à ce que ce principe soit mis en jeu car sans cela, on ne dispose que des informations obtenues en prenant la négation des réponses des témoins masculins, ce qui peut sembler insuffisant pour construire un portrait-robot. Autrement dit, la réponse donnée par les auteurs correspond à la logique de sens commun, et on peut penser que ce point de vue est celui de la majorité des élèves[16]. Cependant, comme nous l'avons dit, il n'y a pas unanimité sur cette réponse, certains considérant en effet que l'on ne peut pas affirmer, avec les seules informations disponibles, que les témoins féminins disent la vérité. Si maintenant nous nous plaçons d'un point de vue logico-mathématique, cadre dans lequel se place a priori cette situation, on peut interpréter l'énoncé : « tous les témoins masculins ont menti » sous la forme d'un énoncé conditionnel :

[15] C'est nous qui soulignons.
[16] Nous n'avons pas d'autres informations sur les réponses des élèves que celles mentionnées plus haut.

« Quel que soit le témoin, si c'est un homme, alors il a menti » (1). L'énoncé «toutes les femmes disent la vérité » (2) peut s'interpréter également sous la forme d'un énoncé conditionnel : « Quel que soit le témoin, si c'est une femme, alors elle a dit la vérité » (3). On peut en outre considérer que le prédicat *être une femme* correspond au prédicat *ne pas être un homme* et que le prédicat *dire la vérité* correspond au prédicat *ne pas mentir*. Par substitution, on obtient alors un nouvel énoncé équivalent au précédent : « Quel que soit le témoin, si ce n'est pas un homme, alors il ne ment pas. » (4). En utilisant ensuite l'équivalence logique entre un énoncé et l'énoncé contraposé correspondant[17], on obtient un nouvel énoncé équivalent aux trois précédents : « Quel que soit le témoin, si le témoin a menti, c'est un homme » (5). Or l'énoncé (5) est l'énoncé réciproque[18] de l'énoncé (1). Par conséquent, dans ce cas, appliquer le principe du maximum d'information revient à considérer qu'affirmer l'énoncé (1), c'est aussi affirmer l'énoncé réciproque ; en d'autres termes, cela revient à traiter l'énoncé conditionnel affirmé correspondant comme une équivalence[19] affirmée.

D'un point de vue didactique, une difficulté souvent mentionnée par les enseignants du secondaire et au-delà à l'université, y compris dans les cursus scientifiques, est précisément cette propension à traiter la plupart des énoncés conditionnels comme s'il s'agissait nécessairement d'équivalence, ceci étant également attesté dans certains travaux de psychologie cognitives[20]. Cependant, différents travaux montrent[21] qu'il faut relativiser cette affirmation, au sens où les réponses des sujets sont très dépendantes du contexte ; et ceci même en mathématiques où en outre l'état des connaissances du sujet relativement aux notions en jeu intervient de manière importante. Nous voyons ici un des mécanismes qui peuvent expliquer ce phénomène : lorsqu'il ne dispose pas de l'information suffisante pour résoudre un problème, le sujet peut être amené à ajouter une information manquante pour pouvoir poursuivre sa recherche.[22]

Une dernière remarque concerne le statut de Monsieur loyal : doit-il être considéré comme un témoin ? Cette question nous est posée régulièrement. Dans ce qui précède, nous avons considéré que Monsieur Loyal n'est pas un témoin. Plaçons-nous maintenant dans la situation où Monsieur Loyal est un témoin et essayons de savoir si dans ce cas il ment ou non. Supposons que Monsieur Loyal dise la vérité ; par suite tous les témoins masculins mentent, en particulier Monsieur Loyal ; donc Monsieur Loyal ment. Nous arrivons à une contradiction. Il faut rejeter l'hypothèse de départ. On en déduit que Monsieur Loyal ment.[23] Par conséquent, certains témoins masculins ne mentent pas ; comme nous ne savons pas

---

[17] Ce résultat classique de logique prépositionnelle affirme que étant données deux propositions p et q, les énoncés « si p, alors q » et « si non-q, alors non-p » ont nécessairement la même valeur de vérité (sont tous les deux *vrais*, ou sont tous les deux *faux*). Ce résultat s'étend aux énoncés conditionnels universellement quantifiés.
[18] L'énoncé réciproque d'un énoncé conditionnel s'obtient en échangeant les places respectives de l'antécédent et du conséquent.
[19] Étant donné deux propositions p et q, l'équivalence « p si et seulement si q » est la conjonction des deux conditionnels « si p, alors q » et « si q, alors p ». Elle est vraie dans les deux cas où les deux énoncés conditionnels ont la même valeur de vérité.
[20] Voir par exemple Richard, 1990.
[21] Voir à ce sujet Dumont, 1982 et Durand-Guerrier, 1996.
[22] Ceci est illustré dans Durand-Guerrier, 1996.
[23] Nous faisons ici un raisonnement par l'absurde.

lesquels, nous ne possédons aucune information fiable. Nous ne pouvons donc pas faire de portrait-robot. Ceci conduit à rejeter, pour des raisons pragmatiques, cette interprétation de la situation.

