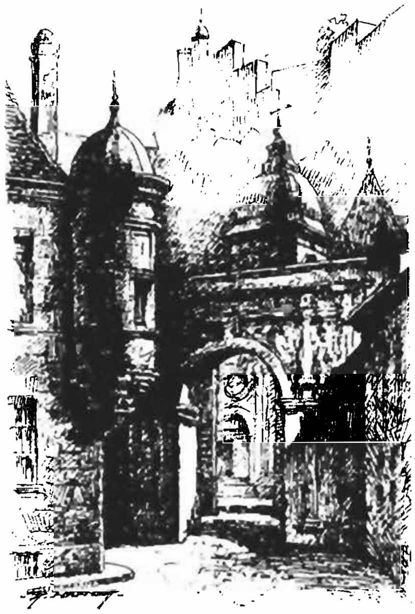
C O P I R E L E M

(Commission permanente des I.R.E.M. pour l'enseignement élémentaire)



La Porte Noire - Besançon

DOCUMENTS POUR LA FORMATION DES PROFESSEURS D'ÉCOLE

EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Tome VI

Ouvrage collectif, à l'initiative de la **COPIRELEM**
issu du stage de Besançon, 24-28 mars 1997
(Stage de formation FHDH01CE de la Direction des Écoles,
soutenu par l'IREM et l'IUFM de Franche-Comté)

Mise en page : J.-C. Aubertin et C. Tissier, site de Besançon-Montjoux de l'IUFM de Franche-Comté
Imprimé par l'IREM de Paris 7 - mars 1998

Vous pouvez vous procurer les brochures issues des précédents stages organisés par la COPIRELEM :

- ***Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques***
  - ***Tome 1 : stage de Cahors - 1991*** (*56* F + frais de port : 11,50 F)
  - ***Tome 2 : stage de Pau - 1992*** (*55* F + frais de port : 16 F)
  - ***Tome 3 : stage de Colmar - 1993*** (*45 F*+ frais de port : 11,50 F)
  - ***Tome 4 : stage d'Angers - 1994*** (*67 F* + frais de port : 16 F)
  - ***Tome 5 : stage de Rennes - 1996*** (*68 F* + frais de port : 16 F)

  auprès de l'IREM de Paris 7 ;

  (le tome 2 est aussi disponible auprès de l'IREM de Bordeaux) ;

- Ainsi que les **actes des derniers Colloques** des professeurs et formateurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres, par exemple :
  - actes du colloque de **Saint-Étienne - 1997** - auprès de l'IREM de Paris 7
  - actes du colloque de **Montpellier - 1996** - auprès de l'IREM de Montpellier
  - actes du colloque de **Douai - 1995** - auprès de l'IREM de Lille.

La **COPIRELEM** participe aussi à la publication des annales des concours de recrutement des professeurs des écoles, en liaison avec les IREM de Bordeaux et Paris 7.
Vous pouvez vous procurer :

- **Annales du concours CRPE 97**
  (110 F + frais de port : 20 F) auprès de l'IREM de Paris 7.
- **"Thèmes mathématiques pour le recrutement des PE"**
  choix de sujets issus des concours externes 92, 93, 94
  (110 F, port compris)
- **Annales des concours CRPE 92, 93, 94, 95 et 96**

  auprès de l'IREM de Bordeaux.

et

- **Annales du second concours interne de recrutement de PE 92 à 96**
  (61 F + frais de port : 16 F)

  auprès de l'IREM de Paris 7.

IREM de Bordeaux
40, rue Lamartine
33400 TALENCE
☎ 05 56 84 89 76
🖳 05 56 84 89 72

IREM de Paris 7
Case 7018 - 2, place Jussieu
75251 PARIS Cedex 05
☎ 01 44 27 53 83 / 84
🖳 01 44 27 56 08

SOMMAIRE

REMERCIEMENTS

Nous remercions

l'IUFM de Franche-Comté pour son accueil efficace et la gentillesse de ses personnels, et

l'IREM de Besançon pour son soutien permanent et pour l'agréable et remarquable pot d'ouverture.

INTRODUCTION

La réflexion initialisée par la **COPIRELEM** au stage de **Rennes** (mars 1996, stage FHDH61CE financé par la Direction des Écoles) sur l'enseignement de mathématiques à des élèves en difficulté s'est poursuivie au stage de **Besançon** (mars 1997, stage FHDH01CE financé par la Direction des Écoles). Les travaux issus de ces deux semaines de stages sont consignés dans deux publications : **le tome V (Rennes)** et **le tome VI (Besançon)** de la collection :

Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques.

Ces tomes sont disponibles à l'IREM de Paris 7.

Ce tome VI est organisé en ***deux parties*** :

La première partie est constituée des comptes-rendus des **travaux des ateliers** sur les thèmes suivants :

- ***Résolution de problèmes dans les manuels et dans la formation des professeurs d'école.***
- ***Résolution de problèmes et enfants scolairement fragiles.***
- ***Problèmes en géométrie.***
- ***Jeux et enfants en difficulté.***
- ***Points de vue sur les études dirigées.***
- ***Gestion de l'hétérogénéité.***

et de contributions à la **table ronde** sur « ***Formation et élèves en difficulté en maths*** ».

La seconde partie concerne la formation (continue jusqu'en 1997) des maîtres dans les centres de préparation au **CAPSAIS (Certificat d'Aptitude aux Actions Pédagogiques Spécialisées d'Adaptation et d'Intégration Scolaires).**

COPIRELEM

Lieu des réunions : IREM de Paris 7
Adresse postale : 2, place Jussieu
case 7018 - 75251 PARIS Cedex 05
☎ 01 44 27 53 83 / 84
🖳 01 44 27 56 08

Responsables : Joël Briand & Catherine Houdement
Adresse postale : IREM d'Aquitaine
40, rue Lamartine 33400 Talence
☎ 05 56 84 89 76
🖳 05 56 84 89 72
Adresses électroniques : briand@cribx1.u-bordeaux.fr
Catherine.Houdement@univ-rouen.fr

THÈME 1

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DANS LES MANUELS ET DANS LA FORMATION DES PROFESSEURS D'ÉCOLE

Cet atelier avait un triple objectif :

- la poursuite du travail amorcé au stage de Rennes autour de l'aide à l'apprentissage à la résolution de problèmes dans le cadre de l'enseignement à des élèves en difficulté,
- l'analyse de situations pour les élèves de l'école élémentaire,
- des exemples d'activités sur le thème de la résolution de problèmes proposées en formation initiale et continue de professeurs des écoles.

Les contributions qui suivent sont organisées de la façon suivante :
On trouvera en **introduction** un point de vue sur la résolution de problèmes et un traitement de cette question en formation de PE2.

Dans un **premier chapitre**, nous proposons des **grilles d'analyse** des chapitres consacrées à la résolution de problèmes dans les manuels scolaires, l'analyse de 4 manuels de CE2 sur ce thème ainsi qu'un compte-rendu d'expérimentation dans une classe de CE2.

Le **deuxième chapitre** est centré sur la **formation des professeurs d'école**. Plusieurs situations de formation sont exposées.

L'atelier s'est déroulé sur trois plages de deux heures.

Participants :

BONNET Nicole	BRONNER Alain	BUTLEN Denis
DEFAYE Annie	JOLLIVET Marie-Claire	LACHAUSSÉE Danielle
LE POCHE Gaby	MASSELOT Pascale	PELTIER Marie-Lise
PEYRET Nicole	ZEAU Ghislaine.	

Titre	À propos de la résolution de problèmes
Auteur	Marie-Lise PELTIER, IUFM et IREM de Rouen
Date	Mars 97
Thème	Résolution de problèmes
Résumé	Je propose des pistes de réflexion sur les diverses interprétations de l'expression "résolution de problèmes", et j'expose mes choix en formation de PE2.
Mots clefs	Problème, méthodologie, situation de recherche, situation d'apprentissage, enseignement / apprentissage.

À PROPOS DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

QUELQUES PISTES DE RÉFLEXION SUR DIVERSES INTERPRÉTATIONS DE L'EXPRESSION "RÉSOLUTION DE PROBLÈMES"

L'expression "résolution de problèmes" me paraît très polysémique, de plus en plus polysémique.
Tout en restant dans son habitat d'origine les mathématiques et les sciences en général, elle s'est répandue dans pratiquement toutes les disciplines, et semble même se constituer en notion de pédagogie générale.

Dans ce domaine de la pédagogie, il s'agit alors d'une expression générique qualifiant un dispositif d'apprentissage contribuant à caractériser un modèle pédagogique parmi d'autres. Suivant les approches ou les courants, on trouve les situations problèmes comme alternative à d'autres modèles d'apprentissage normatifs ou incitatifs chez les uns, transmissifs ou investigatifs chez d'autres[1]. Dans cette dernière acception, la résolution de problème est une notion transversale, peu liée au champ disciplinaire dans lequel elle va prendre sa place.
Elle caractérise alors parfois l'activité de l'élève mis en situation soit de se poser des questions, soit de chercher des réponses, parfois le travail du maître qui doit construire ces situations, parfois le piège dans lequel le maître place l'élève pour le contraindre à apprendre.

Si maintenant nous regardons la notion de "résolution de problème" à l'intérieur du champ des mathématiques, nous trouvons à nouveau des points de vue très divers.

- Pour certains, résoudre des problèmes caractérise par essence même l'activité mathématique. En ce sens, proposer aux élèves de résoudre des problèmes, c'est un peu les mettre dans une posture voisine de celle d'un chercheur en mathématiques. On sait qu'il existe des différences notoires entre les problèmes que se posent et que cherchent à résoudre les mathématiciens, et les problèmes que le maître incite les élèves à se poser et à résoudre. Cependant, il semble raisonnable de proposer un apprentissage des mathématiques en permettant aux élèves de s'approcher progressivement de l'activité mathématique elle-même.

- D'autres mettent davantage l'accent sur l'activité de recherche elle-même. Le maître donne des problèmes aux élèves de manière à développer leur aptitude à raisonner, à émettre des hypothèses, à avoir des idées, à innover. Dans cette acception, c'est l'aspect heuristique qui est privilégié. Certains maîtres proposent alors des synthèses sur différentes manières de chercher,

[1] cf. Pensée pédagogique et modèles philosophiques : le cas de la situation problème M. Fabre dans RFP n° 120 (1997)

sur différents modes de raisonnement : déduction, analogie, généralisation, estimation et approximation par essais successifs etc. Pour illustrer ce point de vue, nous pouvons signaler de nombreux "jeux mathématiques" comme les tours de Hanoi, les carrés de Mac-Mahon, etc.

- Pour d'autres, parmi lesquels on trouve de nombreux maîtres de l'école élémentaire, l'activité de résolution de problèmes revêt plutôt un aspect méthodologique. On retrouve ici en quelque sorte un point de vue "transversal", à développer dans les différentes disciplines. Or, comme dans l'esprit de nombreux maîtres, "mathématiques" est synonyme de logique et de rigueur, c'est dans le temps consacré aux mathématiques que ces maîtres proposent des activités visant cet apprentissage méthodologique. On trouve alors un travail systématique sur la lecture et le recueil d'informations, la recherche de questions possibles, le tri des informations pertinentes pour la question posée, la recherche d'informations manquantes, l'organisation des informations sous forme de tableaux, de schémas, de graphiques, le traitement de ces informations (il s'agit généralement des traitements faisant intervenir la comparaison, l'ordre, les calculs, éventuellement les tracés), enfin la rédaction et la présentation des réponses (il est souvent difficile ici de parler de solutions, car il s'agit plutôt de réponses à des questions que de solution à un problème).

Les supports choisis pour développer ces compétences (dites transversales dans les textes officiels) sont souvent choisis dans l'environnement plus ou moins bien ciblé des élèves. Plusieurs choix peuvent être faits :

- Certains maîtres, par le choix des documents supports, insistent sur un des aspects des mathématiques et le développent : les mathématiques sont des outils pour d'autres domaines scientifiques (biologie, géographie, histoire, ...).
- D'autres insistent davantage sur les mathématiques au service de la vie quotidienne, dans le but de préparer l'élève à ce qu'il peut rencontrer à l'extérieur de l'école (achats , dépenses, horaires, cartes et plans).
- Certains maîtres développent ce dernier point de vue en y intégrant en plus un double objectif : éduquer l'élève en tant que futur citoyen (élections, environnement, graphiques économiques), et en tant que futur consommateur (comparaison de publicités, d'abonnements, etc.)

- D'un point de vue didactique, le problème est central dans le processus enseignement / apprentissage, puisqu'il va permettre aux élèves de construire des connaissances.

Pour assurer cette fonction les problèmes doivent respecter une sorte de cahier des charges important :

- Ils doivent mettre effectivement en jeu la notion dont l'apprentissage est visé.
- Ils doivent permettre à l'élève à la fois d'engager des connaissances anciennes, de les tester, de les éprouver dans le problème, et de les adapter, de les compléter ou de les rejeter si elles ne conviennent pas.
- Ils doivent également conduire l'élève à envisager en partie les nouvelles connaissances que ce problème met en jeu et qui sont justement celles visées par l'apprentissage.

Cet aperçu rapide montre qu'il peut y avoir parfois des divergences importantes sur les attentes des stagiaires en formation initiale ou continue, et parfois même des incompréhensions, si le formateur n'a pas pris soin de mettre au clair, pour lui-même, le point de vue qu'il va adopter pour travailler sur le thème "résolution de problèmes" et de le présenter aux stagiaires.

MES CHOIX EN FORMATION DE PROFESSEURS D'ÉCOLE

Je ne souhaite pas faire ici une étude critique de telle ou telle prise de position ou de tel ou tel point de vue, tout d'abord parce que plusieurs me paraissent complémentaires, et d'autre part parce que cela aurait nécessité une étude plus approfondie, et un débat au sein de notre groupe de travail à Besançon. Mais il me semble important de dire qu'actuellement lorsque je propose aux stagiaires de réfléchir à cette question de la "résolution de problème", j'entends les faire réfléchir du point de vue de la didactique des mathématiques, en mettant l'accent sur le rôle de la résolution de problème dans le processus enseignement/apprentissage de notions mathématiques.

Les aspects méthodologiques, qu'ils concernent un apprentissage aux différents modes de recherches ou à la lecture et au traitement de l'information, me semblent bien évidemment nécessaires, mais ne devraient pas être confondus, d'après moi, avec l'activité de résolution de problème en tant que processus pour construire des connaissances. Cette confusion est pour de nombreux maîtres source de dérives dont la plus fréquente consiste à placer dans l'emploi du temps de la classe une séance intitulée "résolution de problèmes" au cours de laquelle les enfants font des apprentissages de nature méthodologique, totalement déconnectés des mathématiques ou du moins ne mettant pas en jeu des connaissances mathématiques dont l'apprentissage est visé dans ce niveau de classe tout en proposant aux autres séances de mathématiques un enseignement, souvent de type ostensif, où l'élève a seulement à écouter puis à imiter par des exercices d'application ce que le maître a montré.
Pour développer des compétences méthodologiques chez les élèves de l'école dans le cadre de l'enseignement des mathématiques, il me semble nécessaire *de proposer des énoncés qui mettent* réellement en jeu un savoir mathématique, en cohérence avec les notions dont l'apprentissage est visé. Ce travail méthodologique ne me semble pas devoir faire nécessairement l'objet d'une séance spécifique hebdomadaire, il devrait être proposé de manière habituelle, dans le cadre des séances ordinaires de mathématiques, et devrait faire l'objet de synthèses méthodologiques de temps à autre.

Dans deux contributions qui suivent, je présente des séances de formation en PE2 ayant pour but de conduire les stagiaires à réfléchir à ce qu'est l'activité mathématique, à ce que j'entends par l'expression devenue slogan "apprentissage par la résolution de problème", aux dérives éventuelles, en articulant ce travail avec l'étude de certains thèmes mathématiques.

Je souhaite faire émerger certaines conditions que doit remplir un problème pour permettre une réelle activité mathématique chez les élèves en contribuant à l'apprentissage d'une notion mathématique bien définie. Pour cela, dans le domaine numérique, je choisis l'étude de la division euclidienne. C'est un thème que les étudiants connaissent généralement assez bien (ce qui me permet de ne pas consacrer trop de temps aux compléments d'informations mathématiques), et qui a l'avantage d'avoir été bien étudié d'un point de vue didactique.
Je choisis ensuite un thème géométrique (la symétrie axiale) car de nombreux stagiaires pensent qu'il est impossible de proposer des problèmes de géométrie à l'école élémentaire. Le problème proposé vérifie les caractéristiques dégagées pour les problèmes numériques. Le choix de la symétrie axiale est argumenté par le fait que cette transformation figure dans les programmes des cycles 2 et 3 et que bien souvent dans les classes, des activités très voisines sont proposées aux enfants de la grande section au CM, sans qu'il y ait de réflexion sur ce que pourrait être une progression sur un thème "longitudinal". De plus il me semble possible de faire prendre conscience aux stagiaires au cours de cette séance, que certaines propriétés de la symétrie axiale peuvent être utilisées implicitement par les élèves dans des tâches de reproduction par pliage (ayant ainsi un statut de connaissances - outils), et peuvent être explicitées et devenir objets de savoir, au cours de la synthèse. Enfin, ce travail me permet de faire un point sur les différents rôles des manipulations suivant les cycles de l'école primaire.

Les séances se réfèrent à une stratégie de type transposition[2]. Elles comportent une courte phase de mise en situation des stagiaires sur le(s) problème(s) et une synthèse composée d'une analyse didactique de la situation et d'un apport d'informations ou d'une organisation des connaissances des stagiaires sur la notion mathématique en jeu dans le problème.
Dans cette synthèse, je mets en avant le savoir visé par le problème et l'activité mathématique de l'élève. Il me paraît en effet primordial, pour éviter les dérives que j'ai mentionnées, de développer auprès des stagiaires le point de vue suivant lequel : "on résout des problèmes en mathématiques pour faire des mathématiques, mais aussi pour apprendre des mathématiques".

Au cours du module, j'articule l'étude d'autres thèmes mathématiques avec d'autres aspects professionnels du métier de professeur d'école.
Puis je consacre un temps court, à la fin du module, à une présentation rapide de l'évolution de la place et du rôle accordés aux problèmes dans les programmes officiels de mathématiques des différentes époques.

---

[2] Terme introduit par A. Kuzniak dans sa thèse de doctorat de l'Université de Paris 7 (1995).

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES AU CE2

GRILLE N° 1 D'ANALYSE DE MANUELS SCOLAIRES, DESTINÉE PLUS PARTICULIÈREMENT À ÊTRE UTILISÉE PAR UN FORMATEUR

GRILLE N° 2 PLUS SYNTHÉTIQUE UTILISABLE DIRECTEMENT EN FORMATION

UTILISATION DE CES GRILLES SUR :
« LE NOUVEL OBJECTIF CALCUL » CE2
« MATH EN FLÈCHE » CE2
« J'APPRENDS LES MATHS » CE2
« OPTIMATH » CE2

PROBLÈMES À LA CARTE EN CE2

Titre	Grilles d'analyse de manuels de mathématiques centrée sur l'étude des chapitres consacrés spécifiquement à la résolution de problèmes
Auteur	Denis BUTLEN, IUFM de Créteil et IREM de Paris 7
Date	Mars 97
Thème	Méthodologie de résolution de problèmes
Résumé	Nous présentons deux grilles différentes. La première très analytique est plutôt un outil destiné aux PIUFM, la seconde plus synthétique peut être un outil pour la formation initiale des PE.
Mots clefs	Problème, méthodologie, didactique, métacognition

GRILLES D'ANALYSE DE MANUELS DE MATHÉMATIQUES

Après discussion dans le groupe, il nous semble important de prévoir deux grilles : une grille plus complète (grille n°1) permettant une analyse précise de manuels et une grille plus synthétique (grille n°2) pouvant être utilisée avec des étudiants sur un temps plus court correspondant davantage à des séances de formation initiale ou continue. Ces deux grilles ont pour but de cerner la manière dont différents manuels prennent en charge les activités spécifiques d'apprentissage méthodologique à la résolution de problèmes.

Dans les contributions qui suivent, les auteurs étudient des manuels CE2 et utilisent la première grille (article sur "Le nouvel objectif calcul", collection Hatier, sur "Maths en flèche", collection Diagonale - Nathan et sur "Optimath", collection Hachette) ou la seconde grille (étude de "J'apprends les maths", collection Retz).

GRILLE N°1 D'ANALYSE DE MANUELS DE MATHÉMATIQUES : CHAPITRES CONSACRÉS SPÉCIFIQUEMENT À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Le but de cette étude est de répondre à plusieurs questions :

- l'étude méthodologique faite à propos de la résolution de problèmes s'inscrit-elle dans une approche méthodologique plus globale (mathématique, transdisciplinaire) ?

- cet enseignement s'inscrit-il dans une logique d'apprentissage des mathématiques par résolution de problèmes ou est-il simplement rajouté ?

- dans quelle mesure ces leçons font-elles partie d'un enseignement de mathématiques ? Visent-elles des objectifs plus globaux (éducation du citoyen, apprentissage de la lecture, apprentissage du raisonnement, structuration de connaissances pluridisciplinaires, apprentissage du métier d'élève, apprentissage « caché » d'éléments d'autres disciplines, lutte contre l'obsolescence de certains apprentissage « peu nobles »)
- devraient-elles s'inscrire dans un autre enseignement ?
- dans quelles mesures ces leçons sont-elles bénéfiques, inutiles, dangereuses ?

1) MANUEL

nom de la collection :

niveau :

auteur(s) :

édition :

année :

2) PLACE CONSACRÉE À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

a) nombre total de leçons (ou termes équivalents) du manuel :

b) nombre de leçons (et pourcentage) spécifiquement consacrées à la résolution de problèmes :

c) nombre de leçons thématiques comportant la résolution de problèmes qui introduisent une notion complètement ou en partie nouvelle, et liste de ces thèmes :

d) nombre de leçons à caractère méthodologique portant sur un autre thème et liste des thèmes abordés (explicitement, implicitement) :

3) ANALYSE DES LEÇONS SPÉCIFIQUEMENT CONSACRÉES À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Thèmes méthodologiques abordés (nombre et pourcentage d'exercices)

Recueil et traitement de l'information (précédant la résolution proprement dite)

- recueillir et trier des informations :
- organiser les informations pour pouvoir les traiter :
- traiter des informations
  - réponse par simple lecture de l'information :

- mise en relation de deux ou plusieurs données :
- traitement numérique des données (impliquant une opération standard, distincte d'un simple dénombrement) :
- par identification du contexte :

- étude de différentes présentations des informations :

Traitement des supports particuliers : lire, compléter ou utiliser

- des graphiques
  - graphique fonctionnel :
  - frise historique :
  - …
- des plans, cartes :
- des schémas :
- des énoncés
  - énoncés standards :
  - énoncés non standards (textes) :
- des tableaux de données « mathématiques » :
- des tableaux de données :
  - tableau de nombres :
  - tableau de données organisées selon des normes sociales plus ou moins reconnues :
  - arbre généalogique :
  - horaires de chemins de fer :
  - programmes de télévision :
  - …
- dessin
- …

Traitement des questions

- réfléchir à la vraisemblance des énoncés
- résolution complète d'un problème
- analyse des questions
- anticiper la solution

Résolution du problème (mise en relation des données, traitement opératoire …)

- identifier le bon outil de résolution
- valider les solutions

Rédaction et communication de la solution

- rédiger une solution
- communiquer démarches et résultats

Construction de problèmes

- construire des énoncés
- …

Notions mathématiques abordées

- opérations numériques
- proportionnalité
- fonctions numériques
- géométrie
- décimaux
- mesure
- …

Thèmes, notions ou savoir-faire non mathématiques abordés

Dans chaque cas, précisez la notion abordée

- géographie
- histoire
- français
- biologie
- physique
- technologie
- instruction civique, droit, morale, …
- arts plastiques
- musique
- …

Types de problèmes

- nombre de problèmes numériques
- nombre de problèmes géométriques
- nombre de problèmes « logiques »
- nombre de problèmes de repérage, mesure, …
- autres

Nombres de problèmes faisant intervenir plusieurs cadres, dans chaque cas préciser les cadres en jeu

- cadre numérique et cadre géométrique avec mesure
- cadre numérique et cadre géométrique sans mesure
- cadre numérique et cadre graphique
- cadre graphique et cadre géométrique
- …

GRILLE N°2 D'ANALYSE DE MANUELS DE MATHÉMATIQUES : CHAPITRES CONSACRÉS SPÉCIFIQUEMENT À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Le but de l'analyse est de dégager les grandes tendances de l'ouvrage relatives à la résolution de problèmes et de signaler les dérives éventuelles de cet enseignement spécifique.

1) STRATÉGIE DE L'AUTEUR

Apprentissage par situation-problème

Stratégie d'apprentissage par étapes (résolution de problème)

Approche globale et reprise systématique du même schéma d'apprentissage (résolution de problème)

2) TYPES DE PROBLÈMES

Énoncé standard

Problème décontextualisé

Problème du quotidien, vie courante ou environnement

Problème de maths appliquées

3) TRAVAIL MÉTHODOLOGIQUE

1. Type de tâche méthodologique
2. Notions mathématiques
3. Méthodologie mathématique : reconnaissance de problèmes, modèles, changement de registre mathématique , …

4) DIVERSITÉ DES SUPPORTS

5) CADRES

Numérique, géométrique, graphique, logique, mesure et repérage

Changement de cadres

6) CONCLUSION

Répondre à la question :

Dominantes et dérives possibles, en relation avec la stratégie de l'auteur.

Répondre aux questions suivantes :

- L'étude méthodologique faite à propos de la résolution de problèmes s'inscrit-elle dans une approche méthodologique plus globale (mathématique, transdisciplinaire) ?
- Cet enseignement s'inscrit-il dans une logique d'apprentissage des mathématiques par résolution de problèmes ou est-il simplement rajouté ?
- Dans quelle mesure ces leçons font-elles partie d'un enseignement de mathématiques ? Visent-elles des objectifs plus globaux (éducation du citoyen, apprentissage de la lecture, apprentissage du raisonnement, structuration de connaissances pluridisciplinaires, apprentissage du métier d'élève, apprentissage « caché » d'éléments d'autres disciplines, lutte contre l'obsolescence de certains apprentissages jugés « peu nobles »)
- Devraient-elles s'inscrire dans un autre enseignement ?
- Dans quelle mesure ces leçons sont-elles bénéfiques, inutiles, voire dangereuses ?

Titre	Un exemple d'utilisation d'une grille d'analyse de manuels de mathématiques centrée sur l'étude des chapitres consacrés spécifiquement à la résolution de problèmes
Auteur	Denis BUTLEN, IUFM de Créteil et IREM de Paris 7
Date	Octobre 1997
Thème	Méthodologie de résolution de problèmes
Résumé	À partir d'une analyse de leçons de méthodologie, essayer de cerner les qualités, les limites, voire les dangers d'un enseignement métamathématique centré sur la résolution de problème.
Mots clefs	Problème, méthodologie, métacognition, cadres, didactique, opérations, géométrie.

UTILISATION D'UNE GRILLE D'ANALYSE CENTRÉE SUR L'ÉTUDE DES CHAPITRES CONSACRÉS À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Le but de cette étude est de répondre à plusieurs questions :

- l'étude méthodologique faite à propos de la résolution de problèmes s'inscrit-elle dans une approche méthodologique plus globale (mathématique, transdisciplinaire) ?
- cet enseignement s'inscrit-il dans une logique d'apprentissage des mathématiques par résolution de problèmes ou est-il simplement rajouté ?
- dans quelle mesure ces leçons font-elles partie d'un enseignement de mathématiques ? Visent-elles des objectifs plus globaux (éducation du citoyen, apprentissage de la lecture, apprentissage du raisonnement, structuration de connaissances pluridisciplinaires, apprentissage du métier d'élève, apprentissage « caché » d'éléments d'autres disciplines, lutte contre l'obsolescence de certains apprentissages « peu nobles »)
- devraient-elles s'inscrire dans un autre enseignement ?
- dans quelles mesures ces leçons sont-elles bénéfiques, inutiles, dangereuses ?

ANALYSE DU MANUEL DE CE2 : OBJECTIF CALCUL (1995)

A) Analyse des résultats

1- Place consacrée à la résolution de problèmes dans le manuel

La proportion de leçons consacrées à des thèmes méthodologiques ou à l'utilisation spécifique de la calculatrice est de 12 sur 73, soit 16%.
10 leçons, sur les 12, sont consacrées à la résolution de problèmes, soit 14% des leçons du manuel.
Chaque leçon occupe deux pages du manuel ; mais il faut souligner que certaines leçons peuvent porter le même titre, au numéro près.
Cela correspond à l'étude de 34 problèmes (3 problèmes en moyenne par leçon) ; chaque leçon respecte le scénario général du manuel :

situation de découverte, correspondant à une situation-problème suivie de problèmes.
Notons que la leçon consacrée à la résolution de problèmes géométriques comporte un nombre plus élevé de problèmes (d'énoncés plus courts) : 7 au lieu de 2 ou 3.
Une part non négligeable du manuel est donc consacrée à un apprentissage de méthodes et plus particulièrement à la résolution de problèmes.

2- La part des mathématiques

Deux leçons ne semblent pas faire intervenir de notions réellement spécifiques des mathématiques, cela constitue 20% de « l'espace » réservé spécifiquement à la résolution de problèmes.
Les notions abordées sont par ordre de fréquence :

- les opérations arithmétiques usuelles : 13 (38% des problèmes proposés)
- les figures géométriques planes : 6 (18%)
- les représentations graphiques « canoniques » : 5 (15%)
- le raisonnement « logique », les solides ou surfaces en dimension 3, les mesures, la droite numérique des entiers naturels, chacune de ces notions intervient dans deux problèmes (6%)
- la proportionnalité, les axes de symétrie, le périmètre et l'orthogonalité : 1 (3%)

On ne constate qu'un seul problème présentant un énoncé comportant explicitement deux cadres (numérique et graphique) ; les autres ne proposent pas explicitement de tels jeux.
Les types de problèmes étudiés relèvent respectivement des domaines :

- numérique (entiers) : 10
- géométrique : 7
- logique : 2
- repérage, mesure : 1
- graphique : 2

22 problèmes sur 34 relèvent donc d'un domaine mathématique particulier (65%).
Les calculs numériques sont en général simples pour des élèves de ce niveau.
1 leçon sur 10 est consacrée à la résolution de problèmes géométriques.
Les problèmes étudiés font donc intervenir dans leur majorité des outils mathématiques, essentiellement numériques. La part de la géométrie est faible par rapport aux autres domaines mathématiques traités à ce niveau scolaire. Un tiers des problèmes ne font pas appel à des notions ou outils spécifiquement mathématiques.

3- Les disciplines non mathématiques pouvant intervenir dans les problèmes traités

La grande majorité des problèmes étudiés font appel à d'autres disciplines et à des scènes ou notions s'appuyant sur un vécu quotidien ou scolaire.
Ainsi 11 problèmes (32%) évoquent des scènes s'inscrivant dans un environnement pouvant être familier à l'élève : (spectacles, gare, carte, plan, tarifs, ...).
Les disciplines évoquées sont :

- géographie : 8 (24%)
- histoire : 4 (12%)
- biologie : 4 (12%)
- français : 3 (9%)
- technologie : 2 (6%)
- arts plastiques : 1 (3%)

Nous constatons donc que : 33 sur 34 problèmes font intervenir d'autres disciplines ou s'appuient sur l'environnement de l'élève.
Ces leçons semblent donc traiter la notion de problèmes dans d'autres disciplines que les mathématiques ou bien s'intéresser à des problèmes pluridisciplinaires.
On peut penser que les auteurs poursuivent plus ou moins implicitement deux buts : étudier certains contextes susceptibles d'intervenir dans des problèmes de mathématiques standards ou non, étudier des problèmes d'autres disciplines dont la résolution nécessite des outils mathématiques.
Il s'agit aussi sans doute de mettre en place des ponts entre divers domaines disciplinaires, voire de former un futur citoyen.

4- Les supports utilisés dans les problèmes

20 problèmes sur 34 présentent plusieurs types de supports (59%). Les buts semblent être de comparer ces différents supports d'informations, d'entraîner l'élève à traduire une information d'un registre à un autre.
Ces exercices demandent aux élèves de passer d'un support à un autre, les changements de supports les plus fréquents sont ceux qui s'appuient sur (ou aboutissent à) un tableau de données, standard ou non (11 cas, soit 32% des problèmes), les autres « passages » sont plus rares : (texte à graphique, programme de cons-

truction à figure géométrique (2), programme de construction à dessin ou schéma (1)).
Les supports étudiés sont très divers, on relève :

- 21 énoncés (62%) dont 12 (35%) énoncés standards (8 énoncés plus ou moins conformes aux normes en vigueur en mathématiques (24%), 4 programmes de construction de figures géométriques (12%))
- 14 tableaux de données (41%) dont 3 tableaux « canoniques » (tableaux à double entrée fréquentés à l'école) et 11 tableaux de données plus ou moins inspirés des présentations de données usuelles dans certaines disciplines ou dans l'environnement informationnel social actuel (32%)
- 8 (24%) graphiques dont 4 graphes conventionnels ((12%), (cartésien (3) ou droite numérique (1)))
- 6 cartes ou plans (18%)
- 4 dessins figuratifs ou bandes dessinées représentant le décor du problème et comportant des informations décrites à l'aide de l'un des supports précédents (12%)
- 1 schéma (proche d'une figure géométrique usuelle)
- 3 figures géométriques (9%).

Nous constatons donc un parti pris très net des auteurs : privilégier l'étude de différentes formes de supports informationnels plutôt qu'analyser en détail les canons en vigueur dans les mathématiques de l'école primaire.
Il reste toutefois à déterminer si ces canons existent réellement ou s'ils ne disparaissent pas au profit des autres supports.

5- Les thèmes méthodologiques abordés

Le but principal des auteurs semble être d'apprendre et d'entraîner les élèves à recueillir et trier des informations en explorant des supports divers : 28 problèmes (82%)
L'organisation des données (souvent sous forme de tableau à double entrée) est présente dans 8 problèmes (24%).
Le traitement de l'information est évidemment un souci constant des auteurs. Il prend toutefois différentes formes : simple lecture de l'énoncé (18 problèmes, 53%), mise en relation non numérique de deux ou plusieurs données (15 problèmes, 44%), traitement numérique des données à l'aide d'une opération arithmétique (14 problèmes, 41%), traitement géométrique (5 problèmes, 15%) identification ou exploration fine du contexte (7 problèmes, 21%).
Malgré les objectifs annoncés par les auteurs, la validation des propositions des élèves n'est jamais traitée explicitement ; il en est de même de l'apprentissage de l'anticipation de la solution. Ces activités sont difficiles à simuler par écrit dans un manuel et restent à la charge exclusive du maître.
Aucune rédaction type de solution n'est proposée, aucun exemple de rédaction d'élève n'est étudié.
Par contre, les divers énoncés font l'objet d'une étude concernant :

- la vraisemblance du texte ou des questions (12 problèmes, 35%)
- la production d'énoncés ou de questions (10 problèmes, 29%)
- la résolution complète partiellement guidée par une exploration de l'énoncé : 2 (6%)
- l'analyse de questions (3 problèmes, 9%).

Un réel effort méthodologique est donc engagé à cette occasion qui vise à apprendre à l'élève à lire, organiser et traiter des informations diverses en mobilisant éventuellement des outils mathématiques.
Un travail spécifique sur le contrat didactique est également amorcé.

B) Conclusion

Essayons de répondre aux questions posées en introduction.

Il semble que les séquences consacrées spécifiquement à la résolution de problèmes s'inscrivent dans un enseignement des mathématiques basé sur la résolution de problèmes. Plusieurs éléments étayent cette affirmation, en particulier : la position de principe affirmée par les auteurs dans le livre du maître, le fait que chaque « leçon » commence par une activité de « découverte » qui très souvent constitue une réelle situation-problème ...

Les résultats ci-dessus montrent que ces leçons s'inscrivent pour une part importante dans des apprentissages mathématiques mais que les auteurs semblent, peut-être implicitement, poursuivre des buts plus généraux. Ces diverses activités semblent inspirées par des présupposés épistémologiques non démontrés, voire non explicités (voir livre du maître) :

- la notion de problème dépasse le cadre des mathématiques
- les problèmes de différentes disciplines ont des caractéristiques communes (énoncés, supports informationnels, voire méthodologie de résolution)
- les problèmes mathématiques scolaires font (doivent faire ?) intervenir d'autres disciplines (géographie, histoire, géologie, ...) et l'environnement social plus ou moins caricaturé de l'élève
- les problèmes des disciplines non mathématiques font (souvent ?) intervenir des outils mathématiques
- les supports informationnels intervenant dans les problèmes classiques de l'école élémentaire doivent être enrichis.
- la résolution de problèmes est essentielle dans l'éducation de l'élève.

Il semble donc indispensable pour les auteurs de traiter spécifiquement de ces questions.
L'étude reste toutefois centrée sur la résolution de problèmes faisant intervenir des outils mathématiques. Certaines leçons ou problèmes pourraient cependant s'inscrire dans un manuel d'une autre discipline.

ANNEXE

1) MANUEL

nom de la collection : le Nouvel Objectif Calcul
niveau : CE2
auteur(s) : M.L. Peltier & all.
édition : Hatier
année : 1995

2) PLACE CONSACRÉE À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

a) Titres des leçons spécifiques à la résolution de problèmes :

1) Résolution de problèmes : recueillir des informations (1) (explorer divers documents)
2) Résolution de problèmes : recueillir des informations (2) (explorer divers documents)
3) Résolution de problèmes (1) (recueillir des informations dans divers documents, les organiser)
4) Résolution de problèmes (2) (recueillir des informations dans divers documents, les organiser)
5) Résolution de problèmes : lire des graphiques (apprendre à lire et à interpréter des graphiques variés)
6) Résolution de problèmes : lire un plan, une carte (apprendre à lire une carte, un plan et y chercher des informations)
7) Résolution de problèmes : réfléchir à la vraisemblance des énoncés (s'assurer de la vraisemblance des informations données dans des documents ou des énoncés de problèmes ainsi que de la cohérence des textes)
8) Résolution de problèmes : organiser et traiter les informations (organiser des informations et les traiter. Rédiger des énoncés de problèmes)
9) Problèmes numériques : résolution de A à Z (recueillir des informations dans des documents divers, les traiter pour résoudre des problèmes)
10) Problèmes géométriques : résolution de A à Z (suivre des programmes de construction et en rédiger)

b) Nombres d'exercices ou problèmes par leçon :

1) 3(2)
2) 2
3) 3
4) 3
5) 4
6) 2
7) 4
8) 3
9) 3
10) 7

Total des problèmes étudiés : 34

c) Nombre de leçons ne faisant pas intervenir ou fonctionner de notions spécifiquement mathématiques : 2

d) Nombre total de leçons (ou termes équivalents) du manuel :

73 leçons auxquelles il faut ajouter 5 évaluations, 5 ateliers de « remédiation » et 10 « aide-mémoire »

e) Nombre de leçons (et pourcentage) spécifiquement consacrées à la résolution de problèmes :

10 (soit respectivement : 14%, 12% ou 11% selon ce que l'on prend en compte, cf. ci-dessus)

f) Nombre de leçons thématiques comportant la résolution de problèmes introduisant une notion complètement ou en partie nouvelle, liste de ces thèmes :

Toutes les leçons portant sur un thème mathématique précis sont construites selon le schéma suivant : « découverte », exercices et problèmes. Très souvent, la situation de découverte constitue une réelle situation-problème visant l'introduction d'une notion en partie nouvelle ou le réinvestissement d'une notion vue précédemment dans un contexte un peu nouveau.

g) Nombre de leçons à caractère méthodologique portant sur un autre thème, liste des thèmes abordés (explicitement, implicitement) :

2 leçons (respectivement : 3%, 2,5% ou 2%) sur la calculatrice intitulée : la calculatrice, calculatrice : les nombres avec un point.

3) ANALYSE DES LEÇONS SPÉCIFIQUEMENT CONSACRÉES À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Thèmes méthodologiques abordés (nombre et pourcentage d'exercices)

Recueil et traitement de l'information (précédant la résolution proprement dite)

- recueillir et trier des informations : 28
- organiser les informations pour pouvoir les traiter : 8
- traiter des informations :
  - réponse par simple lecture de l'information : 18
  - mise en relation (ne relevant directement d'une opération arithmétique ou d'un traitement géométrique décrit ci-dessous) de deux ou plusieurs données : 15
  - traitement numérique des données (impliquant une opération standard distincte d'un simple dénombrement) : 14
  - traitement à l'aide d'une construction géométrique : 4
  - rédaction d'un programme de construction : 1
  - par identification du contexte : 5
  - par exploration « plus fine » du contexte : 2
- étude de différentes présentations des informations : 12

Traitement des supports particuliers : lire, compléter ou utiliser

- des graphiques :
  - graphique fonctionnel (cartésien, de Venn, ...) : 3
  - frise historique : 1
  - graphique semi-figuratif 2
  - circulaire : 1
  - droite numérique : 1
- des plans, cartes : 6
- schéma : 1
- des énoncés
  - énoncés standards (ou presque) : 8
  - programmes de construction géométrique : 4
  - énoncés non standards (textes) : 9
- des tableaux de données « mathématiques », norme scolaire (tableau à double entrée standard) : 3
- des tableaux de données :
  - tableau de données organisées selon des normes sociales plus ou moins reconnues et/ou adaptées à l'école :
  - arbre généalogique : 1
  - horaires de chemins de fer : 2
  - programmes de télévision :
  - fiche d'identité : 2
  - tarifs : 4
  - autres : 1
  - distances entre villes : 1
- dessin, bandes dessinées : 4
- figures géométriques : 3

Passage d'un support à un autre (présentation effective)

- énoncé à tableau : 3
- dessin à tableau : 3
- graphe à tableau : 1
- texte à graphique : 4
- plan à tableau : 1
- droite numérique à tableau : 1
- tableau « social » à tableau « mathématique » (double entrée) : 1
- carte à tableau : 2
- programme de construction à figure(s) géométrique (s) : 2
- programme de construction à dessin (bande dessinée) : 1
- programme de construction à schéma géométrique : 1

Traitement des questions

- réfléchir à la vraisemblance des énoncés : 12
- résolution complète d'un problème(4) : 2
- analyse des questions : 3
- anticiper la solution

Résolution du problème (mise en relation des données, traitement opératoire, ...)

- identifier le bon outil de résolution : 1
- valider les solutions

Rédaction et communication de la solution

- rédiger une solution (5)
- communiquer démarches et résultats : 1

Construction de problèmes

- construire des énoncés : 4
- réorganiser un énoncé : 2
- compléter un énoncé : 2
- inventer des questions à partir d'une source de données : 2

Notions mathématiques abordées

- raisonnement « logique » : 2
- opérations numériques : 13
- proportionnalité : 1
- fonctions numériques : 0
- figures géométriques planes : 6
- solides ou surfaces géométriques (dimension 3) : 2
- axes de symétrie : 1
- centre de symétrie : 0
- décimaux
- mesure : durée (1), longueur (2)
- représentations graphiques : 5
- connaissance de la droite numérique : des entiers naturels (2)
- périmètre : 1
- orthogonalité : 1
- parallélisme

Thèmes, notions ou savoir-faire non mathématiques abordés

Si nécessaire, précisez la notion abordée

- géographie : 8
- histoire : 4
- français : 3
- biologie : 4
- physique : 0
- technologie : 2
- instruction civique, droit, morale : 0
- arts plastiques : 1
- musique : 0
- découverte de l'environnement ou d'habitus sociaux : 0
- locations de places de spectacles : 3
- région française : 1
- hall de gare : 1
- graphiques non « mathématiques » : 1
- heure du lever : 1
- carte, plan : 1
- tarifs : 1
- nourriture du chat : 1
- tour de France : 1

Types de problèmes

- nombre de problèmes numériques : 10
- nombre de problèmes géométriques : 7
- nombre de problèmes « logiques » : 2
- nombre de problèmes de repérage, mesure : 1
- nombre de problèmes portant sur l'étude d'un graphique : 2

Problèmes faisant intervenir plusieurs cadres, dans chaque cas préciser les cadres en jeu

- cadre numérique et cadre géométrique avec mesure : 0
- cadre numérique et cadre géométrique sans mesure : 0
- cadre numérique et cadre graphique : 1
- cadre graphique et cadre géométrique : 0

Titre	Analyse de manuel centrée sur l'étude de situations consacrées à la résolution de problèmes.
Auteur	Gabriel Le Poche, IUFM et IREM de Rennes Nicole Bonnet, IUFM de Nevers et IREM de Dijon Danièle Lachaussée, IUFM de Laon
Date	Mars 1997
Thème	Méthodologie de la résolution de problèmes
Résumé	L'article analyse les situations-problèmes du livre de l'élève de la collection Diagonale CE2 à partir d'une grille élaborée par Denis Butlen.

ANALYSE DE MANUEL CENTRÉE SUR L'ÉTUDE DE SITUATIONS CONSACRÉES À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

1. LE MANUEL CHOISI

Fichier ou livre de l'élève
Collection : Diagonale Nathan 1995
Niveau : CE2 Math en Flèche
Auteurs : Brégeon, Dossat, Llombart, Myx, Vicens.

2. ORGANISATION GÉNÉRALE DE L'OUVRAGE

L'**ouvrage** est organisé autour de **cinq périodes** correspondant au découpage de l'année scolaire (une période est un intervalle entre deux temps de vacances).
Chaque période est constitué de **sept paliers**.
Les cinq premiers correspondent au travail **d'une semaine scolaire** de mathématiques ***(5 séances, c'est plus que l'horaire officiel.)***
Le **dernier palier** de chaque période est consacré **au bilan des acquis** (trois ou quatre séances) ; cette évaluation de l'élève est suivie d'une **remédiation spécifique** aux erreurs décelées ; elle a lieu sous forme d'ateliers ou de conseils de soutien. Le nombre de séances n'est pas précisé.
Il y a au total 34 paliers, car la dernière période n'en comporte que six.

À signaler, **deux paliers particuliers** : le premier de l'année, destiné à **repérer les acquis** et à adapter les activités qui suivront et le dernier, destiné à **réviser les notions essentielles** rencontrées au cours de l'année.

3. PLACE CONSACRÉE À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

* Il existe dans l'ouvrage une **rubrique spécifique** qui porte cet intitulé.
L'idée des auteurs est de **faire travailler séparément** différents paramètres **des situations problèmes** clairement identifiés et qui constituent autant de **difficultés potentielles**.
Chaque période consacre **4 séances** à ce thème, 2 au cours de la première moitié de la période et 2 au cours du sixième palier (soit un total de 23 séances sur 160 donc **15%**).
Au cours de **la dernière période** (la cinquième) et durant quatre séances, les élèves sont amenés à **réinvestir les compétences acquises** - sur le plan notionnel et méthodologique - que les auteurs disent avoir développées tout au long de cet apprentissage spécifique.

* Chaque palier, appelé palier d'apprentissage, peut viser l'étude de plusieurs notions.

Pour une notion, la progression se compose :

- de **situations-problèmes** - deux à quatre activités que les auteurs appellent sujets d'études, **qui introduisent une nouvelle notion, un nouveau savoir-faire.**
- d'exercices d'application et d'entraînement.
- d'une synthèse de ce qu'il faut retenir.

Chaque séance débute, en général, par une familiarisation numérique, activités de calcul réfléchi mental ou écrit.

Nous pouvons donc considérer que **la résolution de problèmes fait l'objet d'un travail quotidien** (ex : 42 problèmes en période 1, 28 en période 2 pour un total de 70 séances).

4. ANALYSE DES SITUATIONS-PROBLÈMES (À L'AIDE DE LA GRILLE PROPOSÉE)

a- thèmes méthodologiques abordés au cours des 20 séances spécifiques :

Les compétences recherchées à travers les activités proposées sont qualifiées de transversales.

période 1 : 6 situations-problèmes.

* compétences transversales énoncées : lire et comprendre un document, prélever des informations pertinentes pour répondre à des questions, poser des questions en rapport avec les informations données, faire des déductions à partir de données.

* séances spécifiques

faire des déductions - 2 leçons -
Apprendre à utiliser des informations négatives et à formuler des justifications.
Tâches proposées : jouer à des jeux logiques - jeu du portrait et une adaptation du mastermind- et résoudre collectivement une situation de déduction.

comprendre un document - 2 leçons
Développer des compétences en lecture (prise de sens).
Tâches proposées : prélever des informations dans des documents de différents types, faire valider ou rejeter des affirmations en faisant une lecture sélective, formuler des questions en rapport avec un texte.

En fonction des difficultés rencontrées au cours de l'évaluation de la période, les auteurs proposent des **ateliers de logique** : deux jeux - dames et mastermind traditionnels - et une résolution par jeux d'énigmes logiques.

période 2 : 6 situations-problèmes

* compétences transversales énoncées :
lire et comprendre un document, poser des questions en rapport avec des informations données, reconstituer ou créer un énoncé, rédiger et argumenter une réponse.

* séances spécifiques

trier des questions - 2 leçons -
Aider à distinguer les données des questions, à sélectionner des informations utiles à la réponse à des questions.
Tâches proposées : rechercher des informations pour répondre à des questions, créer des problèmes avec solution en associant données et questions correspondantes.

reconstituer un énoncé - 2 leçons -
Faire prendre conscience qu'un énoncé de problème a du sens et de la cohérence.
Tâches proposées : remettre en ordre, compléter, reconstituer et simplifier des énoncés.

période 3 : 9 situations-problèmes

* compétences transversales énoncées :
formuler des questions à partir d'un ensemble de données, créer un énoncé à partir de documents divers, compléter un énoncé, formuler et rédiger des résultats.

* séances spécifiques

poser des questions - 2 leçons -
- Aider à la lecture et à la compréhension des énoncés
Tâche proposée : compléter des textes par des questions respectant des contraintes de données ou de calcul.
- Aider à l'écriture des solutions.

Tâche proposée : rédiger une réponse correspondant à une solution numérique indiquée.

créer des énoncés - 2 leçons -
Aider à l'acquisition de la maîtrise de la langue.
Tâches proposées : transformer un texte informatif en énoncé de problème et rédiger un énoncé avec données et questions à partir de calculs et de la rédaction de la réponse.

On note également au cours de cette période des conseils pour des stratégies de soutien portant sur l'expression orale en mathématiques.

période 4 : 12 situations-problèmes

* compétences transversales énoncées : déterminer différentes réponses lors de la résolution d'un problème ayant plusieurs solutions, valider et justifier une réponse.

* séances spécifiques

valider et justifier -2 leçons -
Viser l'acquisition de comportements spécifiques aux mathématiciens : argumenter, justifier, valider, communiquer.
Tâches proposées : évaluer un ordre de grandeur ; rechercher la bonne solution et expliquer les erreurs ; rédiger une solution.

envisager plusieurs solutions - 2 leçons -
- Aider à l'acquisition du raisonnement inhérent à toute activité mathématique.
Tâches proposées : organiser sa recherche et produire plusieurs solutions.

Après l'évaluation de la période, les auteurs proposent un **atelier de remédiation** sous la forme d'un jeu de rapidité où deux équipes de deux joueurs s'affrontent pour trouver un maximum de solutions à une situation.

période 5 : 6 situations-problèmes

* pas de compétences transversales énoncées.

chercher - 4 leçons -
Réinvestir les compétences, acquises au cours de l'année, dans un problème complexe.
Tâches proposées : résolution à deux, calculette autorisée, présentation devant la classe.

Dernier palier *lire et interpréter des informations - 1 activité -*
Tâche proposée : proposer des réponses à justifier.
organiser des informations en tableau - 1 activité -
Tâche proposée : compléter un tableau cartésien.
déduire des informations - 1 activité -
Tâche proposée : procéder à des déductions logiques.

18 % des problèmes sont proposés dans ce cadre spécifique : c'est une part importante. Les auteurs recherchent un apprentissage de méthodes transversales (transdisciplinarité) et insistent sur deux points : des compétences en lecture et une rupture d'un aspect du contrat didactique traditionnel (un problème - une solution).

b- types de problèmes :

Sont pris en compte tous les problèmes (séances ordinaires ou spécifiques ou bilan).
Sont comptabilisés en gras les problèmes des séances spécifiques.

	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
a) standards	5	12 (2)	20	32 (8)	15 (4)
b) Vie courante	19 (2)	10 (4)	11 (7)	14 (2)	5 (2)
c) Maths appliquées	3 (1 bio 2 géo)	0	7 (1g) (1 tech 1 bio 2 his 3 géo)	5(2 his 2 ins.c 1 litté)	0
d) décontextualisés	8	4	4 (1)	13 (2)	7
e) Logique	7 (4)	2	0	0	9
Totaux	42 (6)	28 (6)	42 (9)	64 (12)	36 (6)

Total des problèmes : 212. **(39)** ; 18% des problèmes posés le sont dans le cadre de la rubrique spécifique.
Répartition par rubrique :
a) 84 40% **(14) 36%;** b) 59 28% **(17) 43%;** c) 15 7% **(1) 2%;**
d) 36 17% **(3) 8%;** e) 18 8% **(4) 10%.**

La majorité des problèmes sont des problèmes standards où l'habillage de la situation reste très classique, mais on peut également noter que 28% des situations sont extraites de la vie courante - implicitement, il s'agit peut-être de préparer le futur adulte à une bonne insertion dans la société actuelle.
7% des problèmes font intervenir également un autre champ disciplinaire : c'est une timide avancée dans le domaine de l'interdisciplinarité.

c- cadres employés :

	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
a) Linguistique	10 **(6)**	5 **(4)**	0	0	2
b) Numérique	20	18 **(2)**	32 **(7)**	44 **(10)**	20 **(4)**
c) Géométrique	5	1	1 **(1)**	7 **(2)**	3
d) Mesure	3	2	5 **(1)**	10	11 **(2)**
e) Graphique	0	0	4	2	0
f) Repérage	0	2	0	0	0
g) Calculatrice	4	0	0	1	0

Répartition par rubrique :
a) 17 *8%* **(10) 25%;** b) 134 *63%* **(23) 59%;** c) 17 *8%* **(3) 8%;**
d) 31 *15%* **(3) 8%;** e) 6 *3%* f) 2 *1%* ; g) 5 *2%.*

La très grande majorité des problèmes proposés sont numériques. La part des problèmes géométriques reste très faible (8%) ; elle est la même que celle des problèmes purement linguistiques.
On peut également noter que dans les pages consacrées spécifiquement à la résolution des problèmes, le quart des situations sont des problèmes de langue et ne relève donc pas explicitement du domaine des mathématiques.

Remarque : quelques situations-problèmes intègrent l'usage de la calculatrice.

d- supports particuliers (diversité des documents) : pour les 212 problèmes recensés.

plan : 1	cartes : 2 affiches : 5 photos : 1	illustrations informatives : 25 figures géométriques : 6	tableaux : 8 factures : 2 horaire T.V. : 1 horaire SNCF : 1 horaire Air : 1 calendrier : 2	graphiques : 5	diagrammes : 2	catalogue 1
1	**8**	**31**	**15**	**5**	**2**	**1**

Total : 63 pour 212 problèmes.
On relève également de nombreux dessins destinés simplement à agrémenter l'ouvrage.

Les trois-quarts des situations sont donc présentés sous forme d'un énoncé - support informationnel classique - bien que l'on constate que dans 12% des cas l'élève est amené à compléter son information en interprétant des illustrations qui figurent à côté du texte du problème.

5. CONCLUSION

La résolution de problèmes occupe une place importante dans cet ouvrage.
Leur nombre élevé empêche de tous les proposer au cours de l'année scolaire (63 au cours de la quatrième période) : le choix est donc laissé à l'initiative du maître, bien que la plupart des problèmes proposés soient intégrés dans le déroulement prévu des séances, décrit avec précision dans le livre du maître.
En suivant le manuel de l'élève, il est cependant impossible de savoir si l'enseignement, dispensé par le maître, relève d'une logique d'apprentissage par la résolution de problèmes dès l'instant où cette conception est surtout développée dans le livre du maître que tous les enseignants ne possèdent pas.

La part non négligeable d'une rubrique spécifique où l'objectif est de *faire apprendre comment résoudre des problèmes* laisse supposer que le maître peut faire améliorer de façon notable le comportement des élèves face à un problème en agissant sur leurs capacités à comprendre un texte et à établir des connexions entre les données.
Le risque est grand de laisser croire aux maîtres que ce préapprentissage méthodologique est transférable spontanément à la résolution de tous les problèmes de mathématiques.

On peut légitimement se demander si les séances de lecture - compréhension d'un texte - doivent trouver place dans un manuel de mathématiques bien que les auteurs mettent l'accent sur le fait que les énoncés des problèmes de mathématiques diffèrent nettement de la langue naturelle.

Quant aux aspects, éducation du citoyen (vie quotidienne) et utilisation d'outils mathématiques dans le cadre d'un autre champ disciplinaire, leur part reste très faible si on la compare à celle des problèmes dit standards.

Titre	Utilisation d'une grille d'analyse de manuels de mathématiques centrée sur l'étude des chapitres consacrés spécifiquement à la résolution de problèmes
Auteur	Nicole PEYRET et Ghislaine ZEAU, CPAIEN, département des Yvelynes
Date	Mars 1997
Thème	Méthodologie de résolution de problèmes
Résumé	À partir d'une analyse de leçons de méthodologie, nous exposons notre point de vue sur les leçons consacrées à l'apprentissage de la résolution de problèmes d'un manuel scolaire du CE2
Mots clefs	Problème, méthodologie

UTILISATION D'UNE GRILLE D'ANALYSE SUR : "J'APPRENDS LES MATHS", CE2, BRISSIAUD, OUZOULIAS, RETZ

1) STRATÉGIE DE L'AUTEUR

Elle est du type : stratégie d'apprentissage par étapes.

Les problèmes posés comportent des notions mathématiques pour lesquelles les élèves n'ont pas toujours les outils mathématiques nécessaires, ce qui les amène à mettre en oeuvre des procédures de tâtonnement, d'expérimentation, de simulation, avant de pouvoir aborder des résolutions numériques.

Les problèmes présentés dans les séances spécifiques "Ateliers de Résolution de Problèmes (ARP)" se veulent variés par leur contenus, leurs difficultés, le mode de résolution et les énoncés.

L'enseignant « en retrait » cherche d'abord à favoriser la compréhension des énoncés (de quoi ça parle) et l'utilisation de vocabulaire mathématique avant d'engager des moments diversifiés d'explicitation au cours desquels pourra émerger « une interaction conflictuelle entre l'économie de la représentation et l'économie de la résolution numérique » qui amènera l'élève à résoudre des problèmes en sélectionnant la « bonne opération arithmétique ».

2) TYPES DE PROBLÈMES

On relève :

- essentiellement des énoncés standards, notamment dans les parties "Rédiger des énoncés, Évaluer trois solutions, Résolution de problèmes variés" ;
- beaucoup de problèmes dont les énoncés reprennent des supports et des situations du quotidien ;
- une absence de problèmes décontextualisés et de problèmes de maths appliquées.

3) TRAVAIL MÉTHODOLOGIQUE

Les ARP se décomposent en quatre parties proposant toujours le même type d'activité.

La première partie est essentiellement consacrée à la lecture, la prise d'informations, l'explicitation de ces informations, à partir de documents et de supports variés utilisant des représentations mathématiques ou techniques.

Dans la deuxième partie, le travail de discernement ou d'écriture de questions à partir d'énoncés, favorise davantage la sélection et le traitement des informations.

Dans la troisième partie, les auteurs souhaitent enrichir le répertoire des stratégies de résolution en les amenant à évaluer différentes solutions utilisant différents modes de résolution (schémas, calculs, opérations).

La quatrième partie est consacrée à la résolution d'un certain nombre de problèmes pour lesquels les élèves n'ont pas toujours les outils mathématiques : liberté de choix des stratégies.

On peut constater qu'il y a proposition de modèles dans la schématisation, notamment dans la partie "Évaluer différentes solutions", sans tenir compte des propositions et des représentations personnelles que les élèves peuvent avoir. Le fait de toujours présenter trois solutions peut aussi être bloquant dans la recherche de solutions autres.

4) DIVERSITÉ DES SUPPORTS

Dans les premières parties, les supports de lectures et les situations sont relativement diversifiés : dessins, photos, cartes, tableaux, situations du quotidien (menus, affiches, ...).

5) CADRES

On relève :

- peu de résolution de problème géométrique (2 ateliers ARP) ;
- l'utilisation d'un cadre essentiellement numérique avec un grand nombre de séquences sur les problèmes dits de division (9 ateliers sur un total de 23) ;
- Pas de changement de cadre au cours de ces ateliers ou dans les énoncés proposés.

6) CONCLUSION

Dominantes	Dérives
<u>1ère partie</u> prise d'indices, reformulation, explicitation à partir de situations et de documents relevant du quotidien.	Simple problème de lecture et de compréhension sans véritable résolution et appel à des notions mathématiques ;
<u>2ème partie</u> Mise en relation des données et des questions : analyse et traitement de l'information.	Toujours le même type de démarche par rapport à des énoncés standards. Pas de diversité.
<u>3ème partie</u> Analyser les stratégies et les erreurs.	Toujours la même présentation stéréotypée dans la schématisation qui ne permet pas de diversifier les démarches.

	Place et statut de l'erreur quand il ne peut y avoir confrontation et argumentation des solutions proposées ; Difficulté pour l'élève de se dégager de sa propre stratégie pour en analyser d'autres.
<u>4ème partie</u> Approche différenciée de la résolution de problèmes sans que les élèves possèdent obligatoirement les outils arithmétiques.	Énoncés standards. La consigne est restrictive (schémas **<u>ou</u>** égalités) alors que peut-être certains élèves ont besoin de la correspondance entre la représentation et l'abstraction.

Toutes les premières parties visent des objectifs plus globaux, structurant des connaissances pluridisciplinaires sans qu'il y ait une dominante dans l'éducation d'un futur citoyen.

L'étude méthodologique est surtout centrée sur la lecture d'images et de supports divers.

La lecture de ces différents écrits ainsi que celle des énoncés de problèmes pourrait entrer dans un travail en études dirigées consacré aux différentes stratégies de lecture : lecture sélective, lecture adaptée au support (tableau, carte), ...

Titre	Utilisation d'une grille d'analyse de manuel centrée sur l'apprentissage de la résolution de problèmes
Auteur	Alain BRONNER, IUFM et IREM de Montpellier Marie-Claire JOLLIVET, IUFM d'Angoulême et IREM de Poitiers Pascale MASSELOT, IUFM de Melun et IREM de Paris 7
Date	Octobre 1997
Thème	Méthodologie de la résolution de problèmes
Résumé	Application de la grille d'analyse sur le manuel Optimath CE2

UTILISATION D'UNE GRILLE D'ANALYSE SUR OPTIMATH CE2

Nous analysons le thème "apprentissage de la résolution de problèmes" dans l'ouvrage décrit ci-dessous.

1 - MANUEL CHOISI

Collection : Optimath HACHETTE - Education 1996.
Niveau : CE2
Auteurs : D. BOUSQUET, C. DANIEL, J. DAVID-RESTOIN, A. DESCAVES, R. EILLER.

2 - ORGANISATION GÉNÉRALE DU MANUEL DE L'ÉLÈVE

L'ouvrage est organisé en 5 périodes de 2 mois. Chacune aborde des thèmes appartenant aux 4 grands domaines mathématiques du programme. Ils sont facilement repérables grâce à des index colorés et sont organisés selon la progression :

jaune :	- connaissance des nombres, calcul,
vert :	- géométrie,
bleu :	- mesure,
rouge :	- résolution de problèmes.

Le thème "résolution de problèmes" est abordé une fois par période, comme le thème "mesure", alors que les deux autres sont abordés en général deux fois par période. Les trois premiers thèmes sont présentés selon la même progression :

- revoir
- découvrir
- s'entraîner - chercher
- savoir

En résumé on observe la répartition suivante dans chaque période :

- 6 à 8 leçons (le plus souvent 4 pages par leçon, quelquefois 2)
- un module "RÉSOUDRE DES PROBLÈMES" (4 pages).

Dans chacune des périodes se trouvent, en plus, des rubriques particulières :

- au milieu
  - une fiche méthodologique de calcul réfléchi (l'utilisation de la calculatrice étant intégrée au thème "calcul" (1 page),
  - une "récréation" voulant être le fil rouge du livre pour l'élève (1 page),
- à la fin
  - une évaluation (2 pages)
  - des exercices de remédiation (pour t'aider) (1 page)
  - des exercices d'approfondissement (pour aller plus loin) (1 page).

3 - PLACE CONSACRÉE AUX PROBLÈMES DANS LES THÈMES AUTRES QUE LE MODULE SPÉCIFIQUE "RÉSOLUTION DE PROBLÈMES"

Dans les leçons concernant les domaines notionnels (géométrie, calcul et mesure) aucune véritable situation-problème n'est proposée dans le manuel de l'élève. Cependant les problèmes sont présents dans tous les thèmes, sauf en géométrie, à côté d'exercices plus techniques, présentés sous forme de travaux à trous ou de tableaux à compléter. On les trouve dès le paragraphe "revoir", lorsqu'il s'agit d'une leçon sur une opération ainsi que sur une mesure de grandeur.

De nombreux outils de schématisation ainsi que les écritures mathématiques possibles à ce niveau sont présentés conjointement. Ils sont essentiellement destinés à faire apparaître, sur des exemples, les définitions et les principales propriétés des opérations.

4 - STRATÉGIE GLOBALE DES AUTEURS DANS LE MODULE "RÉSOLUTION DE PROBLÈMES"

Cet ouvrage comporte un apprentissage spécifique organisé autour de la mise en œuvre des compétences transversales essentielles en résolution de problèmes. Ainsi la rubrique "résoudre des problèmes" est toujours découpée selon la même organisation :

- Comprendre et écrire des énoncés
- Représenter - Calculer - Vérifier
- Choisir une démarche - Expliquer
- Chercher

Les notions mathématiques sous-jacentes dans les 3 premières pages de la partie "résoudre des problèmes" sont celles qui ont été travaillées pendant les périodes précédentes. En jouant sur les principales variables didactiques (indices permettant de reconnaître la situation, place de l'inconnue, changement de registre, contraintes de calcul), les difficultés s'élèvent et se diversifient par rapport aux leçons.

Chacune de ces trois premières compétence fait l'objet d'exercices spécifiques - présentés sur une page du livre -, avant d'être reprises conjointement dans des problèmes de la page "chercher".

La première page s'occupe systématiquement de la compétence "comprendre et écrire un texte". En général les auteurs présentent deux exercices dont la tâche est de l'un des types suivants :

répondre à des questions à partir d'informations présentées sous divers supports, reconstituer un texte, compléter un énoncé, relier les données d'un problème, poser des questions, inventer un énoncé de problème.

La seconde page, celle relative à la compétence "représenter, calculer, vérifier", propose aussi deux exercices du type :

traduire un énoncé par un schéma, traduire un énoncé par une écriture mathématique, rechercher l'écriture mathématique correspondant à un problème, vérifier une solution ou le résultat d'un problème, calculer le résultat.

Pour la troisième page correspondant à la compétence "choisir une démarche et l'expliquer", on trouve les tâches :

organiser les calculs, choisir entre plusieurs solutions les solutions correctes, écrire la solution en une seule ligne.

Dans la 4ème page, c'est à dire dans la page dont le titre est "chercher", 3 critères principaux semblent organiser la sélection des énoncés. L'auteur propose :

- des problèmes pour lesquels la démarche canonique n'a pas été apprise aux élèves et/ou pour lesquels ils n'ont pas encore les outils de calcul les plus efficaces ;
- des problèmes de réinvestissement dont la démarche est connue mais qui se déroulent dans un contexte assez éloigné du contexte utilisé dans la leçon, dans un autre champ numérique, ou qui nécessitent d'associer plusieurs procédures connues;
- des situations où l'essentiel de la recherche consiste en une réorganisation totale des données (tableau, arbres, ...).

5 - ANALYSE DU CONTENU DE CHAQUE PÉRIODE

Chaque période est analysée selon les aspects suivants :

a) types de problèmes, contextes et supports,

b) type de travail méthodologique (changements de registre, traitements de l'information, l'entraînement à la recherche).

On pourra voir aussi aux annexes 1 et 2 une description, problème par problème, à propos des compétences "comprendre des énoncés" et "représenter, calculer et vérifier".

5.1 - Analyse centrée sur la PÉRIODE 1

I. Types de problèmes et supports

Dans les leçons, les problèmes apparaissent d'abord sous les titres "addition", puis "soustraction". La dernière leçon de la période s'inscrivant dans le champ additif-soustractif (G. VERGNAUD).

Dans la partie de la période réservée à la résolution de problèmes, l'auteur présente à nouveau des problèmes standards (contextes pseudo quotidiens les plus souvent utilisés : achats, billes, ...) et des problèmes internes aux mathématiques, décontextualisés (exemple : je pense à un nombre, je lui ajoute 45). Les énoncés sont classiquement rédigés.

Tous ont été choisis en fonction de leurs possibilités de modélisation par un schéma correspondant à une représentation de la structure additive avec transformation d'état (G. VERGNAUD).

Pour les objectifs liés au traitement de l'information, les supports choisis sont trois tableaux de données relatant des situations de la vie courante (vente de journaux ; résultats sportifs ; effectif des voyageurs d'un train).

II. Travail méthodologique

En lien avec les grandes compétences annoncées, les objectifs méthodologiques peuvent être regroupés en 3 catégories qui, par ordre décroissant d'importance dans cette première période, sont les suivantes :

les changements de registre

- Traduire un énoncé par un schéma ou par une écriture mathématique,
- inventer un énoncé à partir d'un schéma,

chacun des textes de problèmes étant accompagné du schéma ci-dessus et/ou des écritures mathématiques associées :

Ei + t = Ef équivalent à Ef - t = Ei équivalent à Ef - Ei = t

Le nombre inconnu étant signalé par un carré gris.

La tâche de l'élève consiste à replacer les données de l'énoncé dans le schéma et/ou à sélectionner des écritures parmi celles qui sont proposées, puis à terminer les calculs.

le traitement de l'information

Il s'agit de prélever des informations sur un document scriptovisuel, par l'intermédiaire de questionnaires, gradués de la demande d'une information simple à la réorganisation de plusieurs d'entre elles pour et par un calcul.

L'entraînement à la recherche

On peut distinguer des préoccupations méthodologiques

- à court terme : réinvestissement du schéma étudié précédemment, dans un contexte nouveau (consommation d'essence), où l'inconnue est, pour la première fois, la transformation réciproque.
- à moyen terme : résolution d'un problème de division euclidienne par des procédures personnelles (sans démarche préétablie, sans technique opératoire).
- à long terme : problèmes de dénombrement (combien de fois utilise-t-on le chiffre ... ?) qui ne peuvent être résolus à ce niveau que par une organisation systématique des chiffres dans un tableau à double entrée ou par un arbre de choix.

5.2 - Analyse centrée sur la PÉRIODE 2

I. Types de problèmes et supports

Dans les leçons de cette période, les notions nouvelles sont relativement nombreuses : numération romaine, numération et monnaie, lecture de l'heure et mesure des durées.

En ce qui concerne les opérations, la multiplication est reprise pour la première fois depuis le CE1, avec un choix de situations larges (configurations rectangulaires et proportionnalité) et une utilisation importante de la distributivité de la multiplication sur l'addition. Dans le champ additif, présentation de la notion de différence par des problèmes de comparaison.

Toutes les entrées dans les champs multiplicatifs et additifs des périodes 1 et 2 vont être réutilisées dans la partie réservée à la résolution de problèmes, la nature même des notions abordées va conduire à une recrudescence d'utilisation des contextes liés à la vie quotidienne (monnaie et heure).

La plupart de ces problèmes peuvent être qualifiés de problèmes standards, cependant, un souci d'élargissement culturel apparaît à plusieurs reprises. Ainsi, pour les problèmes soustractifs de type écart, l'un s'appuie sur la vie et l'œuvre de Van Gogh, d'autres utilisent des supports géographiques, fleuves ou villes qui sont placés sur une carte de France insérée dans l'énoncé.

II. Travail méthodologique

Dans un premier temps, il est important de remarquer que toutes les compétences méthodologiques développées dans la 1ère période vont être mises au service de l'introduction des notions nouvelles de la 2ème période.

En effet, dans les leçons, les problèmes où l'élève choisit seul sa démarche sont très peu nombreux (4), par contre les types de guidage déjà utilisés sont très présents, en particulier :

- le schéma des problèmes additifs de transformation va être adapté aux problèmes de comparaison et servir de support à la compréhension des locutions « de plus, en plus, de moins, en moins »,
- l'équivalence des écritures mathématiques où l'inconnue est représentée par un carré gris vont permettre un travail très progressif sur la notion de différence,
- la réorganisation de l'information entre un tableau et un texte (dans les deux sens) permet à l'auteur de faire apparaître les propriétés des opérations.

Dans les pages réservées à la résolution de problème, l'ordre d'importance accordée aux objectifs méthodologiques reste le même qu'à la 1ère période.

Les changements de registre

Ils sont proposés à trois reprises, dans des tâches différentes pour les élèves.

- Avec le schéma des problèmes additifs de transformations, à partir des trois nombres 125, 5 et l'inconnue, il s'agit d'associer un énoncé standard et une écriture mathématique.

  Ensuite, un tri d'énoncés ayant pour critère la place de l'inconnue met en évidence la structure commune à ces problèmes, par les deux seuls résultats possibles. Cela peut être considéré comme un début de décontextualisation.
- Pour le problème suivant, l'injonction à passer du texte du problème standard aux écritures mathématiques n'est pratiquement pas différenciée de l'énoncé.
- L'élève doit aussi inventer un énoncé à partir d'une écriture mathématique où une inconnue est isolée dans un membre de l'égalité :

$$20 \times 8 = \square.$$

Le traitement de l'information

Il est orienté vers la représentation de la situation évoquée dans l'énoncé. Pour inciter l'élève à créer cette représentation de façon complète et cohérente, l'auteur met en place des contraintes diverses :

- Énoncé - puzzle d'un problème ayant pour but la comparaison du nombre d'éléments de deux configurations rectangulaires ; la réponse devant être calculée par écrit.
- Un premier énoncé assez long, organisé en un texte narratif associé à une page de catalogue publicitaire, terminé par une question ouverte (Coline peut-elle s'acheter son vélocross ?) permet de nombreuses procédures de résolution personnelles, détournées ou canalisées par la consigne : « organise tes calculs de manière à ne faire que deux séries d'additions ».
- Un deuxième énoncé (standard), correspondant à la même situation est assorti de fac-similés de procédures d'enfants que l'élève doit analyser.

L'entraînement à la recherche

Il se poursuit avec des objectifs différents.

- A court terme, il s'agit de donner du sens à la division euclidienne avant de travailler la technique opératoire ; le problème du jeu de cartes (Combien de cartes par joueurs ? division partition / quotient exact) fait suite au problème du train de la première période (Combien de compartiments à 8 places ? division quotition / quotient entier par excès).
- A plus long terme, un problème additif d'écart devenu familier au cours de la période, a sa démarche remise en question par le choix d'entiers relatifs, dans un contexte de relevés de températures hivernales. Les élèves sont conduits à différencier les cas suivants :

Date :	Température maximale	Température minimale	Écarts
BORDEAUX	17	3	17 - 3
NANCY	10	-3	10 + 3

Ils ont à trouver la solution par des procédures personnelles. La valeur absolue des nombres étant relativement petite, ces derniers peuvent être placés sur la graduation d'un thermomètre dessiné dans les dispositifs d'aide. La soustraction dans l'ensembles des nombres entiers relatifs ne deviendra objet d'étude qu'en classe de 5ème.

5.3 - Analyse centrée sur la PÉRIODE 3

I. Types de problèmes et supports

Dans les leçons de cette 3ème période, trois doubles pages sont réservées aux exercices techniques, mais les problèmes, le plus souvent assortis d'un dispositif d'aide à la résolution restent relativement nombreux :

- La leçon "Multiplication" aborde des situations liées à la proportionnalité, avec une organisation de la solution en tableau, ainsi que l'ordre de grandeur d'un produit dans le contexte rituel achat/prix.
- La leçon "Soustraction" reprend toute la typologie des structures additives abordées dans les deux autres périodes avec des contextes, pris dans la vie quotidienne, beaucoup plus variés.

Un problème sur les mesures de longueurs va permettre d'établir, sur un exemple prototype, la propriété fondamentale de la différence :
Pour tous nombres a, b, c,

$$a - b = (a + c) - (b + c)$$

qui a déjà été utilisée en calcul réfléchi (en faisant coulisser deux règles graduées on constate que $66 - 58$ et $68 - 60$ sont des différences égales) et qui va être la base de la technique opératoire.

- La leçon "mesure de longueurs" permet, elle aussi, de reprendre, dans ce contexte particulier, les principaux types de problèmes des champs additif et multiplicatif étudiés ainsi que des problèmes mettant en œuvre la distributivité de la multiplication sur l'addition ; par ailleurs les élèves vont être confrontés à de nouveaux types d'énoncés composés d'un texte et/ou d'un plan.

Dans les pages réservées à la résolution de problème, les cas les plus délicats de la période sont repris, analysés et traduits par différentes écritures et associés à des plans utilisés dans la vie sociale.

II. Travail méthodologique

Même si des compétences développées depuis le début de l'ouvrage comme :

- la réorganisation de l'information dans un tableau,
- le passage du schéma au texte dans les énoncés scriptovisuels pour construire une représentation efficace de la situation,

sont systématiquement mises en œuvre, il n'existe pas de lien méthodologique fort entre la 2ème et la 3ème période.

En effet, le travail sur les écritures mathématiques est ici réduit à la portion congrue ; l'ordre d'importance des différents objectifs s'en trouve bouleversé. Le plus grand nombre de problèmes est relié au traitement de l'information, le changement de registre n'intervenant que dans deux problèmes de mesure de longueurs.

Traitement de l'information

- Recherche de données dans un tableau, brutes ou à associer ; la tâche de l'élève étant de créer des questions et d'en trouver les réponses.
- Analyse de l'énoncé (classique) d'un problème complexe guidée par un système d'encadrés, munis d'un titre, permettant la décomposition en sous-problèmes pour lesquels les élèves connaissent la démarche.

A priori, ces deux tâches ne semblent pas très favorables à l'élaboration d'une représentation globale et stable de la situation évoquée car l'attention des élèves est diluée par une trop grande ouverture du questionnaire pour le premier cas et par un organisation extérieure trop importante dans le deuxième.

Par contre l'énoncé dans lequel toutes les données numériques sont à replacer, permet de travailler la cohérence du problème avant de le résoudre.

De même, l'analyse de 3 fac-similés de solutions d'enfants à un problème de partage (112F en 4 parts égales) dont la solution experte n'a pas été étudiée, permet non seulement d'affermir sa propre représentation, mais aussi d'en envisager d'autres, qui élargissent et enrichissent la gamme personnelle. Ainsi, l'une mime un partage pragmatique avec des pièces, les autres se placent dans un cadre numérique (relations arithmétiques mémorisées ; encadrement par des multiples de 4).

Les changements de registre

- Le seul problème demandant de traduire un énoncé par des écritures mathématiques révèle un saut important vers l'algébrisation, puisque le carré gris de l'inconnue est remplacé par la lettre x.
- Au delà de l'exemple étudié dans la page "représenter", l'utilisation de schémas conçus dans une autre discipline (ici la géographie) pour résoudre un problème peut aussi être considérée comme un changement de registre à envisager systématiquement dans tout contexte pluridisciplinaire.

Ce travail est poursuivi dans un problème d'itinéraire pour "chercher", les distances entre des villes, données en tableau, ne devenant utilisables qu'après réalisation du schéma organisant des relations spatiales entre ces dernières. Étant donné les guidages prévus, le schéma (semi-préparé, avec un caractère figuratif qui risque de bloquer la recherche - Y a-t-il un ou deux trajets à prendre en compte entre deux villes ? -) et un questionnaire très directif, il semble que ce problème serait mieux placé dans les exemples de changement de registre.

L'entraînement à la recherche

- À court terme, les investigations dans la situation soustractive d'écart sont poursuivies, avec, à nouveau comme variable didactique, le champ numérique. Dans une comparaison de durées supérieures à un jour, les procédures de calcul sont à réinventer dans une écriture des mesures de temps comportant plusieurs unités (j ; h ; min) et plusieurs bases (24 ; 60) ;
- À long terme, on retrouve, comme dans la 1ère période, un problème de dénombrement interne aux mathématiques (Recherche de tous les nombres de quatre chiffres formés avec 1 ; 0 ; 6 ; 9) qui peut être résolu par tâtonnements, le but étant d'organiser et de maîtriser le déroulement la recherche.

5.4 - Analyse centrée sur la PÉRIODE 4

I. Types de problèmes et supports

Des leçons de cette période comme, les écritures fractionnaires, la technique opératoire de la multiplication, les multiples d'un nombre génèrent de nombreux exercices de calcul ; cependant la progression sur la résolution de problèmes se poursuit.

- La notion de multiples d'un nombre permet de mettre en place, d'abord avec des guides, une procédure d'encadrement du dividende par deux multiples consécutifs du diviseur pour résoudre les problèmes de division.
- La leçon sur les mesures de masse, permet de retravailler tous les types de problèmes additifs et multiplicatifs déjà connus des élèves, dans ces contextes particuliers de masse et achats, de masse et transports, avec les unités nouvelles.

Il est à remarquer que les énoncés, tout en restant classiques, sont moins standards et que les supports évoluent de telle sorte qu'ils pourraient se rencontrer dans la vie quotidienne (publicités, tarifs, tickets de caisse, ...)

II. Travail méthodologique

Dans les leçons de la période, l'ensemble des travaux s'appuie sur des démarches et des compétences déjà mises en œuvre dans les périodes précédentes. Ils cherchent cependant à développer chez l'élève une plus grande flexibilité dans la prise d'informations ainsi que dans l'instanciation d'une stratégie.

On retrouve :

- la prise de données dans un tableau pour faire des calculs et, réciproquement, la réalisation d'un tableau de nombres à partir de l'énoncé,
- la traduction d'un énoncé par une écriture mathématique dans des problèmes du type "nombre pensé".

Des aspects nouveaux, importants apparaissent :

- la disposition linéaire des données étant souvent remplacée par une disposition en réseau, plus proche de la réalité, l'élève doit adopter une nouvelle stratégie de lecture du document, utile en mathématiques ;
- dans la leçon sur les mesures de masse, aucune indication sur les opérations en jeu n'apparaissant dans les titres, la diversité des problèmes, oblige l'élève à se construire, dans chaque cas, une représentation fiable pour décider d'un calcul.

Dans les pages "résoudre des problèmes", mis à part le problème lié à l'objectif "comprendre un document et l'exploiter", les énoncés sont classiques et les trois points envisagés dans les autre périodes reprennent leur ordre d'importance habituel.

Les changements de registre

Le travail spécifique sur les écritures mathématiques reprend. Comme dans les périodes 1 et 2, il s'agit d'associer des énoncés standards, avec les mêmes données numériques, à une écriture parenthésée comprenant deux signes opératoires : - , x et ( ) ou + , x et ( ) ; et aussi d'inventer un énoncé pour une écriture de ce type.

- Bien que le procédé ait été largement utilisé, la réalisation d'un tableau de nombres pour résoudre un problème est à nouveau proposée, d'une manière très, voire trop, guidée. L'intention exacte de l'auteur est difficile à décrypter, peut-être a-t-il simplement remarqué que les élèves n'y recourent pas spontanément.
- L'analyse rituelle de fac-similés de solutions d'enfants reprend le même contexte que dans la période 3, à savoir le partage d'une somme d'argent, et les même procédures ; il semble donc que l'objectif spécifique de cette période soit de l'ordre du changement de registre car les élèves vont avoir à décrypter des messages plus élaborés.

Traitement de l'information

Il prend une forme nouvelle dans la mesure où l'élève est guidé, par un questionnaire, dans l'exploitation d'un document publicitaire brut, permettant une appropriation des données puis une comparaison entre l'offre spéciale et le tarif habituel.

La méthode d'investigation est suffisamment générale pour pouvoir être réutilisée sur d'autres documents publicitaires.

L'entraînement à la recherche

À court terme il est concentré sur une notion difficile au CE2, celle d'unité composite.

Dans le problème 1, il s'agit de défaire des lots de cahiers pour distribuer équitablement entre les élèves.

Dans le problème 2, il s'agit de faire des lots de barquettes de fraises avant de calculer le montant de la vente. Si la difficulté peut être évitée dans le 1er cas (18F le lot de 2 barquettes soit 9F la barquette), dans le 2ème cas le choix des nombres (26F le lot de 3 barquettes) rend la recherche par lots incontournable.

À plus long terme, un autre type de problème d'écart est proposé, dans cette période, avec des nombres naturels : calculer le nombre de pages d'un chapitre de livre, en fonction de la pagination.

5.5 - Analyse centrée sur la PÉRIODE 5

I. Types de problèmes et supports

Dans la leçon sur les écritures à virgule, les différentes mesures de grandeur étudiées vont être sollicitées, y compris la monnaie.

Les deux leçons sur la division vont plutôt être organisées à partir de problèmes standards, à énoncé classique de partage ou de distributions de petits objets (bonbons, cartes à jouer, têtards ! , ...) ou de somme d'argent (sur 20 problèmes, seulement 3 utilisent un contexte de mesure et 2 restent internes aux mathématiques).

Par ailleurs, la leçon sur les mesures de capacités, permet de retrouver les écritures à virgule et fractionnaires dans des problèmes des deux champs additif et multiplicatif bien diversifiés, selon le même principe que celui de la période 4, pour les mesures de masse).

Dans les pages réservées à la résolution de problème, les présentations reprennent tout ce qui a déjà été travaillé depuis le début du livre :

- énoncés classiques (8) liés pour la plupart à des contextes d'achat,
- utilisation d'un document publicitaire extrait d'un catalogue (1),
- énoncé scriptovisuel (1).

II. Travail méthodologique

Toutes les compétences développées depuis le début du livre sont sollicitées sur l'ensemble de la période.

Dans les leçons sur les écritures à virgule et les mesures de capacités, les passages entre deux possibilités de schématisation (texte, tableau de nombre, graduation) sont fréquents.

Par exemple, dans les deux leçons sur la division, 10 problèmes sur 20 ont un dispositif de guidage utilisant la mise en tableau des calculs intermédiaires (multiples) et/ou les écritures parenthésées.

La même importance est accordée aux trois grands objectifs des pages spécifiques.

Traitement de l'information

Trois problèmes reprennent la notion de lot, abordée dans la partie "chercher", à la période 4 :

- le premier, dans lequel tous les achats s'effectuent par lots, est assorti d'un questionnaire demandant, entre autres, de calculer le nombre d'objets (bouteilles, gâteaux, ...) achetés, bien que cela soit inutile pour la résolution ; il est aussi demandé d'expliquer l'erreur (classique à ce niveau) dans la traduction de la phrase « 2 lots de 6 bouteilles à 54F le lot » par le calcul 6 x 54.

- le deuxième, dans lequel il faut prévoir les achats (par lots !) d'éléments de déguisements en Indiens pour 54 enfants, est un problème complexe, guidé par un système de cadres à titres, comme en période 3.
- le troisième permet de comparer le prix d'un lot d'arbustes, dans une offre publicitaire, à leur prix de vente normal, à l'unité.

Les changements de registre

Comme dans les autres périodes, le passage du texte à l'écriture mathématique est travaillé en associant un énoncé standard à l'écriture mathématique $a \times b = c$ où le nombre inconnu est un des facteurs du produit (3 fois sur 4).

L'objectif étant de faire apparaître des écritures équivalentes, comme pour la somme, par les différentes présentations de l'opération inverse dans un traitement dit arithmétique et dans un traitement dit algébrique (l'emploi de l'opération inverse comme moyen de vérification est proposé en renforcement dans le problème qui suit).

Contrairement aux autres périodes, les nombres des énoncés ne sont pas toujours les mêmes, ce qui réduit considérablement l'efficacité de cet exercice. Comment savoir si l'élève a créé une représentation ou s'est simplement appuyé sur les deux indices numériques pour répondre ?

D'autant plus que les deux seuls problèmes ayant les mêmes nombres traitent d'une difficulté jamais évoquée auparavant.

Les écritures $x \times 24 = 120$ et $24 \times x = 120$ sont à relier respectivement à :

- la vente de 24 stylos pour 120F, avec recherche du prix d'un stylo ;
- la course cycliste de 120 km par tours de 24 km, avec recherche du nombre de tours

comme si la commutativité de la multiplication se trouvait limitée par ces écritures !

Pour la plupart des problèmes des 3 premières pages, il est demandé de produire des écritures mathématiques traduisant tout l'énoncé.

Le texte à inventer à partir de l'écriture : $165 = (25 \times q) + r$ peut être aussi considéré comme une tâche de changement de registre mais, du point de vue de l'élève, c'est une division à mettre en scène.

L'entraînement à la recherche

Il aborde des situations très délicates, dans le champ de la proportionnalité, dont la maîtrise s'étend sur plusieurs années :

- comparaison des prix d'un même produit proposé dans des emballages de tailles différentes (nombres prévus pour le calcul réfléchi),
- utilisation de la fraction "opérateur" (prendre le quart ou la moitié du montant d'une dépense),
- résolution d'inéquation dans une situation affine (longueur maximale d'une course en taxi pour 200F).

6 - Bilan sur les types de problèmes, les cadres et les supports

La plus grande partie des problèmes proposés sont dans un cadre numérique classique, où les nombres sont outils ou objets (43 problèmes sur 54) et sont formulés de façon standard. Il s'agit de problèmes du quotidien, de la vie courante ou de l'environnement comme par exemple :

"Madame Dupont a fait ses achats au marché de Beauvallon. Elle a dépensé 325 F

Au retour, il lui reste 25 F dans son porte-monnaie. Combien d'argent avait-elle en arrivant au marché ? "

Les contextes s'appuient sur les thèmes classiques : achats, billes, voyageurs, géographie (températures, altitudes), cinéma, théâtre, distances, sport, abonnements, commandes.

Huit problèmes (pages 33, 35, 101, 165) sont décontextualisés comme les deux problèmes ci-dessous :

- Je pense à un nombre. Je l'appelle ... ; je lui ajoute 45 ; je trouve 60. Quel est le nombre pensé ?
- Combien de fois utilise-t-on le chiffre 5 lorsqu'on écrit la suite des nombres de 0 à 64 ?

On relève 6 problèmes sur 54 (pages 32, 34, 69, 98, 101) se situant dans le registre tableau, et un seulement dans le registre graphique (page 99). Quatre problèmes ont comme support un document ou une affiche de prix (pages 30, page 164, page 165). Le cadre géométrique est absent du module méthodologique.

Dans quasiment toutes les périodes, les changements de cadre s'avèrent indispensables pour résoudre les problèmes de la partie "chercher" : passage dans un cadre logique pour les dénombrements, dans un cadre graphique pour déterminer des écarts, ...

À partir de la période 3, lorsque plus de mesures de grandeurs ont été étudiées, une variété beaucoup plus grande des cadres est à noter et ainsi, les changements de cadres deviennent un peu plus nombreux.

7 - Conclusion

Ce manuel propose une logique d'apprentissage des mathématiques par la résolution de problèmes, où il n'est pas possible de séparer les pages consacrées à la méthodologie des autres parties sans dénaturer les intentions des auteurs.

Il n'est pas demandé aux élèves de trouver la procédure de résolution de chaque problème, des dispositifs d'aide leur étant proposés avant, mais il ne s'agit pas, non plus, de les faire imiter une démarche type. Ainsi il ne s'agit pas d'un enseignement par situations problèmes, mais d'une approche globale avec reprise systématique du même schéma d'apprentissage à chaque période.

Les compétences essentielles en résolution de problèmes sont reprises et développées très régulièrement, permettant ainsi un apprentissage des mathématiques, progressif et spiralaire, les aspects interdisciplinaires et éducation à la consommation restant très marginaux.

Les auteurs font l'hypothèse que la mise en place de cet apprentissage améliore les compétences de résolution de problèmes. Cet apprentissage s'appuie sur « *les trois volets principaux :*

- un apprentissage à la mathématisation ;

- un apprentissage à la construction de procédures de résolution ;

- un apprentissage aux procédures de vérification et de contrôle. »

Les objectifs poursuivis sont de faire repérer et bien distinguer les différentes phases, et notamment « *combattre la conception, bien ancrée chez nombre d'entre eux, que résoudre un problème consiste uniquement à trouver le résultat d'une opération* ».

Les auteurs organisent ainsi le module méthodologique en quatre phases :

- Comprendre et écrire des énoncés
- Représenter - Calculer - Vérifier
- Choisir une démarche - Expliquer
- Chercher

Cependant la résolution demandée des problèmes est complète à chaque fois.

Un caractère remarquable - sans doute une des plus grandes originalités du manuel - est l'interaction très forte entre l'apprentissage de ces compétences de résolution de problèmes et les contenus mathématiques qui font l'objet des leçons antérieures. Ainsi, dans la partie "résolution de problèmes" on ne trouve pas seulement de simples renforcements, mais bien des explorations nouvelles ou des complexifications importantes.

En reprenant certaines hypothèses de la recherche fondamentale actuelle sur la résolution de problèmes « *la tâche de résolution est essentiellement une tâche de conversion, et non pas une tâche de traitement [...]. La trivialité ou la plus ou moins grande difficulté des problèmes de mathématisation dépendant du degré de congruence de la conversion à effectuer* » (R. DUVAL, Commission inter - IREM 1er cycle Juin 1994), des outils permettant les changements de registres sont rapidement proposés aux élèves sous forme de schémas, de tableaux, d'écritures "algébrisées". Il s'agit là d'un deuxième caractère fort de ce livre où un travail important sur les schémas et la symbolisation mathématique est proposé très tôt et entretenu à chaque période. De très nombreux changements de registres sont présents dans les exercices et sont demandés explicitement comme le passage du texte à une écriture mathématique ou un schéma, ou l'inverse, ainsi que des passages entre schéma et écriture mathématique.

Les énoncés sont, pour la plupart, standards, et l'on peut regretter un trop grand nombre de contextes "achat/vente", ils permettent sans doute plus facilement de faire des gammes avec les outils de modélisation et d'établir peu à peu une typologie des problèmes, qui reste complètement implicite dans l'ouvrage.

Après la parution du livre de l'élève en 1996, le livre du maître n'est toujours pas disponible. Trois dérives majeures sont alors à envisager :

- le caractère standard des énoncés peut, actuellement, sembler désuet aux maîtres par comparaison avec les autres ouvrages récents ;
- l'affluence des exercices guidés peut séduire, au point que seuls les aspects entraînement à une technique soient retenus au détriment des parties "pour chercher" ;
- la présence d'écritures mathématiques peut être considérée comme une réitération de la mise en équation de problèmes conçue, actuellement, pour les élèves de collège et ne convenant pas à des élèves moins matures ;
- l'entrée dans toutes les notions du cycle 3 dès le CE2 (début de la technique opératoire de la division, fractions, décimaux), qui plus est avec des problèmes, doit sembler trop difficile pour l'élève moyen.

Si les résultats de la recherche fondamentale se confirment et se répandent dans le système éducatif, les principes fondateurs de cet ouvrage qui, pour l'instant est seul en son genre, pourraient se retrouver dans d'autres collections.

ANNEXE 1 : DESCRIPTION DES PROBLÈMES CORRESPONDANT À LA COMPÉTENCE "COMPRENDRE ET ÉCRIRE DES ÉNONCÉS" DANS LE MODULE "RÉSOLUTION DE PROBLÈMES"

	Comprendre des énoncés	Écrire des énoncés
Période 1	**Répondre à des questions et en poser à partir d'un tableau de données** Contexte : marchand de journaux ... • réponse à lire directement dans le tableau (lecture directe) • réponse obtenue en effectuant un calcul à partir de deux données prélevées dans le tableau dont la précédente (une ligne est prévue pour les calculs ; traitement numérique + mise en relation) • poser une question contenant un mot imposé et y répondre (2 ou 3 questions possibles ...) **Modèle : structures additives**	**Inventer un énoncé de problème** Pas de contexte imposé. • inventer un énoncé à partir d'un schéma, outil introduit dans la leçon (données : état initial et deux transformations) • résoudre le problème en complétant le schéma **Modèle : structures additives**
Période 2	**Reconstituer un texte** • phrases à découper (fournies dans le manuel) et à remettre dans l'ordre • dialogue entre deux enfants • résoudre le problème (cadre prévu pour les calculs) **Modèle : structures multiplicatives**	**Inventer un énoncé de problème** Pas de contexte imposé • inventer un énoncé à partir d'une écriture (multiplicative incomplète) • résoudre le problème **Modèle : structures multiplicatives**
Période 3	**Compléter un énoncé** • nombres (donnés) à replacer dans un texte en cohérence avec le contexte nécessite des "connaissances sociales" (contexte : cinéma ; nombre d'adultes, nombre d'enfants, plein tarif, tarif réduit, valeur d'un billet) • résoudre le problème **Modèle : structures multiplicatives et additives**	**Poser des questions à partir d'un tableau de données et y répondre** Contexte : sports d'hiver, altitude, hauteur de neige • poser une question à laquelle il est possible de répondre sans calculer répondre à cette question • poser une question à laquelle il faut répondre en faisant un calcul et qui contient un mot imposé ("différence") répondre à cette question rq : beaucoup de réponses possibles ... **Modèle : structures additives**
Période 4	**Comprendre un document et l'exploiter** Contexte : publicité, abonnement • déduire une réponse non numérique des informations données • organiser les informations dans un tableau (préconstruit) et en déduire une par un calcul • "algébrisation" en utilisant x puis calcul **Modèle : structures additives et multiplicatives**	**Inventer un énoncé de problème** Pas de contexte imposé • inventer un énoncé à partir d'une écriture où figure x ($200 - (20 \times 7) = x$) • résoudre le problème

Période 5	**Relier les données d'un problème** Contexte : au supermarché ... • indiquer, en relation avec l'énoncé, ce que représentent différentes écritures multiplicatives • argumenter sur une erreur présentée • donner, en utilisant des parenthèses, une écriture qui permet de trouver la solution du problème • calculer et répondre	**Inventer un énoncé de problème** Pas de contexte imposé • inventer un énoncé à partir d'une écriture (165 = (25 x q) + r) 2 questions • calculer et répondre

ANNEXE 2 : DESCRIPTION DES PROBLÈMES CORRESPONDANT À LA COMPÉTENCE "REPRÉSENTER, CALCULER ET VÉRIFIER" DANS LE MODULE "RÉSOLUTION DE PROBLÈMES"

<table>
<tr><td></td><td>Représenter, calculer et vérifier</td></tr>
<tr><td>Période 1</td><td>1) Traduire un énoncé de problème par un schéma
a) contexte : billes
transformation (positive) et état final donnés / schéma préconstruit à compléter puis répondre
b) contexte : marché
transformation (négative) et état final donnés / schéma à élaborer et répondre
Modèle : structures additives

2) Traduire un problème par une écriture mathématique et vérifier la solution
a)contexte : nombre pensé (présenté comme une "devinette")
transformation (positive) et état initial donnés
• entourer parmi 4 écritures proposées celles qui permettent de résoudre (égalités ou "schéma" avec inconnue matérialisée par un carré gris)
• calculer et répondre
• vérifier que toutes les écritures entourées donnent la bonne réponse
b) contexte : achats (pâtisserie)
• entourer parmi 3 écritures proposées celles qui permettent de résoudre (égalités avec inconnue matérialisée par un carré gris)
• calculer et répondre
• vérifier que toutes les écritures entourées donnent la bonne réponse
Modèle : structures additives</td></tr>
<tr><td>Période 2</td><td>1) Traduire un énoncé de problème par une écriture mathématique
a) Relier chaque problème à une écriture mathématique qui le traduit (4 énoncés dans lesquels figurent les deux mêmes données et 4 égalités avec inconnue matérialisée par un carré gris)
contextes : images, argent économies, argent marché, nombre pensé
problèmes qui ont pour solution le même nombre ...
b) faire correspondre un tableau proposé (le nombre du haut est égal à la somme des deux autres nombres ...) à chaque problème
problèmes ayant la même structure ...