Ainsi, cette tâche, simple en apparence, recèle en fait de nombreux pièges, liés principalement aux difficultés de l'usage de la négation pour les énoncés complexes d'une part, et à la gestion des implicites d'autre part[24]. Elle attire également notre attention sur les risques qu'il y a à travailler les outils logico-mathématiques sur des tâches pseudo-concrètes pour lesquelles la logique de sens commun, pertinente a priori, peut rentrer en conflit avec les règles logiques que l'on voudrait installer dans la classe de mathématiques.[25]

Conclusion

Ce qui précède montre que les habitudes langagières contraignent fortement l'interprétation des énoncés proposés dans la classe, y compris pour les maîtres et les professeurs eux-mêmes. Dans les deux situations que nous avons décrites, l'analyse logique des énoncés proposés permet de mettre à jour ce que la formulation dans le langage ordinaire tend à dissimuler, contribuant ainsi à une meilleure lisibilité des informations portées par ces énoncés. À ce titre, elle est un élément nécessaire de l'analyse a priori de ce type de tâche. On peut évidemment supposer qu'il en va de même chaque fois que l'on propose des activités centrées sur les questions relatives à l'argumentation et au raisonnement. En ce qui nous concerne, nous pensons donc qu'il faut fournir aux futurs enseignants les outils logiques minimum nécessaires pour prendre en compte, dans l'analyse a priori des tâches qu'ils proposent, cette dimension logique. En outre, notre expérience de formateur nous laisse penser que, pour cela, il faut également proposer ces outils aux formateurs d'enseignants eux-mêmes. Cet article se veut ainsi une contribution à ce dernier point.

[24] En outre, il est vraisemblable que le dessin qui accompagne l'énoncé joue également un rôle dans l'interprétation de la tâche.

[25] On peut dès l'école élémentaire faire travailler les élèves sur des énoncés conditionnels vrais dont la réciproque est un énoncé faux. C'est le cas par exemple lorsque l'on donne la règle de vérification pour les multiplications appelée improprement *preuve par neuf.*

Bibliographie

ARISTOTE, *l'Organon : De l'interprétation, traduction J.Tricot, 1989.*

DUMONT, B. (1982) L'influence du décor et du langage dans des épreuves de type logique portant apparemment sur l'implication in *Educationnal Studies in Mathematics* n°13 409-429.

DURAND-GUERRIER, V. (1996) Logique et raisonnement mathématique. Défense et illustration de la pertinence du calcul des prédicats pour une approche didactique des difficultés liées à l'implication. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon 1.

DURAND-GUERRIER, V. (1999) L'élève, le professeur et le labyrinthe, in *Petit X* n°50, IREM de Grenoble.

FUCHS, C. (1996) *Les ambiguïtés du Français,* Éditions OPHRYS, collection l'Essentiel Français.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DIRECTION DES ÉCOLES (1995), *Programmes de l'école primaire,* Centre National de Documentation Pédagogique.

ORUS-BAGUENA, P. (1992) Le raisonnement des élèves dans la relation didactique ; effet d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire. Thèse de l'Université de Bordeaux.

PIAGET, J. (1972) *Essai de logique opératoire, Dunod*

QUINE, W.V. (1992) Quidittés, dictionnaire philosophique par intermittence, Éditions du Seuil

RICHARD, J.F. (1990) Les activités mentales, comprendre, raisonner, trouver des solutions. Armand Colin.

Annexe

Vous trouverez ci-dessous les réponses fournies par les cinq participants à l'atelier. Le dépouillement a été effectué par Janine Rogalski que je remercie.

Négation :	Contraire
1- Toutes les boules sont rouges :	
a) certaines boules ne sont pas rouges ;	aucune boule n'est rouge
b) il existe une boule qui n'est pas rouge ;	aucune n'est …
c) il existe une boule non-rouge ;	aucune boule n'est rouge
d) il existe (une/des ?) ;	pas de réponse
e) toutes les boules ne sont pas rouges	pas de réponse
2- Certains triangles sont isocèles	
a) aucun triangle n'est isocèle	tous les triangles sont isocèles
b) tous les triangles sont isocèles	aucun T n'est isocèle
c) aucun T n'est isocèle	certains T non isocèles (perplexité)
d) tous les T ne sont pas isocèles	tous les T sont isocèles
e) certains T ne sont pas isocèles	pas de réponse
3- Les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires	
a) les diagonales d'un // ne sont pas nécessairement perp. (Il existe // tel que)	les diagonales d'un // ne sont jamais perp.
	aucun // n'est tel que ses diag. sont perp.
b) il existe un // dont les diag. sont (non ?) perp.	les diag. d'un // ne sont pas perp.
c) il existe un // dont les diag. ne sont pas perp.	les diag. ne sont jamais perpendiculaires
d) il existe // dont diag. non perp.	il existe // dont diag. perp.
e) les diag. d'un // ne sont pas perp.	pas de réponse
4- J'ai lu tous les livres de Voltaire	
a) je n'ai pas lu tous les livres de Voltaire (il y a des livres de Voltaire que je n'ai pas lus)	Je n'ai lu aucun livre de Voltaire
b) Il existe au moins un livre de Voltaire que je n'ai pas lu	Je n'ai lu aucun livre de Voltaire
c) je n'ai pas lu tous les livres de Voltaire (il existe un livre que je n'ai pas lu)	Je n'ai lu aucun livre de Voltaire
d) il existe un livre de Voltaire que je n'ai pas lu	je n'ai pas lu tous les livres de Voltaire
e) je n'ai pas lu tous les livres de Voltaire	je n'ai lu aucun livre de Voltaire (ou pas de réponse ?)
5- Beaucoup de tulipes sont rouges	
a) Il n'y a pas beaucoup de tulipes qui sont rouges (seules quelques tulipes sont rouges)	ne voit ce que serait le contraire ici.
b) pas de réponse	peu de tulipes sont rouges
c) pas de réponse	peu de tulipes sont rouges
d) on ne peut pas répondre au sens maths	pas de réponse
e) beaucoup de tulipes ne sont pas rouges	quelques tulipes sont rouges

Quelques réponses obtenues en PE1 en Janvier 1999 :

Négation de la phrase « Toutes les boules sont rouges » : toutes les boules ne sont pas rouges ; certaines boules ne sont pas rouges ; il y a des boules qui ne sont pas rouges ; il y au moins une boule qui n'est pas rouge ; il n'y a pas que des boules rouges ; les boules ne sont pas toutes rouges.
Négation de la phrase « Certaines boules sont bleues » : aucune boule n'est bleue ; il n'y a pas de boules bleues ; toutes les boules ne sont pas bleues ; certaines boules ne sont pas bleues ; il n'y a pas de boules bleues.
Contraire de la phrase « Toutes les boules sont noires » : aucune boule n'est noire (réponse majoritaire) ; certaines boules ne sont pas noires ; il n'y a aucune boule noire ; toutes les boules ne sont pas noires.