2) Écrire deux égalités (avec carré gris) qui traduisent le problème
contexte : achats (boucherie)
Nommer par un symbole la monnaie à rendre / Écrire des égalités traduisant le problème</td></tr>
<tr><td>Période 3</td><td>1) Traduire un énoncé de problème par un schéma et trouver la solution
le terme schéma n'a pas le même sens que dans les situations précédentes ; il est très lié à la situation : ascension d'un cycliste, différence d'altitudes (pas de distances)
Modèle : structures additives
2) Traduire un énoncé par une écriture mathématique et calculer la solution
contexte : déplacement d'un automobiliste, relations entre les distances
le carré gris devient x, il désigne le nombre inconnu d'un problème mais ici l'élève doit trouver lequel
entourer les écritures qui traduisent le problème (4 propositions) / calculer le nombre inconnu
Modèle : structures additives</td></tr>
</table>

Période 4	**1) Traduire un énoncé de problème par un tableau de nombres** contexte : circuit, longueur d'un tour, nombre de kilomètres parcourus "tableau de proportionnalité" prérempli, à compléter **2) Traduire un énoncé de problème par une écriture mathématique** Relier chaque problème à une écriture mathématique qui le traduit (4 énoncés et 4 écritures où figure la lettre x) / calculer et répondre **Modèle : structure additive et multiplicative**
Période 5	**1) Traduire un énoncé de problème par une écriture mathématique** a) Relier chaque problème à une écriture qui le traduit. La lettre x désigne chaque fois le nombre qu'il faut trouver. (4 problèmes et 4 écritures multiplicatives) contexte : course cycliste (distance parcourue et longueur d'un tour donnés) prix d'un album ; trouver le prix de 120 prix de 24 feutres ; trouver le prix d'un combien de paquets de 5 livres avec 120 livres ? Dire ce que l'on remarque b) appelle x ... écris une égalité pour traduire le problème calcule x et réponds contexte : achats **2) Vérifier le résultat d'un problème** contexte : caissière cinéma vérifier une division

Titre	Problème « à la carte ».
Auteur	François HUGUET, IUFM de Quimper et IREM de Rennes..
Date	Mars 1997.
Origine	D'après une idée de Roland Picard du groupe de recherche "Math29".
Thème	Compte-rendu et analyse d'une activité menée dans une classe de CE2 autour de la résolution de problèmes.
Résumé	Résolution d'un problème "ouvert" dans une situation dite de "sélection" c'est-à-dire dans laquelle les informations sont fournies au fur et à mesure des besoins de l'enfant.
Mots clefs	Résolution de problèmes.

PROBLÈME « À LA CARTE »

CONTEXTE DE L'EXPÉRIMENTATION ET RÉFÉRENCES

Cette expérimentation s'intégrant dans un module "Résolution de problèmes au CE2" vise essentiellement un apprentissage méthodologique s'intéressant à la prise et au traitement de l'information dans une situation complexe.

Ce travail s'inscrit en droite ligne des idées évoquées par l'équipe de recherche de l'INRP dans la revue « Apprentissage à la résolution de problèmes au cycle élémentaire » publiée en décembre 1987 par le CRDP de Grenoble.

Le lecteur pourra se référer utilement au paragraphe traitant de la prise et du traitement de l'information dans cet ouvrage.

A propos de la nature de la prise d'information, l'équipe INRP distingue :

- les "situations de réception", dans lesquelles toute l'information est disponible d'emblée. C'est le cas de la majorité des énoncés de problèmes "classiques".
- les "situations de sélection" (construction successive de l'information) qui sont telles que le chercheur obtient les informations au fur et à mesure de ses besoins et qui demande la participation d'un partenaire (compère ou observateur). C'est le cas, par exemple, du « mastermind ».

Ces dernières présentent plusieurs avantages :

- Le fait de devoir traiter les informations au fur et à mesure de leur obtention évite l'écueil d'un trop grand nombre d'informations à traiter.
- Le jeu avec un partenaire, même si les rôles ne sont pas symétriques, amène des formulations qui peuvent favoriser des prises de conscience.
- Si le partenaire est un adulte, celui-ci se trouve dans une situation privilégiée pour observer.

En conséquence, il paraît intéressant de partir de situations de "sélection", principalement parce que l'enfant n'y est pas seul, et de les faire évoluer vers des situations de "réception" lorsque l'enfant est familiarisé avec les premières.

Par ailleurs l'observation des diverses "stratégies" de traitement de l'information dans lesquelles on peut distinguer deux grandes classes est tout à fait passionnante !

On relève ainsi :

- Le « focusing » consistant à réduire le champ des possibles au fur et à mesure de l'apport d'information comme, par exemple, dans un jeu du portrait ;

- Le « successive scanning » consistant à tester une seule hypothèse à la fois à partir d'exemples successifs n'infirmant pas cette hypothèse.

ANALYSE

Objectifs et compétences visées :

Résolution de problèmes relevant des structures additives et multiplicatives.

Notion d'ordre de grandeur et d'encadrement d'un résultat.

Compétences méthodologiques :

- Définir dans une situation une ou plusieurs directions de recherche.
- Planifier sa démarche et la contrôler.
- S'assurer de la possibilité de répondre aux questions que l'on s'est posées.
- Organiser les données.
- Traiter les données pour obtenir les réponses souhaitées.
- Valider les résultats trouvés.
- Mesurer l'écart au but visé.
- Communiquer sa démarche et ses résultats.

Place dans une programmation ou acquis préalables et prolongements

Ce module est abordé quand les enfants maîtrisent bien :

- la numération et les nombres de 0 à 1000 ;
- le sens et la technique des opérations (+ , - , x).

Il se poursuivra par l'étude de nombreux autres types de problèmes et l'approche des situations mettant en jeu la division euclidienne.

Situation (présentation, texte du problème, consignes précises)

Dans le problème « cinéma », il existe trois types de cartes (Voir le document annexé) :

- Une carte « Situation » indiquant le contexte et les informations générales.
- Des cartes « Informations » avec au recto la nature des informations souhaitées, et au verso, donc disponibles mais non visibles, des données ou des indices permettant de répondre à certaines questions posées.
- Des cartes « Questions » à utiliser éventuellement pour les enfants manquant d'imagination.

Consignes :

- Vous devez choisir une question (ou telle question ou plusieurs questions) et utiliser le moins possible de cartes « Informations » (mais au moins deux cartes) pour tenter d'y répondre.
- Vous devez réaliser une affiche pour communiquer votre démarche et vos résultats.

Matériel :

Une grande affiche présentant la carte « Situation ».

Un jeu de 7 cartes « Informations » disponible par groupe d'élèves.

Des feuilles d'essais permettant de garder une trace du travail de chacun.

Une grille d'observation pour le maître lui permettant de noter par exemple :

1 - si l'élève a choisi seul les bonnes cartes « Informations ».

2 - si l'élève a trouvé seul une question satisfaisante.

3 - si l'élève a effectué tous les calculs (bons ou mauvais).

4 - si l'élève a bien coopéré au travail du groupe.

5 - si le groupe a trouvé la ou les bonnes réponses.

Cette grille permet une rapide évaluation des compétences d'ordre méthodologique et aussi de contrôler certains acquis concernant le sens et la technique des opérations.

DÉROULEMENT POSSIBLE

La carte « Situation » peut être présentée collectivement au tableau afin de favoriser le questionnement et l'appropriation du problème.

Après présentation des faces "recto" des cartes « Informations », les enfants vont devoir choisir des questions.

Cette phase de questionnement peut se dérouler, soit en petits groupes, soit individuellement.

Pour cadrer la phase de recherche, le maître peut décider de trier les questions à traiter.

A titre d'exemple, voici pour le problème « cinéma » quatre questions par ordre de difficultés croissantes.

1 - Quel est le nombre de billets vendus en tout ?
2 - Combien y a-t-il de fauteuils dans chaque salle ?
3 - Combien restait-il de places libres dans chaque salle ?
4 - Quel est le montant de la recette de la journée ?

Remarques :

- Ces questions, qui avaient été prévues par le maître, ou des questions du même type ont été réellement proposées par des élèves au cours de nos expérimentations.
- On note qu'il n'y a pas assez de données ici pour traiter la quatrième question car, au verso des cartes « Informations » ne figure aucun renseignement concernant le nombre d'enfants et le nombre d'adultes ayant assisté aux séances de cinéma.
- Conformément à la consigne, nous n'avons retenu que les questions nécessitant la consultation de plusieurs cartes « Informations ».

La phase de résolution peut être menée en petit groupe ou individuellement.

Il nous semble important de prévoir ensuite une phase de formulation et de validation des résultats.

La gestion des comptes-rendus des travaux des différents groupes peut être facilitée par la réalisation d'affiches en donnant par exemple la responsabilité à un rapporteur par groupe de commenter la démarche et les calculs effectués, et de répondre aux questions éventuelles de l'auditoire.

Une phase de synthèse, permettant l'institutionnalisation de certains savoirs et savoir-faire, peut permettre aussi au maître d'insister sur des comportements et des compétences transversales à mettre en œuvre par les élèves, par exemple :

- accepter d'écouter et tenir compte des arguments des autres ;
- accepter de s'associer à un projet de groupe et mobiliser son attention ;
- savoir faire preuve d'autonomie et aussi d'esprit critique.

ANALYSE A PRIORI DES DIFFICULTÉS POSSIBLES

- La formulation des bonnes questions nécessitant plusieurs cartes « Informations ».
- L'interprétation des réponses apportées au verso des cartes « Informations ». Par exemple, les données de la carte C sont insuffisantes et doivent être complétées par celles de la carte D.
- Les difficultés liées aux opérations. Par exemple, 37 rangées de 9 fauteuils !
- Les difficultés liées aux informations insuffisantes. Par exemple, le nombre de spectateurs ne précise pas la répartition entre le nombre d'enfants et le nombre d'adultes.

Possibilités d'aides envisagées

- Aide à la formulation des bonnes questions.
- Aide dans l'organisation des informations.
- Aide dans la répartition des tâches.
- Demande d'explicitation du vocabulaire posant problème.
- Demande d'un ordre de grandeur possible d'un résultat.

Analyse a priori des procédures possibles de résolution

- Certains enfants ont parfois tendance à vouloir obtenir toutes les informations en oubliant les limites des questions qu'ils se sont posées !
- Nous pouvons prévoir essentiellement des procédures du type "essai-erreur".
- Élaboration de procédures de contrôle des résultats.

CONCLUSION

Ce type d'activité ne peut être considéré, à notre avis, comme une simple expérience ponctuelle.

Il s'inscrit dans un projet visant à développer des compétences méthodologiques propres à la résolution de problèmes. Il vise aussi à promouvoir la coopération entre les enfants de la classe.

Les choix pédagogiques du maître favorisant par exemple :

- les échanges à l'intérieur et entre les groupes ;

- l'attitude d'anticipation et de contrôle des résultats (ou de l'ordre de grandeur des résultats) ;
- l'expression du plus grand nombre d'enfants ...

nous semblent essentiels à souligner pour mener à bien de telles séquences.

L'idée originale consistant à proposer des cartes « Informations » avec le recto visible et le verso caché permet un contrôle immédiat par le maître de la démarche suivie par chacun des groupes d'enfants au cours de la phase de recherche.

En effet, au départ, les jeux de 7 cartes « Informations » (autant de jeux que de groupes d'enfants) sont disposés sur le tableau dans un ordre bien établi par le maître. Il peut donc ensuite, d'un seul coup d'œil en regardant les cartes restantes, voir si les cartes choisies correspondent bien aux questions que se posent les élèves.

Enfin, la grille d'observation que nous proposons n'est qu'un outil parmi d'autres permettant au maître de repérer utilement l'évolution des comportements de certains élèves.

ANNEXE
PROBLÈME « CINÉMA »

A <u>**carte « Situation »**</u> Mercredi, j'ai rencontré un ami qui travaille dans un cinéma. Il m'a raconté beaucoup de choses. Il m'a parlé du nombre de places qu'il y a dans chaque salle de cinéma, des films qui passent en ce moment et même du nombre de billets qu'il a vendus hier pour chaque film. Il m'a indiqué aussi le prix des places et les horaires des séances.	**B** <u>**carte « Informations »**</u> **Au recto** *Titre du film présenté dans chaque salle* **Au verso** Salle n°1 : « La petite sirène » Salle n°2 : « Les aventuriers » Salle n°3 : « L'ours ».
C <u>**carte « Informations »**</u> **Au recto** *Nombre de fauteuils dans la salle n°1* **Au verso** Il y a 48 fauteuils de plus dans la salle n°2 que dans la salle n°1.	**D** <u>**carte « Informations »**</u> **Au recto** *Nombre de fauteuils dans la salle n°2* **Au verso** Il y a 37 rangées de 9 fauteuils dans la salle n°2.
E <u>**carte « Informations »**</u> **Au recto** *Nombre de fauteuils dans la salle n°3* **Au verso** Il y a autant de fauteuils dans la salle n°3 que dans les deux autres salles réunies.	**F** <u>**carte « Informations »**</u> **Au recto** *Nombre de billets vendus hier pour chaque film* **Au verso** La petite sirène : 5 3 0 Les aventuriers : 1 5 0 L'ours : 2 1 6
G <u>**carte « Informations »**</u> **Au recto** *Horaire des séances* **Au verso** Lundi : 20 h 30 Mardi : 20 h 30 Mercredi : 14 h 30 et 20 h 30 Jeudi : 20 h 30 Vendredi : 20 h 30 Samedi : 14 h 30 et 20 h 30 Dimanche : 14 h 30 et 20 h 30	**H** <u>**carte « Informations »**</u> **Au recto** *Prix des places* **Au verso** Enfants : 25 Francs Adultes : 35 Francs

<u>Deuxième interprétation :</u>
Les tomates non vendues gardent leur valeur potentielle de vente et n'occasionnent aucune perte.

Le bénéfice par kilo vendu est de 4,05 F.
Le bénéfice provisoire est calculé après réalisation de la vente.

$B = (1500 - x) \times 4{,}05 = 4941$

$6075 - 4{,}05\,x = 4941$

$4{,}05\,x = 1134$

$\boxed{\text{soit } x = \mathbf{280\ kg}}$

François Huguet, PIUFM à Quimper, propose d'autres interprétations effectivement possibles :
Les tomates, non vendues, gardent une valeur :

•soit supérieure au prix d'achat mais inférieure à une valeur limite (PV possible), car elles mûrissent.

•soit inférieure au prix d'achat (elles se gâtent en suivant une courbe exponentielle) et le problème se complique ...

Il m'a également fourni quelques remarques :

- Un exemple d'interprétation impossible :

Les tomates invendues le seront un jour et permettront de réaliser le bénéfice annoncé.

$B = (1500 - x) \times 4{,}05 + 4{,}05\,x = 4941$

$6075 = 4941$!

- Si les tomates non vendues représentaient une perte de p francs par kg.

$P < \text{Pachat} \qquad 0 < p < 6{,}75$

$B = (1500 - x) \times 4{,}05 - p\,x = 4941$

$1134 = (4{,}05 + p)\,x$ avec $x < 1500$

$1134 < (4{,}05 + p) \times 1500$ toujours réalisé

- Si les tomates non vendues représentaient un gain de g francs par kg.

$B = (1500 - x) \times 4{,}05 + g\,x = 4941$

avec $x < 1500$

$1134 = (4{,}05 - g)\,x$

$1134 < (4{,}05 - g)\,1500$

comme $1134/1500$ est peu différent de 0,75

$0{,}75 < 4{,}05 - g \qquad g < 3{,}30$

À vous de le résoudre en fonction de votre niveau d'étude et du degré de complexité que vous voulez y mettre.

À la lecture de ce qui précède, vous constaterez vous-même, qu'il n'est pas toujours facile d'entrer dans la pensée d'autrui - en l'occurrence dans celle de notre collègue François -.

3. CONTEXTE D'UTILISATION

J'ai l'habitude de proposer cette situation au cours d'actions de formation (ex. : stage de formation continue Cycle 3) ou en début de formation PE1.

Pour notre formation des PE1 à l'IUFM de Bretagne, nous avons la chance de pouvoir choisir un sujet restreint.

Pour cette année 96-97 le thème retenu était :

Situations-problèmes pour acquérir des compétences numériques au cycle 2.

C'est dans ce contexte que nous pouvons nous permettre de consacrer 10 heures - 5 séances - à la résolution de problèmes par nos étudiants. Cela me permet de développer mes conceptions de l'apprentissage sous forme d'homologie.

La chronique qui va suivre relate la mise en œuvre de cette situation qui a débuté à la deuxième heure consacrée la résolution de problèmes.

Au cours de la première heure, j'avais utilisé la situation "la vache et le paysan" d'Hervé Péault (réf. : brochure COPIRELEM tome II stage de Pau), mais il s'est avéré que la réponse exacte a été vite trouvée et n'a donc occasionné que peu de débats. - Une explication : beaucoup de scientifiques dans le groupe et des tests d'entrée à l'IUFM de Bretagne très sélectifs -.

4. LA SÉQUENCE DE RÉSOLUTION DU PROBLÈME

Mise en œuvre de l'activité pour un groupe de 30 étudiants de PE1.

Déroulement

Première phase : recherche individuelle

L'énoncé du problème est soumis à chacun (transparent projeté et support papier individuel).

<u>Consigne</u> : ***rechercher la solution à ce problème.***

Après un temps de réflexion, je recense au tableau les différentes solutions proposées et les élèves se déplacent au tableau pour s'inscrire dans la colonne qui correspond à leur proposition.

Résultats : 12 pour 280 kg , 15 pour 105 kg , 3 réponses divergentes.

Deuxième phase : regroupement par triplettes

Les étudiants sont invités à former des groupes homogènes de trois personnes (homogènes car se formant autour d'une même proposition de solution).

Les groupes ayant la même proposition doivent se regrouper dans un même secteur de la salle.

La consigne suivante est donnée :

Rédiger une proposition d'explication sur transparent ou tableau de papier.

Je leur précise que je désignerai l'une des personnes du groupe pour l'exposé de la solution face au groupe-classe - les deux autres personnes se déplaceront aussi et serviront d'assesseur -

Les trois étudiants esseulés reprendront leur raisonnement et opteront pour 280 kg, ils formeront un nouveau groupe homogène.

J'ai donc obtenu à la fin de cette phase une égalité parfaite entre les partisans de l'une et l'autre des deux propositions qui émergent régulièrement.

Troisième phase : exposé des solutions

J'attends que tous les groupes aient rédigé ; je gère la différence de vitesse par un autre problème proposé aux groupes en *chômage technique*.

J'avais choisi le problème de la roue géante proposé par H. Péault (réf. : brochure COPIRELEM tome IV stage d'Angers). Il n'a vraiment rien à voir avec le sujet, mais je veux montrer, aux futurs maîtres, qu'il faut prendre en charge l'inoccupation des élèves.

Je précise que les interventions n'ont pas lieu au cours de l'exposé et je désigne le premier intervenant.

<u>Premier intervenant</u> :

Proposition de 105 kg (telle qu'elle est présentée sur le transparent)

Il a dépensé en F : 125 x 12 x 6,75 = 10125

S'il vendait tout : 125 cageots à 10,80 F, il gagnerait en F : 125 x 12 x 10,80 = 16200

Son bénéfice maximal serait en F de :

16200 - 10125 = 6075

Or son bénéfice réel est de 4941 F, donc ce qu'il n'a pas vendu correspond à une perte en F de :

6075 - 4941 = 1134

Le nombre de kilos non vendus est de :

1134 : 10,80 = $\boxed{\textbf{105}}$

Je désigne le <u>second intervenant</u>.

Proposition de 280 kg (transparent support de l'explication)

Le bénéfice effectué :

c'est le nombre de kg de tomates vendus à 10,80 F le kg moins le nombre de kg de tomates achetés à 6,75 F par kg.

Soit n le nombre de kg de tomates vendus :

$$4941 = (n \times 10{,}80 - n \times 6{,}75)$$
$$= n (10{,}80 - 6{,}75)$$
$$4941 = 4{,}05\, n$$
$$n = 1220$$

Le nombre de kg de tomates vendus s'élève à 1220 kg.

Or au départ, on avait (125 x 12) kg soit 1500 kg de tomates.

D'où 1500 kg - 1220 kg = $\boxed{\textbf{280 kg}}$ de tomates restants.

Quatrième phase : début de la discussion

Les deux groupes de trois étudiants font face à leurs collègues. J'anime les débats dans la plus stricte neutralité.

L'essentiel de mon rôle consiste à distribuer la parole : le droit de parler n'est obtenu qu'après avoir levé le doigt et avoir été dûment autorisé.

Les consignes suivantes sont données :

- les groupes reprennent leurs explications qui peuvent être contestées à tout moment.

- les partisans d'une solution peuvent se déplacer, un par un, pour soutenir la position du groupe attaqué et utiliser, éventuellement, leurs propres transparents.

Au cours de cette phase les points de vue n'ont guère évolué.

Un étudiant de l'un des groupes s'affirme comme un leader et utilise sa position d'expert supposé (DESS Économie Management).

Hélas pour lui, il a pour le contredire un ingénieur informaticien déjà reconnu par ses pairs comme bon scientifique.

Une personne opte pourtant pour les deux solutions, je mets en évidence l'étrangeté de cette situation : un problème de mathématiques qui aurait deux solutions contradictoires ! Le groupe-classe prétend que c'est franchement impossible.

La séance se termine sur cette impression désagréable. Je demande discrètement aux partisans de l'existence des deux solutions - le premier partisan ayant été rejoint par deux autres personnes - de prévoir, pour le lendemain, un transparent leur permettant d'exposer leur point de vue.

Cinquième phase : une explication du phénomène

Le groupe partisan de l'existence des deux solutions expose le lendemain.

Transparent support :

A- Bénéfice en fonction des (125 x 12) kg achetés

Bénéfice = prix de vente - prix d'achat

4941 + 6,75 (125 x 12) = prix de vente

15066/10,80 = 1395 (en kg)

1500 -1395 = $\boxed{105}$

B- Bénéfice sur les ventes effectives

125 cageots de 12 kg soit 1500 kg

Bénéfice en F au kilo : 10,80 - 6,75 = 4,05

Bénéfice total : 4941 F

Nombre de kg correspondant au bénéfice :

4941 : 4,05 = 1220

1500- 1220 = $\boxed{280}$

Malgré les deux interprétations développées, l'adhésion du groupe sera difficile à obtenir, en particulier, le titulaire du DESS maintiendra son interprétation du bénéfice comme étant la seule valable : à vous de la découvrir ...

Synthèse :

Retour sur l'activité vécue :

Je mets en évidence les structures pédagogiques employées au cours des différentes phases et mon rôle pendant chacune d'elles :

- la recherche individuelle : j'encourage le travail de chacun et je recense les différentes propositions.
- le travail par trois : je donne aux étudiants les moyens matériels d'une bonne exposition, je fais en sorte que tous travaillent - le futur intervenant n'est pas désigné -, je gère la différence de vitesse en proposant du travail annexe ...
- l'exposé : je choisis les groupes et j'aide à la clarté des explications.
- le débat : je l'anime avec fermeté et neutralité.
- la fin de l'activité : je veille à ce que tous soient convaincus par l'argumentation développée et qu'il n'existe pas de zone d'ombre.

Nous échangeons

- autour de la difficulté d'entrer dans la pensée d'autrui et d'oublier, un instant, son propre raisonnement (vers une compréhension future des productions des élèves).
- autour des conceptions de l'apprentissage qui sous-tendent cette mise en œuvre de l'activité (en particulier du rôle du maître qui ne propose plus sa correction souvent prise comme stricte vérité)

J'institutionnalise le terme de débat scientifique qui a été vécu lorsque les deux thèses se sont affrontées (notion d'opposant et de proposant).

Je propose ensuite, aux étudiants, de rédiger individuellement deux modifications de l'énoncé de telle sorte que l'une et l'autre ne conduise respectivement qu'à la solution 105 kg puis 280 kg.

Je leur précise que cela constituera pour moi une évaluation de cette activité de résolution de problème.

5. CONCLUSION

Pour avoir utilisé, de nombreuses fois, cette situation, je crois pouvoir ajouter que les deux propositions apparaissent souvent à égalité et que les **discussions** qui s'en suivent sont **toujours très animées**.

Les points de vue, fortement affirmés, peuvent donc, à mes yeux, faire **l'objet d'un débat,** mais est-il scientifique ?.

En tout état de cause, c'est **une situation qui peut vivre longtemps** si personne, dans le groupe, ne daigne examiner de près la proposition de l'autre.

Je dois alors, sous la pression du groupe qui accepte mal ma neutralité, **poser des questions** du genre :

- et s'il ne possédait pas de chambre froide ?
- et s'il s'agissait de conserves ?

mais mes étudiants apprennent très vite, souvent à leurs dépens, une des clauses du contrat didactique - qu'ils n'ont hélas pas signé - : **je ne donne jamais de correction aux problèmes que je leur soumets.**

Titre	Le petit Poucet.
Auteur	Marie-Lise PELTIER, IUFM et IREM de Rouen.
Thème	Résolution de problème sur la division euclidienne.
Résumé	Nous proposons une situation de formation en PE2 ayant pour but d'une part de réorganiser et de compléter éventuellement les connaissances des stagiaires sur la division euclidienne et d'autre part de conduire les stagiaires à réfléchir sur la notion de problème comme processus d'enseignement / apprentissage à l'école élémentaire.
Mots clefs	Problème, méthodologie, division euclidienne.

LE PETIT POUCET

INTRODUCTION

La séance présentée rapidement ici s'inspire largement des travaux de nombreux collègues. Les situations choisies sont très classiques, elles ont été étudiée à diverses reprises, par l'équipe de l'INRP[1], par celle de l'IREM de Grenoble[2] et par plusieurs collègues professeurs en IUFM, et tout particulièrement par Hervé PÉAULT[3] et par Denis BUTLEN[4].

Elle est construite pour des stagiaires de PE2, ce qui explique que plusieurs points sont seulement évoqués parce qu'ils ont déjà fait l'objet d'une étude en PE1 sur le même thème ou sur des thèmes voisins.

Le choix de la division euclidienne est lié au plan de formation de l'IUFM[5]. L'équipe de mathématiques a en effet réparti les thèmes mathématiques à travailler sur les deux années de PE1 et de PE2.

Consigne

Je propose aux stagiaires deux énoncés de problèmes à résoudre **sans utiliser la division**.

<u>*Le petit Poucet*</u>

Le petit Poucet doit parcourir 1155 km avec ses bottes de 7 lieues. En un bond, il fait 28 km. Combien de pas doit-il faire ?

<u>*L'expédition de livres*</u>

Un éditeur doit envoyer 8295 livres. Il dispose de cartons dans lesquels il peut placer 25 livres. Combien de cartons sont nécessaires ?

ANALYSE A PRIORI

"Le petit Poucet"

Le problème du petit Poucet fait intervenir le nombre plutôt sous son aspect ordinal.

La situation peut être aisément schématisée sur la droite numérique graduée.

Le contexte invite à faire des additions successives, éventuellement des soustractions successives, mais des procédures par multiplications et encadrements successifs sont également envisageables.

La taille des valeurs numériques est telle que les procédures additives ou soustractives seront mises en défaut et modifiées ou adaptées pour gagner du temps. Les adaptations consistent à ajouter (ou enlever) des multiples bien choisis du diviseur :

28×100, 28×10, ...

"L'expédition de livres"

Dans l'énoncé relatif à l'envoi de livres, le nombre se présente plutôt sous son aspect cardinal. Une

[1] Comment font-ils ? L'enfant et le problème de mathématiques . Rencontres pédagogiques N° 4

[2] Brochure de l'IREM de Grenoble

[3] Actes du Colloque des professeurs d'école normale - Paris 1990

[4] Documents pour la formation en didactique des mathématiques des professeurs d'école : Stages d'ANGERS (95 tome IV) et de CAHORS (92 tome I) de la COPIRELEM.

[5] IUFM de Haute Normandie

schématisation par groupements paraît plus représentative de la situation.

Les procédures de résolution additives, soustractives, multiplicatives par essais successifs ont des chances analogues d'apparaître.

Le choix du diviseur 25 induit l'utilisation de multiples particuliers du diviseur tels que 4×25, 40×25 ..., en parallèle avec l'utilisation des multiples classiques : 25×100, 25×10, ...

DÉROULEMENT

Les stagiaires ont à résoudre les deux problèmes par groupes de trois ou quatre avec la contrainte de ne pas utiliser la calculatrice et ne pas effectuer de division.

Les solutions aux deux problèmes doivent être rédigées sur de grandes feuilles qui seront affichées pour la mise en commun. Ces solutions devront pouvoir être présentées et défendues par n'importe quelle personne du groupe qui les a adoptées.

Le temps de recherche et de rédaction des affiches est assez court (20 à 30 min environ).

Mise en commun

La mise en commun permet de pointer la variété des procédures choisies par les stagiaires, souvent mixtes mais cependant différentes. Exemples :

- Les différents multiples du diviseur peuvent être ajoutés les uns aux autres progressivement.
- Les multiples du diviseur peuvent avoir été calculés et abandonnés après avoir servi à affiner l'encadrement du dividende.
- La méthode multiplicative par essais successifs et encadrement est parfois abandonnée en cours de route, au profit d'une recherche du reste entre le dividende et le dernier multiple du diviseur obtenu, reste qui est alors lui-même approché par essais multiplicatifs successifs s'il est encore assez grand, ou par additions successives s'il est dans un champ numérique voisin de celui du diviseur.

La question de l'interprétation du reste dans le premier problème est abordée : faut-il mieux donner le quotient entier par défaut, le quotient entier par excès, dire que le problème n'a pas de solution (on voit ici surgir les effets "âge du capitaine"), ou encore évaluer le reste en fraction de pas de Poucet, ou encore quitter les bottes et finir à pied !

Synthèse

La première partie de la synthèse porte sur :

- la possibilité de résoudre des problèmes relevant de la division euclidienne sans utiliser la technique opératoire de cette opération,
- la variété des procédures pouvant être proposées,
- l'importance du choix des valeurs numériques sur les procédures : un grand écart entre le dividende et le diviseur conduit à abandonner ou à adapter les procédures additives ou soustractives, la "nature" du diviseur : certains de ses multiples sont-ils bien connus, par exemple 100, etc.,
- l'incidence du contexte sur les modes de schématisation que l'on privilégie.

Elle est suivie d'un apport d'informations sur la division euclidienne dans N.

La seconde partie de la synthèse porte sur les caractéristiques de ces problèmes qui les rendent susceptibles de provoquer chez les élèves un début d'apprentissage de la notion de division euclidienne.

Ces caractéristiques sont en partie reprises de l'article de R. DOUADY (RDM 7.2)

- Le problème doit mettre en jeu la notion à étudier, et cette notion doit étayer la solution experte à mettre en oeuvre pour résoudre le problème.
- Le problème doit mettre en jeu la notion dont l'apprentissage est visé en lui donnant du sens.
- Le problème soit pouvoir servir de situation de référence pour les élèves, et leur permettre de se construire progressivement une (des) image(s) mentale(s) associées à la notion.
- Le problème doit être consistant, c'est à dire que la réponse ne doit pas être évidente ou immédiate.
- L'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution en mettant en oeuvre des connaissances antérieures ou des techniques empiriques.
- La validation doit pouvoir être tout ou partie à la charge des élèves eux-mêmes.

PROLONGEMENT

Au cours de la séance suivante, je propose aux stagiaires de recenser dans quelques manuels scolaires de CM1[1], les problèmes proposés pour introduire la division euclidienne.

Une première partie de l'étude consiste à regarder dans chaque manuel

- le nombre de problèmes proposés avant de passer à une phase d'institutionnalisation,
- les aspects de la division euclidienne qui sont abordés, l'ordre choisi,
- la nature des contextes,
- le moment où la technique est introduite,
- les poids relatifs des "problèmes" par rapport aux exercices d'entraînement sur la technique.

Une seconde partie est consacrée à une étude plus précise des problèmes proposés en introduction.

Pour chacun d'eux, les stagiaires sont invités à se poser les questions suivantes :

- Le problème met-il en jeu la division euclidienne ?
- Les nombres en jeu conduiraient-ils un expert à faire une division pour le résoudre ?
- La démarche de résolution est-elle à la charge de l'élève, est-elle suggérée, est-elle guidée, est-elle présentée en modèle ?
- Le contexte choisi permet-il à l'élève de se représenter ce que pourrait être une réponse au problème ?
- Ce contexte incite-t-il à faire un dessin, un schéma, ... ?
- Le problème pourrait-il servir de problème de référence pour enrichir les images mentales que l'élève va se construire d'une situation de division ?

Après cette étude, je choisis avec les stagiaires deux ou trois problèmes qui seraient des "candidats" sérieux pour introduire la division euclidienne en CM1.

Pour ces problèmes je propose aux stagiaires de réfléchir à des "aides" à donner à des élèves qui auraient quelques difficultés à entrer dans la résolution, aides qui ne dénatureraient pas la tâche de l'élève. Je leur demande également de proposer une institutionnalisation locale qui pourrait conclure la mise en commun des travaux des élèves.

Enfin, si certains stagiaires ont la possibilité de conduire des séances d'introduction de la division euclidienne dans leur classe en stage en responsabilité, je leur propose de rapporter à la fois leurs préparations, leurs bilans et quelques travaux d'élèves qui leur paraissent représentatifs de ce qui a été produit par l'ensemble des élèves. Ces documents sont étudiés, commentés, analysés et discutés en cours par le groupe de stagiaires au retour du stage.

[1] Les manuels retenus sont Math hebdo (Hachette 1985), Le nouvel Objectif Calcul (Hatier 1995), Diagonale (Nathan 1994), Atout Math (Hachette 1993), Maths (Hachette), Math outil (Magnard).

Titre	Le napperon
Auteur	Marie-Lise PELTIER, IUFM et IREM de Rouen
Thème	Résolution de problème en géométrie.
Résumé	Nous proposons une situation de formation en PE2 ayant pour but d'une part d'initialiser un cours sur la symétrie axiale et d'autre part de conduire les stagiaires à réfléchir sur la notion de problème en géométrie à l'école élémentaire.
Mots clefs	Problème, méthodologie, anticipation, théorème en acte, erreur, symétrie axiale

LE NAPPERON

INTRODUCTION

Pour de nombreux étudiants, il est impossible d'envisager une activité en géométrie à l'école qui puisse être un "problème" pour les élèves. Pour eux, les problèmes en géométrie commencent avec la démonstration, et sont donc à la charge des enseignants du collège. L'enseignement de la géométrie à l'école leur paraît proche de la "leçon de choses", c'est à dire une succession de séances où il s'agit d'introduire du vocabulaire, de donner quelques définitions, de faire "manipuler" les élèves.

J'ai donc essayé de construire diverses situations en géométrie qui, d'après moi, font intervenir une notion comme réponse à un problème, et qui ont des caractéristiques assez proches de celles d'un problème du domaine numérique.

La situation présentée ici fait partie de celles-ci.

Elle me permet, de plus, de mettre en avant :

- le rôle de l'anticipation : il est nécessaire de faire des hypothèses, d'anticiper l'action, avant de l'exécuter
- le rôle de la manipulation : ici la manipulation est support pour l'anticipation.

Dans l'analyse didactique de la séance, la réflexion porte aussi sur le rôle de l'erreur dans la situation (les erreurs produites constituent des aides à la réflexion, et l'élève peut les dépasser en s'appuyant sur elles), et sur la validation qui est en grande partie à la charge de l'élève.

Objectifs

Je choisis de proposer cette situation aux stagiaires PE2 pour les conduire à mener une réflexion sur les problèmes, tout en revisitant la notion de symétrie axiale dans le plan et quelques-unes de ses propriétés.

Description de l'activité

Les stagiaires doivent reproduire un "napperon" en papier qui est affiché au tableau, ou projeté avec un rétro-projecteur. La consigne est de reproduire ce napperon par pliage et découpage d'une feuille de papier, avec une contrainte qui est d'effectuer tous les pliages souhaités avant de découper, de découper tout ce que l'on souhaite, mais sans déplier, puis de déplier et de comparer avec le modèle sans retoucher.

ANALYSE A PRIORI

Les variables de la situation

Le choix des découpes du napperon est très important. En fonction de ce choix, la réflexion pourra être centrée :

- sur les positions relatives des différentes découpes et sur des questions d'orientation (exemple 1) ;
- sur la forme des découpes : celles-ci peuvent être choisies de telle sorte que l'exécutant utilise implicitement des théorèmes pour obtenir le résultat souhaité, par exemple l'axe de sy-

métrie d'un triangle isocèle est en même temps hauteur (exemple 2).

Le nombres d'axes de symétrie du napperon est également une variable à étudier :

- Un seul axe rend la tâche trop aisée pour être proposée en formation ;
- Le choix de deux axes est intéressant dans la mesure où le degré de complexité est raisonnable et le temps est assez facile à gérer (exemple 2) ;
- Le cas de 4 axes est également intéressant. (exemple 3) ;
- Celui de 6 axes (exemple 4) nécessite un pliage en trois qui pose problème à plusieurs stagiaires.

Le fait de laisser ou non apparents les plis du modèle, d'introduire des plis parasites, ou de les supprimer complètement a aussi une incidence sur les stratégies des stagiaires.

La validation

La validation se fait par confrontation visuelle au modèle. Bien évidemment les réalisations obtenues ne sont pas superposables au modèle. Ce qui doit être respecté, ce sont les formes géométriques des découpes, leurs positions relatives, leur orientation.

La prise en compte des essais et des erreurs

Les essais erronés sont intéressant à conserver. Ils ont plusieurs fonctions.

- La première tout à fait fondamentale est de permettre à son auteur de mener une réflexion et une analyse fine des effets d'un découpage sur un papier plié en 2, en 4, ou en 6. L'erreur peut alors être un point de départ pour affiner la réflexion : le stagiaire en analysant l'effet de telle découpe sur le papier déplié, fera des hypothèses sur les modifications à effectuer pour obtenir le résultat souhaité, etc. L'erreur acquiert ainsi un statut positif, voisin du statut qu'elle a dans la recherche.

- Une seconde fonction provient du fait que chaque réalisation ayant été obtenue par pliage admettra au moins un axe de symétrie, il sera donc possible dans la seconde partie de travail de mettre en évidence les axes de symétrie des différents napperons, de faire des constats sur le motif minimum à conserver dans chaque cas pour obtenir le napperon complet, en appliquant à ce motif les symétries axiales mises en évidence.

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

Un napperon (exemple 2 ou exemple 3) est projeté au rétro-projecteur ou affiché au tableau.

Consigne

"Le modèle est affiché, il n'est pas à votre disposition. Vous devez essayer de le reproduire de votre place. Pour cela, vous pouvez effectuer tous les pliages que vous pensez utiles, puis sans déplier, vous effectuez toutes les découpes que vous jugez nécessaires, enfin vous dépliez et vous comparez".

Phase de recherche

Les stagiaires observent le modèle, et se lancent dans le pliage et le découpage.

Les stratégies sont nombreuses et variées :

- certains identifient rapidement le nombre d'axes de symétrie et font les pliages en conséquence,
- d'autres plient seulement en deux et essaient de reproduire les découpes sur ce pliage en deux,
- d'autres sont encore plus déroutés et effectuent un premier pliage en deux ou en quatre, découpent certaines parties, ouvrent et complètent les découpages sur la feuille dépliée.

Dans tous les cas, on peut noter une attention soutenue.

La validation se fait individuellement par confrontation au modèle.

Lors du dépliage final, les stagiaires peuvent être très surpris des résultats obtenus, parfois leur napperon est extrêmement différent du modèle (cf. annexe). Les erreurs peuvent porter

- sur la forme des découpes,
- sur leur nombre,
- sur leurs positions relatives,
- sur leur orientation.

La quasi totalité des stagiaires n'a aucune difficulté à effectuer correctement cette comparaison individuelle avec le modèle. Il se peut cependant qu'un ou deux stagiaires croient avoir réussi alors que leur découpage n'est pas conforme au modèle. Un questionnement dirigé par le professeur permet généralement à la personne concernée de prendre conscience de ce qui ne convient pas. Il est cependant parfois nécessaire que le professeur attire l'attention d'un stagiaire sur certaines "erreurs" de sa réalisation, en particulier pour les questions d'orientation, ou les questions de positions relatives.

Si dès le premier ou le second essai, le stagiaire est satisfait de sa réalisation, le professeur lui propose une tâche plus complexe : un autre napperon, avec 6 axes de symétrie. Cela permet aux autres stagiaires de terminer la première activité.

Si le stagiaire n'est pas satisfait de sa réalisation, il recommence avec une nouvelle feuille de papier. A ce moment on peut observer que les stagiaires reprennent le premier essai, le replient, l'ouvrent plusieurs fois, avant d'effectuer pliages et découpes. Les erreurs sont donc ici analysées pour être dépassées.

Le nombre d'essais avant l'obtention d'une réalisation satisfaisante est très variable suivant les stagiaires : quelques-uns réussissent du premier coup, pour d'autres, plusieurs essais (parfois huit ou dix) sont nécessaires pour que le résultat soit jugé satisfaisant par son auteur.

Mise en commun des productions et des stratégies

Lorsque la totalité des stagiaires a obtenu un résultat satisfaisant, le professeur propose une mise en commun des différentes stratégies utilisées qu'elles aient abouti ou non, et des productions correspondantes (le professeur prend soin de choisir des productions erronées qui relèvent de types différents).

Nous pouvons distinguer généralement deux types de procédures :

- Repérer les axes de symétries, déterminer un domaine fondamental dans lequel se trouve le motif minimum, déterminer le pliage à effectuer pour obtenir ce domaine fondamental, positionner le papier plié de manière à pouvoir exécuter les découpes en fonction du motif identifié dans le domaine fondamental. Cette stratégie est efficace et experte, elle est proposée par les stagiaires avec des formulations diverses.
- Identifier les découpes qui se répètent, plier en fonction du nombre de répétitions, découper des moitiés ou des quarts de motifs à partir de l'analyse des répétitions. Cette stratégie peut être efficace, mais dans de nombreux cas, les stagiaires ont tellement fait tourner le papier plié que les découpes qui devraient se trouver au centre se trouvent sur les bords et vice versa.

Les productions correspondantes sont étudiées collectivement. Celles qui ne sont pas conformes au modèle sont présentées par leurs auteurs qui expliquent la manière dont ils les ont utilisées pour modifier leur découpage. Les erreurs sont repérées et analysées (nombre de découpes, place des découpes, positions relatives, forme, orientation).

SYNTHÈSE

D'un point de vue mathématique, la synthèse porte sur :

- la notion d'axe(s) de symétrie d'une figure plane ;
- les éléments de symétrie de figures usuelles (triangles isocèles, losange, rectangle, carré, demi-cercle, cercle etc.)

D'un point de vue didactique, au cours de la synthèse le professeur pointe :

- l'anticipation nécessaire pour répondre à la consigne et effectuer le découpage demandé,
- le rôle de l'erreur, c'est bien souvent en analysant une production erronée qu'il est possible de prévoir ce qu'il faudrait faire pour obtenir tel ou tel résultat,
- la validation qui est ici en partie à la charge du stagiaire,
- la notion de théorème en acte. Exemples :
  * Pour obtenir une découpe ayant la forme d'un triangle isocèle, le stagiaire découpe perpendiculairement au pli. Il utilise ici, en acte, une propriété relative au triangle isocèle : "l'axe de symétrie d'un triangle isocèle est également hauteur du triangle".
  * Pour obtenir un carré à partir d'un pliage en quatre, le stagiaire découpe en formant un angle de 45° ; il utilise ici implicitement la propriété relative au carré : "les diagonales du carré sont axes de symétrie et bissectrices des angles".
- le rôle des manipulations en géométrie :
  Il est clair pour la totalité des stagiaires que les manipulations en géométrie ont pour rôle de permettre aux élèves de se constituer un lot d'expériences. Il est nécessaire de "rappeler" cependant que ces expériences ne pourront être mobilisées que si elles ont été décrites au moment de l'action et surtout évoquées après avoir été menées, de manière différée et sans retour à la manipulation. Mais les manipulations ont d'autres fonctions qu'il est nécessaire de mettre en avant :

* Elles peuvent servir de support à l'anticipation ce qui est le cas dans cette situation du napperon.
* Elles peuvent également permettre une forme de validation pragmatique à l'école élémentaire.

CONCLUSION

Je conclus cette séance par la reprise de quelques caractéristiques que doit posséder un problème pour permettre un apprentissage, caractéristiques déjà mises en évidence lors de séances consacrées à des problèmes numériques :

- Le problème doit mettre en jeu la notion dont l'apprentissage est visé en lui donnant du sens.
- Cette notion doit étayer la solution experte à mettre en oeuvre pour résoudre le problème.
- Le problème doit pouvoir servir de situation de référence pour les élèves, et leur permettre de se construire progressivement une (des) image(s) mentale(s) associées à la notion.
- Le problème doit être consistant, c'est à dire que la réponse ne doit pas être évidente ou immédiate.
- L'élève doit cependant pouvoir s'engager dans la résolution en mettant en oeuvre des connaissances antérieures ou des techniques empiriques.
- La validation doit pouvoir être tout ou partie à la charge de l'élève lui-même.

SÉANCE SUIVANTE

Cette séance est suivie d'une séance consacrée à un rappel mathématique relatif à la symétrie axiale et à des questions didactiques sur ce thème, dont je donne ici les grandes lignes mais que je ne développe pas puisque mon propos concerne prioritairement le travail avec les stagiaires autour de la notion de problème.

1- Différents aspects de la symétrie axiale

* la symétrie axiale : transformation ponctuelle qui transforme une figure en une autre figure est une isométrie, négative et involutive (point de vue dynamique),
* la symétrie axiale : transformation ponctuelle ayant de nombreux invariants (point de vue statique), ce qui pédagogiquement revient à la recherche des éléments de symétrie d'une figure donnée.

Ces deux points de vue sont à croiser avec les aspects global ou local de la symétrie.

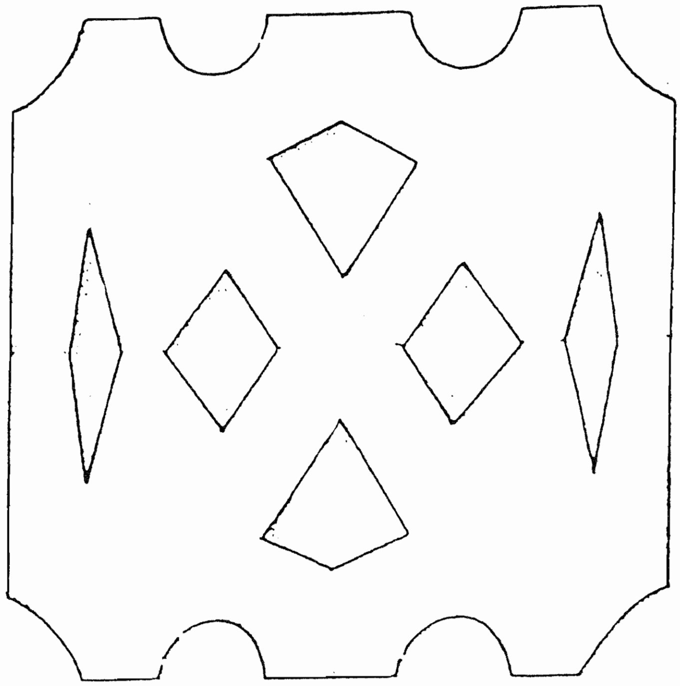
2- Présentation de progressions possibles à l'école.

Présentation rapide de quelques situations (notamment reprise et adaptation de la situation napperon à différents niveaux de classe en fonction des variables didactiques à disposition), et des matériels à proposer contribuant à provoquer des changements de points de vue, et en particulier le passage du global au local ...

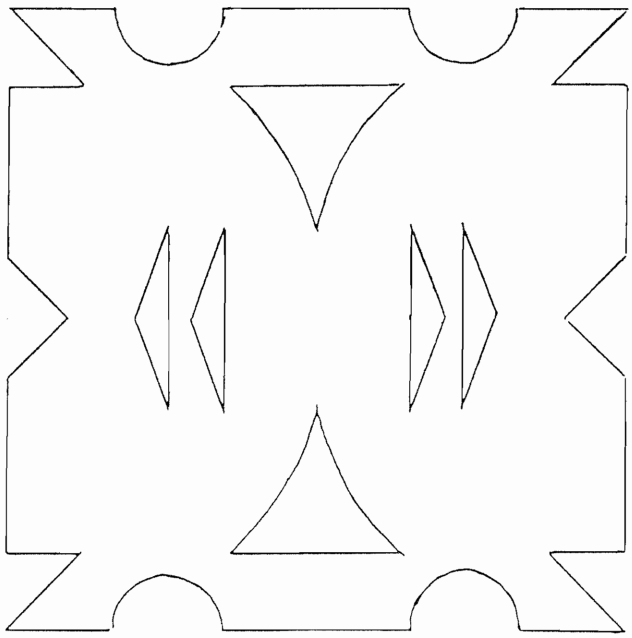
3- Étude de quelques pages de manuels sur ce thème.

Cette étude est focalisée sur un point précis par exemple l'introduction de la notion dans différents manuels à un niveau donné, ou l'analyse de la progression sur le cycle 3 dans une collection de manuels ou l'analyse des résumés (qu'est-ce qui est institutionnalisé ? sous quelle forme ?) dans un niveau et plusieurs manuels, ou sur plusieurs années dans une collection, etc.

ANNEXE 1

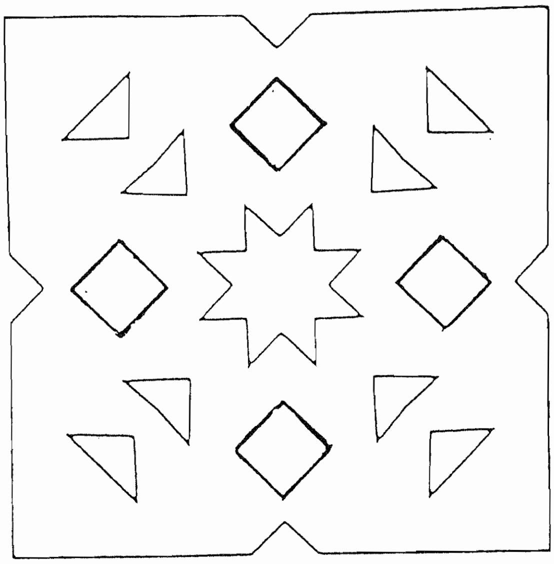


Exemple 1

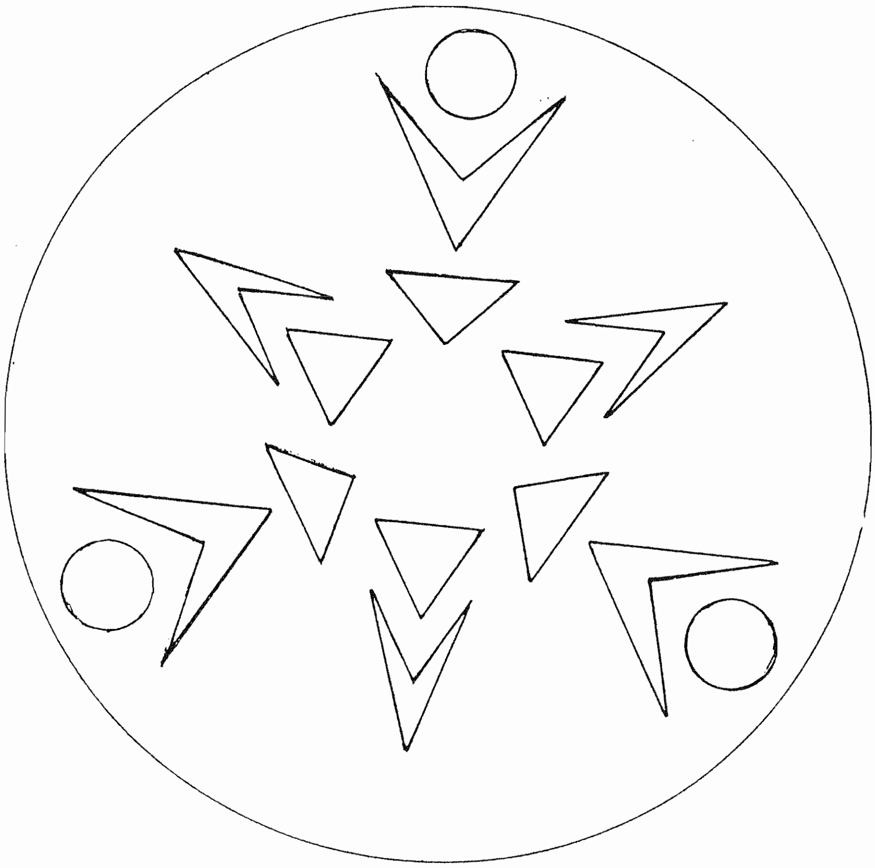


Exemple 2

ANNEXE 2



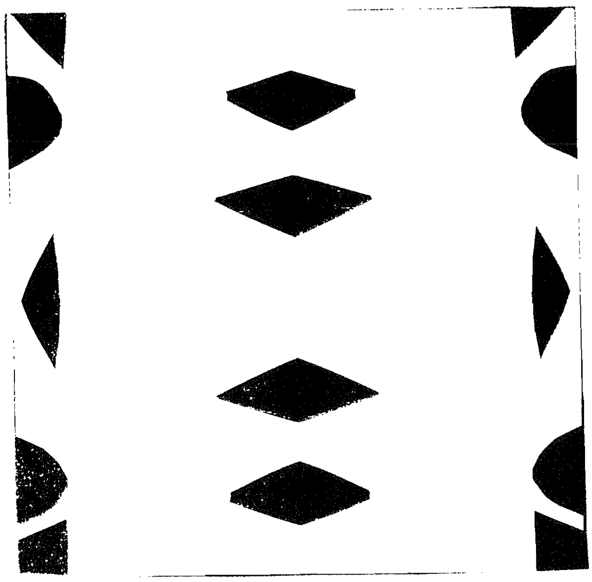
Exemple 3

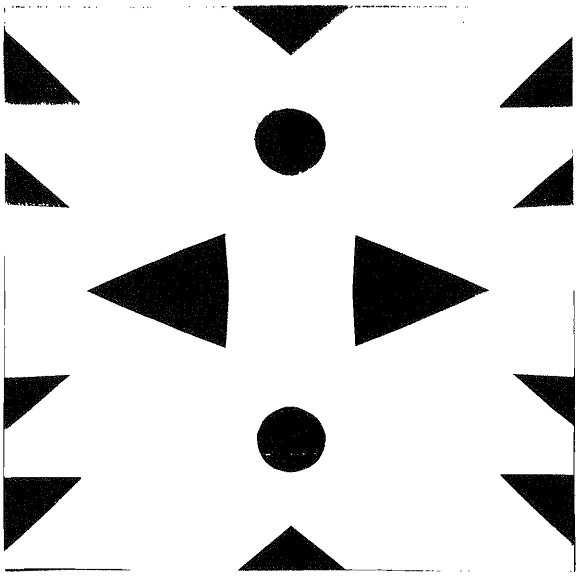


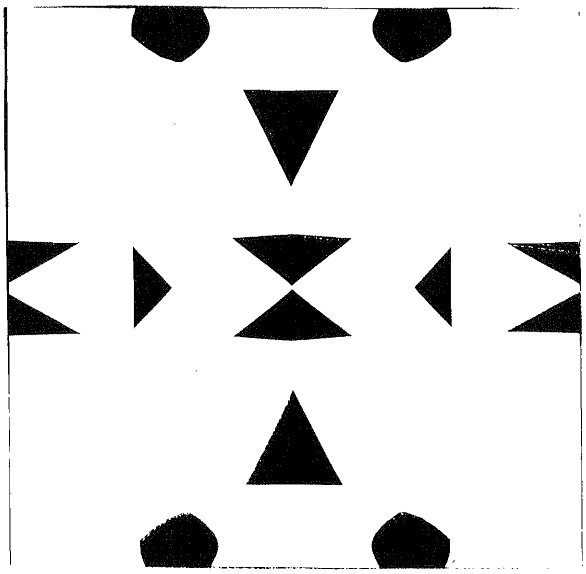
Exemple 4

ANNEXE 3

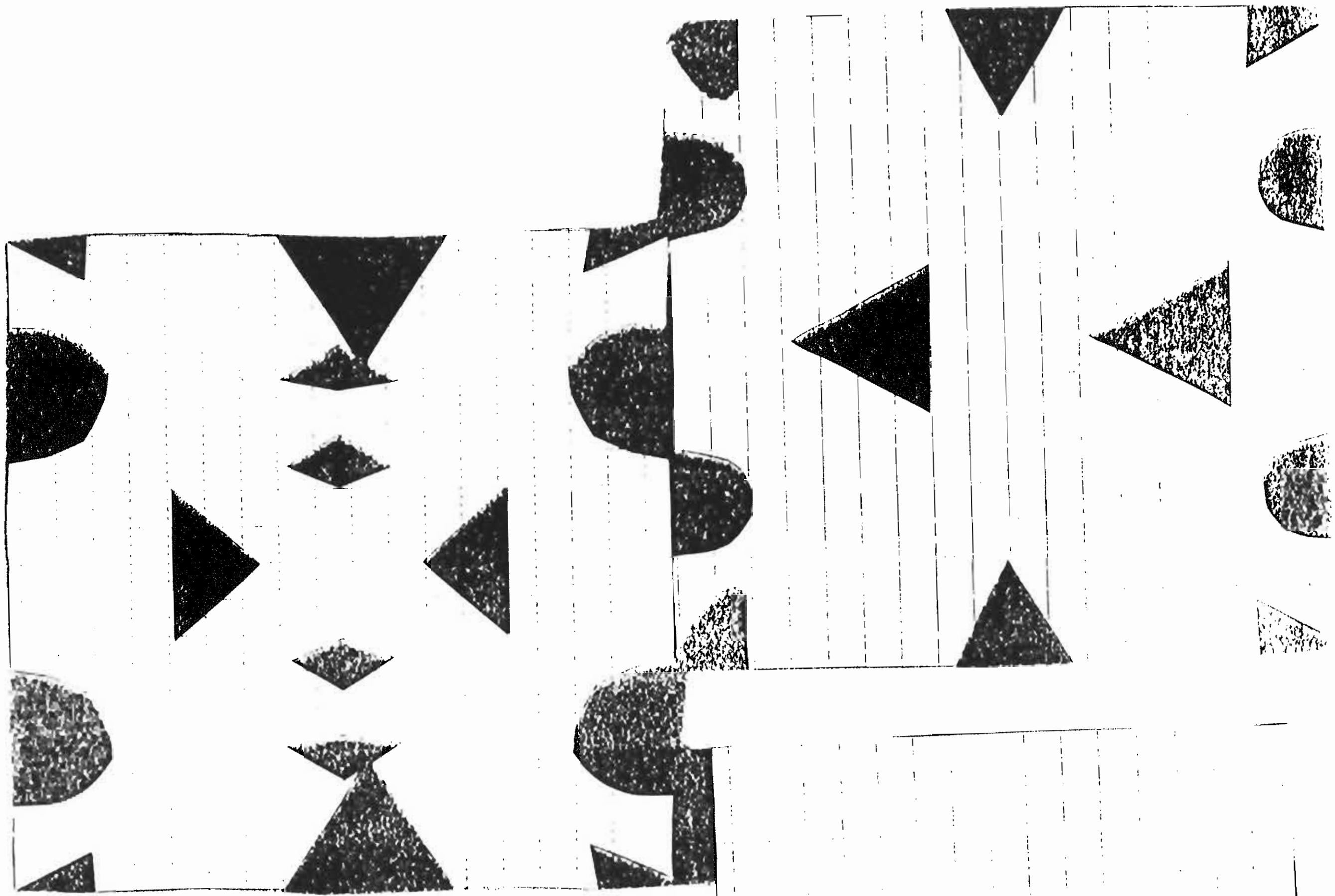
Productions de stagiaires sur l'exemple 2

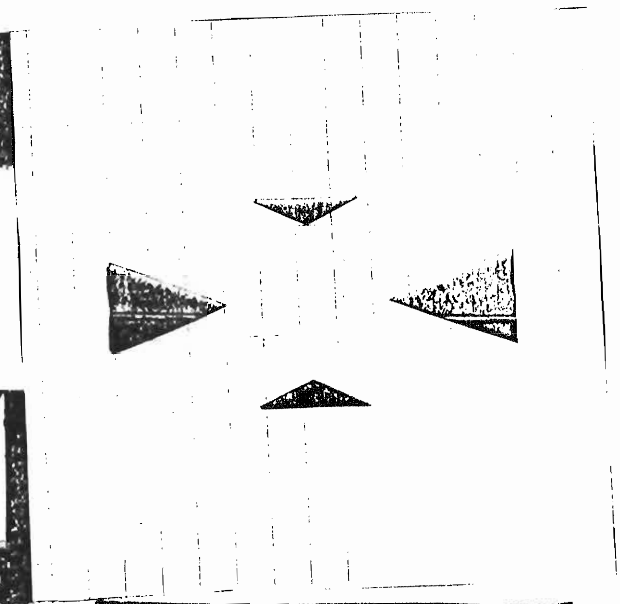




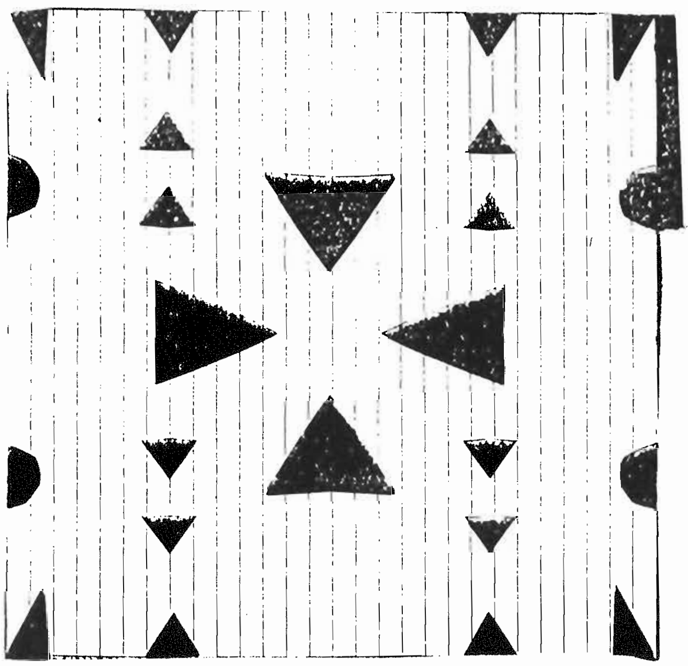


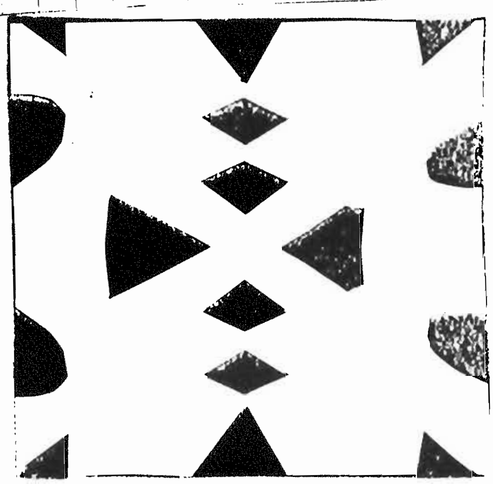
ANNEXE 4





Productions de stagiaires
sur l'exemple 2





Titre	Comment ne pas être "chocolat" ?
Auteur	Nicole BONNET, I.U.F.M. de Nevers et IREM de Dijon.
Date	Janvier 1997.
Origine	Article de Michel CHASTELLAIN in MATH-ECOLE n°165 Nov. 1994.
Thème	Activité pour la formation initiale ou continue.

COMMENT NE PAS ÊTRE « CHOCOLAT » ?

Le descriptif de cette action de formation est issu d'un travail que j'ai mené cette année avec des PE sur le thème de la résolution de problèmes. Je leur ai proposé des situations qui permettaient de réfléchir aux différences entre exercices, problèmes, situations-problèmes, problèmes ouverts. Voici une activité qui a également débouché sur d'autres points abordés dans cet article comme l'analyse du jeu, le débat sur "l'utilité" d'une telle activité, les transformations possibles, etc.

Je dois préciser que j'ai animé cette séance lors des derniers cours avant Noël. En effet, comme on le verra plus loin, il y a peu de contenu mathématique dans ce problème, par contre, il met en situation de recherche. De plus, j'avais promis une tablette de "chocolat fin" au groupe qui le premier trouverait une stratégie correcte.

C'est une situation de recherche par groupes de quatre (deux joueurs, deux observateurs avec changement de rôle), chaque groupe ayant à disposition 29 petits cubes identiques d'une même couleur et un petit cube d'une autre couleur qui est le morceau de chocolat empoisonné.

Mes objectifs sont les suivants :

- Induire un comportement de recherche par le biais d'un problème que je considère comme un problème ouvert. (5)[1]
- Permettre aux PE1 et aux PE2 :

  * d'entrer dans un contenu didactique que j'explicite dans la suite ;
  * de réfléchir à une analyse possible d'une situation de recherche.

[1] Ce nombre en parenthèses renvoie à la petite bibliographie à la fin de cet article.

__Voici l'énoncé__ :

(j'ai modifié celui de M. Chastellain (1))

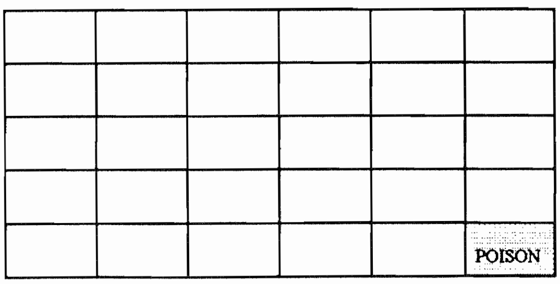
La méchante sorcière a pris une plaque de chocolat et déposé un poison mortel sur un des quatre carrés d'angles. Elle veut proposer un jeu à Blanche-Neige : « Tu vois, lui dit-elle, j'ai déposé du poison sur le carré hachuré ».

Je te propose les règles du jeu suivantes :

1. **Chacune, à tour de rôle va prendre la plaque et en détacher une partie en la coupant suivant une ligne droite du quadrillage. Elle mange le morceau qu'elle a détaché ;**
2. **Celle qui mange le carré empoisonné meurt !**

Mais la sorcière est aussi bête que méchante, elle ne sait pas que Blanche-Neige connaît une façon de jouer pour ne pas manger le carré mortel.

Et toi, comment vas-tu jouer pour ne pas être empoisonné ?



PHASE 1 : TRAVAIL DU PROFESSEUR STAGIAIRE EN TANT QU'ÉLÈVE

Objectifs

- Faire trouver une ou des stratégies gagnantes ;
- Amener une discussion au sein du groupe quant à la rédaction de cette situation de recherche. Faut-il placer des dessins ? Le texte seul suffit-il ? Quelles cohérences exiger entre texte et dessins ? ... Peut-on généraliser à d'autres situations de recherche ?

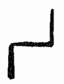
Consigne

La consigne s'articule en deux temps :

1. Vous allez tout d'abord vous placer dans le rôle de l'élève : « jouez et cherchez une stratégie gagnante. Puis rédigez-la sur une feuille. » ;
2. Vous êtes maintenant le professeur : « Quel compte-rendu attendez-vous d'un groupe d'élèves de CM2 placé face à ce problème ? ».

Difficultés dues à l'énoncé :

- J'ai remarqué en circulant entre les groupes que la consigne ne semblait pas claire pour tout le monde. J'ai dû préciser oralement les points suivants :
  * on ne peut pas couper comme cela :



ni en diagonale.

  * on peut prendre une ou deux barres, ou plusieurs, mais <u>en un seul coup</u>.

- Une difficulté de langage émerge vite : un "carré" de chocolat est en général rectangulaire. Ceux qui persistent à dessiner des carrés de chocolat en forme de rectangle, ont plus de peine à trouver une stratégie, et leur expression devient ambiguë. On a donc intérêt à schématiser l'énoncé, pour s'éloigner d'un modèle réaliste. En fait, la manipulation de petits cubes de 2 cm d'arête induit fortement des représentations carrées. Les stagiaires utilisent rapidement du papier quadrillé 5x5 lors des phases d'analyses de jeux.

Les temps de recherche et de rédaction durent environ 20 minutes chacun.

Tous les groupes parviennent à une solution, dans le sens qu'aucun n'est en échec.

Difficultés de rédaction

La rédaction de la procédure gagnante suscite de grandes discussions. Les étudiants pensent que le texte seul ne suffit pas à la bonne compréhension, qu'il doit être illustré de schémas.

Une rédaction claire, précise et concise nécessite un effort important d'analyse et de synthèse. Ce travail d'explicitation permet de mieux comprendre, conceptualiser la situation. Les brouillons raturés des stagiaires montrent que cette action n'est pas simple.

Les PE sont ainsi mis en face d'une exigence du métier : toujours préparer de façon fine ce que l'on attend. Cette activité est aussi une leçon d'humilité pour eux, car ils sont placés face à un problème qu'ils ne savent pas résoudre immédiatement. Certains groupes sont mal à l'aise en début de séance, ils ont peur de ne pas trouver.

Dans la dernière phase, lorsque je leur distribue des exemples de travaux d'élèves, les critiques concernant la rédaction sont plus réfléchies. Les PE ont réalisé qu'il ne fallait pas demander aux élèves ce qu'on avait du mal à faire soi-même.

Je rajoute que le travail d'écriture me semble fondamental car il consolide les chemins mentaux. Il pourra être un outil qui permet un retour lors d'un problème analogue. En effet, l'élève peut reprendre ses notes et les consulter en cas de besoin.

PHASE 2 : TRAVAIL CONJOINT FORMATEUR / PE.

Cet énoncé me permet de dégager les caractéristiques d'un problème ouvert (5) selon deux axes : l'un lié au problème, l'autre lié à la gestion de classe, et d'ouvrir un débat.

1. Caractéristiques liées au problème

1.1 Généralités

À l'école, on pose des problèmes proches soit de la vie quotidienne, soit du monde imaginaire des enfants, afin de leur permettre de créer des connaissances, d'apprendre des stratégies, des techniques, des algorithmes, ... qu'ils devront être capables de réutiliser lors de problèmes différents.

Les I.O. de 1995 précisent : « *La résolution de problèmes occupe une place centrale dans l'appropriation par les élèves des connaissances mathématiques. La plupart des notions ... peuvent*

être abordées par les élèves comme des outils pertinents pour résoudre des problèmes nouveaux, avant d'être étudiées pour elles-mêmes et réinvesties dans d'autres situations ...
Par ailleurs, des activités sont proposées pour mettre en place et développer des compétences spécifiques d'ordre méthodologique ...
Les activités relatives à la résolution de problèmes portent sur :

- *de véritables problèmes de recherche, pour lesquels l'élève ne dispose pas de démarche préalablement explorée ; ...* »

Ici, nous avons un problème qui n'apprend aucune notion spécifique, il s'agit d'un problème de recherche à support ludique, qui illustre la dernière phrase des I.O.

Un tel problème a donc sa place à l'école.

1.2. Analyse du problème

- Je questionne tout d'abord les PE stagiaires :
« Comment avez-vous procédé pour arriver à la solution ? ».

- La réponse des PE est celle-ci :
« Nous avons :

* joué plusieurs fois, fait des essais ;
* émis des hypothèses, des conjectures ;
* testé ces hypothèses en faisant d'autres essais ;
* testé la validité de la conjecture.

C'est une démarche scientifique. ».

Ils ajoutent également :

- « Émettre des hypothèses est relativement difficile car chacun se forge les siennes qui dépendent fortement des réactions de l'adversaire. Quelquefois, nous pouvons mettre en oeuvre deux hypothèses dans la même partie, et il ne sort rien de cela. Il faut noter les coups. » ;
- « La solution n'est pas immédiate. » ;
- « Quand la procédure gagnante est trouvée, le jeu n'a plus d'intérêt. Il faut chercher un "naïf" (un camarade qui n'a jamais joué et qui va être "chocolat "). Il permet de contrôler que celui qui connaît la stratégie gagne toujours. ».

En conclusion :

C'est un jeu fermé : dès que la procédure est découverte, le jeu n'a plus d'intérêt.

J'ajoute :

Quand on résout ce problème, l'activité mentale est certaine, on développe une méthodologie utilisée dans le champ mathématique.

Cela procède dans un premier temps de l'analyse des derniers coups de son adversaire : que fait-il quand il gagne ? puis on essaye de mémoriser les coups d'une partie entière, on capitalise pour mieux anticiper. Puis on se rend compte qu'il faut hiérarchiser les fins de partie.

Dans le jeu de "la course à 20", on peut retrouver une certaine similarité : l'idée qu'il ne faut pas jouer n'importe quoi surgit en général en fin de partie.

Soit par exemple la course à 29, de pas 4. Le gagnant est celui qui dit 29 le premier. Le jeu se joue à tour de rôle. Chaque joueur peut augmenter le nombre annoncé par son adversaire de 0, 1, 2 ou 3.

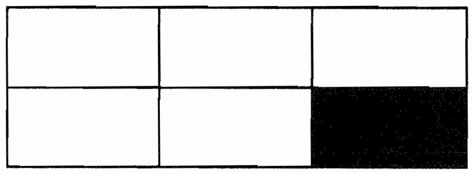
Si le but est 29, celui qui annonce 26, 27 ou 28 a perdu, car son adversaire peut atteindre 29. Par contre, celui qui annonce 25 est sûr de gagner, car son adversaire ne pourra annoncer que 26, 27 ou 28.

Pour gagner, je dois donc jouer 25, qui n'est autre que 29-4.

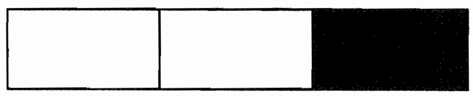
Le joueur réitère son raisonnement, et cela l'amène à découvrir une stratégie globale ...

Il en est un peu de même ici : rapidement, le joueur en vient à considérer la fin de partie.

Admettons que le joueur A laisse le rectangle suivant après avoir mangé son morceau :

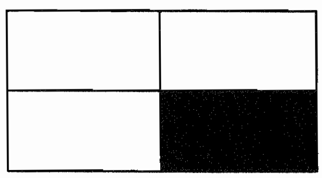


Le joueur B a deux choix. Il peut découper le chocolat de la manière suivante :

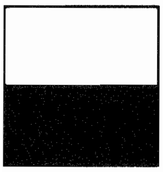


Il a alors perdu car le joueur A lui laisse :

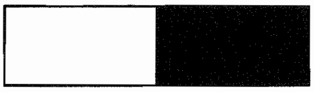
Ou bien, il peut découper le chocolat en laissant un "carré" :



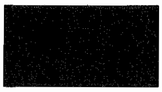
Au coup suivant A ne peut faire que :



ou



Dans ces deux cas, le joueur B a gagné : il coupe le chocolat et ne laisse au joueur A que le carré empoisonné.



La stratégie gagnante peut se résumer ainsi : **« Pour gagner, il faut laisser un carré. Celui qui a un rectangle devant lui peut toujours le transformer en carré. Par contre, celui qui a un carré ne peut qu'en faire un rectangle. Celui qui laisse un carré est donc toujours gagnant. »**

Il suffit alors de "remonter" pour trouver une stratégie gagnante, dès le départ.

"Faire un carré" est un coup fort ou coup gagnant au sens de la théorie des jeux. On retrouve cette situation dans d'autres jeux. Je citerai par exemple le "squeeze" au bridge et le "sugswang" aux échecs.

Dans les premiers coups, il s'agira donc d'enfermer l'adversaire pour lui faire commettre une faute.

Autre idée : une stratégie gagnante répond à un argument de symétrie dans le sens que les positions fortes ont davantage d'éléments de symétrie.

1.3. Débat

Après cela, un débat peut naître avec les étudiants (ou stagiaires). Je les laisse s'exprimer librement tout d'abord, puis pose quelques questions.

- Les étudiants sont enthousiastes car l'aspect ludique l'emporte. Ils ont envie d'essayer avec leurs élèves ... Enfin des maths-plaisir ! Les enfants devraient apprécier ... Je ne les décourage pas car cet aspect me semble fondamental. De plus, les champs périphériques abordés sont à prendre en considération ...
- D'autres ont peur de passer trop de temps pour peu de savoirs mathématiques estampillés.

Outre l'aspect mathématique cité plus haut, lorsque l'on résout ce problème, on doit :

* Capitaliser, anticiper ;
* Argumenter ;
* Écouter les autres ;
* Rédiger un texte de nature scientifique (si le maître l'a demandé), texte avec ses règles précises, qui peuvent être débattues à ce moment.

En conclusion, il semble qu'il faille choisir le moment, ne pas passer trop de temps, mais que ce problème développe une méthode utile aux mathématiques. On fait bien ici des mathématiques car on travaille un mode de pensée, un type de raisonnement spécifique, loin du modèle usuel - leçon puis exercices - si prégnant pour les étudiants ou stagiaires.

Remarques :

Mettre en situation divers problèmes permet aux PE stagiaires de mieux cerner leurs différences au travers des démarches que chaque groupe a utilisées. C'est une prise de conscience.

De plus, on enrichit leurs classes de problèmes de référence : il existe d'autres problèmes que ceux qui apprennent des notions.

- Les étudiants ne nient pas l'activité mathématique dans ce problème, mais il est difficile de modéliser les processus de réussite.
- Un autre point fort de la discussion est la recherche de variantes du problème initial, pour modifier les procédures de résolution.

Voici celles proposées par les PE :

- Si j'augmente ou diminue le nombre de carrés de chocolat sur la plaquette, de manière à la laisser rectangulaire.

Les procédures de résolution restent inchangées (c'est celui qui connaît la procédure gagnante qui est vainqueur, qu'il joue en premier ou en second). Seul le temps de jeu est modifié (et peut-être aussi la rapidité de découverte de stratégies).

- Si je forme une plaquette carrée ayant par exemple 5 x 5 morceaux de chocolat.

Le problème est changé (celui qui connaît la procédure gagnante ne doit pas jouer en premier). C'est un jeu de hasard : tirer à pile ou face pour savoir qui joue le premier.

Inutile de jouer si les deux adversaires connaissent la stratégie gagnante !

Puis les PE1 me questionnent sur les termes employés : qu'est-ce qu'une situation-problème, qu'un problème ouvert, qu'un problème. En fait ces mots échappent, même si on a pris le soin de parler d'activité ! De plus, dans certains sujets de concours, lors d'entretiens, des formateurs leur demandent de préciser ces différences. Le lecteur pourra se reporter utilement aux ouvrages ou articles cités en bibliographie pour un essai de réponse.

2. Caractéristiques liées à la gestion de classe

Je rappelle l'organisation favorisant d'une part la responsabilité des PE (ou des élèves) face à la solution du problème et d'autre part leur autonomie dans la recherche :

- **Premier temps de la recherche : consignes initiales.**

Le formateur (moi-même) observe un assez long moment de silence où chaque PE (élève) s'approprie de façon individuelle la consigne et le jeu. Ce moment est fondamental car il permet l'émergence des premières conjectures et l'entrée dans l'action. De mon point de vue, tout travail de groupe devrait débuter par un moment où chacun note par écrit ses premières idées. Ce procédé évite d'être entraîné trop rapidement dans la pensée d'un "leader".

Deuxième temps : phase d'action

Le formateur circule entre les groupes, re-précise éventuellement la consigne. Nous avons vu que l'énoncé écrit ne suffisait pas.

Cette phase consiste en la mise en place de stratégies. Le contexte est alors oublié : on ne pense plus à Blanche-Neige, la plaquette de chocolat est représentée, les carrés de chocolat le sont aussi, sous forme carrée. On travaille en noir et blanc, les objets ont perdu leur couleur. Seules les hypothèses ayant du sens sont conservées.

Le professeur doit prendre garde de ne pas trop intervenir, être patient et laisser mûrir le problème. Son rôle consiste à encourager, essayer de rentrer dans la pensée des élèves. Il ne doit pas fermer le problème trop rapidement.

- **Troisième temps : phase de formulation**

Le compte rendu demandé aux PE (ou l'affiche pour les élèves) est un moyen de communication qui peut être affiché et laissé à la consultation libre. Dans un premier temps, la rédaction précise la pensée, dresse la liste des conjectures et permet leur exposition.

La production d'un texte mathématique par les enfants que l'on analysera ensuite, peut-être un objectif intéressant.

- **Quatrième phase : phase de validation ou de débat**

C'est une activité de vérification qui ne se réduit pas au contrôle des procédures avec les PE. On conçoit la cohérence des résultats obtenus, on cherche à modéliser (si on peut) la situation. Cette phase permet de prendre du recul, de s'approprier individuellement la situation. Les questions ou réponses des pairs participent à cette compréhension.

PHASE 3 : ANALYSE DE TRAVAUX D'ÉLÈVES

Après le constat des difficultés de formulation écrite des stratégies par les PE, j'ai distribué la photocopie de travaux d'élèves. Ils ont été élaborés après deux périodes de quarante-cinq minutes, dans une classe de 5ème (7ème année scientifique en Suisse (1)). Voir en annexe.

Mon objectif est de leur faire analyser des productions d'élèves et de les comparer aux écrits des stagiaires.

Remarque importante :

Les critères d'analyse qui ont surgi le plus souvent sont :

- La qualité de la présentation : soin, dessins ; Ce premier point semble fondamental pour les PE ;
- La clarté des explications : précision du langage, sémantique, orthographe ;
- La stratégie développée : est-elle générale ou s'appuie-t-elle sur un cas particulier ?
- La pertinence des remarques (surtout à cause de la première phrase du compte rendu n°3).

Ces critères s'appliquent au résultat fini. Ils ne prennent aucunement en compte :

* La description des recherches infructueuses, les pistes rejetées pour différentes raisons (traitement de l'erreur).
* Le nombre, la variété des pistes de recherche.
* L'appréciation personnelle du maître.
* etc.

CONCLUSION

Cette activité de formation a été plébiscitée par les PE car elle leur a donné la possibilité d'être *élève* en leur permettant de participer à la construction d'outils pour être *maître*.

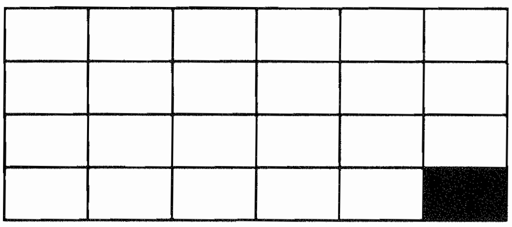
De plus elle m'a permis d'illustrer des éléments de didactique, en cernant honnêtement leurs limites.

Enfin, leur meilleur souvenir, a été la dégustation collective d'une tablette de chocolat que j'avais promise au groupe qui trouverait le premier la stratégie gagnante ...

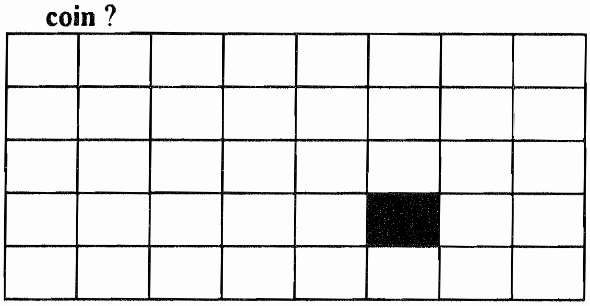
Pardonnez le côté sentimental ... ! Cependant cette association travail-chocolat, ne peut-elle créer des connexions mentales fortes à propos de cette résolution ?
Cette récompense est-elle si gratuite que cela ? ! ...

Pour ouvrir encore le problème, je propose de nouvelle variantes destinées aux PE (ou aux collègues ?) qui trouveraient cette situation très simple ou trop naïve. Voici donc une occasion de faire un peu de mathématiques :

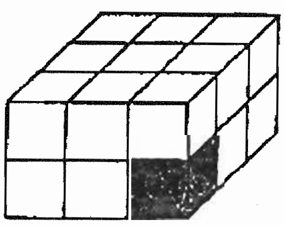
- **Et si** on jouait à **trois** et non à deux ?



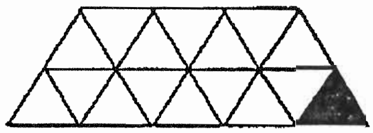
- **Et si** le carré empoisonné n'était **pas dans un coin** ?



- **Et si** on jouait dans **trois dimensions** ?



- **Et si** les carreaux n'étaient **pas carrés** ?



Enfin, je voudrai conclure par cette jolie phrase empruntée à Michel Chastellain : "toute situation mathématique mérite d'être dégustée ».

BIBLIOGRAPHIE

(1) Article de Michel Chastellain (maître de didactique des mathématiques au SPES de Genève), intitulé "Évaluation d'une situation mathématique" in Math-Ecole n° 165 Nov. 1994

(2) "Jeux de cadres et didactique outil-objet" Régine Douady in RDM Vol 7-2 éd. La Pensée Sauvage 1986

(3) "Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles" Chapitres 1 et 2, Tome 1. R. Charnay et M. Mante

(4) "Théorisation des phénomènes d'enseignement" G. Brousseau Thèse d'état Bordeaux 1

(5) "Problème ouvert et situation problème" G. Arsac, G. Germain, M. Mante IREM de Lyon 1988

(6) "Comprendre les énoncés, résoudre les problèmes" A. Descaves Hachette-Education 1992

(7) "Apprendre (par) la résolution de problèmes" R. Charnay in Grand N n° 48

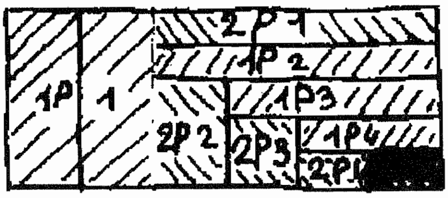
COMPTE RENDU 1
(PHOTOCOPIE ARTICLE MATHS ÉCOLE)

Compte rendu n°1

Comment ne pas être « Chocolat » ! Laurent, Matthieu, Nicolas

Il faut jouer de telle manière a ce qu'il ait le même nombre de carré horizontalement et verticalement.

ex :



//// joueur 1
\\\\ joueur 2
"P" = Player

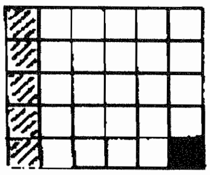
1, 2, 3, 4 après le "P" = nombre de coup

En jouant plusieurs fois, nous avons remarqué :
que celui qui connaît le "truc" est presque sûr de gagner, à moins que son adversaire connaisse aussi le "truc" !
qu'au début nous avions trouvé une solution mais elle ne marchait pas a tout les coups. Si l'autre en enlevait trois bandes à l'horizontale, on en enlevait trois aussi sauf à la verticale. mais comme il n'y a pas le même nombre horizontalement et verticalement, cela ne peut pas joué !

COMPTE RENDU 2
(PHOTOCOPIE ARTICLE MATHS ÉCOLE)

Compte rendu n°2 Julien / Romain

Pour gagner à coups sûr il faut manger la ligne A sur le tableau x

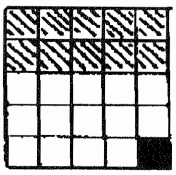


→ tableau x

= premier joueur

A B C D E F

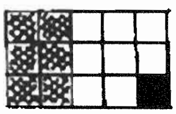
On obtient alors un carré et s'est à l'adversaire de jouer



= second joueur

A B C D E F

Le premier joueur doit reformer un carré.
L'adversaire mange une autre partie de la plaque et de nouveau le premier joueur reforme un carré jusqu'à ce que le second joueur mange le carré noir.



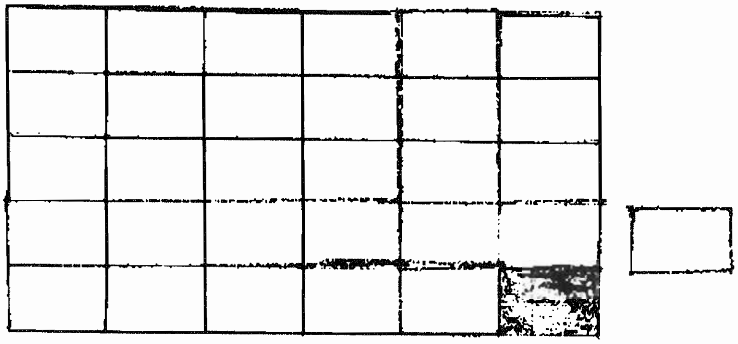
revoila le carré etc
Il faut commencé pour gagner

COMPTE RENDU 3
(PHOTOCOPIE ARTICLE MATHS ÉCOLE)

Compte rendu n°3

Comment ne pas être « chocolat »!

Seymour et Erwan



= lignes qu'ils faut mangen.

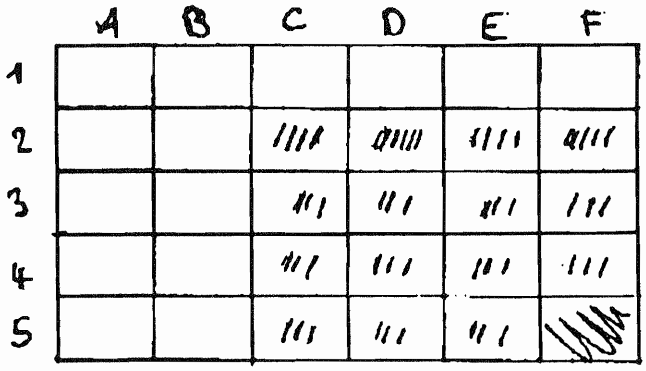
Celui qui commence n'est pas forcément le vainqueur, ça dépend comment il joue.

Quand on arrive dans ce stade, on peut mettre en pratique la stratégie.

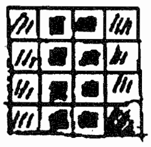
	A	B	C	D	E	F
1					///	
2					///	
3					///	
4	///	///	///	///	////	///
5					///	

La stratégie consiste a pousser l'adversaire sur les lignes I et 3. Dans ce cas nous pouvons avaler les lignes E et 4. L'adversaire ne peut rien faire à par manger le chocolat vert.

2ème solutions



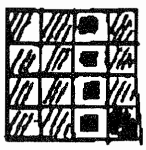
A partir de ce stade là l'adversaire est perdu, même si il mange une ou deux ligne(s). C'est à lui de commencer.



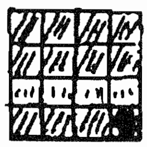
/// adversaire

■ moi

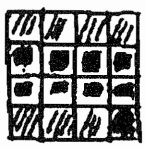
il a perdu.



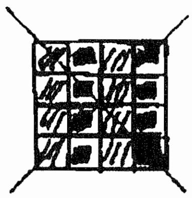
il a perdu.



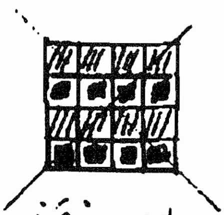
il a perdu



il a perdu



j'ai perdu



j'ai perdu

La tactique consiste à manger l'avant dernière ligne pour que l'adversaire mange la dernière.

COMPTE RENDU 4
(PHOTOCOPIE ARTICLE MATHS ÉCOLE)

Compte rendu n°4

Samuel - Fabrice   Comment ne pas être « chocolat »

joueur 1 = j 1
joueur 2 : j 2

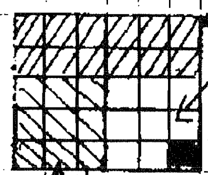
Solution pour que le 2ème joueur gagne

Pour que le deuxième joueur gagne il faut, chaque fois que le premier joueur enlève une partie de la plaque, enlever une autre partie de manière à ce que la plaque soit carrée ex. joueur 1 / joueur 2

①

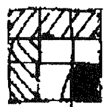
partie mangée par le j.1.

carré restant



parite mangée par le j. 2.

②



Nous avons trouvé la solution en jouant plusieurs parties.

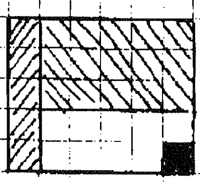
③

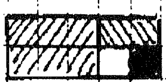
le 2ème joueur à gagné

④

Solution pour que le 1er joueur gagne

Cette solution est basée sur le même principe que la précédente, si le j 1er joueur enlève ~~la~~ une seule colone (verticale), cela fait un carré et les rôles sont inversés ex, au verso : j 1 = //// j 2 = \\\\





THÈME 2
RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ET ENFANTS SCOLAIREMENT FRAGILES

DIS, FAIS-MOI UN DESSIN ...

FRAGILITÉ DE L'ENFANT ET PROBLÈMES

AIDES À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Titre	Dis, fais-moi un dessin ...
Auteur	Yves GIRMENS, IUFM de Perpignan, IREM de Montpellier, et les membres de l'atelier : "Problèmes et enfants fragiles".
Date	Mars 1997
Origine	D'après une idée de C. Guillemet, PE2 à Perpignan en 1996-97, à partir d'un énoncé proposé par l'ouvrage "ERMEL CP".
Thème	Présentation d'une expérience menée dans une classe de C.P autour du premier problème proposé
Résumé	Les enfants doivent représenter par un dessin un énoncé qui leur est donné. Ils doivent ensuite choisir parmi les dessins ceux qui peuvent aider à répondre à une question faisant appel à un dénombrement
Mots clefs	Problème, schématisation.

« DIS, FAIS-MOI UN DESSIN ... »

ORIGINE DE L'EXPÉRIENCE ET CADRE DE TRAVAIL

L'entretien individuel avec des enfants en difficulté au sujet d'un problème qu'ils ont cherché à résoudre montre clairement que les enfants ne recourent pas à une schématisation (représentation sous forme de schéma) comme moyen pour s'approprier le sens du problème posé et peut-être pour le traiter.

Ce manque semble aggravé par l'idée qu'ils se font d'un problème : "résoudre un problème, c'est faire une opération".

En particulier, ils ne disposent pas de systèmes de représentations autres qu'iconiques où les objets de l'énoncé sont dessinés, ce qui, dans beaucoup de situations, est un obstacle à une représentation pertinente et fonctionnelle du problème.

On peut voir dans la schématisation d'un énoncé de problème, un moyen naturel de construire des significations de cet énoncé qui complète et corrige l'appropriation de cet énoncé dans le registre de la langue.

En particulier, la schématisation d'un énoncé peut aider à la mise en relation des données pertinentes et favoriser ainsi la représentation mathématique d'un problème.

On peut avancer l'hypothèse que l'élève en difficulté a beaucoup de mal à créer un schéma fonctionnel et qu'il ne peut, de sa propre initiative, faire évoluer ses schématisations vers des formes plus abstraites qui construisent le sens du problème.

Notre hypothèse :

La mise en place précoce d'activités autour des schématisations d'un énoncé peut contribuer à développer chez les enfants l'aptitude à comprendre un énoncé mathématique, à en construire une représentation et en même temps leur donner des moyens d'améliorer leurs schématisations .

L'objectif sera, à terme, qu'ils choisissent la schématisation la mieux adapté au problème à traiter.

Il ne s'agit surtout pas de "tomber" dans le travers d'un apprentissage méthodologique de la résolution de problèmes s'appuyant sur la schématisation, ce qui constituerait une dérive comparable à la pratique consistant à réduire l'apprentissage de la résolution de problèmes à un apprentissage méthodique de la "lecture d'énoncés mathématiques".