COMMENT AMENER UN STAGIAIRE PE2 À PASSER D'UNE PRÉOCCUPATION MAL DÉFINIE À L'IDENTIFICATION D'UN SUJET DE MÉMOIRE ?

Pierre EYSSERIC[1], Yves GIRMENS[2]

Le compte-rendu qui suit a été rédigé par Yves Girmens à partir de ses notes ainsi que celles de Florence Michon, avec les remarques de M.C Jollivet.

Objectifs de l'atelier :

L'atelier avait pour but, en prenant appui sur la réflexion théorique menée lors des précédents séminaires et colloques de la COPIRELEM, d'apporter des éléments de réponses concrets à des questions relatives à l'encadrement du mémoire professionnel de Professeur des écoles :

- Comment, à partir d'un centre d'intérêt manifesté par un stagiaire, peut-on l'amener à identifier une question professionnelle ?
- Vers quelles lectures théoriques peut-on diriger un stagiaire pour initialiser sa réflexion et l'aider à affiner son sujet ?

I Mise en route

L'atelier démarre par un recensement des attentes des participants :

- Certains, qui n'ont pas encore exercé la fonction de tuteur de mémoire, attendent le maximum d'informations sur la manière d'encadrer un mémoire.

- D'autres, qui ont déjà encadré un mémoire, ont des préoccupations plus précises :

- *Autour du rôle du mémoire dans la formation :*
Quel rôle joue le mémoire dans la professionnalisation des PE ?
Peut – on mieux cerner ce rôle (a-t-il un impact dans la pratique ou l'analyse de pratique) ?

- *Autour du rôle du tuteur de mémoire :*

Où le rôle du tuteur doit –il s'arrêter pour que le mémoire soit vraiment celui du stagiaire ?
Comment le tuteur peut-il aider le stagiaire à identifier un sujet de mémoire ?
Comment le tuteur peut-il favoriser l'évolution du sujet vers une problématique en respectant les intentions du stagiaire ?
Jusqu'où le tuteur doit-il se permettre d'intervenir dans l'encadrement du mémoire pour que le problème du stagiaire soit sauvegardé?

[1] IUFM d'AIX MARSEILLE
[2] IUFM de MONTPELLIER, site de PERPIGNAN

- *Autour des modalités du tutorat* :

Combien de rencontres avec le stagiaire faut-il prévoir ? Quelle fréquence de rencontres ?
Quels éléments déclencheurs peut-on proposer pour, à partir d'une idée, d'un vague intérêt, favoriser l'élaboration d'une problématique ?
Comment guider le stagiaire pendant le travail d'analyse ?
Peut-on encadrer le fond et la forme d'un mémoire ?
Comment définir la place de chaque individu, dans le cas d'un mémoire réalisé collectivement ?

- *Autour du contenu même du mémoire :*

Qu'est-ce qu'une problématique ?
Quelle est la place des productions d'élèves ? Comment les exploiter pour nourrir la problématique ?
Quelles normes peut-on proposer pour un mémoire acceptable ?

II Conclusion

Échange autour de la question : « qu'est ce qu'un bon mémoire ? » :

- c'est un mémoire profitable à la formation professionnelle du stagiaire ?
- c'est l'étude d'un thème pour lequel on peut mener une expérimentation en classe ?
- c'est une réflexion qui a transformé le regard du stagiaire sur une question d'enseignement ?

III Proposition d'un travail de groupe

Il s'agit de simuler un entretien entre un stagiaire et un formateur pour amener le stagiaire à identifier et formuler un sujet de mémoire, à partir d'une préoccupation mal définie ou d'une idée.

Deux thèmes d'étude sont proposés : « le jeu en maternelle » et « le travail de groupes ».

Deux groupes de travail sont formés : chaque groupe prendra comme point de départ une préoccupation du stagiaire sur chaque thème et essaiera d'imaginer quelles pourraient être les interventions du tuteur au cours d'un entretien pour permettre au stagiaire de définir un sujet de mémoire.

La méthode proposée est une mise en situation d'entretien entre un stagiaire PE2 et un formateur, où l'un des participants jouera le rôle du stagiaire et où les autres joueront le rôle du directeur de mémoire.

Dans le premier groupe de travail, on suppose que le stagiaire a exprimé le centre d'intérêt suivant : « je veux faire mon mémoire sur le travail de groupes » et que dans le deuxième, le stagiaire a formulé comme intention : « je veux faire un mémoire sur le jeu en maternelle ».

COMPTE-RENDU DU PREMIER GROUPE :

Après avoir tout d'abord tenté d'apporter des réponses concrètes en rapport avec le sujet choisi, en jouant le jeu de rôle proposé, le groupe a préféré, en s'appuyant sur l'étude du sujet, essayer de définir un protocole de rencontres avec le stagiaire qui pourrait s'appliquer à n'importe quel thème de mémoire.

En premier lieu, il s'agira, pour le tuteur, d'amener, par des questions, le stagiaire à expliciter et à préciser sa préoccupation :

Le premier entretien pourrait s'organiser à partir de questions telles que :

- Est –ce que ce qui t'intéresse, c'est :
  Comment mettre en place un travail de groupe ? (question d'organisation) ou : Pourquoi mettre en place un travail de groupe (raison didactique)?

- Est-ce que tu t'intéresses au travail de groupe dans le cadre d'un projet ou sur un thème bien précis ?

Le formateur essaie, lors de ce premier entretien, **de passer en revue le plus de questions possibles, dans différentes directions, à partir du centre d'intérêt** exprimé par le stagiaire : cela doit lui permettre de récolter un ensemble d'éléments de réflexion qui vont mûrir et qui pourront, en confrontation avec les observations dans les classes lors des stages de pratique accompagnée, donner naissance à une problématique.

Voici le protocole d'encadrement proposé par le groupe :

- **Premier entretien** : Il doit être précoce : il doit permettre de préciser les enjeux et objectifs du mémoire.
  Le questionnement aura pour but de faire apparaître :

  - la formulation aussi complète que possible de la préoccupation du stagiaire.
  - les intentions du stagiaires (ses attentes).
  - les raisons de l'intérêt porté au sujet.
  - les questions que se pose le stagiaire sur le thème choisi.

Le tuteur passera ensuite **une commande de travail écrit** au stagiaire, en vue de la prochaine rencontre :

1. Rédaction d'une introduction provisoire (en précisant ce qu'on attend) ou bien : mise par écrit des « points forts » dégagés lors de l'entretien et qui ont retenu l'attention du stagiaire.
2. Aller faire une observation dans une classe, si la préoccupation est trop théorique, ou bien lire des mémoires sur un même sujet mais développant des problématiques variées.

- **Deuxième entretien** : Il doit permettre de mettre en œuvre deux volets (aspects) de manière interactive :

1. *Méthodologie* : Le tuteur établira une programmation de travail sur le mémoire pour toute la période d'élaboration et fournira un début de bibliographie.

2. *Contenu* : Il s'agira d'amener le stagiaire à réfléchir à la question : « A quoi peut servir ce que j'ai appris des lectures que j'ai faites et de ce que j'ai observé en classe ? ».
Il est nécessaire que le tuteur fournisse des pistes d'exploitation possibles.

❑ **Troisième entretien :** Il permettra de recueillir et de faire l'inventaire de tout ce qui a été élaboré jusque-là.

1. Le tuteur aidera le stagiaire à faire une synthèse pour tenter de dégager le fil conducteur de sa réflexion, ce qui conduira à faire émerger la problématique.

2. Il mettra au point avec le stagiaire la méthodologie définitive : protocole d'expériences, méthode d'analyse, exploitation des résultats et il complétera les conseils de bibliographie.

❑ **Quatrième entretien** : Echange entre stagiaires en présence du tuteur.

Chaque stagiaire présente son mémoire à d'autres stagiaires ne travaillant pas sur le sujet, chaque stagiaire étant invité à réagir et à poser des questions à celui qui a fait l'exposé dans le but de l'amener à expliciter sa réflexion.

COMPTE-RENDU DU DEUXIEME GROUPE :

Les participants de ce groupe ont essayé, sans entrer dans le jeu de la simulation, de définir le contenu du premier entretien entre le stagiaire et son directeur de mémoire puis d'envisager la suite du tutorat.

Le premier entretien a pour but d'amener le stagiaire à formuler les représentations qu'il a du jeu dans l'enseignement en maternelle et à exprimer les raisons de son choix, en référence à des observations de pratiques.

L'entretien peut s'organiser autour des questions suivantes :
- Quand les élèves jouaient-ils ?
- Quel était le rôle de l'enseignant ?
- Est-ce que tu as vu des activités mathématiques qui n'étaient pas des jeux ?
- Qu'est-ce qu'un jeu pour toi ?
- Quels étaient les jeux utilisés ? A quel moment ?
- Est-ce que ce sont les mêmes jeux qui sont proposés à l'accueil et pendant une séance de classe ?
- Un jeu est-il utilisé de la même façon à l'accueil et en ateliers ?

L'entretien doit permettre de cerner des ébauches de problématique :

Par exemple : « le jeu peut-il être un moyen d'apprentissage ? »
« comment un jeu utilisé à l'accueil peut-il devenir un jeu proposé en atelier ? »

Le groupe signale qu'il faut pouvoir répondre à un stagiaire PE2 qui poserait la question : « Une problématique, c'est quoi ? »

Il formule la proposition de réponse suivante : « c'est une réflexion sur un sujet menant à l'identification d'une question qui peut être étudiée avec un protocole d'expériences bien défini. »

A la suite d'une telle réponse, le stagiaire ne manquera de demander : « Qu'est-ce qu'un protocole d'expériences ? »

La réponse à cette question pourra être : « ce sont des travaux que l'on proposera aux enfants et qui auront été fabriqués de telle sorte qu'ils permettent l'observation de points précis en relation avec la question étudiée».

A l'issue du premier entretien, il convient de demander au stagiaire de mettre par écrit une formulation de son thème d'étude ainsi que toutes étapes de la réflexion menée lors de l'entretien.

A partir de là, deux pistes de travail peuvent être suggérées pour permettre au stagiaire d'identifier une problématique :

1) Choisir un jeu précis et à partir de ce jeu, étudier comment le faire évoluer pour en faire un instrument d'apprentissage :

La réflexion peut démarrer à partir de questions telles que, par exemple :
« Est-ce qu'un jeu à l'accueil peut devenir un jeu d'apprentissage en ateliers ? »
Ou bien : « un jeu proposé à l'accueil peut-il servir à faire un diagnostic ? »
Dans ce cas, on sera amené à se fixer sur un jeu et à rechercher les connaissances amenées par ce jeu.