Il s'agit seulement, à l'occasion de la résolution de problèmes, d'accorder au schéma la place qui est la sienne, celui d'un "écrit intermédiaire" *que l'élève peut utiliser pour s'approprier un problème et le représenter.*

PRÉSENTATION ET ANALYSE DE L'EXPÉRIENCE

L'expérience est menée dans un Cours Préparatoire, alors que les enfants n'ont encore jamais été confrontés à un problème de mathématiques.

La classe est composée en majorité d'enfants d'origine étrangère.

L'idée est de les mettre en présence d'un énoncé de type mathématique (contenant des données numériques qui peuvent être mises en relation), mais ne comportant pas de question, avec l'objectif de faire émerger les manières dont les enfants s'approprient et appréhendent cet énoncé puis, dans un deuxième temps, à partir des "représentations" qu'ils ont proposées, de mettre en évidence une interprétation de l'énoncé conforme au type de compréhension qu'exige un problème en mathématiques.

Il ne s'agit pas d'un dispositif en vue de répondre à des difficultés mais plutôt d'une première approche de la compréhension de ce qu'est un problème en mathématiques, proposée à des jeunes enfants dont on peut déceler une fragilité sur le plan scolaire.

Première étape :

Il s'agit d'amener des enfants (qui ne savent ni lire ni écrire) à expliciter, par un dessin (qui est le seul type d'écrit qu'ils peuvent produire), un énoncé qui n'a pas encore la forme d'un problème classique de mathématiques car il ne contient pas de question.

L'absence de questions ouvre sur tout un éventail d'interprétations qui se traduisent par des dessins divers (y compris des dessins qui font intervenir l'imaginaire) ; cela permet aux enfants de confronter les différentes interprétations possibles d'un énoncé et d'en débattre.

Deuxième étape :

Une question relative à l'énoncé est maintenant communiquée aux enfants : la réflexion consistera à chercher, parmi les dessins proposés, ceux qui peuvent constituer une aide pour répondre à la question posée.

Cela doit permettre de mettre en évidence les dessins qui organisent les données, autrement dit, ceux qui traduisent une "lecture mathématique" de l'énoncé mais aussi ceux qui font intervenir l'imaginaire (critère : "ils n'aident pas") ainsi que ceux qui ne respectent pas l'organisation mathématique des données.

Troisième étape :

Les enfants doivent maintenant chercher à répondre à la question en utilisant le schéma de leur choix parmi les schémas proposés.

Après un temps de recherche, la mise en commun vise à permettre l'explicitation des critères de choix puis la mise en évidence de différences dans les procédures de traitement selon le dessin choisi.

Ainsi ,dans un premier temps, le dessin joue le rôle de médiateur dans la compréhension de ce qu'est un énoncé mathématique, et, dans un deuxième temps, on veut permettre à l'enfant de percevoir l'intérêt d'un certain type de schéma, obéissant à certains critères (mise en relation des données numériques), comme support de la pensée pour répondre à la question d'un problème.

MISE EN ŒUVRE

La séance a lieu en décembre 1996 dans une classe de CP.

Les enfants ont travaillé sur le nombre et le domaine numérique familier, variable selon les enfants, s'étend jusqu'à 50.

Les enfants n'ont jamais été confrontés à un énoncé "type problème".

Premier temps

Première phase :

L'énoncé suivant est écrit au tableau :

Dans un pays lointain, des chasseurs ont tué 12 tigres. Il faut deux chasseurs pour porter un tigre et le ramener au village.

(énoncé emprunté à l'ouvrage ERMEL C.P)

L'énoncé est lu par la maîtresse qui le fait reformuler par quelques enfants. Quand elle est certaine que les enfants ont compris l'énoncé, elle leur communique la consigne :

« Tu vas faire un dessin qui raconte cette histoire. »

(elle explicite en ajoutant : « en regardant le dessin, je dois comprendre l'histoire. »)

Chaque enfant dispose d'une feuille A4 et travaille individuellement.

Deuxième phase :

La maîtresse sélectionne une douzaine de dessins qu'elle affiche au tableau. Elle rassemble les enfants et provoque un débat autour de la confrontation des dessins avec l'énoncé.

Le débat est initié par la question : « Est-ce que le dessin montre tout ce que nous dit le texte ? »

La discussion permet de classer les dessins en différents types :

- Ceux qui illustrent l'énoncé sur le plan sémantique, sans tenir compte des nombres et en faisant appel à l'imaginaire (annexe 1).
- Ceux qui tiennent compte du nombre de tigres mais qui n'utilisent pas la relation "un pour deux" (annexe 2).
- Ceux qui représentent la relation "un pour deux" sans représenter le nombre total de tigres (annexe 3).
- Ceux qui ont tenu compte de toutes les données numériques mais qui ont rajouté une information non contenue dans l'énoncé : "certains hommes portent deux tigres." (annexe 4).

Deuxième temps

La maîtresse formule une nouvelle consigne :

« Maintenant, je vais vous poser une question : combien de chasseurs faut-il pour transporter tous les tigres ; On va regarder si les dessins affichés peuvent nous aider à répondre à la question. »

La maîtresse mène ensuite un débat collectif autour des différents dessins en amenant les enfants à expliciter la manière d'utiliser chaque dessin.

Au cours de cette discussion, certains dessins ne sont pas retenus car ils ne sont d'aucune aide pour répondre à la question (ceux qui illustrent l'histoire sans utiliser les nombres et ceux qui "rajoutent" de l'information).

Troisième temps

La maîtresse donne comme nouvelle consigne :

« Vous allez répondre à la question posée en vous servant d'un dessin. »

Les enfants ont repris leurs dessins et travaillent par deux.

La phase de recherche est suivie d'une mise en commun qui permet aux enfants de présenter leurs procédures de dénombrement en mettant en évidence qu'elles dépendent du dessin utilisé.

PROLONGEMENT

À partir d'une situation vécue à l'occasion du Carnaval, l'énoncé suivant a été proposé un peu plus tard aux enfants :

> Pour Carnaval, chaque enfant fabrique un masque. Il faut deux pièces pour faire un masque.
> Il y a 13 enfants. Combien faut-il de pièces ?

accompagné de la consigne suivante : "*tu peux écrire ou dessiner ce que veux pour répondre à la question. Tu écriras le nombre de pièces nécessaires au bas de la feuille*".

Il s'agit ici d'un véritable problème mathématique : l'objectif étant d'amener les élèves à produire "un écrit de recherche" (schéma ou écrit symbolique) pour représenter l'énoncé en vue de tenter de répondre à la question posée. Dans cette nouvelle situation, l'écrit de l'élève est finalisé par la recherche d'un nombre inconnu.

Chaque enfant dispose d'une feuille A4. La séance se déroule en trois parties : phase d'appropriation de l'énoncé, recherche individuelle, mise en commun et bilan.

La confrontation des productions des enfants a permis de mettre en évidence les points suivants :

- *il faut utiliser tous les renseignements que donne l'énoncé et eux seuls.*
- *il n'est pas nécessaire de dessiner les objets de manière réaliste ; on peut utiliser des symboles ("barres" ou "ronds").*
- *il n'est pas nécessaire de dessiner toutes les pièces : à partir du dessin des masques, à l'aide de la comptine, en comptant de deux en deux, on peut trouver la réponse.*
- *au lieu de faire un dessin, on peut écrire la suite des entiers de 1 à 13 (représentant les 13 masques) puis en simulant mentalement "2 pièces pour 1 masque", écrire en correspondance la suite des entiers de 1 à 26 (production fournie par un enfant).*

Ainsi cette situation a permis, à chaque enfant, en s'appuyant sur ce qu'il a été capable de faire pour représenter le problème, de découvrir et de faire fonctionner des représentations schématiques ou symboliques, autres que la sienne, que ses camarades ont mis en œuvre pour traiter le problème.

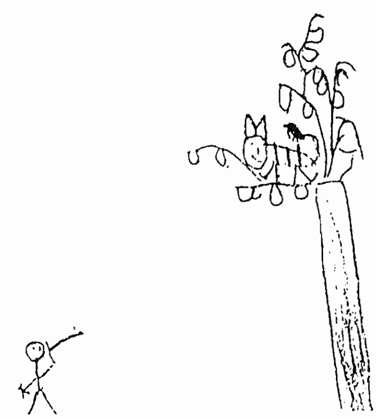
Remarque :

Sans remettre en cause le choix fait par certains auteurs d'ouvrages de faire réfléchir les enfants sur des schématisations de problèmes produites par des élèves fictifs, (car ce dispositif peut s'avérer pertinent à certains moments), il nous paraît nécessaire, de permettre aux enfants, **à l'occasion de la résolution de problèmes**, de découvrir d'autres manières de représenter un problème par un écrit : on donnera ainsi à l'enfant les moyens de développer leur compétence à représenter un problème par un écrit fonctionnel, et on les aidera progressivement à passer d'un écrit de type "schéma" à un écrit utilisant le symbolisme mathématique.

ANNEXE 1 : QUELQUES PRODUCTIONS D'ENFANTS UTILISÉES LORS DE L'EXPÉRIENCE DÉCRITE CI-DESSUS.

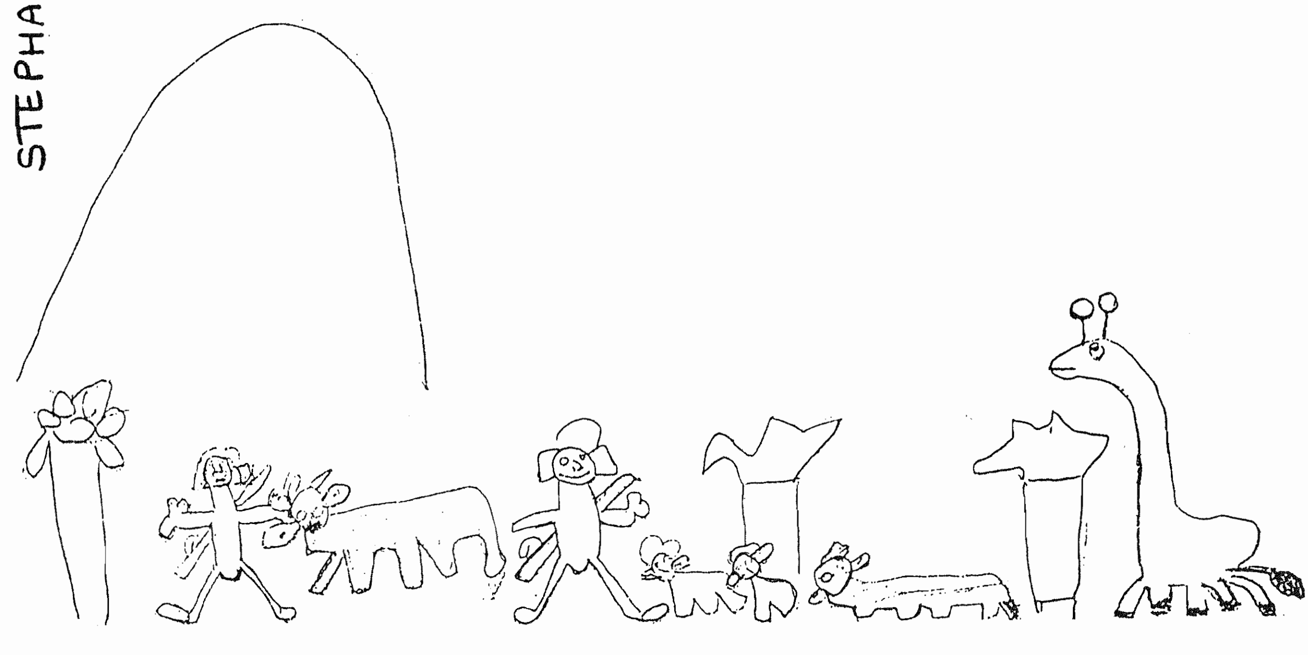
KEVIN

ALEXANDRE



ANNEXE 2

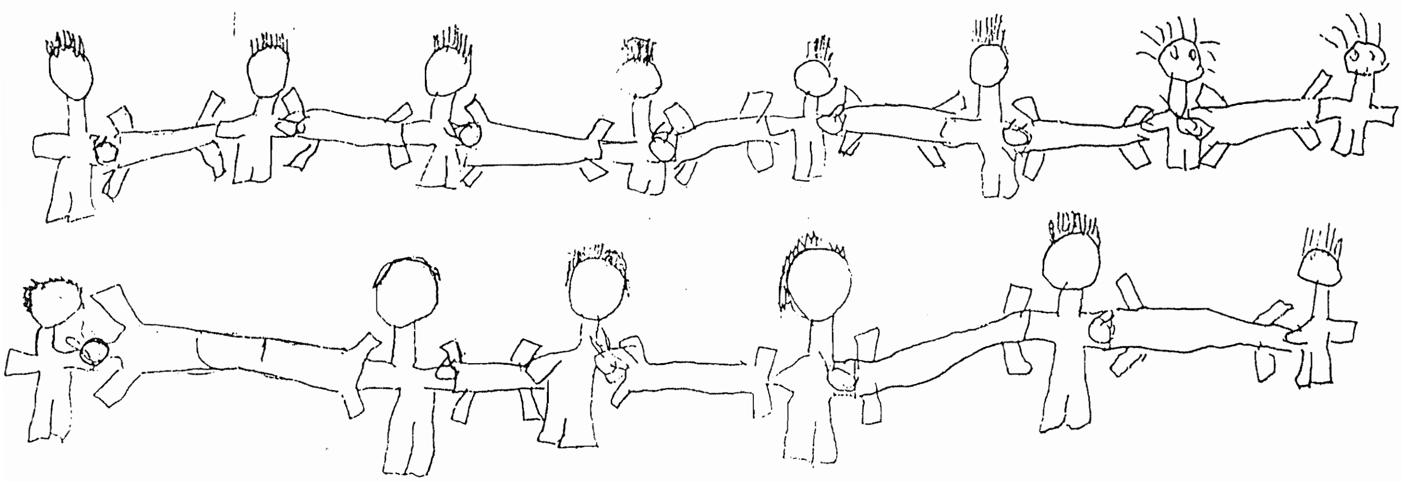
STEPHANIE



ANNEXE 3 ET 4

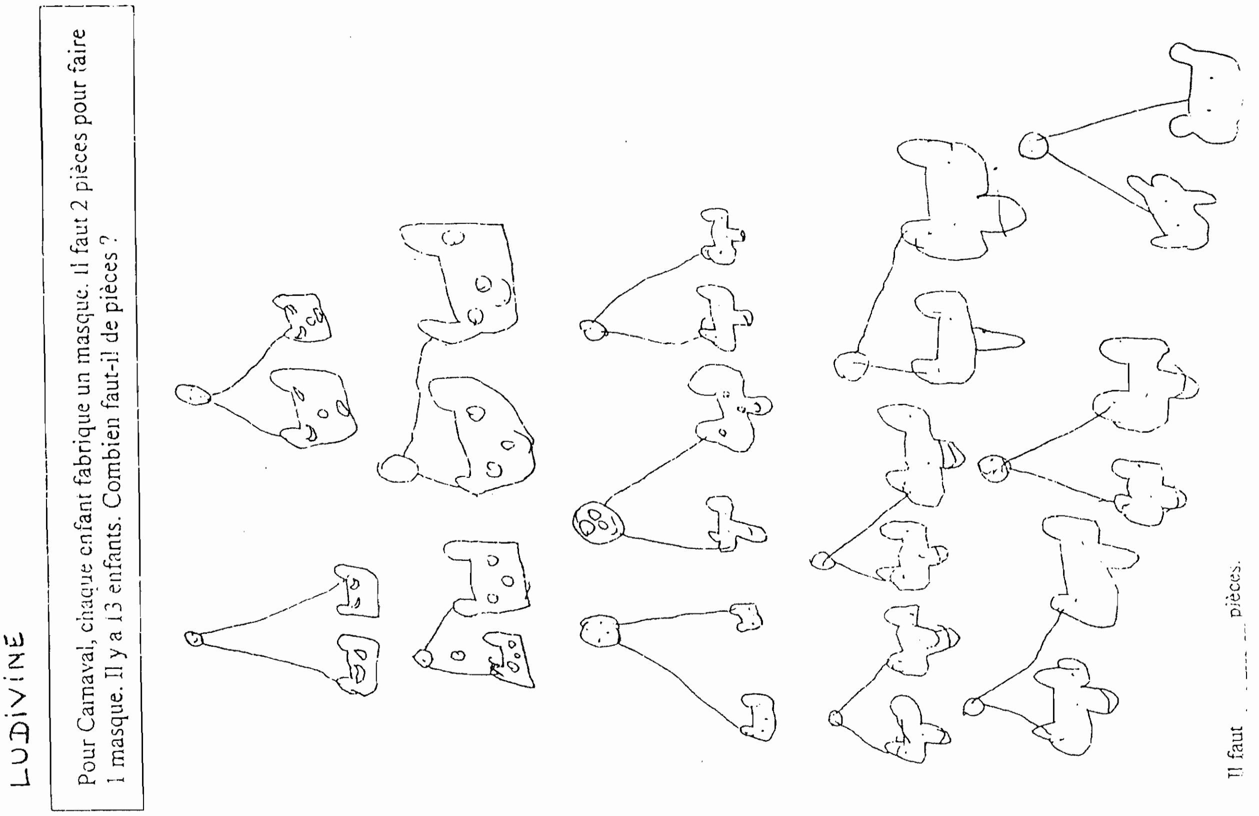
FERRAN

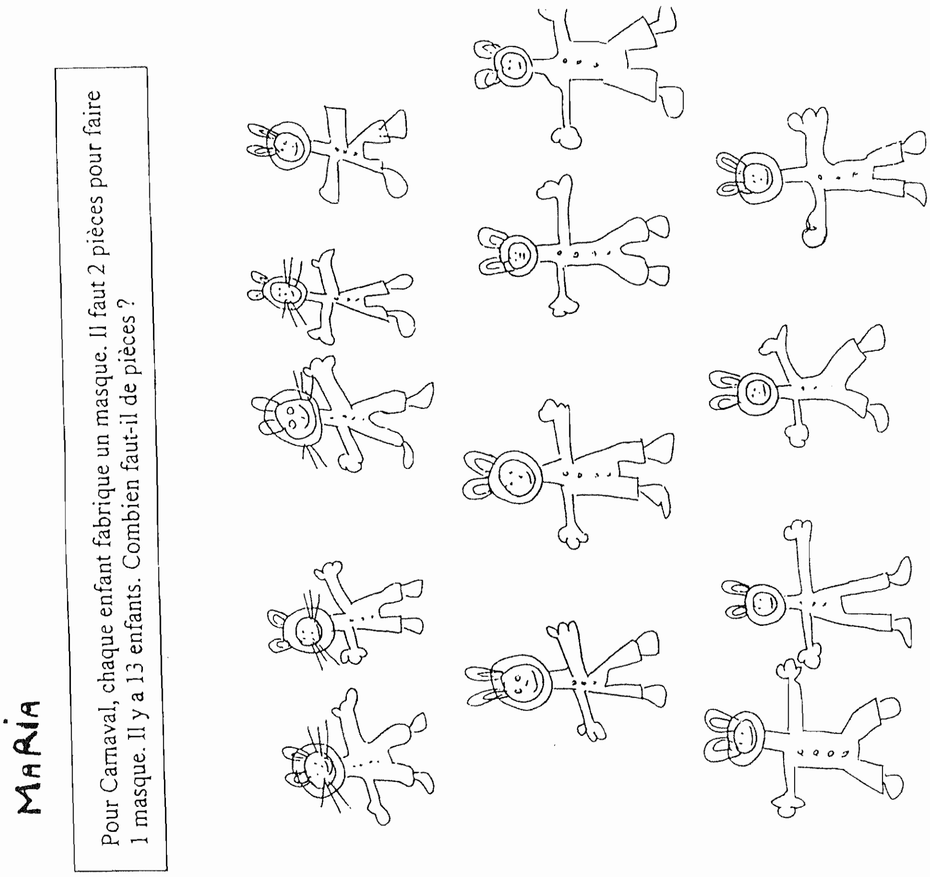
(24 rajouté après la correction)



SANDRA

ANNEXE 5 : QUELQUES PRODUCTIONS D'ENFANTS OBTENUES LORS DE LA SÉANCE DE PROLONGEMENT.

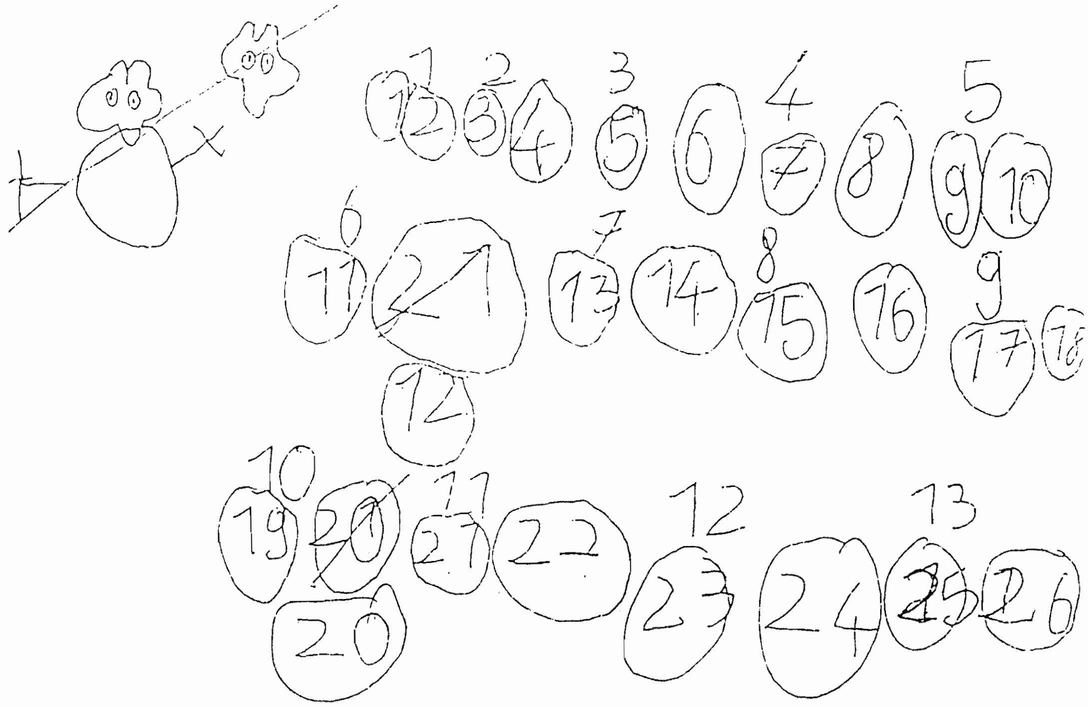




ANNEXE 6

OLIVIER

Pour Carnaval, chaque enfant fabrique un masque. Il faut 2 pièces pour faire 1 masque. Il y a 13 enfants. Combien faut-il de pièces ?



Il faut 26 pièces.

Titre	Fragilité de l'enfant et problèmes
Auteur	Yves GIRMENS, IUFM de Perpignan et IREM de Montpellier, Marcelle PAUVERT, IUFM de Paris, et les membres de l'atelier "Problèmes et enfants fragiles".
Date	Mars 1997
Origine	Texte collectif fixant un cadre à l'atelier.
Thème	Réflexion et questionnement sur la difficulté de l'enfant face à une situation de recherche.
Résumé	En face d'une situation de recherche, l'enfant est déstabilisé : il doit accepter de ne pas pouvoir répondre aussitôt et de se tromper. Comment faire pour que cette pratique ne soit pas source de difficultés ?
Mots clefs	Fragilité, problème, difficulté.

Le texte suivant se réfère au document du 30/06/97 de la COPIRELEM sur les "élèves en difficulté".

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES : UNE ACTIVITÉ QUI FRAGILISE L'ENFANT ?

QU'ENTEND-ON PAR FRAGILITÉ D'UN ENFANT ? L'ENFANT FRAGILISÉ EST-IL EN DIFFICULTÉ ?

On peut penser que toute activité où l'enfant est confronté à une situation nouvelle pour lui (où il lui sera impossible de reproduire une conduite éprouvée) a un effet déstabilisant pour l'enfant.

Le moment de fragilité va commencer dés que l'enfant ne retrouve pas des repères connus.

A l'école, certaines activités telles que l'apprentissage d'une notion nouvelle, la résolution d'un problème, vont éprouver "l'équilibre" de l'enfant et vont engendrer des moments d'inquiétude face à l'inconnu.

On demande à l'enfant de tenter une expérience, de risquer une réponse, alors que précisément il n'a pas ou peu d'indices pour savoir si la réponse convient ou pas.

Toute situation de recherche nécessite de l'enfant qu'il accepte une instabilité, le risque de se tromper, de ne pas pouvoir répondre.

La fragilité de l'enfant qui est un état naturel par lequel il passe dans toute situation d'apprentissage, sera aggravée par des facteurs tels que troubles psychiques, carences sociales, rapport négatif à l'école ..., et est susceptible d'évoluer vers une véritable inhibition devant le neuf, l'imprévu : on perçoit cela quand on voit un enfant bloqué !

Au fur et à mesure de la scolarité, l'adaptation demandée à l'enfant se faisant par rapport à un nombre croissant de connaissances, cette fragilité sera de moins en moins bien assumée par un élève qui a mal assimilé certaines connaissances, de sorte que cet élève risque d'être plongé dans un échec permanent.

Des questions auxquelles on ne peut échapper :

- L'hétérogénéité des élèves, leur inégalité devant ce qui est inconnu et incertain seraient-elles mieux acceptées et mieux assumées par les maîtres aux cycles I et II qu'au cycle III ?
- Comment faire en sorte que les moments de fragilisation ne contribuent pas à la mise en difficulté de l'élève ?
- Comment un maître peut-il continuer à proposer des situations de recherche à des enfants en

difficulté, en sachant qu'il va les placer dans un désarroi qui va révéler leurs échecs ?

- Poser des problèmes à des élèves en difficultés, est-ce tenable pour un maître ?
- Une meilleure attention à la fragilité de l'enfant dans toute situation nouvelle peut-elle prévenir de difficultés futures de l'enfant ?

Comment préparer de futurs maîtres à accepter que, devant un problème, les élèves hésitent, se trompent et peut-être ne trouvent pas ?

Devant des élèves qui "sèchent", le maître (a fortiori débutant) est souvent déstabilisé : n'est-ce pas pour apaiser cette angoisse qu'il répond en fournissant à l'élève une aide directe de type injonctif ?

RÉSOUDRE UN PROBLÈME : UNE ACTIVITÉ INSÉCURISANTE

Du côté de l'élève :

En présence d'un problème, l'élève est placé dans une réelle insécurité. Il y a en effet plusieurs facteurs qui peuvent contribuer à fragiliser l'élève :

- *le fait qu'on ne peut pas apporter de réponse immédiate* ; il faut accepter de "ne pas savoir", de différer la réponse.

Cette attitude, propre à l'activité mathématique, va à l'encontre de la culture ambiante de l'immédiateté (cf. conférence J-Y Rochex) dans laquelle baigne l'enfant.

- *le fait qu'on ne sait pas ce qu'il faut faire* : l'enfant a la responsabilité de prélever des informations, de faire des choix, de s'engager dans des essais, de contrôler les effets de ses choix ...

Il n'y pas de méthode établie ; de plus, l'enfant qui n'arrive à rien entreprendre, commence à douter de lui ...

- *une représentation inadaptée de l'activité mathématique* : beaucoup d'enfants ont acquis la conviction que "pour répondre, il faut appliquer une règle ou faire une opération".
- *le temps imparti est défini par rapport au groupe classe* : certains élèves peuvent avoir besoin de plus de temps que prévu pour s'approprier le problème.

Que ressent l'enfant qui n'a pas eu le temps d'entrer dans un problème, auquel on dit que le temps de recherche est terminé ?

- *le fait de se sentir seul* devant une tâche qui le dépasse peut être source de désarroi.
- *la difficulté liée au choix des connaissances à mettre en jeu* : les connaissances les plus récentes sont encore fragiles, pas encore disponibles alors que les connaissances anciennes, plus solides, semblent de meilleurs outils.

Du côté du maître :

Le malaise du maître débutant en face d'élèves en situation de recherche a plusieurs composantes :

- la réticence à accepter que les élèves ne trouvent pas la réponse tout de suite, tâtonnent, hésitent ..., ce qui peut provoquer une tension avec l'idée qu'il se fait de son métier d'enseignant.
- la réticence à laisser assez de temps aux élèves (sensation de "temps perdu").
- la tentation de rectifier les erreurs et de répondre à la sollicitation de l'élève en lui indiquant ce qu'il doit faire.
- l'inquiétude provoquée par une certaine agitation liée à la recherche, ce qui peut le faire douter de sa capacité à "tenir" une classe.
- le désir de faire une correction, ce qui va se traduire, lors du moment de mise en commun, par une inclinaison à ne "montrer" que les réponses qu'il attend (là encore, c'est une certaine conception de son devoir d'enseignant qui l'emporte).

Ainsi, l'activité de résolution de problèmes place tout autant l'élève que l'enseignant dans une position inconfortable et les fragilise tous deux, l'un (l'élève) dans sa position d'apprenant et l'autre, (le maître) dans sa position de détenteur du savoir ?

La fragilité de l'élève n'est-elle pas alors une condition normale, inhérente à l'acte d'apprendre ?

Dans cette hypothèse, elle ne demande pas de traitement spécifique mais elle est à prendre en compte dans la pratique d'enseignement.

QUELLES PRATIQUES INSTAURER POUR PERMETTRE AUX ENFANTS DE SURMONTER CETTE FRAGILITÉ ET D'ÉVITER QU'ELLE DEVIENNE SOURCE DE DIFFICULTÉS ?

- Mettre en œuvre des dispositifs qui peuvent amener l'élève à modifier son rapport à l'activité mathématique : *rallyes mathématiques*, *ateliers de résolution* de problèmes, problèmes finalisés par la réalisation d'objets, de manière à faire découvrir aux enfants le goût de la recherche, le plaisir de relever un défi.

- organiser, après les moments de recherche, des débats où les enfants pourront présenter leurs idées et les argumenter.
- valoriser et développer le travail en groupes.
- prévoir une gestion de la situation de recherche au niveau du groupe classe (déroulement, rôle du maître bien définis) et s'y tenir.
- analyser les procédures possibles et les difficultés que peuvent rencontrer les élèves et prévoir des aides à des moments précis dans le but de "débloquer" les élèves sans dénaturer le problème (c'est à dire sans le transformer en travail d'exécution).
- encourager les élèves à utiliser "des écrits de recherche" et valoriser ces écrits.
- distinguer l'écrit de recherche de l'écrit de communication de la solution.

DES PISTES DE TRAVAIL EN FORMATION

Comment peut-on aider un maître débutant à gérer cet équilibre entre la nécessité de favoriser la recherche de l'enfant et la nécessité de se construire une identité d'enseignant ?

Comment peut-on aider le maître débutant à mettre en œuvre une pratique qui ne fait pas de la résolution de problèmes une activité fragilisante pour l'enfant ?

a- agir sur les représentations qu'ont les maîtres des problèmes en mathématiques

Beaucoup de maîtres en formation ont un certain rapport au problème de mathématiques dans lequel on retrouve deux traits dominants :

- la représentation qu'ils ont de l'activité mathématique : "en mathématiques, on apprend des connaissances et on les applique" ; cela les amène à ne voir un problème que comme une situation d'application ou d'entraînement.

- la résurgence d'un certain complexe qu'ils ont éprouvé, quand ils étaient eux-mêmes élèves, en face de problèmes, ce qui les rend réticents à accepter que les élèves "cherchent".

Afin de leur permettre de démystifier ce type d'activité et d'en saisir les enjeux, il semble indispensable de leur faire vivre "de l'intérieur" des situations de recherche.

Une fois la séance terminée, il convient d'analyser le déroulement de la séance afin de mettre en évidence les rôles des différentes phases ainsi que la manière dont le formateur a géré ces différentes phases.

Dans les situations proposées, il sera fructueux de changer certains paramètres :

- travail individuel ou travail de groupe,
- moment de confrontation des productions suivi d'un débat argumenté ou correction par le maître ...

afin de permettre aux futurs maîtres de mesurer l'impact et les conséquences des choix que l'on fait.

On peut penser qu'un maître ne pourra gérer convenablement une situation de résolution de problèmes que s'il est convaincu, à travers son expérience propre, de la nécessité de certaines modalités.

b- permettre aux futurs maîtres de se construire une identité d'enseignant

Mettre en évidence qu'observer les élèves au travail, provoquer des verbalisations et écouter ce qu'ils expriment, apporte la satisfaction (le plaisir) d'être renseigné sur le fonctionnement cognitif des élèves, ce qui permet de leur proposer des travaux à partir de choix conscients s'appuyant sur des critères clairs.

Cela va de pair avec un travail sur la dédramatisation des erreurs, sur le sens qu'on peut leur donner et la manière dont on peut les exploiter.

c- faire travailler sur les exigences de la préparation d'une situation de recherche

Choix d'un problème (il sera bon de clarifier les critères), élaboration de la consigne, organisation, gestion collective, prévision des interventions du maître, prévision des aides que l'on fournira en temps opportun.

d- aider les futurs maîtres à établir la relation maître - élèves en montrant la nécessité de l'inscrire dans la relation du maître à la classe

- **travailler sur la relation d'aide : que signifie aider ? à quel moment aider ? comment ?**

Faire prendre conscience aux futurs maîtres que la position du maître face à des élèves en recherche est inconfortable :

* d'une part, il y a, chez l'élève qui cherche et qui "sèche", la demande, plus ou moins explicite, que le maître (l'adulte qui sait) l'aide à "faire" ; de son côté, le maître, qui a comme désir profond que l'élève "découvre une piste" et réussisse à résoudre le problème (ce penchant spontané est exacerbé chez le maître débutant), a la tentation, par une explication, par la donnée d'indications complémentaires, de mettre l'élève sur la voie et de raccourcir le temps de recherche.

* d'autre part, le maître, désireux de préserver le plus possible le caractère de "problème", s'interdit de fournir à l'élève une aide directe, mais au contraire s'efforce de soutenir et de stimuler l'élève dans sa recherche tout en le rassurant.

Afin de permettre aux maîtres débutants d'assumer cette tension, une réflexion pourra être engagée selon deux axes :

1. l'aide individuelle à un élève en recherche :
Comment s'adresser à lui ? quels types de questions lui poser pour le débloquer ?
Comment lui permettre d'utiliser ses erreurs ?

2. le dispositif collectif d'aide dans un problème :
Peut-il se résumer à une somme d'aides individuelles ?
N 'y a-t-il pas nécessité de prévoir des temps de pause au cours desquels les enfants pourront trouver des aides ?
N'est-il pas indispensable de préparer, a priori, des éléments d'aide, sous la forme d'un support écrit, que l'on gardera en réserve et que l'on délivrera aux élèves en cas de besoin, le moment voulu ?
Comment préparer de tels documents d'aide : jusqu'où doit-on aller dans la négociation pour qu'il y ait encore "problème" pour l'élève ?

Il sera possible d'aborder ce questionnement avec les futurs maîtres à l'occasion d'une séance de "travaux pratiques" ayant pour objet de mettre en place, à un niveau donné, un atelier de résolution de problèmes.

- **travailler sur l'activité de formulation**

Faire prendre conscience que des sollicitations constantes de la part du maître, suivies de réponses brèves, ne laissent aucune place à la formulation ; mais au contraire, qu'un véritable travail de formulation exige que le maître pose des questions de manière calme et solennelle et qu'il attende de l'élève une réponse sous la forme d'une phrase formulée complètement.

Titre	Aides à la résolution de problèmes.
Auteur	Catherine Aurand, IUFM de Versailles, Yves Girmens, IUFM de Perpignan, Marcelle Pauvert, IUFM de Créteil, Michèle Paillet, IUFM de Paris, et les membres de l'atelier "Problèmes et enfants fragiles".
Date	Mars 97.
Origine	Texte issu d'une réflexion collective.
Thème	Inventaire des dispositifs permettant de créer des conditions favorables à la résolution de problèmes.
Résumé	La recherche d'un problème est un moment souvent déstabilisant pour l'enfant. La réflexion qui suit, a pour but de montrer qu'à l'aide de certains dispositifs, parfois connus, parfois originaux, on peut aider l'enfant à assumer ce type de situation.
Mots clefs	Problème, fragilité, atelier, travail de groupe.

DISPOSITIFS D'AIDE À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

L'ATELIER DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

1- Les modalités

Selon le dictionnaire, l'atelier est un lieu où des artisans, des ouvriers, ou un artiste avec ses élèves, travaillent en commun.

L'atelier est un lieu qui se définit par des outils, des techniques, des savoir-faire au service de la fabrication d'un certain type d'objets ou de produits.

A l'école, l'atelier est un espace où des écoliers travaillent en commun, tout en étant tenus de réaliser une production individuelle : c'est un lieu d'exécution et d'apprentissages techniques mais c'est aussi un lieu d'échanges, un lieu où il est possible de parler, de demander et d'expliquer.

On peut distinguer deux types d'ateliers répondant à des besoins différents :

a- l'atelier à fonctionnement autonome : les élèves y prennent des initiatives, ils traitent les exercices dans l'ordre qu'ils veulent, ils ont le choix des outils à utiliser, ils ont accès à leur cahier ou leur manuel qu'ils peuvent consulter quand ils le désirent, et ils peuvent questionner leurs camarades.

Ainsi, dans un tel atelier, les élèves peuvent travailler, à leur convenance, de manière individuelle ou à plusieurs, mais chacun devra fournir une production personnelle dont il est responsable.

Il convient de bien expliciter aux enfants ce contrat de travail, qui pour eux, est inhabituel.

Dans ce cas, le maître qui n'est pas présent dans les groupes, n'a pas à intervenir et l'activité des élèves lui échappe pour une grande part ; le seul support dont il dispose pour évaluer le travail des élèves est la production écrite (il pourra s'intéresser à l'écrit qui a servi de support à la recherche).

Aussi, dans un atelier autonome, bien qu'on ne puisse compter de manière certaine sur une interaction entre élèves, du fait de l'entière liberté laissée aux élèves, la probabilité d'échanges entre élèves doit être prise en compte, du simple fait que les enfants travaillent au sein d'un groupe.

C'est pourquoi, la dimension de groupe pour l'atelier autonome est importante, et la composition des groupes - ateliers ne peut être faite de manière aléatoire (cf. FIJALKOW (6))

b- l'atelier dirigé par le maître : l'objectif est alors de permettre à l'élève de surmonter ses difficultés par un travail et une réflexion individualisés sous la conduite du maître. Le maître peut ici provoquer la réflexion des élèves, intervenir sur leurs stratégies et leurs représentations.

Après chaque atelier, il est nécessaire de faire un "retour" sur le travail réalisé afin de permettre aux élèves de faire un bilan et de "partager" le fruit de ce travail.

Le travail en groupes, quant à lui, est caractérisé par le fait qu'une tâche commune doit être réalisée avec le concours de tous les membres du groupe et qu'à l'issue du travail, le groupe devra rendre compte d'une production collective.

On a recours à un travail en groupe lorsqu'on veut favoriser un débat argumenté autour de la recherche d'une solution à un problème et susciter une collaboration entre élèves pour parvenir à une production commune : cela contribue aussi à développer chez les élèves l'aptitude à communiquer, à formuler, à justifier un point de vue, à coopérer (cf. J.P ASTOLFI (1),groupes d'apprentissage, page 170).

Lorsque un maître met en place un travail en groupes, il attend une interaction sociale forte entre les élèves (3).

On perçoit bien que, même si le travail en ateliers se distingue du travail en groupes, puisque contrairement au travail de groupes, on ne demande pas en général de production collective, l'efficacité du travail en ateliers repose pour une grande part sur le fait que les élèves peuvent échanger et communiquer au sein d'un groupe en présence ou en l'absence du maître.

Remarque : Si la structure d'ateliers est largement répandue à l'école maternelle, elle semble peu utilisée à l'école : en témoigne le peu de bibliographie disponible concernant le travail en ateliers à l'école.

Sous réserve d'une transposition prudente, il faut donc s'inspirer des ouvrages concernant les ateliers à l'école maternelle (ex. : Nicole DU SAUSSOIS (4)).

On pourra aussi se référer utilement à des documents concernant le travail en groupes, dont certains aspects sont transférables au travail en ateliers (voir bibliographie ci-dessous).

2- Questions relatives au travail en ateliers

a) Pourquoi à un certain moment choisit-on un travail en ateliers ?

- Après la mise en évidence d'un savoir au cours d'un temps de travail collectif (institutionnalisation), pour permettre à l'élève de s'approprier de manière individuelle les divers savoir-faire liés aux différents contextes où ce savoir intervient.

- Pour placer les élèves en face de problèmes non familiers, pour leur permettre de mettre en œuvre certaines stratégies ou d'acquérir certaines méthodes : le fait pour l'élève de sentir qu'il n'est pas seul devant une tâche nouvelle et de savoir qu'il peut compter sur les autres ne peut que le rassurer.

Au contraire, un travail solitaire sur un problème inédit est de nature à fragiliser un élève, s'il n'est pas sûr de lui.

b) En quoi le travail en ateliers peut-il être une aide à la résolution de problèmes et quelles peuvent être ses répercussions dans l'apprentissage ?

- Pour un travail en ateliers, il convient de disposer d'un support pédagogique adapté (choix d'énoncés appropriés) qui offre aux élèves des travaux leur demandant des efforts à la mesure de leurs possibilités et qui, tout en tenant compte des décalages dans les apprentissages, permette aux élèves de progresser, en apprenant grâce à l'échange avec leurs pairs.

- On peut, dans un premier temps, proposer des travaux identiques à tous les élèves puis dans un deuxième temps, proposer des énoncés de problèmes identiques avec des données numériques différentes selon les individus ; les échanges (verbaux ou visuels) étant possibles, des transmissions de connaissances peuvent avoir lieu : elles concerneront les procédures et non la réalisation du problème.

Il peut être aussi intéressant d'utiliser des énoncés se référant à la "multiprésentation", proposée par J. JULO, toujours dans le but de s'adresser aux élèves selon leurs possibilités.

- L'atelier, qui est un espace d'initiative et de liberté, où la communication est facilitée, est un cadre propice à la recherche.
- L'enfant qui manque d'assurance peut trouver dans l'atelier une certaine sécurité, ce qui peut l'aider à s'investir sans complexes dans la tâche demandée. En outre, le fait de se

trouver dans un petit groupe peut pousser l'élève à être moins "transparent" qu'en classe entière et à oser intervenir.

- Le bilan nécessaire en fin d'atelier doit permettre de revenir sur les difficultés rencontrées et de pointer certains savoir-faire.

c) Quelles sont les limites d'un tel dispositif ?

- Le travail en atelier doit privilégier un contenu mathématique et ne pas se cantonner à des visées méthodologiques (ex. : travaux sur énoncés).
- Le travail en atelier exige qu'un contrat spécifique (voir plus haut) ait été communiqué aux élèves et soit bien compris par eux.
- Pour la méthodologie, il semble souhaitable de laisser les connaissances fonctionner "en actes". Une institutionnalisation (guide ou méthode définie) serait de nature à scléroser ces connaissances et ainsi à les appauvrir.
- Si on permet à l'élève de choisir certains problèmes, il est nécessaire qu'il puisse y avoir de la part du maître un questionnement sur le choix, pour éviter que l'élève ne délaisse toujours les mêmes énoncés.
- Tout travail en autonomie suppose que les élèves disposent de moyens de validation de leur travail : situations elles-mêmes, fiche autocorrective, interaction entre élèves ...
- Le traitement des erreurs éventuelles pourra être réalisé à l'aide d'entretiens individuels avec le maître.
- Il est important de pouvoir identifier ce que les élèves ont appris : peut-on compter sur un transfert des acquis en atelier dans un travail solitaire ?

Remarque :

On trouvera dans l'annexe 1, à titre d'exemple, une fiche d'énoncés proposés par des maîtres lors d'un stage de formation continue animé par Marcelle PAUVERT, pour alimenter un atelier en CE2, en cherchant à favoriser l'autonomie des élèves.

Cette fiche est accompagnée d'un document d'aide qui peut être donné aux élèves afin d'éviter le recours au maître.

3- Constitution d'un atelier : rôle du maître

Pour mettre en place un atelier de résolution de problèmes, il incombe au maître :

- Le choix des objectifs mathématiques et méthodologiques de l'atelier,
- Le choix des élèves constituant l'atelier,
- Le choix des problèmes qui seront proposés aux élèves, des conditions de leur validation en fonction des objectifs retenus et du choix des élèves constituant le groupe,
- La définition du contrat de travail,
- La valorisation du travail effectué,
- Les entretiens individuels prévisibles.

Remarque :

La fabrication d'objets en géométrie est un contenu bien adapté à un fructueux travail en ateliers : à partir du cahier des charges de la construction, l'atelier pourra être un cadre propice à l'échange de compétences, mettant à profit celles de chaque élève.

Bibliographie : Le travail de groupes, les ateliers

(1) ASTOLFI J.P, 1992, L'école pour apprendre, ESF Editions.
(2) BARLOW M., 1994, Le travail en groupes des élèves, A. Colin.
(3) DOISE W., MUGNY G., 1981, Le développement social de l'intelligence, Interéditions.
(4) DU SAUSSOIS N., 1991, Les activités en ateliers, A. Colin.
(5) FERRY G., 1970, La pratique du travail en groupe, Dunod.
(6) FIJALKOW, 1993, Entrer dans l'écrit, Bordas.
(7) MEIRIEU P., 1993, Itinéraires des pédagogies de groupes.

AUTRES DISPOSITIFS PARTICULIERS D'AIDE À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

On peut recenser d'autres moyens qui sont de deux types :

- soit un entretien avec le maître qui sera, pour l'élève, une occasion de prendre conscience, sous la conduite du maître, de sa manière d'aborder un problème.

- soit la proposition de problèmes sous forme de jeu, ce qui peut contribuer, pour l'élève, à "dédramatiser" la résolution d'un problème et à lui faire acquérir davantage d'assurance en présence d'un problème à résoudre.

1- L'entretien individuel

Il peut être inséré éventuellement dans un atelier pendant que des élèves non repérés en difficulté travaillent en autonomie, le maître organise un atelier spécifique regroupant des élèves fragiles. Lorsque l'un d'entre eux est suffisamment avancé (au moment que le maître juge opportun), le maître réalise avec lui, un entretien s'appuyant sur un protocole préparé à l'avance, dans le but de permettre à l'élève de revivre ses procédures et de lui faire expliciter les décisions qu'il a prises.

Un autre intérêt est de laisser le temps à cet élève de verbaliser une action, alors que dans un contexte de grand groupe, un enfant, peu à l'aise ou en difficulté, n'aura pas toujours le temps d'exprimer ses phrases hésitantes : cela permet à l'enfant de développer la représentation qu'il a du problème par une production langagière.

Le maître pourra mettre à profit l'entretien individuel avec un élève pour l'amener à découvrir une démarche, à choisir un outil approprié.

L'utilisation de ce dispositif au sein de la classe est forcément limité compte tenu du temps qu'il requiert et de la nécessité de ne pas délaisser trop longtemps les autres élèves.

On trouvera, en <u>annexe 2</u>, deux exemples d'entretiens individuels réalisés en CM1.

Référence : (8) VERMERSCH P., L'entretien d'explicitation, ESF Éditions.

2- Les rallyes mathématiques

L'intérêt d'un rallye réside dans le fait que c'est un jeu, qu'il peut y avoir coopération entre élèves et qu'il n'y a pas d'enjeu scolaire.

Cependant, lorsqu'un rallye est proposé sous forme de compétition individuelle, il y a le risque de mettre hors jeu les élèves en difficulté ou les élèves fragiles ; c'est pourquoi il est préférable de proposer un rallye sous forme de compétitions interclasses, ce qui exige une production unique par classe, à laquelle tous les élèves pourront apporter leur contribution.

Il est alors intéressant de proposer des problèmes "ouverts" (par exemple de combinatoire ou reposant sur des tracés) qui sortent du modèle scolaire et qui peuvent ainsi contribuer à modifier le rapport aux mathématiques que peuvent avoir certains élèves : faire des mathématiques, cela devient "relever un défi", c'est "raisonner, chercher" et non pas "faire des opérations, appliquer des règles". Un rallye peut être aussi, pour l'élève, l'occasion d'éprouver le plaisir de venir à bout d'une énigme et peut ainsi aider l'élève peu sûr de lui, à retrouver un peu de confiance en lui-même.

3- Un autre exemple : une journée festive autour des mathématiques

L'expérience nous est rapportée par J.-C. Aubertin, qui l'a observée dans une école de Bulgarie.

L'événement se déroule en mars 1997, dans l'une des huit classes d'une école élémentaire de Pavlikéni, petite ville de 18000 habitants, située au nord-est de la capitale SOFIA.

La classe concernée est une "première classe", ce qui correspond à notre CP, avec cependant un décalage d'un an, puisque, en Bulgarie, les enfants entrent vers 7 ans à l'école primaire, qui ne comporte que quatre années (de la "première classe" à la "quatrième classe").

Cet événement est baptisé "la fête des mathématiques" : il a lieu une fois par an dans la deuxième moitié de l'année scolaire (à peu près analogue à la nôtre) et se déroule pendant une heure prise sur le temps de classe.

Assistaient à cette "fête" les parents des élèves de la classe et aussi quelques anciens élèves, maintenant en "cinquième classe" au collège, qui étaient venus témoigner leur reconnaissance à leur maîtresse de l'année précédente et sans doute revivre le plaisir qu'ils avaient éprouvé à travers son enseignement de mathématiques.

Toutes ces personnes étaient assises sur le pourtour de la salle de classe, encadrant ainsi les 16 élèves de la classe, dont les tables étaient disposées en forme de "U", ouvert du côté du tableau.

La maîtresse de cette classe enseigne les mathématiques en appliquant depuis cinq ans quelques principes de suggestopédie (méthode élaborée en Bulgarie par le professeur Lozanov), en liaison avec une professeur de l'université de SOFIA, formatrice d'instituteurs.

Une fois tout le monde installé, la séance est lancée par un chant entraînant sur les mathématiques, accompagné à l'accordéon par une maîtresse.

Ensuite, une élève costumée en fée, ouvre la "fête" par un petit discours dynamique puis choisit deux enfants pour le premier exercice.

Douze exercices de difficulté variable vont ainsi être proposés, durant chacun de une à six minutes ; chaque exercice est présenté par un enfant appelé par la maîtresse : cet enfant choisit les élèves "acteurs" quand il a été décidé que l'exercice sera fait au tableau, ou bien, lorsque l'exercice a été donné à tous, il désigne les élèves qui vont répondre (l'énoncé est à la fois écrit au tableau et sur des feuilles placées dans une enveloppe que chaque élève a devant lui).

La maîtresse gère les enchaînements d'un exercice à l'autre, organise la "correction" avec l'enfant "présentateur" et donne des petits "cadeaux", en guise de récompense, aux enfants qui trouvent (stylo-bille, équerre, trousse, cahier).

Entre deux exercices ou parfois pendant une recherche (voir annexe 3 : le carré magique), la maîtresse fait entendre un morceau de musique, enregistré sur cassette : la musique classique, outre la fonction d'intermède jouée ici, est utilisée dans cette classe de façon habituelle pour accompagner un temps de réflexion ou de recherche (c'est l'un des éléments de la méthode de suggestopédie).

La séance s'achève en musique, sous la forme d'un chant, accompagné à l'accordéon, puis par une parade, en musique toujours, des 16 enfants, chacun d'entre eux brandissant une grande fleur portant un nombre (de 1 à 16) et venant saluer l'assistance dans l'ordre croissant des nombres.

Remarque :on trouvera 9 des énoncés proposés lors de cette manifestation en annexe 3.

4- L'activité sur ordinateur

Par l'interaction qu'il crée avec l'utilisateur, l'ordinateur semble être un instrument intéressant dans le cadre de l'aide à la résolution de problèmes:

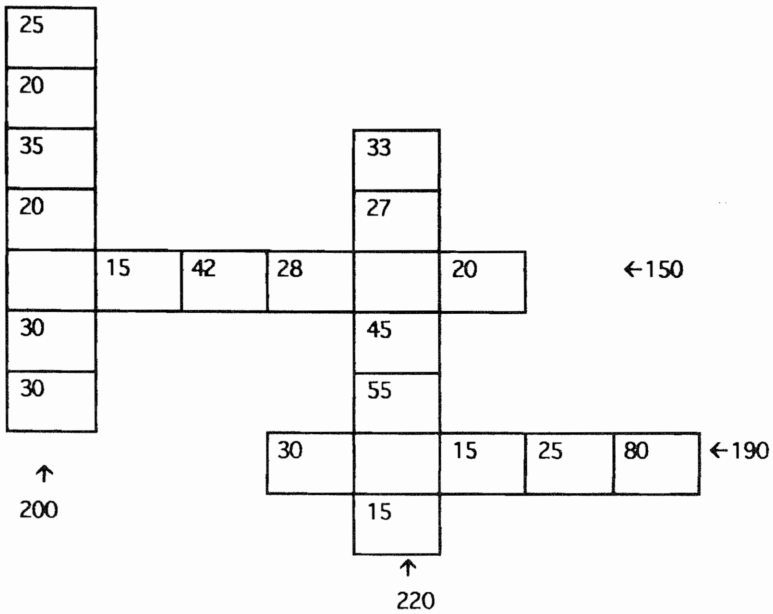
- Il conviendrait pour cela de disposer d'un logiciel proposant des énoncés de problèmes à résoudre qui pourrait délivrer à l'élève des aides de plus en plus précises au fur et à mesure des réponses qu'il fournit, permettant à l'enfant de réagir et de réajuster sa solution.
- Il est important que l'enfant dispose d'un support pour rechercher la solution par écrit avant de la fournir à l'ordinateur : la succession de ces écrits de recherche peut apporter de précieuses indications au maître et donner matière à un travail ultérieur.

On trouvera en annexe 4, un exemple de travail proposé, sur ordinateur, à deux enfants présentant des troubles du comportement et pour lesquels toute tentative de travailler à partir d'énoncés de problèmes s'était soldée par un échec.

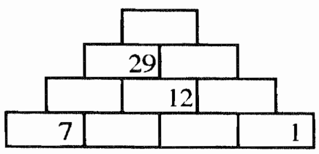
ANNEXE 1 (3 PAGES)

CE2 - atelier de calcul, sans calculatrice, 30 minutes,
consigne : fais ces exercices dans l'ordre que tu veux.
Si tu en as besoin, tu demandes une feuille d'aide.

- **la grille** à compléter :
la somme des cases de chaque colonne et de chaque ligne est indiquée par la flèche.



- **La pyramide de nombres** Dans cette pyramide de briques, chaque brique vaut la somme des deux briques sur lesquelles elle repose. Compléter les nombres qui manquent.



- **Le train** Un train circule avec 650 voyageurs. Il arrête dans une gare, 250 voyageurs descendent et 25 voyageurs montent. Il repart. Il arrête dans une deuxième gare, 75 voyageurs descendent et 38 voyageurs montent. Combien y a-t-il de voyageurs quand le train repart de la seconde gare ?

- **Les âges** Monsieur Durand a 47 ans, Madame Durand a 2 ans de plus. Ils ont une fille Sophie. Si Monsieur Durand, Madame Durand et Sophie ajoutent leurs âges, ils obtiennent 108.
Quel est l'âge de Sophie ?

-**Le cinéma** Au cinéma Rex, les enfants paient 22 francs et les adultes paient 45 francs. Pierre a un billet de 100 francs. Combien de personnes peut-il emmener au cinéma Rex ?

Analyse de ces problèmes

La grille - pb à résoudre en <u>4 étapes</u>, la disposition spatiale aide à les repérer.

<u>Additionner en colonnes et en lignes</u>, en regroupant éventuellement les termes.

Trouver les nombres manquants par <u>différence</u> avec les nombres-cibles ou en calculant des <u>écarts</u>.

Si erreur dans les premières cases, elle se répercutera. Repérage de l'erreur par comparaison avec les membres de l'atelier. Correction à réaliser seule ou avec de l'aide.

La pyramide - <u>6 étapes</u> de calcul : 3 différences ou 3 écarts 29 - 12 ; 17 - 7 ; 12 - 10 ; 3 sommes

lecture de haut en bas puis de bas en haut pour terminer par la case supérieure.

Le train - la <u>chronologie</u> des évènements peut induire la chronologie des calculs en <u>4 étapes</u>

des élèves plus indépendants pourront composer certaines transformations.

Possibilité de schématisation soit des évènements de l'énoncé

650 voyageurs 1° arrêt $\begin{cases}\text{250 voyageurs descendent}\\ \text{25 voyageurs montent}\end{cases}$ 2° arrêt $\begin{cases}\text{75 v. descendent}\\ \text{38 v. montent}\end{cases}$ combien ?

soit de la résolution :

650 ------(- 250) ? ----(+ 25)---- ? -------- (- 75) ? -----(+ 38) ----- ?

Les âges - les <u>étapes</u> de résolution correspondent ici au traitement des informations.

Mr D. : 47 ans Mme D. : 2 ans <u>de plus</u> : 47 + 2 = 49 ; elle a 49 ans

A eux deux ils ont 96 ans ; recherche de la <u>différence</u> ou de l'<u>écart</u> pour trouver l'âge de Sophie.

La résolution peut se schématiser en reprenant les cases superposées de la pyramide

47	49	
108		

Le cinéma - fonction numérique :

1 place enfant ---> 22 F
2 ---> 44 F
3 ---> 66 F

1 place adulte ---> 45 F
2 ----> 90 F

encadrement pour situer 50 F.
Lecture de l'énoncé et sélection d'informations
• possibilité de remplacer "camarade" par "personne" et de modifier la taille des nombres pour ouvrir ce problème.

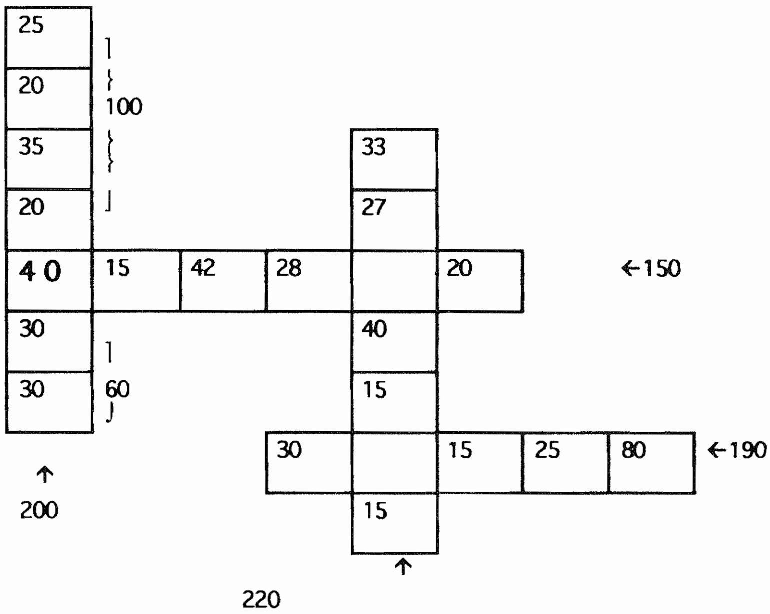
> Cette analyse permet de dégager un objectif méthodologique :
> • sensibiliser les élèves au nombre d'étapes utilisées pour résoudre un problème.
>
> L'objectif notionnel : notions d'écart, notion de différence, comparaison de nombres
> : calculs d'additions et de soustractions
> compréhension de l'expression : de plus

Pour renforcer votre objectif et le rendre explicite aux élèves vous pouvez leur proposer pour terminer

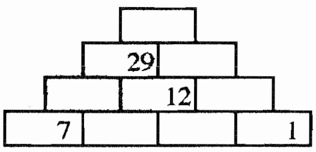
	1	2	3	4	5
nombre d'étapes					

CE2 - atelier de calcul, ELEMENTS POUR AIDER ET ENCOURAGER

1 - Compléter la grille :
la somme des cases de chaque colonne et de chaque ligne est indiquée par la flèche.



2 - Dans cette pyramide de briques, de 12 pour aller à 29, quel écart y a-t-il ?



Par où continuer ?

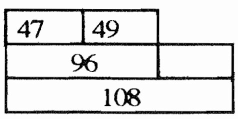
4 - Le train et les arrêts

650 voyageurs 1° arrêt { 250 voyageurs descendent / 25 voyageurs montent 2° arrêt { 75 v. descendent / 38 v. montent combien ?

Organise les étapes de calcul.

4 - Monsieur Durand a 47 ans, Madame Durand a 2 ans de plus. Ils ont une fille Sophie.

Faisons une pyramide



ANNEXE 2 : DEUX ENTRETIENS INDIVIDUELS

Ces entretiens ont été réalisés, avec deux élèves de CM1, à l'occasion de la résolution de problèmes additifs.

Les enfants ont été confrontés à deux problèmes à résoudre ; quand ils ont estimé avoir terminé et répondu à la question posée, le maître a engagé l'entretien d'explicitation avec ces élèves.

> Premier problème : Jeudi maman dépense 350 francs ; vendredi elle dépense 200 francs. Combien a-t-elle dépensé dans ces deux jours ?

Chaque enfant est d'abord invité à relire l'énoncé puis l 'entretien commence.

La première partie de l'entretien vise à faire expliciter à l'enfant l'idée qu'il se fait d'un problème ; la deuxième partie a pour but de l'amener à expliciter la procédure utilisée.

Les comptes-rendus suivants transcrivent fidèlement le dialogue entre le maître et l'enfant.

Entretien avec ANAÏS

Prof : ce que tu viens de lire, c'est quoi pour toi ?

Anaïs : l'histoire

P : c'est une histoire, mais encore ?

Anaïs : un conte

P : un conte ?

Anaïs : un problème.

P : et pourquoi c'est un problème ?

Anaïs : parce que si maman, le jeudi elle dépense 350 francs et le vendredi 200 francs donc elle va ...

P : à quoi tu reconnais que c'est un problème ?

Anaïs : puisqu'elle a 350 francs et si après elle dépense 200 francs, elle perdra de l'argent

P : tu m'as dit que ça pouvait être une histoire ou un conte ; il y a une différence entre un problème et une histoire ou un conte ?

Anaïs : non, ça peut être quelque chose.

P : qu'est-ce que tu veux dire ?

Anaïs : je veux dire, ça peut être deux choses, comme peut-être une histoire mais pas un problème ou un conte.

P : à quoi on le reconnaît que c'est un problème et pas simplement un conte ?

Anaïs : parce que le problème, c'est que si tu as 350 francs et qu'après tu as 200 francs parce que tu en as dépensé, tu as dépensé 250 francs de 350.

P : mais qu'est-ce qui fait le problème ? pourquoi il y a un problème ?

Anaïs : parce qu'on te demande combien tu as dépensé dans ces deux jours.

P : et ça, c'est une question ? Est-ce que c'est un problème parce qu'il y a une question?

alors, un problème, comment tu te le représentes toi ? quand à l'école, on te dit "on va faire des problèmes", toi, tu te dis quoi ?

Anaïs : un problème, c'est peut-être comme si ... parce qu'il faut trouver combien c'est égal et la phrase.

P : quelle phrase ?

Anaïs : la phrase qui fait dire combien en tout elle avait au début ... quoi !

P : comme tu as écrit là : elle a dépensé 550 francs.

Anaïs : oui

P : et en général, quand il faut répondre à un problème, comment il faut faire pour y répondre ?

Anaïs : une opération il faut faire.

P : ah ! il y a une opération. Et là, dans ce problème, tu as fais une opération ? c'est quoi comme opération ?

Anaïs : une addition.

P : et comment tu as su que c'était cette opération et pas une autre ?

Anaïs : pour trouver le nombre du début, j'ai assemblé les deux. J'ai fait "plus" puisque les deux, ça me fera ce qu'elle avait au début quoi ! tu vois ?

Entretien avec Jessica

P : c'est quoi ce que tu viens de lire ?

Jessica : c'est un problème.

P : c'est quoi pour toi un problème ?

Jessica : un problème, pour moi qu'est-ce que c'est ?

P : si tu avais à dire à quelqu'un ce que c'est un problème, comment tu lui expliquerais ?

J : j'expliquerais que ... comment dire ?

P : à quoi ça se reconnaît un problème ?

J : ouf ! à quoi ça se reconnaît ? ... ça se reconnaît, parce que pour moi, ça se reconnaît par la ... j'allais dire par la question.

P : c'est déjà une chose ! mais il n'y a pas que dans les problèmes que l'on pose des questions ! Si je te demandais l'âge que tu as, c'est une question mais ce n'est pas un problème.

Alors qu'est-ce qu'il y a encore ? Qu'est-ce que ça représente pour toi un problème ?

J : pour moi, un problème, c'est aussi ... ça m'aide des nombres.

P : il y a des nombres dans un problème ?

J : oui, oui ... après, c'est tout ! je le vois comme ça que c'est un problème.

P : et quand il y a un problème, est-ce qu'on doit faire quelque chose ? Quand on a lu le problème, est-ce qu'on doit faire quelque chose ?

J : oui, on doit déjà faire une addition, une soustraction, ou si c'est par exemple, c'est ça qu'il faut faire, une multiplication.

P : donc quand il y a un problème, on regarde tout de suite s'il faut faire une opération ?

J : oui, oui, il faut regarder s'il faut faire « plus», «moins » ou « fois ».

P : et comment on sait s'il faut faire « plus », « moins » ou «fois » quand on lit le problème ? pour toi, comment tu le sais ?

J : comment je le sais ? ... je le sais ...

P : par exemple, dans ce problème, qu'est-ce que tu as fait comme opération ?

J : une soustraction.

P : et comment tu as su qu'il fallait faire une soustraction ?

J : parce qu'elle dépense.

ANNEXE 3

Neuf des exercices de la fête des maths à Pavlikéni.

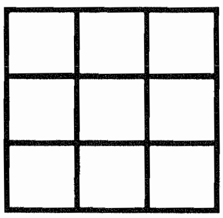
1- Sur le tableau figurent côte à côte deux "nuages" des écritures décimales des nombres de 0 à 20 ; les deux élèves choisis viennent alors, chacun face à un "nuage" avec une craie en main, et au signal, doivent barrer chaque nombre dans l'ordre croissant. Celui qui termine le premier sans erreur est le gagnant.

2- Il y a un dessin de labyrinthe affiché à côté du tableau ; un élève vient tracer le cheminement au crayon.

3- Deux élèves viennent au tableau, chacun devant une colonne de trois égalités numériques à compléter (équations dont les inconnues sont symbolisées par un carré à remplir) ; la maîtresse conduira avec les autres la lecture et la vérification des 6 égalités :

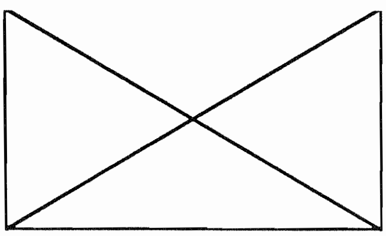
□ - □ = 2	□ - □ = 3
□ - □ = 2	□ - □ = 3
□ - □ = 2	□ - □ = 3

4- Chaque élève sort de son enveloppe une feuille portant un carré magique 3×3 qu'il doit remplir en utilisant les nombres 1, 2 et 3 :

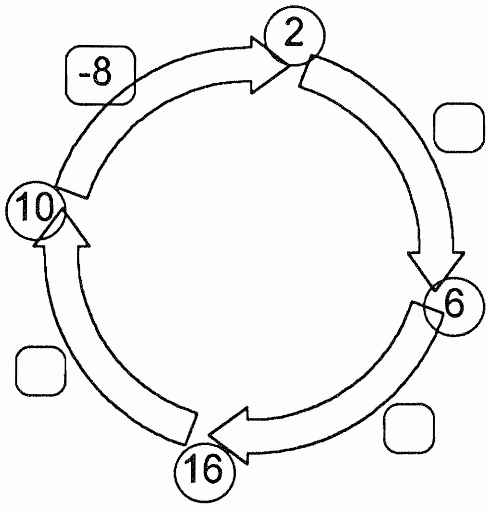


1 2 3

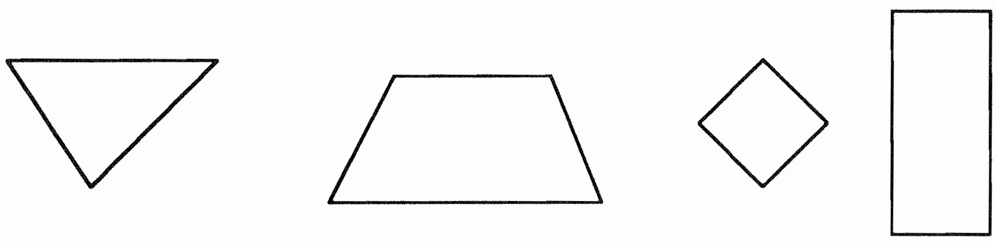
5- Chacun sort de son enveloppe la figure suivante et doit dire combien il voit de triangles :



6- Cet exercice s'est révélé difficile et quatre enfants se sont succédé au tableau :



7- Chacun, sur une feuille tirée de son enveloppe, doit colorier :
- les quadrilatères en jaune
- les rectangles en rouge
- les carrés en bleu.



Au tableau la maîtresse fait répéter que carré et rectangle sont des quadrilatères, et que le carré est aussi un rectangle.

8- Deux suites à compléter :
Successivement deux élèves se trompent pour la deuxième suite lorsqu'ils passent au tableau.

2	6	10	14	

19	16	13	10	

9- Le dernier exercice consistait à identifier, sur un grand poster affiché au mur (Daisy de Walt Disney étendant une chaussette rayée sur une corde), la chaussette manquante parmi une dizaine d'autres chaussettes rayées ; et à expliquer son choix.

ANNEXE 4

Contexte :

L'expérience est rapportée par Claudine Longuet, de l'IUFM de Rodez.

Elle concerne deux enfants, Marc et Loïc, présentant des troubles sur les plans psychologique et comportemental, qui sont scolarisés en hôpital de jour en service de pédopsychiatrie.

Ils ont tous deux un bon niveau en lecture ; en mathématiques, seules la connaissance des nombres jusqu'à 10 000 et les techniques opératoires des trois opérations, addition, soustraction, multiplication peuvent être considérées comme acquises.

Par contre, tout travail à partir d'énoncés de problèmes a été jusqu'à présent voué à l'échec.

Marc est passionné par tout ce qu'il faut "construire" : meccano, lego, puzzle ... en particulier les activités de lecture à partir de "textes-puzzle" donnent de bons résultats, ce qui a donné l'idée à la maîtresse de mettre à profit cette réussite pour travailler sur un énoncé de problème de mathématiques de la même façon.

Différents éléments sont fournis à l'élève : mots, groupes de mots, données numériques ; sa tâche consiste à mettre en relation ces différents éléments, en vue de constituer un énoncé cohérent d'un problème, dont les enfants ne connaissent pas au départ la question.

L'intérêt de l'ordinateur est ici qu'il permet de concentrer l'attention des enfants sur le sens, leur épargnant un travail de réécriture qui pourrait les détourner du sens.

L'activité proposée

À partir de la page 1 ou de la page 2, au choix, la consigne est :

"Organiser les morceaux de texte qui sont à l'écran pour obtenir une histoire que tout le monde peut comprendre".

Les enfants peuvent aller consulter, s'ils le désirent, les pages 3 et 4 qui sont fournies par l'ordinateur comme des aides.

Remarque :

Pour que ces enfants s'impliquent dans leurs apprentissages, il leur est demandé, chaque jour, de faire un choix dans un "menu" classe, dans lequel figuraient des activités connues et d'autres, nouvelles, soit dans la forme, soit dans le fond : le travail sur les énoncés de problèmes a été choisi par Marc environ deux fois par semaine au début, puis pratiquement chaque jour ensuite ; quant à Loïc, il n'a jamais choisi cette activité pour y travailler seul, mais il est allé rejoindre Marc devant l'écran, au début seulement pour observer, mais peu à peu, il a proposé des solutions dès que l'énoncé était reconstruit.

Les enfants ont à leur disposition plusieurs activités sur les énoncés de problèmes de différentes sortes :

- énoncés courts à reconstituer avec introduction progressive de tournures spécifiques aux mathématiques.
- énoncés fournis avec les données numériques à compléter.
- énoncés à reconstruire puis question à choisir parmi trois propositions.

Quand ils choisissent de travailler sur l'ordinateur, liberté est laissée aux enfants de choisir des énoncés nouveaux ou des énoncés déjà travaillés : cela semble être un facteur de mise en confiance.

ANNEXE 4′

un rôti	de jambon	pour aller
Elle achète	Une mère de famille prend	chez le boucher

à	et	95 F	48 F	400 F

page 1

Une mère de famille	un rôti à 95 F	Elle achète	prend 400 F
et 48 F de jambon	pour aller chez le boucher.		

page 2

Une mère de famille prend [ ] pour aller chez le boucher.
Elle achète un rôti à [ ] et [ ] de jambon.

page 3

Une mère de famille prend 400 F pour aller chez le boucher.
Elle achète un rôti à 95 F et 48 F de jambon.
Combien lui reste t - il en sortant du magasin?

page 4

THÈME 3
PROBLÈMES EN GÉOMÉTRIE

L'atelier s'est intéressé à différentes difficultés rencontrées dans l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire :

Le passage d'une situation d'expérimentation à la construction d'un concept :

D'UN OBJET MONTRÉ À UN CONCEPT ENSEIGNÉ : DROITE ET ALIGNEMENT

La mise à jour de certains points aveugles de l'enseignement de la géométrie par l'analyse de quelques items de l'évaluation 6ème :

RÉFLEXION SUR L'ÉVALUATION EN GÉOMÉTRIE

La complexité de l'institutionnalisation de savoirs géométriques à la suite d'activités menées en classes :

DE LA SITUATION DE DÉCOUVERTE À LA TRACE ÉCRITE

L'observation des élèves pendant une situation de communication :

UNE SITUATION DE FORMULATION COMME MOYEN D'ANALYSE DES CONCEPTIONS DES ÉLÈVES

D'autre part, nous proposons un article sur :

UNE DÉFINITION DYNAMIQUE DES FIGURES PLANES

Titre	D'un objet montré à un concept enseigné. Droite et alignement.
Auteur	Joël Briand, IUFM et IREM de Bordeaux et Michel Carral, IUFM de Toulouse.
Date	Mars 1997.
Thème	Passage d'une situation d'expérimentation à la construction d'un concept.

D'UN OBJET MONTRÉ À UN CONCEPT ENSEIGNÉ : DROITE ET ALIGNEMENT

LES MOTS

Les enfants connaissent le mot « droite ». Rappelons que ce mot est rencontré dans plusieurs domaines différents de la langue. Voici quelques significations habituelles issues du Larousse électronique :

droite	1. côté droit, main droite ; 2. partie d'une assemblée délibérante formée d'éléments conservateurs ; 3. (mathématiques) ligne droite ; 4. (locution) à droite, à main droite, du côté droit ; 5. extrême droite, ensemble des mouvements contre-révolutionnaires, qui récusent le libéralisme et le marxisme.

L'OBJET MATHÉMATIQUE

Même en prenant le sens 3 (traditionnellement donné en mathématiques), cette connaissance culturelle de la droite n'implique pas sa maîtrise en tant qu'objet mathématique : l'objet est nommé, mais n'est pas opérationnel.
Cette question est particulièrement remarquée en géométrie où beaucoup de termes des pratiques sociales et des termes du savoir géométrique sont les mêmes.
L'exemple de la droite en est une illustration : tout un chacun est convaincu de savoir ce qu'est une droite et en a une représentation très forte. La ligne droite est omniprésente dans notre environnement actuel (sans doute plus fréquemment que chez les anciens).

Pour autant, l'enseignement ne présente que rarement des situations dans lesquelles le concept de droite serait la modélisation raisonnable d'un problème expérimental proposé.

La conséquence est que la droite est considérée à l'école élémentaire comme objet premier de la géométrie : c'est, par exemple « *comme le bord de la table* ».
Or la droite est la réponse géométrique de l'alignement. L'enseignement doit donc se donner pour tâche de construire une ou des situations dans lesquels la droite constituera la solution au problème posé (situation a-didactique).

Pour cela, il convient d'identifier des conceptions possibles de la droite (de la ligne droite).

LE CONCEPT DE DROITE

Le concept de droite peut être issu de :
- pliage d'une feuille de papier (ligne d'énergie égale).
- trajet effectué par la lumière (rayon lumineux), ligne de moindre énergie, et par delà, la visée, la direction.
- corde tendue (situation d'équilibre) (la chaînette en fait).
- le plus court chemin (lié à la mesure.)
- et aussi un solide tournant autour de deux points fixes (conception de Leibniz). Cette conception est utilisée en classe de technologie (pièce présentée sur un tour, ...).
- le glissement : la droite est invariante par glissement sur elle-même. Deux objets géométriques peuvent être définis à partir de cette conception : la droite et le cercle. En partant du segment, de la règle, on lève l'ambiguïté[1].

Chaque entrée a ses forces et ses faiblesses. Cette liste permet d'imaginer des entrées permettant d'apprivoiser le concept de droite. Il n'est pas pensable que, pour construire une définition mathématique[2] de la droite avec des enfants, on puisse ignorer ces points d'appui qui sont des passages obligés.

L'ALIGNEMENT CONÇU COMME UN SIMPLE « SAVOIR-FAIRE »

Prenons un exemple : l'activité de mesurage d'une distance[3] à l'aide d'une règle trop courte, activité souvent conduite en cycle 3.
Le savoir visé par le professeur est celui de la mesure. La pratique effective du mesurage nécessite une mise bout à bout de la règle. Les élèves effectueront cette mise bout à bout selon une ligne brisée se rapprochant de la ligne droite.

Il est difficile de faire la part de l'erreur liée à la mesure de celle due à la non appréhension de la notion d'alignement ; lorsque les élèves s'expliquent sur les différences de résultats entre plusieurs équipes de mesureurs, ils n'évoquent que très rarement l'erreur due au défaut d'alignement. Les erreurs repérées sont les erreurs de mise bout à bout et l'imprécision qui en découle. Puisque l'alignement n'est pas perçu comme objet d'un possible débat, et qu'il n'est effectivement pas la cause essentielle d'erreur, l'enseignant ne pourra exigeant l'alignement ne pourra le ranger qu'au niveau des savoir-faire.

---

[1] Plus tard, pour unifier certains problèmes, ces deux notions se rejoignent en considérant la droite comme un cercle de rayon infini.

[2] C'est une question très ancienne ; notons la définition d'Euclide :

1- La ligne est une longueur sans largeur.

2- La ligne droite est celle qui est également située entre ces points.

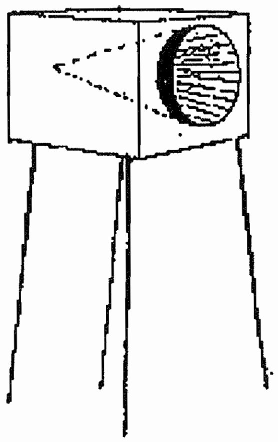
Derrière cette définition il y a modélisation à partir d'une conception issue de l'espace.

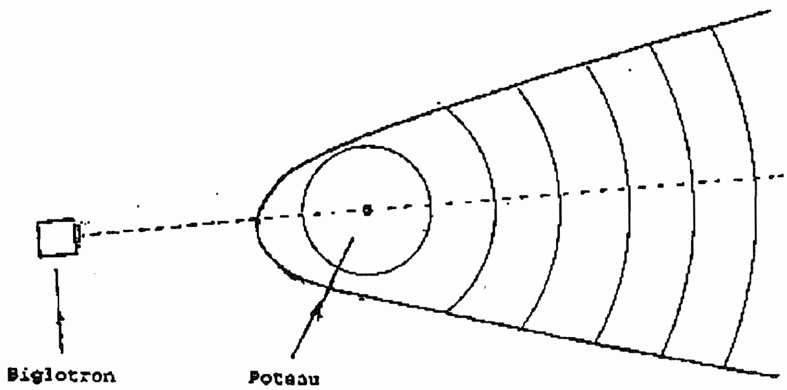
[3] mesurer la cour de récréation à l'aide d'un double mètre, etc.

Cette situation fait intervenir l'alignement mais ne peut constituer une situation d'apprentissage de celui-ci en l'état.

LA CONNAISSANCE DE L'ALIGNEMENT ET L'OBJET DE SAVOIR : LA DROITE

Reprenons la situation du « biglotron » (Grand N n° 54 1993-94 A. Duval). Cette activité peut être conduite dès le début du cycle 3.
Le biglotron est constitué d'un appareil de visée,

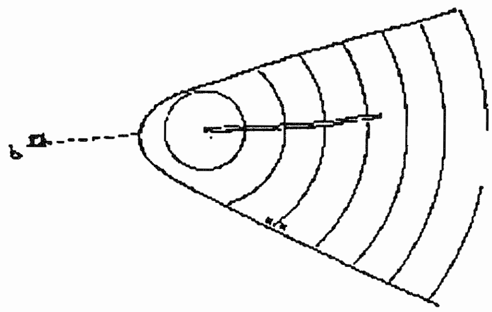




et d'un poteau vertical situé à 5 mètres du biglotron. L'activité consiste à placer d'abord sur le sol, des plots cubiques de telle façon qu'une personne regardant dans le biglotron ne puisse voir les plots (ceux-ci étant cachés par le poteau). Cette observation se fait après que tous les plots aient été placés. Il y a donc un problème posé, un travail d'anticipation. Le savoir en jeu est ici l'alignement. La validation est simple et constructive.

Dans l'expérience, le concept de droite (biglotron-poteau) apparaît petit à petit comme solution à la question de l'alignement, mais ceci nécessite un apprentissage.

Une tentative :



Notons que les auteurs ont prolongé cette activité par un passage à l'écrit.

CONCLUSION

La première situation traitait de l'alignement mais à travers d'autres notions créant ainsi un brouillage permettant difficilement au professeur de traiter l'alignement comme origine d'un savoir. La deuxième situation utilise seulement l'alignement. La droite est alors la solution. Elle acquiert, de ce fait, le statut d'un objet mathématique.

Titre	Réflexion sur l'évaluation en Géométrie.
Auteur	Christian Barth, IUFM de Valence et IREM de Grenoble François Huguet, IUFM de Quimper et IREM de Rennes
Origine	Évaluation 6 $^{\text{ème}}$ 1994 et 1995. Quelques productions d'élèves fournies en partie par Annick Massot, commission inter-IREM 1$^{\text{er}}$ Cycle.
Date	Juin 97.
Thème	Analyse de quelques items de géométrie.
Résumé	Amorce d'une analyse essayant de prendre en compte : les difficultés des élèves, les attentes des enseignants et quelques « points aveugles » de l'enseignement.
Mots clefs	Géométrie, Évaluation

RÉFLEXION SUR L'ÉVALUATION EN GÉOMÉTRIE

POINT DE DÉPART

En amorçant une réflexion sur l'évaluation autour de l'analyse de quelques items de géométrie proposés dans l'évaluation nationale destinée aux élèves entrant en 6$^{\text{ème}}$, nous souhaitons avant tout attirer l'attention du lecteur sur quelques problèmes relatifs à l'interprétation des productions d'élèves et l'écart qu'il existe parfois entre les intentions des concepteurs de ces tests, concernant les compétences à évaluer, et les réalisations des élèves qui ne comprennent pas toujours ce que l'on attend d'eux, c'est-à-dire le sens de la tâche qu'ils ont à effectuer.

Dans notre esprit, ici, il ne s'agit en aucun cas de faire un inventaire ou même une estimation statistique des savoirs et savoir-faire des élèves de 6$^{\text{ème}}$ à travers un travail exhaustif d'analyse de tous les items de géométrie. Il ne s'agit pas non plus de jeter le discrédit sur le travail des concepteurs de ces tests dont nous connaissons trop bien les difficiles conditions de réalisation. D'ailleurs, ni eux ni nous ne sommes à l'abri des erreurs. Nous avons pu constater aussi qu'au fil des années, la qualité de ces tests semblait lentement s'améliorer à la lumière des échanges et discussions fructueuses autour de tels sujets.

À la suite d'un travail commun et suivi durant 3 années avec quelques membres de la commission 1$^{\text{er}}$ Cycle, nous avons essayé de choisir quelques exemples tirés d'expériences vécues nous permettant d'illustrer un certain regard critique, dans le bon sens du terme, sur ces évaluations.

Un grand merci, au passage, à Annick Massot de la commission 1$^{\text{er}}$ Cycle pour nous avoir permis d'exploiter les productions de ses élèves de 6$^{\text{ème}}$.

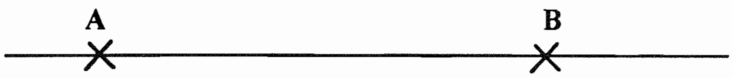
Pour guider notre analyse, nous avons choisi d'exercer notre regard dans trois directions :

1) Du côté des difficultés rencontrées par les élèves en choisissant de nous référer à l'évaluation nationale et aux productions de classes de 6 $^{\text{ème}}$.

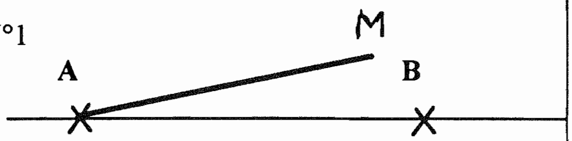
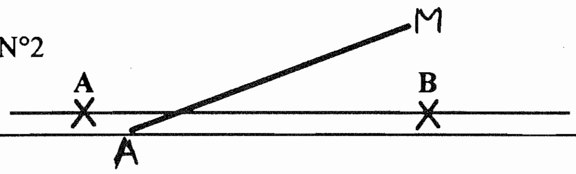
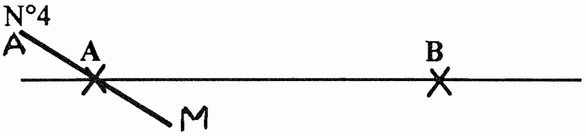
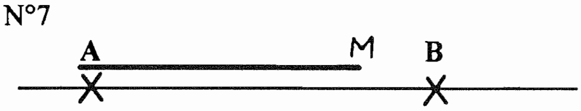
2) Du côté des attentes des enseignants et des concepteurs de ces tests, en essayant de voir s'il y a cohérence entre l'objectif annoncé et la tâche proposée aux élèves.
3) Du côté des « points aveugles » de notre enseignement, pour reprendre une terminologie bordelaise, en regardant de plus près certains « implicites » qui échappent à tout enseignement.

ITEM 1

Sur la droite (AB) trace en couleur un segment [AM] de longueur 5,5 cm.



Examinons quelques productions obtenues dans une classe de 6 ème de la région nantaise.

Productions	Premières remarques
N°1 	Confusion de vocabulaire entre « sur » et « au-dessus ».
N°2 	Confusion entre « sur » et « passer dessus ».
N°3 	Bien réussi, mais peut-être que la notion de droite est réduite à celle de segment ?
N°4 	Confusion entre « sur » et « par-dessus », le segment construit passe par le point A !
N°5 	Bien réussi, mais peut-être avec une autre conception de la notion de droite que l'élève N°3.
N°6 	Cet élève "repasse" sur le segment [AB] mais ne respecte pas la mesure imposée.
N°7 	Confusion entre « sur » et « juste au-dessus ».

La grille de correction proposait le codage suivant :

L'un des segments possible est colorié, éventuellement les deux, la lettre M étant présente ou non.	1
L'élève a placé correctement en le désignant par cette lettre, un point M mais n'a pas colorié le segment.	2
Tout autre segment de bonne longueur sur la droite (AB).	5
Erreur de support : le segment est d'extrémité A et de longueur correcte mais n'a pas pour support (AB).	6
Erreur de longueur, mais extrémité A et support corrects.	7
Toute autre réponse.	9
Absence de réponse.	0

L'objectif annoncé de cet exercice visait la compétence : « Savoir utiliser une technique en utilisant un instrument, ici la règle graduée, pour construire un segment de longueur donnée »

Nous pouvons donc faire l'hypothèse, que l'attente de l'enseignant était de vérifier le bon usage de la règle graduée avec un placement correct de la graduation « zéro » et la compréhension d'une mesure utilisant un nombre décimal.

Or, à l'évidence, les productions de ces élèves nous soulèvent d'autres interrogations !

1- Le statut de la notion de « droite » tout d'abord ?

C'est tout le problème du passage du "dessin" à la "figure".
Pour l'élève de cet âge, une droite est-elle un simple trait ? Se réduit-elle à la notion de segment ?

Comment ne pas évoquer à ce sujet quelques extraits des Eléments d'Euclide Premier Livre, qui nous montrent quelle conception les mathématiciens de l'époque avaient de la notion de droite.

DÉFINITIONS

1. *Le point est ce dont la partie est nulle.*
2. *Une ligne est une longueur sans largeur.*
3. *Les extrémités d'une ligne sont des points.*
4. *La ligne droite est celle qui est également placée entre ses points.*

...

DEMANDES

1. *Conduire une droite d'un point quelconque à un point quelconque.*
2. *Prolonger indéfiniment, selon sa direction, une droite finie.*

...

PROPOSITION III

Deux droites inégales étant données, retrancher de la plus grande une droite égale à la petite.

...

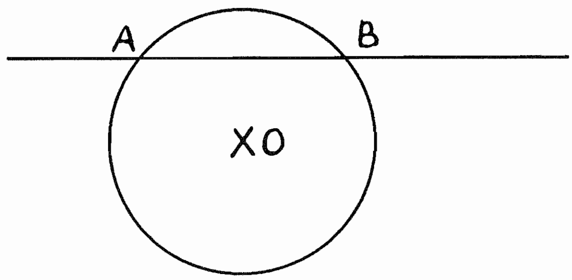
2- La désignation de points par des lettres ?

Quel sens cette désignation a-t-elle pour les élèves N°2 et N°4 ?
Cela ne les choque pas du tout que deux points d'une même figure soient désignés par une même lettre !

N'est-ce pas là un « point aveugle » de notre enseignement qui nous incite à croire que, ce qui est évident pour nous, est compris implicitement par nos élèves, alors qu'aucun travail de base n'a été effectué pour montrer la nécessité d'utiliser un système de codage pour communiquer.

ITEM 2

Mesure en cm la longueur du segment [AB].



Cet exercice apparemment facile a donné lieu à de nombreuses erreurs qui ne semblent pas avoir été prévues par les concepteurs, même si la catégorie « autre réponse » permet d'en tenir compte.

La grille d'évaluation prévoyait simplement

5 cm	1
Autre réponse	9
Absence de réponse	0

L'objectif de cet exercice visait la compétence : « Savoir mesurer un segment à l'aide d'une règle graduée ».

La tâche semblait aisée car la mesure ne nécessitait pas la connaissance des décimaux.
Les enseignants pensaient, en général, rencontrer quelques erreurs de manipulation avec la règle graduée ainsi que l'erreur classique concernant le placement du zéro de la graduation.

Curieusement, les erreurs majoritaires provenaient de mesures nettement supérieures à 5 cm !
Force était de constater, que ces enfants avaient, en réalité, mesuré correctement la longueur du trait passant par les points A et B, au lieu de mesurer le segment [AB].

Cette constatation soulève alors d'autres interrogations.

1. Quelle différence l'élève fait-il, entre un "trait", qui fait partie du dessin de la figure, et un segment ?
2. Est-ce naturel pour lui, que les points A et B désignent obligatoirement les extrémités du segment ?
3. Quelle conception a-t-il de la notion de "point" ?
4. Est-ce évident pour lui, qu'une droite et un cercle se coupent en 2 points, et qu'en plus, les lettres A et B placées sur le dessin de la figure désignent précisément ces deux points ?

ITEM 3 ET 3BIS : VOIR EN ANNEXE EXERCICE 29 (1994) ET EXERCICE 31 (1995)

L'activité consiste tout d'abord à calculer le périmètre d'un quadrilatère avec ses "vraies dimensions" et ensuite à le construire.

Citons les commentaires des auteurs :
La réussite suppose une bonne analyse et une bonne organisation de la démarche en étapes successives. Cet exercice dépasse le niveau minimal requis en début de sixième, surtout dans la deuxième question.

La grille d'évaluation pour l'exercice 29 prévoyait :

Pour le calcul du périmètre

32 cm	1
Calcul du périmètre avec les mesures du modèle réduit	2
37 cm ou 42 cm (la longueur AC est comptée une ou deux fois)	5
Autres réponses	9
Absence de réponse	0

Pour la construction

Le point C			Le point D	
Point C bien placé	1		Point D bien placé	1
Autres réponses	9		Autres réponses	9
Absence de réponse	0		Absence de réponse	0

1- Considérations autour du calcul du périmètre

Les résultats du code 2 permettent de repérer les élèves qui ont encore des difficultés à comprendre l'énoncé. Pour évaluer cette compétence les exercices 29 et 31 sont semblables.

En revanche, avec l'exercice 31, nous pensons qu'il n'est pas possible d'évaluer la maîtrise du savoir déclaratif relatif à la définition du terme "PÉRIMÈTRE", alors que le code 5 de l'exercice 29 est très révélateur.

Nous avons fait passer cet exercice dans quatre classes de CM2, ce qui représente 77 élèves. Il s'avère que 22 élèves relèvent du code 2.

En ce qui concerne la définition du mot "périmètre", 22 élèves donnent 32 cm comme solution et 14 élèves donnent 16,4 cm (ils font partie des 22 élèves cités précédemment relevant du code 2). 23 + 3 élèves prennent en compte AC (37 cm et 18,7 cm).

Nous pouvons supposer que l'exercice 31 ne permet absolument pas de vérifier cette compétence.

2- Considérations autour de la construction du quadrilatère

Il y a a priori trois procédures possibles :

- l'utilisation du compas pour construire un triangle de dimensions données.
- l'utilisation de l'équerre, si l'élève a reconnu le code de l'angle droit ou l'angle droit lui-même.
- Le tâtonnement pour placer le double - décimètre avec les mesures de longueurs et fermer la figure.

Avec les 77 élèves observés, nous pensons que les résultats pour placer le point C de l'exercice 29 sont analogues aux résultats de l'exercice 31.

Nous avons 54 élèves qui placent bien le point C. En effet le triangle ABC est tel que le segment [AB] est bien perpendiculaire au bord de la feuille et donc il est facile de réaliser sans équerre l'angle droit.

Par contre la construction du point D met en œuvre d'autres compétences, ce que l'exercice 31 ne permet pas d'évaluer.

En effet seulement 39 élèves placent bien le point D.

Au delà des codes de l'item 29, nous avons repéré les élèves qui ont effectivement utilisé l'équerre et qui ont donc reconnu le code des angles droits. Nous sommes sûrs que 26 élèves ont utilisé l'équerre et nous supposons, peut-être, que 3 autres aussi.

Nous remarquons le fait que 27 élèves marquent le code de l'angle droit sur leur construction (10 ne marquent que l'angle B), mais cela ne traduit pas forcément la reconnaissance de la propriété "angle droit". Dans la classe de 22 élèves, reconnus faibles, il y a 14 élèves qui ont dessiné le code et un seul qui a utilisé l'équerre. En ce qui concerne les élèves des deux autres classes (40 élèves), il y a 13 élèves qui ont dessiné le code et 22 qui ont utilisé l'équerre.

Cela laisserait entendre que pour certains élèves le code est reconnu, non pas pour une information, mais comme un élément constitutif du dessin.

A propos de l'instrument compas, 6 élèves sur les 77 s'en sont servis. Cela laisse penser que la compétence « utiliser le compas pour reporter des mesures » ne fait pas partie d'un objet d'enseignement.

EN CONCLUSION

Cette brève analyse met en évidence la réelle difficulté, même pour des enseignants expérimentés, de concevoir des items qui permettent de tester ce que l'on souhaite tester.

Il existe dans notre langage de mathématicien encore beaucoup "d'implicites" et de conventions supposées connues ou comprises qui n'ont jamais été réellement négociées avec les élèves.

Cela souligne les limites de certaines situations d'évaluation dans lesquelles il est souvent difficile d'identifier les connaissances et compétences testées.

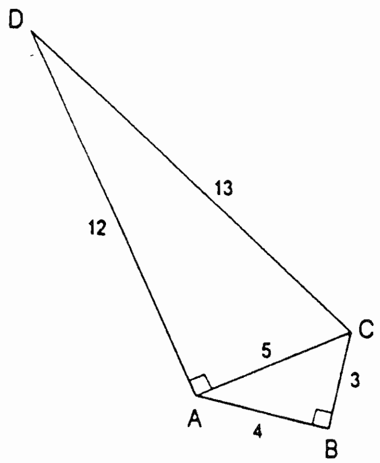
Naturellement, c'est au cours de situations d'apprentissage bien conçues, le maître servant de "médiateur", que l'on pourra tenter de remédier à toutes ces sources d'incompréhension.

ANNEXE : EXERCICE 29 - ÉVALUATION 1994

Exercice 29

Ne rien écrire dans la colonne

La figure représente un quadrilatère ABCD obtenu en accolant deux triangles.
C'est un dessin en réduction, avec les vraies dimensions indiquées en centimètres.



a. Calcule le périmètre du quadrilatère ABCD.

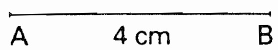
cm

a) 1 2 5 9 0
66

b. Tu vas construire ce quadrilatère. Le segment [AB] est déjà tracé.
Complète le dessin avec les mesures exactes.

b) C 1 9 0
67

b) D 1 9 0
68

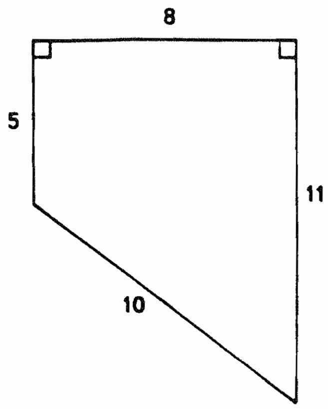


ANNEXE : EXERCICE 31 - ÉVALUATION 1995

Exercice 31

Voici un modèle réduit de la figure que tu dois reproduire.