2) Le formateur aide le stagiaire à identifier une connaissance et lui suggère un choix de jeu permettant aux enfants de rencontrer cette connaissance.

Proposition d'un protocole de travail à faire au stagiaire pour cette deuxième piste :

1) Élaboration d'une évaluation diagnostique (évaluation des savoir-faire) avec l'aide du formateur ; mise en œuvre de cette évaluation dans un groupe de 4 ou 5 élèves choisis dans une classe d'accueil (la composante « animation » doit être évacuée pour le stagiaire).

2) Proposition par le formateur d'un jeu qui répond à la connaissance dégagée précédemment.

3) Choix d'une classe. Elaboration des activités sur ce jeu. Mise en place d'un échéancier.

ANNEXE 1

PISTES POUR UNE FORMATION PROFESSIONNELLE DES PE2

la place des mémoires professionnels

Pierre Eysseric

I Quelques réflexions préliminaires :

a) *Information ou formation?*

- Formation : celle-ci essaye d'agir sur les représentations des formés, en général pour les modifier
  Il s'agit de "donner la forme".
- Information : on met à disposition des savoirs et des résultats divers, on renvoie à des éléments bibliographiques,...
  Il s'agit de "remplir la forme".

b) A propos de deux modèles pour la formation des enseignants:
(citation de mémoire d'un Inspecteur Général de Mathématiques au cours d'un colloque en mai 1982)

Modèle 1

Doyen de l'IG

Inspecteurs

Formateurs de formateurs

Professeurs

Elèves

Il s'agit d'un modèle vertical qui relève *plus de l'information que de la formation,* avec, à l'extrémité supérieure de la chaîne: celui que personne ne forme, ou celui que personne ne peut former, ou celui d'où part toute information, ou celui qui contient toute l'information, ou celui qui a atteint le stade ultime d'évolution en matière de formation, ou... *comment distinguer le plein absolu du néant?...*

Modèle 2:

Chercheurs

Problème n°1 : Résultats de la recherche didactique ou disciplinaire

Formateurs

Problème n°2 : Savoirs professionnels

Professeurs

Problème n°3 : Savoirs disciplinaires

Élèves

Un modèle en réseau dans lequel on retrouve à tous les échelons un triangle didactique:

Élève

Savoir

Maître

Un modèle qui donne sa place à la formation, comme à l'information.

Un modèle dans lequel la confrontation du "formé" avec les "problèmes" joue un rôle-clé dans la construction des savoirs:

- Problèmes n°1 : problèmes disciplinaires dont la résolution débouche sur un savoir nouveau, un apprentissage disciplinaire, l'augmentation des savoirs disponibles chez les élèves d'une classe.
- Problèmes n°2 : problèmes relatifs au « comment enseigner le moins mal possible les savoirs des programmes. »
- Problèmes n°3 : problèmes de modélisation des pratiques d'enseignement et d'apprentissage, pour mieux les comprendre, les améliorer,...
- Problèmes n°4 : problèmes disciplinaires débouchant sur l'augmentation des savoirs disponibles pour l'humanité.

c) Formation professionnelle :

Dans le modèle 1, on est davantage dans la formation à un métier: à chaque échelon, on trouve des exécutants qui ont reçu depuis le niveau supérieur une information qu'ils transmettent au niveau inférieur après une transformation communément appelée aujourd'hui transposition didactique; on a une chaîne de transmission de l'information.

Le modèle 2 me semble relever davantage de la professionnalisation.

Pour l'illustrer, je citerai quelques éléments qui me semblent caractéristiques du **professionnel de l'éducation:**

- Le professionnel s'informe:

Il se tient au courant des avancées de la recherche (et ce pas seulement par l'intermédiaire des spécimens de manuels scolaires).

Il lit des publications professionnelles.

Les sources d'information sont diverses: manuels scolaires, livres du maître, articles de la presse écrite, émissions de télévision, revues professionnelles généralistes destinées aux enseignants (JDI, La Classe, . .) ou plus spécialisées (Grand N), revues publiées par des mouvements pédagogiques ou des associations de spécialistes, livres et articles de chercheurs dont l'importance des contributions n'est pas toujours proportionnelle à leur degré de médiatisation, ..

Mais, depuis les articles publiés par des chercheurs en didactique des disciplines ou en sciences de l'éducation jusqu'aux manuels scolaires accompagnés de leurs livres du maître, une "transposition didactique" s'effectue qui modifie sensiblement l'information recueillie.

Le professionnel de l'éducation doit être quelqu'un qui s'informe à tous les niveaux et non un individu dont l'information se limite aux manuels scolaires à la mode, à la grande presse et aux émissions radio ou télé.

- Le professionnel se forme:

Il n'est pas un praticien isolé qui reproduit d'année en année ce qu'il a vu faire.

Il réfléchit ses pratiques, les discute avec ses pairs, les remet en question afin d'évoluer positivement.

Il confronte ses pratiques aux avancées de la recherche pour un questionnement mutuel.

Le praticien de l'éducation s'insère donc dans un réseau où il retrouve ses proches collègues, mais aussi toutes les catégories de professionnels de l'éducation. Cela se fait, d'une part par l'intermédiaire de la formation continue officielle (les stages) mais aussi par la vie associative ou la participation à diverses rencontres ou colloques.

II Le mémoire dans le processus de professionnalisation des PE.