Les nombres indiquent les dimensions en centimètre que tu dois donner au dessin.



a) Quel sera le périmètre de la figure obtenue ? .... cm

1	2	5	9	0

66

b) Fais le dessin avec les mesures exactes.

1	2	5	6	9	0

67

Titre	De la situation de découverte à la trace écrite en géométrie, les accidents, la découverte avortée, l'institutionnalisation floue.
Auteur	Jacqueline EURIAT, IUFM d'Épinal, Pierre EYSSERIC, IUFM de Draguignan et IREM de Nice, Bernard Philippe, IUFM de St-Brieuc.
Date	Juin 97.
Thème	Complexité de l'institutionnalisation de savoirs géométriques lors d'activités en classes.
Résumé	Analyse de différentes traces écrites proposées à la suite d'activités de géométrie et leur inadéquation aux activités menées en classe.

DE LA SITUATION DE DÉCOUVERTE À LA TRACE ÉCRITE EN GÉOMÉTRIE, LES ACCIDENTS, LA DÉCOUVERTE AVORTÉE, L'INSTITUTIONNALISATION FLOUE

1. CONSTATS ET HYPOTHÈSES DE DÉPART

1.1 La séquence d'enseignement

Un des rôles de l'enseignement est de favoriser la construction par l'élève des connaissances mathématiques. Pour ce faire, nous pouvons distinguer dans une situation d'enseignement, trois grandes étapes :

- la construction par l'élève des connaissances comme outil implicite au cours de résolution de problèmes,
- l'institutionnalisation par le maître de cette connaissance comme objet explicite,
- le réinvestissement dans des problèmes, par l'élève, de cet objet de savoir en tant qu'outil explicite de résolution.

Nous remarquons, dans l'activité de l'enseignant, des difficultés de passage de l'étape 1 à l'étape 2, en particulier en géométrie où il n'est pas facile de définir les objets à institutionnaliser.

Bien souvent il est proposé aux élèves de l'école élémentaire une situation de recherche, de découverte, mais nous constatons quelques difficultés à les voir mettre en œuvre et à les intégrer dans l'ensemble de la séquence d'enseignement :

- Pressé par le temps, le maître ne laisse pas suffisamment durer l'activité de l'élève, ou fournit trop vite des "rails" à cette activité et la recherche est avortée.
- Puis il conclut loin ou hors des éléments apparus lors de l'activité - élève, bien souvent dans une forme trop éloignée ou trop floue.
- La lecture des programmes ne définissant pas toujours à quel niveau de conceptualisation il doit conclure, il s'écarte trop des possibilités de l'élève.

1.2 Les difficultés spécifiques à la géométrie

La géométrie est un domaine qui a recours à plusieurs systèmes de signifiants (langue naturelle, figures, symboles, représentations, dessins, objets ...) qui ont chacun un fonctionnement différent. Le passage de l'un à l'autre n'est pas naturel pour l'élève. Or une activité de géométrie met souvent en pratique simultanément ces différents systèmes.

2. LES ÉCRITS EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES

Nous repérons des accidents, des difficultés lors du passage de l'activité à la formulation écrite des savoirs mis en jeu lors de cette activité ; mais n'y a-t-il pas en classe plusieurs endroits, plusieurs niveaux de formulation ? N'y a-t-il pas plusieurs moments formés d'écrits supports de ce que nous appellerons « la trace écrite » (de la leçon).

2.1 Les différents écrits rencontrés à l'école

Nous pouvons, dans un premier temps, distinguer les écrits selon leur support, il y a :

- les écrits qui existent, ce sont ceux que l'élève peut lire dans les manuels scolaires, les livres ou revues ;
- les écrits qui sont fabriqués au cours des activités scolaires par le maître ou par les élèves, que l'on va trouver au tableau, dans les cahiers ou sur des affiches.

Nous pouvons aussi considérer les écrits selon leur utilité, nous parlerons alors :

- *des écrits de recherche* : on y trouvera par exemple les éléments que les élèves écrivent sur leur brouillon au cours des activités de recherche ; sans contrainte de forme, ils permettent au maître de suivre le cheminement de la recherche, aux élèves de garder les traces de leurs procédures de résolution.
- *des écrits de fin d'activité* : ce sont ceux obtenus par la mise au propre, avec des contraintes de forme plus fortes, des recherches effectuées ou des solutions trouvées. Destinés à être lus par l'ensemble des élèves, ils serviront soit à garder une trace d'une démarche, d'un début de solution pour une exploitation ultérieure, soit à isoler de l'activité les connaissances mathématiques que l'élève doit avoir découvertes et qu'il utilisera dans les activités futures.
- *des écrits de référence* : ce sont les écrits que l'on gardera parmi les précédents ou que l'on construira spécialement, ceux-ci donnant une mémoire de l'évolution des connaissances de la classe. Ils sont en général consignés dans un cahier-outil ou un cahier-mémoire. Ils pourront être utilisés comme appui pour rappeler les savoirs nécessaires lors d'une nouvelle activité, et seront une référence commune aux élèves de la classe.

2.2 La trace écrite et les instructions et programmes officiels

Nous ferons une place particulière à la trace écrite que le maître donne aux élèves en vue de répondre aux programmes : il y a des éléments, des savoirs mathématiques qui sont vérifiés et demandés par l'Institution à différents moments de la scolarité. Ces écrits peuvent être tirés directement de manuels, construits par le maître seul ou avec les élèves.

La raison d'institutionnaliser certains savoirs, sous forme de définitions, notations, règles étant définie par les programmes, c'est souvent à l'établissement de ceux-ci que l'on constate les écarts les plus forts entre l'activité vécue par les élèves et l'écrit qui lui sert de conclusion.

Nous allons limiter la suite de cet article à l'étude de la trace écrite liée aux contenus mathématiques que l'on fabrique en classe en fin d'activité. Cette partie illustre quelques dérives dans la construction de la trace écrite.

3. PRATIQUES DE CLASSES

3.1 À propos de traces écrites dans des classes de CM1 ou CM2

Nous avons choisi des traces écrites concernant les quadrilatères. (Annexe 1)

Nous pouvons constater, en étudiant d'autres traces écrites de même niveau, que sur les quadrilatères, il y a peu ou pas de différences entre le CM1 et le CM2.

Les traces écrites proposées en annexe n'ont pas été construites par les élèves, mais dictées par le maître. Elles posent, au moins, trois questions majeures :

La mémorisation paraît difficile en raison de la quantité des écritures et de leur présentation.

- ***Sont-elles utiles pour les élèves ?***

En particulier, elles ne différencient pas ce qui est utile à la reconnaissance de la figure et ce qui peut être utile à la construction de la figure.

- ***Sont-elles exigibles d'élèves de l'école élémentaire ?***

Si on se réfère aux Instructions Officielles (Annexe 3) et à la note de service du 29/11/1996 concernant l'articulation école-collège, on peut considérer que non. Les exigences concernant les quadrilatères pouvant se situer dans les phrases : *« ...il s'agit d'abord d'une géométrie expérimentale organisée autour de quatre types d'activités sur les objets géométriques (figures et solides) : reproduire, décrire, représenter, construire ... visant à favoriser la construction d'images mentales et la mise en évidence de quelques propriétés (côtés de même longueur, angles droits, parallélisme, axes de symétrie) ... », « les élèves savent reconnaître et construire à l'aide d'instruments mentionnés quelques figures planes : carré, rectangle, losange, (...) (le parallélogramme n'est plus mentionné dans les quadrilatères à étudier à l'école primaire) »*

Ces quelques éléments de réflexion ne concernent pas uniquement les traces écrites dans le cadre de la classe. On peut se poser les mêmes questions à propos d'ouvrages parus récemment, comme les livrets « Connaître », édition Hatier. (Annexe 2)

3.2 Analyse de deux séquences de géométrie, débouchant sur des traces écrites problématiques

Une activité de géométrie doit-elle forcément se conclure par une trace écrite ? Ne confond-on pas trop souvent la trace écrite avec la nécessaire institutionnalisation des savoirs en jeu dans l'activité ? N'y a-t-il pas des traces écrites qui empêchent les élèves de faire des mathématiques en vidant de leur signification les travaux proposés ? La trace doit-elle forcément être écrite et a fortiori sous forme de texte ?

Nous présentons ici deux exemples dans lesquels la trace écrite nous semble particulièrement inopportune ; il s'agit de deux séquences réalisées par des PE au cours du stage de pratique accompagnée pour la première, du stage en responsabilité pour la seconde.

***1ière séquence* : CM1 Octobre**
Mesure de longueurs.

Phase 1 Le travail s'articule autour des exercices 1 et 2 du document A. L'objectif est de réaliser que la mesure d'un segment est un nombre qui dépend de l'unité choisie.

Phase 2 Construction d'un étalon-unité de 1 dm. On repère le dm sur différents instruments de mesure (double-décimètre, règle du tableau, ...) et on rappelle les relations entre m, dm, cm et mm.

Phase 3 Mesure de la longueur d'une table avec différents instruments.

Phase 4 Trace écrite proposée :

> « Pour mesurer des longueurs, j'utilise un outil : règle, double-décimètre, mètre, côté d'une équerre, ...
> Quand je mesure, je peux employer les différentes unités : le centimètre (cm), le millimètre (mm), le décimètre (dm). »

Phase 5 Exercice 3 du document A comme évaluation.

Commentaires :

- Quel est l'intérêt de cette trace écrite : énumération d'outils (qui ne sont d'ailleurs pas tous des instruments de mesures des longueurs), énumération d'unités de longueurs (sans préciser les relations existant entre elles) ?
- La trace écrite n'existe-t-elle pas ici au détriment de l'activité mathématique ? En particulier les problèmes rencontrés par certains enfants lors de la réalisation des mesures (confusion du zéro avec l'extrémité de la règle, objet à mesurer plus long que l'instrument de mesure, erreurs de mesure et approximation) ont été complètement occultés au cours de cette séquence.
- Quelle est la véritable fonction de cette trace écrite :
  - un outil d'apprentissage pour les enfants ?

  Même si la liste des outils de mesure ou celle des unités leur était inconnue (ce qui n'était pas le cas), à quoi peut leur servir cet écrit ? À quoi bon savoir qu'il existe plusieurs outils si on ne sait pas comment choisir le plus approprié à chaque situation. Et rien n'est dit non plus quant au choix des unités ...

- ou un message adressé aux parents, à l'inspecteur, à ... pour leur faire savoir qu'on a travaillé sur les longueurs ?

- Une véritable institutionnalisation orale insistant sur :
  - les gestes du mesurage de longueurs,
  - l'approximation liée au choix et à la précision des instruments de mesure,
  - la dépendance entre mesure et unité choisie n'aurait-elle pas été plus utile ici ?

2ième *séquence* : CE Février Axes de symétrie des figures géométriques planes.

Cette fois la trace écrite concerne un savoir-faire, mais la fixation sur celle-ci va empêcher toute possibilité d'apprentissage au cours de cette séquence.

Huit figures (voir document B) sont dessinées sur une feuille distribuée aux enfants.

Ceux-ci doivent : - découper les huit figures,
- puis rechercher les axes de symétrie de ces figures.

L'enseignant illustre sa consigne en exhibant un grand triangle isocèle découpé dans une feuille format A3 et en demandant à un enfant de montrer comment il va faire pour trouver l'axe de symétrie :

- l'élève interrogé trace l'axe en utilisant le sommet principal du triangle et le milieu du côté opposé à celui-ci, puis valide sa réponse par pliage.
- l'enseignant dit qu'on aurait pu commencer par plier.

Après une quinzaine de minutes de travail, on corrige au tableau : de façon à peu près systématique les enfants ont résolu l'exercice en anticipant de façon approximative un tracé des axes qu'ils ont précisé et validé par pliage.

En fin de séquence, l'enseignant demande aux enfants de sortir leurs cahiers de géométrie et pose la question :

« Qu'est-ce qu'on pourrait retenir ? »

Il obtient de nombreuses réponses des enfants :

« Il y a des figures qui ont des axes de symétrie et il y a des figures qui n'en ont pas. »

« Le cercle a une infinité d'axes de symétries : tous les diamètres. »

« Il y a des figures qui ont un seul axe de symétrie, et d'autres qui en ont plusieurs. »

...

Toutes ces réponses ne correspondent pas à l'attente du maître qui finit par écrire au tableau (et faire écrire sur les cahiers) la trace écrite qu'il avait prévue :

« Pour trouver les axes de symétrie d'une figure, on peut plier la figure pour qu'une partie de la figure se superpose avec l'autre partie.

Le pli correspond à l'axe de symétrie de la figure. »

Cette trace est illustrée par le collage des figures sur lesquelles les enfants ont travaillé.

Commentaire :

La trace écrite proposée

- fait l'impasse sur les remarques des enfants qui correspondaient davantage à ce qu'ils avaient appris au cours de la séquence.
- présente un moyen de trouver les axes de symétrie, ce qui, en pratique dans cette classe, n'a été est qu'un outil de validation.

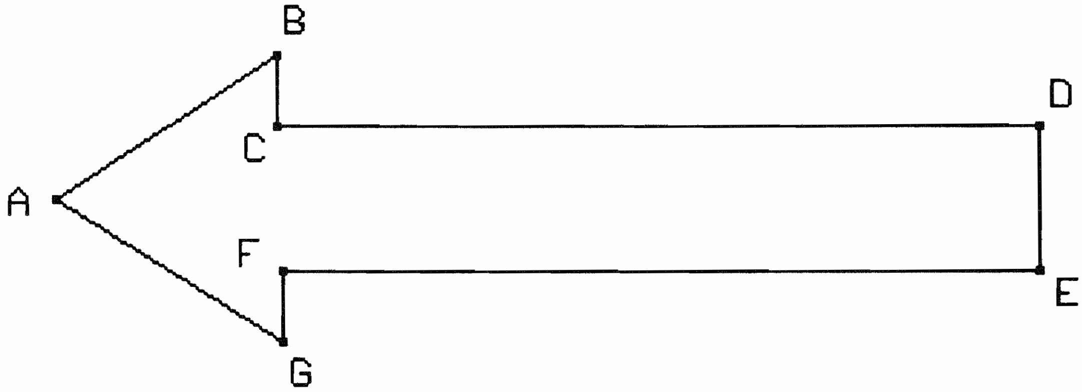
BIBLIOGRAPHIE

« *Problèmes langagiers ; fonctions de l'écrit en classe de mathématiques* », J. Bolon, in Actes du XIXème colloque inter-IREM, pages 119 -126, IREM de Besançon 1992.

« *Apprentissages et didactiques, où en est-on ?* », ouvrage coordonné par G. Vergnaud, Hachette éducation, Paris, 1994.

DOCUMENT A

Exercice 1 : Mesure à l'aide de ta règle graduée la longueur des différents segments, et complète le tableau.



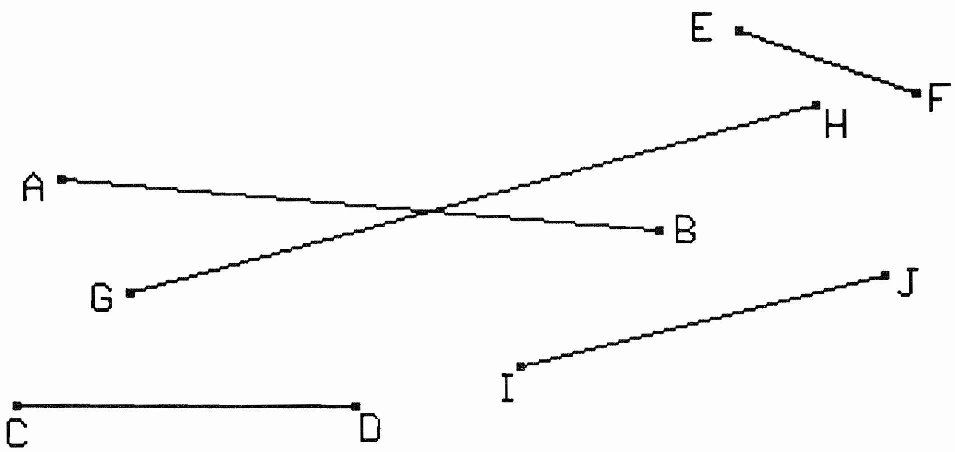
AB	BC	CD	DE	EF	FG	GA

Exercice 2 : Pour le segment [CD], Sébastien a trouvé le nombre 1, Julie le nombre 100 et Jérôme le nombre 10.

1) Comment expliques-tu ces réponses différentes pour le même segment ?
2) Connaissez-vous les unités qui correspondent aux différents nombres ?

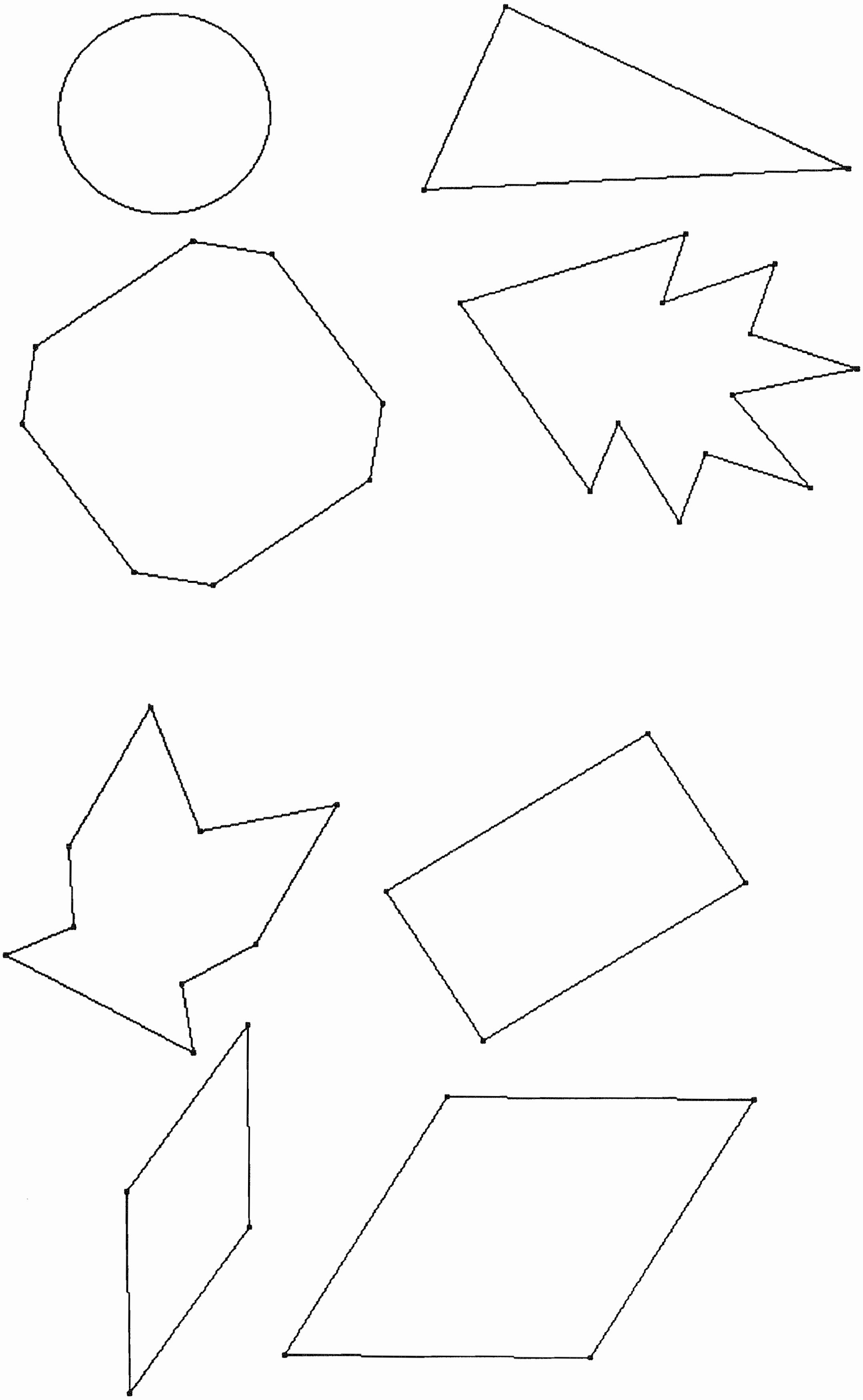
* Sébastien : CD = 1..........
* Julie : CD = 100..........
* Jérôme : CD = 10.........

Exercice 3 : Complète le tableau en mesurant les segments, et n'oublie pas les unités.



AB	CD	EF	GH	IJ

DOCUMENT B

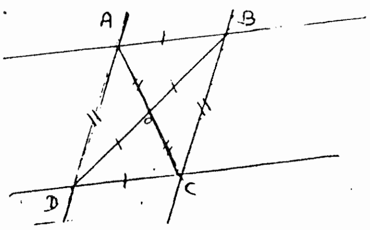


ANNEXE 1

ANNEXE 1 : CM1

Les quadrilatères

Un quadrilatère est un polygone qui a 4 côtés.



ABCD est un parallélogramme.

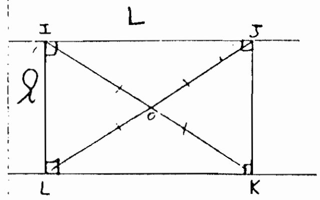
- un parallélogramme est un quadrilatère qui a :
- . ses côtés parallèles et égaux 2 à 2.

AB // DC   AB = DC
AD // BC   AD = BC

Les diagonales AC et BD se coupent en leur milieu OA = OC
OB = OD

- Le périmètre est égal à la somme des côtés.

(1) p = AB+BC+CD+DA



IJKL est un rectangle

- Un rectangle est un quadrilatère qui a :
- . ses côtés parallèles et égaux 2 à 2

IL // JK   IL = JK
IJ // LK   IJ = LK

. 4 angles droits.

Les diagonales sont égales. IK = JL

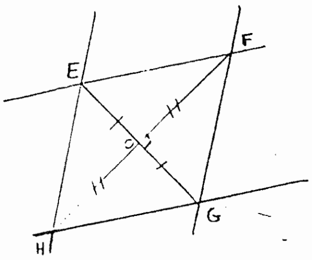
Elles se coupent en leur milieu OI = OJ = OK = OL

- Le périmètre est égal à la somme des côtés

p = IJ+JK+KL+LI

- . le grand côté s'appelle la longueur : L
- . le petit côté s'appelle la largeur : l

(2) p = 2(L+l)



EFGH est un losange

- Un losange est un quadrilatère qui a :
- . ses côtés parallèles 2 à 2

EF // HG   EH // FG

. ses 4 côtés égaux EF = HG = EH = FG

Les diagonales se coupent en leur milieu en formant un angle droit. OE = OG - OF = OH

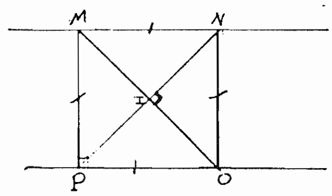
EG ⊥ FH

- Le périmètre est égal à la somme des côtés.

p = 4c

EF = FG = GH = HE = c

(3)



MNOP est un carré

- Un carré est un quadrilatère qui a :
- . ses côtés parallèles 2 à 2.

MN // OP   MP // NO

- . ses 4 côtés égaux MN = NO = PO = MP
- . 4 angles droits.
- Les diagonales se coupent en leur milieu.
- Elles sont égales.
- Elles sont perpendiculaires.

IM = IN = IO = IP   MO ⊥ NP

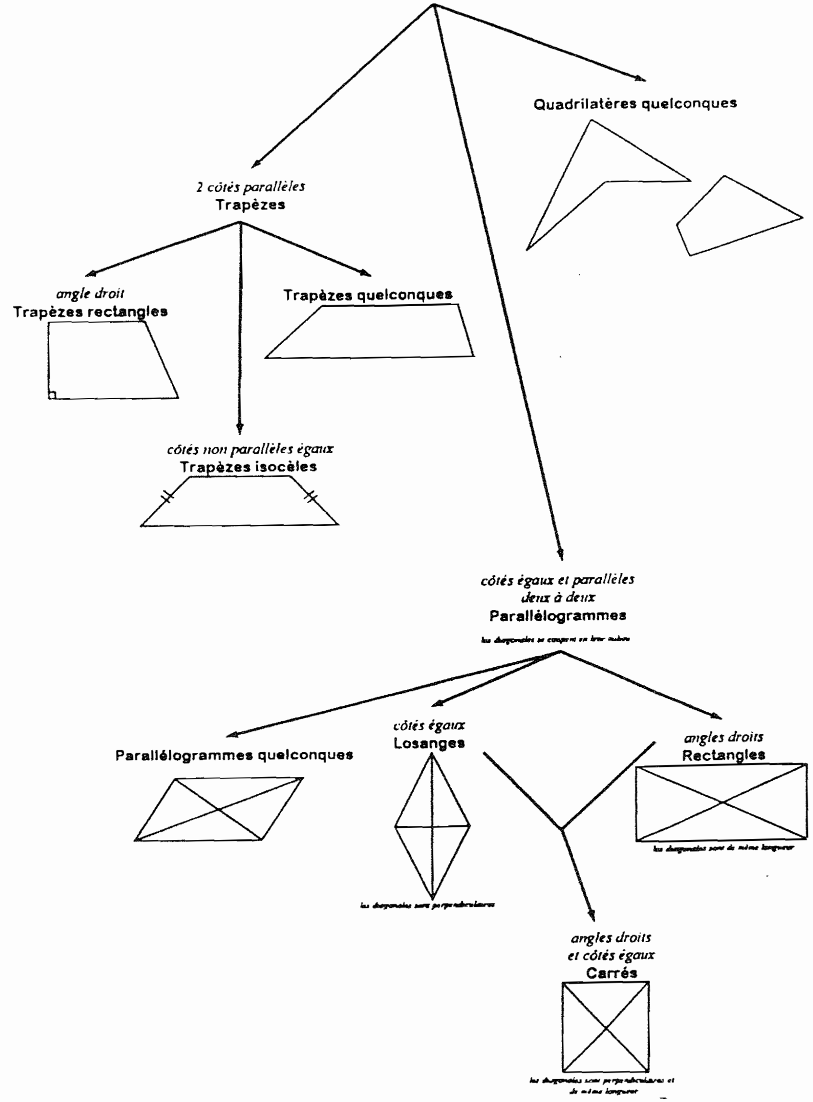
- Le périmètre est égal à la somme des côtés

p = 4c

(4) MN = NO = OP = PM = c

ANNEXE 1 . CM2

LES QUADRILATERES



Les quadrilatères.

Il y a trois catégories de quadrilatères :
- les parallélogrammes.
- les trapèzes.
- les quadrilatères quelconques.

Parallélograme : Un parallélograme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

Trapèzes : Un trapèze est un quadrilatère dont deux côtés (seulement) sont parallèles.

Si un trapèze a un angle droit, c'est un trapèze rectangle.

Si les deux côtés non parallèles d'un trapèze sont de même longueur, c'est un trapèze isocèle.

ANNEXE 1 : CM2

Les parallélograme

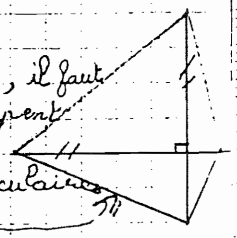
Un parallélograme est la figure obtenue en faisant se croiser deux bandes.
Les côtés opposés sont parallèles et de même longueur. Les diagonales se coupent en leur milieu.
~~Si les deux bandes~~

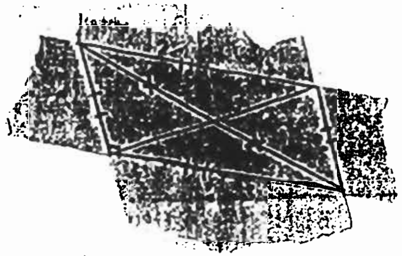
Si les deux bandes sont perpendiculaire, on obtient un rectangle.
Les angles sont droits.
Les diagonales sont de même longueur.

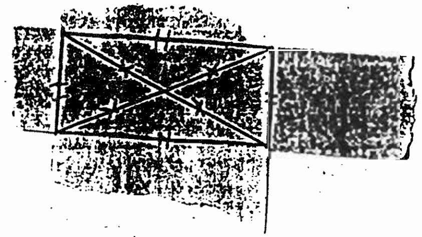
Si les deux bandes sont de même longueur, on obtient un losange.
Les 4 cotés sont de même longueur.
Les diagonales son perpendiculaires.

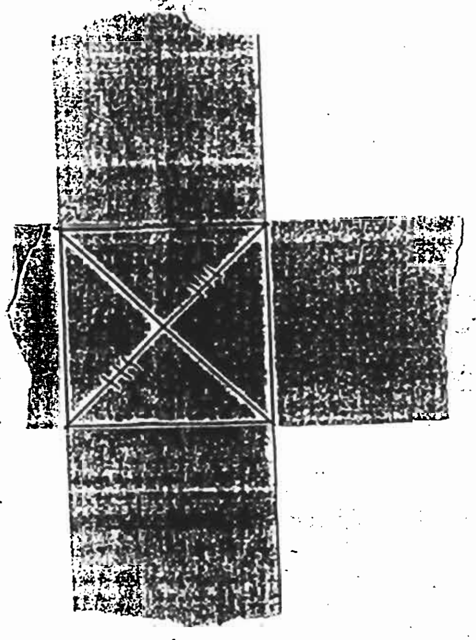
Si les deux bandes sont perpendiculaire et de même largeur, on obtient un carré.
Les 4 cotés sont de même longueur.
Les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur. Les angles sont droits.

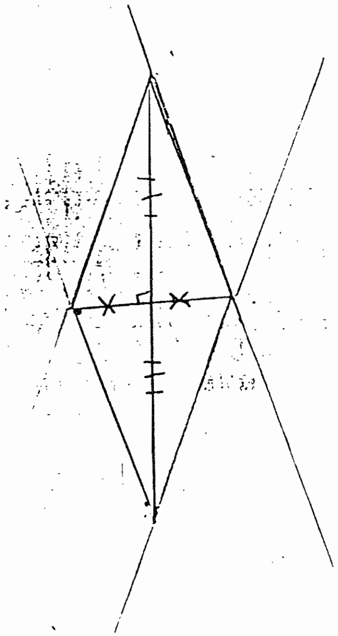
ATTENTION. Pour avoir un parallélogramme, il faut absolument que les diagonales se coupent en leur milieu.
exemple : diagonales perpendiculaires et de même longueur
ce n'est pas un carré.







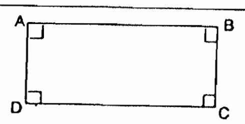




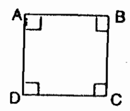
ANNEXE 2

CM1

11 Le rectangle et le carré



Le rectangle a 4 côtés, égaux 2 à 2, ainsi que quatre angles droits.

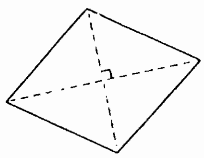


Le carré a 4 côtés de même longueur et quatre angles droits.

12 Le losange et le carré

« Connaître »
- Géométrie (Hatier)

- Le losange est un quadrilatère dont les côtés ont la même longueur.
- Les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.



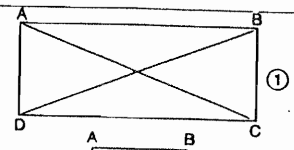
CM2

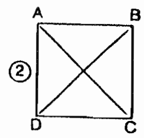
9 Le rectangle et le carré

① Le rectangle a :

- 4 côtés égaux et parallèles 2 à 2
- 4 angles droits
- 2 diagonales égales qui se coupent en leur milieu.

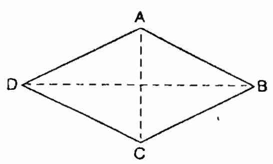
② Le carré est un rectangle dont les 4 côtés sont égaux et dont les diagonales sont perpendiculaires.



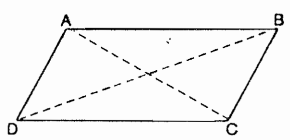


10 Le losange et le parallélogramme

- Les quatre côtés d'un losange ont la même longueur (AB = BC = CD = DA) et les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.



- Dans un parallélogramme, les côtés opposés sont parallèles et ont la même longueur (AB = DC et AD = BC). Les diagonales se coupent en leur milieu.



ANNEXE 3 : INSTRUCTIONS OFFICIELLES 1995

Cycle des approfondissements : page 64

Dans le domaine de la géométrie, l'élève complète ses connaissances sur les objets géométriques, s'exerce aux tracés et au maniement de différents outils.
Dans le domaine de la mesure, il consolide et élargit ses compétences.

Géométrie :

- À partir d'un travail sur des solides et des surfaces divers (reproduction, description, représentation, construction), notions de
  - face, sommet, arête
  - côté, segment, milieu, ligne droite, angle
  - perpendiculaire, parallèle.
- Connaissance de quelques objets géométriques usuels (cube, parallélépipède rectangle, sphère, carré, rectangle, losange, triangle, cercle, disque).
- Actions sur des figures planes : mise au point de techniques de reproduction, construction et transformation (symétrie axiale, agrandissement, réduction).
- Tracés géométriques à l'aide d'instruments (papier calque, règle, équerre, compas, gabarit pour les angles), en particulier tracé de parallèles et de perpendiculaires.
- Représentation plane d'objets de l'espace, patrons.
- Repérage dans le plan.

Compétences :

Cycle 1	Cycle 2	Cycle 3
Reconnaissance des formes et relations spatiales L'enfant doit pouvoir : • reconnaître des formes, les différencier, les classer ; • se situer et se repérer dans l'espace ; • coder et décoder un déplacement ; • situer, repérer et déplacer des objets par rapport à soi ou par rapport à des repères fixes.	**Géométrie** L'enfant doit être capable : • de reproduire et décrire quelques solides simples (exemple : le cube) ; • de reproduire et décrire quelques figures simples (carré, rectangle, cercle ...) ; • d'utiliser quelques techniques (calque, pliage, découpage ...) et quelques instruments (règle, équerre, gabarit ...).	**Géométrie** L'enfant doit être capable : • de reproduire, de décrire et de construire quelques solides usuels et quelques figures planes (cube, parallélépipède rectangle, carré, rectangle, losange, cercle, triangle) ; • de les identifier dans une figure complexe ; • de reconnaître les axes de symétrie d'une figure plane, de compléter une figure par symétrie axiale ; • d'utiliser des outils usuels tels que papier calque, papier quadrillé, règle, équerre, compas, gabarit d'angle pour construire quelques figures planes ou quelques solides.

Titre	Une situation de formulation comme moyen d'analyse des conceptions des élèves.
Auteur	Joël Briand, IUFM et IREM de Bordeaux.
Date	Mars 1997.
Thème	Observation d'élèves pendant une situation de communication.

UNE SITUATION DE FORMULATION COMME MOYEN D'ANALYSE DES CONCEPTIONS DES ÉLÈVES

DE LA DIFFICULTÉ À « FAIRE ÉMERGER DES CONCEPTIONS »

Dans plusieurs disciplines de l'école primaire, les formateurs, en se fondant sur des résultats de recherches, préconisent de faire « émerger les conceptions des élèves ». Cette préoccupation se situe dans une perspective constructiviste de l'enseignement. Toutefois, une fois que ces conceptions sont mises en évidence, à supposer que l'on dispose de moyens pour les faire facilement émerger, comment peut-on les prendre en compte dans une organisation de son enseignement ? La question n'est pas si simple qu'il y paraît. En effet, plusieurs travaux de recherche en didactique des mathématiques ont montré que l'organisation des savoirs (les savoirs institués) n'était pas identique à l'organisation des connaissances des élèves. Par conséquent, l'émergence des conceptions des élèves, qui traduit un état de certaines de leurs connaissances les moins explicitables va, au mieux, faire apparaître une organisation qui ne pourra pas forcément être éclairée par l'organisation des savoirs.

Pour autant, faudrait-il renoncer à cette démarche ?

Nous nous fondons sur la théorie des situations et en particulier sur les phases de formulation écrite que l'enseignant peut organiser.

Après avoir rappelé l'organisation d'une situation a-didactique de formulation, nous prendrons l'exemple d'une séquence de géométrie au cours de laquelle le triangle est abordé en situation de communication.

RAPPEL DE L'ORGANISATION D'UNE SITUATION DE FORMULATION DANS LA COMMUNICATION

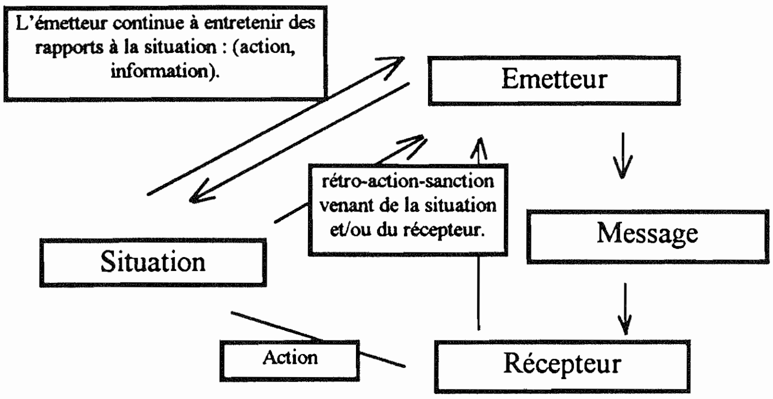
Pour que le sujet puisse expliciter lui-même son modèle implicite, et pour que cette formulation ait du sens pour lui, il faut qu'il rencontre un nouveau problème dans lequel la connaissance va obligatoirement intervenir sous forme d'un langage (écrit ou oral).

Lors de ces situations, l'élève échange avec une ou plusieurs personnes des informations rédigées dans un langage qui sera, lui-même, objet d'étude.

Ainsi, ce type de situations permet d'expliciter des modèles et donc de les formuler à l'aide de signes, de codes et de règles mises au point dialectiquement.

Les situations qui lui sont proposées dans ce cadre, sont dites des situations de formulation.

Les situations dites "de communication" entre élèves en sont un exemple.

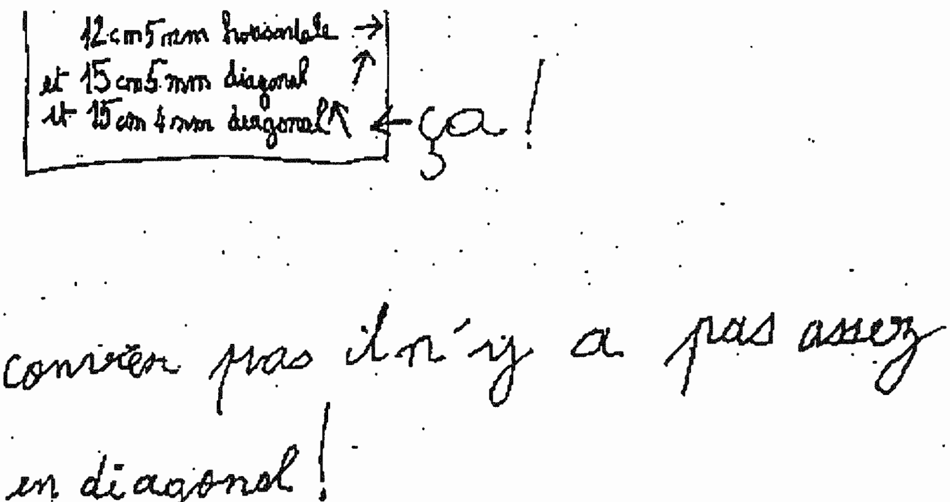


EXEMPLES

Nous allons étudier des messages proposés par des élèves dans une activité de communication écrite en géométrie. Les émetteurs disposaient de triangles découpés dans du carton. Ils devaient envoyer un message écrit afin que d'autres élèves (récepteurs) puissent dessiner une figure parfaitement superposable à la figure découpée dans du carton.

Premier exemple :

Pour comprendre ce message, il faut savoir que les élèves peuvent faire faire des navettes aux messages. Ici, la première information envoyée fut : « 12 cm 5 mm horizontale ... 15 cm 4 mm diagonal ». Les récepteurs écrivent alors : « Ça ne convient pas, il n'y a pas assez de mesure en diagonale », ce à quoi les émetteurs répondent : « Ça ! ».



12 cm 5 mm horizontale →
et 15 cm 5 mm diagonal ↑
et 15 cm 4 mm diagonal ↖ ← ça !

ça ne convien pas il n'y a pas assez
de mesure en diagonal !

Observation des récepteurs :

Pour construire un triangle, les récepteurs se servent de l'information numérique. Ils construisent un segment de mesure « 12 cm 5 mm horizontal », puis un segment de « 15 cm 5 mm en diagonal », en respectant autant que faire se peut l'inclinaison évoquée dans le message. Ils constatent alors que le troisième segment (issu de leur construction) n'a pas la même mesure que celui des émetteurs. Ils en concluent alors que les émetteurs ont fait erreur, ce que les émetteurs contestent.

Deuxième exemple :

C'est une forme triangulaire.
les deux grand côté mesure 15 cm et 4 mm.
le plus petit côté mesure 12 cm et 5 mm.

quel est l'épesseur de votre forme? l'épesseur n'a rie à voir avec la figure

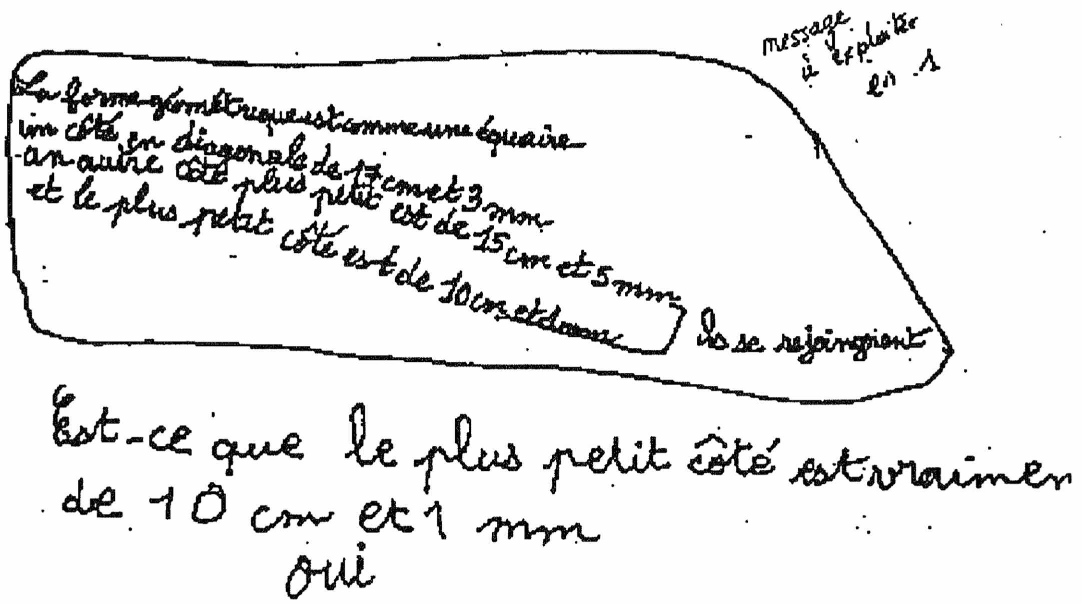
vous avez mal mesuré le petit côté. non. Nous trouvons que 13 cm et 1 mm donc c'est faut!

Non se ne pa faut

Observation des récepteurs

La question « quelle est l'épaisseur ? » voulait demander « quelle est la hauteur ? ». (Les élèves avaient procédé comme les premiers et avaient eu la même difficulté. Ils cherchaient alors un moyen d'explorer différemment la figure. Les émetteurs ne comprennent pas "épaisseur" comme "hauteur" et les récepteurs doivent alors dévoiler leur problème : « vous avez mal mesuré le petit côté ». Ce qui nous ramène au premier exemple.

Troisième exemple :



Il se passe le même questionnement chez les récepteurs que précédemment.

Dans l'ordre : le message entouré, puis « Est-ce que le plus petit côté est vraiment de 10 cm et 1 mm ? », puis « oui », puis « ils se rejoignent » ajouté au message initial.

CONCLUSION

Ces travaux, pour peu qu'il soit possible à l'enseignant d'observer attentivement ce qui se passe lorsque les élèves écrivent, lorsque les élèves lisent le texte et tentent de construire la figure, montrent :

- Des questions de vocabulaire : "diagonale", "épaisseur" ont des significations hors du champ des mathématiques ;
- Que la mesure des côtés du triangle est, à juste titre, considérée comme une information utile. Mais, pour autant, il n'est pas sûr que la mesure des trois côtés du triangle soit perçue comme une condition suffisante à la caractérisation de celui-ci. Les flèches présentes dans plusieurs messages montrent une conception du triangle comme figure associée à son environnement immédiat.
- Que chez les récepteurs, une mesure est associée à un seul segment. Cette conception dominante ne pose pas de problème pour construire le premier segment, ni le second. Mais le troisième qui est « déjà là » pose problème. D'où les échanges.

L'enseignement va donc alors devoir prendre en charge l'acquisition de savoirs non répertoriés dans les savoirs "officiels" : par exemple, savoir qu'une mesure ne caractérise pas un segment. La construction au compas (les deux arcs de cercles) doit alors être vue comme le dépassement de cette conception initiale et sans doute y a-t-il des séquences à construire mettant en évidence le fait que le compas est un moyen de trouver l'extrémité de tous les segments de même origine et de même mesure.

Enfin, comme dans tous ces travaux de communication écrite, les élèves mettent des informations redondantes, mais ceci est connu.

Titre	Pour une définition dynamique des figures planes.
Auteur	Bernard Bettinelli, IUFM et IREM de Besançon.
Date	Juin 97.
Thème	Une définition des figures planes à partir des isométries qui les caractérisent et les propriétés de mesures qui en découlent.
Résumé	Présentation des figures planes (parallélogrammes, polygones réguliers, triangles) à l'aide de définitions dynamiques qui se décrivent en termes de mouvements et non par une liste de propriétés de mesure, propriétés que l'élève découvrira lui-même à travers les mouvements effectués sur des gabarits.
Mots clefs	Isométrie, réflexion, rotation, translation, agrandissement, parallélogramme, rectangle, losange, carré, régulier, triangle, propriété, caractéristique, déduction.

POUR UNE DÉFINITION DYNAMIQUE DES FIGURES PLANES

L'ORIGINE DU LANGAGE GÉOMÉTRIQUE

Si on ouvre les « Éléments » d'Euclide [1], à la première page du Livre 1, on trouve une longue liste de définitions qui constitue le langage que le grand Géomètre va utiliser tout au long de son œuvre. En voici quelques-unes :

1 - Le point est ce dont la partie est nulle
2 - Une ligne est une longueur sans largeur
3 - Les extrémités d'une ligne sont des points
4 - La ligne droite est celle qui est également placée entre ses points
5 - Une surface est ce qui a seulement longueur et largeur
6 - Les extrémités d'une surface sont des lignes
8 - Un angle plan est l'inclinaison mutuelle de deux lignes qui se touchent dans un plan, et qui ne sont point placées dans la même direction
10 - Lorsqu'une droite tombant sur une droite fait deux angles de suite égaux entre eux, chacun des angles égaux est droit ; et la droite placée au-dessus est dite perpendiculaire à celle sur laquelle elle est placée
14 - Une figure est ce qui est compris par une seule ou plusieurs limites
20 - Les figures rectilignes sont celles qui sont terminées par des droites
21 - Les figures trilatères sont terminées par trois droites
22 - Les quadrilatères, par quatre
23 - Les multilatères, par plus de quatre
24 - Parmi les figures trilatères, le triangle équilatéral est celle qui a ses trois côtés égaux
25 - Le triangle isocèle, celle qui a seulement deux côtés égaux

[1] Les œuvres d'Euclide, trad. Peyrard. Librairie Blanchard.

26 - Le triangle scalène, celle qui a ses trois côtés inégaux
27 - De plus, parmi les figures trilatères, le triangle rectangle est celle qui a un angle droit
30 - Parmi les figures quadrilatères, le quarré est celle qui est équilatérale et rectangulaire
31 - Le rectangle, celle qui est rectangulaire et non équilatérale
32 - Le rhombe, celle qui est équilatérale et non rectangulaire
33 - le rhomboïde, celle qui a ses côtés et ses angles opposés égaux entre eux et qui n'est ni équilatérale, ni rectangulaire
34 - Les autres quadrilatères, ceux-là exceptés, se nomment trapèzes
35 - Les parallèles sont des droites, qui, étant situées dans un même plan et prolongées à l'infini de part et d'autre, ne se rencontrent ni d'un côté, ni de l'autre

On peut découvrir que le langage actuel est en grande partie fixé dès cette époque :

- Les premières définitions partant directement de l'observation, sont parfois obscures (point, ligne, droite, ...), et confondent l'objet et sa mesure (ligne et longueur),
- Une ligne (ou surface) n'est pas un ensemble de points ; seules ses extrémités en sont,
- La droite est ce qu'on nomme aujourd'hui segment,
- La première grandeur définie est l'angle de deux lignes, et la première configuration particulière, l'angle droit, qui utilise une notion d'égalité non précisée (superposition),
- les classes de triangles et de quadrilatères sont désignées, mais définies de manière exclusive (Le rectangle, celle qui est rectangulaire et non équilatérale). Certains mots ont changé, en particulier le rhombe est devenu losange (vers 1300), mot formé à partir de « losa » devenu lauze, qui désigne les pierres plates dont on recouvrait les toits des maisons,
- Le parallélogramme quelconque est désigné du mot « rhomboïde », c'est-à-dire « faux-losange » et le mot parallélogramme n'y figure pas. Cependant, en feuilletant le Livre 1, on le voit apparaître à la proposition XXXIV :
  « Les côtés et les angles opposés des parallélogrammes sont égaux entre eux, et la diagonale les partage en 2 parties égales. »
  Ceci veut dire que ce mot englobe toutes les familles de quadrilatères qui ont leurs côtés opposés parallèles : carrés, rectangles, rhombes et rhomboïdes.

On peut faire une autre constatation, en comparant les classes de triangles et celles de quadrilatères : Euclide (et nous à sa suite !) désigne les classes de quadrilatères par des noms (carrés, rectangles, ...) , alors qu'il différencie les triangles par des adjectifs (triangles rectangles, isocèles, ...) : ne serait-ce pas un indice des qualités premières des parallélogrammes, dont celles des triangles et polygones se déduisent ?

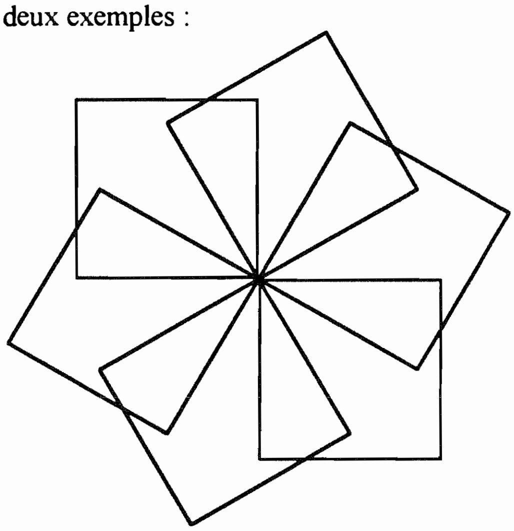
POSITION DU PROBLÈME

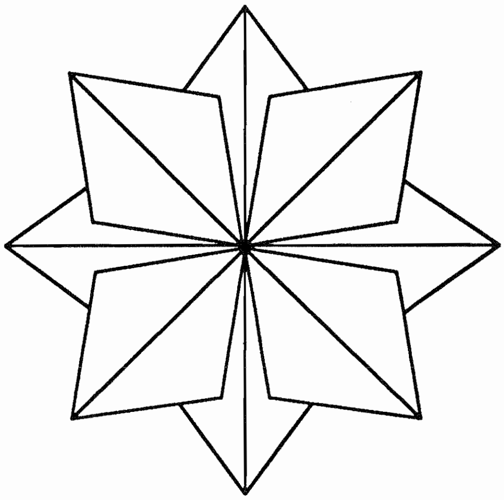
Les figures planes sont utilisées depuis la Maternelle dans des jeux de mosaïques, puzzles, ... et les plus simples sont reconnues globalement : carrés, rectangles, losanges, ronds. Les petits refusent souvent d'appeler "triangles", des triangles quelconques : beaucoup réservent ce nom aux triangles équilatéraux ou isocèles.

Lorsqu'on veut faire des dessins géométriques, les outils qui me semblent premiers sont ceux qui permettent une reproduction conforme des figures : les gabarits. L'avantage des gabarits - et en même temps leur inconvénient - est de porter en eux la forme qu'on désire produire, et donc de ne servir qu'à elle. Leur usage nécessite, de ce fait, l'emploi de toute une "boîte à outils" de gabarits différents. Cette boîte à outils devient plus souple quand on commence à découvrir que les formes contenues ne sont pas indépendantes et qu'on peut se servir des unes pour dessiner soit les autres, soit des figures non contenues. Par exemple, on peut faire un carré avec un losange, un octogone régulier avec un carré, ou une étoile à 8 branches avec un octogone régulier. En procédant ainsi, on prend petit à petit conscience que chaque figure possède un grand nombre de qualités cachées, communes avec d'autres figures, et qu'elles entretiennent des "liens de famille".
L'observation de figures planes placées entre deux miroirs reliés par un dos et s'ouvrant comme un livre à angle variable est une autre source d'observation d'une multiplicité de dispositions de figures (sur le principe

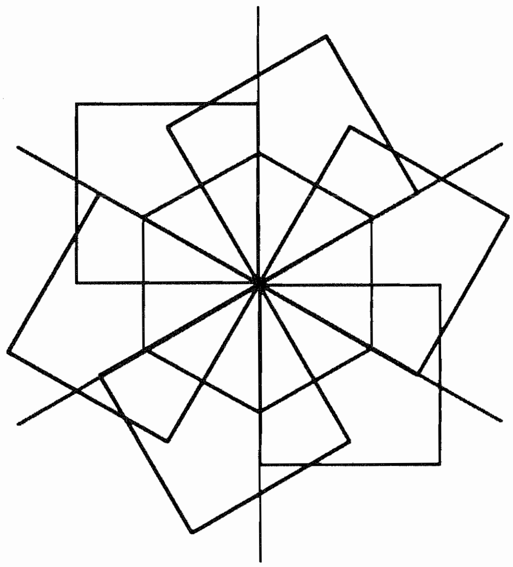
du kaléidoscope). Je me suis donné comme projet de faire reproduire de telles configurations, et d'autres encore plus complexes, en cycle III, avec le jeu de gabarits [1].

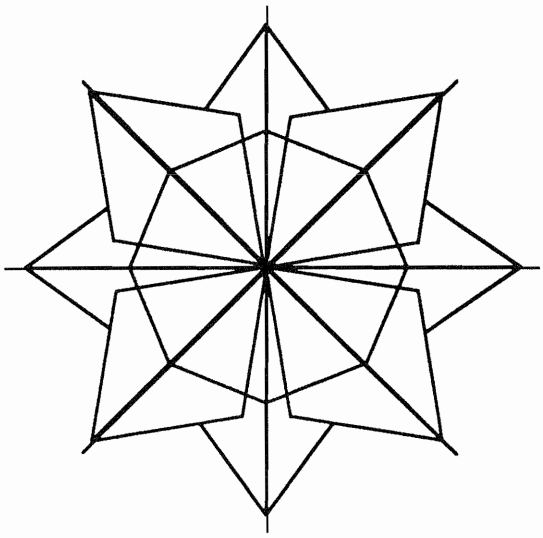
Voici deux exemples :





La figure reproduite est facilement repérable dans la boîte à outils (carré ou triangle isocèle), mais comment faire pour disposer correctement les différentes copies ? Les « fleurs » ont 6 et 8 pétales qui tournent comme un manège ; et ces nombres 6 et 8 sont inscrits l'un dans l'hexagone, l'autre dans l'octogone réguliers qui peuvent devenir le moteur de ces manèges. Les enfants ont très vite compris cette relation, et sur de multiples dessins, en ont utilisé les effets en choisissant comme dans les exemples ci-dessus, deux pièces : soit un carré et un hexagone, soit un triangle et un octogone. Le polygone régulier est utilisé en premier et permet la construction d'une sorte d'échafaudage formé de ses grandes diagonales, dessiné au crayon, et dont le rôle indispensable pour le placement de l'autre figure doit s'effacer en fin de tracé.





Ces exemples parmi beaucoup [2] montre les deux rôles : objet (figure faisant partie du dessin final) ou outil (producteur de lignes de construction) que peut prendre un gabarit. Et ce sont des déplacements et retournements qui peuvent décrire les étapes de la construction.

Voici un autre élément de réflexion : on présente souvent les figures simples (en particulier les différentes classes de parallélogrammes) à l'aide d'une liste de propriétés de mesures (un losange est un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur, des diagonales perpendiculaires, ...). L'élève du Primaire devra comprendre qu'on

[1]La Moisson des Formes, B. Bettinelli.

[2]Instruments géométriques à l'École élémentaire, IREM de Besançon.

différencie l'une d'elles pour définir, et les autres comme conséquences non équivalentes en général dans une liste où toutes les propositions sont de même nature ; celui du Collège aura à faire un retournement important en triant ce qui est caractéristique parmi toutes ces propriétés. Souvent, il vérifiera un excès de ces propriétés avant d'oser donner la classe de la figure, et cela mérite que nous y accordions une grande importance car c'est à peu près la première forme de démonstration qu'il rencontre : *si je sais que ..., alors je peux affirmer que c'est un ...*

Pour toutes ces raisons, j'aimerais proposer une présentation des figures planes à l'aide de définitions dynamiques qui se décrivent en termes de mouvements et non par une liste de propriétés de mesure, propriétés que l'élève découvrira lui-même à travers les mouvements.

Voici quelques propositions qui me semblent répondre à cette question :

RECONNAISSANCE DES INVARIANTS

1) Le dessin géométrique

L'organisation de figures complexes faites à l'aide de gabarits permet une imprégnation des qualités de mesure : juxtaposition de pièces dans une frise ou un pavage, qui ont même longueur de côté, pièces qui s'alignent parce que leurs angles sont supplémentaires, ...

L'utilisation de la règle et du compas permet une intégration d'un dessin dans un contexte plus vaste (par exemple un dessin de base de pentagone régulier permet avec une grande règle de construire une grande imbrication d'étoiles et de pentagones gigognes aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur du premier tracé, le compas permet de créer des polygones réguliers de toutes tailles à partir de ceux de la boîte à outils, ...) ; mais ils permettent aussi la construction de lignes supports sur lesquelles se placeront les éléments du dessin comme dans les exemples décrits ci-dessus.

Certaines activités forceront la prise de conscience de l'originalité fonctionnelle de ces figures qui ont un nom : carré, rectangle, hexagone régulier, ...

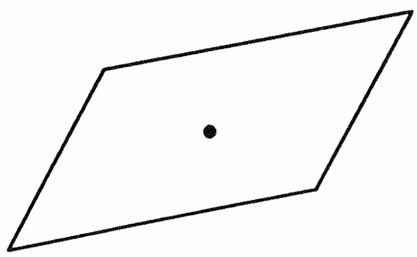
2) Le jeu des traces

Wheeler [1] en 1970 proposait de découper au cutter une figure dessinée sur carton et d'essayer de la replacer dans le trou ainsi formé. Chaque famille intéressante a ses propres façons de se replacer. Plus simplement, en disposant de figures matérielles, on peut, au crayon, tracer le contour de chacune et la placer et replacer pour qu'elle rentre dans sa trace, en analysant les mouvements permis.

Les mouvements les plus faciles à repérer sont les retournements (demi-tours dans l'espace) qui permettent de replacer :

- un losange en tournant autour des diagonales
- un rectangle en tournant autour des médianes
- un carré en tournant autour des médianes et des diagonales.

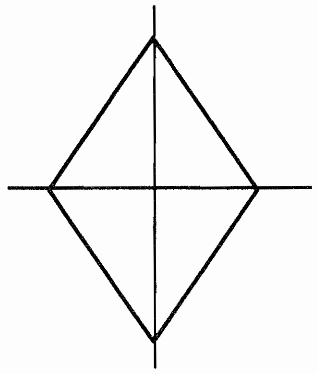
Les rotations qui transportent chaque côté sur le suivant dans les polygones réguliers (et donc dans le cas du carré) sont, elles aussi, familières. Par contre, il est beaucoup moins naturel de penser à faire exécuter un demi-tour "complet" à un parallélogramme pour le replacer "tête en bas". Et c'est cependant la caractéristique commune à tous les parallélogrammes, particuliers ou non.

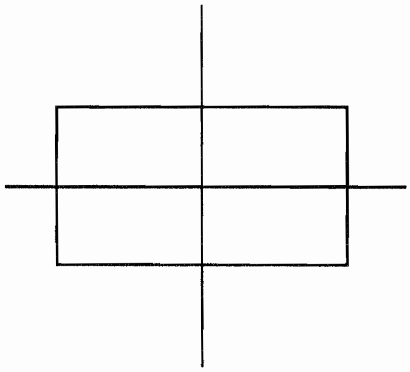


[1]Mathématiques pour l'École élémentaire, D. Wheeler, OCDL.

Il est facile de découvrir, en retournant un losange dans sa trace, que ses 4 côtés ont même longueur, ou que chaque diagonale est bissectrice des angles au sommets qu'elle partage et aussi médiatrice de l'autre :

- par l'un des retournements, les côtés "supérieurs" et les côtés "inférieurs" s'échangent (donc ont même longueur) ; par l'autre, c'est les côtés "droits" et "gauches".
- de même les petits secteurs formés par une diagonale dans chaque secteur au sommet qu'elle découpe, s'échangent 2 à 2, ainsi que les 2 segments découpés sur l'autre diagonale et les angles qu'ils font avec elle.





Mais en retournant un rectangle dans sa trace, chaque secteur prend la place des 3 autres et ils font le même angle, mais faut-il savoir que la somme des angles de tout quadrilatère est 360° pour pouvoir affirmer qu'il a 4 angles droits ?

Pour que cette analyse soit plus facile, on peut charger le gabarit de différents repères :

- un dessin figuratif non symétrique (animal ou personnage) collé sur les deux faces par transparence, et qui va se retrouver retourné de droite à gauche ou de haut en bas, ou tourné "les quatre fers en l'air",
- des lignes colorées sur les côtés ou les diagonales, pour voir où elles vont et affirmer que des segments qui prennent la place l'un de l'autre ont même longueur (par exemple un polygone régulier a tous ses côtés de même longueur ; un rectangle a deux diagonales de même longueur, un losange a ses 4 côtés de même longueur, ...)
- de petits secteurs circulaires colorés pour voir comment ils s'échangent et donc ont le même angle (deux secteurs opposés d'un parallélogramme, les secteurs découpés par une même diagonale d'un losange, les secteurs aux sommets des polygones réguliers, ...)

L'idée d'agrandissement est elle aussi porteuse d'une quantité de renseignements faciles à lire :

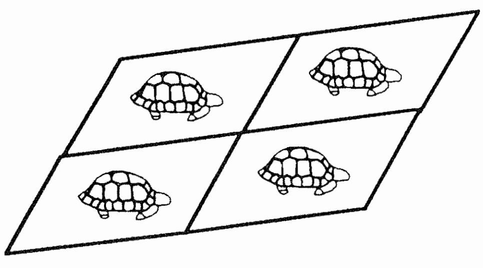
3) Agrandissements "par translations" et parallélogrammes

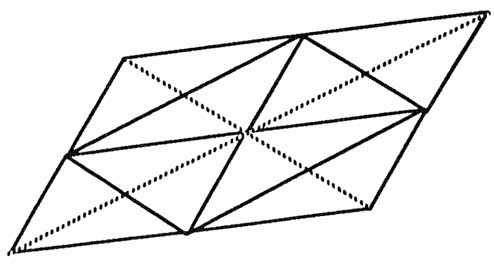
D'où viennent les particularités des parallélogrammes ? du parallélisme de ses côtés, bien sûr ! et comment faire intervenir ce parallélisme dans un jeu de manipulation ?

C'est en essayant de répondre à cette question que j'ai découvert un fait simple mais étonnant :

Je peux doubler les dimensions d'un parallélogramme - particulier ou non - en glissant un gabarit le long de ses côtés, et ce sont les seules figures (pas seulement quadrilatères, mais surfaces compactes) auxquelles je peux appliquer ce procédé.

Et voilà, en termes de transformations, une caractérisation des parallélogrammes !





Une première chose saute aux yeux : j'ai placé les 4 secteurs autour du point central et ils remplissent le plan, c.-à-d. : la somme des 4 angles de tout parallélogramme est 360°.

Une deuxième : les côtés opposés se sont recollés en glissant et sont donc parallèles et de même longueur.

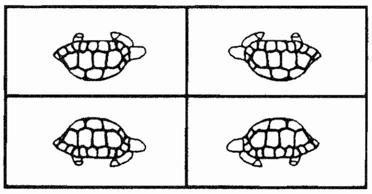
Une troisième : les diagonales du grand parallélogramme sont formées chacune de 2 exemplaires d'une diagonale du gabarit, donc se coupent en leur milieu.

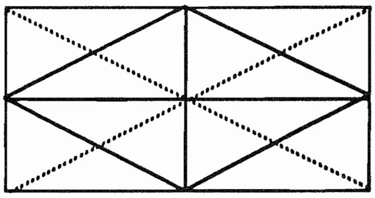
Et d'autres encore : les secteurs opposés se retrouvent au centre, opposés par leur sommet, les autres diagonales du gabarit forment un nouveau parallélogramme joignant les milieux des côtés du grand, ...

Y aurait-il alors un agrandissement particulier rendant compte de la particularité des rectangles ?

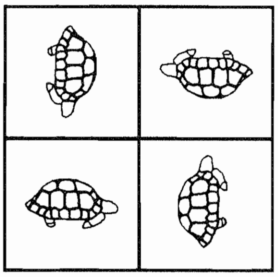
L'agrandissement "par translation" est toujours possible **parce que tout rectangle est un parallélogramme** et c'est donc un moyen de le faire admettre comme élément de cette famille. Mais le même grand rectangle peut être construit <u>en retournant le gabarit</u> successivement autour de chacun de ses côtés. Et cette fois les qualités qu'on lui découvre par ce nouveau procédé sont celles qui lui sont particulières :

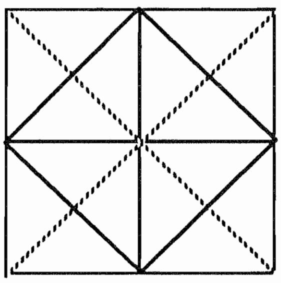
- D'abord, on voit que c'est le même secteur qui remplit 4 fois "l'angle plein" central, et donc : chaque angle est le quart de cet angle plein, soit ce qu'on nomme angle droit (comme dans le pliage en 4 de la feuille de papier).
- Ensuite, c'est la même diagonale (puisque l'on retourne le gabarit) qui construit les 2 diagonales du grand rectangle par son double : donc elles ont même longueur (et même milieu).
- Enfin l'autre diagonale construit un losange joignant les milieux de ses côtés.



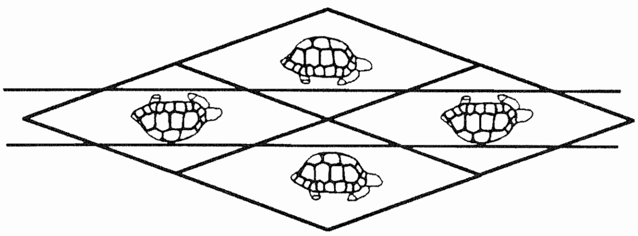


Et de même, peut-on agrandir un carré d'une manière qui lui est propre ? Par quarts de tour autour d'un de ses sommets, bien sûr ! Les résultats qui s'en déduisent sont comparables à ceux qu'on obtient par quarts de tour à l'intérieur de la trace.





Et pour les losanges, qu'en est-il ? Il y a aussi un type d'isométries qui lui est propre : des symétries glissées d'axes passant par les milieux de 2 côtés consécutifs. Elles ne sont ni connues, ni simples à utiliser ; mais heureusement pour nous, comme je l'ai décrit plus haut, le jeu des traces, dans leur cas, nous donne tous les renseignements que l'on peut désirer. En particulier, les deux diagonales partagent le losange en 4 triangles, deux à deux juxtaposés et symétriques.



On peut remarquer que pour tous les parallélogrammes, il existe encore une autre façon de se déplacer dans son double : par demi-tours autour des milieux des côtés jointifs.

Il n'est pas très “ naturel ” de définir une figure par rapport à son agrandissement (de rapport 2) ; je vais donc plutôt comparer la figure à une partie propre capable de produire la figure complète par certaines transformations.

PROPRIÉTÉS DE MESURES ET "CLASSEMENTS INCLUSIFS" DES QUADRILATÈRES

En exploitant conjointement les 2 méthodes de découverte décrites plus haut : jeu des traces et agrandissements, les propriétés des parallélogrammes qu'on enseigne au Collège sont accessibles directement par les étudiants. Si un côté vient sur un autre par glissement le long d'une règle, ces 2 côtés sont parallèles ; si un côté prend la place d'un autre par un mouvement quelconque, ils ont même longueur ; si un secteur prend la place d'un autre par un mouvement quelconque, ils ont même angle ; si un segment revient sur lui-même en échangeant ses extrémités par rotation, le centre est son milieu.

Il me semble qu'il y a peu de propriétés fondamentales des différentes familles de parallélogrammes qu'on ne peut découvrir, soit par l'une, soit par l'autre de ces 2 dynamiques, soit par les deux.

Les propriétés - outils utilisées implicitement dans cette démarche sont les suivantes :

- Conservation des longueurs et angles par les translations, réflexions et rotations ;
- L'image de toute droite par une translation ou une symétrie centrale est une droite parallèle.

On peut remarquer que le jeu des traces sert aussi à trier les polygones réguliers et à découvrir leurs propriétés, puisqu'ils sont les seuls polygones invariants par une rotation amenant un côté sur un côté consécutif. Et c'est ainsi qu'avec ses quarts de tour, le carré est comme on l'écrivait avant : un quarré ou **quadrilatère régulier**.

Doit-on demander à nos élèves de toujours disposer de figures gabarits ? Certainement pas, et à l'image des enfants qui tournent naturellement la feuille pour se mettre dans l'axe d'un losange, nous devons leur proposer une action symbolique, par la pensée, directement sur de dessin, dès qu'ils en ont conscience.

C'est en voyant dans leur tête tourner et retourner les figures qu'ils auront des critères intérieurs de la vérité de leurs propositions.

DÉFINITIONS DYNAMIQUES

Parmi les figures planes, une définition dynamique (par isométries) est intéressante pour les classes de parallélogrammes et les polygones réguliers. Elles peuvent avoir cette forme :

- Un parallélogramme est un quadrilatère qu'on peut tourner d'un demi-tour dans sa trace **ou** un parallélogramme est une figure qu'on peut agrandir par glissement.
- Un losange est un quadrilatère qu'on peut retourner dans sa trace autour de ses diagonales.
- Un rectangle est un quadrilatère qu'on peut retourner dans sa trace autour de ses médianes **ou** un rectangle est un quadrilatère qu'on peut agrandir par retournement autour des côtés jointifs.
- Un carré est un quadrilatère qu'on peut tourner dans sa trace d'un quart de tour **ou** un carré est un quadrilatère qu'on peut agrandir en le faisant tourner par quarts de tours successifs autour d'un sommet.
- Un polygone régulier est un polygone qu'on peut tourner dans sa trace pour amener chaque côté sur le suivant.

Pour les autres figures qu'il est utile de nommer - en particulier les classes de triangles - leurs définitions se réfèrent aux précédentes :

- Un triangle est un « demi-parallélogramme ».
- Un triangle isocèle est un « demi-losange ».
- Un triangle rectangle est un « demi-rectangle ».
- Un triangle isocèle rectangle est un « demi-carré ».
- Un triangle équilatéral est un « triangle régulier ».

Ces propriétés sont fonctionnelles. J'ai montré qu'elles permettent la découverte des propriétés de mesures des parallélogrammes et des polygones réguliers ; elles donnent aussi celles des triangles : par exemple, l'aire des polygones se réfère à celle des triangles par découpages, qui se réfère à celle des triangles rectangles, qui se réfère elle-même à celle des rectangles par moitié ; la somme des angles d'un parallélogramme est naturellement de 360° puisque les quatre se placent au centre de l'agrandissement, donc la somme des angles d'un triangle est moitié, donc 180°, celle d'un quadrilatère 360° parce qu'il se coupe en deux triangles, ...

Une question se pose au sujet de ces définitions : doit-on les transmettre ou peut-on les faire découvrir par les élèves ? Le fait d'avoir utilisé les isométries dans la construction de dessins complexes ne suffit pas à en prendre conscience, mais en donne la chance. Les images mentales laissées par ces dynamiques peuvent permettre, au moment opportun, de découvrir les qualités de conservation qui leur ont donné ce nom.

La qualité " être un rectangle, parallélogramme, polygone régulier, ... " n'est jamais le propre d'une figure particulière, mais d'une famille infinie. Et pour qu'un élève ait la chance de découvrir cette qualité, il doit exercer sa sagacité sur un grand nombre d'exemples de deux familles complémentaires : celles qui la possèdent et celles qui ne la possèdent pas.

Le travail remarquable de Britt-Mari Barth[1] donne des moyens que je vais esquisser sur l'exemple de la définition des polygones réguliers :

L'objet d'étude est inconnu, donc n'a pas encore de nom ; et pour éviter que le nom crée une image fausse préétablie, appelons-le " la chose ". Dans un premier temps, il s'agit de donner la règle du jeu :

" Je vais vous présenter des objets séparés en 2 familles par un critère que j'ai en tête et que vous allez découvrir. La première contient les exemples "OUI", qui vérifient tous le critère ; l'autre contient les "NON" qui ne le vérifient pas. Vous allez essayer de deviner ce critère. Toutes les idées seront notées au tableau. Elles seront ensuite rayées si elles ne sont pas un attribut essentiel de tous les "OUI" ".

Le premier exemple "OUI" sera par exemple un hexagone régulier et le premier "NON", un cercle. Chacun tente une distinction que l'enseignant écrit.

Les exemples "OUI" et "NON" seront ensuite choisis pour confirmer ou infirmer les hypothèses jusqu'à l'obtention d'un critère ou d'une liste de critères tous vérifiés par chaque "OUI" ; jamais totalement par chaque "NON".

Les questions posées par l'enseignant forceront les élèves à affiner leur analyse : Est-ce que ce critère est vérifié par *tous* les "OUI" ? ; Voyez-vous une autre *propriété commune* à *tous* les "OUI" ? ; Est-ce que cet exemple "NON" remet en cause certains critères énoncés précédemment ?

L'auto-évaluation consistera, pour chacun, à dessiner un essai de "OUI" et de "NON" ; l'enseignant saura si le critère est intégré en totalité ou si de nouveaux exemples ou un retour sur ceux qui sont présentés est nécessaire.

La difficulté est d'avoir présente une batterie significative d'exemples "OUI" et "NON" et de les donner au bon moment pour faire sentir l'adéquation ou la non-adéquation d'une hypothèse. Les exemples doivent présenter au départ une opposition franche ; puis, petit à petit, permettre de cerner le concept.

[1]L'apprentissage de l'abstraction, Britt-Mari Barth.

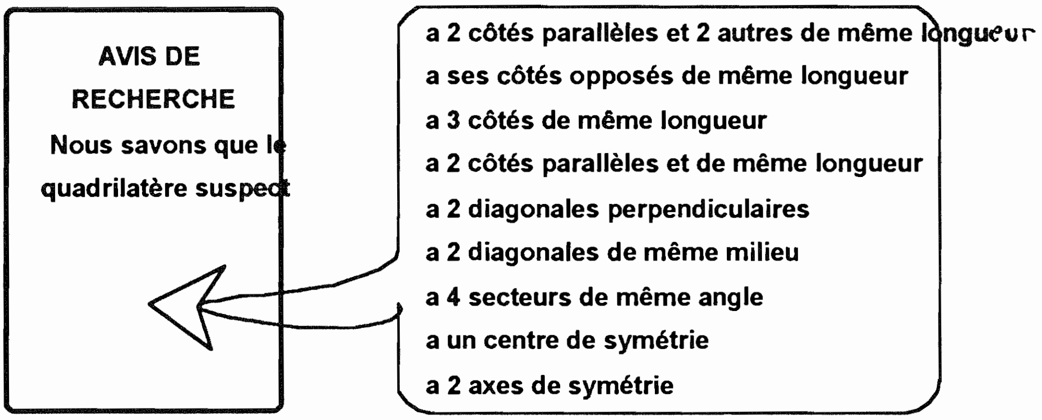
TRACES GRAPHIQUES, TRACES ÉCRITES

Quelles traces peut-on demander aux élèves dans l'optique envisagée ?

- D'abord le dessin géométrique, brouillon et définitif d'une configuration réalisée avec les gabarits, la règle et le compas qui peut être soit une création sur un thème (frise, pavage, mosaïque, étoile, couronne, ...), soit la reproduction fidèle d'un modèle.
- L'explication écrite par un petit texte de la chronologie des tracés.
- L'analyse dans une page de modèles du « programme de construction » de chaque dessin (sans les réaliser effectivement).
- Sur des traces d'un gabarit, le collage de gommettes - ou le dessin figuratif - d'un animal ou objet repère du mouvement.
- Sur la trace double d'un gabarit de parallélogramme, le collage de gommettes de l'objet repère des mouvements.
- Sur une (ou des) trace(s) d'un gabarit, la mise en même couleur des propriétés de mesure repérées.
- La liste écrite de ces propriétés.
- Sur une fiche identité contenant une liste préétablie de propriétés, des cases "Vrai" ou "Faux" à cocher pour une figure donnée

L'action réciproque, qui demande de savoir choisir parmi la liste des propriétés de mesure, lesquelles - ou quels sous-ensembles desquelles - permettent d'étiqueter la figure dans une famille, doit être abordé avec des activités adaptées, afin d'en permettre la prise de conscience.

Pour aborder ce point, j'ai essayé de construire plusieurs jeux de cartes où une propriété de mesure (*Polygone mystérieux, Avis de recherche*) est inscrite. (Le nom de ces jeux inclut cette part de mystère de ce qui n'est que partiellement dévoilé, comme dans une enquête policière où on dispose d'indices parfois insuffisants, parfois suffisants pour découvrir un coupable). On tire une ou plusieurs cartes d'un jeu et, comme l'inspecteur, on essaie de trouver - ou construire - la figure inconnue à travers les indices recueillis[1].



Plusieurs types d'actions sont possibles :

- A partir d'une figure, un " codeur " trie les cartes qui sont vraies ; le " décodeur " tire successivement des cartes et essaie de bâtir une sorte de " portrait-robot " de la figure à découvrir. Certaines cartes donneront des indices nouveaux, d'autres n'apprendront rien de plus.
- Avec le même départ, le codeur insère un " faux-témoignage " (incompatibilité). Le but est de trouver le " faux-témoin ".
- Par un tirage aléatoire dans l'ensemble des cartes, on peut chercher à construire une figure. Il est important alors de reconnaître les " faux-témoins ".
- Les cartes du jeu peuvent aussi être classées et rangées :
  - classées par piles donnant des informations équivalentes.
  - piles rangées lorsque les informations sont rangées par implication.

---

[1]Voir les documents (manuel et cahiers) accompagnant la Moisson des Formes.

BIBLIOGRAPHIE

PEYRARD, *Les œuvres d'Euclide*, trad., Librairie Blanchard [1966]

D. WHEELER, *Mathématiques pour l'École élémentaire*, . OCDL [1970]

B.-M. BARTH, *L'apprentissage de l'abstraction*, RETZ [1987]

B. BETTINELLI, *La Moisson des Formes* (livre et matériel) [1994] ; 5 cahiers (*Le dessin géométrique avec la Moisson des formes, niveaux 1, 2, 3* [1995] ; *Mesures* [1996] ;*Géométrie au Collège*, [98], 1 rue de la Perrouse 25 115 POUILLEY LES VIGNES.

THÈME 4

JEUX ET ENFANTS EN DIFFICULTÉ

Titre	Jeux mathématiques et enfants en difficulté.
Auteur	François Boule, IUFM et IREM de Dijon.
Date	Juin 1997.
Thème	Suggestions pour les classes, la formation initiale ou continuée.
Origine	Atelier de Besançon en mars 1997.

JEUX MATHÉMATIQUES ET ENFANTS EN DIFFICULTÉ

L'intervention possible des jeux en mathématiques a souvent été évoquée depuis quelques dizaines d'années. Cela semble une façon attrayante de donner, ou rendre goût aux mathématiques, et qui peut même faire plaisir aux adultes. Les exemples abondent (voir bibliographie). Bien des professeurs de mathématiques, en particulier en formation des maîtres inclinent vers cette approche, et souvent à la satisfaction de tous. On doit cependant indiquer fermement deux limites :

• **La première,** c'est qu'une *étiquette* ne suffit pas à donner le statut de jeu. N'est JEU que ce qui est accepté comme tel par les enfants, et non décrété par les adultes. Le jeu contient sa propre motivation et son but, qui est de gagner, contre un adversaire ou contre soi-même. Alors qu'une activité de consolidation a une motivation et un but externe *explicite*, qui est d'entraîner une compétence, ou de développer un savoir-faire. Les deux ne sont pas incompatibles : il se peut qu'une activité perçue comme un jeu par l'enfant soit en réalité promue par l'enseignant pour exercer une compétence. Mais dans ce cas, l'objectif doit être clair pour l'enseignant, et explicite.

• **La seconde limite,** c'est l'émiettement. Nous avons tous rencontré quantité de jeux stimulants, astucieux, à succès garanti. Ils donnent une assurance en formation continuée, quelquefois même font une carrière didactique, mais ils ne font qu'un manteau d'Arlequin. Il manque à l'ensemble une cohésion, et pour chacun une modulation *d'indication* et *d'emploi*.

Le but de cet atelier pourrait être de restreindre le catalogue d'exemples, mais de préciser l'usage.

À QUOI PEUVENT SERVIR LES JEUX MATHÉMATIQUES ?

Nous excluons pour l'instant les jeux *d'occupation*, c'est à dire ceux qui peuvent avoir un intérêt, mais sans objectif éducatif clair. Leur intérêt les situe dans la cour de récréation, ou hors de l'école.

Nous proposons trois directions d'exploitation des jeux mathématiques à l'école :

- **jeux "pour voir" ou plutôt "pour parler"**

C'est en particulier le cas dans une première phase de rééducation : il s'agit de donner un support pour entrer en contact avec l'enfant, lui permettre une action, favoriser un échange, trouver un point d'appui.

On peut aussi placer dans ce champ la fonction sociale du jeu : jouer, c'est observer une règle (sans tricher), tenir compte des droits de l'adversaire, intégrer et si possible anticiper ses coups.

Exemple : Un jeu de mémory a été proposé, par ateliers, dans une Moyenne Section. Deux enfants jouent, mais chacun pour soi, en retournant des cartes au hasard, sans tenir compte des tirages précédents, sans montrer les cartes à l'adversaire. Deux autres enfants de la même classe, pourtant plus jeunes, jouent *réellement*, en intégrant les informations à mesure. La pratique du jeu instruit sur le niveau d'interaction sociale, l'intégration des informations, la planification.

- **un deuxième champ d'application est diagnostique.**

Il s'agit de repérer précisément des compétences ou des difficultés, éventuellement de confirmer une indication donnée par ailleurs. Dans ce cas, il est nécessaire d'avoir une idée précise de ce qui est mis en jeu dans l'activité proposée, et même si possible de se représenter ce que fait l'enfant aux prises avec le jeu : quelles connaissances, quelles représentations mobilise-t-il ? Peut-on distinguer la part de l'affect, du repli, du défi, etc. ?

C'est pourquoi chaque *support de jeu* doit permettre une gradation d'usages, une progression.

Exemple : les "petites boîtes". Il s'agit d'un puzzle–3D : remplir un parallélépipède avec quelques pièces en bois comme celles-ci :

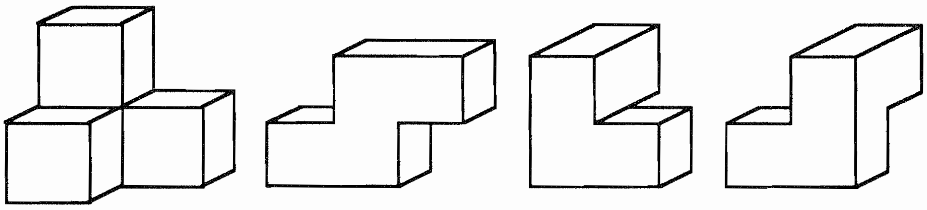


fig. 1 : pièces constitutives des "petites boîtes" (puzzles 3-D)

Cette manipulation, par exemple en Grande Section, fait apparaître la difficulté, que l'on ne rencontre pas avec les puzzles-plan habituels, qui est de *retourner* une pièce (la seconde notamment) ; cette difficulté est une étape caractéristique dans la disposition du "groupe des déplacements" de l'espace (comme disait Piaget).

- **support de rééducation**

Il s'agit de permettre de reconstruire des représentations et des procédures, par des moyens *différents* de ceux qui ont mis jusqu'ici l'enfant en échec, ou bien *d'adapter* une situation en fonction de paramètres spécifiques.

Exemple : Les labyrinthes habituellement utilisés ont deux défauts. D'une part ils "s'usent" vite, c'est à dire qu'en peu d'essais, ils sont mémorisés ; l'activité de représentation et de recherche en est détournée. D'autre part, il s'agit d'une activité "papier-crayon" qui ajoute à l'activité mentale représentative une difficulté graphique (motrice). C'est particulièrement évident par exemple pour des enfants trisomiques, qui ont de grandes difficultés à ne pas *franchir* les murs avec leur crayon. C'est pourquoi on peut imaginer, à l'aide d'une planchette rainurée à mi-bois et de languettes de carton, de construire un labyrinthe avec des murs, dans lequel on indique le déplacement en suivant avec le doigt.

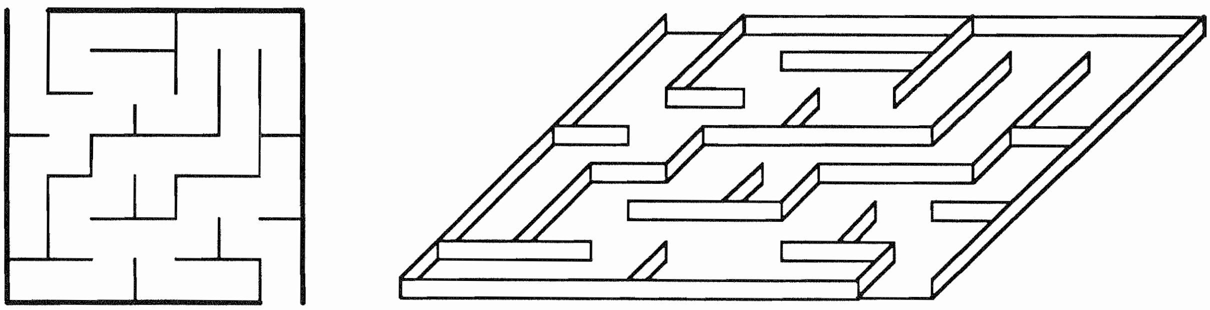


fig. 2.a et 2.b : Labyrinthe plat, et réalisation en volume

De plus, les languettes sont mobiles : une activité certainement plus enrichissante que de résoudre un labyrinthe, consiste à en **construire un** auquel on impose d'avoir une solution et *une seule* ; les autres chemins sont des fausses pistes, si possible pas trop évidentes. Il est réalisé par un enfant à destination d'un autre.

Ce dernier exemple fait émerger deux notions qui semblent didactiquement intéressantes :

Jeu faible – jeu fort

On parle de jeu faible dans le cas où les joueurs ont peu d'initiative, soit parce que le jeu comporte une structure profonde qui échappe aux joueurs (c'est le cas des dominos pour les très jeunes enfants), soit parce que le hasard intervient de façon dominante. Par opposition, on parlera de jeu fort lorsque le joueur peut acquérir une maîtrise du jeu. C'est le cas des jeux de stratégies, au moins à un certain niveau d'expertise.

Variabilité

Certains jeux sont susceptibles d'adaptation. On pourrait parler de "variable ludique" à l'instar des variables didactiques. Voici un exemple :
Tous connaissent les "cascades", notamment grâce à une publication ancienne de Philippe Clarou à l'IREM de Grenoble :

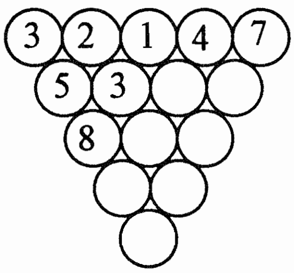


fig. 3.a

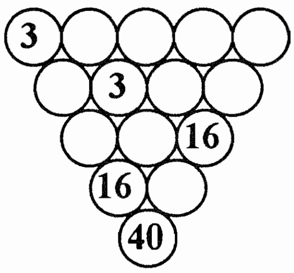


fig. 3.b

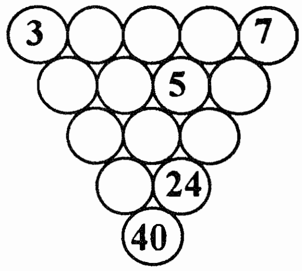


fig. 3.c

Le nombre occupé par une case est la somme des deux nombres voisins situés au-dessus de lui. Lorsque la première ligne est donnée (fig. 3.a), le problème, facile, n'est qu'une variante ludique des "tables" d'addition. Le jeu est un peu plus stimulant lorsque les cinq données nécessaires sont disposées autrement (fig. 3.b). Le jeu devient "fort" lorsqu'il s'agit de créer une grille : peut-on choisir des nombres arbitrairement ? La position de ces nombres est-elle libre (fig. 3.c) ?. On fait apparaître ainsi une véritable *maîtrise* de la situation.

Le "jeu sur le jeu" est probablement une métaphore des mathématiques elles-mêmes. Analyser la construction d'un jeu, jouer avec les règles, *construire* un jeu ou une variante, c'est en prendre possession et faire jouer sa structure.

ADAPTATION D'UN JEU ET CARTE D'UTILISATION.

Exemple : voici un premier jeu proposé en M.S. (fig.4.a). Il s'agit de "dominos 2-D" ; la règle (topologique) consiste à assembler des hexagones de telle sorte que les sommets en contact comportent la même couleur. Il est apparu que cette règle était plus facile à utiliser dans la disposition de la fig. 4.b (disques à compléter). On peut prolonger cette activité au CP par une règle numérique : les disques à compléter doivent totaliser vingt (fig. 4.c) :

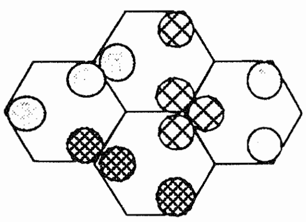


fig. 4.a

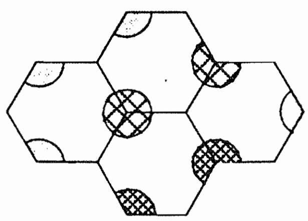


fig. 4.b

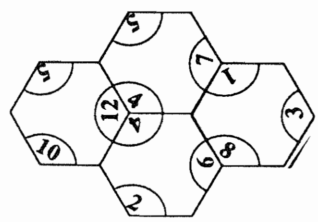


fig. 4.c

De plus, ce support peut donner lieu à des problèmes :

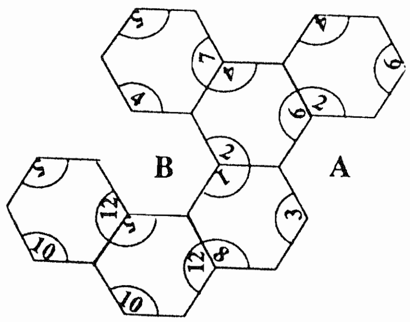


fig. 5

L'occupation de la position A est soumise à *une* condition (faire 20). Mais l'occupation de la position B est soumise à *deux* conditions.
Il est ainsi possible de partir d'un jeu "faible", dont la règle est très simple, voire implicite, et de graduer l'usage, en fonction du sujet et de son expérience, en lui proposant des défis progressifs.

Un jeu **s'use** ; c'est à dire que la recherche initiale est rapidement remplacée par une récupération en mémoire des résultats antérieurement rencontrés. C'est particulièrement vrai avec les plus jeunes enfants, par exemple pour les encastrements ou les puzzles. Il importe alors de *rafraîchir* l'intérêt par des variantes, c'est à dire de brouiller les éventuelles récupérations.

Exemple : Il est facile de fabriquer un puzzle avec un papier-cadeau dont le dessin est assez neutre (pas de figure d'ensemble) ; on découpe un rectangle selon des rangées et des lignes dont toutes les largeurs sont différentes (fig. 6.a). Lorsque ce puzzle devient familier, on le brouille par un nouveau découpage de la même surface ; la difficulté dépend évidemment du nombre de pièces (fig. 6.b).

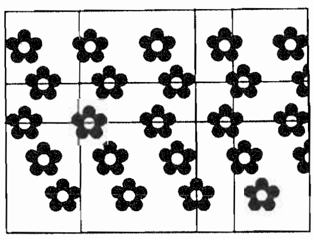


fig. 6.a

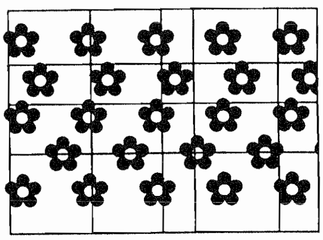


fig. 6.b

RENFORCEMENT D'UNE REPRÉSENTATION

Certains jeux ont pour objectif explicite de renforcer un type particulier de représentation.

Exemple 1 : il est numérique. Il y a quantité de jeux qui visent à renforcer l'aspect "répertoire" (mémorisation des tables). Par contre certaines activités favorisent l'aspect "graduation" (droite numérique).

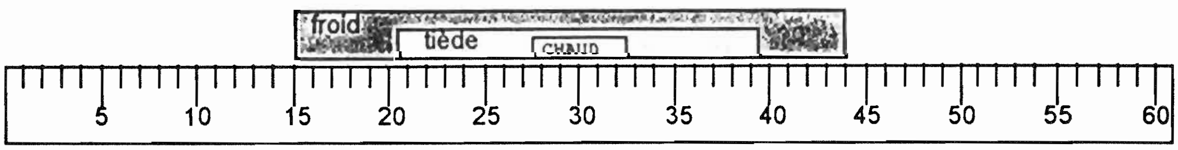


fig. 7. : chaud / froid

Un nombre est à découvrir, entre 1 et 99. Les joueurs proposent un nombre, à tour de rôle, auquel il est répondu "froid" si l'écart au but est supérieur ou égal à 10, "tiède" si l'écart est entre 3 et 10, "chaud" si l'écart est inférieur à 3. On peut s'aider d'une graduation, et d'un curseur, comme ci-dessus.

Exemple2 : il est aussi numérique
(mais est-ce un jeu ? ou : comment peut-on en faire un jeu ?)

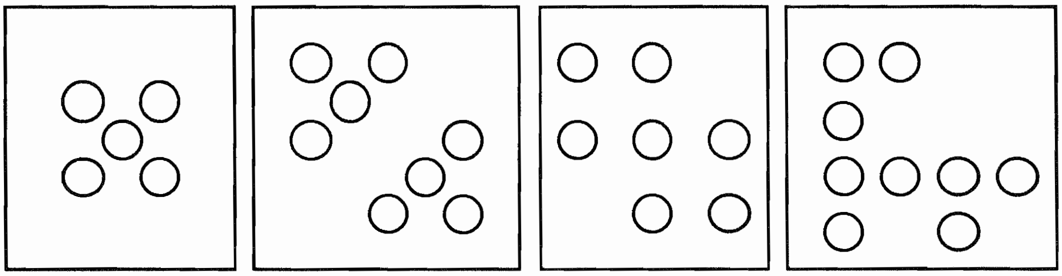


fig. 8.a **fig. 8.b** **fig. 8.c** **fig. 8.d**

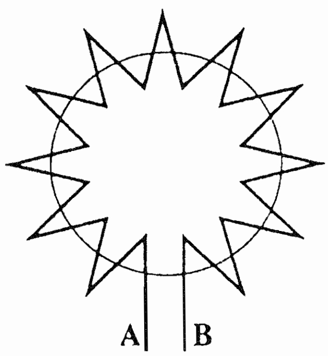
Les cartes ci-dessus sont présentées une à une rapidement (1 ou 2 secondes).
Combien de points ?
La première (a) est une constellation classique. On peut lire dans la seconde (b) deux constellations "4", et faire appel à "4 et 4 : 8". Pour les autres, le repérage est moins facile, et il est intéressant de faire expliciter les différentes tentatives. Par exemple pour (c) : voit-on 4 + 4 , ou bien 2 + 3 + 2 ? etc. Pour (d), on peut voir trois constellations identiques de 3, et conclure 3 × 3 = 9, ou encore ... C'est la *pluralité des repérages*, l'*automatisation des constellations*, la *rapidité des rappels déclaratifs*, qui sont ici objets d'entraînement.

JEUX STRATÉGIQUES

Un jeu stratégique ajoute à un support donné (par exemple une expertise numérique) deux composantes : l'une est de caractère social (respect des règles du jeu, et de l'alternance des coups), l'autre relève de la **planification** des actions (imaginer les coups possibles, et les ripostes de l'adversaire, à une "profondeur" un, deux, etc.). Ces composantes peuvent être prises comme objectif de jeu, ou bien permettre de "rafraîchir" l'intérêt d'un jeu dont le support est déjà connu.

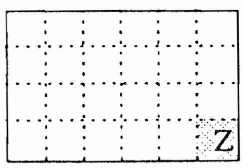
Deux positions semblent défendables :
- d'une part, promouvoir des jeux à règles très simples, tels que le respect de la règle ne constitue pas une surcharge excessive au dépens de la capacité d'anticipation,
- d'autre part, admettre des jeux complexes (comme les Échecs), qui mettent en œuvre des expertises synthétiques, non réductibles à des modèles simples. Des retournements de situation ("à la mi-temps, on échange les camps") permettent de rééquilibrer les rapports experts / débutants.

Voici deux exemples de jeux "simples" dont la règle est très vite intégrée, ce qui permet d'envisager une analyse complète :



Les deux joueurs partent, l'un de A, l'autre de B.
Ils avancent sur la ligne brisée, à leur choix, de 1, 2 ou 3 segments. Lorsqu'ils arrivent face à face (blocage) , le gagnant est celui qui est en position extérieure.

fig. 9.a : jeu de l'étoile



Ceci est une plaque de chocolat. Chaque joueur à tour de rôle, brise la plaque (d'un bord à l'autre) et en prend une des parties détachées; celui qui doit prendre le carré marqué Z a perdu.

fig. 9.b : la plaque de chocolat

NOUVEAUX JEUX

D'autres jeux sont évoqués, qui semblent apporter des composantes originales, ou qui ont été expérimentés de façon méthodique dans les écoles. C'est le cas de Abalone (cf. F. HUGUET), ou bien de Quarto (cf. Grand N, n°58) dont l'originalité tient à ce qu'un joueur choisit pour son adversaire la pièce à jouer.

Il a été question également des "jeux coopératifs", développés en particulier par les Canadiens. Le but du jeu n'est pas de faire gagner un joueur contre un autre, mais de les faire coopérer afin qu'ils gagnent ensemble.
Exemple : dans un potager, il y a 4 tomates (rouges), 4 carottes (oranges), 4 petits pois (verts), 4 maïs (jaunes). On joue avec deux dés : un dé numérique, et un dé-couleur (rouge, orange, vert, jaune, blanc, noir). Le but du jeu est d'enlever tous les légumes avant l'hiver. Si "blanc" est tiré, c'est l'hiver qui gagne.

Trois heures d'échanges ne permettaient sans doute pas d'aller beaucoup plus loin dans ce programme, qui pourrait faire l'objet d'une sous-commission permanente, ouverte à qui veut.

Ce programme consiste à :
- Relever des jeux nouveaux, dont le fonctionnement semble original ;
- Développer *pour un support donné* un mode d'emploi (que faire ? ; dans quel but ? ; comment ?), des variantes graduées, si possible des comptes-rendus d'activités ;
- Développer *selon des entrées didactiques*, un répertoire de jeux disponibles (ou facilement constructibles).

RÉFÉRENCES

F. BOULE : Mathématiques et jeux, Cedic, 1976 [mais seulement le chapitre 2 ...]

B. BETTINELLI : Mathématique et jeux de société, CRDP Besançon, 1976

M. MEIROVITZ, J. TRICOT : Le Mastermind en dix leçons, Hachette, 1979

N. PICARD et al. : Les jeux du Club des Cordelières, IREM Paris VII, 1980

Commission JEM : LUDI-MATH n°1 (1979), n°2 (1979), n°3 (1982), n°4 (1985), APMEP, Régionale de Poitiers

APMEP : Jeux 1, publication APMEP n°44, 1982

F. PINGAUD, J-F. GERME : Cinquante jeux papier/crayon, Ed. du Rocher, 1984

APMEP : Jeux 2, (numériques) publication APMEP n°59, 1985

B. BETTINELLI : Jeux de formes, formes de jeux, IREM Besançon, 1984

D. GRANDPIERRE : Le calcul mental, c'est simple, en s'amusant, Retz, 1985

L. CHAMPDAVOINE : Les mathématiques par les jeux (cycle I), F. Nathan, 1985-86

M. MEIROVITZ, P. JACOBS : La gymnastique de l'esprit, Hatier, 1988

F.BOULE : 1, 2, 3 ... Jouez ! MDI [Nathan], 1991 ; jeux en kit

F. BOULE : Faites vos jeux, 1996

F. BOULE : Jeux de calcul, A. Colin, 1994

F. JACQUET : "Quarto", Revue Grand N, n°58, 1995-96

Revue MATH-ECOLE (Case postale 54; CH 2007 Neuchâtel 7)

D. DJAMENT : Un petit jeu pour le C.E., APMEP n°408, Février mars 1997

F. HUGUET et alii : Jeux de stratégie au Cycle II., IUFM de Bretagne, site de Quimper

THÈME 5

POINTS DE VUE SUR LES ÉTUDES DIRIGÉES

Titre	Organisation des études dirigées.
Auteur	Joël Briand, IUFM et IREM de Bordeaux Marie-Lise Peltier, IUFM et IREM de Rouen.
Date	Novembre 1997.
Thème	Points de vue sur les études dirigées.

ORGANISATION DES ÉTUDES DIRIGÉES

Les études dirigées sont définies par un texte de cadrage de septembre 1994 du Ministère de l'Education Nationale. La mise en place de ces études a suscité de nombreux débats et les enseignants s'interrogent sur la finalité de ce moment réglementaire. Plusieurs Inspections Académiques ont produit des textes, des éditeurs ont produit des manuels relatifs aux études dirigées. Il nous a paru utile de faire le point, d'analyser les interprétations et de proposer des pistes de réflexions pour une formation. Bien entendu, les mathématiques seront là lorsqu'il s'agira de donner des exemples. Les études dirigées concernent pourtant toutes les disciplines.

RÉFLEXIONS PAR RAPPORT AU TEXTE DE CADRAGE (CIRCULAIRE 94-226 DU 6 SEPTEMBRE 1994 PARUE AU BO 33 DU 15 SEPTEMBRE 1994).

(Le texte figure en annexe 1)

Dans une première partie, le texte fixe l'organisation des études dirigées : *« Dans les écoles élémentaires, des études dirigées, d'une durée quotidienne de trente minutes, sont mises en place, dans chaque classe, pendant le temps scolaire, à la suite des séquences d'enseignement proprement dites et avant le début des activités périscolaires éventuelles. »* ...

... « Organisées et conduites par le maître, pour tous les élèves de sa classe, elles renforcent les activités d'enseignement et favorisent l'apprentissage du travail personnel. Elles contribuent à apporter à chaque élève l'aide personnalisée dont il a besoin, permettant ainsi de prévenir les risques d'échec et de réduire les difficultés provenant des inégalités des situation familiales. S'adressant à tous les élèves, elles ne doivent pas se confondre avec les activités de soutien en faveur des élèves en difficultés » ...

Dans la deuxième colonne, le texte stipule : *« Il s'agit essentiellement de s'assurer avec précision, dans un temps différé, de l'assimilation des notions et connaissances ayant fait l'objet d'un apprentissage lors de séquences qui se sont déroulées soit dans la journée même, soit dans la semaine, soit même antérieurement. En effet, les acquis ne sont réels que lorsque les élèves sont capables de réinvestir non seulement dans les situations analogues à celles de l'apprentissage, mais encore dans des situations différentes. C'est le but des devoirs proposés lors des études dirigées. Ils se distinguent des exercices écrits et oraux d'application réalisés à la suite d'une séquence d'enseignement, qui sont destinés à vérifier sur le champ la bonne compréhension de la leçon. »*

La première colonne traite ce qui est en jeu dans ces études, et principalement : « favoriser l'apprentissage personnel ». La deuxième colonne attribue à l'enseignant une tâche de contrôle (« *s'assurer* ») de « *l'assimilation des notions et connaissances* ... ». Le texte précise que le moyen pour le professeur est de proposer des devoirs (« *devoirs proposés* ») qui se « *distinguent des exercices écrits et oraux d'application* ... » sans que l'on soit vraiment renseignés sur ce qu'ils doivent être.

On est donc en présence d'un texte qui, à première vue, ouvre un espace dans lequel le professeur peut envisager un autre rôle, mais qui, par ailleurs demande que le professeur fasse un travail qui s'apparente presque à une part de ce qu'il fait habituellement.

La fin du texte officiel précise : *« Elles* [les études dirigées N.D.L.R.] *ne doivent constituer ni un apprentissage initial, ni une séquence d'évaluation systématique, ni une étude surveillée. Elles doivent fournir aux élèves une palette de propositions les amenant à fournir un travail personnel qu'ils apprendront à présenter et à expliciter ».*

Question : quelles sont ces activités ? La réponse n'étant pas apportée, de nombreux documents ont fleuri. Lorsqu'il y a un vide, il faut le combler ! Telle circonscription a produit un texte, tel groupe de travail a effectué un sondage, telle publication pour instituteurs a produit un planning, tel éditeur a mis au point un manuel pour études dirigées ...

ANALYSE DE DOCUMENTS RELATIFS AUX ÉTUDES DIRIGÉES : LES DÉRIVES

Dans notre groupe de travail, nous avons eu les documents suivants :

- Inspection Académique de la Haute Vienne, sans titre, 18 pages, non daté.
- J.D.I.: « Réussir vos études dirigées », Inspection Cholet AIS rural et ville, 2 oct. 1995, Tableaux à double entrée (discipline / savoir-faire).
- Inspection Académique de la Nièvre « Aide à la mise en place des études dirigées », 15 pages, déc. 1994.
- « Les études dirigées à l'école élémentaire » de l'ANCP. (association nationale des conseillers pédagogiques), 30 pages, (non daté).
- Académie de Versailles « Aide à la mise en place des études dirigées », Groupe départemental de travail, novembre 1995.
- Revue Echanges, « Etudes dirigées : un nouvel espace d'initiatives et de responsabilités magistrales », N°32, mars 96.
- Cahier d'études dirigées et Qsort issu de Limoges (origine non précisée).

Quelques remarques à partir de ces documents :

- Au niveau de la présentation, tous ou presque proposent des tableaux, planning d'activités, de compétences, etc.
- D'une façon générale, tous les documents ont une tendance à la systématisation et ne laisse aucune place à l'occasionnel. Par exemple, même les méthodes de travail sont listées.
- Nous avons repéré dans 80% des documents une foule d'activités qui devraient se pratiquer dans les séances ordinaires de classe.

Nous n'étudions pas tous les documents. Nous étudions trois extraits. Ils nous ont paru signifier des dérives importantes ou, au contraire, des pistes raisonnables de réflexion.

1°- Cahier d'études dirigées et Qsort issu de Limoges

Le cahier d'études dirigées propose des exercices à faire dont certains à faire à la maison. Ce cahier peut être complété par les parents « *travail commencé en étude dirigée et qui peut être terminé à la maison* », « *parfois les parents proposent* ... ».

Dans ce document, c'est le passage de l'école aux parents, qui mérite l'attention. Non seulement l'étude dirigée est l'occasion d'un nouveau travail, mais ce travail continue à la maison et le parent peut, lui-même proposer des activités autres et le marquer sur le cahier. Nous ne sommes pas du tout d'accord avec cette vision naïve de l'enseignement. Des collaborations école - parents sont bien sûr souhaitables mais les études dirigées ont le "dos large" ...

2- Académie de Versailles « Aide à la mise en place des études dirigées »

Une première partie du document présente une série de questions qu'un enseignant peut se poser à propos des études dirigées : Pourquoi des études dirigées dans le temps scolaire ? Qu'ont-elles de spécifique ? Est-ce du soutien ? ... Comment évaluer ? Comment reconnaître ce qui n'est pas du domaine des études dirigées ? Les réponses sont claires. Suit alors un tableau à double entrée plus obscur.

3- « Les études dirigées à l'école élémentaire » de l'ANCP (association nationale des conseillers pédagogiques).

Extrait du document :

	Mathématiques
cycle 2	Lire pour résoudre un problème Jeux mathématiques
cycle 3	Lire un énoncé, résoudre le problème. Transformer tout type de texte en situation problème. Problème sans question. Lire un énoncé, dégager la trame mathématique. Sur celle-ci, inventer une autre histoire. Classer des énoncés après des exercices du même type. Jeux mathématiques ...

Page 43, dans la partie « Rechercher ses erreurs et chercher à les rectifier » :

Mathématiques :

1°) Validation objective en géométrie, utilisation de calques, de repères pour vérifier l'exactitude des tracés.

2°) Des opérations, des problèmes sont proposés. Le résultat final est au tableau. L'enfant n'ayant pas trouvé la solution doit néanmoins repérer ce qui est juste.

3°) Un énoncé est proposé, plusieurs solutions sont données. Une seule est possible. La trouver.

4°) Une forme géométrique est à reproduire à l'aide de consignes orales. Comparer les résultats à l'original et déterminer l'origine des erreurs : transmission ou interprétation.

5°) Tirer une consigne écrite (dans une boîte). Un enfant exécute ladite consigne et les autres essaient de la formuler. Comparaison avec la consigne initiale.

Ce document de diffusion nationale attribue aux études des objectifs qui sont des objectifs vitaux de l'activité mathématique à l'école élémentaire, même s'ils sont formulés de façon émergente : construction de situations a-didactiques ayant de bonnes rétroactions en vue de l'acquisition de savoirs nouveaux. Devrions nous en conclure que tous les travaux actuellement conduits en géométrie seraient à faire en études dirigées ?

Cette rédaction interroge sur la conception des mathématiques que se fait le rédacteur d'un tel projet.

Quelle est la conséquence de ce genre de documents sur les pratiques des enseignants dans leur classe ?

Il est difficile de réussir une formation à l'enseignement des mathématiques. Beaucoup d'obstacles sont là : traditions culturelles, pratiques pédagogiques de l'ostension systématique, fichiers, etc. Placer en études dirigées des questions qui contribuent à la caractérisation d'une activité mathématique risquent de faire régresser pour longtemps ...

4- Le document de la Nièvre « Aide à la mise en place des études dirigées », 15 pages, décembre 1994

Ce document se réfère aux situations de rappel : la reformulation, le point hebdomadaire. Il ouvre des pistes de travail, même si le thème de travail proposé page 13, en mathématiques, relève, une fois de plus, de l'activité de classe proprement dite :

> Le professeur présente un énoncé de problème (Objectif calcul CM2 p. 77) et annonce « *le groupe devra produire une présentation simplifiée de l'énoncé qui devra être comprise par tous les élèves de la classe. Chaque groupe affichera sa production.* ».

Ce travail de reformulation de l'énoncé, non pas pour être compris de tous (comment peut-on le prévoir ?), mais pour lui donner du sens, fait partie intégrante du travail sur les énoncés de problèmes. Là encore, en plaçant cette activité en étude dirigées, on fait croire aux professeurs que ce travail n'est pas du ressort de la pratique du problème en mathématiques. Cette activité est sans doute utile si elle « rappelle » effectivement ce qui a été fait en classe, certainement pas si l'enfant la rencontre exclusivement en « études dirigées ».

5- Autre document que nous avons examiné

(source inconnue : nous appellerons ce texte le texte A)

Le formateur écrit :
« A propos des exercices :
- *Pendant le temps de classe :*
  les exercices d'application,
  les exercices d'entraînement.
- *Pendant les études dirigées :*
  les exercices de réinvestissement. »

Faisons un rapprochement de ce texte avec les programmes pour l'école primaire qui évoquent (page 63 éd. CNDP) trois catégories de problèmes :
« Les activités de résolution de problèmes portent sur :
- *de véritables problèmes de recherche, pour lesquels l'élève ne dispose pas de démarche préalablement explorée.*
- *des problèmes destinés à permettre l'utilisation des acquis antérieurs dans des situations d'application et de réinvestissement.*
- *des problèmes destinés à permettre l'utilisation conjointe de plusieurs connaissances dans des situations plus complexes. »*

Les types d'activités préconisés lors des études dirigées par le texte A s'apparentent plutôt, pour les mathématiques, aux problèmes de type 2 et 3.
Ces problèmes devraient-ils être traités à l'étude dirigée ou pendant les heures réservées aux mathématiques ?
Le texte A réserve à la classe les exercices d'application et d'entraînement. Il a, de plus, perdu les « problèmes de recherche », ce qui est bien ennuyeux pour un professeur qui souhaite construire des situations a-didactiques d'apprentissage ... Faisons l'hypothèse que le terme « exercices » ne recouvre pas le terme « situation-problème ».

Cinq heures sont réservées à l'enseignement des mathématiques au cycle 2 de l'école primaire et 5 heures 30 au cycle 3. Le texte prévoit 2 heures d'études dirigées pour l'ensemble des disciplines. Si les enfants venaient à ne rencontrer les problèmes de type 2 ou 3 que dans le cadre des études dirigées, cela signifierait que les phases au cours desquelles le professeur fait reconnaître le savoir à retenir (phase d'institutionnalisation) et qui font partie de l'acte d'enseignement, pourraient être extraites de l'activité mathématique proprement dite. Ce n'est pas ce que dit le texte, cela pourrait pourtant en être une interprétation erronée.

NOTRE POINT DE VUE

Stratégies globales d'apprentissage

Il est nécessaire, de rappeler ce qui relève de la pratique habituelle. La construction de situations prenant en compte les conceptions initiales des élèves, les exercices d'application, d'entraînement, de réinvestissement, de transfert font partie de la tâche du professeur dans le temps consacré à l'activité mathématique. Dans un projet d'école, il faut au moins se rappeler cela.

Place des études dirigées par rapport à ces stratégies

Espace de liberté, pause dans les apprentissages, nouveaux rôles

Les études dirigées nous paraissent un moment important en ce sens que le changement de rôle du professeur peut y être essentiel (il est alors tuteur, il ne devrait pas avoir la charge d'un nouvel enseignement ; il est disponible, à l'écoute). Dans cet esprit, serait profitable un retour sur :
- des questions posant problème (le professeur gardant son rôle de tuteur, de médiateur),
- des aides individualisées (par exemple, le professeur a remarqué une erreur répétée chez un élève dans la journée : il a ce temps là pour questionner l'élève et apporter des réponses adaptées),
- des exercices d'entraînement adaptés.

On peut faire l'hypothèse que l'élève, comprenant le nouveau rôle du professeur, ait alors avec lui un nouveau rapport : tel enfant, qui n'aurait pas osé interrompre une séance de classe, s'autorise à appeler le professeur, etc.

Parvenir à caractériser le type d'activité

Nous pensons qu'il peut s'agir, avant tout, d'une « relecture » par l'élève de sa journée d'école et d'une initiation au travail personnel :
- un problème a été proposé en temps de classe, pour le lendemain, l'élève va le faire pendant les études dirigées. Cette activité ne se confond pas avec celle qui consiste à résoudre un problème pendant la séquence de classe.
- Une leçon a été donnée, l'élève va l'apprendre. Il s'agit de préparer pour le lendemain ou plus tard ...

Ces activités nécessitent d'abord que les exigences soient clairement définies par le professeur et, si besoin est, l'étude dirigée est le moment de préciser ses attentes : faire le point sur ce que l'on a appris nécessite un moment de travail personnel à un moment pendant lequel le professeur pourra être tuteur.

Éventuellement, à l'issue de ce temps de travail autonome, le professeur pourra organiser une mise en commun des méthodes effectivement adoptées, ce jour-là, par les élèves (qu'il y ait un espace où l'élève puisse dire : « moi, j'ai lu deux fois », « moi, j'ai souligné ce que je devais retenir », « je me suis donné un exemple pour y arriver », « j'ai refait un exercice », etc.), mais alors le risque devient grand de transformer l'étude en une séance de classe.

Conclusion

Les études dirigées nous paraissent être un moment qui se nourrit des activités de la journée ou des précédentes et qui permettent à la fois, au professeur un espace de liberté lui donnant un autre rôle, aux élèves de pouvoir mettre en mots, faire un retour, s'approprier l'activité de travail personnel, projeter leur action pour les jours suivants. Plus qu'un lieu d'introspection sur « apprendre à apprendre » ou « apprendre à comprendre », c'est la restauration d'un travail d'élève, dans la continuité de la semaine, dans et hors l'école, discipline par discipline qui est peut-être en jeu.

PROPOSITION D'UNE ACTION DE FORMATION

Trois heures avec des maîtres ... : réfléchir à une organisation des études dirigées.

L'objectif est de comprendre le texte officiel non comme une volonté de faire changer les pratiques de l'enseignant, mais plutôt comme une volonté d'aide personnalisée à l'enfant.

A- Consigne de travail :

« Vous disposez du texte officiel et rien d'autre. Vous imaginez qu'il s'agit de trente minutes de liberté avec cette seule contrainte du texte officiel. Que faites-vous ? »

Lors de la synthèse, on privilégie :

1- A propos de la lecture du texte, ce qui relève des objectifs, ce qui relève des indications, ce qui relève des études dirigées, avec pour intention de pointer où sont les risques de dérive : lectures contraignantes ou réductrices de la partie : « elles permettent en outre d'apprécier ... »

2- Ce qui favorise la relation d'aide à l'enfant en tant qu'individu :

- On peut parler de son travail avec un enfant.
- Chaque enfant repasse le film d'un apprentissage récent, à travers des activités proposées par le maître ou simplement par un dialogue.

L'étude dirigée est guidée par l'écoute de l'enfant et ne devrait pas nécessiter une préparation supplémentaire pour l'enseignant.

B- Nouvelle consigne :

« Qu'est-ce que vous faites en ce moment ? »

- Privilégier les contradictions entre
  - ceux qui ne font rien parce qu'on « le fait déjà à d'autres moments ».
  - ceux qui font des apprentissages méthodologiques ou du soutien, ou de l'accompagnement,

  pour se centrer sur la relation élève-savoir.
- Leur demander ce qu'ils font en tant que parents pour être efficace en peu de temps.
- Revenir sur leur position d'enseignant avec sans doute la réserve « ce que je fais en tant que parent, je ne peux le faire pour 25 élèves en 30 minutes ».
- Ne pas oublier les élèves sans difficultés, sans revenir obligatoirement aux activités collectives ou de groupe.
- Penser études dirigées sur du long terme en pensant que les interventions longues vont se raccourcir par la suite.
- Regarder les textes relatifs aux « études anciennes ».

ANNEXE
CIRCULAIRE 94-226
ORGANISATION DES ÉTUDES DIRIGÉES.

Dans les écoles élémentaires, des études dirigées, d'une durée quotidienne de trente minutes, sont mises en place, dans chaque classe, pendant le temps scolaire, à la suite des séquences d'enseignement proprement dites et avant le début des activités périscolaires éventuelles. ...

Elles ne remettent donc pas en cause les activités organisées dans le cadre des contrats d'aménagement du temps de l'enfant (CATE ou des contrats de ville, ni les activités auxquelles les élèves pourraient participer en dehors du temps scolaire à la demande des familles, dans le cadre des études surveillées organisées par les municipalités ou les associations de parents d'élèves et de l'accompagnement scolaire assuré par le milieu associatif.

Le conseil des maîtres définira en début d'année scolaire, pour chaque école, la date à laquelle les études dirigées devront se mettre en place, en tout état de cause au cours des premières semaines.

A titre transitoire, pour l'année scolaire 1994-1995, la mise en application effective de cette mesure devra intervenir pour le 1° janvier 1995 au plus tard et, dans l'attente de la mise en place prochaine de nouveaux programmes et de nouveaux horaires d'enseignement, les maîtres veilleront à maintenir l'équilibre entre les disciplines, les études dirigées ne devant conduire à négliger ou privilégier aucune matière.

Organisées et conduites par le maître, pour tous les élèves de sa classe, elles renforcent les activités d'enseignement et favorisent l'apprentissage du travail personnel. Elles contribuent à apporter à chaque élève l'aide personnalisée dont il a besoin, permettant ainsi de prévenir les risques d'échec et de réduire les difficultés provenant des inégalités des situation familiales. S'adressant à tous les élèves, elles ne doivent pas se confondre avec les activités de soutien en faveur des élèves en difficultés.

Il s'agit essentiellement de s'assurer avec précision, dans un temps différé, de l'assimilation des notions et connaissances ayant fait l'objet d'un apprentissage lors de séquences qui se sont déroulées soit dans la journée même, soit dans la semaine, soit même antérieurement. En effet, les acquis ne sont réels que lorsque les élèves sont capables de réinvestir non seulement dans les situations analogues à celles de l'apprentissage, mais encore dans des situations différentes. C'est le but des devoirs proposés lors des études dirigées. Ils se distinguent des exercices écrits et oraux d'application réalisés à la suite d'une séquence d'enseignement, qui sont destinés à vérifier sur le champ la bonne compréhension de la leçon.

Les études dirigées constituent un temps privilégié d'apprentissage du travail autonome. Les maîtres aident les élèves à intégrer diverses méthodes et à les utiliser à bon escient.

Elles permettent en outre d'apprécier les acquis des élèves, de vérifier leur capacité d'attention, de mémorisation, d'organisation et de réflexion. Elles tiennent donc une place particulière dans l'observation du travail des élèves.

Pour atteindre ces objectifs, tout au long de la scolarité, selon les cycles et en fonction des exigences des programmes, on veillera notamment à ce que l'élèves sache :

- lire des textes de nature différente ;
- lire un énoncé et réaliser un exercice ;
- rechercher un document ;
- rédiger un texte court ;
- réaliser et présenter une petite enquête ;
- repérer ses erreurs et chercher à les rectifier ;
- présenter avec soin le travail écrit ;
- apprendre une leçon en distinguant les différentes formes de mémorisation.

Progressivement, au cycle trois, on s'attachera également à ce que l'élève commence à acquérir les méthodes de travail propres au collège : organiser ses idées, organiser les étapes de son travail, faire un tableau, tenir et utiliser un cahier de textes ...

En règle générale simples et courtes, les activités pratiquées lors des études dirigées présentent d'autant plus d'intérêt pour les élèves qu'elles ne reprennent pas à l'identique les exercices déjà effectués. Elles ne doivent constituer ni un apprentissage initial, ni une séquence d'évaluation, ni une étude surveillée. Elles doivent offrir aux élèves une palette de propositions les amenant à fournir un travail personnel qu'ils apprendrons à présenter et à expliciter. Au cycle trois, et particulièrement au CM2, elles peuvent être consacrées périodiquement à un travail de plus grande ampleur. Pour ce faire, le maître pourra parfois modifier la répartition hebdomadaire du temps consacré aux études dirigées. Dans ces conditions, les élèves n'ont pas devoirs écrits en dehors du temps scolaire. A la sortie de l'école, le travail donné par les maîtres aux élèves se limite à un travail oral ou des leçons à apprendre.

Un bilan spécifique annuel de l'organisation et des effets des études dirigées sera effectué dans le cadre de l'évaluation du projet d'école.

THÈME 6

GESTION DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ

Titre	Une approche didactique de la question de la “pédagogie différenciée” en formation continue des professeurs d'école : un scénario de stage.
Auteur	Denis BUTLEN, IUFM de Melun et IREM de Paris 7, Pascale MASSELOT, IUFM de Melun et IREM de Paris 7.
Date	Octobre 97.
Thème	Intervention en stage de formation continue.
Résumé	Il s'agit d'un exemple de réponses apportées, lors d'un stage de formation continue, à une série de questions regroupées sous le terme général de “pédagogie différenciée” : gestion de l'hétérogénéité des classes, prise en compte de la diversité des voies d'accès à la connaissance, gestion des élèves en difficultés, ...
Mots clefs	Pédagogie différenciée, élèves en difficulté, obstacles, erreurs, institutionnalisation, action, dévolution, calcul mental, décimaux, évaluation

UNE APPROCHE DIDACTIQUE DE LA QUESTION DE LA “PÉDAGOGIE DIFFÉRENCIÉE” EN FORMATION CONTINUE DES PROFESSEURS D'ÉCOLE : UN SCÉNARIO DE STAGE

Il s'agit de l'analyse d'une intervention de mathématiques lors de stages de formation continue de professeurs d'école ayant pour thème : “la pédagogie différenciée”.

Sous différentes appellations, ce thème fait l'objet de nombreuses demandes de la part des enseignants du premier degré qui se concrétisent souvent par l'organisation de stages de formation continue dans notre département.

Le problème de l'hétérogénéité est souvent posé indépendamment des contenus disciplinaires, l'approche est centrée sur la diversité des élèves et non sur la diversité des contenus enseignés. Paradoxalement, les tentatives de réponses à ce problème seraient apportées par des spécialistes de l'enseignement d'une discipline.

La diversité du recrutement social des élèves, la pluralité des cheminements, des voies d'accès au savoir imposent une prise en compte de cette question. Une réflexion de type didactique nous semble indispensable.

I- OBJECTIFS DU STAGE, PUBLIC VISÉ

Les formateurs de mathématiques ont pour but de :

- contribuer à une réflexion sur la pédagogie différenciée en apportant quelques informations sur l'origine et sur l'évolution de cette idée ;
- analyser les enjeux didactiques d'une différenciation des pratiques enseignantes mais aussi les limites et les difficultés de mise en œuvre effective ;

- apporter des éléments de réponses en s'appuyant sur des contenus mathématiques : exemples de progression et de situations.

Nous avons dû nous adapter, nous aussi, à l'hétérogénéité du public. Sont regroupés dans un même stage des maîtres du cycle I au cycle III ainsi que des enseignants de SES. Leurs classes peuvent comporter un ou plusieurs niveaux, être situées dans des ZEP ou dans des zones "standard", dépendre éventuellement de l'enseignement spécialisé.

On peut d'ailleurs remarquer que ce type de stage exclut a priori les enseignants d'AIS mais que les instituteurs remplaçants (en AIS) peuvent bénéficier de cette formation.

II- IDÉES DIRECTRICES

1- Quelques remarques sur "la pédagogie différenciée"

La pédagogie différenciée nous semble être une réponse institutionnelle, souvent réduite à un slogan, à des problèmes réels d'enseignement. Ces problèmes sont de différents types : sociaux, institutionnels, didactiques ...

Le problème de la prise en compte par l'enseignant de la diversité des origines socioprofessionnelles mais aussi culturelles des élèves n'est pas un problème nouveau. Par contre, il peut se poser dans des termes différents compte tenu de la volonté institutionnelle, au moins apparente, de remédier d'une part à l'échec scolaire, d'autre part de prendre en compte les spécificités de chaque élève[1].

Le maître, confronté à un public très hétérogène, est soumis à des contraintes contradictoires : adapter son enseignement à la diversité des élèves et donc prendre le risque d'un accroissement des différences, réduire l'hétérogénéité des élèves afin d'enseigner dans des conditions professionnelles plus confortables et donc gommer certaines différences. Il doit prendre en compte le caractère individuel mais aussi collectif des apprentissages. Les contraintes de programmes, de temps et d'organisation de l'école imposent à l'enseignant des compromis entre ces deux points de vue.

Les recherches en didactique des mathématiques ont en effet influencé les conceptions des maîtres concernant l'enseignement et l'apprentissage. Les enseignants sont davantage conscients de la diversité des voies d'accès au savoir, de la nécessité de la prise en compte des erreurs, des difficultés liées à l'évaluation.

La gestion de la diversité des procédures, des performances comme des erreurs des élèves a toujours été prise en compte par les didacticiens mais les réponses apportées restent liées à l'enseignement d'un contenu.

Ces travaux apportent des réponses diversifiées. C'est notamment le cas pour résoudre la contradiction apparente entre la nécessité de laisser « vivre » suffisamment des procédures individuelles mais « primitives » d'élèves (pour permettre une réelle construction des savoirs) et la nécessaire institutionnalisation des procédures ou algorithmes plus experts, identiques pour tous à un moment donné. La réponse ne sera pas la même pour l'apprentissage de la soustraction et pour celui de la proportionnalité ; pour le dénombrement de collections, elle sera différente en grande section et en C.P.

Nous avons donc été amenés à transformer le problème posé : nous préférons parler "de différenciation de l'enseignement par la prise en compte des contenus disciplinaires et de la diversité des élèves" plutôt que de parler globalement de "pédagogie différenciée".

2- Démarche adoptée dans les interventions en stage de formation continue

Nos interventions essaient de se faire rencontrer des points de vue et des préoccupations différents. Elles sont construites autour des axes suivants :

- permettre aux stagiaires d'exposer et de mettre en débat les difficultés rencontrées ;
- reposer ces questions en s'appuyant sur des contenus mathématiques précis ;

[1] C'est sans doute ainsi que l'on peut interpréter l'expression institutionnelle "mettre l'élève au cœur du système éducatif". La mise en place des cycles à l'école élémentaire est une tentative de réponse institutionnelle.

- faire apparaître le besoin d'outils d'analyse et de lecture des productions des élèves ;
- apporter des exemples de réponses possibles, situer ces réponses dans les conditions précises où elles ont été élaborées ;
- permettre aux stagiaires de reconnaître les activités où il doit y avoir richesse et diversité de production et celles qui visent à une harmonisation des procédures mises en œuvre …

SCÉNARIO DE FORMATION

Nos interventions, de 12 à 24 heures, s'articulent autour de trois axes :

- baliser l'enseignement d'une notion sur l'ensemble de l'école élémentaire (mise en perspective avec le collège) ;
- étudier différentes stratégies permettant de gérer, d'enrichir et de faire évoluer des procédures d'élèves ;
- dépasser et/ou réduire l'hétérogénéité de la classe (présentation et étude d'une situation spécifique).

L'enseignement à des élèves en difficulté ou en "zone difficile", la détection et le traitement des erreurs, les obstacles rencontrés par les élèves, l'évaluation, les activités de soutien sont évidemment abordés de façon transversale.

Nous décrivons ci-dessous un certain nombre de pistes de travail que nous avons exploitées dans différents stages. L'horaire ne nous a évidemment pas permis de les aborder toutes à chaque fois.

L'étude de plusieurs situations a déjà été faite lors d'articles précédents portant notamment sur l'enseignement à des élèves en difficulté en mathématiques ([3]et [4]). Afin d'éviter d'inutiles redites, nous ne détaillerons ici que les points nouveaux . Nous renvoyons le lecteur à ces contributions pour les thèmes déjà abordés.

1. Baliser l'enseignement d'une notion sur l'ensemble de l'école élémentaire, mise en perspective avec le collège

a) Étude des évaluations CE2 et 6ème sur la numération et la géométrie

Il s'agit d'amener les stagiaires à prendre conscience de la durée des apprentissages, des performances des élèves en début et en fin de cycle 3 et de définir le profil statistique d'un élève en difficulté en mathématiques. Pour une analyse précise des documents proposés et réponses apportées, nous renvoyons le lecteur à la lecture de l'article : « Enseigner les mathématiques à des élèves en difficulté, une intervention en formation continue », Actes du stage de Rennes [4].

b) Un exemple d'intervention différenciée en CE2 sur la numération

Suite à l'analyse précédente, il s'agit ici de donner des outils de diagnostic et de remédiation. De même, nous renvoyons le lecteur à l'article précédemment cité.

Ces activités débouchent sur un débat entre les stagiaires sur les documents utilisés en classe pour évaluer leurs élèves, pour préciser leurs difficultés. Les documents étudiés précédemment ne portent que sur deux contenus particuliers du cycle 3. Les stagiaires ont exprimé le besoin d'étudier un exemple complet de tests portant sur le cycle 3.

Cela nous a amenés à proposer l'activité suivante.

c) Étude de tests proposés par une collection de manuels scolaires, analyse d'un autre outil de diagnostic

Il s'agit des pages situées à la fin de chaque période et intitulées : « exercices d'évaluation », « analyse des résultats » et « ateliers » des manuels de la collection "Le nouvel objectif calcul", Hatier. [16].

Nous n'avons pas eu le temps d'étudier tous ces exercices. Le choix des exemples abordés a été fait par les stagiaires.

Cette analyse a permis aux stagiaires de regarder plus précisément ces outils, d'être vigilants quant à leurs limites et à leurs conditions d'utilisation.

En prenant l'exemple du CE2, ces documents sont replacés dans le contexte précisé par les auteurs dans le livre du maître (voir document n°1).

Document n°1 : *Extrait du livre du maître CE2*

A la fin de chaque période, le livre comporte un bilan, une analyse des résultats et des ateliers.

Le bilan est composé d'exercices correspondant aux compétences minimales exigibles en première année du cycle 3. Il permet de repérer en fin de période les enfants pour lesquels un soutien sur certains thèmes étudiés est nécessaire.

L'analyse des résultats comporte une analyse des erreurs à la portée des élèves permettant à ceux-ci de prendre conscience des difficultés rencontrées et de chercher à y remédier par des exercices appropriés.

Les ateliers comportent des renvois aux aide-mémoire ainsi que des exercices adaptés aux difficultés rencontrées lors du bilan. Ils peuvent être enrichis par les exercices proposés en entraînement, ainsi que par des activités plus ludiques organisées autour des différents jeux proposés dans certaines situations d'apprentissage, ou de jeux de loto sur les tables d'addition et de multiplication, ou encore de jeux de cartes numériques.

Le maître s'attachera à ne pas considérer les difficultés des enfants comme irrémédiables, il est fréquent en effet qu'à certains moments de l'année, certains enfants semblent en difficulté, voire même en « régression ». Cette régression s'explique souvent par le fait que l'acquisition de certaines connaissances nouvelles provoque chez l'enfant un bouleversement dans l'ensemble des connaissances acquises et nécessite une nouvelle organisation des savoirs, période pendant laquelle les connaissances antérieurement acquises ne sont plus disponibles. Le maître doit donc être très vigilant et se garder de jugements hâtifs sur l'état de savoir de ses élèves.

N.B. : Aucun autre commentaire sur ces pages du manuel de l'élève ne figure dans le livre du maître.

Une description plus précise de quelques unes de ces pages est effectuée par les stagiaires.

À propos des modalités de l'évaluation

De manière générale, ils remarquent que pour le CE2, les exercices proposés sur une même page « exercices d'évaluation » concernent plusieurs domaines. Les modalités de présentation des exercices proposés restent à fixer par l'enseignant. Quelques questions émergent : tous les exercices s'adressent-ils à tous les élèves ? Sont-ils à faire en classe ou non ? Sous quelles formes : travail individuel, travail en temps limité ? Quelle doit être la place prise par l'enseignant ? ...

À propos des réponses obtenues

Lorsqu'il s'agit d'analyser les réponses à ces différents exercices, les participants recensent les différents types de propositions du manuel pour analyser les résultats :

- en terme de réussite ou non réussite « complète » de l'exercice, sans nuance ni précision sur la nature de l'erreur (par exemple : « *tu as mal rangé les nombres* », sans aucune indication comme « tu as inversé l'ordre » ou bien « tu as permuté deux nombres » ...)
- identification, étiquetage et prise en compte d'un seul type d'erreur : par exemple : « *tu as posé les quatre additions* » alors que la consigne de l'exercice était : « *utilise la méthode la mieux adaptée* » et que certains résultats pouvaient être obtenus mentalement ... Le manuel évalue seulement le choix de la méthode, il ne s'intéresse pas aux erreurs éventuelles.
- prise en compte d'une partie de l'exercice, par exemple : « *tu as fait des erreurs dans les compléments à 100* » alors que l'exercice comportaient également d'autres types de calculs.
- repérage de plusieurs types d'erreurs, cela conduit à une "intervention différenciée", les élèves sont orientés vers des exercices différents, par exemple : « *tu as mal aligné les chiffres* » ; « *tu as oublié les retenues* » qui renvoient à l'utilisation du tableau de numération ; « *tu connais mal ta table d'addition* » qui renvoie à des exercices de calcul mental.

Les stagiaires s'interrogent sur certaines formulations qui laissent une grande part d'interprétation à l'élève comme par exemple : « *tu as eu des difficultés pour ...* » ou « *tu as fait des erreurs de ...* ».

Ceci permet aux stagiaires de revenir sur le fait que l'enseignant ne peut tout prendre en compte dans les productions des élèves. Il est obligé de faire des regroupements, de fixer des priorités.

À propos des exercices des pages portant l'intitulé « ateliers »

La question « comment intervient le maître ?» posée à la suite de ces constats amène les participants à regarder les pistes proposées par le manuel.

Ils repèrent les options suivantes :

- soit un exercice de même type, à faire souvent après une nouvelle lecture de l'aide-mémoire, avec quelquefois une petite différence de formulation, par exemple : « *du plus petit au plus grand* » remplace « *ordre croissant* », l'exercice propose cinq nombres au lieu de dix ;
- soit un exercice du même type mais avec une étape intermédiaire, par exemple : utilisation d'un tableau de numération pour poser une addition ; décomposition des nombres avant de les ordonner ; utilisation d'un plan de découpage avant le calcul de produits ; ou encore recours à du matériel (par exemple la monnaie, les polyèdres) ; ou enfin appel du type : « *demande à ton maître* ... » ;
- soit un exercice ayant la même structure dans un contexte différent, par exemple : le contexte « autobus » et le contexte « dés » (la couleur de la face détermine les valeurs à ajouter ou à soustraire) ;
- soit, pour la résolution de problème, à partir d'un même énoncé, ajout d'étapes intermédiaires et de questions plus détaillées ...

C'est l'occasion de s'interroger sur certaines aides qui ne permettent sans doute pas une réelle remédiation comme par exemple : l'échec à l'exercice dont la consigne était : « *repère les figures qui ont au moins un axe de symétrie* » renvoyant à l'exercice : « *reproduis et complète les figures par symétrie par rapport à l'axe* ».

Ce type d'activité permet de clarifier les propos des maîtres, en s'appuyant sur des analyses plus concrètes. Les participants perçoivent les possibilités offertes par certains manuels pour gérer les difficultés rencontrées par les élèves.

d) Analyse de production et d'erreurs d'élèves à propos des décimaux : erreurs et obstacles

Le document n°2 est distribué aux stagiaires, le formateur en explique la provenance.

Document n°2 : extrait du sujet de concours CERPE 1993, académie de Reims

Après avoir fait quelques séquences sur le sujet, une institutrice décide de tester ses élèves sur les décimaux (...).

Question 1 du test : *Donne le nombre entier qui suit immédiatement 54*

Donne le nombre entier qui suit immédiatement 23,5

Donne le nombre entier qui suit immédiatement 32,13

Nicolas a répondu : 55 24 32,14. Rudy a répondu : 55 24 32,131.

Florent a répondu : 53 23 32,12.

Analysez les éventuelles erreurs de ces enfants.

Question 2 du test : *Range les nombres suivants du plus petit au plus grand*

23,4 23,37 23,127 17,15671 23,036 2,3401

Voici des classements proposés par des enfants, analysez la logique interne à ces classements.

Marie a répondu : 23,4 23,37 23,036 23,127 2,3401 17,15671

Christophe a répondu : 23,4 23,37 23,127 23,036 17,15671 2,3401

Morgane a répondu : 2,3401 17,15671 23,036 23,127 23,37 23,4

Sébastien a répondu : 2,3401 17,15671 23,4 23,37 23,036 23,127

Julie a répondu : 2,3401 17,15671 23,4 23,036 23,37 23,127

Thomas a répondu : 2,3401 17,15671 23,036 23,4 23,37 23,127

(...)

Question 3 du test : *Raye ce que tu penses être faux ...*

Entre 12,7 et 12,9 il y a : aucun décimal - un décimal - plusieurs décimaux

Entre 14,6 et 14,7, il y a : aucun décimal - un décimal - plusieurs décimaux

Quentin pense qu'il existe un décimal entre 12,7 et 12,9 et aucun entre 14,6 et 14,7. Benoît n'est pas d'accord ...
Essayez de préciser la cause de l'erreur de celui qui se trompe !

Question 4 du test : *Effectue les opérations suivantes : 3,7 + 5,8 3,7 x 5,8*

Alice trouve 8,15 et 15,56
Peut-on rapprocher son erreur d'une autre rencontrée plus haut ?

Question 5 du test : *Effectue l'opération suivante : 15,56 x 10*

Vincent trouve 13,560. Jérôme trouve 130,56.
D'où peuvent provenir ces erreurs ?

Question 6 du test : *23 est-il un nombre décimal ?*

Cécile est la seule à penser que oui. Que faites-vous ?

Question 7 du test : *1,234578 et 17,35353535... (35 répété à l'infini) sont-ils des décimaux ?*

David aimerait trouver la fraction égale à 17,353535... Donnez-lui cette fraction !
Jordan pense qu'un nombre dont une écriture comporte une infinité de chiffres derrière la virgule n'est pas un nombre décimal. Que pensez-vous de cela ? Donnez-lui un exemple simple ! 5,7899999999... (infinité de 9) est-il un décimal ? Justifier.

Question 8 du test : *1/4 3/20 7/8 13/6 243/6 sont-ils des décimaux ?*

Comment reconnaît-on qu'une fraction irréductible est décimale (sans diviser) ?

Question 9 :

(...)

Comment l'institutrice doit-elle exploiter les résultats de ces tests ?

Il s'agit de travailler sur des productions d'élèves extraites de sujets de concours de recrutement des professeurs d'école (CRPE) (cf. document n°2).

Cette étude permet d'illustrer la notion d'obstacle, de préciser les conceptions "intermédiaires" des élèves de CM2 sur les nombres décimaux (règles erronées de comparaison) et de donner des explications possibles sur l'origine des erreurs produites par les élèves.

Après avoir utilisé les questions 6, 7 et 8 pour rappeler ce qu'est un nombre décimal, un rationnel et un réel, quelques exemples d'activités prévenant ces erreurs ont ensuite été proposés par le formateur.

Un exemple assez complet de test, visant à faire apparaître les conceptions des élèves, a été ensuite étudié ; les résultats de l'analyse faite par M.J. Perrin ont été communiqués aux stagiaires (cf. M.J. Perrin-Glorian [17], document n°3).

Document n°3 : test extrait du Cahier n°24 de Didactique des Mathématiques, IREM de Paris 7, M.J. Perrin

1- Si tu devais expliquer à un camarade du CE2 ce qu'est 1/3, que lui dirais-tu ? Quel dessin ferais-tu ?

Et pour 3/4 ?

et pour 2,3 ?

2- Combien y a-t-il de minutes dans un 1/4 d'heure ? dans 1/3 d'heure ? dans un 1/5 d'heure ?

3- Que vaut 1/3 + 1/3 ?
Que vaut 1/2 + 1/2 ?
Que vaut 1/2 + 1/3 ?
Quelle est la moitié de 1/100 ?

4- Peux-tu citer trois nombres compris
entre 1 et 5 ?
entre 1 et 3 ?
entre 1,8 et 2,1 ?
entre 1,5 et 1,8 ?
entre 1,5 et 1,6 ?
entre 1 et 1,1 ?

5- Martine dit : « c'est drôle, dans ma famille, mon petit frère a la moitié de mon âge, mon père a le triple de mon âge et mon grand-père a 5 fois mon âge. Devine combien de fois mon grand-père a l'âge de mon petit frère ? Explique comment tu as trouvé ... ».
« Mon père a 36 ans. Devine les âges des autres membres de la famille. (Ma mère a 2 ans de moins que mon père). »

6- Compare les nombres :

4,12 - 43,25 - 4,54 - 4,02 - 4 + ½ - 4,45 - 40,2 - 4,2 - 40,12 - 43 + ¼ - 4,325

7- Un carreleur utilise des carreaux rectangulaires pour carreler le sol d'une pièce rectangulaire. Il constate qu'il peut reporter exactement 25 fois la longueur du carreau dans la longueur de la pièce et exactement 15 fois la largeur du carreau dans la largeur de la pièce. De combien de carreaux aura-t-il besoin pour carreler la pièce ?

(...)

e) Difficultés liées aux techniques opératoires : typologie d'erreurs

Une activité de même type a permis de dégager une hiérarchie possible des erreurs repérables concernant les techniques opératoires de la soustraction, de la multiplication ou de la division. Cette hiérarchie prend en compte plusieurs critères qui dépendent en particulier de la nature des erreurs, du type de technique enseignée et du moment où elles sont produites. Le choix des opérations dépend des besoins des stagiaires et du temps imparti à cette activité. Nous donnons ici des exemples d'erreurs pour chaque opération.

Document n°4 : Pour chaque opération, analyser et classer les erreurs ci-dessous

1- La soustraction :

234	35	35	35	30	30
-106	- 27	- 27	- 27	- 27	- 27
138	12	02	10	52	17

35	35	35	203	203	3_12_17
-27	- 27	- 27	- 39	- 39	- 1_15_19
512	62	112	204	244	1 7 8

		2 10
1		~~0~~ 17
327	307	~~317~~
-159	- 149	- 149
248	242	108

2- La *multiplication*

D'après l'épreuve du SCIRPE de Nice 1993

Effectue l'opération suivante :
84
x *3*

Bonne réponse.......................37,4%
Autres réponses.....................52,2%
Non réponses.........................10,4%

Commentez le taux de réussite à cet item de l'évaluation nationale CE2 de 1991.
Analysez les erreurs ci-dessous.

84	84	84	84	86	42
x 3	x 3	x 3	x 3	x307	x 30
2412	272	242	92	602	00
				25800	1260
				26402	1260

86	86	86	86	86
x 37	x 37	x 370	x 307	x307
2442	282	60200	602	602
		25800	000	258000
		86000	25800	258602
			26402	

<u>3. La Division</u>

D'après l'épreuve du SCIRPE de Nice 93 et l'article « *La division en formation initiale* » de D. Butlen et H. Péault (actes du stage national de la COPIRELEM d'Angers, tome 4)

983	17
- 850	56
133	
- 102	
05	

4014	18
41	229
154	
12	

4317	21
0117	25
12	

6085	19
- 57	32
38	
- 3	

863	17
- 680	4 0
180	
- 153	
30	

3068	19	
- 1900	100	car 19 x 1 = 19
1168		
- 1140	60	car 19 x 6 = 114
28		
- 28	2	car 19 x 2 = 28
0	162	

8203	27	
- 8100	30	car 27 x 3 = 81
103		
- 81	3	car 27 x 3 = 81
22	33	

12095	38	
-1140	300	car 38 x 3 = 114
00955		
- 760	20	car 38 x 2 = 76
295		
- 268	7	car 38 x 7 = 268
27	327	

Combien de jours de traitement faut-il prévoir, sachant que l'on doit prendre 4 ampoules par jour, sachant que l'on dispose de 3 boîtes de 12 ampoules ?

12		
x 3		
36	4	
8	2 6	
28		
24		
4		26 jours

Un débat sur l'importance à attribuer à l'apprentissage des techniques opératoires a eu lieu. En particulier, les stagiaires ont échangé leurs points de vue sur certains choix pédagogiques : faut-il enseigner une ou plusieurs techniques opératoires ? Faut-il imposer un rythme unique d'apprentissage et de présentation des algorithmes écrits (en particulier que doit-on permettre ou non aux élèves d'écrire) ? Quels moyens de contrôle fournit-on aux élèves ? etc.

Là encore, les réponses ne sont pas uniformes. Par exemple, il ressort des échanges (parfois animés) qu'il est préférable de n'enseigner qu'une seule technique opératoire pendant une année scolaire pour une même opération. Le maître doit toutefois prendre en compte le passé scolaire des élèves et permettre à ceux qui en éprouvent le besoin, de continuer à utiliser une autre technique (enseignée l'année précédente ou parallèlement par les parents).

2) Étudier différentes stratégies permettant de gérer, d'enrichir et de faire évoluer des procédures d'élèves

Le but poursuivi à travers toutes les activités décrites ci-dessous est de faire apparaître la nécessité de l'analyse a priori d'une situation, de la gestion du choix des variables et de l'anticipation sur les aides possibles.

a) Les activités de calcul mental

Il s'agit d'étudier une suite de situations permettant de faire apparaître et évoluer certaines procédures d'élèves en jouant sur des variables, notamment : la taille des nombres, le mode de travail (résolution mentale ou écrite), le temps accordé au calcul, la familiarisation des élèves ...

Les situations analysées sont : « le jeu de l'autobus », « compter, décompter », « additions et multiplications mentales ».

Les stagiaires doivent par groupe, faire une analyse a priori de la situation et proposer des scénarios permettant de faire évoluer certaines procédures.

Le lecteur pourra se référer aux articles « Activités autour du calcul mental et de la résolution de problèmes », Actes du stage de Cahors [2] ; « Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté », Actes du stage de Rennes [4].

b) Des activités autour de la résolution de problèmes

Il s'agit là encore de l'analyse a priori de la situation « le problème des menus ». Les stagiaires sont amenés à comparer plusieurs scénarios possibles (cf. article : « Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté », Actes du stage de Rennes [4]).

c) Quelques aides possibles lors de la résolution du « problème des citrons » par des élèves de CM2 ou de sixième

Un marchand propose trois plateaux de fruits : un plateau de huit oranges à 4F, un plateau de 7 poires à 4F et un plateau de 3 citrons à 2F. Quel est le fruit le moins cher ? Quel est le fruit le plus cher ?

Il s'agit à propos de la résolution du problème ci-dessus d'envisager différentes interventions pour "débloquer" ou aider, de façon individuelle, les élèves à démarrer ou poursuivre une résolution. Le formateur demande auparavant de faire une analyse a priori du problème.

La conduite de cette activité est délicate car les instituteurs en stage adoptent majoritairement deux types d'attitude : une réticence certaine à envisager des aides possibles jugeant le problème trop difficile et hors normes ou bien au contraire une précipitation dans la formulation des aides sans avoir ébauché une quelconque analyse a priori ...

Dans les deux cas de figures, l'analyse a priori apparaît souvent comme inutile dans un premier temps, entraînant des propositions assez pauvres ou ne s'appuyant pas sur des tentatives possibles de résolution de la part des élèves ...

Plusieurs cas sont toutefois envisagés s'articulant autour de deux grandes éventualités : réponse erronée de l'élève s'appuyant sur une relative conviction, non réponse et blocage[1]. En voici quelques exemples :

L'élève produit l'erreur classique du type : « 8 : 4 = 2 ; 7 : 4 = 1 75 ; 3 : 2 = 1,5 ; les oranges sont les plus chères, les citrons les moins chers ... ». Le groupe se met d'accord sur la stratégie suivante : attirer l'attention de l'élève par une remarque du type « es-tu sûr ? » ; si cela ne suffit pas, le maître peut proposer de calculer le prix de huit oranges sachant que le prix d'une orange serait alors de 2 F selon le calcul précédent ...

L'élève est "sec" : le maître demande : « *avec ce que tu sais, que peux-tu calculer ?* » ; si cela ne suffit pas (ce qui est souvent le cas), le maître peut demander *« combien de fruits de chaque sorte peux-tu acheter avec la même somme d'argent ? ; tu décides combien d'argent ! »* ... De même, si cette dernière proposition ne rencontre pas d'écho, le maître peut proposer : « *si tous les plateaux ont le même nombre de fruits, combien chacun coûte-t-il ?* ».

[1] Cette distinction est l'occasion de revenir lors du débat sur une particularité de l'enseignement des mathématiques : l'existence, parfois fréquente et répétée, d'élèves "secs" !

Blocage dû à la difficulté des calculs :

Le formateur soulève le cas des élèves s'engageant dans un calcul tel que :

4 | 8 ou bien 4 | 7 ou bien 2 | 3

et qui ne savent pas ou ne savent plus le faire[1]. Que faire ?

Deux solution sont envisagées :

- *« Peux-tu trouver le résultat par une autre méthode ? ».* Cette remarque amène beaucoup d'élèves à mettre en œuvre une recherche du quotient à l'aide de multiplications à trou et par calcul de l'écart entre le résultat ainsi obtenu et le prix des n fruits. Le fait que ce calcul soit relativement aisé pour les oranges, les élèves proposant rapidement comme prix 0,5 F (le prix étant perçu comme inférieur à 1 F) les conforte dans cette démarche et les amène à s'engager dans des calculs assez longs pour évaluer le prix des poires et des citrons ...

- « N*e sais-tu pas calculer le prix d'une orange mentalement, sachant que huit oranges coûtent 2 F ?* ». Cette remarque amène certains élèves (plutôt de sixième que de CM2) à envisager des rapports égaux, voire implicitement des fractions équivalentes : « 8 oranges pour 4 F, c'est comme 4 oranges pour 2 F, comme 2 oranges pour 1 F, ah ! oui ... 1 orange : 0,50 F ». Cette stratégie ne permet pas de calculer aisément le prix d'une poire ou d'un citron mais elle peut débloquer certains élèves qui se révèlent ensuite capables d'amorcer une résolution par essais et erreurs du type précédent ou même (voir [6]) de savoir à nouveau faire la division posée.

Ces aides ne doivent être proposées qu'en cas de blocage, il faut permettre aux élèves d'essayer par eux-mêmes certaines stratégies et surtout de prendre en charge la complexité du problème. Ces aides peuvent enclencher certaines démarches mais elles ne "tuent" pas le problème. L'élève doit encore explorer la situation, fixer certaines variables, effectuer certains essais afin d'élaborer une procédure susceptible de conduire au résultat.

A propos de la résolution de problèmes, d'autres pistes sont détaillées par le formateur comme par exemple le recours à la multiprésentation (cf. J. Julo [12]), ou bien l'utilisation de schémas ...

3) dépasser et/ou réduire l'hétérogénéité de la classe, étude d'une situation spécifique

On ne peut traiter du problème de la gestion de l'hétérogénéité, de la pédagogie différenciée sans aborder la question de la réduction de cette hétérogénéité.

Nous avons déjà souligné un risque, maintes fois évoqué par les stagiaires, celui de l'accroissement des différences et donc des difficultés de gestion de la classe par le maître.

Nous avons adopté une position nuancée.

Il nous paraît nécessaire de prendre en compte la diversité des procédures des élèves, de différencier l'enseignement en fonction des rythmes des élèves. À propos du calcul mental, nous avons détaillé des activités qui ont pour but d'accroître la diversité des procédures des élèves et essayé de montrer comment l'explicitation de cette diversité enrichissait les conceptions de chaque élève.

Toutefois, pour favoriser les nécessaires apprentissages collectifs, pour donner un statut social et scientifique aux connaissances des élèves, pour institutionnaliser des procédures expertes, pour permettre à l'enseignant d'exercer son métier dans des conditions supportables, il nous paraît indispensable de réfléchir à des situations qui pourraient permettre de gérer, voire de réduire, en s'appuyant sur la diversité des élèves, dans le respect des différences, l'hétérogénéité de la classe.

Nous avons donc exposé, analysé et soumis au débat des stagiaires la situation que nous avons construite et testée, dans le cadre d'une recherche portant sur les élèves en difficulté, visant à construire une "mémoire collective" de la classe à partir de la production collective d'écrits. Ces écrits, produits régulièrement, ont pour but d'amener les élèves à résumer de façon concise tout ce qui a été appris d'important pendant la dernière période (voir l'article : « Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté », Actes du stage de Rennes [11]).

---

[1]Nous avons souvent rencontré ce cas dans nos recherches : certains élèves maîtrisant par ailleurs ce type de division, se révèlent incapables « techniquement » d'effectuer ces calculs lors de la résolution de ce problème

CONCLUSION

Nous sommes conscients des limites de notre intervention, elle ne prend pas en compte des gestions particulières comme celle des classes à multi-niveaux, elle est surtout axée sur la prise en compte des élèves en difficulté.

Quelques remarques sur les difficultés rencontrées par les formateurs

1. Lors du stage, les stagiaires "résistent" quand le formateur demande de faire une analyse a priori (comme a posteriori) fine d'une situation ou de productions d'élèves. Les arguments avancés sont de plusieurs types :

- « C'est intéressant mais, en classe, nous n'avons pas le temps. »
- « Ce qui est important, c'est d'être attentif, disponible pendant l'activité ... Cela ne peut pas beaucoup se prévoir ... »

Il s'agit pour le formateur d'amener les stagiaires à dépasser le niveau de l'action improvisée en anticipant sur les erreurs et aides éventuelles, afin d'accroître leur domaine de disponibilité.

C'est l'occasion de travailler avec les stagiaires certaines représentations : "être à l'écoute des élèves" ne se traduit pas forcément par "improviser", "différencier" ne se confond pas avec "individualiser" ni "diversifier" ...

En fait, quand le formateur insiste, les stagiaires collectivement proposent des analyses assez fines qui dépassent la simple expérience professionnelle.

On peut interpréter cette réticence par la difficulté de la tâche mais aussi, paradoxalement, par l'effet d'une certaine efficacité professionnelle : un enseignant pour fonctionner au quotidien ne peut pas prendre en compte la diversité de ses élèves mais doit la repérer à l'aide d'une classification construite autour de stéréotypes. Il prend ainsi l'habitude de ne pas analyser précisément les productions réelles des élèves mais de repérer des productions prototypiques. Ainsi, l'analyse a priori, comme l'analyse a posteriori vont, dans une certaine mesure, à l'encontre des pratiques enseignantes.

De plus, mener une analyse a priori suffisamment complète reste une tâche difficile et fastidieuse.

2. Le degré d'investissement des stagiaires dans les différentes activités proposées dépend beaucoup de la cohérence des différentes interventions disciplinaires. Quand les formateurs développent des points de vue trop éloignés, les stagiaires ressentent un malaise qui accentue leur désarroi professionnel et qui peut les conduire à rejeter en bloc les propositions faites dans chaque discipline.

3. Notre intervention s'appuie certes sur des principes généraux concernant la gestion des classes hétérogènes mais elle reste très contextualisée, les propositions faites sont très locales. Nous ne disposons pas vraiment de réponses générales satisfaisantes à ce problème. Nous ne savons pas si de telles réponses peuvent exister. Nous avons essayé de nous adapter à une demande institutionnelle qui dépasse largement le champ des réponses que peut aborder la seule didactique des mathématiques. Cela est d'autant plus vrai que les stagiaires viennent d'horizons très différents, sont confrontés à des milieux variés et viennent en stage avec des préoccupations très diverses ...

BIBLIOGRAPHIE

[1] BUTLEN D. et PEZARD M. (1992) « *Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du C.P. au CM2* ». Recherche en didactique des mathématiques n°12..2.3. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

[2] BUTLEN D. « *Activités autour de calcul mental et résolution de problèmes* », Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome 1, Actes du stage national de Cahors.

[3] BUTLEN D. et PEZARD M. «*Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée* », Grand N n°50 p 29-58, IREM de Grenoble.

[4] BUTLEN D. « *Enseigner les mathématiques à des élèves en difficulté en mathématiques : une intervention en formation continue des professeurs d'école* », Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome V, Actes du stage national de Rennes.

[5] BUTLEN D et MASSELOT P. « *Ateliers d'analyse de pratiques professionnelles en formation initiale des professeurs d'école* », Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome V, Actes du stage national de Rennes.

[6] BUTLEN D. et PEZARD M. (1997), « *Le rôle de l'écrit collectif dans la conceptualisation de notions mathématiques, interactions entre calcul mental et résolution de problèmes* », Rapport interne de Recherche IREM-INRP.

[7]CHARLOT B. ; BAUTIER E. ; ROCHEX J.Y. « *Ecole et savoir dans les banlieues ... et ailleurs* » A. Colin.

[8] CHARNAY R., DOUAIRE J., GUILLAUME JC., VALENTIN D. (1995) INRP, «*Chacun, tous, différemment ! Différenciation en mathématiques au cycle des apprentissages »*. Rencontres Pédagogiques n°34.

[9] CHAUVEAU G. (1982) « *L'insuccès scolaire. Le rôle des rapports sociaux et culturels »*, Psychologie scolaire n°39, p 21-39.

[10] CHEVALLARD Y. (1988) « *Notes sur l'échec scolaire »*, Publication de l'IREM de Marseille n°13.

[11] COPIRELEM « *Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté* », document d'accompagnement aux programmes officiels, Mathématiques, MEN, Direction des Ecoles, Sous Direction des Enseignements, Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome V, actes du stage national de Rennes.

[12] HOUDEBINE J. et JULO J. (1988) « *les élèves en difficulté dans le premier cycle de l'enseignement secondaire »*, Revue française de Pédagogie n°84, p 5-12 INRP Paris.

[13] MEIRIEU G, « *Apprendre oui, mais comment ? »*, Paris, ESF, 1987.

[14] MEIRIEU G, « *Faut-il se méfier de la différence ? »*, Réussir, n° 1, octobre 1987, p 9-12.

[15] MEIRIEU G, *« Emile, reviens vite ... Ils sont devenus fous »*, Paris, ESF, 1992.

[16]PELTIER M.L. and all « *Le nouvel Objectif Calcul* », CE1, CE2, CM1, CM2 , Hatier.

[17] PERRIN-GLORIAN M.J. « *Représentation des fractions et des nombres décimaux chez les élèves de CM2 et du collège* », Cahier de didactique des mathématiques n°24, IREM de Paris VII, université de Paris VII.

[18] PERRIN-GLORIAN M.J. « *Questions didactiques soulevées à partir d'un enseignement des mathématiques dans des classes faibles* » Recherches en didactique des mathématiques Vol. 13.1.2. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

[19] PERRIN-GLORIAN M.J. (1992) « *Aires et surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème* . Thèse de Doctorat d'état, Université de Paris VII.

[20] PERRIN-GLORIAN M.J. ; BUTLEN D. ; LAGRANGE M. (1991) « *Elèves en difficulté en classe de 6ème* ». Repères- IREM n°3, p 97-139. Ed Tropiques.

[21] PERRIN-GLORIAN M.J. « *Que nous apprennent les élèves en difficulté ?* », Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome V, actes du stage national de Rennes.

CONFÉRENCE DE JEAN-YVES ROCHEX : CES MALENTENDUS QUI CRÉENT DES DIFFÉRENCES

Nous n'avons pas réussi à obtenir le texte de cette conférence. Le conférencier a proposé aux personnes intéressées de se reporter à ses ouvrages :

[1] École et savoir dans les banlieues … et ailleurs, A. Colin, collection "Formation des enseignants", (1992), E. Bautier, B. Charlot, J. Y. Rochex.

[2] Le sens de l'expérience scolaire, P.U.F., 1995, J.Y. Rochex.

[3] Rapport au savoir et à l'école des nouveaux lycéens, L'année de la recherche des sciences de l'éducation, Paris, 1996, pages 185 - 212, E. Bautier, J.Y. Rochex.

[4] Les Z.E.P. entre école et société, Hachette, C.N.D.P., Paris, 1996, P. Bouveau, J.Y. Rochex.

[5] Apprendre : des malentendus qui font la différence, in La scolarisation de la France, Collection dirigée par J.P. Terrail, éditions La dispute, 1997, pages 105-116.

TABLE RONDE : FORMATION ET ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ

Cette table ronde s'est déroulée le jeudi 27 mars, donc en deuxième partie du stage et après la tenue des deux conférences (J-Y. Rochex lundi 24 et D. Barataud mardi 25).

Deux textes, envoyés préalablement aux stagiaires, permettaient de lancer les réflexions ; l'un de Denis Butlen sur les élèves en difficulté (voir texte d'accompagnement des programmes rédigé à l'occasion du précédent stage « *Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté* », in Actes du stage national de Rennes, tome V), l'autre de Marie-Hélène Salin sur les difficultés en mathématiques des élèves de 6ème - 5ème (cf. annexe).

Les échanges ont permis de dégager les questions suivantes (synthétisées par Jean-Claude Aubertin et François Boule) :

INDICATION : DIFFICULTÉS TEMPORAIRES OU DURABLES ?

- Quelle est la différence entre un enfant en difficulté, un enfant scolairement fragile, un enfant en échec ?
- Comment fabrique-t-on l'élève en difficulté à partir de l'élève qui rencontre des difficultés, et qui a la responsabilité de ce glissement (l'institution, l'enseignant, les contenus) ?
- On parle davantage aujourd'hui des enfants en difficulté qu'il y a dix ans ? Est-ce une baisse de niveau des enfants, ou des maîtres, ou de l'école ?

LES REMÈDES POSSIBLES : CYCLES, ÉTUDES DIRIGÉES, GESTION DE CLASSE

- Comment respecter l'esprit du travail par cycle et permettre à un enfant de rester plus longtemps dans un même cycle sans lui laisser le sentiment dévalorisant de redoubler ?
- En quoi 1/2 heure par jour d'étude dirigée peut constituer une remédiation pour les enfants en difficultés ? La pédagogie différenciée n'est-elle pas un leurre ?
- Les élèves en difficulté et l'aide de leurs pairs ? souhaitable ? possible, quelles limites ?
- Élève en difficultés et évaluation sommative : les mêmes évaluations pour tous ?
- Le rôle de la mémoire de classe dans les activités mathématiques. Les élèves en grande difficulté peuvent-ils vraiment s'approprier l'écrit final institutionnel de l'activité ?
- Cahier mémoire ? cahier ressource ? le cahier de qui : élève, classe, autre ?
- Quelle attitude volontariste et quelles idées peut-on avoir pour dépasser le stade du simple constat qu'un élève est en difficulté et chercher à mettre en place pour lui une pédagogie de la *réussite* ?

LA FORMATION DES MAÎTRES ET L'ARTICULATION DES RÔLES

- Quelles interventions mener auprès des professeurs d'école (en Formation Continue) pour qu'ils ne considèrent pas les élèves en difficulté en marge des situations d'apprentissage ?
- Quelle place donner en formation PE à l'observation des élèves en difficulté ?
- Comment articuler le travail du maître E et celui du maître de la classe sans que le maître E devienne un répétiteur ?
- Formation continue Maître E, ou formation AIS initiale, quelles priorités choisir pour cette formation ? Quelles entrées ?

Deux brèves contributions à certaines de ces questions suivent, l'une de Catherine Taveau et l'autre de Catherine Houdement (qui prépare à la lecture de la « Partie 2 » de cette brochure, centrée sur l'AIS), et une troisième de Denis Butlen, plus développée, sous forme d'article.

Titre	Contribution à la table ronde de Besançon.
Auteur	Catherine Taveau, IUFM de Livry-Gargan et IREM de Paris 7.
Date	Mars 1997.
Thème	Élève en difficulté.

ÉLÈVE EN DIFFICULTÉ ?

La représentation de ce qu'est un élève en difficulté pour l'enseignant est souvent beaucoup plus du côté comportemental que du côté des capacités intellectuelles. Les termes employés par les enseignants pour décrire un élève en difficultés seront plutôt : « n'apprend pas ses leçons, ne suit pas en classe, est agité ... » qu'une description de ses difficultés cognitives. Ceci est souvent lié au fait que l'enseignement proposé est essentiellement de l'ordre de la monstration, que la différenciation n'est pas ou peu prise en compte, que la gestion de la discipline prend une place considérable pendant les séances de classe. D'autre part, le temps d'apprentissage est souvent considérablement réduit et ne permet pas à une partie des enfants de se construire les connaissances demandées.

Ainsi il existe une frange non négligeable d'enfants qui n'y trouvent pas leur compte, et n'ont plus de bouées auxquelles ils puissent se raccrocher. La seule issue possible pour exprimer leurs difficultés est souvent l'indiscipline, voire même la violence, dans les collèges, qui se traduira par une exclusion petit à petit du système scolaire.

Bibliographie :

- Revue Éducation et Formation n°36 « Les élèves en difficulté au collège », novembre 1993 (très bonne analyse sur ce qui caractérise un élève en difficulté, étude faite dans le cadre des 6ème de consolidation)
- B.M. Barth « L'apprentissage de l'abstraction » Retz, 1987
- B.M. Barth « Le savoir en construction », Retz, 1993
- B. CHARLOT « École et savoir dans les banlieues et … ailleurs », Colin, 1992
- B. LAHIRE « Culture et échec scolaire »
- L. DEMAILLY « Le collège, crise, mythes et métiers » Presses Universitaires de Lille ,1991.

Titre	Contribution à la table ronde de Besançon.
Auteur	Catherine Houdement, IUFM et IREM de Rouen :
Date	Mars 1997.
Thème	Formation A.I.S.

FORMATION A.I.S

COMMENT ARTICULER LE TRAVAIL DU MAÎTRE E, ET CELUI DU MAÎTRE DE LA CLASSE ,

Le maître E doit participer aux évaluations qui permettent de pointer un élève comme relevant d'une rééducation E (ou G). il doit analyser, si possible avec le maître, les résultats de l'élève pour les confronter à ceux de la classe. il propose en accord avec le maître son projet pour l'élève, après avoir rencontré l'élève.

Le maître E est au courant du projet du maître de la classe, mais propose des activités indépendantes de celles du maître, à l'élève ou au groupe d'élèves en rééducation. Il s'assure de l'évolution des résultats en classe par le suivi des évaluations que le maître fait passer aux élèves.

Le maître E fait partie de l'équipe des maîtres de l'école.

FORMATION CONTINUE AIS OU FORMATION INITIALE AIS ?

Question réglée en partie par le *BO Hors Série n°3 du 8 mai 1997.*

Le CAPSAIS est ouvert à tout titulaire du diplôme d'instituteur ou de professeur d'école, ayant réussi trois modules : une épreuve écrite sur les connaissances du tronc commun de la formation spécialisée, la soutenance d'un mémoire professionnel suivi d'un entretien, une mise en situation professionnelle sur un poste correspondant à l'option choisie.

La formation est donc en alternance et dans le sens formation continue. On peut désormais, selon les textes, devenir enseignant spécialisé sans avoir enseigné dans une classe dite "ordinaire". Ainsi tout sortant de l'IUFM peut obtenir le CAPSAIS (théoriquement) l'année qui suit sa titularisation comme professeur des écoles.

Titre	Élèves en difficultés en mathématiques, un problème qui se pose dès l'école élémentaire !
Auteur	Denis BUTLEN, IUFM de Créteil, IREM de Paris 7.
Date	Février 1998.
Résumé	Il s'agit ici d'une **contribution** au débat engagé lors du stage de Besançon. Les réflexions qui suivent s'articulent autour d'éléments de réponses apportés aux questions soulevées lors d'une table ronde.
Mots clefs	Échec scolaire, élèves en difficulté, obstacles, erreurs, institutionnalisation, dévolution, mémoire, écrit collectif, évaluation.

ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ EN MATHÉMATIQUES, UN PROBLÈME QUI SE POSE DÈS L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE !

La richesse des questions soulevées lors de la table ronde organisée à l'occasion du stage de Besançon nous a permis de préciser certaines idées encore confuses dans notre esprit à propos de l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté à l'école élémentaire.

Cette contribution s'articule autour de quelques questions[1] dont certaines nous semblent fondamentales.

Après avoir mené certaines recherches sur les élèves en difficulté en mathématiques à l'école primaire comme en début de collège, nous avons essayé d'introduire cette dimension dans notre enseignement, en formation continue dans un premier temps puis en formation initiale.

Une première question nous a été posée. Elle nous a d'autant plus étonné que la réponse, sans doute naïvement, nous paraissait aller de soi.

1. EXISTE-T-IL DES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ À L'ÉCOLE PRIMAIRE ? CES DIFFICULTÉS PEUVENT-ELLES DÉTERMINER LEUR AVENIR SCOLAIRE ?

La réponse a toujours été, pour nous, positive !

Sans doute devons-nous cette conviction à notre passé d'élève d'une banlieue parisienne défavorisée[2].

Au delà de l'introspection, pouvons-nous apporter à cette question, des éléments de réponse plus rationnels ? Les expériences menées sur ce sujet ([6], [23]) nous le permettent en partie.

Comment interpréter l'échec de certains élèves, souvent durable, constaté en cours de sixième sans évoquer certaines difficultés, sans doute masquées en CM2, tout au moins latentes ?

Le changement de mode de travail, l'existence d'un professeur par discipline constituent un traumatisme "institutionnel" qui joue le rôle de révélateur. Nous assistons à une accumulation de

[1] Questions remarquablement synthétisées par J-C. Aubertin et F. Boule sous trois rubriques.

[2] Écoles primaires et CEG de Malakoff, banlieue ouvrière de la région parisienne, Hauts de Seine.

facteurs qui vont contribuer à l'échec de certains, cristalliser et précipiter l'échec d'autres élèves.

2. COMMENT RECONNAÎTRE UN ÉLÈVE EN DIFFICULTÉ ?

Nous pouvons donner deux séries de critères permettant de définir un élève en difficulté : l'une d'ordre statistique, l'autre d'ordre qualitatif.

a. Une définition statistique

Les évaluations nationales de début de CE2 et de sixième nous donne des éléments précieux de diagnostic.
Nous avons été amené à nous intéresser aux tests d'évaluation CE2 comme premier outil de diagnostic lors d'une expérience d'enseignement à des élèves en difficulté de CE2 [6].

Analysons, par exemple, les items réussis par plus de 80% des élèves lors des évaluations nationales de 1989 et 1990 (tableaux 1 et 2 en annexe 1).

Nous constatons que les items réussis à plus de 80% portent sur :

- *L'écriture des nombres à trois chiffres en lettres et en chiffres* : cependant cette écriture ne doit pas comporter trop "d'irrégularités", ainsi en 1990, quatre-vingt-sept et neuf cent soixante-dix sont plus mal réussis que trois cent quarante-deux et six cent sept.
- *Le rangement des nombres de deux et trois chiffres par ordre croissant*.
- *Le placement de nombres sur la droite numérique* (représentée conventionnellement sous forme d'une ligne droite).
- *La comparaison des nombres écrits sous formes additives ou soustractives simples* (notons toutefois que les erreurs sont plus importantes quand les écritures sont "trop proches", trop "semblables").
- *Les additions en ligne et sans retenue (87,1%) ou posées avec (77,4%, 79,2%) ou sans retenue (92,7%).*
- *La reconnaissance et la résolution d'un problème additif comportant deux données* (par contre un problème additif comportant trois données n'est réussi qu'à 74,6% en 1989).
- *La comparaison de bandelettes* en prenant en compte leur longueur.
- *Le tracé de dessins simples et conventionnels sur quadrillage, repérages simples sur quadrillage*. Il s'agit de tracer sur quadrillage une figure translatée ou compléter par symétrie une figure (ne comportant pas trop d'obliques, 1989), ou encore de décoder, sur quadrillage, un chemin.
- *La lecture d'un tableau à double entrée*.

Ces items correspondent aux contenus d'enseignement du CP, voire de début de CE1 pour la numération et l'addition.

Le fait d'évaluer des élèves sur des contenus enseignés un ou deux ans auparavant tient compte du temps nécessaire pour que des notions mathématiques soient acquises.

Ceci pourrait laisser entendre qu'un élève de début CE2 doit seulement avoir acquis les notions du programme de CP. La réalité est toutefois plus compliquée. La maîtrise des notions du CP suppose leur réinvestissement dans des contextes plus complexes : la connaissance du modèle additif par exemple, nécessite la reconnaissance de modèles non additifs, il en est de même pour les tris et sélections de données ...

L'analyse des résultats tant nationaux que locaux nous a amené à formuler la définition suivante : **un élève en difficulté générale en mathématiques, en début de CE2, est un élève qui n'a pas acquis certaines notions mathématiques importantes de fin CP, début CE1. C'est donc un élève qui échoue massivement aux items réussis à plus de 80% nationalement.**

Les évaluations de sixième nous permettent d'étendre cette définition au début du collège[1].

Un élève qui échoue à la majorité des items réussis par les ¾ de ses camarades présente des lacunes importantes qui constituent des handicaps très sérieux pour les apprentissages ultérieurs.

b. Une définition qualitative

Nous avons donné certaines caractéristiques permettant de cerner le profil d'un élève en difficulté en mathématiques dans le texte d'accompagnement des programmes rédigé à l'occasion du précédent stage (« *Deux exemples de*

[1] Les dernières évaluations nationales de sixième ne permettent plus un tel diagnostic car de nombreux items évaluent des apprentissages en cours ou des capacités susceptibles d'être développées en cours d'année plutôt que les acquis de l'école primaire.

situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté », in Actes du stage national de Rennes, [10]).

Il se caractérise par un manque de capitalisation se traduisant par une difficulté à mémoriser vocabulaire et propriétés, à retenir le cours. Ce manque se double d'un manque de fiabilité dans les connaissances anciennes et d'une absence de méthode.

L'élève en difficulté n'identifie pas les enjeux des situations didactiques, il ne manifeste pas de projet implicite d'apprentissage et de réinvestissement : en effet, pour bien bénéficier des phases d'institutionnalisation, un élève doit, dès la présentation du problème, penser celui-ci en terme d'apprentissage. Il doit anticiper sur les actions et les formulations. Nous avons constaté que l'élève de 6ème en difficulté est souvent incapable de cela et qu'il existe notamment un divorce entre les phases d'action et les phases d'institutionnalisation.

D'autre part, nous observons une usure rapide des situations proposées par l'enseignant liée à un manque d'investissement et à une lassitude très rapide de l'élève.

L'élève en difficulté recherche systématiquement des algorithmes ou des règles.
Il a du mal à changer de points de vue, de cadres.

À cela se rajoutent des difficultés d'expression, de langage, de lecture, une mauvaise représentation de soi, un refus fréquent du travail en groupe, un manque d'autonomie se traduisant par la recherche d'une relation privilégiée avec l'adulte enseignant.

Un élève en difficulté ne présente pas forcément tous ces caractères en même temps, mais on peut constater une aggravation due au temps et à l'accumulation des difficultés. On peut faire l'hypothèse qu'il existe des seuils, à savoir des stades à partir desquels il devient difficile pour un enseignant d'avoir une intervention efficace. Enfin, on ne peut parler d'un seul critère de difficulté mais plutôt de convergence de critères.

3. COMMENT EXPLIQUER CETTE TIMIDITÉ À EMPLOYER LE TERME D'ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE ?

Nous parlons ici évidemment d'élèves qui ne relèvent pas de l'éducation spécialisée.
Plusieurs explications sont envisageables qui font intervenir des éléments très différents.

L'évaluation du degré de gravité des difficultés rencontrées à l'école élémentaire est évidemment au centre du débat. L'utilisation du terme «élève scolairement fragile» a sans doute l'intérêt d'attirer l'attention des maîtres et de l'institution en général sur les réelles possibilités de remédier aux difficultés scolaires rencontrées à l'école élémentaire.

Les caractéristiques décrites dans le paragraphe précédent ne sont pas présentes chez tous les élèves de cet âge, certaines apparaissent et se développent plus tard.
Aucun élève n'est définitivement « irrécupérable » pour le système scolaire, à l'école primaire moins qu'ailleurs.

Ce constat encourageant ne doit toutefois pas nous faire ignorer l'existence de réelles difficultés d'apprentissage et leur importance pour l'avenir. On peut y remédier mais le "combat" contre l'échec scolaire n'est malheureusement pas gagné d'avance. De nombreux facteurs concourent à maintenir certains élèves, notamment d'origine socioprofessionnelle modeste dans cet état.

Nos expériences nous ont appris à relativiser l'impact d'une ingénierie. Il semble facile, "après coup", de remédier à certaines difficultés - nous ne savons pas toujours expliquer ce qui a contribué au succès - malheureusement ces cas restent encore trop souvent des cas individuels. Nous ne disposons pas encore de solution générale au problème ! Les recherches doivent se poursuivre ...

Un autre élément d'explication tient à la "timidité ambiante" : l'existence même de la structure AIS contribue à minorer l'importance des difficultés rencontrées par certains élèves de classes "courantes". La comparaison entre les élèves de ces différentes catégories peut amener à sous-estimer l'importance de certaines faiblesses, de certaines caractéristiques chez des enfants ne relevant pas de l'éducation spécialisée.

Enfin, nous sommes en présence d'une dérive due à une réaction de rejet, par ailleurs tout à fait légitime et à notre avis fondée, de la "théorie des dons". Cette dernière tendait à expliquer certains obstacles dans l'apprentissage scolaire à l'aide d'arguments d'ordre génétique. C'est évidemment une théorie dangereuse qu'il faut combattre. Mais cela ne signifie pas pour autant que des difficultés d'apprentissage très sérieuses ne peuvent apparaître avant dix ans !

De même, le rejet du caractère implacable du "handicap socioprofessionnel" ne doit pas nous faire sous-estimer les difficultés d'apprentissage qui peuvent découler d'un environnement culturel

pauvre (difficultés d'expression ou d'anticipation par exemple).
Cela nous amène à aborder une quatrième question.

4. ON PARLE DAVANTAGE AUJOURD'HUI DES ENFANTS EN DIFFICULTÉ QU'IL Y A DIX ANS ?

Il est difficile de dire si cette question est davantage d'actualité aujourd'hui.

Des facteurs économiques et sociaux interviennent certainement dans cette présentation :

- adapter davantage l'éducation à des contraintes économiques comme préparer par exemple le futur citoyen à changer de profession lors de sa vie professionnelle en développant une culture générale plus conséquente.
- répondre à des problèmes sociaux criants : violence à l'école ...
- lutter contre les inégalités sociales.
- prolonger la scolarité obligatoire au delà de 16 ans.

Il est toutefois certain que nous pouvons aujourd'hui aborder cette question de manière plus aisée. L'accumulation de résultats en didactique des mathématiques sur des « élèves et des classes standards » nous permet de traiter les difficultés d'apprentissage dans des conditions scientifiques plus satisfaisantes.
La question des élèves en difficulté peut devenir une question de recherche centrale grâce au travail effectué précédemment qui a permis de "déblayer" en partie « le terrain ».

Rappelons toutefois que cette question est traitée depuis plusieurs années par les chercheurs en didactique des mathématiques et que ces travaux portent en particulier sur l'école élémentaire et le début du collège [23].

5. COMMENT « FABRIQUE-T-ON » DES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ ?

Les travaux de Marie-Jeanne Perrin-Glorian ont permis de montrer comment peuvent s'aggraver les difficultés des élèves à travers l'existence de cercles vicieux dans lesquels sont pris les élèves comme les maîtres [23].

Comment l'enseignant répond-il aux contraintes liées à une classe comportant de nombreux élèves en difficulté ?

L'enseignant est souvent impliqué dans un cercle vicieux : celui de la simplification des situations et de la « négociation à la baisse » des consignes.

Face à un élève qui :

- ne projette pas en terme d'apprentissage l'activité proposée,
- n'arrive pas à prendre en compte tous les cadres intervenant dans une situation,
- ne réinvestit pas dans une situation où se conjuguent ancien et nouveau savoir (la situation étant trop vite usée),
- ne perçoit pas le problème dans sa globalité,
- manque de méthode pour assumer seul, la résolution globale du problème,
- recherche des règles simples lui permettant de fournir une réponse quelconque,

l'enseignant est amené à :

- simplifier le problème posé, souvent à la demande de l'élève ou bien par souci d'anticiper un risque d'échec (donc d'abandon),
- poser des questions intermédiaires dont la réponse ne demande pas une prise en charge du problème général,
- proposer des algorithmes simples de résolution, des règles ou des opérations,
- concentrer son discours sur l'apprentissage de résultats du cours ou de savoir-faire algorithmisés
- réduire les situations à des répétitions d'autres situations non menées à terme, ou à des activités algorithmisées.

On rentre alors dans un cercle vicieux qui va amener un appauvrissement des apprentissages et un renforcement des difficultés : l'élève se représente plus difficilement le problème, n'assume pas la responsabilité de la recherche, est réduit à un rôle d'exécutant ...

L'enseignant a, de plus, tendance à se limiter à un domaine, le plus souvent numérique, rendant ainsi encore plus difficile les changements de point de vue ; il juge alors plus sage « *de faire le moins de mélanges possibles pour ne pas compliquer davantage les choses.* ».

Un second cercle vicieux se constitue quand le maître essaie de répondre individuellement aux demandes de l'élève en difficulté, renforçant ainsi son besoin de rapport privilégié à l'adulte, impossible à satisfaire complètement dans le cadre d'un enseignement essentiellement collectif.

Nous ne voulons pas imputer au seul corps enseignant l'origine et le développement de l'échec scolaire. Le problème est bien plus complexe et fait intervenir d'autres facteurs, en particulier sociaux, économiques et culturels. Nous ne faisons que décrire un type de fonctionnement qui contribue à son développement. L'enseignant est tout aussi prisonnier que l'élève de cet état de fait.

Cela nous amène d'ailleurs à évoquer certains éléments de réponses apportées à la question des difficultés.

6. LES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ ET L'ÉVALUATION

Ce problème nous semble très difficile à traiter. En effet, nous avons constaté chez les élèves en difficulté une attitude très ambiguë par rapport à l'évaluation. Les élèves de sixième ne s'investissaient pas dans des activités "gratuites", non notées, refusaient même de travailler en dehors d'une évaluation sommative. Mais cette évaluation, les notes obtenues étant très faibles, décourageait l'élève et l'amenait là encore à ne pas perdurer dans ses efforts. Les tentatives que nous avons effectuées, dans d'autres classes, pour instaurer un double système de notation (évaluation classique, notes de « contrat » prenant en compte les progrès et l'investissement individuel de l'élève) nous laissent entrevoir quelques pistes. La négociation de cette double notation est très difficile car elle s'oppose aux habitudes scolaires des élèves et de l'institution ; elle nécessite du temps, pour le moins plusieurs mois. Elle est d'autant plus difficile que les représentations sur l'école des élèves sont stabilisées. Les élèves de CE2 avec lesquels nous avons travaillé, plus jeunes, acceptaient davantage de rentrer dans un autre type d'évaluation et de travail.

Nous pensons que cette question doit être traitée suffisamment tôt si l'on veut obtenir un changement de point de vue.

7 . LE RÔLE DE L'ÉCRIT DANS LES APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES, APPROPRIATION INDIVIDUELLE ET COLLECTIVE.

Nous essayons, dans ce paragraphe, de répondre à plusieurs questions portant sur l'appropriation, par des élèves en difficulté, des textes élaborées collectivement par la classe lors des séances de « mémoire collective » décrites dans le texte d'accompagnement des programmes rédigé par la COPIRELEM [10].

Rappelons la situation : tous les quinze jours, deux élèves, désignés par le maître, doivent rédiger un texte de 5 à 10 lignes résumant « tout ce qui a été appris d'important en mathématiques » durant la quinzaine. Ce texte est soumis au débat ; la classe peut l'amender. Quand il est adopté par l'ensemble des élèves, il constitue une part de la mémoire collective du groupe, chaque élève pouvant le consulter dans le cahier de la classe.

Nous proposons cette situation, construite et expérimentée lors d'une recherche sur l'enseignement des mathématiques à des élèves de CE2 en difficulté (D. Butlen et M. Pezard 1992 [6]) car nous pensons qu'elle constitue un bon exemple de situation permettant de changer le rapport au savoir des élèves.

Nous nous appuyons sur certains travaux concernant les notions de rapport au savoir, des liens entre rapport au savoir et langage, entre rapport au savoir et langage écrit notamment. Nous prenons en compte également certains travaux concernant la présence d'éléments de type "méta" dans l'enseignement des mathématiques, notamment ceux des didacticiens.

Rapport au savoir et processus liés à la construction des savoirs

Des travaux de E. Bautier, B. Charlot et J.Y. Rochex ([1], [2], et [13]), nous retenons, pour notre étude, la notion de rapport au savoir dans l'école, notamment la distinction faite entre rapport identitaire et rapport épistémique.

Le rapport identitaire est lié à ce que la personne fait ou pense faire des savoirs, il est le plus souvent lié à l'expérience et aux situations dans lesquelles il fait sens. Pour une personne qui se situe prioritairement dans ce type de rapport, le savoir *sert à quelque chose*, est considéré d'un point de vue utilitaire.

Le rapport épistémique au savoir se construit dans des questions telles que : « *savoir, c'est quoi ?* » ou « *apprendre, c'est faire quoi ?* ». Il est lié à la construction du savoir comme objet, indépendamment de l'utilité qu'il peut avoir dans la vie.

Ces deux rapports sont donc complètement différents. E. Bautier dans [2], précise : « *les deux types de rapport au savoir peuvent coexister ; cependant si tout le monde a un rapport identitaire au savoir, le rapport épistémique ne semble pas toujours présent, mobilisé, tandis que le rapport identitaire au savoir n'a pas l'air de suffire pour permettre à un élève d'être en réussite scolaire.* »

D'après ces auteurs, l'école suppose que les élèves ont déjà construit un rapport épistémique au savoir alors que les enseignants ont souvent un discours plus proche du rapport identitaire. Cette ambiguïté fait que la tâche des élèves n'est pas facilitée, notamment pour les élèves en difficulté. En effet, ceux-ci vivent l'école sur le mode du "métier d'élève". Dans [2], E. Bautier définit le métier d'élève ainsi : « *l'expression "métier d'élève" décrit les élèves qui s'attache aux conditions du travail scolaire, à la face visible de l'activité et non pas au travail scolaire lui-même ou à l'activité intellectuelle* ». Pour ces élèves, il y a alors confusion entre les conditions du travail et le travail lui-même.

Cela amène les auteurs à distinguer des processus qui sous-tendent la construction des savoirs : **processus d'imbrication, d'objectivation et de distanciation.**

Dans [2], E. Bautier définit <u>le processus d'imbrication</u> ainsi : « *le savoir est lié à la situation dans laquelle il est appris, le savoir n'a de sens que s'il permet de résoudre les questions qui se posent dans l'ici-maintenant d'une situation* ». De plus, c'est davantage un rapport à l'apprentissage qu'un rapport au savoir [13], le « Je » est imbriqué dans la situation d'apprentissage. En particulier, pour les élèves en difficulté : « *apprendre, c'est être actif en situation et non pas s'approprier un objet de savoir* » [13].

<u>Le processus d'objectivation-dénomination</u> « *pose le savoir comme objet, dans l'oubli des situations et des activités à travers lesquelles cet objet a été constitué* ». Il y a rupture entre le savoir et la situation vécue par le « Je ». « *Le savoir existe en lui-même comme objet de savoir* » [13]. « *En se désimbriquant de la situation, en s'en distanciant, le "Je", tout à la fois, objective le savoir et "s'objective" lui-même comme sujet distinct de ce dont il parle. (...). Un tel processus n'est possible que par et dans le langage , qui seul, permet de donner statut d'objet au savoir.* » [13]. C'est donc la possibilité de nommer un savoir qui lui donne le statut d'objet.

<u>Le processus de distanciation-régulation</u> « *est une prise de distance vis à vis de soi-même , des "gens", de "la vie", sans que soit pour autant posé un objet de savoir spécifique. (...). La distanciation produit de la régulation et du sens* », apprendre c'est alors réfléchir et s'éduquer.

Pour nous, ces notions renvoient, en particulier celle d'objectivation, aux notions de dépersonnalisation et de décontextualisation.

Rapport au savoir et langage écrit.

Dans [2], E. BAUTIER reprend les oppositions travaillées par B. LAHIRE [20] entre "être dans l'écrit" ou "être dans l'oral", entre "avoir un rapport écrit au monde" et "avoir un rapport oral au monde". « *On pourrait dire que les élèves qui privilégient leur rapport identitaire au savoir sont aussi ceux qui sont le plus souvent dans un rapport oral au monde. Le rapport épistémique se construit plus facilement dans l'écrit. (...) . Pour apprendre, il faut être dans un rapport écrit au monde* »

L'auteur décrit deux types de bilans de savoir obtenus chez des élèves de collège. L'un est constitué d'une liste où l'élève décrit au plus près des savoirs variés mais ne modifie rien ; l'autre consiste en un texte réflexif sur ce que sont les savoirs, sur ce que signifie apprendre. Ces deux types de textes ne renvoient pas au même rapport au monde. La liste correspond à un rapport oral au savoir. Les élèves qui écrivent un texte réflexif produisent quelque chose qui n'existe pas en dehors de cette activité. « *C'est la caractéristique fondamentale de l'écrit que sa capacité à produire de la connaissance, un objet qui n'a d'existence que dans l'écriture.* » L'auteur pense que pour apprendre à l'école, un rapport écrit au monde est plus favorable et peut-être même nécessaire ; « *Il est nécessaire de penser que le savoir, c'est quelque chose qui peut se construire indépendamment des référents du monde réel, de l'expérience ...* ».

Nous pouvons effectivement dire que les objets mathématiques se construisent dans l'écrit. Il est vrai, par exemple, qu'une démonstration mathématique existe essentiellement dans son écriture et que les objets mathématiques ont un sens et un intérêt en eux-mêmes.

Nous nous inscrivons, pour une part, dans ce cadre. Reprenant l'idée que l'école présuppose un rapport épistémique au savoir et qu'un tel rapport est nécessaire à la réussite scolaire, nous nous proposons de mettre en place un dispositif d'enseignement qui devrait contribuer à la construction par les élèves d'un rapport de ce type. Il nous semble en effet important de développer des pratiques enseignantes qui permettent à l'élève d'objectiver les savoirs fréquentés et de donner du sens aux disciplines et savoirs scolaires au delà de l'action, au delà du local.

Notre ingénierie comportait un type de situation ayant pour but d'amener les élèves à répondre à la question : « *qu'est-ce que j'ai appris ?* ». En y répondant, l'élève devrait se positionner comme sujet en train d'apprendre et être amené à prendre une certaine distance par rapport au contexte de cet apprentissage.

De même, nous appuyant sur l'idée qu'un rapport épistémique se construit à travers l'écrit, nous demandons aux élèves de produire un texte écrit et collectif qui fera le bilan des savoirs fréquentés durant une certaine période.

Les travaux sur un enseignement métamathématique

Nous nous appuyons dans cette recherche sur les résultats de travaux portant sur un enseignement métamathématique, en particulier ceux de A. Robert et J. Robinet [26], de M.J. Perrin [23], D. Butlen et M. Pezard [6], de Boéro [4], de I. Tenaud [31], de M. Legrand [21].

Nous entendons par enseignement métamathématique, un enseignement faisant intervenir explicitement un enseignement de méthodes et d'éléments d'histoire des mathématiques mais aussi un enseignement apportant des éléments de réponses à certaines questions du type : « *comment apprend-on les mathématiques ?* » ; « *A quoi servent les mathématiques ?* » ...

De ces travaux, il ressort que des éléments métamathématiques, intervenant comme "ingrédients de choix" dans les situations, peuvent contribuer à l'apprentissage sous plusieurs conditions. Ils doivent être transmis au bon moment et surtout, des activités mathématiques adéquates doivent être proposées aux élèves leur permettant de les utiliser.

L'intervention d'éléments métamathématiques dans l'enseignement devrait permettre « *de rectifier, ou pour le moins d'enrichir les représentations des élèves sur les mathématiques, sur l'activité mathématique, sur l'apprentissage des mathématiques, ...* » (A. Robert, J. Robinet [27]).