Il est important de remarquer que "se former" est un acte volontaire; le professionnel de l'éducation ne peut pas attendre qu'on le forme : il doit se donner les moyens de formation permanente.

Ces attitudes de professionnels ne sont pas innées; elles doivent être initialisées lors de la formation initiale.

Le mémoire professionnel des Professeurs d'Ecole Stagiaires me paraît être un moment privilégié de la formation pour faire découvrir aux futurs enseignants tout ce qu'ils peuvent espérer pour leur pratique à venir, s'il acceptent de s'inscrire dans une telle dynamique de formation permanente.

Comment? Les trois exemples qui suivent tentent de l'illustrer.

a) <u>L'inscription dans une recherche-action en cours</u>:

Le travail commence par une prise de contact avec différentes classes participant à un dispositif d'innovation pédagogique: les Ateliers de Recherche en Mathématiques:
observation, intérêt personnel du stagiaire pour le dispositif

Durant plusieurs semaines, il va observer, puis participer à des A.R.M., discuter avec les enseignants qui les mettent en place, lire divers textes parlant de ce dispositif (en particulier, plusieurs mémoires écrits par des P.E.S. au cours des années précédentes), puis arrive le moment du questionnement : il a envie de comprendre, d'analyser et il en vient à des lectures moins directement liées à la pratique (textes sur la démarche scientifique par exemple,...).

Enfin il revient sur le terrain avec une problématique: la pratique des A.R.M. contribue-t-elle à améliorer la réussite des enfants dans la compréhension et la résolution des problèmes de mathématiques ordinairement proposés à l'école?

Un dispositif est alors élaboré pour obtenir quelques éléments de réponse à cette question à travers l'observation de 4 classes.

b) <u>De la lecture d'un pédagogue fortement médiatisé à une réflexion approfondie sur les mécanismes de mémorisation des tables</u>:

Au départ la P.E.S. me parle de son intérêt pour les travaux de La Garanderie dont elle a retenu qu'il existe des "visuels" et des "auditifs'', et elle souhaite voir à travers son mémoire professionnel si ces travaux peuvent être utilisés pour les apprentissages mathématiques à l'école. Je lui signale alors le travail d'une de ses collègues de l'année précédente et lui conseille d'en prendre connaissance.

Après lecture de ce mémoire, elle revient me voir: elle va travailler dans une classe de CP et veut mettre en place des activités pour favoriser la mémorisation par les enfants du répertoire additif.

Pour l'instant, il n'est pas question pour elle de lectures théoriques ; tout son intérêt est concentré sur la pratique et la conception de séances; je la laisse avancer.

Au bout de quelques semaines, elle en arrive à se poser des questions sur la mémorisation et cherche des références bibliographiques.

Elle revient me voir un peu désespérée car il lui semble que tout ce qu'elle a lu sur la mémorisation ne lui apporte rien pour son travail; tout cela est trop général; ce qu'elle voudrait, c'est trouver des textes plus pointus sur la mémorisation en mathématiques.

Je choisis alors de lui communiquer plusieurs publications de J.P.Fischer. Ce ne sont pas des textes faciles, mais, au stade de travail où elle est arrivée, ils répondent à un véritable besoin et cela explique sans doute qu'elle se les soit appropriés remarquablement. Cela lui permet de restructurer son travail et lui donne un nouvel élan.

c) Questionner une pratique, la confronter aux recherches récentes:

Deux P.E.S. reviennent enthousiasmées de leur stage de pratique accompagnée dans un CP: elles ont découvert qu'on peut manipuler en mathématiques et elles veulent montrer dans leur mémoire que la manipulation est un bon outil pour les apprentissages mathématiques.

Les échanges que nous avons eu régulièrement (environ toutes les deux semaines) les conduites progressivement à affiner leur questionnement sur la manipulation et à passer de *"comment faire manipuler les enfants pour améliorer les apprentissages mathématiques?" à "La manipulation peut être un bon outil, mais parfois aussi un obstacle aux apprentissages mathématiques. Quelle place donner aux manipulations pour qu'elles favorisent les apprentissages?".* Elles ont confronté les séquences mises en place en Grande Section de Maternelle aux travaux d'ERMEL et de R.Brissiaud en s'interrogeant sur la place et le rôle des manipulations. Cela a fait évoluer le regard porté sur les pratiques observées en début d'année: parties de la reproduction d'une pratique, elles sont parvenues à la réflexion et à la construction de leur pratique!

Dans ces trois exemples, le mémoire professionnel a été l'occasion de découvrir, d'une part des textes et des auteurs dont la réflexion éclaire une pratique, d'autre part l'importance des échanges avec d'autres professionnels de l'éducation.

Il faut espérer que cela sera l'amorce d'une démarche professionnelle qui se prolongera au cours de la carrière de ces deux P.E .

Peut-être faudrait-il aussi envisager des dispositifs de formation continue au cours des cinq premières années d'exercices dont l'objectif serait, comme pour le mémoire, l'acquisition de ces ***deux gestes professionnels fondamentaux pour un enseignant : s'informer et se former...***

ANNEXE 2

UN TEMOIGNAGE DE PRATIQUE : COMMENT AIDER UN STAGIAIRE A PASSER D'UNE PREOCCUPATION A UN OBJET D'ETUDE PROFESSIONNEL

Point de départ : Le stagiaire a exprimé un intérêt pour l'erreur en mathématiques. Il indique qu'il a fait ce choix après le premier stage de Pratique Accompagnée et il ne dispose d'aucun matériau après les deux stages de Pratique Accompagnée .

COMPTE – RENDU DU PREMIER ENTRETIEN :

Il s'est déroulé en quatre temps :

1) *Aide à l'identification et à l'explicitation des raisons qui poussent le stagiaire à s'intéresser à ce sujet* :

- Un désappointement devant la production d'une erreur par un élève ; un sentiment de quelque chose de « raté » ; un malaise quand il n'obtient pas de l'élève la réponse qu'il attend.
- Une difficulté pour donner une signification à une erreur (selon le moment de l'apprentissage où elle survient).
- Un sentiment d'impuissance devant une erreur : ne pas savoir quoi faire, comment réagir.
- Un écho d'un vécu douloureux quand il était élève.
- La difficulté à communiquer une erreur à un élève : comment signaler une erreur à l'écrit ? faut-il barrer ? souligner ?, écrire que c'est faux ?
- Une interrogation culturelle, qui contraste avec son vécu : « on m'a dit que l'erreur est un moyen d'apprendre mais comment faire ? ».

2) *Discussion autour de la signification d'une production d'erreurs pendant l'apprentissage* Cela a permis au stagiaire de convoquer ses expériences et ses représentations et au directeur de mémoire d'aborder quelques repères théoriques (temps d'apprentissage, obstacle, conception…), en tenant compte du niveau de connaissances du stagiaire.

Cela débouche sur le conseil de premières lectures :

- Le texte de R.Charnay sur l'erreur.
- Le livre de J.P. Astolfi : « l'erreur, un outil pour enseigner ». (Editions E.S.F).

3) *Inventaire de « questions professionnelles » concernant l'erreur* :

Le formateur incite le stagiaire à passer en revue le maximum de questions relatives à l'erreur, en rapport avec des pratiques d'enseignement :

- Comment exploiter des productions d'élèves après un travail de recherche au niveau de la classe ?
- Quels moyens pédagogiques peut-on mettre en œuvre pour aider les élèves à rectifier des connaissances mal faites ?
- Comment réagir en présence d'erreurs à l'écrit ? Quel travail de correction peut-on proposer aux élèves ?
- Peut-on écrire des solutions fausses au tableau ? Si oui, à quelle condition ?
- Quels dispositifs peut-on utiliser pour travailler à partir d'erreurs ?
- Peut-on demander à un élève de corriger lui-même ses erreurs ?

- Comment travailler de manière différenciée sur des erreurs ?

4) Définition d'un projet d'action :

En CE1, sur la multiplication d'un entier par un entier à un chiffre, le stagiaire recueillera des productions et repérera les erreurs produites.

Il expérimentera ensuite divers moyens de traiter ces erreurs : analyse collective de productions, groupes de besoin, tutorat.

Le stagiaire reçoit comme commande de produire un écrit présentant le compte-rendu de ses expériences.

ANNEXE 3

LISTE DE CHAMPS D'ETUDE DANS LESQUELS PEUVENT S'INSCRIRE DES SUJETS DE MEMOIRE.

1) MATHEMATIQUES ET PROBLEMES :
- Autour des concepts de « situation » et de « problème ».
- Manipulation ou action dans les activités mathématiques.
- L'abstrait et le concret dans les mathématiques.
- Le défi en mathématiques : problèmes de rallye, de concours, de jeux.

2)MATHEMATIQUES ET LANGAGE :
- L'écrit public en mathématiques : l'affichage mural, l'affichage de productions au tableau.
- Place et rôle des écrits en mathématiques.
- La trace écrite en mathématiques.
- La lecture des énoncés de problèmes.
- Résolution de problèmes et utilisation de schémas.
- Le vocabulaire de la géométrie.
- L'expression orale en mathématiques.
- Place et rôle des formulations d'élèves.
- Mathématiques et acquisition du langage.

3)MATHEMATIQUES ET PREUVE :
- Mathématiques et argumentation.
- La validation d'un résultat en mathématiques.
- Le débat de preuve en mathématiques.

4)MATHEMATIQUE ET JEUX :
- Apprentissages mathématiques et jeux en cycle 2-3.
- Les jeux mathématiques en maternelle.
- Les élèves en difficulté et les jeux mathématiques.
- Le jeu et l'apprentissage du nombre.

5)MATHEMATIQUES ET ERREURS :
- L'exploitation des erreurs pour l'apprentissage.
- La gestion des situations de recherche.
- La prise en compte et l'exploitation des réponses des élèves.
- La correction des erreurs.

Note : Ce document, rédigé par Y.Girmens, à l'intention des stagiaires PE2, dont il a la charge, est inspiré d'un texte intitulé « mémoires et dossiers professionnels de mathématique », de la brochure « Documents pour la formation des PE, tome 3, COLMAR 1993 ».