Cette intervention ne vise pas à « *restituer un comportement expert* » (de la part des élèves), elle vise plutôt « *à faire apprendre à un plus grand nombre d'élèves des mathématiques, à rendre opérationnelles les connaissances enseignées ...* » [27].

Nous ne sous-estimons pas les difficultés liées à la mise en place de cette situation. Leur dépassement nécessite de changer les habitudes de travail des élèves. Cela prend du temps, plusieurs mois. L'investissement de chaque élève peut être différent, l'appropriation des textes est inégale et diversifiée. En particulier, certains élèves bénéficient de l'élaboration collective, de la prise de distance qui l'accompagne sans pour autant consulter les textes en dehors de ces séances. Par contre, d'autres ressentent le besoin de les consulter, par exemple avant des contrôles ou lors de la résolution individuelle d'exercices. Les études dirigées pourraient être un moment privilégié pour approfondir et diversifier ce travail. Cela pourrait être, par exemple, l'occasion de personnaliser ces textes collectifs par une nouvelle rédaction individuelle. Ces aller-retour entre rédaction individuelle et rédaction collective contribueraient à l'appropriation personnelle de chacun mais aussi à la nécessaire prise de distance collective indispensable à la décontextualisation des savoirs mis en jeu.

Nous menons actuellement une recherche (D. Butlen, M. Pezard, 1997, « *Rapport de recherche intermédiaire* », IUFM de Créteil) visant à préciser ces éléments.

En particulier, nous continuons à tester différentes modalités selon l'âge des élèves concernés : cahier collectif, cahiers individuels ...

8. FORMATION INITIALE ET FORMATION CONTINUE

La mise en place, la gestion de situations adaptées aux difficultés des élèves, s'appuyant sur des diagnostics dépassant le bon sens professionnel, nécessitent une formation spécifique initiale et continue. Cette formation doit s'articuler autour d'observations d'élèves en difficultés (entretien individuel ou par petit groupe).

Nous décrivons dans deux articles des scénarios de stage de formation continue portant sur un enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté [10] (D. Butlen, « *Enseigner les mathématiques à des élèves en difficulté : une intervention en formation continue des professeurs d'école* », Rennes 1997) ou sur la pédagogie différenciée [11] (D. Butlen et P. Masselot, «*Une approche didactique de la question de la "pédagogie différenciée" en formation continue des professeurs d'école : un scénario de stage* », Besançon 1998).

BIBLIOGRAPHIE

[1] BAUTIER E. (1995) "Pratiques langagières, pratiques sociales. De la sociolinguistique à la sociologie du langage", l'Harmattan

[2] BAUTIER E. (1996) "Les élèves et le rapport au savoir", conférence in *"documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques", Actes du stage d'Angers de la COPIRELEM*, tome 4, IREM Paris VII

[3] BAUTIER E., ROBERT A. (1988) "Réflexions sur le rôle des représentations métacognitives dans l'apprentissage des mathématiques", *Revue Française de Pédagogie* n°84, pages 13-19, INRP Paris

[4] BOÉRO P. (1989) "Mathematical literacy for all experiences and problems" Proceedings of PME XIII

[5] BRIAND J. (1993) "L'énumération dans le mesurage des collections. Un dysfonctionnement dans la transposition didactique", Doctorat de Didactique des mathématiques, Université de Bordeaux 1

[6] BUTLEN D. et PEZARD M. (1992) "Une expérience d'enseignement des mathématiques à des élèves de CE2 en difficulté", cahier de DIDIREM n°13, IREM de Paris VII, Université de Paris VII.

[7] BUTLEN D. et PEZARD M. (1992) "Calcul mental et résolutions de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du CP au CM2 in *"Recherches en Didactique des Mathématiques"*, Vol 12-2-3, La pensée sauvage, Grenoble

[8] BUTLEN D. et PEZARD M. (1996) " Rapports entre habileté calculatoire et prise de sens dans la résolution de problèmes numériques, étude d'un exemple : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur les procédures et performances des élèves de l'école élémentaire", cahier de DIDIREM n°27, IREM de Paris VII, Université de Paris VII.

[9] COPIRELEM, Actes du stage national d'Angers organisé par la COPIRELEM - mars 1995 - "Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques" - tome 4 - IREM de Paris VII .

[10] COPIRELEM Actes du stage national de Rennes organisé par la COPIRELEM - mars 1996 - "Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques" - tome 5 - IREM de Paris VII .

[11] COPIRELEM Actes du stage national de Besançon organisé par la COPIRELEM - mars 1997 - "Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques" - tome 6 - IREM de Paris VII .

[12] BROUSSEAU G. et CENTENO J. (1992), Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, *Recherches en didactique des mathématiques, Vol 11/2.3*, La pensée sauvage, Grenoble

[13] CHARLOT B., BAUTIER E. et ROCHEX J.Y. (1992) "École et savoir dans les banlieues ... et ailleurs" Armand Colin

[14] CONNE F. (1993) " Savoirs et connaissances " *Recherche en Didactique des Mathématiques* , Vol. 13, La pensée sauvage, Grenoble

[15] FAYOL M. (1990) "L'enfant et le nombre". Delachaux et Niestlé

[16] FAYOL M. HABDI H. et GOMBERT J.E. (1987) "Arithmetic Problems Formulation and Working Memorie Load" Laboratoire de Psychologie Université de Bourgogne - Dijon.

[17] FISCHER J.P. (1987) "L'automatisation des calculs élémentaires à l'école", *Revue Française de Pédagogie* n°80

[18] JULO J. (1995) "Représentations des problèmes et réussite en mathématiques", *Presses Universitaires de Rennes*

[19] LABORDE C. (1982) "Langue naturelle et écriture symbolique", Thèse de Doctorat d'état, Université de Grenoble

[20] LAHIRE B. (1993) "Culture écrite et inégalités scolaires" Presses Universitaires de Lyon

[21] LEGRAND M. (1991) "Circuit ou les règles du débat mathématique", in "Enseigner les mathématiques autrement en DEUG A, première année, Commission inter-IREM Université, IREM de Lyon.

[22] LEGRAND M. (1990) "Un exemple de discours sur les mathématiques et leur apprentissage", in "Enseigner les mathématiques autrement en DEUG A, première année, Commission inter-IREM Université, IREM de Lyon.

[23] PERRIN-GLORIAN M.J. (1992) "Aires et surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème" Thèse de Doctorat d'état, Université de Paris VII

[24] RICHARD J.F. (1982) "Mémoire et résolution de problèmes", *Revue Française de Pédagogie* n° 60.

[25] ROBERT A., TENAUD I. (1989) "Une expérience d'enseignement de la géométrie en terminale C, *Recherches en Didactique des Mathématiques* n° 9.1, p. 31-70, *La Pensée Sauvage*, Grenoble

[26] ROBERT A. et ROBINET J. (1992) "Représentations des enseignants et des élèves" *Repères-IREM* n°7; Éditions Tropiques

[27] ROBERT A. et ROBINET J. (1993) "Prise en compte du méta en didactique des mathématiques", *Cahier de DIDIREM n° 21*, IREM Paris VII

[28] ROCHEX J. Y. (1997) "L'oeuvre de Vygotski : fondements pour une psychologie historico-culturelle", Note de synthèse, *Revue Française de Pédagogie"* n°120, p. 105-147

[29] ROUCHIER A. (1991) "Étude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaire : proportionnalité, structures itéro-récursives, institutionnalisation", thèse de Doctorat d'état, université d'Orléans

[30] SENSEVY G. (1994) "Institutions didactiques, Régulation, Autonomie. Une étude des Fractions au Cours Moyen" Thèse de Doctorat, Université de Provence

[31] TENAUD I. (1991) "Une expérience d'enseignement de la géométrie en terminale C : enseignement de méthodes et travail en petits groupes", Thèse de Doctorat de l'Université de Paris VII

[32] VERGNAUD G. (1981) "L'enfant, la mathématique et la réalité". Éditions Peter Lang

[33] VYGOTSKI L. S. (1985) "Pensée et langage", Éditions sociales

ANNEXE 1

Tableau 1 : items de l'évaluation nationale d'octobre 1989, réussis à plus de 80% (d'après le Ministère de l'Éducation Nationale, Éducation et formations, évaluation CE2 - 6ème)

N.B. : nous avons retranscrit dans ces tableaux tous les items réussis à plus de 70%, les items réussis dans un pourcentage compris entre 70% et 80% sont écrits en italique.

Exercice	Objectif	Activité	item	%
1	Transcrire en lettres des nombres écrits en chiffres et inversement	Transcrire quatre-vingt-quinze Transcrire cinq cent vingt-huit Transcrire 609 Transcrire trois cent quatre	1 2 3 4	86,9% 89,8% 86,5% 91,6%
2	Ranger des nombres	Ranger 78, 89, 56 et 65 du plus petit au plus grand Ranger 876, 867, 856 et 865 du plus petit au plus grand	5 6	95% 88,8%
4	Comparer des nombres écrits sous des formes diverses	Mettre le signe qui convient : > < = 500 + 60 + 5 ... 565 572 + 84 + ... 572 + 118 28 - 14 ... 38 - 14	8 10 11	94,1% 87,3% 84,8%
7	Savoir faire les trois opérations (+, -, x) posées ou en ligne	Effectuer une opération : . addition en ligne 428 + 231 *. 694 + 78 (posée)*	15 *18*	87,1% *77,4%*
10	*Résoudre des situations à une opération*	*trouver le nombre d'élèves dans trois écoles (additif)*	*27*	*74,6%*
14	Ranger des longueurs	Classer cinq bandes de la plus courte à la plus longue	34	85,4%
16	Savoir se repérer et se déplacer sur quadrillage	Tracer, sur un quadrillage, un chemin en respectant un message codé	36	81,1%
20	Achever un tracé	Compléter une figure en observant le modèle	42	83,9%
21	Compléter par symétrie	Tracer le symétrique d'une figure par rapport à une droite	43	81,8%
30	Lire un tableau à double entrée	A partir du tableau de présence au restaurant scolaire, repérer trois informations : . information 1 . information 2 . information 3	53 54 55	92,2% 89,8% 87,3%
31	Placer des nombres dans un tableau	Placer dans un tableau trois distances séparant des villes	56	83%

Tableau 2 : items de l'évaluation nationale d'octobre 1990, réussis à plus de 80% (d'après le Ministère de l'Éducation Nationale, Éducation et formations, évaluation CE2 - 6ème)

Exercice	Objectif	Activité	item	%
3	Construire ou reproduire une figure simple sur quadrillage	Tracer le translaté d'un dessin sur un quadrillage	3	87,3%
5	*Compléter, par pliage (symétrie) une figure dessinée sur quadrillage*	*Reproduire, de l'autre côté de l'axe de symétrie, un dessin représenté sur un quadrillage*	*5*	*73,3%*
6	*Décrire une figure afin qu'un camarade puisse la reproduire*	*Choisir, parmi trois messages, celui qui a permis de réaliser un dessin*	*6*	*76,7%*
10	*Lire l'heure*	*à une heure donnée, associer le bon cadran parmi trois*	*12*	*78,2%*
15	*Utiliser le calendrier*	*Repérer deux informations dans une partie du calendrier de 1990 :* *. trouver la date correspondant au dernier mercredi du mois de septembre* *. quel est le jour correspondant au 6 octobre ?*	*20* *21*	*73,4%* *78,2%*
18	Effectuer les trois opérations (+, -, x), posées	Effectuer des opérations posées . addition sans retenue : 543 + 32 . addition avec retenue : 283 + 497	26 29	92,7% 79,2%
20	Calculer mentalement	Effectuer mentalement l'opération suivante : . 24 + 7	37	80,6%
21	Transcrire en lettres des nombres écrits en chiffres et inversement	Transcrire en lettres deux nombres écrits en chiffres . 342 *. 970* et transcrire en chiffres deux nombres écrits en lettres . six cent sept *. quatre-vingt-sept*	41 *44* 42 *43*	81,3% *73,6%* 91% *74,2%*
22	Ranger des nombres	Ranger cinq nombres ayant un, deux, ou trois chiffres, du plus petit au plus grand. Ranger cinq nombres compris entre 400 et 500	45 46	91,2% 85,3%
23	Placer des nombres sur la ligne des nombres	ranger une série de trois nombres sur la ligne des nombres présentée "*de façon habituelle*"	48	84,6%
24	Comparer des nombres sous formes diverses	Comparer des écritures numériques présentées sous formes différentes *. 900 + 60 + 16 ... 900 + 70 + 16* *. 348 + 57 ... 210 + 348* . 47 - 12 ...37 - 12	*49* *51* 52	*76,3%* *76,5%* 79,6%

26	Lire un tableau à double entrée	A partir d'un tableau à double entrée, identifier trois données : . une case . une modalité en ligne . une modalité en colonne	 55 56 57	 86,2% 83,8% 82,2%
28	Exploiter un document brut	Repérer quatre villes à partir des températures sur une carte météorologique . Donner le nom de la ville où il fait le plus chaud *. Donner le nom de la ville où il fait le moins chaud* *. Donner le nom <u>des</u> villes où l'on a relevé 27 (deux réponses)*	 59 *60* *61*	 81,4% *74,6%* *78,7%*
29	Résoudre un problème à une opération	Résoudre un problème additif	62	82,5%
31	Faire un choix raisonné entre plusieurs réponses à une même question et formuler la justification	A partir de l'extrait d'un catalogue de jouets, additionner mentalement deux nombres et situer le résultat par rapport à un nombre donné.	72	90,6%

ANNEXE

Titre	Les champs à explorer.
Auteur	Marie-Hélène Salin, IUFM d'Aquitaine, LADIST et IREM de Bordeaux
Date	1992
Thème	Exposé constituant l'introduction d'un stage P.N.F. de la Direction des Lycées et Collèges, destiné à des formateurs du second degré.
Résumé	En dépit des différences entre le premier et le second degrés, il nous a paru intéressant de vous le communiquer, comme témoignage d'un certain type d'approche.
Mots clefs	Élèves en difficultés, formation des enseignants, erreur, échec, mathématiques, système didactique

Stage « Comment conduire une action de formation destinée aux enseignants de mathématiques de 6ème-5ème dont les élèves rencontrent des difficultés ? »

LES CHAMPS À EXPLORER

Il s'agit de situer les domaines sur lesquels peut porter la formation et de préciser les axes que nous avons choisis pour le stage. Le plan proposé permettra de baliser les questions : Il correspond à ma pratique de formatrice m'adressant à des personnels[1] qui sont directement en relation avec des élèves en difficulté. Je ne vais pas développer chacun des points qui sont ici mais simplement en visiter un certain nombre et après, à la fin de mon exposé qui sera assez court, nous vous dirons sur quel domaine plus particulier nous avons prévu de travailler dans la semaine.

I. CONDUIRE LES ENSEIGNANTS À RÉFLÉCHIR ET À CONFRONTER LEURS POINTS DE VUE SUR LES DIFFICULTÉS QUE RENCONTRENT LEURS ÉLÈVES

Il me semble que, quand on veut travailler en formation, avec les enseignants qui sont face à des enfants en difficulté, il faut commencer par explorer avec eux leurs représentations de ces difficultés. Une base de réflexion peut être fournie par les questions suivantes :

- Quelles sont les manifestations de ces difficultés ?
- Quelles en sont, selon eux, les causes ?

[1] Ceux de l'AIS, prenant en charge les élèves très en difficulté à l'école primaire ou au collège.

Pourquoi faire cela ? Il me semble que c'est pour faire apparaître toute la complexité des problèmes et le fait qu'il ne faut pas qu'ils s'attendent, en formation, à recevoir des réponses toutes faites, toutes élaborées, et à croire qu'il existe quelque part des solutions qui leur permettront de surmonter facilement leurs problèmes. Je crois que c'est bon qu'ils se rendent compte que, déjà sur ces deux questions, il n'y a pas de consensus entre eux : Ce qui est cause pour l'un est manifestation pour l'autre, et réciproquement. On voit bien qu'on est, dans ce domaine, à des années-lumière de la médecine. Actuellement, en médecine, on est arrivé à un moment où on ne confond pas les symptômes et les causes d'une maladie. En ce qui concerne les phénomènes d'enseignement, on en est encore à un moment où l'on n'est pas capable de distinguer convenablement les deux. Par exemple, le manque de motivation : c'est quelque chose que les professeurs proposent couramment comme étant, soit une manifestation de l'échec, soit une cause de l'échec. Il est vrai d'ailleurs qu'il n'est pas évident de savoir à quelle catégorie le rattacher.

Les positions idéologiques, sur ces sujets, sont très tranchées. Par exemple, il y a des gens qui attribuent les échecs, (et au niveau de l'enseignement secondaire, on sait qu'ils sont majoritaires chez les professeurs) au manque de travail des élèves. Et puis, vous avez d'autres personnes, pour qui l'échec est lié à ce que l'on nous demande d'enseigner (les programmes sont tellement "lourds", tellement "débiles", les classes sont tellement surchargées, etc. ...). Il faut se méfier avant de s'engager sur ces terrains en tant que formateur, parce qu'on n'est pas sûr d'avoir des réponses appuyées sur des connaissances scientifiques réelles.

Autre intérêt de ce travail sur manifestations et causes, c'est qu'il permet aux enseignants d'exprimer leurs représentations de ce que sont les mathématiques pour eux et de la façon dont les enfants les apprennent. Là dessus aussi, la diversité est très grande.

Sur ces différents thèmes il y a des recherches d'approfondissement qui sont faites. Par exemple sur les représentations des enseignants, il y a tout un travail qui est fait par l'IREM de Paris 7, dont on pourra vous citer des articles (on ne développera pas cela, mais on vous indiquera où vous pourrez trouver les informations).

Cette confrontation n'est fructueuse pour les enseignants que si c'est l'occasion, pour le formateur, d'apporter des clarifications et d'aider les gens à prendre conscience, d'une part de la complexité des problèmes, et d'autre part d'avoir une certaine écoute pour des informations qui ne vont pas être directement des recettes. C'est à dire qu'on ne peut espérer aider les gens, il me semble, si on n'arrive pas, par des moyens qui ne sont pas toujours faciles à mettre en oeuvre, à ce qu'ils soient d'accord pour prendre du recul par rapport à leurs propres problèmes. C'est vrai que, réfléchir à la représentation que l'on a des mathématiques peut sembler assez éloigné des problèmes concrets que l'on rencontre, mais ça me paraît être quelque chose de fondamental, si on veut pouvoir vraiment travailler sur les problèmes des élèves en difficulté, de se poser la question « comment moi-même, suis-je impliqué là dedans ? » Il faut bien voir que ce domaine des représentations est encore mal connu et est l'objet de débats passionnés.

II. QUELQUES EXEMPLES DE CLARIFICATION À APPORTER.

A. Sur les manifestations

1. Différencier ce qui relève des résultats et ce qui relève des comportements

Quand on pose la question des manifestations des difficultés à des enseignants, on obtient des réponses portant sur les résultats et d'autres sur des comportements. La question est volontairement floue ("manifestation" : qu'est-ce que cela veut dire ?), elle permet de faire émerger les deux aspects :

* celui des résultats, qui conduit à s'interroger sur : « à partir de quand peut-on dire qu'un élève est en difficulté ?, à partir de quand, qu'il est en échec ? » (difficulté étant d'ailleurs très souvent mis à la place d'échec pour atténuer l'aspect négatif de ce mot) ;
* celui des comportements qui permet d'embrayer un travail sur certaines caractéristiques du rapport des élèves aux mathématiques.

2. Travailler sur les rapports entre difficultés, erreur et échecs.

Chez beaucoup d'enseignants, l'articulation qui existe entre les erreurs et les échecs n'est pas très claire. J'essaye, avec eux, de réfléchir là-dessus et, par exemple, de leur demander quelles sont les définitions des termes "erreur" et "échec", et comment on passe de l'un à l'autre ?

Dans le dictionnaire, le mot "erreur" est opposé à "vérité" (l'erreur est une opinion, un jugement contraire à la vérité), alors que "échec" est opposé à "succès" (le succès est un heureux résultat). Rappeler que "échec" c'est l'opposé de "succès", et qu'en fait ce terme, dans son sens premier, correspond à quelque chose de ponctuel et non pas à quelque chose de nécessairement négatif pour l'individu, c'est déjà un travail à faire, il me semble.

Il y a donc à différencier deux types d'échec :

- l'échec ponctuel qui correspond au fait qu'on n'a pas atteint son but dans telle circonstance. Il doit être vécu comme un événement ordinaire à condition que demeure le désir de réussir. C'est ainsi que fonctionnent beaucoup d'apprentissages (le vélo par exemple).
- "l'état d'échec", dans lequel se trouve la personne qui n'arrive pas à surmonter des échecs ponctuels successifs.

Ensuite, quel rapport peut-on établir entre échec et erreur ?

On dit qu'il y a échec lorsque le résultat d'une action n'atteint pas le but fixé. Par exemple, un enfant de trois ans projette de faire une tour de cubes très haute. Il n'arrive pas à la faire aussi haute que ce qu'il voudrait, elle s'effondre sitôt qu'il essaie de mettre un cinquième cube. Pour lui, il y a un échec de son action, il n'a pas atteint le but qu'il s'était fixé. Pour celui qui le regarde, (par exemple l'adulte), il y a, bien sûr, un échec de l'enfant, il y a, en plus, possibilité d'analyser cet échec en terme d'erreurs parce que l'adulte possède des connaissances, un modèle de la situation, qui lui permet de se dire que l'enfant n'a pas bien maîtrisé la superposition des cubes, et de prévoir que la tour va s'effondrer. Pour l'enfant est-ce qu'il y a une erreur ? Pas nécessairement, si l'enfant ne dispose pas des connaissances qui lui permettent d'analyser ce qui s'est passé, il n'y a pas d'erreur, il y a seulement un échec. Au cours de son apprentissage, peu à peu l'enfant va devenir capable de relier l'échec au non respect d'un certain nombre de contraintes, d'en tenir compte dans ses projets (mais pas forcément de l'expliciter).

Il y a ainsi différentes étapes dans l'acquisition des connaissances, celle à partir de laquelle on devient capable d'interpréter son échec en terme d'erreurs en est une essentielle.

Il y a un travail à faire sur ce sujet avec les enseignants qui ont des élèves en difficulté : Nous y reviendrons par la suite.

3. Différencier échec global et échec électif.

L'échec global, c'est l'échec dans toutes les disciplines.

L'échec électif, c'est l'échec, en mathématiques, de bons élèves dans d'autres disciplines.

On peut se poser la question : Est-ce que la façon d'échouer, des élèves en échec global est la même que celle de ceux en échec électif ? Si oui, peut-on traiter, de la même manière ces deux types d'échec ?

B. Sur les causes

1. Essayer de les regrouper en trois grandes catégories

a) Causes relevant des caractéristiques de l'élève.

Ces caractéristiques peuvent être d'ordre psychologique, d'ordre social, d'ordre cognitif (par exemple, l'enfant dont on dit : « Il ne sait pas du tout raisonner » ou bien « Il a trop de difficultés au niveau de la manipulation du langage », donc il ne peut pas rentrer dans les mathématiques) mais encore ces causes peuvent être liées au rapport au travail : l'élève qui ne travaille pas, qu'est que c'est ? Est-ce que cela relève de causes psychologiques, de causes sociologiques, etc. ?

b) Causes "pédagogiques", liées aux choix de l'enseignant et/ou aux contraintes qu'il subit.

Il y a deux grands systèmes d'explications de l'échec sur le plan pédagogique : il y a celles qui relèvent de l'organisation de l'enseignement (les programmes, la lourdeur des effectifs etc.) et puis il y a celles qui relèvent des choix de l'enseignant.

c) Causes liées aux difficultés inhérentes à la nature des mathématiques ou à certains de leurs domaines.

On a l'impression que pour les enseignants de mathématiques, plus que pour leurs collègues de l'élémentaire peut-être, les mathématiques, c'est quelque chose qu'ils maîtrisent tellement bien qu'ils ont oublié tout ce que la réflexion mathématique a de non naturel par rapport au mode de réflexion usuel et, d'autre part toutes les difficultés de la construction des concepts mathématiques, difficultés que l'on peut repérer dans l'histoire. Je crois que si les enseignants de mathématiques étaient plus conscients de la difficulté des mathématiques, ils seraient plus à même de comprendre les difficultés de leur apprentissage.

2. On ne peut se satisfaire de ce découpage sur les raisons de l'échec.

C'est le système formé par les élèves, l'enseignant et le savoir, qu'il faut étudier pour en comprendre les dysfonctionnements : c'est un objet d'étude de la didactique des mathématiques qui est, en ce qui concerne ce stage, notre terrain d'élection.

On ne peut pas réduire à un seul de ces facteurs, comme le font un certain nombre de personnes, les raisons de l'échec en mathématiques d'un élève ou plus largement d'une partie de la population scolaire. Par exemple, attribuer l'échec d'un enfant à des raisons socioculturelles ne permet pas de comprendre pourquoi certains enfants de milieux défavorisés réussissent. Pourquoi réussissent-ils avec certains professeurs et pas avec d'autres, par exemple ? Il y a toujours une conjonction de raisons et on ne peut pas se limiter à l'étude d'un des facteurs.

Autre exemple : Stella Baruk. Elle ne voit qu'un seul côté des problèmes, elle ne semble pas savoir quelles sont les contraintes qui pèsent sur l'enseignement et sur les enseignants. Un parent d'élève qui lit ses écrits peut se demander comment il se fait qu'il y ait tant de professeurs de mathématiques en France qui soient idiots, sadiques, etc. Or si on n'essaye pas de comprendre le fonctionnement du système d'enseignement tout entier, on ne peut pas arriver à comprendre le comportement des professeurs qu'elle stigmatise de manière si virulente.

III. L'ARTICULATION DES DIFFÉRENTES COMPOSANTES DU SYSTÈME DIDACTIQUE

A) Les trois composantes du système didactique

Toute action d'enseignement met en jeu trois composantes principales :

- les élèves, pour lesquels la société a défini un certain projet de développement et de formation,
- le savoir visé par cette action d'enseignement,
- le professeur dont le rôle, dans le système français, est d'être un médiateur entre l'élève et le savoir.

Cette médiation passe par les relations que les élèves entretiennent avec un "milieu", qui constitue leur environnement, c'est-à-dire l'ensemble des éléments matériels, intellectuels et humains avec lesquels ils sont en relation pendant le déroulement de la situation d'enseignement.

B) Un système en interaction avec d'autres "acteurs"

Mais ce système n'est pas isolé, il est plongé dans un système plus vaste, car le projet d'enseignement dépasse largement le professeur.

C'est toute la société qui participe à sa définition, par l'intermédiaire :

- des politiques
- des responsables du ministère de l'Éducation
- des parents d'élèves, organisés ou à titre individuel, (attentes ou images de l'enseignement)
- des professionnels : enseignants de la discipline au niveau supérieur, professions concernées, etc.

La société élabore donc un projet, mais impose un certain nombre de contraintes, la plupart d'entre elles implicites. Il existe une sorte de contrat liant les enseignants et la société, les ruptures permettent de discerner les règles de ce contrat. Exemple : l'algorithme "économique" de la division, qu'il n'est toujours pas possible de ne pas enseigner !

C) Quelques caractéristiques de chacune des trois composantes

Chacune des composantes a des caractéristiques particulières qui vont interagir, dans les situations d'enseignement.

1) Le savoir mathématique

La nature du savoir est un élément essentiel, trop souvent occulté. C'est parce que les mathématiques sont ce qu'elles sont, qu'un certain nombre de phénomènes s'y passe, qui ne se produisent pas dans l'enseignement d'une autre discipline.

Trois paires de caractéristiques me paraissent essentielles à prendre en compte :

- <u>La double nature des mathématiques : outil/objet</u>

Le savoir mathématique constitue un moyen d'agir sur le monde (ex. des numérations, de la géométrie). C'est aussi un ensemble de connaissances ayant son fonctionnement et son langage spécifiques, se développant par l'intérêt qu'il suscite pour lui-même, grâce à "la curiosité naturelle de l'homme" (ex. de la géométrie grecque).

- La double nature de l'activité mathématique : intellectuelle / matérielle

Le premier aspect est fortement majoré mais le second est très important : on ne fait pas de maths sans une activité sur des objets matériels dont les caractéristiques "physiques" ont un rôle essentiel. (ex. des figures d'Euclide et de leur changement de statut avec l'apparition de l'imprimerie).

- L'opposition savoir universel, impersonnel / objet de connaissance très fortement investi par les sujets (en positif ou en négatif)

Le langage mathématique est dépersonnalisé, c'est un moyen universel de communiquer sur un certain champ. La rigueur est une nécessité intrinsèque aux mathématiques, mais le moment où elle doit intervenir est en discussion chez les mathématiciens eux-mêmes.

Mais l'activité mathématique par excellence est la résolution de problèmes. C'est par elle que le savoir se développe, au niveau de l'histoire, que les connaissances s'acquièrent. Bien sûr le mot "problème" a plusieurs sens. On peut penser que ce n'est pas pour rien que le même mot désigne un certain type d'activités intellectuelles et des moments importants de la vie des hommes. En effet, la résolution d'un problème mathématique, suppose un très fort investissement du sujet et a un effet sur lui très fort (ex. de la démonstration, qui montre aussi que l'activité mathématique n'est pas une activité solitaire mais sociale ; ex. des effets destructeurs de l'échec en mathématiques sur l'image de soi (Baruk)).

2) Les élèves

Chaque élève présente ses propres caractéristiques personnelles, sociales, affectives, intellectuelles qui conditionnent une partie des moyens dont il dispose pour entrer dans les apprentissages (ex du milieu social et de sa relation avec le rapport à ce que veut dire le mot "chercher").

Une autre caractéristique propre à chaque élève est l'état de ses connaissances au moment où le professeur s'engage dans un nouvel enseignement.

3) Le professeur

Le professeur n'est pas un acteur neutre ; Influent sur son enseignement :

- le rapport qu'il entretient avec les mathématiques, par le biais de ses représentations sur ce savoir,
- ses conceptions de l'apprentissage.
- de plus, on sait bien que l'idée qu'il se fait de ses élèves, et donc les attentes qu'il développe à leur propos sont très importantes, en maths comme ailleurs.

D) Les moyens d'action du professeur

Trois catégories :

- les situations d'apprentissage qu'il organise et propose à ses élèves. Il peut faire jouer un rôle plus ou moins important aux explications, aux rapports avec le milieu, aux interactions entre les élèves, etc.
- l'évaluation mise en œuvre.
- le discours "métamathématique" qu'il tient à ses élèves.

La didactique des mathématiques[1] essaie de prendre en compte tous ces aspects de l'enseignement des mathématiques pour comprendre les phénomènes qui s'y produisent, dont celui de l'échec qui nous occupe pendant ce stage.

IV. QUELQUES MOYENS D'ACTION MIS EN ŒUVRE PAR LE SYSTÈME D'ENSEIGNEMENT POUR FAVORISER LA RÉUSSITE DES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ

Je ne fais ici qu'évoquer quelques exemples, plus ou moins adaptés aux différents cas de figures possibles, correspondant à la proportion d'élèves en difficulté dans la classe : classes "homogènes", de niveau bon, moyen ou faible, classes hétérogènes.

[1]En voici une définition :
"La didactique des mathématiques étudie les processus de transmission et d'acquisition de cette science, particulièrement en situation scolaire. Elle se propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage. A terme, elle se propose d'améliorer les méthodes et les contenus de l'enseignement, ... assurant chez l'élève la construction d'un savoir vivant (susceptible d'évolution) et fonctionnel (qui permette de résoudre des problèmes et de poser de vraies questions)."

A) Choix institutionnels ne relevant pas d'une approche proprement didactique

1. ex 1 : Actions de "remédiation cognitive" (ARL, PEI, etc.)
2. ex 2 : Structuration différenciée des groupes d'élèves
3. ex 3 : Collaboration interdisciplinaire sur les problèmes de lecture de textes de problèmes ou d'énoncés mathématiques

B) Choix d'une organisation des apprentissages guidée par des connaissances en didactique

1. Développer le sens des connaissances et pas seulement l'apprentissage des procédures
2. Prendre en compte les obstacles liés à l'acquisition de certains concepts
3. Tenir compte des différences de contrat entre l'enseignement des maths à l'école primaire et au collège
4. ....

C) Des recherches en cours en didactique étudient les limites de ces actions pour les élèves en grande difficulté et proposent de nouvelles pistes

Nous aurons l'occasion d'en reparler.

PARTIE 2

STRATÉGIES DE FORMATION

POUR L'A.I.S.

Un certain nombre de formateurs de mathématiques des IUFM sont impliqués dans la formation des professeurs des écoles futurs titulaires du **CAPSAIS**, grâce aux centres AIS associés aux I.U.F.M. C'est pourquoi nous avons décidé de lancer un groupe de travail à l'occasion des stages de Rennes (mars 1996) et Besançon (mars 1997).

Dans un **premier chapitre** assez bref, nous décrivons brièvement quelques **dispositifs de formation.**
Dans un **deuxième**, nous présentons diverses **contributions à la formation en mathématiques** des stagiaires AIS.
Le **dernier chapitre** propose une **bibliographie** pour formateurs liée aux mathématiques en A.I.S.

Nous souhaiterions ouvrir un échange avec des formateurs de stagiaires A.I.S pour enrichir et adapter notre formation aux nouveaux projets du Ministère. Nous serions donc intéressés par tout courrier sur ce sujet, soit proposant de nouvelles contributions, soit faisant part de remarques sur celles publiées ici.

Adressez vos contributions à Catherine HOUDEMENT,
IUFM de Rouen, B.P. 18, 76131 Mont Saint Aignan.

CHAPITRE 1

DES DISPOSITIFS DE FORMATION

Voici ci-dessous quelques exemples de **dispositifs de formation en mathématiques pour maîtres E**. Le but de cet exposé n'est pas d'entrer dans les détails, mais de montrer la variété des possibles dans les différents centres AIS, par exemple pendant l'année 95-96.

- Renée BOSC (IUFM de Paris)

20 heures de formation en mathématiques ; un travail des stagiaires dans des classes sur le terrain, non suivi par le formateur.

- Catherine HOUDEMENT (IUFM de Rouen)

21 heures de formation en mathématiques ; un travail des stagiaires dans des classes sur le terrain (surtout pour donner matière au mémoire), non suivi par le formateur .

- Marie-Hélène SALIN (IUFM de Bordeaux)

40 heures de formation en mathématiques ; un travail des stagiaires dans des classes sur le terrain, non suivi par le formateur.

- Danielle VERGNES (IUFM de Versailles)

30 stagiaires sous la responsabilité de quatre enseignants ; 33 heures de cours de mathématiques, dont des travaux pratiques : une journée par semaine, le formateur visite le matin les stagiaires qu'il suit (environ huit) sur le terrain, l'après-midi est consacré à l'analyse de certaines séances du matin et à un complément collectif plus théorique. Ainsi les stagiaires approfondissent un axe avec le formateur qui les suit.

- Gaby LE POCHE (IUFM de Rennes)

Chargé de la formation continue des formateurs du RASED.

Formation fondée sur le filmage, puis l'analyse des prestations des formateurs de RASED face à des élèves en difficulté.

CHAPITRE 2
LA FORMATION

SUR LA FORMATION

- La conférence de D. Barataud sur *Formations et A.I.S.*

- Les problèmes posés par la conception actuelle du CFG en mathématiques (M.H. Salin).

- Un exemple de plan de premiers cours (environ 21 heures) en direction de stagiaires E (C. Houdement, D. Vergnes).

- Une réflexion sur la notion de problème pour les stagiaires E et F (C. Houdement).

- Un exemple de plan de premiers cours (environ 18 heures) en direction de stagiaires F (M.H. Salin).

- Un plan de travail sur la proportionnalité en direction des stagiaires F (M.H. Salin).

SUR L'ENSEIGNEMENT, MAIS POUR UNE UTILISATION EN FORMATION

Dans le cadre d'une aide du réseau à trois enfants de CE2 (maître E), G. Le Poche propose une situation sur la numération et son analyse détaillée. L'étude de ce corpus peut entrer dans une formation à des maîtres E.

Titre	Formations et A.I.S.
Auteur	Dominique BARATAUD, Centre National de Formation AIS de Suresnes (CNEFEI).
Date	Mars 97.
Thème	Conférence lors du stage COPIRELEM de Besançon.

FORMATIONS ET A.I.S.

INTRODUCTION

Pour moi, une des questions centrales de toute pratique de formation dans le champ de l'A.I.S. est celle de l'identité professionnelle (si elle existe) de l'enseignant spécialisé. Or il me semble impossible de traiter cette question globalement. Le fait que ce maître exerce dans le champ de l'A.I.S. ne me semble pas une réponse, car cela suppose qu'il existerait **un** champ de l'A.I.S. A moins de se satisfaire d'une définition par complémentarité : le champ de l'A.I.S étant ce qui n'est pas du champ ordinaire. Réponse d'autant plus insatisfaisante que le rapport au "champ ordinaire" des professionnels de l'A.I.S. renvoie à des problématiques extrêmement diverses :

•Intervention au sein même de l'école (maître E et maître G).

•Intervention "en marge" maître F (bâtiment séparés, enseignement défini comme du second degré mais les maîtres F ne sont pas de "vrais" profs.). Institutions séparées (E.R.E.A).

•Intervention au sein d'institutions spécialisées à prix de journées, etc.

Bref,

- Dans certains cas le professionnel de l'A.I.S. exerce au sein de la structure ordinaire avec la perspective de participer au maintien réussi de l'enfant au sein de la structure (réseau d'aides).

- Dans d'autres cas, il exerce dans des structures plus ou moins séparées dans la perspective soit d'une sortie réussie du système scolaire (Niveau V), soit d'un retour au sein du système scolaire, mais dans les structures faisant suite aux siennes.

A l'exception des options A, B, et C, pour lesquelles des compétences professionnelles spécifiques peuvent être clairement identifiées (apprentissage du braille, de la langue des signes, minimum de connaissances médicales et psychologiques pour les I.M.C), il n'est pas simple de définir précisément ce que peut être l'identité professionnelle d'un maître de l'A.I.S.

Ma pratique de formateur étant essentiellement en direction des options E - G et F, c'est autour de ces options que j'interviendrai, et ce plus particulièrement en ce qui concerne notre discipline : les mathématiques.

LES RÉSEAUX D'AIDES

Le sens du dispositif

Il n'est pas inutile de rappeler quelques éléments du texte fondateur (Circulaire, avril 1990)

1) <u>Rôle du maître de la classe</u>

« Il faut rappeler que la première aide à apporter aux élèves relève de leurs propres maîtres, dans le cadre d'une pédagogie différenciée ».

2) <u>Maître E et maître G</u>

« Si leurs finalités sont identiques, les aides spécialisées sont mises en œuvre selon deux modalités ».

Et c'est en terme de **dominante** que les actions sont définies :

<u>Maître E</u> : aides spécialisées à dominante pédagogique

« Elles ont pour objectif d'améliorer la capacité de l'élève à dépasser les difficultés qu'il éprouve dans ses apprentissages scolaires, à maîtriser ses méthodes et ses techniques de travail, à prendre conscience de ses progrès, en suscitant l'expérience de la réussite. »

Quant à l'intervention du maître E, elle **« implique la cohérence entre les caractéristiques psychologiques de l'enfant d'une part, les méthodes mises en oeuvre et les finalités de l'enseignement d'autre part. »**

Maître G : aides spécialisées à dominante rééducative.

« Ces interventions ont pour objectif, d'une part de favoriser l'ajustement progressif des conduites émotionnelles, corporelles et intellectuelles, l'efficience dans les différents apprentissages et activités proposées par l'école et d'autre part de restaurer chez l'enfant le désir d'apprendre et l'estime de soi.

Ces interventions doivent permettre un engagement actif et personnel de l'enfant dans les différentes situations, la construction ou la reconstitution de ses compétences d'élèves. »

Les aides spécialisées sont donc à **"dominantes"**. Comment comprendre cette notion ?

Cela suppose, à mon sens, que l'on fasse l'hypothèse qu'au cours de leur développement, certains enfants passent par des phases où des modalités différentes de fonctionnement sont dominantes et nécessitent un accompagnement spécialisé. Il y a quelque chose de l'ordre du prioritaire, mais pas de l'ordre de l'exclusif ni même du préalable (ce qui traduit une rupture par rapport au G.A.P.P).

Il y a (il devrait y avoir) complémentarité entre le travail du maître de la classe et le travail des maîtres spécialisés. Qu'est-ce qui justifie l'existence de professionnels spécialisés ?

Deux hypothèses :

- Les carences et insuffisances des professionnels ordinaires. En admettant l'existence de telles carences et insuffisances, la seule réponse cohérente est celle d'une amélioration de la formation initiale et continuée et non pas celle de la formation de maîtres spécialisés.

- L'existence de problématiques de fonctionnement (psychologiques, cognitives, affectives, ...) ne pouvant être totalement prises en charge au sein de la structure ordinaire. Cela implique alors que l'on se donne des outils de repérage, d'analyse et de prise en charge de ces fonctionnements particuliers. C'est sur cette hypothèse que mon travail est fondé.

Remarques :

Le premier problème qui surgit est celui des représentations que les stagiaires entrant en formation (et que beaucoup de leurs collègues sur le terrain renforcent) se font de leur futur métier. Elles sont, le plus souvent, extrêmement caricaturales et opposées.

Maître E : Parce que dans l'intitulé même de leur mission apparaît le mot pédagogie, ils sont très demandeurs de formation dans les divers champs disciplinaires, y compris en mathématiques.[1]

Maître G : N'entendant que le mot "rééducatif" de leur mission, ils aspirent au statut de rééducateur[2] et non seulement ne sont pas demandeurs au départ mais sont même surpris qu'une place puisse être réservée aux mathématiques dans leur formation[3].

Corrélativement :

Maître E : tendance à vouloir être soit des enseignants modèles, soit de simples répétiteurs de l'enseignant de la classe.

Maître G : tendance à vouloir créer, au sein de l'école, un "espace rééducatif" totalement coupé de l'école et des apprentissages. Ceci est même "théorisé" et va jusqu'à la caricature avec l'interdit de toute trace et de toute sortie des traces hors de l'espace rééducatif (bien sûr ce n'est pas respecté par l'adulte qui ne se prive pas de remplir ses dossiers des dessins de l'enfant et d'en faire étalage dans les diverses réunions de synthèse et de coordination !).

---

[1] L'absence de formation dans ce champ, ce qui est parfois le cas, est vécu comme un scandale par les stagiaires.

[2] Que penser de cette remarque d'un maître G lors d'une journée d'animation : "Monsieur l'inspecteur, vous nous avez traité d'instituteurs !"

[3] Certains pensent que c'est une erreur quand, en début d'année, on leur donne leur emploi du temps dans lequel figure une plage obligatoire concernant les mathématiques.

Autour de l'indication

Importance de la question

“Sur quelle base ? Par rapport à quels critères un enfant est-il "pris en charge" par le maître "E" ou le maître "G" ? ” sont des questions décisives. Entre le signalement et la prise en charge se joue un processus, souvent peu clair : celui de l'indication. Ma conviction est que l'analyse des conduites scolaires d'une part, des productions scolaires d'autre part, pour autant qu'elle sache ce qu'elle étudie et comment elle l'étudie, peut être d'une très grande utilité. En aucun cas elle ne prétend se substituer aux autres approches (observation clinique, bilan psychologique, entretiens, etc. ...).

J'y consacre un temps important dans les formations que j'assure en m'appuyant sur certaines références théoriques que je me propose de rapidement présenter.

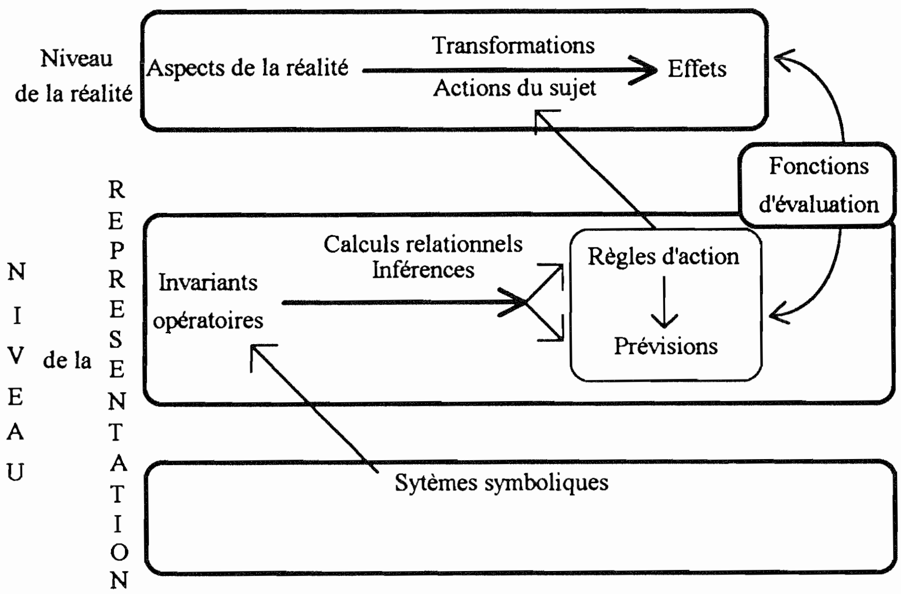
La question est de savoir si, dans les conduites de l'élève face aux tâches scolaires et dans ses productions, des indicateurs peuvent être identifiés favorisant une prise de décision cohérente et fondée. Quels rapports aux savoirs, à la connaissance peuvent être révélés ? En quoi est-il possible de repérer dans ses conduites ou/et dans ses productions scolaires des indicateurs de la nature du rapport aux savoirs qui se joue ?

Sur quels fondements

La réponse ne saurait se trouver au niveau d'une analyse des performances de l'élève qui ne sauraient en elles-mêmes servir d'indicateurs. Ce que nous interrogerons dans les productions et les conduites de l'élève, c'est ce qu'elles éclairent des rapports qu'il noue à la connaissance, des **représentations** qu'il se fait du sens même des activités proposées, de la place qu'il pense être la sienne. Avec G. Vergnaud, nous pensons que :

« [...] *la représentation n'est pas un épiphénomène, une sorte de traduction a posteriori des rapports du sujet avec le milieu, lesquels seraient régis par des principes et des lois autonomes dans lesquels la représentation n'interviendrait pas. Au contraire la représentation est fonctionnelle. Sa fonction est de permettre, en reflétant certaines propriétés du réel, d'opérer sur les signifiés et les signifiants correspondant à ces propriétés, et de déterminer ainsi des règles qui déterminent la conduite du sujet. Plus précisément, il existe des homomorphismes entre la réalité et la représentation, qui font de celle-ci un moyen de "calculer" des relations, des règles d'action et des prévisions.* » in Encyclopédie de la Pléiade : La psychologie, Paris, 1987, p 822.

Sur cette base, il propose un modèle général sous la forme du schéma suivant :



Pour nous, les **actions** du sujet traduisent la mise en chantier dans la réalité des **règles d'actions** qu'il a **inférées** par **calculs** sur les **invariants opératoires**[1] dont il dispose et qu'il a mobilisés.

Fondements d'une indication E ou G

Une des premières questions à se poser est alors la suivante : y a-t-il adéquation entre les invariants opératoires dont dispose l'enfant et ceux qu'il a mis en chantier par rapport à l'activité proposée ?

On ne peut pas mobiliser des invariants opératoires dont on ne dispose pas. Mais ce n'est pas parce qu'on dispose des invariants opératoires pertinents qu'on les mobilise. Cet écart éventuel entre les invariants construits et mobilisés est déterminant dans l'analyse des rapports que l'enfant établit aux tâches et objets scolaires.

Pour le repérer, il est nécessaire d'introduire une notion complémentaire, celle de **fonctions d'évaluation.** En effet, **ce qui caractérise** les conduites humaines c'est la possibilité qui est la nôtre de modifier nos règles d'actions en cours, en fonction des effets des actions engagées. Si toute action suppose un travail de représentation initiale, cela ne signifie pas qu'il y ait analyse exhaustive de la tâche à résoudre avant l'engagement des actions. Et la plupart du temps, nous ajustons nos conduites en fonction des résultats partiels obtenus, et de l'objectif poursuivi. Il y a donc bien nécessité de postuler l'existence, dans l'appareil psychique du sujet, de la capacité à mettre en relation les effets des actions et le but poursuivi. C'est cette capacité qu'avec A. Connes nous **appelons fonctions d'évaluation** [2] et que nous avons introduite dans le schéma de G. Vergnaud.

Deux cas fondamentaux sont à envisager :

1) Le sujet mobilise ses fonctions d'évaluation et modifie ses conduites en fonction des effets de ses actions. Remarquons qu'il est possible que cette modification soit pertinente mais aussi qu'elle ne le soit pas. En effet, il n'y a pas toujours cohérence entre ce que le sujet prévoit comme effet(s) de ses actions et ce qu'elles produisent réellement. Il est fréquent de voir des sujets abandonner des conduites, qui seraient efficaces si elles étaient poursuivies, parce qu'elles ne produisent pas les effets attendus. Ce qui est essentiel, c'est qu'il mobilise bien ses fonctions d'évaluation et que par là-même il s'affirme comme un **sujet**.

2) L'analyse des conduites et des productions révèle une absence de mobilisation des fonctions d'évaluation, ce qui traduit, **à cet instant, dans cette situation**, la perte du statut de sujet.

À partir de 3 productions d'enfants,

nous nous proposons maintenant de montrer ce que signifie cette approche et comment une telle lecture des conduites et productions de l'élève est possible.

Il s'agit d'abord de 2 travaux de même nature réalisés par 2 enfants (Chrystelle et Carole) d'âge normal en début de CE1. Ce choix n'est pas gratuit, car dans les deux cas :

---

[1] **A propos des invariants opératoires :**
Il peuvent être de trois sortes :

1) qualitatifs (Formes, couleurs, trous dans un objet etc. ...).

2) logiques :
- inclusion
- disjonction
- union
- intersection

3) structuraux (structure = système stable, cohérent, réversible)

(Exemples classiques : structure additive, structure d'ordre)

Remarque : Piaget a essentiellement étudié, du moins jusque dans les années 60, les invariants opératoires de type logique. Inscrit dans un courant épistémologique qui pensait les mathématiques comme fille de la logique, il a tenté de déduire les invariants structuraux des seuls invariants logiques.

Ainsi :
- la structure additive est déduite de la relation d'union par : Card $(A \cup B)$ = Card (A) + Card (B) [A et B étant supposés disjoints] ;
- la structure d'ordre est déduite, elle, de la relation d'inclusion par : $A \subset B$ ==> Card (A) < Card (B).

On sait que cette tentative, en particulier à partir des travaux de Gödel, n'a pu aboutir et que les fondements des mathématiques ne peuvent être entièrement déduits de la logique formelle.

Pour dire les choses en termes imagés, les invariants opératoires peuvent être conçus comme les "briques" à partir desquelles la pensée se développe. Bien sûr, comme tout matériau, ils doivent être construits et cette construction peut être de plus ou moins bonne qualité.

[2] Cf. A. CONNES et J.-P. CHANGEUX, *Matière à penser*, éd. O. Jacob.

- l'exercice est d'une grande "banalité" pédagogique ;
- la performance scolaire est la même (apparemment très mauvaise) ;
- 14 ans séparent ces 2 travaux (Carole en 1882, et Chrystelle en 1996) ;
- la démarche pédagogique est la même : réalisation individuelle de l'exercice, puis correction au tableau, puis correction individuelle sur la fiche de travail.

Pour l'analyse nous reproduirons les réalisations de ces deux enfants. On trouvera en annexe la photocopie de leur travail.

Situation initiale

Chrystelle
Mettre le signe qui convient :

35	89	58	46
86	48	29	57
56	78	47	84
38	52	67	56

Carole
Trouve le signe convenable (< , > , =)

36	24	50+7	60
71	92	70+2	72
62	47	60+8	62
45	91	90+5	95

Travail

Chrystelle
Mettre le signe qui convient :

35 > 89	58 < 46
86 < 48	29 > 57
56 > 78	47 > 84
38 < 52	67 < 56

Carole
Trouve le signe convenable (< , > , =)

36 < 24	50+7 > 60
71 > 92	70+2 = 72
62 < 47	60+8 < 62
45 > 91	90+5 = 95

Correction

Chrystelle
Mettre le signe qui convient :

35 ~~>~~ < 89	58 ~~<~~ < 46
86 ~~<~~ < 48	29 ~~>~~ < 57
56 ~~>~~ < 78	47 ~~>~~ < 84
38 ~~<~~ < 52	67 ~~<~~ < 56

Carole
Trouve le signe convenable (>, <, =)

36 ~~<~~ > 24	50+~~7~~ ~~>~~ 60
71 ~~>~~ 92	70+2 = 72
62 ~~<~~ 47	60+8 ~~<~~ > 62
45 ~~>~~ 91	90+5 = 95

Analyse de l'erreur

Grand standard dans ce type d'exercices, les réponses, "toutes fausses", renvoient à notre avis à un mode de fonctionnement classique et très fréquent qui est le suivant :

L'enfant lit ce qui lui est fourni (les 2 nombres)
exemple : 58 puis 46

Il s'interroge sur le dernier :

46 est plus petit

Il écrit, là où il y de la place le signe "plus petit"

D'où 58 < 46

Chrystelle n'a jamais pensé que 58 est plus petit que 46, de même que Carole n'a jamais pensé que 36 est plus petit que 24.

Toutes deux maîtrisent parfaitement bien l'ordre des nombres et ne confondent pas les signes < et > (sinon elles n'auraient pas "tout faux").

Ce qui est alors important, c'est d'analyser les réactions et les conduites de ces deux enfants face à la "correction" réalisée au tableau

Chrystelle :

Peut-on mieux imaginer soumission plus immédiate et plus absolue à ce que le « je » croit être le désir de l'autre que cette correction qui consiste à barrer d'une seul trait tout ce qui a été produit (et qui, répétons-le, avait sens et était "exact") et à écrire 8 fois le signe « < » (Plus petit). Quel est le sujet producteur ? Est-ce un sujet portant évaluation de ses conduites ou n'est-ce pas plutôt un sujet totalement soumis à ce qu'il croit être le désir de l'autre ?

Cette disparition de toute mobilisation des fonctions d'évaluation, expression de la soumission à ce que l'enfant croit être le désir de l'autre, traduit la perte du statut de sujet et est, pour nous, **un indicateur fondamental d'une indication d'aides spécialisées à dominante rééducative.**

Elle est particulièrement repérable dans les temps de correction et se manifeste plus particulièrement dans certains types d'activités[1].

Carole :

Fantastique résistance de Carole qui :

Première colonne :

- Première ligne : accepte de barrer ce qu'elle avait écrit et de corriger
- Seconde ligne : commence à manifester de la colère et insère un double signe (< et =) devant sa production
- Troisième et quatrième ligne : accepte de barrer ses productions mais se refuse à écrire du "non-sens" (pour elle).

Seconde colonne :

- Première ligne : surcharge son ancien écrit, manière élégante d'en laisser la pertinence.
- Ne touche pas à la seconde et dernière ligne reconnue comme exacte.
- Exprime par 2 traits sa colère sur la troisième ligne et inscrit un signe en partie tourné.

Cette résistance à ce qui pour elle est du non-sens, Carole va la maintenir dans les deux exercices suivants. Et puis elle cède et se soumet.

Face à l'exercice :

Complète la suite :

23 - 33 - 43 -

Elle commence par écrire 53. Toute son expérience du jour l'amène alors à s'auto-corriger. Comme pour avoir bon il faut écrire le contraire de ce que l'on pense, elle surcharge son 53 d'un 43.

23 - 33 - 43 - 43 - 33 - 23

et achève à l'envers puisque tel est ce qu'elle croit être le désir de l'autre.

Pour Chrystelle, comme pour Carole, c'est bien leur statut de sujet qui est en cause. On comprend qu'il puisse devenir nécessaire « **de restaurer chez l'enfant le désir d'apprendre et l'estime de soi** » par des interventions visant **à « permettre un engagement actif et personnel de l'enfant dans les différentes situations, la construction ou la reconstitution de ses compétences d'élèves. ».**

Il est tout à fait remarquable, dans ces cas-là, de voir la grande stabilité des invariants opératoires mobilisés par l'enfant et très souvent leur adéquation (contrairement à ce que laisse apparaître la performance brute) à ceux attendus par le maître.

Séverine ou ces sacrées parenthèses

Toujours en début de CE1

Situation initiale

Séverine
(9 + 3) + 5 =   9 + (3 + 5) =   (8 + 5) + 2 =   8 + (5 + 2) =

Travail

Séverine

(9 + 3) + 5 =
12 + 8 = 20

9 + (3 + 5) =
~~8~~ ~~17~~ 8 + 12 = 20

(8 + 5) + 2 =
13 7 + = 20

8 + (5 + 2) =
~~7~~ ~~6~~ 7 + 13 = 24

[1] Dans la genèse des apprentissages, il est possible de repérer certains «temps» particulièrement sensibles. Une authentique formation approfondie en didactique des disciplines est sans doute nécessaire pour permettre ce repérage.

Analyse de l'erreur

On trouvera en annexe le travail de Séverine ainsi qu'une autre de ses productions prouvant que ce n'est pas le principe même de la réitération qui est en cause mais la signification de ces parenthèses qui n'ont aucun intérêt du point de vue de l'enfant.

Dès la première ligne, un premier processus de régression s'installe. Au lieu de réitérer (prise en compte du premier résultat pour effectuer la seconde addition), Séverine effectue les deux additions 9+3 et 3+5, d'où le 12+8 et l'obtention du résultat 20.

Cette erreur très fréquente, Séverine ne la commet pas lorsqu'elle est libre de choisir l'ordre d'effectuation.

La seconde ligne est intéressante car après un passage par le résultat exact (17), sa certitude que cela doit faire pareil, l'amène à se corriger pour retrouver 20. C'est la preuve qu'elle mobilise bien des fonctions d'évaluation. Conjointement, un processus de désorganisation du système d'écriture s'enclenche, (écriture des seuls résultats 8 et 17).

La troisième ligne voit cette désorganisation se renforcer. (Oh ! miracle, on retrouve ainsi le résultat précédent).

Resurgit un mode d'écriture fréquent chez les élèves de C.P. qui ont tendance à écrire, dans l'ordre :

Les nombres (13 7),

le signe opératoire (+),

le signe d'effectuation (=),

le résultat (20).

Enfin la quatrième ligne est extraordinaire.

Le doute est total qui la fait hésiter sur le résultat de 5+2

Remise en cause du 7, écriture de 6 et retour au 7 (remarquez la disparition de l'arbre à calcul).

8 + (5 + 2) = ~~7~~ ~~6~~ 7

La suite se réorganise en + 13

Mais alors se produit une forme ultime de désorganisation qui va consister à ajouter tous les “chiffres” écrits, le statut de 13 comme écriture d'un nombre volant en éclat. D'où le 24 obtenu en faisant 7 + 6 + 7 + 1 + 3.

Ce qui est exemplaire ici, c'est que l'on voit comment la mobilisation de fonctions d'évaluation peut conduire un sujet à engager des processus de régression cognitive (au sens de retour vers des invariants opératoires plus archaïques). Cette instabilité des stratégies de résolution des tâches, cette tendance à la réactivation de conduites antérieures nous semblent caractéristiques de la problématique du maître E.

Et dans ce cas, une aide visant à « **améliorer la capacité de l'élève à dépasser les difficultés qu'il éprouve dans ses apprentissages scolaires, à maîtriser ses méthodes et ses techniques de travail, à prendre conscience de ses progrès** » se justifie. Elle visera bien à susciter « **l'expérience de la réussite** ». Plus que toute autre, l'aide spécialisée à dominante pédagogique « ***implique la cohérence entre les caractéristiques psychologiques de l'enfant d'une part, les méthodes mises en oeuvre et les finalités de l'enseignement d'autre part*** ».

Le problème de la répétitivité :

Soulignons un point fondamental. Dans presque tout cahier d'élève il est possible de repérer, à un moment donné, une production indiquant une perte du statut de sujet ou un processus de régression cognitive. Cela ne signifie pas que l'immense majorité des élèves devrait bénéficier d'une aide. En effet, ce qu'il s'agit d'identifier, c'est le caractère **dominant** ou non de cette perte ou de ce processus. Il est donc nécessaire de chercher s'il y a ou non répétitivité de cette attitude, celle-ci se manifestant souvent, au moins dans un premier temps, dans un champ didactique particulier, face à certains types de tâches.

La lecture des productions des élèves doit donc être prudente, circulaire et méthodique.

Elle ne peut être en elle-même source d'une décision d'indication mais complémentaire aux autres démarches d'investigation. Elle se révèle, quand elle s'appuie sur une méthodologie rigoureuse, d'une très grande puissance.

Dans tous les cas, le diagnostic ne saurait être établi à partir du repérage d'un cas de fonctionnement d'un quelconque type. Et c'est bien en terme de dominante que la question doit être posée.

Si cette courte introduction pouvait convaincre notre lecteur (praticien et formateur) de l'intérêt qu'il y aurait à développer les recherches et les formations prenant en compte cette approche, et ce dans l'intérêt des enfants, notre but serait atteint.

S.E.S ET E.R.E.A : LA SPÉCIFICITÉ MAÎTRE F

Les questions en jeu, pour ces maîtres, me semblent être d'une toute autre nature. Depuis la circulaire fondatrice de février 1989, c'est à un défi d'une ampleur considérable que le maître F est confronté. Comment résoudre l'écart existant entre les objectifs visés et les compétences apparentes des élèves ?

Rappelons quelques unes des caractéristiques de ce texte :

1) Pour la première fois c'est un texte de la D.L.C. (Direction des Lycées et Collèges) qui fixe les objectifs de l'intervention du maître F. L'enseignement en S.E.S et E.R.E.A y est défini comme un **enseignement du second degré**.

2) L'objectif fixé est celui de l'accès au Niveau V de qualification ou du moins **« la mise en position favorable »** pour l'obtention d'un tel niveau.

Or, il suffit de jeter un regard sur les programmes de C.A.P. et de B.E.P. , en particulier en ce qui concerne les mathématiques, pour être pris de vertige (cf. les articles concernant l'enseignement des mathématiques en S.E.S et E.R.E.A publiés par les deux **n°** spéciaux des Cahiers de Beaumont de juin 1990 et juin 1991 et qui ont été diffusés dans l'ensemble des structures concernées).

Pour relever ce défi, un principe est affirmé. Celui de fonder les pratiques pédagogiques sur les référentiels.

Remarquons qu'il faudra attendre un an pour que le B.O. intitulé « Référentiel des enseignements généraux des classes de C.A.P. » (B.O. spécial N° 2 Janvier 1991) soit publié. J'ai, dans mon article intitulé « Vous avez dit Référentiel » (N° spécial des Cahiers de Beaumont de Juin 1991) souligné les difficultés qu'il y a à en comprendre la pertinence. Sans reprendre dans le détail mon analyse, je me contenterai d'en rappeler les principales caractéristiques :

Capacités et compétences : la grande confusion

Présentée souvent comme fondamentale et essentielle dans la démarche référentielle, la différence entre ces deux notions n'est aucunement explicitée dans la partie Mathématiques de ce B.O. Il m'est souvent arrivé de demander à des stagiaires (y compris à des formateurs chevronnés), d'expliciter la différence qu'ils font entre ces deux notions. Il se révèle toujours le même phénomène. Lorsque l'on met en commun ces représentations l'affrontement est radical, les désaccords systématiques et souvent violents. Rien ne permet alors de comprendre en quoi un référentiel se distingue d'un programme. Quant aux fameux livrets de compétences, il suffit de les comparer pour se rendre compte de la confusion dans laquelle nous fonctionnons.

Remarquons de plus que, dans le B.O. il n'existe plus qu'une seule capacité (**réaliser**) alors que les référentiels expérimentaux étaient organisés sur 4 capacités (**analyser - réaliser - critiquer/valider - rendre compte**) L'existence de la seule capacité **réaliser** conduit à des amalgames étonnants, certaines compétences étant indexées de la même manière alors qu'elles ne renvoient pas à la même capacité. Se retrouvent ainsi indexés en choisir (l'une des 3 compétences de la capacité réaliser) des compétences clairement séparées dans les référentiels expérimentaux.

Tronc commun : appellation mensongère

En l'absence d'explication, le lecteur ne peut comprendre cette expression que dans le sens de ce qui est commun à l'ensemble des formations C.A.P. Or, il n'en est rien. Ce tronc commun n'est pas un tronc commun d'enseignement. En clair, ne figure dans le tronc commun que ce qui est commun à l'examen. Or certains C.A.P. n'ont pas de **géométrie** à l'examen, ce qui ne signifie pas qu'il n'y ait pas d'enseignement de la géométrie dans ces classes. Cela a eu pour conséquence que lorsque s'est imposée l'idée d'un niveau intermédiaire, nombre de structures ont purement et simplement éliminé toute pratique pédagogique concernant la géométrie. Il suffit de regarder ce qui se passe pour le C.F.G. (tant au niveau de l'examen qu'au niveau des livrets de compétences correspondants) pour réaliser l'ampleur de ce que je n'hésite pas à qualifier de dérive dramatique. Car s'il est un champ d'activités mathématiques essentiel à la mise en place d'une pédagogie adaptée (aux objectifs poursuivis et à la réalité du fonctionnement cognitif du public concerné), c'est bien celui de la **géométrie**.

Choisir, traiter, exécuter : quelle hiérarchie ?

3 types de compétences apparaissent dans la capacité **réaliser**. : choisir, traiter, exécuter

Les référentiels expérimentaux insistaient sur l'importance de les hiérarchiser ainsi. Le B.O. ne dit rien de cette question, mais force est de constater qu'il les présente dans l'ordre inverse exécuter, traiter, choisir.

Niveaux I et II : des niveaux qui n'en sont pas

L'indexation des compétences en niveau I et II ne résiste pas à une analyse sérieuse. Ils n'étaient pas, du reste, à l'origine des indications de progression pédagogique. C'est pourtant ainsi que très souvent ils ont été interprétés.

C'est ainsi que, par glissements successifs, on en arrive à définir un niveau Vbis, voire un niveau VI, basé sur les seules compétences du tronc commun indexées en I.

A ceci il faut ajouter le problème du niveau de connaissances des enseignants, certains points du programme de mathématiques du niveau V posant de sérieuses difficultés à nombre d'enseignants : fonction affine, Thalès, trigonométrie.

Fondements de la formation :

Elle s'organise autour des axes suivants :

- Travail sur les contenus permettant une (ré)appropriation de contenus de connaissances indispensables par rapport aux objectifs visés. Ce travail est l'occasion d'une mise en pratique des principes pédagogiques constitutifs d'une pédagogie de l'abstraction et de l'appropriation.

- Clarification autour des notions de capacités et de compétences. Je rejoins là l'approche définie par les I.O des classes de 4° et 3° de technologie qui précisent :

« Les capacités constituent le but à long terme de la formation, les axes de développement de l'élève ; elles ne sont pas en elles-mêmes objet d'évaluation directe mais constituent le principe organisateur et régulateur des situations d'apprentissage ... »

« Les compétences se manifestent par les comportements observables et sont évaluables par un ensemble de performances accomplies par l'élève : comme telles, elles constituent des objectifs de formation »

I.O. des 4° et 3° technologiques, arrêté du 9 Mars 1990

- Instrumentation : une part importante de notre travail a consisté à développer des outils (papier crayon, informatique etc.) caractérisés par la volonté de traduire dans le champ mathématique les approches et démarches issues du champ des remédiations cognitives. Nous sommes en effet convaincu que les outils dits de remédiation cognitive (P.E.I, A.R.L. etc. ...) ont trouvé leurs limites dans ce que je qualifie volontiers de l'illusion du transfert. C'est au sein même de l'activité disciplinaire qu'il faut tenter d'appliquer les principes de la remédiation cognitive (place et rôle de la métacognition, de la prise de conscience, des explicitations langagières).

Cela suppose des démarches et des outils dont l'appropriation demande du temps ...

ANNEXE

CAROLE

Les nombres

J'ecris en lettres ou en chiffres

quatre - vingt treize 93

trente - huit 38

soixante - neuf ~~79~~ 69

soixante - ~~cinq~~ quinze 75

Trouve le signe convenable (>, <, =)

36	>	24	50 + 7	~~>~~	60
71	~~>~~ <	92	70 + 2	=	72
62	~~<~~	47	60 + 8	>	62
45	>	91	90 + 5	=	95

mal

Trouve un nombre qui convient

37 > ~~40~~ 8 — 43 < 50 < 60

59 < ~~5~~ 69 très mal — 70 < ~~70~~ 72 < 80

61 > ~~75~~ 71 corrige — 69 < ~~80~~ 71

78 < ~~1~~ 88 — 85 < ~~88~~ 80 < 90

Classe du plus grand au plus petit

~~43~~ ~~78~~ ~~96~~ ~~83~~ 18 ~~52~~ 68 ~~23~~

~~18 - 23 - 43 52 - 68 - 78 - 83 - 96~~

47 16 96 - 83 - 78 - 68 à refaire

Complète la suite

23 - 33 - 43 - ~~53 - 63 - 73 - 83 - 93~~

53 - 69 - 73 - 83 - 93

CHRYSTELLE

① Mets le signe qui convient (<, =, >).

a/	36 < 24	34 <> 43
	19 <> 21	71 > 92
	62 < 47	58 <> 85
	45 <> 91	93 < 73

SÉVERINE

10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 4

20 + 20 + 10 + 4

40 + 10 + 4

50 + 4

$\boxed{50 + 4 = 54}$

10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5

20 + 20 + 20 + 10 + 5

40 + 20 + 10 + 5

60 + 15

$\boxed{60 + 15 = 75}$

~~(9 + 3) + 5 =~~

~~12 + 8 = 20~~

9 + (3 + 5) =

~~8 17 8~~ + 12 = 20

Nul

~~(8 + 5) + 2 =~~

~~13 7~~ = 20

8 + (5 + 2) =

~~7~~ 6 7 + 13 = 24

Titre	Les problèmes posés par la conception actuelle du CFG en mathématiques.
Auteur	Marie-Hélène Salin, IUFM d'Aquitaine, LADIST et IREM de Bordeaux.
Date	Avril 97.
Thème	Le CFG (Certificat de Formation Générale).

LES PROBLÈMES POSÉS PAR LA CONCEPTION ACTUELLE DU C.F.G. EN MATHÉMATIQUES

Le Certificat de Formation Générale, auquel la plupart des SEGPA préparent leurs élèves en 3ème, se réfère au niveau 1 des capacités du référentiel des domaines généraux du CAP.

En mathématiques, le niveau 1 (annexe 1) porte sur trois parties seulement du programme : le sens et les techniques de calcul des opérations sur les entiers et les décimaux positifs, le calcul de la valeur numérique d'une expression littérale, et le repérage des points du plan dans un repère cartésien. De plus, la plupart des compétences évaluées relèvent du niveau de l'école primaire ou de la classe de 6ème, mais avec un niveau d'exigence supérieur en ce qui concerne les techniques opératoires sur les décimaux puisque l'usage de la calculatrice est interdit.

Tout ce qui a trait à la géométrie, aux mesures et à la proportionnalité, outils mathématiques de base pour les professions auxquelles prépare le CAP, relève du niveau 2.

Les contacts que j'ai pu avoir ces dernières années avec plusieurs dizaines d'enseignants de SEGPA mettant en oeuvre les modalités du CFG en cours de formation m'amènent à constater :

- qu'un nombre non négligeable d'enseignants renoncent, en 3ème, à travailler tout autre domaine que ceux évalués au CFG et consacrent beaucoup de temps à la maîtrise de techniques opératoires tombées quasiment en désuétude en dehors de l'école, au moment où leurs élèves seraient justement à même d'aborder les domaines essentiels énumérés ci-dessus,
- que les enseignants qui continuent de maintenir un bon niveau d'exigences pour leurs élèves doivent faire face à des réactions de ceux-là, quand ils sont mis au courant des exigences du CFG, du type : « ils nous prennent vraiment pour des nuls ! »,
- que les épreuves écrites qui existent pour certaines catégories de candidats dans le département de la Gironde (annexe 2) constituent une caricature d'épreuve de mathématiques, et ne peuvent que contribuer à perturber encore plus le rapport aux mathématiques des élèves de SEGPA et à ôter toute signification aux “ compétences ” reconnues dans ce cadre.

Bien que le texte du 27 juin 96 assigne au CFG un rôle limité de “ facteur de motivation ”, nous connaissons le poids des programmes et des épreuves d'examen sur l'enseignement donné en amont, et sur les épreuves d'évaluation élaborées par les enseignants. Or ces dernières servent aussi à l'établissement du livret de compétences des élèves. Pour être réellement utile aux élèves et aux enseignants, il est nécessaire que celui-ci soit représentatif de l'ensemble des connaissances dont l'acquisition est nécessaire, et que ces connaissances soient enseignées dès l'entrée en 6ème. Le maintien du CFG en l'état apparaîtrait contradictoire avec la volonté affirmée dans le texte de 96, de rapprocher l'enseignement en SEGPA et celui du collège.

annexe 1

Etablissement	Tous C.A.P.

Fiche d'évaluation du domaine MATHEMATIQUES

Niveau 1

Activités proposées TC1							Récapitulation
Ecrire un nombre décimal positif.							
Ecrire, à partir d'une situation ou d'un texte, une relation d'égalité entre trois éléments dont deux sont donnés;							
Effectuer sur des nombres décimaux positifs une opération isolée. L'opération étant : - une addition ; - une soustraction ; - une multiplication ; - une division à tant près.							
Calculer : - le carré d'un nombre décimal positif ; - le cube d'un nombre décimal positif.							
Ordonner une liste de nombre décimaux positifs.							
Calculer la valeur numérique d'une expression littérale ne faisant intervenir ni parenthèses, ni exposants autres que deux ou trois.							
Utiliser une graduation pour repérer des points dans les deux cas suivants : - connaissant l'abscisse, placer le point ; - le point étant placé, donner son abscisse.							
Exploiter une courbe tracée sur papier millimétré : - trouver graphiquement l'ordonnée d'un point repéré par son abscisse et inversement.							
Lecture de tableaux numériques : - trouver dans un tableau à deux lignes ou deux colonnes la ou les valeurs numériques correspondant à une valeur fixée.							
Représenter graphiquement, sur papier millimétré, des couples de nombres présentés dans un tableau.							

annexe 2.a

Dans une ville, un nouveau stade d'athlétisme vient d'être construit. Pour l'inaugurer, un établissement scolaire propose aux 10 meilleurs élèves de participer à un décathlon. Les dix élèves se lancent dans la compétition comportant 10 épreuves sportives. Il y a André, Bernard, Claude, Daniel, Etienne, François, Gaëtan, Henri, Ignace et Jacques. Nous les appelerons par l'initiale de leur nom A,B,C,D,E,F,G,H,I,J dans la suite du sujet.

1) 100 mètres plat

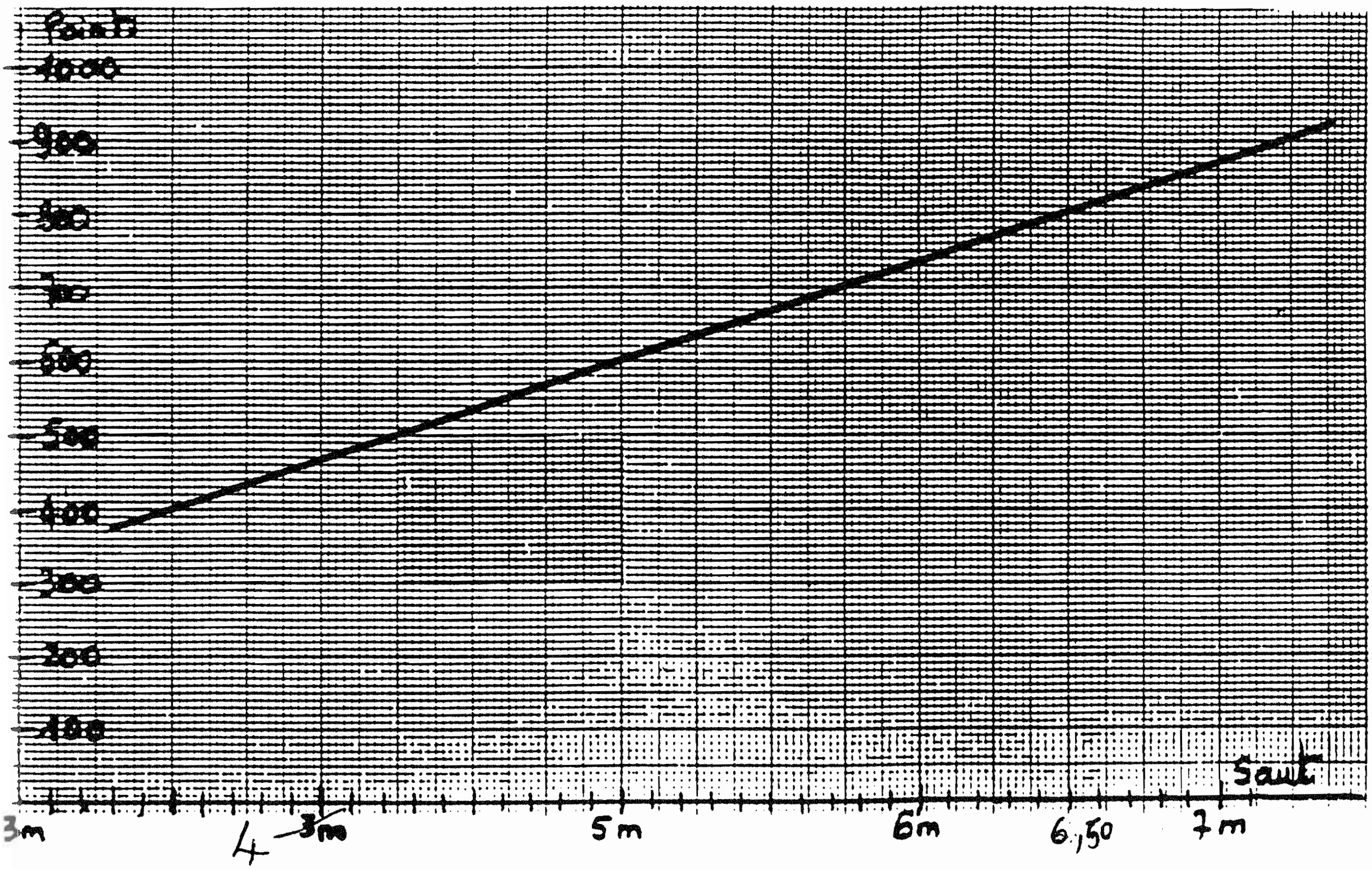
Voici les temps réalisés par les trois concurents les plus rapides :

A --> 11,255 secondes, D --> 11,56 secondes, F --> 11,014 secondes

Rangez du plus petit au plus grand les trois temps indiqués ci-dessus.

2) saut en longueur

Pour déterminer le nombre de points marqués par chaque concurent on utilise le graphique suivant.



Académie de Bordeaux Durée : 1 Coefficient :	CERTIFICAT DE FORMATION GENERALE Epreuve de MATHEMATIQUES	Session MAI 1995 1/5

Indiquez le nombre de points marqués par Jacques qui a fait un saut de 6,8 mètres.

Indiquez la longueur du saut de François sachant qu'il a marqué 540 points.

3) 1500 mètres

La piste fait 300 mètres. Il faut parcourir 5 tours pour effectuer 1500 mètres François a mis 78,6 secondes au premier tour, puis 80,2 secondes au second, 87,4 secondes au troisième, 91 secondes au quatrième et 82,5 secondes au dernier. **Ajouter les cinq temps indiqués** pour trouver le temps total de François.

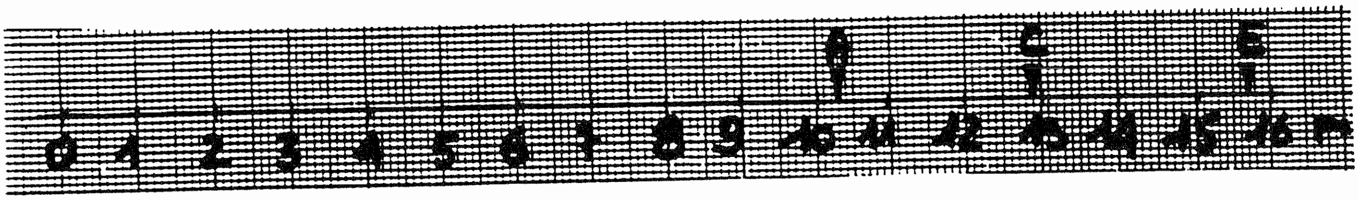
Jacques a mis un temps total de 436,5 secondes. Pour calculer le temps moyen qu'il met à chaque tour, il faut diviser 436,5 par 5. Effectuez cette division et indiquez le temps moyen par tour de Jacques.

Temps moyen par tour de Jacques

Temps total de François

4) Lancer de poids

Voici les performances de trois lanceurs. Placez-les sur la graduation suivante :
J –> 14,6 mètres, F –> 11,3 mètres, D –> 9,8 mètres



Indiquez en lisant sur la graduation les performances de A, de C, et de E.

Performance de A :

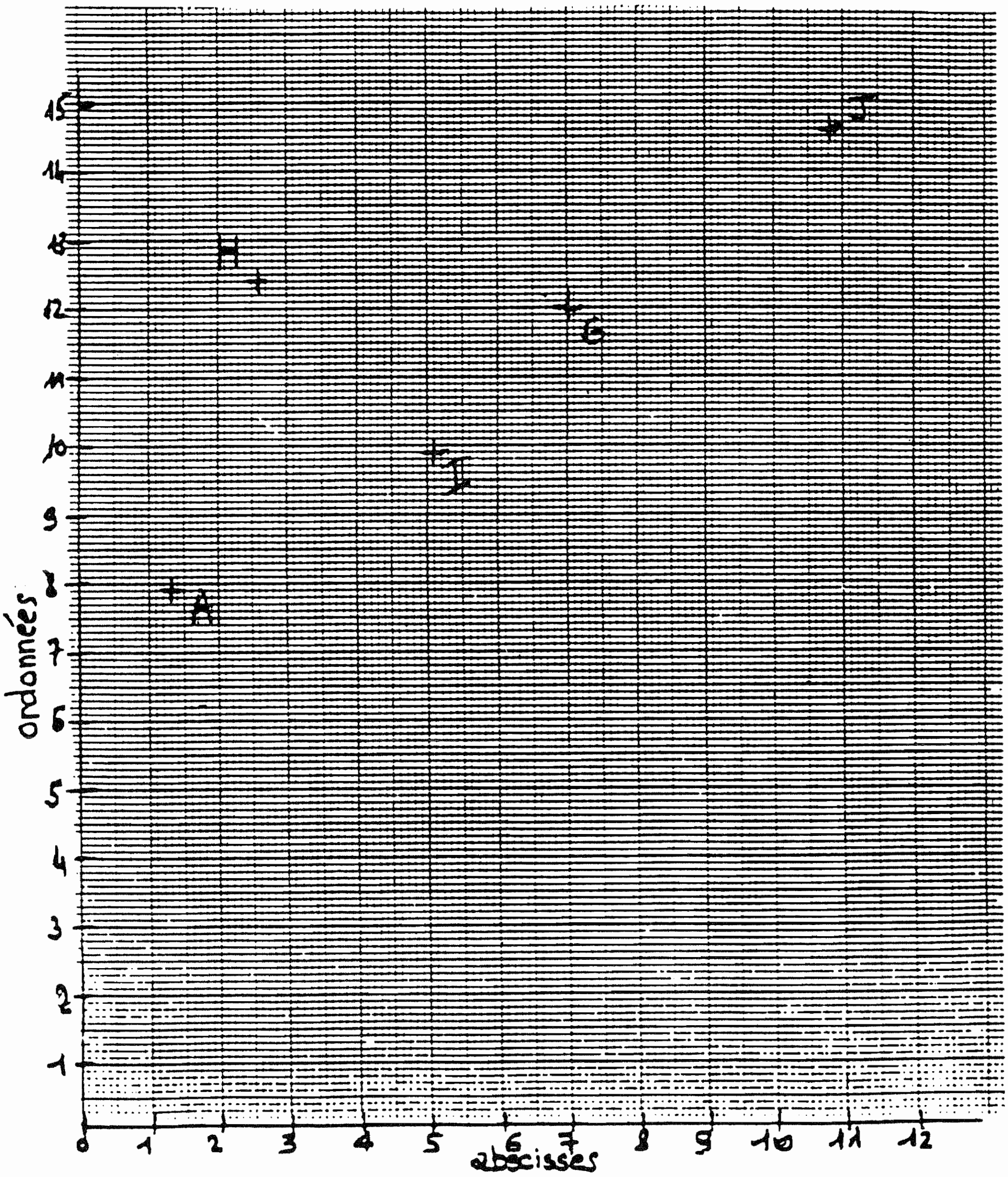
Performance de C :

Performance de E :

5) Le javelot

Pour positionner les points de chute des javelots, on utilise le repère graduée ci-dessous. **Positionnez sur ce repère les points de chute des javelots** à partir des renseignements figurant dans le tableau.

	B	C	D	E	F
abscisse	8	4	6.5	2.8	5
ordonnée	13	11	11.8	15.1	14.3



annexe 2. b

LE CANDIDAT REPONDRA DIRECTEMENT SUR LA COPIE

L'USAGE DE LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISE.

1) **Ecrire l'opération permettant de trouver le résultat attendu dans chaque cas :**

Ch 1

- Un autobus doit parcourir 764 km dans la journée. A midi, il a déjà roulé pendant 321 km. Combien lui reste-t-il à parcourir ?
- Le garagiste me facture 4,75 heures de travail à 147,50 F l'heure. Combien vais-je payer ?
- J'achète un lecteur CD à 523,50 F et un CD à 135,20 F. Quel est le montant de la dépense ?
- Combien coûte 1 kg de ciment sachant qu'un sac de 50 kg vaut 46,50 F ?

2) **Compléter le tableau :**

E1.1

Ecrire en chiffres	Ecrire en lettres
	Huit unités neuf centièmes
783,5	
	Cent quatre unités sept centièmes
98 204,119	

3) **Répondre par vrai ou faux :**

E1.3

$8^2 = 64$ ....

$9^3 = 81$ ....

$35^3 = 35 \times 35 \times 35$ ....

$12^2 = 24$ ....

4) **Ranger dans l'ordre croissant :**

T1.0

17,04   17,412   17,042

Académie de Bordeaux Durée : 1 H Coefficient : Note minimale :	CERTIFICAT DE FORMATION GENERALE Epreuve : MATHEMATIQUES	Session MAI 1996 1/2

LE CANDIDAT REPONDRA DIRECTEMENT SUR LA COPIE

L'USAGE DE LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISE.

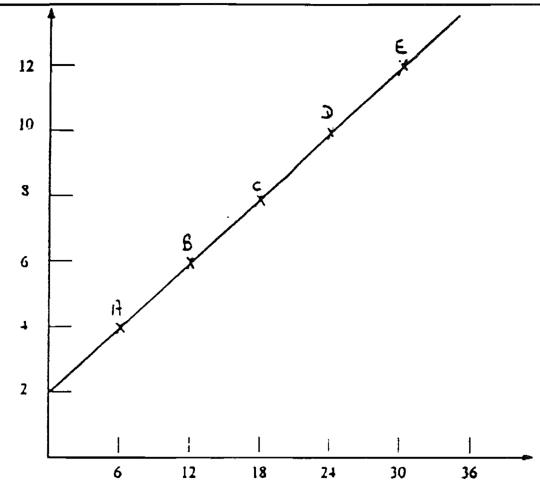
5) Calculer en utilisant les valeurs indiquées :

T1.1

$X^2 . 5 . y =$ pour X = 5,2 et y = 11,5

$\frac{a . b}{3} =$ pour a : 27,9 et b = 12,3

6)



E2.2

A l'aide du graphique ci-dessus, compléter le tableau :

Points	A	B	C	D	E
Abscisse	6		18		
Ordonnée		6		10	

Académie de Bordeaux Durée : 1 H Coefficient : Note minimale :	CERTIFICAT DE FORMATION GENERALE Epreuve : MATHEMATIQUES	Session MAI 1996 2/2

Reporter sur le tableau ci-dessous les abscisses et les ordonnées des points de chute des javelots de A, G, H, I, J.

	A	G	H	I	J
abscisse					
ordonnée					

6) le 110 mètres haies

Grâce au tableau ci-dessous, on peut attribuer les points en fonction des performances des athlètes. **Indiquez le nombre de points obtenus par Ignace** qui a réalisé une performance de 15,8 secondes. **Quel temps a mis André** qui a obtenu 460 points ?

Temps	14,8 s	15 s	15,2 s	15,4 s	15,6 s	15,8 s	16 s	16,2 s	16,4 s
Points	620	600	580	560	540	520	500	480	460

Points marqués par Ignace :

Temps réalisé par André :

7) Le saut en hauteur

Pour la réception des sauteurs, on utilise un tapis en mousse. Le dessus est un rectangle de largeur C = 4,6 mètres et de longueur L = 5,2 mètres. Ce tapis a une épaisseur E = 0,6 mètre.

Pour calculer le volume de mousse à l'intérieur du tapis, il faut effectuer le calcul : L x C x E. **Calculez le volume de la mousse** contenue dans le tapis.

Volume de la mousse

8) Le 400 mètres

Les six meilleurs athlètes ont obtenu le même nombre de points sur cette épreuve. Soit un total de 2538 points. **Quel est le nombre de points marqués par chaque athlète** ?

Nombre de points marqués par chacun

Académie de Bordeaux Durée : 1 Coefficient :	CERTIFICAT DE FORMATION GENERALE Epreuve de MATHEMATIQUES	Session MAI 1995 4/5

9) Lancer de disque

Le disque a une masse de 467 grammes. Le sac d'un des athlètes contient 8 disques identiques. **Quelle est la masse totale des huit disques** ?

Masse totale des huit disques

10) Saut à la perche

Le dessus du tapis de réception est un carré de 5,3 mètres de côté. **Calculez l'aire** du dessus du tapis en effectuant l'opération $5{,}3^2$.

Aire du dessus du tapis

11) Podium

Le podium de ce décathlon était formé à partir de cubes en bois de 63 cm de côté. Chaque cube a un volume en cm^3 que l'on calcule par 63^3. **Effectuez ce calcul** et donnez le volume de chaque cube.

Volume d'un cube

12) Vainqueur

Le vainqueur final de ce décathlon est Jacques. Il a gagné un voyage autour du monde d'un valeur de quinze mille quatre-vingt-seize francs. **Ecrivez en chiffres le montant** de la valeur du voyage.

Prix du voyage

Académie de Bordeaux Durée : 1 Coefficient :	CERTIFICAT DE FORMATION GENERALE Epreuve de MATHEMATIQUES	Session MAI 1995 5/5

Titre	Exemple de plan de cours pour la formation mathématique A.I.S. option E.
Auteur	Catherine HOUDEMENT, IUFM. et IREM de Rouen, Danielle VERGNES, IUFM de Versailles.
Date	Octobre 97.
Thème	Plan de cours.
Résumé	Voici un plan de cours numérique, plus ou moins détaillé selon les thèmes, pour une formation en mathématique des stagiaires AIS, option E, sur une vingtaine d'heures.

EXEMPLE DE PLAN DE COURS POUR LA FORMATION MATHÉMATIQUE A.I.S. OPTION E

REMARQUES PRÉALABLES

- Nous avons deux objectifs pour la formation A.I.S que nous dispensons : d'une part "dépoussiérer" certaines pratiques de stagiaires sur l'enseignement des mathématiques, d'autre part leur apporter des éléments de pratiques plus spécialisées.
- Même si certaines parties sont un peu plus détaillées, l'ensemble n'est qu'un plan de cours, enrichi de références bibliographiques. Le style est volontairement assez épuré.
- La formation AIS repose d'abord sur des choix de contenus mathématiques et didactiques, nous avons donc ainsi listé les thèmes que nous jugeons les plus importants. **Les points incontournables** sont les points 1 à 4. Ils sont abordés de manière relativement détaillée.
- L'aspect géométrique, indispensable, n'est cependant pas traité dans cet article.
- La notion de séance correspond ici à une unité de temps de trois heures.

POINT 0 UN APERÇU SUR LES CONCEPTIONS DES STAGIAIRES

Durée : environ 1h30

Finalité :

- faire prendre conscience aux stagiaires de leur relation à l'enseignement des mathématiques ; les mettre en présence de conceptions différentes.
- Expliciter le triangle didactique M - E - S. Analyser brièvement les différents éléments du triangle dans le cadre d'une séance de classe.
- Préciser les différences entre situation de classe (ordinaire), situation de groupe (pour une aide quelconque), aide individualisée : les stagiaires E sont en effet confrontés à ces trois modes de travail.

Le premier contact avec les stagiaires est fondé sur le questionnaire 1 qu'ils remplissent individuellement (environ 20 min). Puis ils se mettent par groupe de quatre et doivent remplir un questionnaire 2, reflet du groupe après discussion (environ 30 min). Une mise en commun des différents groupes permet de construire une image de la "classe" au tableau sur les questions 2 (environ 40 min).

Exemple de questionnaire 1, individuel
1- Donnez trois mots ou expressions qui, selon vous, caractérisent les mathématiques. 2- Comment définir, selon vous, l'activité mathématique ? 3- Quel a été pour vous le pire moment mathématique de votre scolarité ? Pourquoi ? 4- Quel a été pour vous le meilleur moment mathématique de votre scolarité ? Pourquoi ? 5- Qu'attendez-vous comme performances d'un élève dit "bon en mathématiques" ? 6- Les math sont-elles une science morte ? Pourquoi ?

Exemple de questionnaire 2, par groupe de 4
1- Donnez trois mots ou expressions qui, selon vous, caractérisent les mathématiques. 2- Comment définir, selon vous, l'activité mathématique ? 5- Qu'attendez-vous comme performances d'un élève dit "bon en mathématiques" ? 6- Les math sont-elles une science morte ? Pourquoi ?

POINT 1 L'ERREUR EN MATHÉMATIQUES, L'ERREUR ET LES MATHÉMATIQUES

Durée : de 1h30 à 2h

Finalité :

Comprendre et analyser les erreurs des élèves, en rechercher l'origine dans une connaissance existante, mais erronée.

Faire changer de point de vue par rapport aux élèves : les productions des élèves sont en effet des sujets d'étude capitaux pour le stagiaire E, il est souhaitable que les stagiaires passent d'une conception négative de l'erreur (manque, trou, ...) à une conception plus positive, et surtout leur donnant des indications sur les connaissances effectives de l'élève.

- Étude d'une copie d'élève sur des calculs soustractifs. Repérage de "théorèmes en acte"[1]
- Exposé sur les erreurs et la notion d'obstacle[2].

Erreur symbole d'une connaissance. L'origine possible des erreurs. Pourquoi un remède trop local est difficilement efficace. Premier retour sur la construction du sens pour numération et opérations. Nécessité d'un véritable "problème" pour tester les compétences réelles des élèves.

Les stagiaires sont alors mûrs pour entendre parler d'addition et de soustraction, mais il y a le passage obligé sur le nombre entier.

POINT 2 RÉFLEXION SUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE

Durée : environ 2 fois 3 heures

Finalité :

Connaître les avancées des dernières recherches cognitives sur le nombre pour mieux analyser les dysfonctionnements. Relier le cognitif et le didactique.

Une séance

- Point de départ : visionnement d'une cassette montrant les compétences d'enfants de 5 ans à compter et à dénombrer ; les stagiaires analysent les items et les compétences de chaque enfant.
- Exposé sur les compétences en jeu dans les activités de dénombrement.[3]. Le post-PIAGET (MELJAC, GELMAN, etc.). Échanges sur des dysfonctionnements du "nombre".

[1] du type / considérer un nombre comme juxtaposition de ses chiffres / **lié à** / pour soustraire "deux chiffres", toujours retirer le plus petit du plus grand /
ou encore : / considérer un nombre comme juxtaposition de ses chiffres / **lié à** / "un chiffre" retiré à 0 donne toujours 0 /

[2] Le statut de l'erreur, pages 109-123 dans *Les enjeux didactiques de l'enseignement des mathématiques* , J. BRIAND, M-C. CHEVALIER, (1995) éditions Hatier.

[3] *L'enfant et le nombre*, M. FAYOL (1990), éditions Delachaux et Niestlé.
L'énumération dans le mesurage des collections, J. BRIAND (1993) Thèse de Bordeaux I.

Autre séance

- Étude d'un extrait d'article de C. MELJAC sur des observations d'enfants [1].
- Propositions de diverses activités de remédiation autour du comptage
- * cf. « Remédier aux difficultés courantes du comptage », A..J. BAROODY [2]
- * cf. situations du ERMEL *Apprentissages numériques* GS ou CP Editions Hatier (1990-91)
- Analyse d'un jeu extrait de *Jeux mathématiques,* L. CHAMPDAVOINE , par exemple « Le ramassage des champignons »(tome GS - CP page 28).
- Discussion sur un jeu, sur l'activité mathématique liée au jeu, sur la tâche des élèves, le rôle du maître.
- Illustration éventuelle : visionnement d'une cassette « Trois enfants habillent les Mathoeufs » (CRDP Suresnes) : entrée dans le problème, notion de variable didactique. Comment des compétences numériques peuvent évoluer au cours d'une activité (rôle du maître : avant la séance, pendant la séance, rôle du temps, effet d'imitation de l'autre et appropriation personnelle de l'élève).

POINT 3 RÉFLEXION SUR NOS NUMÉRATIONS.

Durée : environ 2 fois 3 heures

Finalité :

Comprendre les règles de nos numérations écrites et orales ; repérer les difficultés possibles et analyser les erreurs usuelles.

Une séance

- Prérequis : s'assurer que les stagiaires ont les idées claires sur nos deux systèmes de numération orale et écrite, de leurs analogies et de leurs différences. Au besoin un point de cours mathématique sur les numérations.
- Point de départ : visionnement d'une vidéo (IUFM d'Albi) Le jeu du château[3]
- Exposé sur l'apprentissage et l'enseignement du nombre.
- De la connaissance orale de la suite des nombres (la comptine) à la prise de conscience des régularités de la numération orale. De la comptine (orale) à l'écriture des premiers nombres (la bande numérique). Prise de conscience des régularités de la numération chiffrée. Distinguer cette phase de la prise de conscience de l'aspect numération de position (base dix) de notre numération écrite.
- Retour sur l'analyse d'une situation liée à la numération, aspect algorithmique : de la bande numérique au jeu du Château. Étude éventuelle des Spirales de D. BARATAUD[4].

Une autre séance

- Point de départ : analyse de productions d'élèves relatives à une situation autour de la numération aspect groupements - échanges.
- Exposé : faire prendre conscience aux stagiaires que les élèves perçoivent de manière très progressive, en avançant dans le champ numérique, le rôle des groupements par dix.
  - *Niveau 1* : connaître la comptine orale des dizaines ;
  - *Niveau 2* : la comptine des dizaines est perçue en paquets de dix entre un et vingt (ou un et trente) mais pas forcément au delà. Dix objets plus dix objets font vingt objets, mais à la question et encore dix objets de plus, l'enfant répond en surcomptant (vingt et un, vingt deux, ...). La perception régulière des paquets de dix se construit progressivement au coup par coup, avant la prise de conscience de la régularité à toute la chaîne numérique ;
  - *Niveau 3* : pour aller chercher 45 objets, l'enfant prend quatre paquets de dix objets et cinq objets.
- Présentation de situations qui favorisent cet apprentissage : les fourmillions, les carrelages, le jeu du banquier (cf. ERMEL CP).

---

[1] réf. MELJAC C. (1991) De quelques variantes imprévues apportées au scénario de la construction du nombre, pages 418-432, dans *Les chemins du nombre*, BIDEAUD, MELJAC, FISCHER, éditions Presses Universitaires de Lille.

[2] réf. BAROODY A.J (1991) Remédier aux difficultés courantes du comptage, pages 377-400, dans *Les chemins du nombre*, BIDEAUD, MELJAC, FISCHER.

[3] réf. ERMEL (1991) , *Apprentissages numériques CP*, page 281, éd. Hatier.

[4] disponible aux Centres de formation CNEFEI, 58-60, avenue des Landes, 92150 SURESNES.

Étude plus particulière du travail de C. PEZE avec Magali sur la compréhension de l'aspect décimal de la numération[1].

- Analyse de matériels "tout prêts" d'aide aux apprentissages sur la numération (par exemple matériel Picbille de R. BRISSIAUD[2], matériel multibase, jetons de couleur avec règles d'échange, boulier ordinaire, boulier chinois, monnaie, bande numérique, spirales) : montrer qu'ils contribuent au renforcement de l'aspect algorithmique ou de l'aspect groupements-échanges de la numération, étudier leurs analogies et leurs différences.

POINT 4 SYNTHÈSE SUR LA NOTION DE PROBLÈME DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Durée : environ 2 fois 3 heures

Finalité :

La notion de sens, vers une dialectique outil-objet. Typologie des problèmes additifs.

Une séance

- Point de départ : demander aux stagiaires quelles sont les situations qui permettent d'introduire l'addition et la soustraction. Très souvent les propositions sont du type :
  - prends huit cubes, fais deux tas, écris ce que tu obtiens.
  - je te donne trois cubes bleus et encore deux rouges ; combien en as-tu ? (avec matériel présent ou absent)
- Exposé sur la notion de problème en math, le rôle du matériel (voir plus loin cours associé). Privilégier l'anticipation, la richesse des procédures, la construction d'une stratégie.
- Etude spécifique des problèmes additifs et soustractifs.
  * Faire résoudre par les stagiaires des problèmes additifs et soustractifs. Leur demander de classer les problèmes (selon les procédures employées, estimation de leur degré de "facilité", ...). Comparaison avec les pourcentages de réussite à ces problèmes[3].
  * Exposé sur les structures additives (typologie à quatre classes)[4]. Notion de champ conceptuel.
  * Application : classement de problèmes extraits de divers manuels selon la typologie annoncée.
  * Discussion (ou travail explicite) sur les autres difficultés (classiques) liées aux problèmes de mathématiques : la spécificité du texte (non littéraire), la lecture de la consigne, le tri des informations, les présentations des informations (texte, image, tableau, ...), les schémas comme aide à la résolution ...

Autre séance : Apprentissages et jeux

- Étude de quelques situations de manuels scolaires pour rafraîchir les bibliographies de référence des stagiaires.
- Propositions d'activités un peu ludiques autour des apprentissages numériques : jeux de cartes (bataille, mémory, intrus) , principe et utilisation.
- Un exemple de construction du sens par des jeux de cartes : mise en place du tableau cartésien comme outil d'aide à l'organisation de données à deux critères.[5]
- Étude plus spécifique de jeux dits de logique type Mastermind.

Sur ces derniers jeux, notre opinion en bref : « on ne sait pas si ça fait du bien (aux apprentissages), mais ça ne peut pas faire de mal ! ».

---

[1] cf. C.PEZE, La rééducation de Magali, p180 à 192, Conférence dans COPIRELEM *"Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques"*, tome 5, Rennes 1996, IREM Paris 7.
Variante de la proposition : noter sur les enveloppes le nombre de jetons de l'enveloppe pour permettre une anticipation par le calcul.

[2] voir éditions Retz.

[3] cf. M.FAYOL *L'enfant et le nombre* (page 151).

[4] cf. aussi PÉAULT H. (décembre 1996) Structures additives *Moniteur Nathan.*

[5] réf. BIDON M., HOUDEMENT C., PELTIER M.L. (1992), Création et exploitation de jeux multi-familles, *Du Petit Ballon au Jeu de Cible . Faire des mathématiques en Grande Section,* I.R.E.M. de Rouen.

Les POINTS suivants seraient géométriques. Ils ne seront pas développés dans cet article.

Disons seulement qu'il nous semble intéressant de sensibiliser les stagiaires à une autre approche spatiale et géométrique que celle relevée dans les manuels, notamment aux connaissances spatiales et géométriques, aux différents espaces géométriques, ...[1]

(cf. un exemple de progression possible sur le passage de l'espace réel à l'espace symbolisé, puis à la lecture de cet écrit, autour du passage de l'appel rituel des enfants d'une classe de G.S. à la construction du plan de la classe[2]).

L'apprentissage des formes et des propriétés géométriques passe par l'utilisation adaptée de matériel : par exemple les Polydrons pour les polyèdres[3], « la moisson des formes »[4], le Tangram, pour les formes planes.

Les activités de reproduction de figures contribuent à enrichir la lecture et l'organisation de l'espace.

---

[1] réf. BERTHELOT R., SALIN M.H., (1994) L'enseignement de la géométrie à l'école primaire Revue *Grand N* n°53, pages 39-56, IREM de Grenoble.

[2] réf. De l'appel au plan de la classe dans *Du Petit Ballon au Jeu de Cible . Faire des mathématiques en Grande Section.*

[3] disponible à OMDP, Office de Diffusion de Matériel Pédagogique, 64, rue Rodier 75009 Paris.

[4] réf. BETTINELLI B. (1993), *La moisson des formes* (69 formes plastique regroupées par familles de couleurs différentes avec un document d'accompagnement), B. BETTINELLI, Besançon.

Titre	Exposé sur le problème en mathématiques pour stagiaires A.I.S. options E et F.
Auteur	Catherine HOUDEMENT, IUFM et IREM de Rouen.
Date	Octobre 97.
Thème	Plan de cours.
Résumé	Remarques sur les problèmes en mathématiques, en essayant de cerner les spécificités de l'A.I.S.

ÉLÉMENTS DE COURS SUR LA NOTION DE PROBLÈME POUR PROFESSEURS STAGIAIRES A.I.S. OPTIONS E ET F

Les stagiaires A.I.S. en formation, lorsque leur formation n'a pas été rénovée récemment, ont souvent besoin de "dépoussiérer" leur vision des mathématiques, a fortiori des problèmes de mathématiques. Leurs références sont quelquefois des manuels scolaires aux conceptions sous-jacentes un peu dépassées.

Ce cours essaie de pointer certaines remarques qu'il s'est avéré nécessaire de faire au cours des diverses séances de formation. Il ne prétend aucunement traiter le thème "problème mathématique" dans son intégralité, il jette quelques idées ou réflexions affinées au cours de la formation et évoquées avec les collègues formateurs.

I. PROBLÈMES DE MATHÉMATIQUES ET MANUELS ACTUELS

A. Les problèmes posés par les manuels

On appellera problème, dans un premier temps, tout support porteur d'informations relié à une question (ou plusieurs questions).

Les problèmes posés dans les manuels ont différentes finalités :

- avec les uns, on cherche à renforcer, consolider des savoirs et savoir-faire qui existent déjà chez l'élève ;
- avec d'autres, il s'agit de repérer, sur un thème précis, les compétences effectives des élèves, leurs difficultés spécifiques (à titre diagnostic ou à titre sommatif) ;
- d'autres encore offrent *a priori* une résistance aux élèves : les élèves n'ont en général pas encore le savoir ou savoir-faire expert qui permet de répondre aux questions ; ils vont donc, si le questionnement est bien construit, développer certaines attitudes, mettre en jeu certaines procédures qui vont contribuer à construire cette notion experte.

Ces derniers énoncés sont le plus proches des problèmes que rencontre le mathématicien, ce sont donc eux qui donnent du sens aux mathématiques. Ils doivent bénéficient d'un traitement particulier à l'école. C'est pour eux que le temps d'une réforme, on a inventé l'expression *situations - problèmes*[1]. Malheureusement on trouve peu de problèmes de ce type dans tous les manuels.

[1] cf. R. DOUADY (1984) *Cahier DIDIREM* n°3, IREM de Paris 7 et *Instructions officielles de 1980* où, déjà le sens premier était en partie perdu. Nous nous limiterons quant à nous au mot *problème*.

B. L'habillage, le contexte d'un problème

Dans les manuels, on trouve souvent, pour un texte associé à une question, deux libellés : exercices et problèmes. L'usage courant voudrait qu'on appelle **exercice** une suite de consignes décontextualisées (ou placées dans un contexte exclusivement mathématique), comme par exemple

(1) *Fais la division entière de 235 par 12*

(2) *Calcule 125 + 47 + 6*

et **problème** une suite de consignes placée dans un contexte dit "de la réalité" comme par exemple,

(3) *Combien de boîtes de 12 œufs peut-on remplir avec 235 œufs ?.*

(4) *Chez le libraire, Pierre achète un livre à 125 F, une bande dessinée à 47 F et un journal à 6 F. Combien dépense-t-il ?*

Cette distinction ne porterait pas à conséquence si elle n'était suivie d'une hiérarchisation implicite : un exercice sur une notion serait résoluble par l'élève plus tôt qu'un problème comparable sur la même notion ; autrement dit un exercice serait plus simple qu'un problème, il intervient donc plus tôt dans les manuels. Examinons cette soi-disant hiérarchie.

* Le problème des œufs (3) peut être résolu par un individu qui ne connaît pas la division : il peut en effet dessiner la situation et la résoudre par toute sorte d'approche (dessin effectif par paquets, approches additive ou multiplicative). Par contre l'énoncé (1) n'est compréhensible que par celui qui connaît le mot division et qui surtout sait que cette opération est liée à une répartition équitable avec reste minimum. L'énoncé contextualisé des œufs nécessite donc moins de connaissances préalables que l'autre énoncé (1), il peut donc être résolu plus tôt. Un "bon contexte" peut ainsi apporter du sens à une notion.

* Pour un élève qui connaît l'addition, les énoncés (2) et (4) sont mathématiquement équivalents ; l'énoncé (4) n'offre pas plus de difficulté mathématique que l'énoncé (2).

L'habillage seul d'un énoncé, le fait qu'il soit référencé à une situation du côté de la réalité ou du côté des mathématiques n'est donc pas une distinction pertinente dans une problématique mathématique. Nous ne retiendrons pas la distinction **exercice - problème** sous cette forme.

II. QU'EST-CE QU'UN PROBLÈME MATHÉMATIQUE ?

A. La distinction problèmes et exercices. Notion d'intention

Dans la vie courante, un problème est quelque chose qui résiste, qui crée un obstacle à un traitement immédiat. Un *problème mathématique* possède ce caractère, il doit offrir une résistance à l'apprenant. Cette résistance peut être vaincue en utilisant un ou plusieurs outils mathématiques[1]. Si l'énoncé n'offre plus cette résistance, il devient un *exercice*, une situation pour *exercer* un ou plusieurs outils mathématiques connus.

On peut donc parler de problèmes aussi bien en tout début d'apprentissage d'une notion, parce que l'élève ne possède pas encore l'outil expert qui lui permettrait de résoudre vite ce problème, qu'en fin d'apprentissage, lorsque l'élève doit combiner plusieurs outils mathématiques connus pour répondre aux questions. Dans tous les autres cas, où l'élève n'a qu'à appliquer un outil (ou plusieurs) qu'il a déjà acquis, on parlera d'*exercice*. Donnons deux exemples.

- Le texte « *partager équitablement 138 bonbons entre 15 enfants* » est en général un problème (dans un contexte lié au réel) pour un élève de CE2, mais devient un exercice pour un élève de CM2. C'est un problème de division, plus généralement appelé problème multiplicatif.
- En cycle 1, la situation suivante, « *poser devant l'élève côte à côte 5 cailloux et 3 cailloux et demander le nombre de cailloux* », n'est pas un problème additif, mais un exercice de dénombrement. Par contre, « *prendre une boîte vide, y déposer devant l'élève 5 cailloux, puis encore 3 cailloux, fermer la boîte et demander de trouver le nombre de cailloux dans la boîte* » est un problème (ou un exercice) additif (à condition qu'on ne puisse ouvrir la boîte que pour contrôler la solution proposée). En effet l'élève doit imaginer, penser le contenu de la boîte, il peut le matérialiser

[1] Mais qu'est-ce qu'un outil mathématique ? Nous nous contenterons d'une réponse naïve à cette question : le nombre est un outil au même titre que les opérations (et leurs algorithmes), la proportionnalité (et ses modes de résolution) ...

(avec ses doigts, des jetons), le dessiner, il peut compter 6, 7, 8, il peut aussi déclarer 8 car 5+3=8, etc. La recherche du mode de traitement du problème est à sa charge.

Remarquons que, si l'enfant ouvre la boîte pour chercher la réponse, il se situe dans une problématique du réel (il détourne l'intention mathématique du problème tourné vers l'addition, il retourne au dénombrement), mais non dans une problématique mathématique. **Ainsi tout problème mathématique dans l'enseignement est donné avec une intention[1], celle de vouloir activer certaines notions ou de préparer la construction de nouvelles notions.** On dit d'ailleurs que le problème (ou l'exercice) relève des outils mathématiques qui permettent de le résoudre. Le problème est bien construit quand il contient les contraintes qui exigent de rester dans l'intention souhaitée (dans l'exemple ci-dessus, la contrainte est de ne pas ouvrir la boîte pour anticiper sans se limiter à un constat). Une des tâches du professeur (et non des moindres) est de faire en sorte que les contraintes soient les moins artificielles possibles, qu'elles soient naturellement attachées à la situation, de façon à ce que l'élève les intègre pleinement dans sa recherche.

B. Situation réelle, situation évoquée et mathématisation

Un problème énoncé par écrit, quel qu'il soit, même s'il se réfère au réel, ne constitue pas une situation réelle, il ne fait (dans les meilleurs des cas) qu'évoquer le réel qui donne le cadre de la situation. La résolution d'un problème ou d'un exercice mathématique ne s'effectue pas dans la réalité, elle doit être pensée. Un problème se résout dans une problématique mathématique, l'accès au réel (quand la situation le permet) procure un contrôle des résultats et une validation. Mais l'accès au réel n'est pas total. Examinons cela sur un exemple.

1. La situation réelle

Acheter de la baguette de bois pour entourer un sous-verre de forme rectangulaire.

La résolution se fait alors dans une problématique de la réalité.

On peut prévoir d'en acheter un peu plus en cas d'erreur. Doit-on réfléchir à une taille en biseau pour encadrer joliment les quatre sommets du rectangle ou à un autre type de jonction ?

Plusieurs procédures sont possibles pour mesurer : on peut par exemple utiliser un mètre (ou une ficelle reportée sur un mètre rigide ou ...) pour simultanément mesurer et additionner les mesures de longueurs, mais on peut aussi mesurer longueur et largeur, puis les additionner deux fois ; cela suppose alors une connaissance au moins implicite de la notion de périmètre du rectangle.

2. Une situation évoquée sur le même thème

Remarquons d'abord qu'il peut y avoir diverses évocations possibles de la situation réelle précédente : avec le dessin à l'échelle du cadre, avec un schéma sur lequel on reporte les mesures, etc.). Arrêtons nous sur l'énoncé suivant.

Paul possède un sous-verre de forme rectangulaire, dont les dimensions sont 42 cm sur 35 cm. Il veut construire un cadre autour. Quelle longueur minimum de baguette doit-il acheter ?

La résolution se fait dans une problématique mathématique.

Là le résultat attendu est l'exacte mesure du périmètre (154 cm). Le mot "minimum" essaie d'évacuer les références au réel que seraient une taille en biseau sur les quatre coins, ou un autre style de coupe.

Une procédure possible consiste à chercher un schéma : il s'agit de dessiner le rectangle, mais il ne tient pas sur une feuille, on peut alors dessiner un rectangle quelconque et chercher à voir comment obtenir son périmètre, pour ensuite additionner les longueurs deux fois.

3. Quelques remarques

- Dans des problèmes ou exercices mathématiques, certains mots font fonction de contrôle de l'évocation (ici *minimum*) ; ils ne sont pas toujours perçus en tant que tels ; c'est un phénomène de contrat.
- Cette dialectique entre problématique de la réalité et problématique mathématique est particulièrement sensible pour les élèves E et F. En effet les problèmes sur lesquels ils réagissent le plus sont ceux pour lesquels la réalité contredit

[1] C'est une des différences avec un problème de mathématicien dont la seule intention est qu'il soit correctement résolu.

leurs résultats[1]. Ils acceptent alors de remettre eux-mêmes en cause leurs procédures.

Il est nécessaire de faire prendre conscience aux apprenants F des deux problématiques en jeu, la problématique de la réalité et la problématique mathématique, celle qui fait partie du contrat pour l'école. Une des difficultés de l'enseignement en F sera d'ailleurs de relier problématique du réel, problématique mathématique et problématique professionnelle de l'atelier, où là, les objets d'étude sont plus réels, mais soumis à des contraintes liés aux instruments disponibles.

C. Qu'est-ce que faire des mathématiques à l'école ?

Faire des mathématiques à l'école, c'est donc

- résoudre des problèmes, c'est-à-dire anticiper le résultat d'une action soit réelle, soit évoquée ou encore symbolique,
  - sans mener effectivement cette action (si elle est réelle ou évoquée), mais en la représentant par des schémas, par des écritures symboliques, en utilisant des outils mathématiques
  - soit directement (par appel à une démarche efficiente déjà connue ou à un outil particulièrement efficace), soit après avoir construit une stratégie,
  - en ayant des moyens de contrôle de la stratégie et de validation des résultats produits ;
- mais c'est aussi s'entraîner au maniement d'outils efficaces, introduits à l'occasion de la résolution des problèmes qui précèdent.

Faire des mathématiques à l'école, c'est donc résoudre des problèmes dans une problématique mathématique.

[1] C'est pourquoi les activités géométriques sont particulièrement pertinentes pour les F. En effet pour certaines situations géométriques telles que reproduction de figures planes ou de solides, la distance entre problématique de la réalité (dessins ou solides) et problématique mathématique peut être réduite.

III. EXEMPLES DE PROBLÈMES À CONSTRUIRE PAR LE PROFESSEUR

Le maître construit des situations qui donnent l'occasion aux élèves de faire des mathématiques. Ces situations sont tantôt des problèmes, tantôt des exercices. Sont alors à la charge de l'élève plusieurs tâches, pas seulement mathématiques : la lecture du texte, de la question, la compréhension, la représentation, le traitement (la construction d'une démarche de résolution), l'explicitation de la solution. Le professeur peut moduler ses exigences par rapport à ces différentes phases, par exemple il peut choisir de lancer le problème par oral (pour éviter lecture de texte avec image), il peut matérialiser le problème de façon à faciliter la représentation (attention au rôle du matériel), il peut laisser l'élève poser un problème au professeur (pour changer la rapport de l'élève à la question), etc.

Les problèmes choisis pour apprendre doivent permettre une entrée rapide dans le problème par l'élève, un intérêt de la part de l'élève pour la question posée, la construction possible de procédures de résolution par l'élève allant dans la direction visée par l'apprentissage, si possible un contrôle sur les procédures ...

Il est alors intéressant de prévoir une gestion du groupe ou de la classe, en plusieurs phases :

- un temps de recherche individuelle, avec l'aide éventuelle du professeur pour lancer la recherche, sans induire de solution,
- un temps de confrontation des procédures : les élèves constatent alors, avec l'aide du professeur, que certaines procédures ont abouti, mais qu'elles sont différentes les unes des autres, que d'autres n'ont pas abouti, mais qu'elles auraient pu se poursuivre ...

On constate que les élèves A.I.S., face à ces derniers problèmes, emploient des procédures particulièrement "dispersées", beaucoup plus que dans une classe "ordinaire". Quelques raisons peuvent être signalées a priori : la variété des parcours des enfants regroupés dans l'A.I.S., les effets des déperditions successives, le peu de contrôle qu'ils ont l'habitude d'exercer sur leurs productions.

La phase de synthèse par le professeur est l'occasion pour l'élève de porter un regard sur ce qui lui a permis de réussir ou sur ce qui l'a fait "perdre".

C'est la répétition d'activités de ce même type qui permettra à l'individu de se forger une idée du "résoudre un problème de mathématique" et d'acquérir une "certaine autonomie".

Un entraînement (série d'exercices) sur des activités de même type est indispensable pour fixer les connaissances et procurer à l'individu le plaisir de la réussite répétée.

Les problèmes classiques que l'on peut rencontrer dans les manuels n'offrent pas souvent de telles caractéristiques (même sous les expressions *activité de recherche*, *activité préparatoire*, *recherche*, etc.). Pour construire du sens et apprendre à raisonner en permettant un auto-contrôle de la situation, pour distinguer la problématique du réel de la problématique mathématique, il est nécessaire de vivre des problème réels (contextualisés) mais relevant d'une problématique mathématique, et ce avant de passer aux situations seulement évoquées.

Dans cette partie du cours, il s'agit de trouver, construire de tels problèmes avec les stagiaires et de leur donner des références bibliographiques qui devraient leur permettre de trouver de la matière (essentiellement nombre et numération pour les E, plus diversifié pour les F).

Suivent quelques exemples pour les E (déjà vus en numération).

A. Suite de situations pour la compréhension de l'aspect algorithmique de la numération écrite : le jeu du château

Lire *Apprentissages numériques ERMEL CP* (1991) éditions Hatier, page 281 et suivantes. L'élève peut entrer dans le problème grâce au conte qui lui donne du sens. Il a plusieurs procédures à sa disposition, par exemple dans le champ numérique qu'il maîtrise oralement :

- parcourir la suite de cases et réciter la comptine jusqu'à la case du trésor, chercher sur la bande numérique l'écriture en chiffres du nombre cité ;
- prendre des indices sur la ligne de la case trésor et déduire l'écriture chiffrée ;
- prendre des indices sur la colonne de la case trésor et déduire l'écriture chiffrée.

Quand la situation globale a pris du sens, que l'élève a une représentation de la tâche finie, le thème du château peut être réinvesti dans plusieurs exercices individuels, qui permettront à l'élève de conforter et fixer ses connaissances.

B. Travail avec Magali sur la compréhension de l'aspect décimal de la numération

cf. C. PEZÉ, La rééducation de Magali, p. 180 à 192, Conférence dans COPIRELEM *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, tome 5,* Rennes 1996, IREM Paris 7

IV. RÉSOLUTION DE PROBLÈMES PAR L'ÉLÈVE

Il s'agit ici de renvoyer le stagiaire à des lectures qui lui permettront d'affiner sa vision de la tâche de l'élève résolvant un problème.

Listons les différentes tâches :

- la lecture de l'énoncé, de l'image, des questions : notamment difficultés liées à la sémantique, à la syntaxe,
- la prise d'informations nécessaires au traitement, donc un passage obligé par une représentation du problème,
- le traitement du problème, et les difficultés liées notamment au décalage entre la structure sémantique et la structure mathématique d'un énoncé,
- la formulation de la réponse, la communication à un tiers.

Sur quels points pouvons nous avancer avec les stagiaires en formation AIS ?

A. La spécificité de la lecture d'un problème

S'agit-il de faire une lecture directe des informations ou, l'appropriation des informations nécessite-t-elle un travail de reformulation (lecture d'un tableau, d'un dessin, ...) ? Une fois la question lue, il est souvent nécessaire de relire l'énoncé pour en retirer des informations nécessaires au traitement : FAYOL[1] note que le placement en tête de la question entraîne une amélioration systématique des réussites aux problèmes additifs pour tout type de problème et tout âge. Quelle progression adapter pour améliorer en fin de cours l'autonomie du sujet sur la lecture du problème ?

[1] *L'enfant et le nombre*, 1990, page 174, éditions Delachaux et Niestlé, Neuchatel.

Références :

- dans la revue *Grand N* , I.R.E.M. de Grenoble :

- n°42 F. BOULE, C. WASSERER (1988) "Lecture des énoncés mathématiques"
- n°50 R. NEYRET (1992) "Lecture d'énoncés et progression thématique"
  D. BUTLEN (1992) "Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée"
- n°51 J. BOLON (1993) "Regards insolites sur quelques manuels"

- dans les *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* volume 4, IREM de Strasbourg :
  R. DUVAL (1991) "Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des textes".

B. La notion de structure : un exemple, les problèmes additifs

Dans ce paragraphe, on peut traiter

- de la notion de champ de problèmes, en liaison avec les champs conceptuels de G. VERGNAUD, en faisant travailler les stagiaires sur les problèmes additifs ;
- de l'impact des présentations et modes de formulation des énoncés, notamment des notions de structure sémantique et structure mathématique de l'énoncé.

Références :

- EHRLICH S. (1990) *Sémantique et mathématiques. Apprendre / enseigner l'arithmétique simple*, éditions Nathan.
- FAYOL M. (1990) *L'enfant et le nombre. Du comptage à la résolution de problèmes,* éditions Delachaux et Niestlé.
- VERGNAUD G. (1981) *L'enfant, la mathématique et la réalité,* éditions Peter Lang.

Grâce à ces éléments d'information, on insistera en particulier sur les points suivants, avec les stagiaires en formation :

- couvrir le champ des structures additives, ne pas se limiter à un seul type de problèmes ;
- donner du sens à la soustraction en choisissant des problèmes appropriés.
- prendre garde à évaluer avec des problèmes de même type que ceux sur lesquels on a entraîné les élèves ;
- prendre garde à ne pas ajouter de difficulté sémantique aux problèmes d'évaluation ;

C. La notion de représentation d'un problème

On trouvera les références de quelques ouvrages récents sur la notion de "boîte noire" dans la psychologie cognitive, appliquée aux mathématiques. On citera brièvement

- la représentation d'un problème par le dessin, par le mime ...
- les représentations plus élaborées : schéma ...
- les aides possibles à la représentation ...

Références :

- DESCAVES A. (1992) *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes* éditions Hachette.
  Un début confus, plus intéressant après la page 18.
- JULO J.(1995) *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*, éditions Presses Universitaires de Rennes.
- JULO J. (1996) Une séquence d'apprentissage autour du problème de la proportionnalité, pages 110-115, in *Documents pour la Formation des Professeurs d'Ecole en Didactique des Mathématiques*, tome V, IREM de Paris 7.
- SARRAZY B. (1996) *Résolution de problèmes et représentation.* Thèse de 3ème cycle. Université de Bordeaux II.

D. Le transfert ou l'éducabilité cognitive

Qu'en est-il de l'existence d'une capacité générale à résoudre les problèmes ? On peut évoquer à cette occasion les propositions institutionnelles de médiation cognitive (ARL, PEI, etc.) auxquelles seront confrontés les stagiaires A.I.S, et leur redonner une plus juste place.

Référence :

COULET J-C. (1996) Les méthodes d'éducation cognitive, p. 145-168 in *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques (1997)* tome V, IREM de Paris 7.

Titre	Exemple de plan des premiers cours pour la formation mathématique et didactique des stagiaires A.I.S. option F.
Auteur	Marie-Hélène Salin, IUFM d'Aquitaine, LADIST et IREM de Bordeaux.
Date	Octobre 97.
Thème	Plan de cours.
Résumé	Ce plan de cours donne les grandes lignes du travail de base mené avec les stagiaires dès le début de l'année. Il s'appuie sur des références données dans le corps du texte et dans la bibliographie.

PLAN DES PREMIERS COURS POUR LA FORMATION MATHÉMATIQUE ET DIDACTIQUE DES STAGIAIRES A.I.S. OPTION F

REMARQUES PRÉALABLES

Ces cours s'adressent aux stagiaires, dès le début de l'année. Ils constituent un peu plus du tiers du temps pendant lequel ces derniers peuvent se former pour l'enseignement des maths en SEGPA. Parallèlement aux cours, ils préparent quelques séquences qu'ils effectuent dans les classes où ils sont en stage une journée par semaine. Je leur fournis une aide ponctuelle à la demande (non prise en charge dans mon service).

Cette première série de 6 cours de 3 heures intègre une formation en didactique dont ne dispose pas la majorité des stagiaires, mais ceci devrait changer au fur et à mesure que de jeunes professeurs des écoles postuleront.

Après une première séance consacrée à la prise de connaissance des divers programmes (des élèves et de la formation F), j'ai choisi de consacrer 15 heures à un minimum de formation didactique en m'appuyant sur la présentation d'un domaine très important pour les élèves de SEGPA et méconnu des enseignants du primaire : la géométrie du dessin technique .Ceci me permet de présenter les éléments principaux fondant l'utilisation de situations d'apprentissage par adaptation et de montrer leur fonctionnement. Mais il est essentiel de prendre en compte la spécificité des élèves de SEGPA et leurs difficultés, c'est ce que j'essaie de faire dans le dernier cours de cette série.

Les cours suivants portent sur des thèmes négociés avec les stagiaires en fonction de leurs demandes. Les plus importants me paraissent être : l'enseignement de la mesure et du mesurage, l'enseignement de la proportionnalité, l'enseignement de la géométrie

SÉANCE 1

I) Recueil des questions posées par les stagiaires, concernant l'enseignement des maths, à l'issue de leur stage " Prise de contact avec la Segpa ".

- Y a-t-il un programme en SES ? quel est-il ? les outils du collège sont-ils utilisables ? comment

organiser un parcours de 6 années avant le CAP ?
- Pourquoi l'évaluation prend-elle une telle place ?
- Pourquoi l'individualisation de l'enseignement ne semble-t-elle pas effective ? Que veut dire "enseignement adapté" ?
- Le bachotage est-il inévitable ? Peut-on proposer aux élèves de SES des activités de recherche ?

II) Présentation de quelques points de repères

- La question des programmes :

Elle est épineuse, parce qu'après une réforme de la SES en SEGPA, très influencée par le modèle "enseignement technique", le ministère Bayrou a réorienté la SEGPA vers le modèle "collège" (circulaire de 96). Et en novembre 97, on attend toujours ... la réforme Allègre ?

Deux circulaires abordent très succinctement la question : celle de 90 (pas complètement abrogée) et celle de 96 (on attend toujours une nouvelle circulaire "pédagogique") ; Les trois programmes : école primaire / collège / CAP servent donc de références.

- comparaison rapide des programmes : cycle 3 / collège / CAP
- principes et méthodes pédagogiques
- évaluation des acquis :
  * en cours de formation
  * un exemple de sujet de CAP (annexes 1)

Là aussi, rien n'est stable. Depuis la rénovation des CAP, de grandes différences apparaissent entre les académies. Le mouvement général est à la "mathématisation" des sujets d'examen et à l'abandon des habillages professionnels, mais en même temps, on note sur des sujets classiques, des problèmes de plus en plus simples et découpés en mini-questions, correspondant à l'évaluation d'un item des référentiels.

* un exemple de sujet CFG (voir texte spécifique).

III) Échanges sur " Pourquoi enseigner les maths aux élèves de SEGPA ? "

IV) Les axes de la formation F en maths

- Les textes la définissant : *voir bibliographie et tenir compte des modifications actuelles.*
- Les besoins nouveaux liés à la transformation des objectifs de la SES
- Mes propositions : essayer de prendre en compte plusieurs dimensions :
  * maîtrise mathématique du programme de CAP, sur quelques domaines, en particulier la géométrie, les fonctions ;
  * approfondissement, d'un point de vue didactique, de quelques thèmes (par exemple, mesures, proportionnalité, géométrie plane) ;
  * essai de compréhension des difficultés des élèves de SEGPA : spécificité, modèles explicatifs actuels, pistes pour l'action didactique ;
  * évaluation et référentiels.
- Moyens
  * activités mathématiques présentées de manières différentes ,
  * observation de classes, et observations d'élèves pendant les journées en SEGPA,
  * utilisation de "protocoles" recueillis dans des recherches,
  * observations de tâches d'atelier où interviennent les savoirs mathématiques (pendant le stage),
  * prise de connaissance et analyse de documents (manuels, épreuves d'évaluation),
  * "cours" destinés aux apports d'information, synthèses, comptes-rendus et analyse d'observations.

SÉANCE 2

Objectifs du travail

Ils se situent à <u>4 niveaux</u>.

1) Poser le problème de la description des objets spatiaux par l'examen d'un sujet de CAP puis par une activité effective.
2) Analyser les résultats de cette activité du point de vue des connaissances et des compétences nécessaires à la réussite.
3) Prendre connaissance des difficultés des élèves de SEGPA sur ce domaine.
4) Commencer un travail de réflexion sur les situations d'enseignement, en s'appuyant sur l'analyse des situations proposées.

Activités

1) Réalisation d'une épreuve professionnelle de CAP "Tous métiers du bâtiment" (lecture de plans et coupes).(annexe 2)

2) Situation d'autocommunication

Il s'agit de fabriquer un objet identique à un objet donné, selon deux modalités différentes :

- l'objet modèle est constamment visible
- l'objet modèle est visible avant le début de l'action de reproduction mais pas pendant cette action ; l'évaluation de l'action se fait par comparaison du modèle et de sa copie ; les objets dont il s'agit sont des assemblages de cubes (empilables mais pas accrochables).

3) Situation de communication

Une personne dispose d'un objet. Elle doit en fournir une description à une autre personne pour que cette dernière puisse construire un objet identique. Aucune restriction n'est donnée sur la nature du message, sauf qu'il doit être réalisable sur une feuille de papier. Même forme d'évaluation.

Déroulement du cours

a) Réalisation des trois activités.

b) Examen comparatif des messages de l'activité 3.

c) Analyse au niveau 2, indiqué ci-dessus, guidée par les questions.

- Quelles connaissances sont nécessaires pour résoudre chacun des problèmes ?
- En quoi dépendent-elles de la nature des objets à reproduire ?
- Que produit le changement de modalités dans l'activité 2 ?
- À quelles conditions ces activités peuvent-elles produire des apprentissages ?

d) Les difficultés des élèves

- Compte-rendu d'observations à propos d'une adaptation de "l'épreuve des trois montagnes" (de Piaget) avec des élèves de 3ème et 4ème de SES (documents personnels).
- "Les erreurs en dessin technique" repérées dans l'ouvrage de Husson-Charlet (1995).

SÉANCE 3

Objectifs :

1) Initiation au fonctionnement du dessin technique

2) Informations sur les difficultés rencontrées par les élèves de CAP

3) Analyse comparative de deux méthodes d'enseignement préparant au dessin technique :

- celle proposée par l'IREM de Grenoble dans la brochure de 1983 "Introduction à la géométrie dans l'espace"
- celle proposée par un polycopié diffusé dans le département de la Gironde (Kielen 1988) dont l'annexe 3 reproduit un exemple de fiche de travail.

Réalisation :

Pour le premier objectif, utilisation de quelques-unes des activités décrites dans le document de l'IREM de Grenoble.

Pour le deuxième, prise de connaissance de résultats issus de "L'apprentissage de la géométrie du dessin technique ; des constats d'échec et des moyens de réussite" INRP Collection rapports de recherche 1984 n°9 et du livre de J-C Husson-Charlet "Les erreurs en dessin technique".

Pour le troisième, comparaison des deux démarches en répondant aux questions suivantes :

- caractérisez les différences entre les activités proposées par les deux sortes de document des points de vue suivants :
  * connaissances supposées des élèves en début d'apprentissage
  * connaissances développées par l'apprentissage
  * sens que les élèves peuvent donner aux activités
  * mise en œuvre dans une classe de SEGPA
- pouvez-vous rattacher ces deux "méthodes" à des conceptions de l'apprentissage différentes ?

Les critiques à formuler au document Kielen ne sont pas aussi unanimes qu'on pourrait le penser !

SÉANCES 4 - 5

Cours : Différents modes de transmission des savoirs mathématiques et leurs présupposés sur la nature des mathématiques et sur l'acquisition des connaissances

Il ne s'agit pas de présenter d'abord ce qu'il ne faudrait pas faire, puis le remède miracle, *mais de montrer que l'enseignant dispose d'une variété de moyens, à adapter en fonction de ses buts et des contraintes qui pèsent sur son action. Aussi, chaque "modèle" présenté est accompagné de réflexions sur ses qualités et ses défauts.*

I) Les deux versions du modèle "ostensif"

(s'appuyant sur la monstration des pratiques ou sur l'exposé du savoir)

A) L'important, c'est de "savoir-faire"

(enseignement primaire jusqu'en 1970)

B) L'important, c'est le "texte du savoir"

(enseignement secondaire à partir de 1970 et encore maintenant au lycée)

C) Conceptions de l'apprentissage correspondantes

II) L'ostension " déguisée "

(enseignements primaire et du collège actuels)

L'enseignant pose des questions fermées et ne retient que les réponses "attendues".

III) Le modèle des pédagogies actives

A) Leurs présupposés sur ce qui est susceptible d'intéresser l'élève

B) Trois difficultés :

1) Les situations "réelles" sont en général complexes et font intervenir plusieurs connaissances.
2) Dans la "réalité", on peut se contenter de solutions approchées et bricolées, qui ne font pas appel aux notions mathématiques à enseigner.
3) Un problème "réel" résolu est mort pour l'analyse. On n'exploite pas une situation mathématique a posteriori. Les mathématiques sont utiles pour prévoir et non pour décrire.

IV) Une alternative possible pour certains apprentissages : l'apprentissage par adaptation, développé par G. Brousseau dans sa théorie des situations didactiques

(cf. Briand et Chevalier 1996)

A) Simuler dans la classe le fonctionnement du savoir

1) Pourquoi ?
2) Les fonctions du savoir mathématique dans les situations non didactiques
3) Les situations a-didactiques : définition

B) Les caractéristiques générales des situations d'enseignement développant cette forme d'apprentissage

1) Elles s'inscrivent dans un projet du maître de faire approprier un savoir spécifié
2) Elles sont construites autour de *situations a-didactiques* dont la résolution suppose le recours à la connaissance visée.
3) L'enseignant doit donc dans un premier temps faire la *dévolution* à l'élève de la responsabilité de résoudre le problème.
4) La situation doit être organisée de telle manière que les résultats des élèves soient validables par la situation ou par eux-mêmes.
5) En cours ou au terme du déroulement de la situation a-didactique, l'enseignant est responsable de *l'institutionnalisation* des connaissances élaborées par les élèves.
6) Les rapports enseignant-enseignés sont déterminés par le *contrat didactique.*
   L'évolution des apprentissages correspond à des changements de contrat.

C) Les différents types de situations a-didactiques

1) Situations d'action
2) Situations de formulation
3) Situations de validation

D) L'effet des différents paramètres d'une situation sur la nature des connaissances nécessaires à leur résolution et leur utilisation dans la construction d'une situation a-didactique :

les variables didactiques.

E) Le déroulement d'une situation didactique d'apprentissage par adaptation.

1) Les différentes phases

2) Nécessité de l'institutionnalisation des connaissances dégagées

de leur mise en fonctionnement répétée.

Le cours s'appuie sur des exemples de situations rencontrées dans les séances précédentes, et sur des situations d'apprentissage de la mesure faciles à communiquer.

SÉANCE 6

Quelques conseils pour l'enseignement des mathématiques en SEGPA.

Une mise en garde sur les conseils donnés : aucun n'est à prendre dans l'absolu. Tout est affaire d'équilibre.

A) Les pièges à éviter :

- La mécanisation à outrance : l'élève peut réussir, mais le sens est absent ; l'élève est incapable d'utiliser ce qu'il a appris dans une situation un peu différente sans l'aide de l'adulte.

- En réaction, l'ouverture à tout vent.

L'apprentissage par adaptation a été conçu pour permettre l'acquisition d'outils mathématiques sans lesquels on ne peut pas "penser" ni résoudre les problèmes non didactiques qui sont posés. Il s'agit, pour l'enseignement, d'essayer de prendre en charge, sans les séparer, le sens et les modalités de fonctionnement des connaissances mathématiques.

B) Les difficultés sont nombreuses

Je voudrais vous signaler celles qui me paraissent les plus importantes ainsi que des pistes de solution.

1) Les problèmes de gestion de la classe liés à l'hétérogénéité des élèves

2) L'intériorisation de l'échec par les élèves

Deux attitudes : * refus de l'échec qui aboutit à rejeter les situations à rétroaction ou au déni de la confrontation au réel

*passivité : inhibition de l'action ; peur de prendre une décision, besoin continuel de l'adulte.

3) Le nécessaire changement de contrat didactique (or tout changement est insécurisant)

* sens de "chercher" (lié à des problèmes socioculturels)
* rapport à l'erreur : de faute, elle doit devenir moteur du progrès

4) L'intégration des connaissances :

Certains élèves sont capables de "trouver" la solution d'un problème mais il n'y a pas de transformation de ce qui n'est qu'une connaissance contextualisée en un outil utilisable ailleurs.

« Il faut toujours recommencer », disent les enseignants. (relation avec l'absence de projet "d'autodidactie")

C) Des pistes pour des solutions

1) Les problèmes d'organisation

Étant donnée l'hétérogénéité de ces classes, il est nécessaire de constituer, par moments, des groupes de besoins ou même, dans certains cas, des classes à plusieurs niveaux. Toutefois, il est essentiel de développer un rapport collectif aux activités d'apprentissage et de résister à l'individualisation totale qui s'est répandue dans les SEGPA et qui aboutit à un appauvrissement de l'enseignement.

Progressions : éviter de papillonner, en changeant de sujet très souvent. Travailler la géométrie ou la mesure une fois par semaine n'est pas bon. Il faut avoir terminé un apprentissage jusqu'à un minimum d'institutionnalisation avant de changer. Ensuite de courtes séances de rappel sont nécessaires.

Organisation du temps hebdomadaire

* Avoir si possible pour chaque groupe de la classe plusieurs plages d'une demi-heure par semaine disponibles pour un temps de travail avec la présence de l'enseignant, utilisées pour la mise en œuvre des situations a-didactiques.
* Proposer sur les autres plages, des activités reprenant le même problème dans un contexte permettant plus d'autonomie, puis des exercices d'entraînement.
* Penser à utiliser le plus possible les "occasions" extérieures de faire fonctionner, sous la responsabilité de l'élève les connaissances enseignées.

2) Le rôle de médiateur de l'enseignant

* Expliquer le pourquoi des choses, montrer à quoi sert ce qu'on travaille. Les situations ne permettent qu'en partie de faire ce travail .

* Aider l'élève à prendre des repères sur ce qu'il sait et sur ce qu'il ne sait pas encore : une certaine façon d'évaluer et de communiquer les résultats de l'évaluation.

* Clarifier le statut des différents moments du travail d'apprentissage :

- Face à une situation a-didactique : « c'est à vous de chercher, d'essayer » ; Quand cela est possible, renvoyer aux élèves la responsabilité de déterminer s'ils ont réussi ou non, les assurer que, s'ils n'ont pas réussi, vous les aiderez à comprendre pourquoi ça n'a pas marché.

- Dans une fiche d'entraînement, aide ponctuelle

- Dans une fiche d'évaluation : "je ne vous aide pas, il faut que vous et moi nous sachions ce que vous savez faire seuls".

Ce qui est particulièrement difficile : s'empêcher d'aider l'élève à ne pas échouer, quand cet "échec" est nécessaire pour comprendre.

* Dans une situation a-didactique

- la consigne doit être très bien préparée ; elle doit être accompagnée de l'explicitation de ce à quoi on verra qu'on a réussi ; souvent, il peut être utile de faire un premier essai devant tous pour bien faire comprendre la consigne ;

- dans une situation de communication, pour éviter dans un premier temps la complexité de déterminer d'où vient l'erreur, le professeur peut être l'émetteur ou le récepteur ;

- au moment de la comparaison effets attendus - effets obtenus, le professeur a un rôle très important : explicitation, interrogation sur le pourquoi ;

- encouragement pour le nouvel essai ;

- si personne ne trouve la solution, ne pas s'acharner, aider à trouver la solution par des questions, la faire expérimenter avec votre aide mais ensuite laisser aux élèves la possibilité de s'approprier la connaissance en la faisant fonctionner dans cette situation qui a du sens ;

- tirer les conséquences, formuler ce qu'on a trouvé (le début de l'institutionnalisation) ;

- à la séance d'après, commencer par demander "qu'est-ce que vous aviez à faire la dernière fois ? qu'est-ce que vous aviez appris ? " puis proposer le nouveau problème en le reliant explicitement au début puis de moins en moins aux situations précédentes.

Il peut être intéressant de faire un journal de classe (ou de groupe) qui retrace l'histoire. Il s'agit de construire des références sur lesquelles le professeur peut s'appuyer quand c'est nécessaire.

* Ne pas oublier que les phases d'entraînement sont nécessaires : une technique se travaille, en maths comme en EPS. Si le sens est assuré, on peut proposer des tâches moins riches pour automatiser les apprentissages.

* Des ateliers "jeux" peuvent être mis en place avec profit en 6ème-5ème : jeux de société, (de stratégies), de cartes, jeux numériques adaptés, jeux d'échecs etc. Mais attention, cela ne doit pas prendre la place des maths et leur rôle doit être bien délimité. Ne pas appeler jeux les activités intégrées dans le cursus d'enseignement, même si elles ressemblent à des jeux.

D) Remarques pour une meilleure liaison enseignant général / enseignant professionnel

- Analyser dans le détail, ensemble PLP et enseignants généraux, un certain nombre de tâches professionnelles en explicitant les connaissances nécessaires pour les résoudre.
- S'interroger : qui est responsable d'enseigner cela ?

Deux cas sont possibles :

* Cela ne fait pas l'objet d'un enseignement . Pourquoi ? Peut-on modifier cet état de fait ?

* Cela fait bien partie d'un enseignement mais le transfert ne se fait pas. Il faut sans doute alors repenser l'enseignement de manière à ce que les élèves n'apprennent pas séparément le concept et la manière de s'en servir.

En particulier l'enseignant chargé des maths peut simuler des problèmes professionnels et les poser aux élèves. Il est important que les élèves comprennent que les maths sont utilisées car elles servent à prévoir et à économiser du temps, des matériaux, etc. Et cela peut se faire dès la classe de 6ème.

L'enseignant professionnel doit connaître le contexte dans lequel le professeur de maths a introduit une notion, pour mesurer la distance entre ce dont il a besoin et ce que les élèves sont censés savoir maîtriser.

Il ne faut pas nécessairement se répartir les tâches de manière traditionnelle. L'enseignant de maths peut être celui qui permet les échanges sur des pratiques professionnelles différentes (selon les métiers) faisant appel à un même concept, qui établit des liens entre différentes activités, qui fait réaliser des "enquêtes", etc.

annexe 1

Lille 1997

6 BEP/CAP Bâtiment
Durée : 2 heures

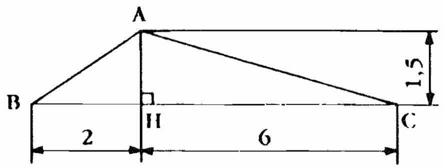
■ Exercice 1

Compléter le tableau ci-dessous : (*BEP : 1 point ; CAP : 2 points*)

a	$2a - 3$	$\sqrt{a}$
9		
		2

■ Exercice 2

Vue de côté d'une toiture (Cotes en mètres)
(Les questions ci-dessous sont indépendantes).

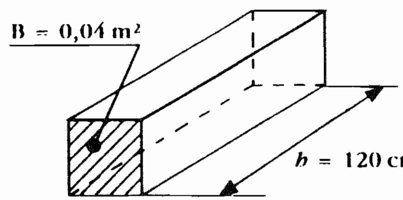


1. Calculer la longueur AB (en mètres). (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)

2. Calculer l'aire du triangle ABC (en mètres carrés). (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)

■ Exercice 3

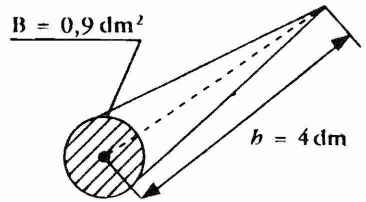
(*Pour répondre placer une croix dans la case correspondante*.)



1. Quel est le volume de ce madrier ? (C'est un prisme droit). (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)

☐ 0,048 m³ ☐ 480 cm³ ☐ 4,8 dm³

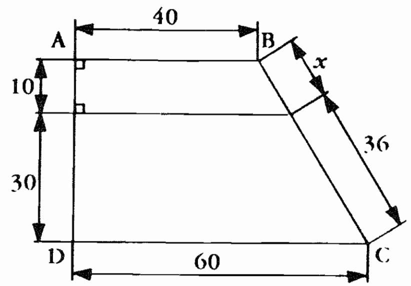
2. Quel est le volume de cette pièce conique ? (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)



☐ 1,3 dm³ ☐ 1,2 dm³ ☐ 3,6 dm³

■ Exercice 4

Cotes en mètres
(Les questions ci-dessous sont indépendantes.)



1. Calculer la côte x (en mètre). (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)

2. Calculer l'aire du terrain ABCD en mètres carrés. (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)

■ Exercice 5

(*Pour répondre placer une croix dans la case correspondante.*)

1. Une boîte de peinture coûte 120 F. Elle est achetée avec une remise de 25 %.
Quel est son prix d'achat net ? (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)

☐ 30 F ☐ 90 F ☐ 95 F

2.

Offre spéciale Carrelage : 220 F le m² Pour 5 m² achetés, vous n'en payez que 4 !

Dans les conditions de cette offre spéciale, quel sera le prix d'achat de 60 m² de carrelage ? (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)

☐ 12 980 F ☐ 13 200 F ☐ 10 560 F

annexe 2.a

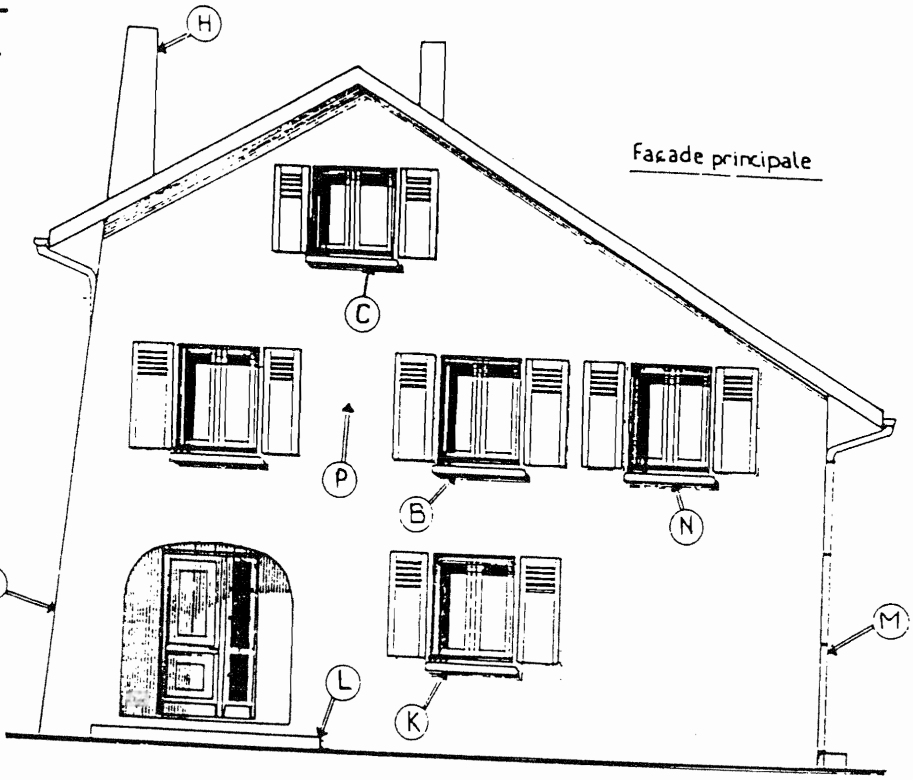
Académie de BORDEAUX			Dossier 8
C.A.P. Toutes options du bâtiment			
LECTURE DE PLANS	Année 1983	DURÉE : 0 h 30	

<table>
<tr><th>QUESTIONS</th><th>RÉPONSES</th><th colspan="2">Notation</th></tr>
<tr><td>1. Chercher sur la coupe ou sur la façade la lettre correspondante au numéro sur les plans.
<table>
<tr><td>n°</td><td>4</td><td>7</td><td>1</td><td>10</td><td>6</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Lettre</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2. Comment se nomment les détails repérés ?</td><td>H : ....
G : ....
P : ....
V : ....
16 : ....
12 : ....</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. Quelle est l'orientation de la façade principale ?</td><td>..</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4. Dans quelle pièce donne la fenêtre N ?</td><td>..</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5. Calculer les cotes :</td><td>18 : ....
19 : ....
22 : ....</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6. Calculer les cotes de niveaux :</td><td>R : ....
T : ....</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">7. Calculer la hauteur de marche de l'escalier d'accès au premier étage.</td><td>..
....
....
....
....
....</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>TOTAL</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Note coefficientée</td><td></td><td></td></tr>
</table>

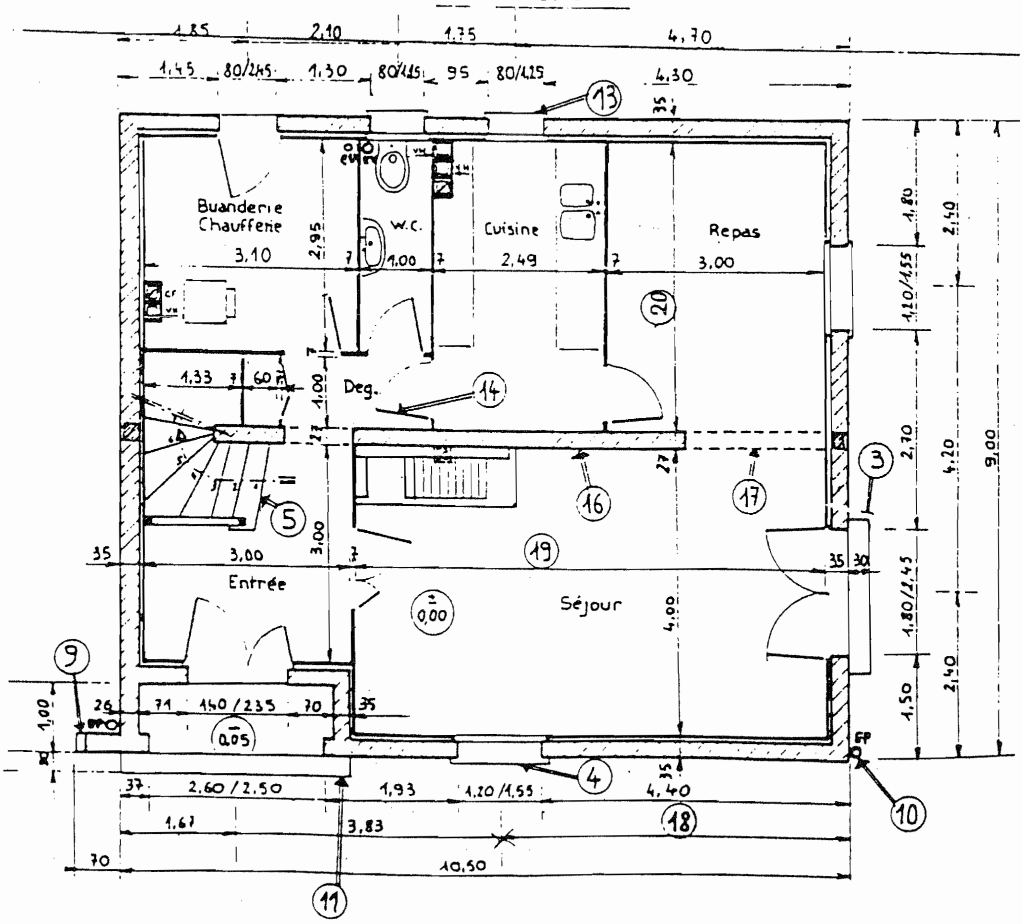
annexe 2.b

8/1

Façade principale

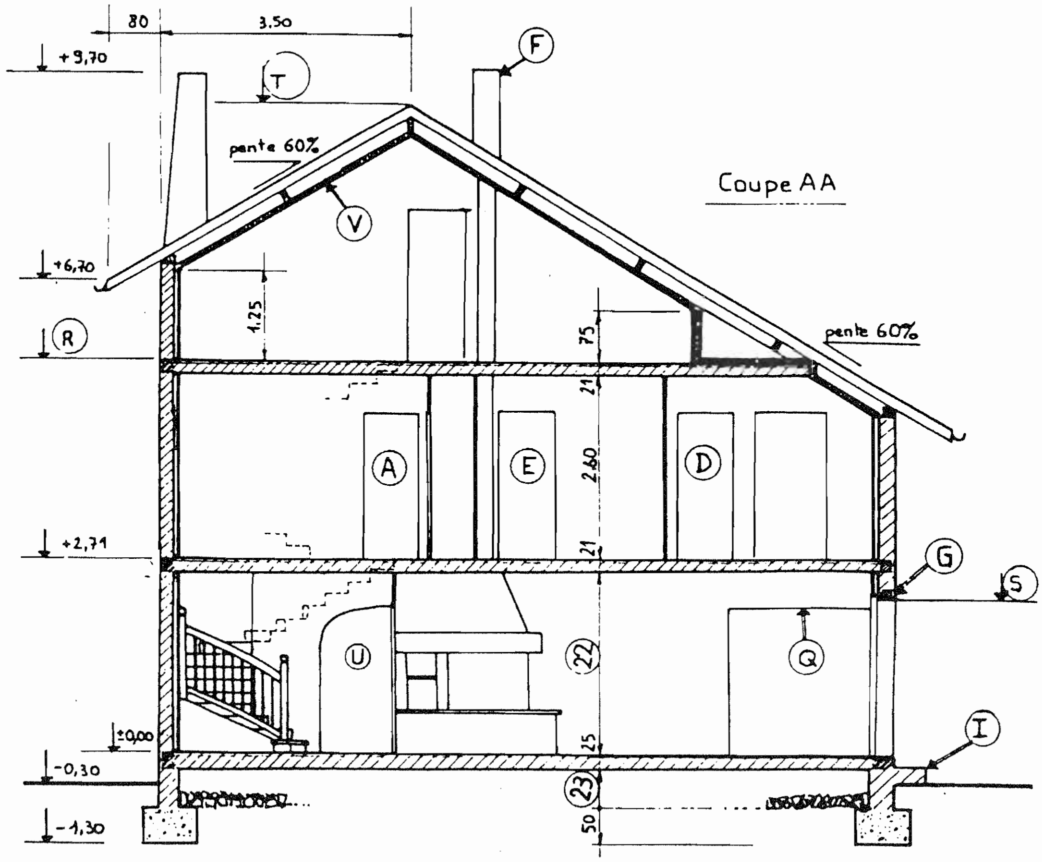


Rez de chaussée

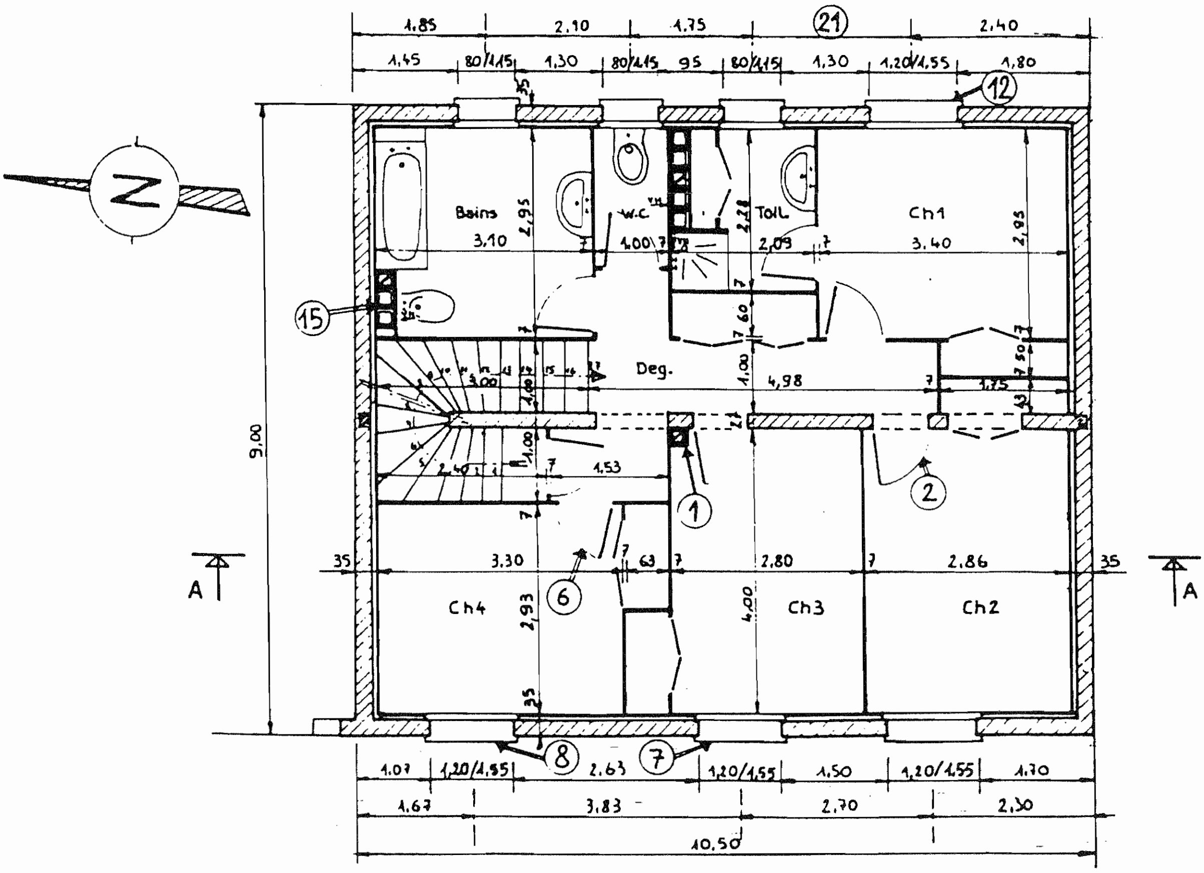


annexe 2.c

8/2



1er étage



Annexe 3

MODE D'EMPLOI

Faire écrire en lettre d'imprimerie :

1. **La classe, le nom de l'établissement, la localité.**
2. **Le nom de l'élève, son prénom et la date du jour.**
3. Faire colorier en rose, tous les ronds **réservés à** la notation des lettres à inscrire, autour de chaque projection.
4. Faire colorier en jaune tous les ovales **réservés à** la notation des couleurs.

Nota. — Si **l'une des vues** doit être coloriée en **Jaune** ou **rose,** colorier alors le rond ou l'ovale en **vert.**

5. Faire lire à haute voix : " Travail demandé : sur la perspective puis sur les projections : colorier en bleu la vue de face ". **Faire stopper la lecture dès cette première consigne pour faire colorier** (utiliser des couleurs claires).
6. Faire inscrire la note dans l'ovale (pour la couleur).
7. Faire inscrire les lettres sur la vue de face sans toucher le dessin. Voir modèle corrigé. Bien dessiner les lettres A, B, etc.
8. **Corriger aussitôt la vue de face.** Faire inscrire la note dans le rond.
9. Passer à la vue suivante et ainsi de suite.
10. Chaque élève totalise ses points, et inscrit sa note dans le premier rond.
11. Chacun inscrira dans le deuxième rond la note la plus élevée du groupe.
12. Chacun inscrira dans le troisième rond la note la plus basse du groupe.
13. **Calcul de la moyenne de la classe :** voici un tableau qui me semble intéressant à utiliser :

<u>Exemple</u>

NOMBRE d'élèves	ayant obtenu la note de	x/20	→	Total des points
12 élèves	ayant obtenu la note de	20/20	→	240 points
6 élèves	ayant obtenu la note de	18/20	→	108 points
4 élèves	ayant obtenu la note de	17/20	→	68 points
4 élèves	ayant obtenu la note de	15/20	→	60 points
2 élèves	ayant obtenu la note de	14/20	→	28 points
1 élève	ayant obtenu la note de	11/20	→	11 points
29	Moyenne	17,75/20	→	515 points

* Une fois ces renseignements inscrits au tableau, chaque élève les recopie selon le même schéma sur son cahier de brouillon puis calcule : *a)* le nombre d'élèves; *b)* le total des points obtenus puis la moyenne de la classe. C'est ensuite que le maître inscrit les résultats au tableau. Chacun inscrira dans le quatrième rond la moyenne de la classe $\frac{17,75}{20}$.

14. En classe, ou à la maison, faire calculer mentalement ou sur le cahier de brouillon, les périmètres de chaque vue; les aires; l'aire totale; le volume et la masse de l'objet. Inscrire **CHAQUE RESULTAT** dans la case correspondante : les mesures sont inscrites. Ex. : AD = BC = 3 cm, etc.

Nota. — A propos du volume : après deux ou trois séances, chaque élève aura compris que lorsque les vues arrière et de face sont identiques, il suffira de multiplier l'aire de la vue de face par la distance qui sépare ces deux vues, excepté aux pages 8, 25 et 27.

* Il est bon d'utiliser des maquettes aux premiers exercices pour que l'élève comprenne que l'objet **pivote** sur lui-même de 1/4 de tour (sens opposés des aiguilles d'une montre) pour la vue de gauche. Pour la vue de droite, de 1/4 de tour dans le sens des aiguilles d'une montre; de 1/2 tour pour la vue arrière. Pour la vue de dessous, voir l'objet de face, puis le **renverser** de 1/4 de tour vers le haut; les lettres suivent.

© 1988 - Imprimé en France par DUBOURG et Cie, 47400 TONNEINS - SIRET 726 950 066 00019
Dépôt légal novembre 1988 - SGDL n° M 3566 - ISBN n° en cours.

PREFACE DE M. HOURCAU, INSPECTEUR

Les exercices que nous propose M. KIENLEN dans ce recueil me paraissent viser deux objectifs primordiaux :

— Développer et éduquer le repérage dans l'espace;

— Initier et former à la représentation d'un objet à trois dimensions.

La progression des exercices, qui partent de solides très simples pour finir par des objets techniques relativement compliqués, permet de les utiliser à plusieurs niveaux de notre enseignement. Les plus faciles d'entre eux trouveront leur place dans une classe de cours moyen où ils seront un bon prolongement et un excellent renforcement de l'étude de solides simples que préconisent les instructions officielles.

L'utilisation des couleurs rend ce travail agréable et motivant pour les élèves. Le fait que chaque feuille constitue un tout et comporte toutes les indications nécessaires à l'exercice permet l'utilisation sous forme de travail indépendant. L'élève peut mener seul et à son rythme le sujet proposé. Le calcul facultatif des aires des surfaces, du volume et de la masse du solide permet une liaison avec les mathématiques et un réinvestissement intéressant dans ce domaine.

Les enseignants des classes d'éducation spécialisée, ainsi que ceux de quatrième et de troisième technologiques pourront utiliser une gande partie des exercices pour initier leurs élèves au dessin technique.

Cet ouvrage devrait également trouver sa place dans l'enseignement technique et professionnel où il peut notamment servir de base à une pédagogie de soutien dans l'enseignement de la technologie et du dessin.

Bien conçu, très progressif, motivant et agréable pour les élèves, ce recueil, facile à utiliser par l'enseignant, me paraît devoir combler une lacune dans le domaine de l'initiation au dessin technique.

Je souhaite que le succès de cet ouvrage soit à la mesure du soin apporté et du temps passé par son auteur à sa confection.

" L'attention de l'enfant est bien facile à prendre : faites-lui un pont depuis ses jeux jusqu'à vos sciences et il se trouve en plein travail sans savoir qu'il travaille. "

ALAIN

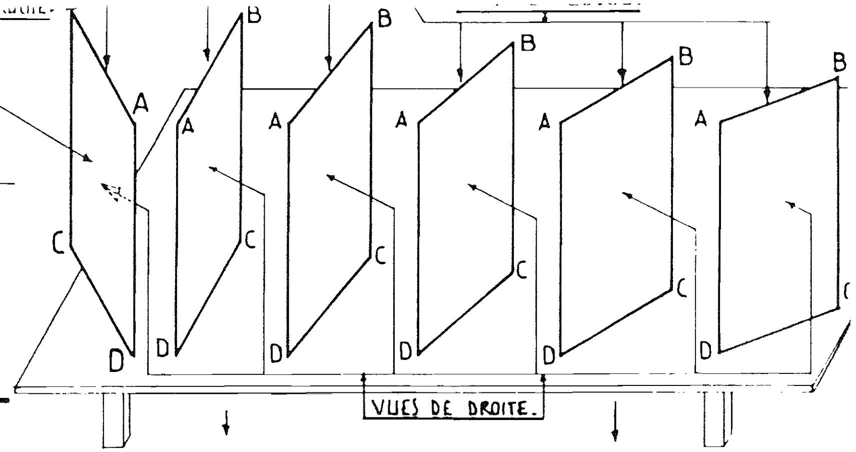
20 Pour la position des couleurs.

20 Pour la position des lettres.

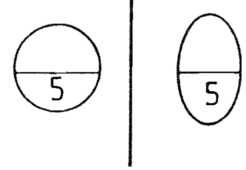
20 Est la note la plus élevée du groupe.

20 Est la note la plus basse du groupe.

20 Est la note moyenne du groupe.



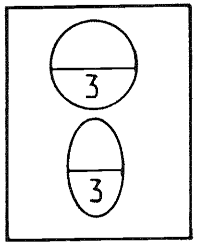
VUE DE DESSOUS.



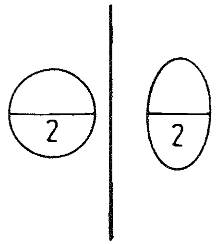
Convertir les périmètres

en → dm.

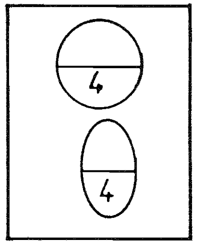
" → m.



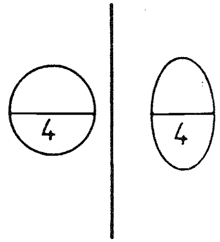
VUE DE DROITE.



VUE DE FACE.



VUE DE GAUCHE.



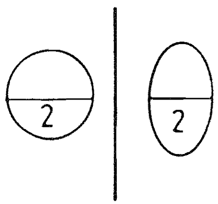
VUE D'ARRIERE.

Calculer le périmètre de:

- la VUE DE DROITE → cm.
- la VUE DE GAUCHE → "

Calculer l'aire de:

- la VUE DE DROITE → cm^2 / dm^2 / m^2
- la VUE DE GAUCHE → cm^2 / dm^2 / m^2



VUE DE DESSUS.

NOM: .Prénom . / /198 .

TRAVAIL DEMANDÉ: Sur les perspectives puis sur les projections:

- Colorier en bleu → les VUES DE DROITE.
- " " rouge → les VUES DE GAUCHE.
- inscrire les lettres sur les projections.

AB=DC=4 cm.

AD=BC=5 cm.

Titre	Exemple de plan de cours sur l'enseignement de la proportionnalité destiné aux stagiaires A.I.S. option F.
Auteur	Marie-Hélène Salin, IUFM d'Aquitaine, LADIST et IREM de Bordeaux.
Date	Octobre 97.
Thème	Plan de cours.
Résumé	Ce plan de cours donne les grandes lignes du travail de base mené avec les stagiaires dès le début de l'année. Il s'appuie sur des références données dans le corps du texte et dans la bibliographie.

PLAN DE COURS SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA PROPORTIONNALITÉ DESTINÉ AUX STAGIAIRES A.I.S. OPTION F

INTRODUCTION

Le public auquel s'adresse la formation F est très disparate : PE sortis récemment, instituteurs ayant une quinzaine d'années d'ancienneté, sans connaissance des SEGPA, peu au courant de l'évolution de l'enseignement des mathématiques et des contenus du collège, vieux routiers des SES s'étant déjà forgé des outils " adaptés " aux difficultés de leurs élèves, etc. Aussi proposer un travail sur ce thème qui convienne au plus grand nombre n'est pas facile. Le plan ci-dessous rassemble l'ensemble de ce que je traite sur ce sujet, mais pas forcément avec tous.

D'autre part, l'enseignement à réaliser en SEGPA recouvre le cycle 3 et une bonne partie de ce qui est enseigné au collège. Aussi, il est nécessaire d'assurer une formation qui dépasse le cadre du primaire. J'ai utilisé largement la première partie du livre " La proportionnalité et ses problèmes " de Boisnard et coll.(document A) ainsi que le chapitre sur "les problèmes multiplicatifs" du livre " L'enfant, la mathématique et la réalité " de G. Vergnaud, 1981, Peter Lang. Pour améliorer cette démarche, j'utiliserai maintenant "Le Moniteur de Mathématiques ", paru en 97 chez Nathan, rédigé sous la direction de G. Vergnaud.

La première partie a pour objectif d'introduire le travail en faisant s'interroger les stagiaires sur les procédures d'élèves, proches des élèves de SEGPA, pour résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité, et en ouvrant un champ de questions sur l'intérêt, l'inutilité, la difficulté, de prendre en compte ce que connaissent déjà les élèves quand on veut développer leur maîtrise d'un domaine. C'est une question particulièrement importante pour les élèves de SEGPA, qui ne sont neufs sur aucun des thèmes mathématiques enseignés. Mais cet intérêt pour les procédures des élèves ne peut être fructueux que si les enseignants ont les connaissances suffisantes pour pouvoir les situer par rapport au savoir à enseigner. Aussi, il me semble que le plus gros du temps de formation (qui est forcément court) doit être consacré à la re-visite des concepts mathématiques enseignés.

La deuxième partie commence par la présentation en tableau des programmes du primaire, du collège et du référentiel du CAP concernant la proportionnalité. Cette présentation fait apparaître la diversité et l'intrication des concepts mathématiques impliqués dans l'étude de ce domaine, tels que prévus par les programmes, et justifie la suite de cette partie, consacrée aux modèles mathématiques des situations de proportionnalité et à l'analyse et aux classifications possibles des problèmes multiplicatifs.

La troisième partie traite plus spécifiquement l'enseignement de la proportionnalité,

1. en évoquant son évolution ; récapitulation, à propos d'un même problème, de diverses méthodes de résolution devenues des stéréotypes "ringards", la règle de trois, ou actuels au collège, le produit en croix,
2. en fournissant des résultats d'évaluation tirés de l'évaluation 6ème et des différents niveaux d'EVAPM, (les enseignants de SEGPA sont très étonnés de la faiblesse des résultats, cela leur permet de prendre conscience que les difficultés de leurs élèves ne leur sont pas spécifiques mais tiennent aussi à la complexité des concepts enseignés),
3. en énumérant succinctement les enseignements principaux que l'on peut tirer des recherches en didactique sur ces sujets,
4. en proposant des pistes de travail.

Il est bien évident que ce travail ne constitue qu'un apport nécessaire mais pas suffisant pour que les enseignants de SEGPA puissent déterminer des progressions et choisir des situations d'apprentissage adaptées à leurs élèves. Je n'ai malheureusement pas les moyens (qui existent dans certains IUFM) de préparer des séquences avec les stagiaires, soumises à expérimentation.

PLAN DU TRAVAIL SUR LA PROPORTIONNALITÉ

I) Analyse de travaux d'élèves

A) Document 1 : "La variété des procédures mobilisées par les élèves"

(Les données proviennent de A ; voir annexe 1)

Questions :

1) Trouvez au moins deux procédures différentes pour résoudre le problème de l'eau sucrée.
2) Caractérisez les procédures des élèves (apprentis 1ère année de CFA).

B) Document 2 : Analyses d'extraits d'entretiens

(Annexe 2) Ces entretiens sont extraits de la thèse d'A. Bernard (1994) : "Action de tutelle et reconnaissance d'invariants opératoires : autour du concept de rapport"

1). Entretien 1, avec un élève confronté à des problèmes de proportionnalité.

Il s'agit d'un élève plus âgé qu'un élève de SEGPA, mais dont le parcours a été chaotique.

Il m'apparaît intéressant de relever avec les stagiaires :

- *comment l'appel à un support concret, apparemment simple et familier, peut avoir un effet inverse de celui attendu,*
- *l'effet du contrat didactique : " on vient d'étudier les systèmes d'équations, c'est cela que l'on me demande ",*
- *la confusion : " 2 personnes en moins / il faut diviser par 2 ", sur laquelle nous reviendrons ultérieurement,*
- *le moment de compréhension (bas de la page 460),*
- *le blocage face aux questions portant sur la justification de sa procédure : " c'est comme ça qu'on fait ",*
- *le mode d'intervention de l'intervenant.*

2). Entretien 2 : à propos d'un problème supposant la compréhension du concept d'échelle

L'analyse a priori du problème permet peu de prévoir les difficultés de l'élève, qui peine à distinguer dans les schémas proposés ce qui est pertinent et ce qui ne l'est pas, mais qui chemine peu à peu et est capable de reprendre à son compte l'information apportée par l'intervenant permettant de conclure de manière efficace.

Ces supports me permettent de lancer la discussion sur les questions suivantes :

- Pensez-vous nécessaire de privilégier certaines procédures dans votre enseignement ?
- Lesquelles ? Pourquoi ?
- Que faire des procédures " spontanées " des élèves ?

II) Le modèle mathématique des situations de proportionnalité.

A) Introduction : tableau des contenus des programmes actuels, du primaire au CAP

cycle 3	6ème	5ème	4ème	3ème	CAP tertiaire
	Organisation et gestion de données. Fonctions.				Programme
Première approche de la proportionnalité - reconnaissance des situations de proportionnalité dans des cas simples (échelles pourcentages) - utilisation de tableaux, diagrammes, graphiques	**Objectifs** : interprétation et utilisation de diagrammes, tableaux et graphiques . **Contenu :** exemples issus d'activités : - à base numérique : application d'un pourcentage à une valeur ; relevés statistiques ; opérateurs et notamment usage des opérateurs constants d'une calculatrice ; - à base géométrique : calcul du périmètre et de l'aire d'un rectangle, de la longueur d'un cercle ; *En commentaires :* *- étudier des situations relevant ou non du modèle proportionnel* *- certains travaux conduiront à décrire des situations qui mettent en jeu des fonctions*	**Contenu :** 1. Activités graphiques : repérage sur une droite graduée, dans le plan. 2. Exemples de fonctions. Proportionnalité. *Sont énumérés : échelle d'une carte, quatrième proportionnelle, reconnaître un mouvement uniforme, calculer un pourcentage, un coefficient de proportionnalité.* 3. Relevés statistiques Lecture, interprétation, représentations graphiques de séries statistiques ; classes, effectifs. Fréquences	**Contenu :** 1. Représentations graphiques. Proportionnalité 2. Applications de la proportionnalité vitesse moyenne, grandeurs - quotients courantes, calculs faisant intervenir des pourcentages. 3. Statistiques effectifs cumulés, fréquences cumulées moyennes pondérées initiation à l'utilisation de tableurs - grapheurs	*A compléter ultérieurement*	4. Suites de nombres proportionnels Représentation graphique dans un repère cartésien Fonction linéaire et fonction affine Représentation graphique dans un repère cartésien ***les échelles, les pourcentages, la reconnaissance des situations linéaires sont énumérés dans les commentaires*** Représentation figurée de phénomènes économiques par des aires de rectangles de largeur constante ou des aires de secteurs circulaires. 6. Fonction qui à x fait correspondre a/x. - Suites de nombres inversement proportionnels **II Géométrie**[1] Repérage d'un point du plan rapporté à un repère cartésien ; coordonnées d'un point Définition d'une application d'un ensemble de nombres dans un autre. Représentation graphique d'une application dans un repère cartésien, interprétation des formes obtenues (les applications seront définies par des tableaux de valeurs en correspondance). **III Mathématiques appliquées** (statistiques, calculs commerciaux) *ne concernent que le CAP tertiaire*
	Changements d'unités de longueur, aire, volume, durée		changements d'unités de vitesse		Conversion, en utilisant les unités du système métrique, des mesures de longueurs, de surfaces.

1 Le référentiel de maths du CAP révèle des surprises !

B) Pourquoi parler de modèle mathématique ?

La proportionnalité constitue un outil pour rendre compte des relations entre les grandeurs en jeu dans certaines situations. Exemples.

C) Le contenu mathématique du modèle : les fonctions linéaires

1) Différents sens du mot fonction :

- dans le langage courant
- en mathématiques

2) Quelques exemples et une définition

3) Fonctions linéaires : leurs propriétés

D) Les langages pour exprimer la proportionnalité

1) Le langage des proportions

2) Les tableaux et le langage des opérateurs

3) La représentation graphique

Rapport avec la relation de Thalès.

4) Le langage algébrique (nécessaire pour le CAP)

E) Classifications de problèmes de " proportionnalité "

Recherche par les stagiaires et mise en commun, à partir d'exemples.

1) Différents problèmes associés à une même relation fonctionnelle de type linéaire : un exemple simple, le cas des fonctions qui associent à un nombre d'objets le poids total de ces objets.
Catégories " types d'opérations " : résolubles par une multiplication, une division, une " règle de trois ", et sous - catégories : les 2 problèmes de division, les 2 problèmes de proportion simple.

2) Le rôle des ensembles de nombres sur lesquels porte un problème quant aux procédures de résolution utilisables. Conséquences sur la détermination d'une progression.

3) Le rôle des types de grandeurs en jeu dans ces problèmes.
La difficulté des problèmes faisant intervenir certains types de grandeurs - quotients.

4) Exemples de quelques problèmes complexes : proportion simple composée, proportion double (cf. Levain J.P., Vergnaud G. " proportionnalité simple, proportionnalité multiple " Grand N n°56)

F) Analyse de quelques exemples d'exercices de CAP, en faisant fonctionner les critères dégagés précédemment.

Voir annexe 3

G) Un exemple important de fonctions non linéaires : les fonctions affines

1) Définitions et propriétés

2) Exemples de problèmes "typiques" : taxis, locations de voitures etc.

III) L'enseignement de la proportionnalité

A) Évolution de l'enseignement : les procédures institutionnalisées pour la proportionnalité simple

Soit à résoudre le problème :
25 m de fil de fer pèsent 750 g. Quel est le poids de 60 m ? Quelle est la longueur de 2550 g de fil ?

1) Rappel des deux méthodes "classiques"

- Par la règle de trois
- Par le produit en croix

2) Les justifications mathématiques de ces méthodes

Il s'agit de les justifier à l'aide des propriétés des fonctions linéaires, avec l'intention de réhabiliter le raisonnement type " règle de trois " et de montrer à quel point la procédure du produit en croix s'appuie sur des propriétés éloignées de ce à quoi les élèves peuvent donner du sens. Or, les enseignants de SEGPA sont très sensibles à l'aspect apparemment simple de son application, et au fait qu'elle est enseignée au collège.

3) Autres procédures liées au modèle de la fonction linéaire

Il s'agit de faire reconnaître comme valides les procédures s'appuyant sur les propriétés de la linéarité : additivité, produit par un scalaire.

IV) Quelques résultats d'évaluation CM2 - 6ème, fin de 6ème, 5ème, 4ème, 3ème.

(à piocher dans les résultats d'EVAPM)

V) Les difficultés attestées par les résultats des recherches en didactique.

Les travaux de didactique ont montré :

* que la maîtrise de la proportionnalité est très loin d'être acquise à la fin de l'école primaire, et que certaines situations posent encore de gros problèmes en fin de collège.
* que les réussites des élèves dépendent de nombreux facteurs, plus particulièrement :
  - du domaine des relations auxquelles les problèmes font référence : nature des grandeurs et concepts définis par ces relations.
  - de la possibilité d'employer ou non les propriétés de la fonction linéaire :
    $f(k x) = k f(x)$ et $f(x + y) = f(x) + f(y)$
    Le passage par le coefficient de proportionnalité fait obstacle tant que la multiplication par un décimal n'est pas acquise.
  - du domaine numérique dans lequel les mesures prennent leurs valeurs (N, D, Q)
* qu'il est nécessaire d'aborder des exemples de fonctions non linéaires.
* que l'usage des "produits en croix" qui ne permet pas de s'appuyer sur la compréhension dans le contrôle des calculs est à proscrire pendant longtemps.

VI) Conseils didactiques

A) L'approche de la proportionnalité commence très tôt,

dès l'introduction des situations multiplicatives du type : un marchand vend des billes par paquets de 15. Combien lui faut-il de billes pour fabriquer 2 paquets, 3, 4, ..., 25 paquets ?
Aussi, il est important en 6ème, quand on reprend la multiplication, de travailler sur de tels exemples, et d'introduire les tableaux, utilisés autrefois sur les marchés, de les faire remplir économiquement sans refaire tous les calculs, de les utiliser pour résoudre des problèmes de division.

nombre de paquets	nombre de billes
1	15
2	30
10	150

En même temps, il est nécessaire de travailler le sens des expressions : "5 fois plus", "5 fois moins", et de les faire différencier de : "5 de plus", "5 de moins".

B) Une première situation correspondant à un problème de proportionnalité simple :

Un marchand de bonbons prépare des poches contenant toutes le même nombre de caramels. Il s'est fabriqué un tableau pour savoir combien de caramels il faut préparer pour 5 poches, 6 poches, etc. Ce tableau, je l'ai mais je ne vous en donne qu'une colonne. Il faut que vous prévoyez ce qui est écrit dans son tableau pour les autres colonnes.

Nombre de poches	Nombre de caramels
4	28
5	
3	

6	
12	
11	
8	

Les élèves cherchent et confrontent leurs résultats. En cas de désaccord pour une même colonne, l'enseignant propose de vérifier si les nombres fournis permettent bien de fabriquer le nombre de poches prévu, constituées de la même manière que ce que l'on peut obtenir avec 28 caramels pour 4 poches. Pour cela, il a préparé du matériel qui sert à la validation des prévisions. D'autre part, la confrontation fait apparaître des incohérences : le résultat pour 12 doit être le double de celui pour 6. Enfin, les valeurs du nombre de boites ont été choisies de manière à nécessiter la recherche du nombre de caramels dans une poche.

Cette situation (à retravailler et à adapter) permet d'introduire la formulation : “ le nombre de caramels est proportionnel au nombre de poches ”, en l'associant d'une part aux propriétés les plus spontanément utilisées par les élèves : additivité et produit par un scalaire, d'autre part au coefficient de proportionnalité : ici, il est donné par le nombre de caramels dans une poche.

C) Reconnaître si une situation relève ou non du modèle proportionnel,

n'a de sens pour les élèves que si un travail de comparaison entre des situations où il y a proportionnalité et des situations où il n'y a pas proportionnalité a été réalisé. L'étude d'exemples comme la tarification d'un taxi en fonction du nombre de km parcourus, pour lequel on demande de calculer le prix payé pour 10 km, 20 km, 30 km, permet de traiter les résultats erronés obtenus en appliquant les propriétés de la proportionnalité de manière non pertinente et de proposer des critères simples que l'on peut utiliser dans d'autres situations.

D) A partir de la 4ème, l'enseignement de la proportionnalité doit être lié à celui des fonctions.

Tout un travail est à faire sur ce thème avec les élèves (et donc avec les stagiaires, en formation) que je n'aborde pas ici. Les difficultés sont nombreuses, concernant tant la modélisation d'une situation par une fonction quand celle-ci n'est pas toute donnée par le tableau de correspondances, que la symbolisation des fonctions (différencier et articuler l'emploi de “ x ”, variable, et de “ x ”, inconnue d'une équation).

E) Cadres ?

Il est bien sûr nécessaire de ne pas s'en tenir au cadre numérique pour l'étude de situations de proportionnalité. Personnellement je ne pense pas qu'il faille trop tôt présenter aux élèves de SEGPA le critère de l'alignement des points, sur le graphique, qui, coupé de ses racines géométriques, semble magique. Par contre, l'étude de situations d'agrandissement / réduction de figures, le travail sur la prévision de la longueur d'un élément du bâtiment du collège à partir de la mesure sur le plan sont tout à fait intéressants pour construire le concept d'échelle, si nécessaire dans la formation professionnelle de ces élèves.

F) Le travail sur la proportionnalité doit être mené de front avec celui sur les nombres :

Il est nécessaire d'avoir une maîtrise convenable des opérations sur les entiers et les décimaux du point de vue du sens surtout, ainsi que des ordres de grandeurs (car du point de vue des techniques, la calculatrice est un objet irremplaçable pour les élèves de SEGPA, à condition d'en faire un sujet d'enseignement), et de travailler les rapports naturels - décimaux.

annexe 1.a

2. Un apprentissage qui « pose problème »

Quelles procédures ?

L'eau sucrée

Pour faire une expérience de chimie, le professeur demande à des élèves de préparer de l'eau sucrée dans plusieurs récipients qui contiennent de l'eau :

Jacques	a un récipient qui contient	6 dl	d'eau
Pierre	a un récipient qui contient	10 dl	d'eau
Didier	a un récipient qui contient	8 dl	d'eau
Isabelle	a un récipient qui contient	20 dl	d'eau
Benoit	a un récipient qui contient	16 dl	d'eau
Laurence	a un récipient qui contient	6 dl	d'eau

Le professeur donne alors le sucre aux élèves et leur dit de s'arranger entre eux pour que l'eau **soit aussi sucrée** dans tous les récipients.

Jacques	met dans son récipient	15 g	de sucre
Pierre	met dans son récipient	25 g	de sucre
Didier	met dans son récipient	20 g	de sucre
Isabelle	met dans son récipient	50 g	de sucre
Benoit	met dans son récipient	35 g	de sucre
Laurence	met dans son récipient	15 g	de sucre

Mais l'expérience risque de ne pas marcher car un des élèves a fait une petite erreur : dans son récipient, l'eau n'est pas aussi sucrée que dans celui des autres élèves.

Quel élève s'est trompé ?

Quelle quantité de sucre aurait-il dû mettre ?

Il s'agit d'un problème non standard dans lequel la notion de proportionnalité n'est pas évoquée explicitement et qui peut donc être étudié à différents niveaux scolaires, à la suite ou non d'un enseignement[1].

1. J. Julo, *Acquisition de la proportionnalité et résolution de problème*, IREM de Rennes, 1982.

Fiche 12

Yann

6dl = 15g
8dl = 20g)5
10dl = 25g)5
12dl = 30g)5
14dl = 35g)5
16dl = 40g)5
18dl = 45g)5
20dl = 50g)5.

ET comme benoît avait 16dl pour 35g et je suis posé que c'est ça.

Sébastien

6 = 6 < 8 < 10 < 16 < 20

15 = 15 < 20 < 25 < 35 < 50

6	6	8	10	16	20
15	15	20	25	35	50

tableau de proportionnalité

Benoit n'est pas proportionnel au autre

$$\frac{25 \times 16}{10} = 40$$

benoit aurait dû peser 40g de sucre

Gaëtan

Benoît avait 16dl d'eau et il met 35 g de sucre et que Pierre avait 10dl d'eau et Jacques 6dl d'eau

10dl + 6dl

16 l

25 g + 15 g de sucre

40 g de sucre et il n'avait que 35 g de sucre

donc il lui manquait 5 g de sucre.

annexe 1.b.

Laurent

J'ai calculer la quantiter qu'il mettait de sucre dans 1l d'eau en divisant la quantité de sucre(en g) par la quantité d'eau(en dl) puis multiplier par 10 tous ses resultats et le seul qui avait un resultat different était Benoit qui avait mis 21 g pour 1l au lieu de 25 g ex (15 : 6) x 10 = 25 g (Jacques)

Puis pour calculer la quantité de sucre qu'aurait dû mettre Benoit j'ai fait :

(25 : 10) x 16 = 40 g

Il aurait dû mettre donc 40 g de sucre au lieu de 35 g.

Philippe

pour trouver qui s'est trompé, Il de : convertire les dl en g

1- 6 dl = 600 g
2- 10 dl = 1000 g
3- 8 dl = 800 g
4- 20 dl = 2000 g
5- 16 dl = 1600 g
6- 6 dl = 600 g

Ensuite il faut diviser le poids de l'eau par le sucre. grace à cette opération on trouvera le coefficient multiplicateur.

1 600 : 15 = 40
2 1000 : 25 = 40
3 800 : 20 = 40
4 2000 : 50 = 40
5 1600 : 35 = 45,71
6 600 : 15 = 40

donc Benoit s'est trompé en sucre

Maintenant il faut diviser le poid de l'eau par le coefficient multiplicateur et l'on trouvera le poid qu'il aurait du mette : 40 g

1600 : 40 = 40 g

Cyril

pour 8 dl d'eau on a 20 g de sucre
Alors pour 16 dl d'eau on a 40 g de sucre qui est le double
On multiplie 20 par 2 qui est égal à = 40 g

20 x 2 = 40.

François

J'ai divisé 15 dl par 6 g et j'ai trouver 2,5
ensuite quand j'ai eu trouvé 2,5
J'ai multiplier par 2,5 tous les décilitre
et j'ai trouver que sétait Benoit qui sétait trompé

annexe 2a

MOU

SITUATION 4

Recette pour une soupe à l'oignon
destinée à 8 personnes

8 oignons
2 litres d'eau
4 cubes de bouillon de boeuf
2 cuillères à dessert de beurre fondu
1/2 litre de crème

Trouver les quantités nécessaires permettant de réaliser une soupe à l'oignon pour 6 personnes.

$6 - 8 = 2$

4 oignons
1 litre
2 cube de bouillon

6 oignons
1,5 L
3
1,5
0,375 L

$\frac{8}{8}$

$\frac{8}{2} = 6$

1

$\frac{8}{8} = 6$

$\frac{8}{x} = 6x$

$\frac{8}{6} = x$

$\frac{48}{8}$ 6

$\frac{8}{8} \times 6$

+

$\frac{8}{x} = 6$

$\frac{8}{6} = 6x$

$\frac{1,33}{8} = 6,015$

$\frac{8}{1,33} = 6,015$

SITUATION 4

Recette pour une soupe à l'oignon destinée à 8 personnes
8 oignons
2 litres d'eau
4 cubes de bouillon de boeuf, 2 cuillères à dessert de beurre fondu,
½ litre de crème
Trouver les quantités nécessaires permettant de réaliser une soupe à l'oignon pour 6 personnes

MOU: ... Réaliser une soupe à l'oignon pour 6 personnes (il rit)... je ne peux pas savoir moi pour 8 personnes... avec les oignons oui on peut dire 6 oignons...

E: Qu'est-ce que tu ne peux pas savoir?

MOU: Et bien ça, 2 litres d'eau, 4 cubes... je ne sais pas... 2 cuillères de beurre fondu, un demi litre de crème...

E: Est-ce que tu cuisines chez toi?

MOU: Ah non, justement.

E: Donc tu n'es pas habitué à lire des recettes de cuisine.

MOU: Oui c'est ça... des oignons tout ça... on enlève 2 bon ça fait 6... je ne sais pas si on divise tout par 6... oui...

E: Tu dis: je ne sais pas si on divise tout par 6.

MOU: Oui, c'est ce que je viens de dire... c'est à la base quoi, 6 personnes c'est pour 6 personnes... alors là!...

E: Que veut dire: alors là?

MOU: Je suis perdu là, je n'ai jamais vu ça... une recette comme ça... je n'en ai jamais vu...

E: Mais est-ce que tu penses que tu n'as pas les connaissances mathématiques nécessaires pour faire ce problème?

MOU: Je ne sais pas... dès le départ, quand je vois ça, je ne comprends pas quoi...

E: Qu'est-ce que tu ne comprends pas? .

MOU: Comment commencer parce que avec les oignons... je n'ai pas l'habitude... je ne sais pas... des oignons... on peut faire ça par un système d'équations (Notion étudiée cette semaine en cours de mathématique)... des oignons...

E: Quel système d'équation tu veux écrire?

MOU: ... des oignons... comme on avait fait là... en 1° année pour... comme l'exercice qu'on avait fait... avec des personnes au restaurant (Seul exercice en rapport avec la cuisine)... il manquait 5 personnes alors combien coûte le repas... je ne sais pas... des oignons...

E: Que vois-tu comme connaissances mathématiques utiles pour faire ce problème?

MOU: ... oh là je ne sais pas... je ne vois pas... peut-être ça, mettre en système d'équations... des oignons, des litres...

E: Dans quels cas utilise-t-on des systèmes d'équations, comme tu dis?