Prénom Nom	Académie	Prénom Nom	Académie
Élisabeth ALOZY	LIMOGES	Catherine HOUDEMENT	ROUEN
Michelle AMIOT	CLERMONT-FD	Marie-Louise HUET	NANTES
Monique ARCHER	LYON	Jean-Louis IMBERT	TOULOUSE
Danièle ARHEL	VERSAILLES	Michel JAFFROT	NANTES
Jean-Claude AUBERTIN	BESANÇON	Paule KOBER	NICE
Catherine AURAND	VERSAILLES	Alain KUZNIAK	ROUEN
Christian BARTH	GRENOBLE	Martine LARDEY	LILLE
Thierry BAUTIER	RENNES	Isabelle LAURENÇOT	NANCY-METZ
Anne BERTOTTO	VERSAILLES	Sylvie LAUREYS	MONTPELLIER
Isabelle BEULQUE	LILLE	Pol LE GALL	NANCY-METZ
Myriam BOHN	ROUEN	Gabriel LE POCHE	RENNES
Jeanne BOLON	VERSAILLES	Jean-Claude LEBRETON	ORLÉANS-TOURS
Jacques BOROWCZYK	ORLÉANS-TOURS	Christian LEDUC	LILLE
Renée BOSC	PARIS	Michèle LEJEUNE	CRÉTEIL
François BOULE	C. NAT. SURESNES	Marc L'ÉPLATTENIER	ROUEN
Françoise BOURHISLAINÉ	VERSAILLES	Pascale LEVAILLANT	VERSAILLES
Françoise BOUVARD	GRENOBLE	Henri MAINIE	CRÉTEIL
Jean-Luc BRÉGEON	CLERMONT-FD	Annie MALLEN-DONTENWILL	BESANÇON
Joël BRIAND	BORDEAUX	Pascale MASSELOT	CRÉTEIL
Rémy BRISSIAUD	VERSAILLES	Annick MASSOT	NANTES
Alain BRONNER	MONTPELLIER	Christian MASSOT	NANTES
Maïthé BRUSTET	NANCY-METZ	Claude MAURIN	AIX-MARSEILLE
Denis BUTLEN	CRÉTEIL	Madeleine MICHARD	LIMOGES
Bruno CANIVENC	AIX-MARSEILLE	Florence MICHON	GRENOBLE
Michel CARRAL	TOULOUSE	Jean-Luc MILLET	LIMOGES
Sophie CASSAN	CRÉTEIL	Alexandre MOPONDI	LILLE
Robert CATHALIFAUD	LIMOGES	Brigitte MORIZOT-DELBREIL	ROUEN
Philippe CHAUSSECOURTE	CRÉTEIL	Patrick MOTILLON	POITIERS
Jean-Louis CHEVALIER	AIX-MARSEILLE	Bernadette NGONO	ROUEN
Jean-Marc CLÉRIN	AIX-MARSEILLE	Jean-Louis NONY	LIMOGES
Catherine COLONNA d'ISTRIA	CLERMONT-FD	Catherine PAQUIN	NANCY-METZ
Sylvie COPPÉ	LYON	Jean-Claude PEDROLETTI	BESANÇON
Chantal DAVAINE	LILLE	Marie-Lise PELTIER	ROUEN
Annie DEFAYE	LIMOGES	Gérard PERROT	RENNES
Agnès DELAGE	LIMOGES	Marie-José PESTEL	LIMOGES
Henri-Patrice DELÈGUE	LILLE	Monique PEZARD	CRÉTEIL
Pierre DELHAYE	AMIENS	Bernard PHILIPPE	RENNES
Michèle DEPREZ	PARIS	René PUYAUBERT	POITIERS
Alain DESCAVES	BORDEAUX	Myriam QUATRINI	AIX-MARSEILLE
Annie DUBUT	ROUEN	Noëlle QUINQUIS	RENNES
Viviane DURAND-GUERRIER	LYON	Geneviève RANC	VERSAILLES
Geneviève DUTILLIEUX	CAEN	Jean-François RICHARD	PARIS 8
Jacqueline EURIAT	NANCY-METZ	Claude RIMBAULT	PLOUFRAGAN
Yvonne EXCOFFON	REIMS	Ghislaine ROBERT	AMIENS
Pierre EYSSERIC	AIX-MARSEILLE	Jean-Yves ROCHEX	
Bertrand FAURE	VERSAILLES	Janine ROGALSKI	PARIS 8
Jean-François FAVRAT	MONTPELLIER	Olivier RONDREUX	AMIENS
Jean-Claude FÉNICE	REIMS	Jean-Marie ROUGIER	LIMOGES
Muriel FÉNICHEL	CRÉTEIL	Brigitte ROUSSEL	CRÉTEIL
Ariane FERMAUD	AIX-MARSEILLE	Jean ROUSSEL	LILLE
Chantal FOUREST	LIMOGES	Jean-Luc ROUSSET	LIMOGES
Marianne FRÉMIN	VERSAILLES	Marie-Hélène SALIN	BORDEAUX
Marie-Pierre GALISSON	VERSAILLES	Nathalie SAYAC	CRÉTEIL
Danièle GAUDY	LIMOGES	Jean-Guy SOUMY	LIMOGES
Yves GIRMENS	MONTPELLIER	Catherine TAVEAU	CRÉTEIL
Philippe GOUDIN	CAEN	Odile TEITEN	LILLE
Annick GOUSSARD	POITIERS	Jean TOROMANOFF	ORLÉANS-TOURS
Éric GREFF	VERSAILLES	Pierre TOURNIER	CRÉTEIL
Denise GRESLARD	BORDEAUX	Danielle VERGNES	VERSAILLES
Martine GRIMAUD	LIMOGES	Brigitte VERSEILLE	VERSAILLES
Brigitte GRUGEON-ALLYS	AMIENS	Suzy VINANT	BORDEAUX
Josiane HÉLAYEL	VERSAILLES	Jean VINCENT	REIMS
Hélène HILI	ROUEN	Christian WILLHELM	RENNES

TITRE Actes du XXVIème colloque inter-IREM des professeurs et formateurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres

AUTEURS Travail collectif coordonné par la COPIRELEM

RÉSUMÉ Cette brochure contient les textes des conférences et des communications, les comptes-rendus des ateliers du colloque qui s'est déroulé à Chéops, Limoges, les 3, 4 et 5 mai 1999.

PUBLIC CONCERNÉ Professeurs de mathématiques et formateurs chargés de cette discipline pour l'école élémentaire et le collège

Éditeur :
IREM de Limoges
123, rue Albert Thomas
87060 LIMOGES CÉDEX

Date : Mai 2000

Format	Nbre de pages	numéro ISBN
21x29,7 cm	339	2-910165-12-4