MOU: Et bien quand il y a des... des inconnus, je ne sais pas, là je ne connais pas, pour 6 personnes je ne sais pas, donc il faut résoudre le système, je ne sais pas... six oignons...

E: Qu'est-ce que tu écrirais comme système?

MOU: ... si c'est pour 6 personnes dès le départ déjà... 6 personnes... des oignons...

E: Pour combien de personnes est proposée cette recette?

MOU: Pour 8 personnes, donc il y a 2 personnes en... enfin, il y a 2 personnes en moins, donc il y a... d'accord, je pense qu'il faut diviser par 2 puisqu'il manque 2 personnes donc 2 choses en moins quoi... 2 divisé par... 4 oignons, 1 litre d'eau, 2 cubes de bouillon de boeuf, 1 cuillère à dessert...

E: A quoi correspond toutes ces quantités?

MOU: C'est pour trouver la quantité nécessaire pour 6 personnes...

E: Mais à quoi correspond les nombres que tu viens de dire?

MOU: Bien aux quantités nécessaires pour réaliser cette soupe... 8 moins 6 ça fait bien 2... ça fait 2, 2 après on divise tout ça par... par ça...

E: C'est quoi ça?

MOU: Par 2, par le résultat... 2 il manque 2 personnes... je ne sais pas moi... 1 litre... 1 litre... je ne sais pas, je ne sais pas si c'est ça...

E: Tu écris 4 oignons, 1 litre d'eau, 2 cubes de bouillon, à quoi correspondent ces chiffres?

MOU: Ben ces chiffres... il y a 2 personnes en moins, donc... je divise ça par 2.

E: C'est pour combien de personnes ces quantités? Pour 2 personnes, 6 personnes, 4 personnes?

MOU: Pour 6 personnes.

E: C'est pour 6 personnes!... donc si j'essaie de bien comprendre, pour 6 personnes il faut tout diviser par 2. Est-ce ça que tu as fait?

MOU: Non parce que là elle était destinée à 8 personnes, là il y en a 6... donc il y a 2 personnes en moins...

E: Oui, j'ai bien compris.

MOU: Je ne sais pas... je divise ça par 2... ah non ça ne va pas faire ça...

E: Effectivement si on divise par 2, on obtient les quantités pour 4 personnes.

MOU: ... si je divise par 6 ça ne va pas faire pour 6 personnes... ce n'est pas possible... (1 minute 10 secondes)... j'ai trouvé quelque chose quand on divise par 8 mais pas 6... on divise quelque chose par 8 là (il écrit $8/x = 6$), on trouve 6 comme ça, ça fait 6 personnes, parce que là divisé par 2 ça fait 4 personnes.

E: C'est intéressant ça.

MOU: *(Il prend sa calculatrice)*... J'essaie de diviser par un nombre pour que ça fasse 6... là ça fait 8 fois...

E: Comment vas-tu faire avec la calculatrice?

MOU: ... *(Il effectue $8/1,5 = 5,33$ et cherche d'autres diviseurs pour obtenir 6)*

E: Connais-tu un outil mathématique qui te permette d'aller plus vite que ta méthode "à tâtons"?

MOU: ... Alors là je ne sais pas...

E: Je t'ai découragé?

MOU: Non ce n'est pas ça, il y a un moyen de faire...

E: Oui, il y a un outil mathématique plus puissant.

MOU: ...

E: Ton idée est bonne, il faut la poursuivre. Quand on ne connaît pas ce quelque chose en maths, comment on l'appelle?

MOU: x...

E: Sais-tu résoudre cette équation mathématique?

[Il a écrit $\frac{8}{x} = 6$ et trouve $x = \frac{8}{6}$]

E: Es-tu sûr que c'est 8/6?

MOU: ... oui parce que... x pour qu'il soit en dessous là, il faut bien que ça soit comme ça... pour trouver x on descend ça là...

E: On descend ça là, tu dis.

MOU: Ben... Le dénominateur quoi, le dénominateur...

E: Sais-tu pourquoi ça descend, ça se met au dénominateur?

MOU: J'ai appris comme ça.

E: Sais-tu pourquoi c'est comme ça?

MOU: C'est comme ça qu'on fait.

E: Mais il n'y a pas de raisons?

MOU: Mais si... je ne sais pas, c'est comme ça que ça se passe.

E: Pourquoi ça se passe comme ça?

MOU: Oui, c'est comme ça que j'ai appris à faire en mathématiques...

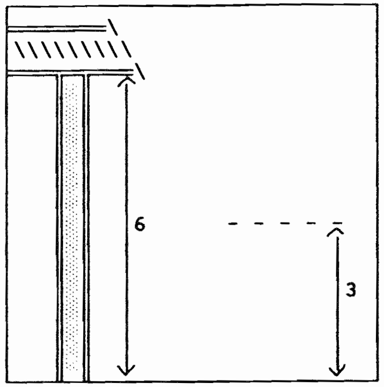
E: Et tu ne sais pas pourquoi on le fait?

MOU: Non... Le tableau des fractions... le produit en croix .. je ne rappelle plus, ça fait longtemps...

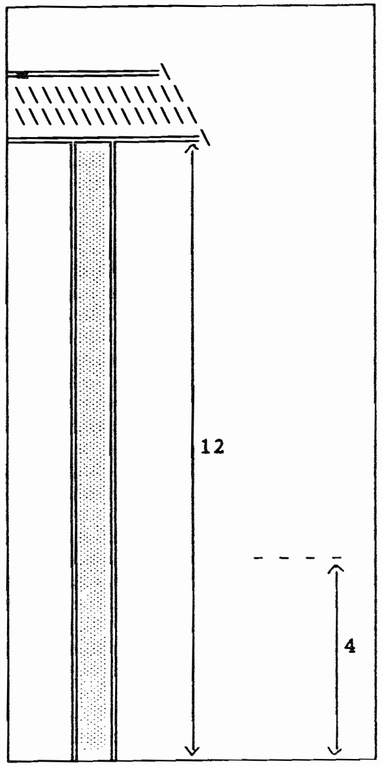
annexe 2.b.

Voici 4 dessins réalisés à des échelles différentes. Ils représentent un même enfant à différentes époques devant la maison familiale. Ces 4 dessins respectent les proportions.
1. Il y a 2 dessins faits à la même époque. Lesquels ?
2. Quel est le dessin le plus récent ?
3. Le pilier mesure 2,40m dans la réalité. Quelle est la taille réelle de l'enfant sur chaque dessin?

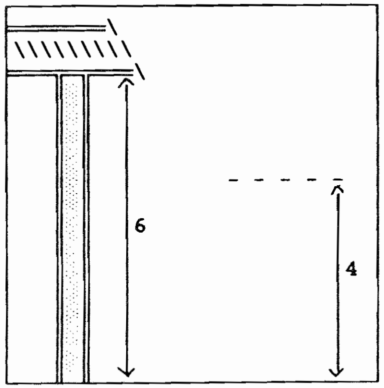
1



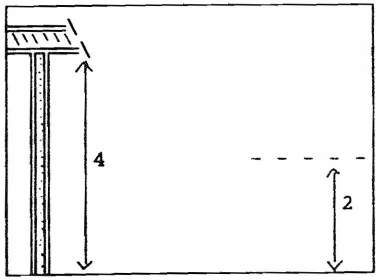
2



3



4



LAU. (17ans)

SITUATION 2

LAU: ... C'est ces deux là *(dessins n°2 et 4)*...

E: Pourquoi penses-tu que ces deux dessins sont faits à la même époque?

LAU: ... ah non! C'est le 3 et la 2...

E: Pourquoi les dessins 3 et 2?

LAU: Parce que... le 4 c'est quoi? C'est... c'est la taille?

E: Oui, 4 est la taille de l'enfant.

LAU: Ou l'année?...

E: Et que représente 6 à ton avis?

(LAU sourit)

LAU: Oui, c'est sa taille... ben à la même époque il avait... il n'a pas changé...

E: C'est le pilier qui a grandi!

LAU: Il peut changer mais lui ne changera pas..

E: Un pilier peut grandir!

LAU: Au cours de l'année ça peut grandir... pas à l'époque, je ne sais pas...

E: Que veut dire pour toi le mot "époque" dans "deux dessins faits à la même époque"?

LAU: .. qui sont identiques, je ne sais pas...

E: Qu'est-ce qui est identique?

LAU: ... les dessins... c'est bizarre, ce n'est pas les mêmes échelles... à moins que ça soit la 1 et la 3...

E: Pourquoi la 1 et la 3?

LAU: Parce que... la maison ne change pas et... grandir quoi... il peut prendre des... centimètres parce que...

E: Sur les dessins n°1 et 3 la maison n'a pas changé mais l'enfant semble avoir changé!

LAU: Oui...

E: Donc les deux dessins n°1 et 3 ne sont pas faits à la même époque.

LAU: .. oh là!... sa taille c'est 3 quoi?

E: 3 centimètres sur le dessin.

LAU: On peut prendre des centimètres en plus à cette époque...

E: 4 centimètres sur le dessin et 3 centimètres sur le dessin ça fait une différence.

LAU: ... à moins que ce soit la 2 et la 4...

E: La 2 et la 4, c'est ce que tu avais dit au début?

LAU: Oui.

E: Pourquoi la 2 et la 4?

LAU: Parce que là je pense qu'elle n'est pas terminée.

E: Qu'est-ce qui n'est pas terminé?

(LAU sourit)

LAU: La maison...

E: Pourquoi n'est-elle pas terminée la maison?

LAU: Parce qu'on ne voit pas les trucs *(absence des petits points sur la poutre du dessin 4)*.

E: Je n'ai pas dessiné les petits points. La maison est finie, le dessin est fait devant le même endroit de la maison.

LAU: C'est compliqué sinon... *(Il sort sa règle et vérifie les mesures)*

E: Je t'ai mis les vraies mesures pour t'éviter de mesurer avec ta règle.

LAU: *(Il reporte avec ses doigts les 4 centimètres du dessin 2.)*... c'est le 3 et le 4 (ton plus sûr).

E: Pourquoi?

LAU: Parce que... les échelles... sont... quand on le reporte là... ça fait égalité je crois...

E: Où est l'égalité entre les dessins n°3 et 4?

LAU: L'échelle de la 4 est plus petite... que la 3... si on reporte... là on voit qu'il reste, qu'il manque 2 centimètres... il y en 4 et puis .. il manque 2 aussi...

E: Es-tu sûr de cette réponse?

LAU: Oui... oui...

E: Supposons que le pilier de la maison mesure dans la réalité 2,40 mètres. Si je suis bien ton raisonnement l'enfant doit mesurer 2,38 m.

LAU: ...

E: Sur le dessin n°4 les 2 centimètres qui manquent représentent la moitié du pilier.

LAU: ... oh là!...

E: Quand tu dis "oh là!" à quoi penses-tu?

LAU: ... je pense que c'est 3 et 4.

E: Pour quelles raisons?

LAU: Je l'ai dit...

E: Sur le dessin n°4 la taille de l'enfant est la moitié de celle du pilier.

LAU: Oui.

E: Et sur le dessin n°3, il est plus grand que la moitié du pilier.

LAU: Oui... le 1 et Le 4 alors.

E: Pourquoi le 1 et le 4?

LAU: ... oui le 1 et le 4... parce que... là ce n'est pas la même échelle mais... le bonhomme il fait la moitié de la taille de la maison... pour le 1 et puis le 4 aussi.

E: Tu as trouvé. Rédige ta réponse.

1. Il y a deux dessins faits à la même époque: lesquels?

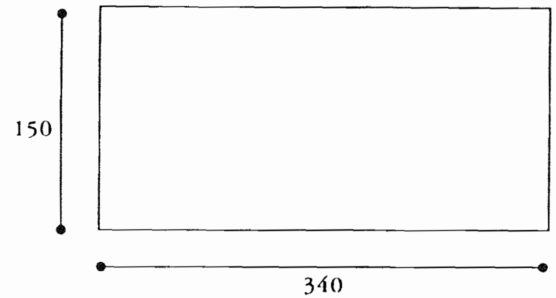
la 1 et la 4
Parce que le l'enfant fait la moitié de la taille de la maison sur la photo n°1 et la même chose sur la photo n°4

annexe 3.a.

■ Exercice 1

(*BEP : 2 points ; CAP : 3 points*)

Une plaque de contre-plaqué de forme rectangulaire est vendue 64,20 F le mètre carré.



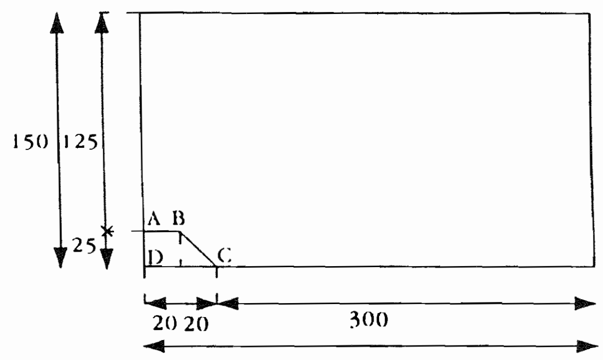
Cotes en cm

1. Quelle est l'aire de surface de la plaque ?
2. Quel est son prix d'achat ?
3. Quel est le prix payé si le marchand consent un rabais de 25 % ?

■ Exercice 2

(*BEP : 2,5 points ; CAP : 2,5 points*)

La plaque est abîmée dans un coin et doit être coupée selon le schéma ci-dessous. (On enlève le trapèze ABCD.)



1. Que devient l'aire de surface de la plaque après la coupe ?
2. Quel est le prix de la plaque ainsi coupée ?
3. Quel est alors le taux de rabais consenti par rapport au prix trouvé dans la question précédente ?
   (La plaque a été payée au marchand 245,57 F.)

■ Exercice 5

(*Pour répondre placer une croix dans la case correspondante.*)

1. Une boîte de peinture coûte 120 F. Elle est achetée avec une remise de 25 %.
   Quel est son prix d'achat net ? (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)

   ☐ 30 F ☐ 90 F ☐ 95 F

2. | Offre spéciale
Carrelage : 220 F le m²
Pour 5 m² achetés, vous n'en payez que 4 ! |
   |---|

   Dans les conditions de cette offre spéciale, quel sera le prix d'achat de 60 m² de carrelage ? (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)

   ☐ 12 980 F ☐ 13 200 F ☐ 10 560 F

■ Exercice 5

(*BEP : 3 points ; CAP : 3 points*)

Un commerçant règle le montant d'une commande en 5 versements. Chaque versement augmente de 20 % par rapport au précédent.
Le 1er versement U_1 est de 1 000 F.

a. Calculer les autres versements U_2, U_3, U_4 et U_5.

b. Quel est le montant réglé ?

c. Calculer les rapports $\frac{U_2}{U_1}$, $\frac{U_3}{U_2}$, $\frac{U_4}{U_3}$, $\frac{U_5}{U_4}$.

d. Quel est le nom de cette suite ? Quelle est sa raison ?

Exercice V

Sur un chantier, un ouvrier professionnel utilise 45 m² de panneau ; il avait prévu et commandé 48 m² pour tenir compte des chutes à la pose.
Quel est le pourcentage des chutes ? *(BEP 1,5 pts, CAP 1,5 pts)*

Exercice VI *(BEP 0,5pt, CAP 1pt)*

Le réservoir d'un véhicule peut contenir 72 litres.
Il est rempli aux 5/8. Quelle est, en litres, la quantité de carburant dans ce réservoir ?

annexe 3.b

Problème I

Le coût de location d'un appareil dans un magasin A est constitué d'une partie fixe de 400 F et d'une partie proportionnelle au temps d'utilisation sur la base de 150 F de l'heure.

1) Compléter le tableau suivant : *(BEP 2pts, CAP 2pts)*

temps d'utilisation t (en heures)	2	3,5		
coût de la location P (en francs)			1150	1375

2) Dans un repère orthonormé, placer :
le point A de coordonnées (1 ; 550),
le point B de coordonnées (4 ; 1000).
Echelle : abscisse 2cm pour 1 heure
ordonnée 1cm pour 100 francs *(BEP 1pt, CAP 1pt)*

3) Tracer, en vous limitant à 7 heures de location, la partie de droite passant par les points A et B.
Placer les points correspondants aux valeurs du tableau ci-dessus sur le graphique. Les points sont-ils sur la partie de droite tracée ? *(BEP 1pt, CAP 1pt)*

4) Cette partie de droite est la représentation graphique du coût de location P (en F) en fonction du temps d'utilisation t (en h).
Cette fonction est-elle, sur l'intervalle considéré, une fonction linéaire ou une fonction affine ?
Justifier votre réponse. *(BEP 0,5pt, CAP 1pt)*

3.2) On fait varier x de 0,5 à 3.
Compléter le tableau des valeurs ci-dessous avec $V = 2x^2$.

x	0	0,5	.	1,5	2	2,5	3
x^2	0			2,25			
V	0		2	4,5			

(BEP 2,5pts, CAP 2,5pts)

3.3) Dans un repère orthonormé, représenter graphiquement la fonction f qui à x associe V.
Echelle : abscisse : 4 unités représentent 1 dm
ordonnée : 1 unité représente 1 dm^3
Les grandeurs x et V sont-elles proportionnelles ? Justifier votre réponse. *(BEP 4,5pts, CAP 4,5pts)*

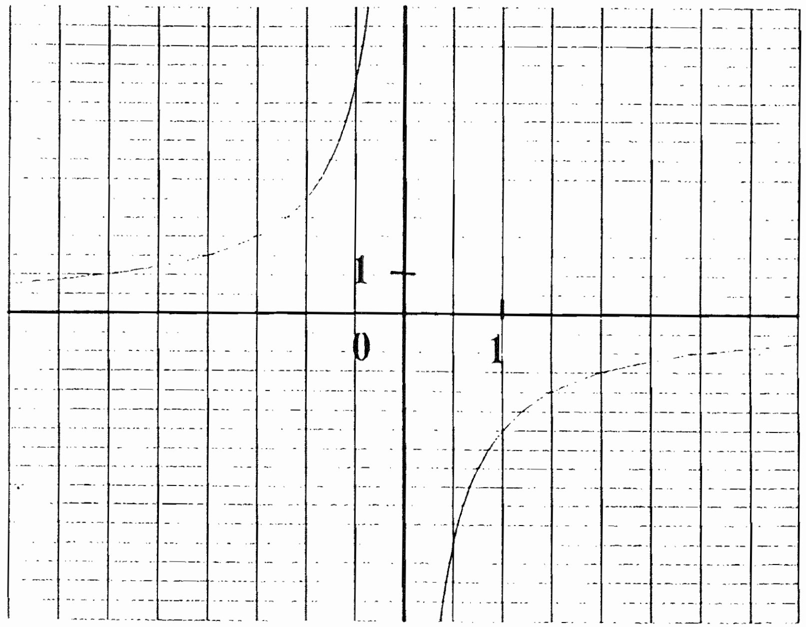
3.4) Quel est le nom de la courbe obtenue ? *(BEP uniquement 1pt)*

3.5) Compléter le tableau ci-dessous, en déterminant graphiquement les valeurs manquantes. Laisser les lignes de constructions apparentes :

x	1,75	
V		10

Exercice II

On donne dans un repère orthogonal la courbe représentative d'une fonction f sur un intervalle (ci-dessous)



1) Indiquer l'intervalle d'étude de la fonction. *(BEP uniquement 4pts)*

2) En utilisant la courbe représentative compléter le tableau suivant :

x	- 4	- 3	- 2			- 0,5	0,5	1,5	3	4
f(x)	0,75			2	3					

(BEP 4pts, CAP 4pts)

4) Les deux suites de nombres du tableau (question 2) sont-elles des suites proportionnelles ? Justifier votre réponse. *(BEP 2pts, CAP 2pts)*

■ Exercice 2

Combien dois-je payer 3 kg de pommes de terre sachant que les 5 kg valent 21 F ? ***(BEP : 1 point ; CAP : 1 point)***

☐ 12,60 F ☐ 13,20 F ☐ 14,10 F ☐ 17,40 F

annexe 3c

Exercice I

Deux entreprises de peintures de façades d'immeubles proposent à leurs clients les tarifs suivants :

Entreprise A : un fixe de 2000F + 50F par m^2 de façade peinte.

Entreprise B : 80F par m^2 de façade peinte.

1) Compléter le tableau suivant :

Aire de la surface (m^2)	20	40	60	80	100	120	140
Prix à payer : entreprise A							
Prix à payer : entreprise B							

2) Représenter graphiquement, dans un même repère, et pour une aire (m^2) comprise entre 0 et 140 :

2.1) Le prix à payer à l'entreprise A en fonction de l'aire de la surface peinte.

2.2) Le prix à payer à l'entreprise B en fonction de l'aire de la surface peinte. Abscisse 1cm représente 10 m^2, Ordonnées 1cm représente 1000F. *(BEP 1pt, CAP 2pts)*

3) A partir de la représentation graphique, déterminer :

3.1) L'aire pour laquelle le prix à payer aux deux entreprises est le même. Quel est ce prix ?

3.2) L'entreprise la plus avantageuse pour peindre une surface d'aire 110m^2. Quel est alors le prix à payer ? *(BEP 2pts, CAP 2pts)*

■ Exercice 1

Calculer x dans $\mathbb{R}^*$ pour la proportion suivante :

$$\frac{21}{x} = \frac{25}{80}$$

(BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point)

■ Exercice 8

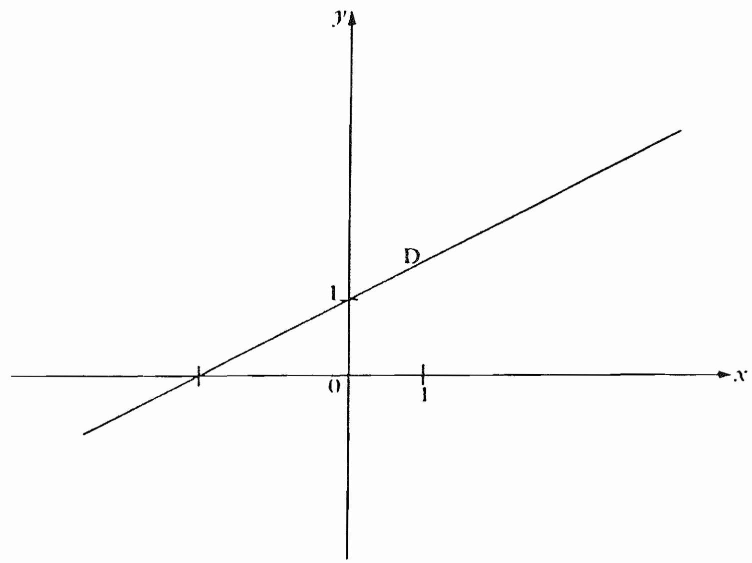
En combien de km/h se convertissent 25 m/s ?

(BEP : 1 point ; CAP : 1 point)

☐ 25 ☐ 60 ☐ 90 ☐ 120

■ Exercice 3

On donne la représentation graphique (D_1) de la fonction f.



1. a. Compléter le tableau suivant : *(BEP : 0,5 point ; CAP : 0,5 point)*

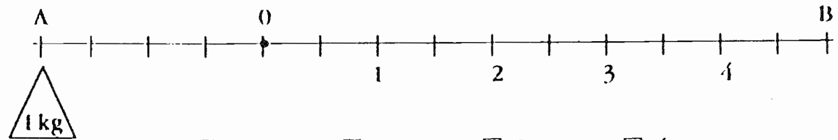
x	0			4,2
$f(x)$		1,7	2,4	

b. La fonction f est-elle linéaire, affine ou autre ? Justifier. *(BEP : 0,5 point ; CAP : 0,5 point)*

■ Exercice 7

En quelle position doit-on suspendre la masse m = 0,5 kg pour que la barre AB (de masse négligeable) soit en équilibre autour de O ?

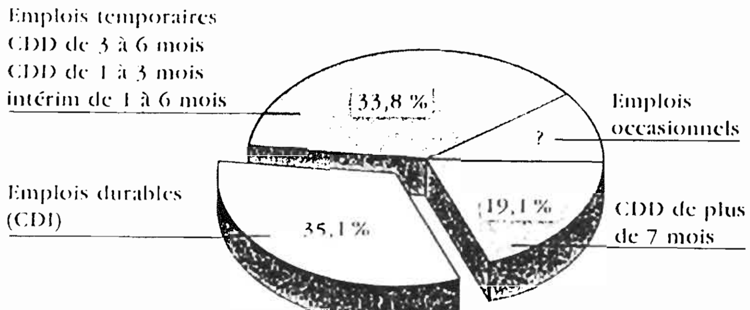
(BEP : 1 point ; CAP : 1 point)



☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

■ Exercice 2

Le document ci-dessous présente la structure des 2 millions d'offres d'emplois de l'A.N.P.E., en 95.



Source ANPE

1. Calculer, en pourcentage, la part des emplois occasionnels offerts par l'A.N.P.E. (détailler). *(BEP : 0,5 point ; CAP : 0,5 point)*
2. Calculer le nombre d'emplois durables proposés par l'A.N.P.E. *(BEP : 0,5 point ; CAP : 0,5 point)*

Exercice I *(BEP 5 pts, CAP 7,5 pts)*

Le tableau suivant vous indique les quantités d'ingrédients nécessaire à la confection d'une brioche :

Nombre de personnes / Ingrédients	12	30
Farine	500 g	
Levure	15 g	
Sucre	60 g	
Oeufs	6 pièces	
Beurre		
Divers	15 g	
Masse de la pâte	1 140 g	

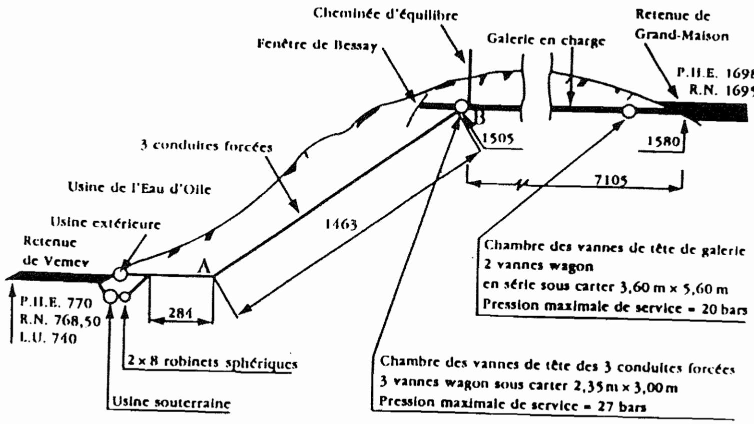
1) Compléter le tableau sachant qu'un oeuf a une masse de 50 g.
2) Après cuisson, la brioche pour 12 personnes pèse 969 g.
   2.1) Calculer la masse perdue à la cuisson.
   2.2) Exprimer la perte en pourcentage de la masse de la pâte.
3) Calculer la masse de la brioche pour 30 personnes après cuisson.
(On admet le même pourcentage de perte pour la cuisson)

(CAP : 7 points ; BEP : 6 points)

Parmi les centrales hydrauliques, la centrale de Grand-Maison est une des plus puissantes de France.

La figure ci-dessous représente le profil en long des retenues d'eau. Les distances sont données en mètres.

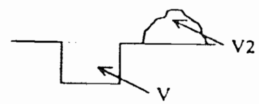
annexe 3d.



1. Mesurer sur la figure la distance entre les points A et B. Exprimer le résultat en centimètres (arrondir au millimètre).
2. Il est indiqué sur cette figure que l'échelle est 1/20 000. Cette affirmation est-elle correcte ? Justifier la réponse par un calcul.

Exercice II

Lors des terrassements, la terre extraite a un volume supérieur à celui qu'elle occupait avant l'extraction (donc V2 est plus grand que V).
La différence s'appelle le foisonnement.



1) Pour V = 3,6 m^3 et pour une augmentation de volume de 25%, calculer le foisonnement V1. *(BEP 1pt, CAP 1pt)*
2) En déduire le volume V2 de la terre à évacuer. *(BEP 0,5pt, CAP 0,5pt)*

■ Exercice 2

(BEP : 1,5 point ; CAP : 2 points)

Trois familles vont ensemble au restaurant. Elles sont composées respectivement de 1, 3 et 2 personnes et décident de partager la note proportionnellement au nombre de personnes par famille.

Sachant que la deuxième famille a payé 307,50 F, calculer le montant payé par chacune des deux autres familles et le montant total de la note.

Titre	Une remédiation en numération auprès d'élèves en difficulté : le jeu du trésor.
Auteur	Gaby Le Poche, IUFM et IREM de Rennes.
Date	Septembre 1997.
Thème	Activité de remédiation.
Résumé	L'article présente la situation utilisée - le jeu du trésor -, en fait une analyse a priori et décrit l'action conduite, durant la dernière quinzaine de juin 97, auprès de trois élèves de CE2, d'une même classe, pris en charge dans le cadre du RASED (Maîtres E).
Mots clefs	Remédiation, numération, difficultés, jeu.

LE JEU DU TRÉSOR

A - LA SITUATION

OBJECTIF

Remédier aux aspects sémantiques de la numération écrite usuelle

- développer une image mentale concrète des quantités un, dix, cent et mille.
- lever l'obstacle constitué par la différence entre valeur et quantité dans l'utilisation d'un matériel de numération.
- donner à l'élève l'occasion d'attribuer un sens à chaque chiffre constitutif de l'écriture d'un nombre.

PRÉSENTATION DE LA SITUATION

C'est une situation de **jeu de hasard** entre trois joueurs.

L'**enjeu** est **d'obtenir le maximum de points** après trois tours de jeu et de gagner alors une récompense.

Les points sont obtenus en jetant trois dés de couleurs différentes : ceux-ci rapportent respectivement unités, dizaines et centaines de points.

Les élèves récupèrent à chaque tour de jeu le matériel qui symbolise leurs scores aux dés. Après les trois tours de jeu, ils comptabilisent le total de leurs points en s'appuyant sur le matériel obtenu.

MATÉRIELS DE NUMÉRATION[1] UTILISÉS POUR COMPTABILISER LES SCORES :

Matériels de type : les « uns » qui s'échangent mais restent visibles

(Voir annexe 13 : photo 2)

L'échange fait disparaître le « un » initial dans un tout - la barre -, les dix barres dans une plaque, les dix plaques dans un gros cube.

Le choix a été celui de matériel en bois[2] ou en plastique[3] plein.

Matériels de type : les « uns » qui disparaissent mais laissent une trace symbolique

(Voir annexe 14 : photo 3)

Le choix est celui de billets identiques sur lesquels sont inscrits les symboles 1, 10, 100 et 1000.

(Annexe 1)

---

[1] Utilisation de la dénomination de B. Guéritte-Hess (Le nombre et la numération, Pratiques de Rééducation, ISOSCEL, 1982).

[2] Ce matériel fabriqué par Jegro (Hollande) est distribué par Celda.

[3] Matériel de chez Soral (Lyon) distribué par Nathan.

Matériels de type : les « uns » qui disparaissent et se transforment en un autre « un » en changeant de couleur

(Voir annexe 15 : photo 4)

Le choix est celui de jetons de différentes formes et tailles, mais, ayant en commun, une couleur identique qui en fixe la valeur.

MATÉRIEL UTILISÉ POUR CHAQUE SÉANCE :

Matériel collectif pour le groupe de trois :

- Trois dés multifaces unicolores, chaque dé de couleur différente
(Trois dés de 6 faces, puis trois dés de 20 faces. Les couleurs choisies restent identiques dans le passage de 6 à 20 faces)
- une piste de lancer des dés
- une boîte destinée à recueillir le pion de l'élève (pion qui l'autorise à jouer)
- trois boîtes destinées à recevoir le matériel obtenu par le score de chacun des trois dés.
- une banque, gérée par le maître, et comportant les trois types de matériels de numération.

Matériel individuel :

- des affichettes permettant de repérer chaque catégorie de matériel (annexe 2)
- une fiche indiquant la valeur attribuée aux jetons de couleur (annexe 3)
- une fiche indiquant les points rapportés par chaque dé (annexe 4)
- une feuille de route permettant de se situer dans le cours des différentes phases d'une partie complète. (annexe 5 : recto et verso)
- trois pions permettant de jouer (avant de jouer, l'élève dépose un pion dans une boîte spécifique)
- une boîte à trésor destinée à recevoir le matériel gagné (annexe 2 bis)
- une feuille de brouillon
- un stylo bille

ORDRE DES ACTIONS À RESPECTER POUR LE DÉROULEMENT COMPLET D'UNE PARTIE

Première phase : Choix des éléments variables

1- chaque élève se voit attribué par le maître un matériel de numération, il le dispose dans sa réserve à l'aide des affichettes de l'annexe 2.
2- présentation, par chaque joueur, de son matériel et remplissage en commun de l'annexe 3.
3- lancement d'un dé par chacun des joueurs. Les scores déterminent l'ordre des joueurs, le gagnant est le premier joueur. C'est également le responsable de la partie.
4- le responsable choisit la valeur de chaque dé et fait remplir l'annexe 4.
5- sous la conduite du responsable, chaque joueur (A, B, C) inscrit, sur sa feuille de route, les trois prénoms (dans l'ordre déterminé en 3) et remplit la ligne intitulée couleur des dés.

Remarque : il n'y a pas lieu de respecter la hiérarchie centaine, dizaine, unité.

Deuxième phase : Les trois tours de jeu

Consignes pour un tour et tenue de la feuille de route .

1- Le joueur A dépose l'un de ses pions dans la boîte prévue (droit de jouer)
2- Le joueur A lance les trois dés sur la piste prévue à cet effet.
3- Il annonce, dans l'ordre choisi pour les dés, le score indiqué par chacun d'eux. A l'énoncé de chaque résultat, chaque joueur vérifie son exactitude, le rectifie éventuellement et inscrit le nombre indiqué par le dé dans la case appropriée de la ligne intitulée premier tour.
4- Le joueur A dispose chacun des trois dés face à chacune des trois boîtes (cf. : matériel collectif) et prend dans sa réserve le matériel correspondant en valeur au score de chaque dé, qu'il place, au fur et à mesure, dans chaque boîte.
5- Les joueurs B et C contrôlent la validité de ces actions et argumentent en cas de désaccord.
6- Lorsque les trois joueurs sont tombés d'accord, le joueur A place, en vrac, le matériel gagné dans sa boîte à trésor.
7- le joueur A donne des dés au joueur B.

Le jeu se poursuit ainsi : les joueurs B et C répètent les actions décrites correspondant à un tour de jeu.

Les trois tours sont réalisés.

Troisième phase : détermination des scores, utilisation du verso de la feuille de route.

1- le maître récupère les réserves de matériel de chacun des trois joueurs.

2- chaque joueur retourne sa feuille de route

- il **comptabilise** en points **la valeur** qu'il attribue à son trésor **en manipulant son matériel** et en utilisant sa feuille de brouillon (il peut raturer, mais non gommer)
- il indique son score sur la feuille de route (verso) dans la zone intitulée "je pense avoir gagné"

Lorsque les trois joueurs ont comptabilisé la valeur de leur propre trésor, ceux-ci sont échangés par permutation circulaire et **chacun recherche** ainsi **la valeur du trésor d'un autre joueur** qu'il inscrit sur sa feuille de route.

Cette opération est renouvelée une nouvelle fois. Chaque trésor a ainsi été comptabilisé trois fois.

Quatrième phase : officialisation des scores réels et détermination du "classement".

1- chaque élève retrouve son trésor.

2- sous la conduite du maître, les élèves échangent leurs informations sur les différents scores trouvés par chaque joueur et les inscrivent dans le tableau à double entrée de la feuille de route intitulée *résultats*.

3- à tour de rôle, chaque élève prend connaissance de la valeur de son trésor attribuée par chaque joueur et en cas de divergence, il recompte son trésor en présence du maître et de ses camarades qui recherchent d'éventuelles erreurs.

C'est à ce moment que l'élève peut échanger, à la banque tenue par le maître, le matériel qu'il comptabilise. C'est l'occasion de verbaliser les échanges licites.

4- le maître officialise, au fur et à mesure, chacun des trois résultats, qu'il fait inscrire dans la ligne intitulée "*il avait*".

5- chaque élève retourne sa feuille de route (côté recto), y inscrit les scores réels et l'on remplit en commun la ligne *classement*.

6- le maître met en valeur l'élève vainqueur et attribue des récompenses (par exemple : deux bonbons au premier et un au second).

B - ANALYSE A PRIORI DE LA SITUATION

STRUCTURE PÉDAGOGIQUE :

Un groupe de trois élèves.

Le **groupe de trois** doit permettre une **interaction forte** entre les élèves - échange entre deux d'entre eux et intervention dans le débat du troisième à l'écoute des deux autres.

Ce nombre **évite la lassitude des joueurs** en permettant à une partie complète de se dérouler sur une séance d'environ 50 minutes.

LE MATÉRIEL :

Le matériel du **premier type** : - *les « uns » qui s'échangent mais restent visibles* -, est le plus simple à manipuler. Il devrait permettre à l'élève de **visualiser** concrètement **les groupements** successifs **par dix** - base de notre numération décimale - et lui fournir une **image mentale prégnante** des quantités dix, cent et mille.

Celui du **second type** : - *les « uns » qui disparaissent mais laissent une trace symbolique* - est le plus **utile socialement**. Il devrait **permettre d'assurer le lien** avec les **apprentissages fondamentaux de l'école** et les **actions sur les écritures** chiffrées des nombres.

Celui du **troisième type** : - *les « uns » qui disparaissent et se transforment en un autre « un » en changeant de couleur* - est le plus difficile. Son **utilisation** met **l'élève face à l'obstacle fondamental** que constitue la **différenciation entre valeur et quantité**.

L'hypothèse choisie est que la **confrontation** de l'élève à **ces trois types de matériel** au cours d'une **même partie** permettra à l'élève :

- de réussir au moins une fois son activité de comptage (avec le matériel de type 1)
- d'effectuer, petit à petit, les liens nécessaires entre différents aspects de la numération.

Ainsi, **les** élèves ne devraient-ils **pas être mis**, une nouvelle fois, **en échec** face à une situation.

Ceci **nous paraît fondamental** dans le cadre d'une action pédagogique en direction d'élèves en grande difficulté scolaire.

La confrontation immédiate à un obstacle ne constitue donc pas pour nous le moteur d'une remédiation efficace.

L'ENJEU :

L'enjeu fort - un vainqueur et des récompenses - favorise **l'investissement personnel** dans l'activité de comptage et justifie aux yeux des enfants le triple comptage de chaque matériel, afin de supprimer tout litige dans l'attribution des gains.
Le **jeu de hasard** amène à **ne pas gratifier le meilleur élève**, car les chances de gagner ne sont pas liées aux compétences de chacun. Cette situation est très rarement vécue dans le cadre scolaire.

LES ÉLÉMENTS VARIABLES :

- Le choix du dé multifaces : c'est le paramètre fondamental de la situation

Les trois dés à six faces, avec les chiffres 1, 2 et 3 répétés deux fois, permettent la constitution d'un trésor individuel dont le nombre d'éléments de chaque espèce (unités, dizaines et centaines) sera à la fin de la partie compris entre 3 et 9 (ajout des 3 scores de chaque dé obtenus après trois tours de jeu).
Cette configuration **facilite l'exactitude du comptage** : la transcription - valeur du matériel écriture du nombre de points - est directe. Il suffit de repérer l'ordre centaines, dizaines, unités, car toutes les espèces sont représentées.
Il servira à **l'appropriation du jeu par les élèves**.
Le choix des **trois dés à 20 faces** numérotées de 1 à 20 augmente la probabilité d'avoir, en fin de partie, un nombre d'éléments, d'une espèce déterminée, supérieur à 10. Cette situation **obligera l'élève à organiser** les éléments de son trésor **par paquets de dix** - acte fondamental dans la compréhension de la numération - s'il veut dénombrer efficacement.

Notre hypothèse est que l'utilisation des dés à vingt faces, apportés par le maître, une fois que le jeu a été bien compris, provoquera, chez les élèves, les apprentissages recherchés.

- Le choix du type de matériel

Il n'est pas laissé à l'initiative de l'élève.
Il peut être judicieux d'attribuer le matériel de type 1 à l'élève qui a le plus de difficultés, afin qu'il obtienne plus facilement un résultat exact dans le comptage de son propre trésor.

- Le choix de la couleur des dés

Nous voulons **éviter les couleurs traditionnelles de l'école** : rouge pour les dizaines et vert pour les centaines.

Sans ces repères traditionnels, le choix de la couleur peut être laissé à l'initiative de l'élève responsable de la partie : on peut légitimement penser que ce choix variera d'une partie à l'autre en fonction des couleurs préférées par l'enfant et de la chance qu'il leur attribue.

L'objectif est d'amener les élèves en difficulté à perdre leurs repères traditionnels.

En effet, si ceux-ci conduisent parfois à des réussites partielles, ces réussites ne sont **souvent** que dues au fait d'un **mécanisme vide de sens** et qu'il faut donc faire disparaître.

- le choix de l'ordre des couleurs sur la feuille de route (annexe 3)

De la même façon, l'ordre des couleurs inscrit sur la feuille de route ne respectera pas nécessairement l'ordre **centaines, dizaines, unités**. Mais **nous nous interdisons d'utiliser** ce vocabulaire sur la feuille de route, afin d'éviter chez les élèves une confusion bien inutile entre :

Centaines	Dizaines	Unités
12	14	13

qui serait éventuellement lu cent vingt et un mille quatre cent treize au lieu de mille trois cent cinquante-trois qui ne peut être obtenu qu'après une transformation des écritures.

Si l'objectif terminal en numération est bien celui d'obtenir une transformation de l'écriture 14 dizaines 13 unités 12 centaines en l'écriture canonique 1353, celui-ci reste bien souvent hors de portée d'élèves en grande difficulté.
L'**écriture des scores** sur la feuille de route permet à chaque élève d'être actif à chaque moment du jeu, **facilite une attention constante** et constitue un moyen de **contrôle pour le maître** dans le cadre d'une **partie autonome**.

En **aucun cas**, le calcul de **la valeur du trésor de chacun** ne se fera à partir de **l'interprétation de ces données**. C'est pour cela que nous avons choisi de **retourner la feuille de route** avant de comptabiliser les points.

- le choix de la couleur des jetons (matériel de type 3)

Ce choix reste aléatoire. Nous pensons cependant qu'il faut **éviter l'association traditionnelle systématique** : la dizaine est rouge, la centaine est verte.

C - DESCRIPTION EFFECTIVE D'UNE ACTION DE REMÉDIATION

CONTEXTE

Le choix porte sur **trois élèves de CE2**, Corinne, Mélanie et Vincent choisis par leur maîtresse comme des élèves ayant des difficultés.
Aucun renseignement préalable n'a été demandé, ni à la maîtresse de la classe, ni à la maîtresse spécialisée, option E, du RASED du secteur scolaire.

L'intervenant sait simplement que les **difficultés scolaires sont fortes**.

L'action se situe en **fin de CE2** et l'on peut donc supposer que les élèves ont bénéficié des apprentissages habituels de ce niveau (en particulier les techniques opératoires : addition, soustraction et multiplication).
Pour le dispositif : voir annexe 12, photo 1.
Les cassettes vidéo relatant cette remédiation sont disponibles au service audiovisuel de l'IUFM de Bretagne à Rennes.

PREMIÈRE SÉANCE

Prévisions :

Objectifs

Permettre une **appropriation des règles** du jeu **par chacun** des trois joueurs en vivant la totalité d'une partie avec les actions associées.

Déceler d'éventuelles **difficultés** relatives à chaque élève dans le champ de la **numération**.

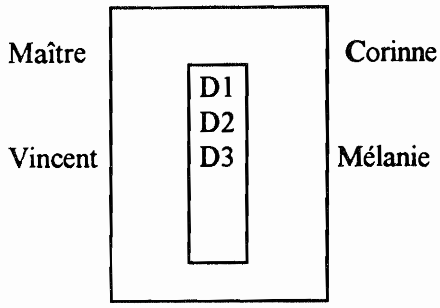
Choix des variables

Trois dés à six faces (blanc, rouge et vert).

Le choix du type de matériel est aléatoire (méconnaissance des difficultés des élèves).

Réalisation :

Position des joueurs et des dés :



Première partie

Première phase

V avec le matériel de type 2 est le joueur A ; **M** avec le matériel de type 3 est **B** ; **C** avec le matériel de type 1 est le troisième joueur.
V n'éprouve pas de difficulté à organiser son matériel disposé à l'aide de l'annexe 2.
M choisit la valeur de ses jetons (1 pour le jeton rouge, 10 pour le bleu et 100 pour le jaune) et utilise correctement l'annexe 2, **mais** les **trois élèves** semblent **bien incapables** - malgré les nombreuses sollicitations du maître qui simule pour M, le rôle du banquier - **de remplir** l'annexe 3 qui concerne les **règles d'échanges.**
Pratiquement, elle sera complétée sous la quasi-dictée de l'intervenant.
C, malgré sa connaissance du vocabulaire *barre,* semble **découvrir pour la première** fois **le matériel** qui lui a été attribué. Le regroupement de 10 plaques de 100 petits cubes pour former un gros cube de 1000 petits cubes est loin d'être immédiat. Après manipulation effective, elle utilise correctement les éléments de l'annexe 2.
M, avec l'aide du maître, fait remplir l'annexe 4 : elle choisit le dé rouge pour les unités, le vert pour les dizaines et le blanc pour les centaines.

Deuxième phase

Premier tour

Score de **V** :

Couleur des dés	R	V	B
Premier tour	3	1	3

La disposition spatiale de l'inscription des chiffres lus sur les dés ne correspond pas à l'ordre de l'écriture centaines, dizaines et unités.

Les **dés** eux-mêmes sont **rangés par l'intervenant dans l'ordre rouge, blanc et vert**[1], ce qui induit, pour le maître et V, la disposition des objets constituant le trésor, dans l'ordre unités, centaines et enfin dizaines.

Les joueurs eux-mêmes ne voient pas le même ordre, car **V** fait face à **C** et **M** :

pour **V** : D1D2D3, pour **C** et **M** : D3D2D1.

A la question posée par le maître[2] : *Peux-tu dire combien de points tu as gagné en tout ?*

Vincent répond trois cent seize, **C** trois cent treize et **M** trois cent dix puis trois cent treize (oubli des trois unités ?). **Vincent** retrouve le bon score en s'emparant du matériel dans l'ordre centaines, dizaines puis unités

Score de **M :**

Couleur des dés	R	V	B
Premier tour	2	3	2

Pour **M,** le maître range les **dés** dans l'ordre **blanc, rouge et vert** ce qui induit un traitement centaines, unités et dizaines. D3D2D1 = BRV

Qui peut me dire combien de points Mélanie a gagné en tout ?

V dit deux cent trente-deux, **M** n'est pas sûre de cette réponse qui sera donc explicitée avec succès par Vincent.

Score de **C :**

Couleur des dés	R	V	B
Premier tour	3	1	3

Pour **C**, le maître choisit la disposition spatiale des dés dans l'ordre **blanc, vert et rouge** (donc dans l'ordre conventionnel de l'écriture des nombres). D3D2D1 = BVR.

Le matériel de type 1 sera récupéré dans la réserve dans l'ordre unités, dizaines et centaines (choix des élèves).

Le score de trois cent treize est énoncé facilement par les trois élèves.

[1] Par commodité la disposition spatiale des dés sera donnée par le code D1D2D3 = RBV.

[2] Les interventions orales du maître seront toujours en italiques.

Deuxième tour

Score de **V** :

R	V	B
1	3	3

Disposition imposée : D1D2D3 = VBR

Sans que le maître le lui demande, **V** annonce un score de 313 qu'il rectifie rapidement en 331. L'intervenant précise qu'ils ne seront **pas obligés de connaître les points à chaque jet de dés**, mais **uniquement**, en **fin de partie**.

Score de **M :**

R	V	B
3	2	3

M choisit seule la disposition vert, rouge et blanc (dizaines, unités et centaines) et le maître impose le traitement : dé blanc des centaines, dé rouge des unités. et dé vert des dizaines

L'envie de connaître le score demeure. **M** dit "332", **C** commence par "deux cent ..."

Le rappel de la valeur de chaque jeton (annexe 3) permettra aux élèves d'énoncer 323 qui est le résultat correct.

Le maître fait remarquer que les jetons ne sont pas rangés, comme à l'école, dans l'ordre traditionnel : centaines, dizaines, unités.

Score de **C** :

R	V	B
3	3	1

Avant que le matériel ne soit déposé dans les boîtes, **V** énonce le score correct de 133 en utilisant uniquement les dés disposés dans l'ordre D1D2D3 = BVR. Le matériel permet aux deux autres élèves de valider cette réponse.

Troisième tour

Score de **V** :

R	V	B
1	1	3

Sans matériel, dans une disposition
D1D2D3 = RVB,

V énonce 311, il le dispose ensuite, ce qui permet à **M** de dire, tout en pointant les objets correspondants, 300 et 10, 310 et 1, 311.

M éprouve le besoin de rajouter : à l'école, la maîtresse me dit que je ne suis pas bonne en calcul et pourtant, ici je comprends ...

L'intervenant lui répond : *tu es bonne, la preuve c'est que tu réussis.*

Score de **M** :

R	V	B
2	2	1

Le maître choisit l'ordre D3D2D1 = VBR. **V** énonce rapidement 122, **C** confirme le résultat. **M** dispose le matériel et **V** le compte en pointant les boîtes correspondantes : "ça, ça fait cent et ces deux là ça fait cent vingt et ces deux encore, ça fait cent vingt-deux.". **M** confirme, à son tour, le score.

Score de **C** :

R	V	B
3	2	2

C choisit D3D2D1 = VRB

L'envie de dire le score en l'absence du matériel demeure : un jeu dans le jeu .

M dit 322 , **V** dit 223 et **M** dit alors 232, correspondant à la disposition spatiale des dés. C'est **C** qui confirme, sans le matériel, le 223 de **V.**

Avec le matériel, disposé dans l'ordre dizaines, unités, centaines **M** parvient à valider le résultat 223.

Analyse :
A la fin de cette phase de jeu, il semblerait que les élèves aient bien assimilé les règles d'obtention du trésor.
Si **V** semble capable de donner sa valeur en points, en se basant uniquement sur les dés, **M** quant à elle, semble très imprégnée de l'ordre traditionnel[1] centaines, dizaines, unités.

Troisième phase

Comptage de son propre trésor

C trouve rapidement 677 qu'elle écrit , **V** énonce "huit cent cinq cent quatre" qu'il transcrit 854, **M** énonce en manipulant le matériel correspondant "100, 200, 300, 400, 500, 600, 610, 620, 630, 640, 650, 660, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677" et écrit 677.

Première permutation

M reçoit le trésor de **V, C** celui de **M** et **V** celui de **C.**

M trouve 864 pour le trésor de **V,** elle énonce son résultat et **V** s'aperçoit qu'il n'a pas trouvé la même chose. **V** et **C** se contentent d'écrire les scores trouvés.

Seconde permutation

M reçoit le trésor de **C, C** celui de **V** et **V** celui de **M.**

Les trois joueurs écrivent les résultats de leurs recherches dans la zone prévue.

Le temps maximum de 60 minutes est écoulé.

La **séance se termine** sur une **mise en évidence de la divergence des résultats** concernant le score de V et **sur la méconnaissance du vainqueur** qu'il faudra déterminer la prochaine fois.

Prénoms	Vincent
Vincent a trouvé	854
Mélanie a trouvé	864
Corinne a trouvé	955

ANALYSE de LA SÉANCE

Faute de temps, la totalité de la partie n'a pu être réalisée.

Les élèves ont assimilé les règles d'obtention du trésor.

Leur **investissement** dans le jeu est **important** : ils comptent spontanément les scores obtenus à chaque tour de jeu, ce qui ne constituait pas une obligation.

Du point de vue diagnostique :

- V et, dans une moindre mesure, C semblent **capables de déterminer les scores** à partir de la simple **lecture des dés**.
- M reste très **tributaire** de **l'ordre traditionnel** centaines, dizaines, unités .
- **les trois** élèves ont de **grandes difficultés à énoncer les règles d'échanges** avec le matériel de type 3 et la différenciation valeur quantité n'est pas immédiate.
- au cours du **comptage final**, les élèves **utilisent exclusivement** la procédure associant **numération orale et prise en compte un par un des différents objets** constitutifs du trésor regroupés par espèces. Cela provoque des erreurs, en particulier chez V.

[1] Selon Bednarz et Janvier (voir Grand N n°33), l'une des difficultés suscitées par l'apprentissage de la numération est que « toute représentation d'un nombre apparaît selon un alignement reprenant l'ordre de l'écriture conventionnelle du nombre ».

DEUXIÈME SÉANCE

Prévisions :

Objectif

Permettre une **appropriation des règles** du jeu **par chacun** des trois joueurs en vivant la totalité d'une partie avec les actions associées.

Moyens

Terminer la première partie et s'engager dans une seconde en conservant les dés à six faces qui facilitent le comptage final (appropriation).

Attribuer le matériel de numération en fonction des difficultés supposées de chacun :

à **M** le matériel de type 1 ou 2.

Réalisation :

Le positionnement des joueurs reste identique à celui de la première séance.

Suite de la première partie

Quatrième phase

Les joueurs complètent le tableau des résultats

Prénoms	Vincent	Corinne	Mélanie
Vincent a trouvé	854	649	668
Mélanie a trouvé	864	**669**	**677**
Corinne a trouvé	**955**	**669**	667

V recompte son trésor et confirme le 955 trouvé par **C. C** et **M** retrouvent leurs résultats respectifs de 669 et de 677. La **procédure utilisée** est **celle de la séance 1**, mais la vigilance de tous permet de rectifier les erreurs lorsqu'elles se produisent.

Les résultats sont officialisés, au fur et à mesure, par le maître qui fait remplir la ligne intitulée *il avait* du tableau des résultats (annexe 5 -verso -)

Les élèves les reportent dans les cases correspondantes de la ligne *Score* de la feuille de route (annexe 4 - recto-).

Ils n'éprouvent pas de difficultés pour ranger ces trois nombres et pour déterminer ainsi le classement final.

V, premier, gagne deux bonbons, **M**, seconde, en reçoit un.

Deuxième partie

Première phase

Le maître choisit le dé blanc pour les unités, M choisit le dé rouge pour les dizaines.

Le dé vert rapportera donc des centaines de points.

M choisit spontanément le matériel de type *billets*, **C** voudrait le même : c'est impossible, elle choisit donc les *jetons.*

C décide que le **jeton rouge** vaudra **100,** le jeton **bleu 1** et le jeton **jaune 10.**

L'annexe 3 reste très difficile à remplir, en particulier l'équivalence dix jetons jaunes - un jeton rouge. Le maître doit évoquer l'argent et simuler avec **V** une transaction bancaire, ce n'est pas suffisant pour **M** qui a recours au matériel de type 1 de **V** (analogie entre le jeton bleu et le petit cube, le jeton jaune et la barre, le jeton rouge et la plaque).

Cette connaissance reste très fragile.

Deuxième phase

Premier tour

Le maître impose, pour l'inscription sur la feuille de route des scores avec les dés, l'ordre VRB.

Score de **M** (premier joueur) :

V	R	B
3	3	2

M a devant elle une disposition spatiale des dés D3D2D1 = BRV soit unités, dizaines, centaines. Une fois le matériel *billets* disposé, elle énonce 332 en pointant les boîtes de billets de droite à gauche.

Score de **C** :

V	R	B
2	1	1

Ordre des dés : D3D2D1 = BVR (unités, centaines, dizaines)

M énonce 121 qu'elle rectifie rapidement en 211 et ceci sans le matériel .

Une fois celui-ci disposé par **C**, elle retrouve les deux jetons rouges *deux cents*, le jeton jaune de dix elle dit : *deux cents et dix deux cent dix et un* (le jeton bleu) *deux cent onze.*

Accord des 2 autres joueurs.

Score de **V** :

V	R	B
1	3	2

V choisit la disposition D1D2D3 = BVR des dés (unités, centaines et dizaines) et est capable d'énoncer 132, en pointant successivement le dé vert des centaines, le dé rouge des dizaines et le dé blanc des unités.

Le matériel ne vient que pour confirmer le résultat.

Deuxième tour

Score de **M** :

V	R	B
1	1	1

Disposition D3D2D1 = RBV.

M et **V** disent cent onze, **M** dispose le matériel et énonce en le pointant *cent et dix cent dix et un cent onze.*

Score de **C** :

V	R	B
3	3	2

Disposition D3D2D1 = VRB

Sans matériel, **M** dit 332 elle est très sûre d'elle.

Score de **V** :

V	R	B
2	2	3

Disposition D1D2D3 = VRB choisie par **V.**

Le dé rouge est déplacé, il se transforme en trois, **V** dispose le matériel et énonce *332* que **M** et **C** corrigent en *232.*

Le maître fait rectifier l'erreur due au dé rouge en faisant référence à la feuille de route.

Troisième tour

Score de **M** :

V	R	B
3	1	3

Disposition D3D2D1 = VBR

M énonce grâce à son matériel et en le pointant : *trois cents plus dix trois cent dix plus trois trois cent treize.*

Score de **C** :

V	R	B
2	3	3

Disposition VRB

M énonce *233* en regardant sa feuille de route. *Hum ! !*

C dispose le matériel , elle reçoit l'accord des deux autres joueurs et le joint à son trésor.

Score de **V** :

V	R	B
2	1	2

Disposition VRB

M et **C** énoncent *212* en utilisant leurs feuilles de route.

Le matériel est rapidement disposé et récupéré.

Troisième phase

Pour compter en points le trésor de chacun, les élèves disposent le matériel par catégories.

Exemple de **M,** comptant le trésor de **C** (jetons de couleur) ; c'est le dernier comptage à être effectué :

Les jetons rouges : *"1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 sept cents"* qu'elle commence à transcrire sur sa feuille par un 7.

Les jetons jaunes : *"sept cent un, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 sept cent soixante dix"* transcrit en rajoutant un 7.

Les jetons bleus : *"1, 2, 3, 4, 5, 6"* elle rajoute le 6 et énonce *"sept cent soixante-seize".*

Comme le temps de 60 minutes est écoulé, **M** remplit le début du tableau collectif concernant **C** en interrogeant ses camarades.

Prénoms	Corinne
Vincent a trouvé	777
Mélanie a trouvé	776
Corinne a trouvé	776

ANALYSE de LA SÉANCE

A la fin de cette séance les résultats trouvés sont les suivants :

Prénoms	Corinne	Mélanie	Vincent
Vincent a trouvé	777	**765**	**567**
Mélanie a trouvé	**776**	756	**777**
Corinne a trouvé	**776**	**765**	**567**
	Type 3	Type 2	Type 1

En début de séance, nous constatons que les **règles d'échange** restent **très difficiles à formuler** (matériel de type 3), mais cela est **encore inutile** pour le **bon déroulement du jeu** (cas du dé avec les chiffres 1, 2, et 3).

Les élèves sont **moins tributaires de l'ordre** conventionnel centaines, dizaines, unités dans la disposition de leur matériel .

***Remarque :** le **choix** de l'ordre VRB pour les dés - ce qui correspond à **l'ordre usuel** - permet un énoncé direct de chaque score par simple lecture de la feuille de route (cas de M). C'est peut être **une maladresse**.*

Les trois élèves sont maintenant capables de lire le score en interprétant le matériel disposé de façon quelconque.

Le **jeu** est bien **approprié** : les élèves font **référence**, de façon **autonome** aux **annexes 3 et 4** qui définissent les valeurs respectives des jetons et des dés.

Le **tableau**, à double entrée, des **résultats**, reste quant à lui **difficile à remplir**.

Au cours du **comptage final**, l'on décèle encore des **erreurs** qui peuvent être dues à une **fatigue excessive,** car dans cette phase, les élèves sont seuls et la concentration est **difficile en fin de séance**.

Nous obtenons quelques renseignements concernant les élèves :

- **C** est la seule élève à avoir été prise en charge, cette année, dans le cadre du RASED.

- **V** est suivi depuis de nombreuses années par le CMPP[1] et n'a pas bénéficié cette année du soutien du réseau (volonté de l'équipe qui le prend en charge).

- **M**, quant à elle, n'avait pas été signalée au réseau.

S'il s'avère que **V** a besoin de la présence effective de l'adulte pour pouvoir travailler, on peut s'étonner que **M** n'ait jamais bénéficier d'un quelconque soutien.

TROISIÈME SÉANCE

Prévisions :

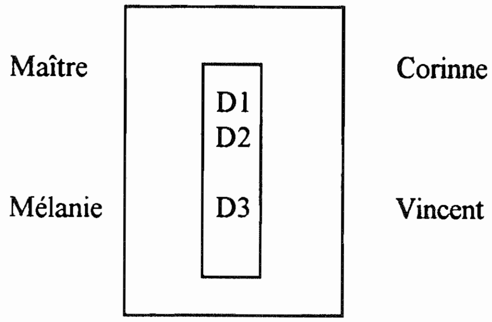
Recommencer le comptage individuel, en espérant obtenir des résultats identiques (meilleure concentration en début de séance) et éviter que celui-ci soit effectué en fin de séance.

Introduire, pour la nouvelle partie, les dés à vingt faces pour **travailler l'obstacle constitué par les équivalences** : dix unités - une dizaine, dix dizaines - une centaine, dix centaines - un millier.

Changer le **positionnement des joueurs** pour obliger **V** à plus d'autonomie.

Réalisation :

Position des joueurs et des dés :



Fin de la deuxième partie

Troisième phase

Le maître donne en situation quelques conseils :

- mettre les **objets par catégorie** et **dans l'ordre habituel** centaines, dizaines, unités.
- **éviter de compter** cent, deux cents, trois cents etc. **mais dire** 1, 2, 3 ...
- **ne pas compter**, mais **disposer** chaque catégorie de matériel **comme sur un dé** et reconnaître **4 et 3 qui font sept**, ou 3 et 3 qui font six ...

Il parvient ainsi à obtenir de chacun des trois élèves les scores corrects :

776 pour **C**, **756** pour **M** et **567** pour **V**.

Quatrième phase

Le **maître explique** à nouveau comment **remplir le tableau** des résultats : chaque élève interroge ses camarades pour remplir sa colonne et les élèves constatent que les résultats sont identiques.

La feuille est retournée, les scores sont reportés et le classement est établi sans problème.

Corinne est déclarée vainqueur et reçoit la récompense.

[1] CMPP : centre médico-psycho-pédagogique (hôpital de jour).

Troisième partie

Première phase

Le maître présente des dés à 20 faces.

Les élèves choisissent leur matériel : **V** le type 1, **C** le type 3 et **M** le type 2.

V choisit la valeur des dés : le **dé blanc** rapportera des **unités**, le **rouge** des **centaines** et le **vert** des **dizaines**.

C choisit la valeur de ses jetons : le **bleu vaut 1**, le **jaune vaut 10** et le **rouge vaut 100**.

V parvient à formuler : un jeton rouge vaut 10 jetons jaunes ou 100 jetons bleu.

L'ordre des joueurs est déterminé par un lancer individuel d'un dé : **C** fait 17, **V** fait 13 et **M** fait 8.

Deuxième phase

Premier tour :

Le **maître impose**, pour la feuille de route l'ordre **VRB.**

Score de **C :**

V	R	B
10	3	15

Disposition D3D2D1 = BRV

M, après écriture sur la feuille de route, veut lire *"mille trois cents ..."*, le maître l'interrompt.

Traitement par C

- du dé blanc des unités :
15 un . Le maître lui dit : *tu as d'autres façons de faire 15*, **M** répond "10 et 5". Corinne dépose, dans la boîte correspondante, **5 jetons bleus et un jaune.**
- du dé rouge des centaines : pas de problèmes.
- du dé vert des dizaines : **10 dizaines**.

Le maître demande *: dix dizaines c'est la même chose que quoi ?*

M lui répond "mille".

Le maître : *mille ?, ... au lieu de mettre dix jetons qui valent dix, que peut-on mettre ?*

Pas de réaction, **C** mettra **dix jetons jaunes** dans la boîte.

Score de **V** :

V	R	B
9	15	5

Disposition D3D2D1 = VRB

Traitement par V

- du dé blanc des unités : 5 un, 5 petits cubes.
- du dé rouge des centaines : **15 plaques de cent**.

Le maître : *au lieu de prendre 15 plaques de cent, que peut-on prendre ?*

L'intervenant va chercher les gros cubes. *Combien de plaques de cent dans le gros cube ?*

C répond "cinquante", *on va essayer de le refabriquer*, **M** manipule, elle trouve dix.

Le maître poursuit : *et dix plaques de cent, cela fait combien ?* **M** répond mille.

15 plaques de cent, 15 paquets de cent, cela fait combien ?

V se saisit du gros cube et d'une plaque, qu'il place, alternativement sur les 6 faces du gros cube en énonçant "cent, deux cents, trois cents, quatre cents, cinq cents, six cents."

Il faut reprendre la manipulation : *combien de plaques de cent dans le gros cube ?*

Le maître rapproche 2 plaques et feint de les coller. *J'ai mis combien de plaques ?*

V dit :"2", **M** dit "oui, mais cela fait deux cents, cent et cent deux cents." Elle parle des petits cubes.

et dix plaques de cent, cela fait combien ? dix centaines de petits cubes ?

V regarde le gros cube et dit : "attends, à l'intérieur, il y en a." Le maître répond *: oui, je les ai collées l'une sur l'autre, regarde si c'est lourd* !

Dix plaques de cent petits cubes, combien de petits cubes ? **V** répond "mille" et le maître demande aux trois joueurs d'écrire au dos de l'annexe 3 :

Dix plaques de cent : c'est mille.

Retour à la question initiale : *15 plaques de cent, cela fait combien ?*

V répond "cent cinquante". Le maître : *cent cinquante petits cubes ! ! ...* **V** prend 15 plaques.

Le maître dit : *tu prends plein de plaques séparées, tu ne peux pas prendre un gros cube ? ...*

Combien de plaques dans le gros cube ? **M** et **C** répondent "dix".

V vérifie qu'en encombrement, dix plaques, c'est bien un gros cube et compte "cent, deux cents, trois cents, ..., neuf cents, mille".

Le maître : *oui, mais tu as gagné 15 plaques en tout.*

V : "ah ! oui, **je prends cinq plaques et un gros cube**". Il dispose le matériel dans la boîte prévue.

Le maître : *15 plaques de cent, cela fait combien de petits cubes ?* **V** dit, en regardant longuement le matériel : "mille cinq cents petits cubes".

- du dé vert des dizaines : 6 dizaines, 6 barres de dix.

Le maître résume la situation en se saisissant, tour à tour du matériel correspondant :

Le dé blanc rapporte des 1, donc il a rapporté 5 petits cubes.

Le dé rouge rapporte des centaines ,des plaques de cent ; il a rapporté 15 plaques de cent, au lieu de mettre 15 plaques de cent, moi, j'ai collé en même temps, 10 plaques de cent. Et 10 plaques de cent cela fait ... ?

Les élèves répondent : "mille".

V poursuit : "oui avant, tu avais des petits cubes, et tu les as collés en même temps pour faire des barres. Tu as collé dix barres pour faire une plaque, et dix plaques pour faire ça" (il montre le gros cube).

Les deux autres élèves veulent simuler, elles aussi, le prétendu collage.

Le maître leur en laisse l'occasion.

Score de **M :**

V	R	B
19	2	8

Disposition D1D2D3 = RBV

Traitement par M

- du dé vert des dizaines : **19 dizaines**

Le maître répète : *tu as gagné 19 billets de dix.*

M se saisit de 19 billets de dix, le maître les dispose sur la table sous forme de lignes de 5.

Au lieu de prendre 19 billets de dix, que peut-elle prendre ? ...

Tu ne peux pas faire un échange : un billet qui vaut plus cher comme tout à l'heure, Vincent avait pris un gros cube ...

M prend un billet de 100. Le maître le montre aux élèves et dit : *100, cela vaut, combien de billets de dix ?*

V veut intervenir. Le maître : *si tu veux le billet de 100, combien de billets de 10 faut-il que tu me donnes ?*

V ne parvient pas à répondre à cette question. **C,** à son tour sollicitée, ne réagit pas davantage.

M : c'est comme dans un magasin, le monsieur lui donne 100 F et on lui rend la différence ...

Le maître enchaîne alors : si vous avez un billet de 100 F, cela vaut combien de pièces de dix francs ?

Pas de réaction, l'on se contentera donc de mettre, dans la boîte correspondante, les **19 billets de dix.**

- du dé blanc des unités : 8 un, 8 billets de un.

M prend 4 et 4 billets qu'elle dispose sur la table pour vérification. Le maître : *4 et 4 huit, on n'a pas besoin de compter.*

- du dé rouge des centaines : 2 billets de cent.

Pas de problème.

Deuxième tour :

Score de **C :**

V	R	B
7	10	1

Disposition D3D2D1 = BRV

Traitement par C

- du dé blanc qui rapporte des un : un jeton bleu.
- du dé vert qui rapporte des dix. 7 jetons jaunes.
- du dé rouge qui rapporte des cents :

Le Maître : *elle a gagné **10 centaines**, c'est la même chose que quoi ?*

Pas de réaction, **C** met **10 jetons rouges** dans la boîte.

Score de **V** :

V	R	B
10	20	1

Disposition D3D2D1 = BVR

Traitement par V

- du dé rouge :

Le maître : **vingt paquets de cent,** cela fait combien ?

V répond : "deux mille". Le maître : *prends deux mille.*

Malgré la présence des gros cubes, V compte des plaques de cent. Il n'y en a que 17. V s'avère capable de prendre un gros cube de mille et dix plaques de cent.

- du dé blanc :

Un petit cube.

- du dé vert :

Le maître : 10 dizaines, 10 paquets de dix.

V prend 10 barres de dix. Le maître : mais, dix barres de dix, c'est la même chose que ...

Aucune réaction.

Le temps d'une heure, imparti à la séance est écoulé.

Score de **M :**

V	R	B
1	1	17

Remarque : le maître s'arrange, sans que les élèves s'en aperçoivent, pour que le dé blanc - le dé des unités - soit le seul qui fournisse un nombre supérieur à dix.

Disposition D1D2D3 = BRV

Traitement par M

- du dé blanc :

17 billets de un.

Au lieu de 17 billets de un, que peux-tu prendre ?...

Les 17 billets sont disposés par rangées de 5.

Au lieu de donner 17 pièces de 1, pour un achat, à un marchand, que pouvez-vous donner ?

...17 pièces de 1, c'est la même chose que ...

Le maître simule le rôle d'un banquier :

Je veux bien te donner un billet de dix, mais pour avoir un billet de dix, que faut-il que tu me donnes ?

Malgré une très longue concentration ... **M** s'avère incapable de réaliser cette transaction.

V, sollicité, répond : "dix billets de un".

M saisit, un par un, ses dix billets de 1 : "un franc, deux francs, ..., dix francs".

Elle donne les dix billets de un au banquier et reçoit, en échange, un billet de dix.

Le maître l'oblige à refaire l'action tout en la reformulant : "dix billets de un cela vaut un billet de dix".

M éprouve le besoin de retrouver 17. Elle prend **le billet de dix**, prononce dix ; et ,en saisissant, un par un, **les 7 billets de 1**, énonce onze, douze, treize,..., dix-sept. Elle met les 8 billets dans la boîte.

- du dé rouge : un billet de cent.
- du dé vert : un billet de dix.

ANALYSE de LA SÉANCE :

La fin de la deuxième partie a été satisfaisante. Le triple comptage des scores, en début de séance, a conduit à l'obtention de résultats identiques.

L'**obstacle** introduit par les **dés à vingt faces** est bien **réel.**

Le **maître ne force pas les apprentissages**. Il laisse les élèves se saisir, initialement, du matériel indiqué par les dés même s'il recherche l'obtention du minimum de matériel.

Ainsi, au premier tour de jeu, **C** mettra 10 jetons jaunes dans la boîte et **M** ses 19 billets de 10 ; au second, **C** se contentera à nouveau de 10 jetons rouges et **V** de dix barres de dix.

Le **matériel** de type 1, **le plus concret**, a **posé un problème** : la visualisation des six faces du gros cube, au lieu des dix plaques le constituant[1].

L'**écriture** de la phrase : un groupement de **dix plaques de cent**, c'est aussi **un gros cube de mille** est uniquement destinée **à favoriser la mémorisation** de cette équivalence.

Concernant le matériel de type 2, l'**intervenant** a uniquement **recherché la formulation de dix billets de un valent un billet de dix** (dans le seul cas d'un échange de premier ordre).

A ce stade, nous pouvons dire que la différenciation entre valeur et quantité **est loin d'être acquise** et que la connaissance, constituée par **les équivalences fondamentales 10 unités - 1 dizaine, 10 dizaines - 1 centaine, 10 centaines - 1 millier**, reste encore **à installer**.

[1] Il faut impérativement rejeter, comme matériel didactique, les gros cubes creux qui ne peuvent que favoriser ce type de confusion.

QUATRIÈME SÉANCE

Prévisions :

Réaliser le comptage individuel en début de séance (ne pas réaliser un troisième tour de jeu).

Renouveler les conseils donnés en début de séance 3 et parler de la possibilité d'échanger le matériel à sa banque.

Conduire la troisième partie à son terme en se fixant comme objectif **d'obtenir une évaluation exacte du trésor,** par chacun des trois joueurs, dans **le cas de l'utilisation du matériel de type 1.**

Réalisation :

Fin de la troisième partie

Troisième phase

Le maître donne quelques conseils :

- pour une plus grande tranquillité, chaque joueur va occuper un coin de la pièce.
- pour déterminer la valeur du trésor :
  - il est possible d'écrire sur une feuille de brouillon. Ne pas hésiter à le faire.
  - penser que vous êtes en CE2 , que vous avez appris beaucoup de choses à l'école et que vous pouvez l'utiliser.
  - il est plus facile de mettre en même temps, ce qui vaut un, ce qui vaut dix, ce qui vaut cent.
- si vous avez du mal à compter, vous pouvez venir voir le banquier qui pourra vous échanger du matériel.
- Le maître est disponible, pour vous aider, mais vous devez l'appeler.

Corinne et son matériel : 13 jetons rouges, 18 jetons jaunes et 6 jetons bleus (Voir annexe 6)

Je mets 13 et j'ajoute 2 zéros car le jeton rouge vaut cent etc.

Vincent : 2 gros cubes, 15 plaques, 19 barres et 6 petits cubes. (Voir annexe 7)

V a reconstitué un gros cube à l'aide de dix de ses plaques, "3 mille et 5 plaques 3 mille 5 cents ..." Le maître lui fait écrire 3500 .

V anticipe la suite, il ne sait pas s'il doit faire un plus ...

Mélanie : 3 billets de cent, 21 billets de dix et 15 billets de un (Voir annexe 8)

Elle réclame l'aide du maître.

Le maître lui **suggère de compter ses billets de un** et lui rappelle que **pour compter il est plus facile de regrouper par dix.** C'est dix billets de un et cinq : *cela fait combien ?*

M répond : "15". Le maître fait mettre un trombone pour regrouper les dix billets de un.

On ne t'avait jamais dit que, pour compter, c'était plus facile de faire des paquets de dix. Les banquiers font toujours cela ...

Le processus est amorcé. Le maître donne comme conseil d'évaluer chaque tas ainsi formé et quitte l'élève, appelé par **V.**

Retour auprès de V : (annexe 7)

L'intervenant sert de secrétaire à Vincent, il écrit 3500. Il s'agit maintenant de compter les barres. On va les mettre par dix et on les fera tenir par un élastique.

Dix barres de dix au sol, **V** reforme une plaque et compte 10, 20, 30, 40, ..., 90. Cela ne fait pas 100, on recompte, mais les barres, 1,2,3,..., 9 . Il manque une barre, **V** la rajoute. *10 barres de dix, cela fait comme une ... ?* Une plaque de cent. *Cela fait combien ?* 100.

L'adulte, secrétaire, écrit le 100 sous le 3500.

3500 et 100 cela fait 3600, Vincent transcrit cet énoncé oral sous la forme 316 ... qu'il écrit sur son brouillon.

Il compte les barres restantes : 1,2,3, ..., 9. *Cela fait combien ?* quatre-vingts. *Neuf dizaines quatre-vingts ?* L'intervenant doit lui souffler le quatre-vingt-dix.

Le maître résume la situation : les 3500, le paquet de dix barres : 100, les neuf barres et les 6 petits cubes. **V** complète son brouillon par 96, écrit à la suite de son 316, puis sous le 3600 et le 100 déjà écrits par le maître.

Il se montre capable d'effectuer la technique opératoire de l'addition. Il obtient le total **3696**.

Retour au collectif de trois pour compléter le début de l'annexe 5 (verso).

Première permutation des trésors

M reçoit le trésor de **V** (C'est voulu : matériel de type 1), **C** celui de **M** et **V** celui de **C.**

Le maître précise qu'il ne faut pas défaire l'organisation du matériel, réalisée par son camarade.

Pour compter, il est plus facile de faire des paquets de dix.

V (matériel de C) : 13 jetons rouges, 18 jetons jaunes et 6 jetons bleus
(annexe 7)

C n'avait pas réalisé des paquets de dix jetons. Le maître suggère cette organisation à **V** ...

Puis, il aide **M.**

M (matériel de V) : 2 gros cubes, 15 plaques, 19 barres et 6 petits cubes
(annexe 8)

M recompte le paquet des dix barres, qu'elle a défait : "dix, vingt, trente, ..."

Le maître : *combien vaut la barre ?* M répond : "10".

Si tu as dix barres de dix, tu as combien ? ...

Il faut reformer la plaque pour que **M** puisse dire 100.

Le maître fait reformuler : "10 barres de 10 c'est 100" et demande à l'élève de s'en rappeler.

Il dit à **M** : *il ne faut pas recompter à chaque fois dix, vingt...*

C (matériel de M): 3 billets de cent, 21 billets de dix et 15 billets de un
(annexe 6)

C a vérifié que chacun des paquets contenait bien dix billets.

Pour le premier paquet de 10 billets de 10, le maître l'amène à reformuler : "10 billets de 10, c'est 100". Et pourtant, pour le second paquet de dix billets de 10, elle confond : valeur du tas et nombre de billets ; et répond : "100" à la question : *combien de billets dans le paquet ?*

Deuxième permutation des trésors

V reçoit le trésor de M : 3 billets de cent, 21 billets de dix et 15 billets de un (annexe 7)

Les billets sont restés regroupés, à l'aide de trombones, par paquet de dix.

V, seul, commence par rajouter les 5 billets de un, dispersés dans la boîte à trésor, au paquet de 10 billets de un. *Hum !* !

Le maître survient. **V** lui dit que le paquet des un s'était défait. L'intervenant recompte les billets dans le paquet (onze), signale à **V** qu'il avait rajouté un billet. Il l'enlève et reparle du banquier qui met les billets par paquets de dix.

Les billets de un sont comptabilisés : 15, que **V** écrit sur son brouillon.

V manipule les billets de 10 : deux groupements de 10 billets, un billet de 10 isolé.

Il dit : "vingt et vingt ... cent, deux cents, deux cent un". Avec l'aide du maître, qui lui montre le billet de dix : "deux cent dix", qu'il transcrit sur sa feuille 225. (Il a ajouté le 15 ? ?)

Les 3 billets de 100 : il écrit le 3 devant le 225 et lit 3225.

Le maître en montrant les billets de 100 : *trois mille ... ! !*

V : "trois cents". Il barre le 3 de 3225 et le réécrit sous le 2, puis il écrit **525**.

M avec le matériel de type 3 et **C** avec le matériel de type 1 (annexes 8 et 6) ont travaillé seuls. **M** n'a pas réussi à produire un résultat.

Quatrième phase

Prénoms	Corinne	Vincent	Mélanie
Corinne a trouvé	2206	**3696**	**525**
Mélanie a trouvé	?	**3696**	345
Vincent a trouvé	3906	**3696**	**525**
	Type 3	Type 1	Type 2

Le maître fait constater la similitude des résultats concernant le trésor de Vincent.

C'est donc lui qui le recomptera.

Le trésor de Vincent : 2 gros cubes, 15 plaques, 19 barres et 6 petits cubes.

L'intervenant manipule le matériel, tout en le comptabilisant avec l'aide des trois élèves :

les 2 gros cubes de mille, les 10 plaques de 100 que l'on pourrait échanger contre un gros cube de 1000.

Il fait verbaliser, en montrant le matériel correspondant, 10 plaques de 100, c'est la même chose qu'un gros cube de 1000 ; et demande que l'on s'en rappelle.

Donc ... trois mille, *les 5 plaques de 100* ... trois mille cinq cents, *les dix barres de dix re-*

groupées ... cent, ... trois mille six cents, *les barres seules il y en avait ... 9*, 9 dizaines et les 6 unités : trois mille six cents quatre-vingt-seize.

Le résultat commun de **3696** est maintenant **officiel.**

Le trésor de Mélanie : 3 billets de cent, 21 billets de dix et 15 billets de un.

Les résultats sont divergents : 525 pour **V** et **C**, 345 pour **M.**

M recompte son trésor, sous le contrôle du maître et des deux autres joueurs.

Le maître dispose les billets sur la table : les paquets de dix, les 5 billets de un, isolés, sous la forme d'une constellation.

Elle dit : 3 cents (les trois billets de 100).

Le maître fait retrouver l'équivalence : 10 billets de dix c'est cent.

Combien de centaines en tout ? Trois cents et deux cents, cinq cents.

Le résultat démarre par un 5. **M** voit les 2 dizaines isolées , dix et dix vingt, elle écrit 2 et visualise la constellation des cinq 1. Elle écrit 5.

Le résultat **525** est donc **officiel.**

Le trésor de Corinne : 13 jetons rouges, 18 jetons jaunes et 6 jetons bleus.

V trouve 3906, **C** trouve 2206.

Selon le résultat retenu, **C** sera ou non première et emportera les bonbons.

C refait les paquets de jetons.

C'est surtout l'intervenant qui parle :

Le paquet des 13 jetons rouges qui valent 100. 13 cents que l'on dit aussi mille trois cents et que l'on écrit 1300.

Le temps de 60 minutes est écoulé.

Le paquet des 18 jetons jaunes qui valent 10, 18 dizaines que l'on écrit 180.

Le paquet des 6 jetons bleus.

Les trois nombres obtenus sont additionnés pour trouver **1486.** (Les élèves maîtrisent la technique opératoire de l'addition, mais **V** a un fort besoin de la présence affective de l'adulte).

Les annexes sont complétées, **V vainqueur** reçoit **deux bonbons** et **C** un. M, qui n'a encore jamais gagné reçoit, tout de même un bonbon.

ANALYSE de LA SÉANCE

Avec l'aide du maître, pour deux des élèves, le **comptage individuel du matériel de type 1** est une **réussite.** La prévision énoncée pour cette séance est donc réalisée.

L'**intérêt** du **regroupement par dix** n'est **pas** encore **perçu** (voir l'attitude de **V** à la deuxième permutation).

Les élèves éprouvent de **grandes difficultés à considérer de la même manière, un objet d'une espèce** et **dix objets de l'espèce inférieure.** (Par exemple : le cent écrit sur un billet et le cent formé par les dix billets de 10 - l'élève ne visualise qu'un 10 -)

Le **matériel de type 3** reste, pour l'instant, **hors de portée** des élèves.

Les **automatismes** - 13 centaines écrit 13 et 2 zéros, **18 dizaines traduit par 180** n'existent pas ; ils **restent à monter** .

Par contre, mille trois cents et cent quatre-vingts sont correctement écrits (habitudes scolaires).

La **technique opératoire de l'addition fonctionne correctement.**

Les **énormes difficultés de Vincent** se confirment : il ne réagit convenablement que dans le cadre d'une relation duelle avec l'adulte. Il relève, sans doute, d'une prise en charge par un maître de **type G.**

CINQUIÈME SÉANCE

Prévisions :

Conduire à son terme une dernière partie en se fixant comme objectif **d'obtenir une évaluation exacte du trésor,** par chacun des trois joueurs, dans **le cas de l'utilisation du matériel de type 1 et 2.**

Réalisation :

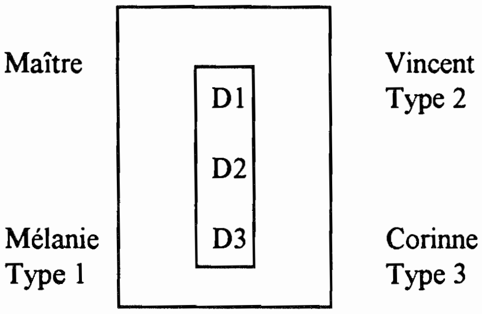
Quatrième et dernière partie

L'**enjeu** proposé aux élèves pour cette dernière partie est le suivant :

3 bonbons pour le premier, 2 pour le deuxième et 1 pour le troisième .

Tous les enfants gagnent quelque chose.

Position des joueurs, du matériel et des dés :



Ces paramètres ont été imposés par le maître.

Première phase

M veut choisir la valeur des dés : le **dé rouge** rapporte des **cents,** le **blanc** rapporte des **dix** et le **vert** des **uns.**

C choisit la valeur de ses jetons : le **bleu vaut 1,** le **jaune vaut 10** , le **rouge vaut 100** et le **blanc vaut 1000** (introduction du jeton blanc).

Les élèves **ne parviennent pas à formuler** facilement **les règles d'échanges**, bien que le maître obtienne facilement de **M** les énoncés : 10 fois 10 cent, 10 fois 100 mille et 100 fois 10 mille.(connaissances scolaires vides de sens ?)

L'ordre des joueurs, choisi par le maître est le suivant : Vincent, Corinne puis Mélanie.

Deuxième phase

Premier tour

M impose, pour la feuille de route l'ordre **BVR.**

Score de **V :**

B	V	R
14	7	1

Disposition D3D2D1 = BVR

Traitement par V (matériel de type 2)

- du dé blanc :

L'intervenant : *il rapporte des dix. Combien de dix as-tu gagné ?* 14.

V a gagné 14 dix, 14 billets de 10, 14 fois 10 ...

V répond : "140" et dépose un billet de 100 dans la boîte.

Il veut s'occuper du dé vert. L'adulte : *tu n'as pas fini ... 14 fois 10, 14 dix, 14 billets de 10, ...*

V complète en rajoutant 4 billets de 10 (cent quarante).

Est-ce juste ? Pourquoi n'a-t-il pas mis 14 billets de 10 ? ...

Pourquoi cela vaut 14 billets de 10 ? Explique leur ...

Le maître ne parvient pas à obtenir des explications satisfaisantes.

Analyse : Les élèves ne perçoivent toujours **pas l'équivalence 1 billet de 100 - 10 billets de 10** , mais sont capables de réagir à cent quarante.

- du dé vert : 7 un
- du dé rouge : 1 cent

Score de **C :**

B	V	R
1	3	4

Disposition D3D2D1 = BRV

Traitement par C (matériel de type 3)

- du dé blanc : 1 jeton jaune
- du dé rouge : 4 jetons rouges
- du dé vert : 3 jetons bleus.

Score de **M :**

B	V	R
2	7	19

Disposition D1D2D3 = BVR

Traitement par M (matériel de type 1)

- du dé blanc : 2 dix -2 barres
- du dé vert : 7 uns - 7 petits cubes.
- du dé rouge : 19 centaines.

L'intervenant : *cela fait combien 19 centaines ?*

V dit qu'il faut prendre 1 carré et 9 petits cubes ...

M prend un gros cube et le pose dans la boîte.

Le maître : *19 paquets de cent ...*

M complète en prenant 9 plaques de cent.

Il faut vérifier que l'on a bien 19 paquets de cent.

Le maître : *le gros cube, il vaut combien de paquets de cent ?*

M prend le gros cube et compte ses faces : 6.[1]

C confirme ce 6.

[1] Seul Vincent avait vécu cette expérience ...

Il faut revenir à un cube de carton (genre boîte de craies), déjà préparé, et contenant 10 plaques de cent pour convaincre les élèves que le gros cube est formé de 10 plaques.

M est cette fois capable de retrouver ses 19 plaques de cent.

Deuxième tour

Score de **V** :

B	V	R
7	16	15

Disposition des dés choisie par Vincent

Maître Vincent

D1 D2 D3

Mélanie Corinne

D1D2D3 = RVB

Traitement par V (matériel de type 2)

- du dé blanc : 7 dix
- du dé vert : 16 un

Le maître : *16 un, pour faire 16, que peut-on prendre comme billets ?*

V : "1 dix et 6 un". **M** proteste . Il faut revenir à une explication du type dix et six c'est bien seize.

- du dé rouge :

Le maître : *15 centaines, 15 billets de cent ... au lieu de prendre 15 billets de cent, que peux-tu prendre ? ...*

A-t-on le droit de prendre un billet de mille ?

V :"non", **M** : "non".

V : "on a le droit de le prendre quand on a 100, dix fois 10 ..."

M : "on a le droit de le prendre lorsque l'on a mille trois cents, des trucs comme cela."

V prend les quinze billets de 100.

Le maître les dispose selon 3 rangées de 5. Il énonce : *moi, je dis que l'on peut le prendre. Personne ne voit ? ... 1 mille contre quoi ...*

L'adulte simule le banquier, il montre un billet de 1000. *S'il veut le billet de 1000, que doit-il me donner ? Combien de billets de 100 doit-il me donner ?*

V :"ben dix."

Il donne à l'adulte les dix billets de 100. Celui-ci **exige une formulation** de l'échange.

M : "il doit te donner 10 billets de 100, et tu lui rends 1 billet de 1000".

Le maître : *10 billets de 100, cela vaut pareil que 1 billet de 1000. Il faudra le savoir durant toute votre vie.*

M : "c'est **comme les blocs de tout à l'heure**". Elle montre son matériel.

Le maître : *on a vu que 10 plaques de cent, cela vaut ...*

M : "1000".

Le maître : *10 billets de 100, cela vaut ...*

M : "1000".

On retrouve bien l'équivalent de 15 billets de cent : *dix* (en posant dans la boîte le billet de 1000), *onze, douze, ..., quinze* (en posant un par un les 5 billets de 100).

Score de **C** :

B	V	R
7	10	9

Disposition choisie par Corinne

Maître Vincent

D1
D2
D3

Mélanie Corinne

D3D2D1 = BRV

Traitement par C (matériel de type 3)

- du dé blanc :

Le maître : 7 dizaines, 7 jetons qui valent 10, donc 7 jetons jaunes.

- du dé rouge : 9 centaines, 9 jetons rouges.
- du dé vert :

Le maître : *il rapporte des un, 10 un. Comment faire dix ?*

C prend un jeton jaune.

Score de **M** :

B	V	R
17	20	15

Disposition D1D2D3 = RBV

Traitement par M (matériel de type 1)

- du dé rouge : 15 centaines, 15 plaques de cent.

Après quelques hésitations, **M** prend son gain sous forme d'un gros cube et de cinq plaques de cent. Elle est capable de formuler que le gros cube équivaut à 10 plaques de cent.

L'adulte la gratifie d'un : *c'est très bien.*

- du dé blanc : 17 dizaines, 17 barres de dix.

M ne veut prendre que des barres de dix, **V**[1] intervient et lui dit : "pour avoir 10, c'est cent, tu peux prendre une plaque de cent."

M prend une plaque de cent et 7 barres de dix. Elle sait qu'une plaque vaut 10 barres de dix et que dix barres de dix - la plaque - valent 100.

- du dé vert : 20, 20 petits cubes.

Elle veut prendre 2 plaques, retrouve que cela vaut 200 et réfléchit longtemps avant de choisir 2 barres.

Troisième phase

Recherche de la valeur de son propre trésor :
Chaque joueur se met dans un coin de la pièce.

Mélanie : 2 gros cubes, 15 plaques, 11 barres et 7 petits cubes. (Annexe 9)

Le maître prend en charge l'élève ayant le matériel de type 1 : l'enfant doit réussir.

M commence par les plaques, cent, deux cents ...

Le maître intervient : *tu peux dire 1, 2, ...*

Elle se met alors à regrouper les plaques, puis les barres et les petits cubes, cinq par cinq. Ensuite, elle passe aux gros cubes.

J'ai deux mille : elle écrit un 2 sur son papier et veut prendre en considération ses plaques.

Le maître : *peux-tu faire un mille en plus ? combien de plaques te faut-il pour faire un mille en plus ?*

M : 10. Elle réunit 10 plaques de cent.

Le maître : *combien de mille en tout ?* Mélanie transforme son 2 en 3.

As-tu des centaines ? **M** recompte ses 5 plaques restantes. *Peux-tu faire d'autres centaines avec tes barres ? Combien t'en faut-il ?* **M** : 10.

Elle regroupe 2 paquets de 5 barres pour reformer une plaque. Elle trouve 6 centaines et écrit 6.

Il reste à prendre en compte la barre restante (elle écrit 1), et les 7 cubes (elle dit : 5 et 2, 7 et elle écrit 7).

Le score trouvé est donc de **3617**.

Vincent : 1 billet de 1000, 7 billets de 100, 12 billets de 10 et 13 billets de 1.

Vincent a trouvé **712**, il n'a pas bénéficié de la présence de l'adulte (Annexe 10).

Corinne : 13 jetons rouges, 9 jetons jaunes et 3 jetons bleus. (Annexe 11)

La composition du trésor aplanit les difficultés éventuelles. Hélas, dans ses calculs, **C** a traduit 9 jetons jaunes par 900. C'est avec l'aide du maître qu'elle rectifie ce nombre en 90, et qu'elle trouve finalement **1393**.

Première et unique permutation

Le matériel reste sur place : les enfants se déplacent avec leur feuille de brouillon.

M compte le trésor de **V**, **V** celui de **C** et **C** celui de **M.**

Le **maître prend en charge** principalement **Vincent**, il a précisé à Mélanie qu'il est sûr de sa réussite, mais qu'il viendra éventuellement l'aider. Mélanie a réclamé des trombones pour regrouper ses billets.

Pendant que le maître s'occupe de Vincent et de Corinne, **M** regroupe ses billets par paquets de 10.

Le maître et Corinne : 2 gros cubes, 15 plaques, 11 barres et 7 petits cubes (annexe 11)

Il vaut mieux regrouper par paquets de 10, pour essayer de faire de nouvelles dizaines, de nouvelles centaines, de nouveaux milliers ...

Le maître et Vincent : 13 jetons rouges, 9 jetons jaunes et 3 jetons bleus (annexe 10)

Vincent dit avoir trouvé neuf cent trois.

L'adulte lui fait compter les jetons rouges ... *neuf, neuf centaines, dix, onze, douze, treize centaines.*

V : "ça fait mille alors ... "

mille, il y a plus de mille. Cela fait mille, mille et ...

V : "3, alors c'est un 3 après"

Le maître: *mille trois cents, 13 centaines, tu as appris cela à l'école.*

V écrit 1300 sur sa feuille de brouillon. Il compte les jetons jaunes : 1, 2, ..., 9 et dit quatre-vingts en écrivant 1390, l'adulte rectifie quatre-vingt-dix. Puis **V** prend en compte les trois jetons bleus et écrit **1393.**

Retour du maître auprès de Mélanie (pendant ce temps **V** et **C** font des puzzles) :

1 billet de 1000, 7 billets de 100, 12 billets de 10 et 13 billets de 1 (annexe 9)

M a bien tenté de regrouper les billets par paquets de 10, mais en vérifiant les paquets (billets de 10 et billets de 1) le maître constate que le

[1] L'expression orale de Vincent n'est jamais très explicite.

paquet de billets de 1 n'en contient que 9. Il lui fait donc ajouter un billet.

Les billets sont maintenant rangés par catégorie et dans cet ordre :

1 billet de 1000, 7 billets de 100, 10 billets de 10 réunis par un trombone, 2 billets de 10, 10 billets de 1 réunis par un trombone et 3 billets de 1.

Le maître intervient peu, il dit simplement : *10 billets de dix, cela fait combien ?*

Hélas, **un ordre malheureux**, destiné aux autres enfants : ***c'est bon, on va arrêter là***, est interprété par **M** comme la fin de son activité. Elle n'avait pas encore pris en compte le paquet de 10 billets de 1 et les 3 billets de 1.

Elle écrira donc sur son annexe 5 (verso) **1820** comme étant le résultat de Vincent.

Quatrième phase

Prénoms	Corinne	Vincent	Mélanie
Corinne a trouvé	1393	---------	3617
Mélanie a trouvé	---------	1820	3617
Vincent a trouvé	1393	712	---------
	Type 3	Type 2	Type 1

Le temps de 60 minutes est écoulé.

L'intervenant fait constater une seule divergence dans les résultats concernant **V** et celui-ci est donc conduit à recompter ses billets, déjà bien regroupés par paquets de 10. Avec l'aide du maître, **Vincent** trouve assez facilement le résultat de **1833**.

Mélanie est déclarée **vainqueur** (2 bonbons) et **Vincent second** (1 bonbon).

ANALYSE de LA SÉANCE

Les **prévisions énoncées** en début de séance n'ont **pas** pu être **respectées**, faute de temps.

La **manipulation individuelle**, par les enfants, **du matériel** semble **indispensable**[1], mais les **élèves** sont **encore loin des automatismes** dans la perception des **équivalences**, bien que des passerelles semblent s'établir entre les deux types de matériel (exemple de Mélanie).

Lors du comptage individuel :

Le **matériel de type 3** était, cette fois, plus facile à comptabiliser et les **bons résultats** ne sont donc **pas significatifs.**

En ce qui concerne le **matériel de type 2**, **Mélanie aurait dû trouver** le bon résultat, **Vincent**, quant à lui, reste bien **incapable**, pour l'instant, de réaliser un **comptage** en **complète autonomie**.

Le **matériel de type 1** reste **plus accessible** : C a trouvé le résultat exact sans aucune aide.

Les élèves **utilisent convenablement** les savoirs scolaires concernant la **technique opératoire de l'addition,** mais ceux-ci sont **inutiles dans les situations** qui leur sont **proposées.**

Il se confirme que les **problèmes de Vincent** sont aussi d'un **autre ordre : il** n'est **capable de concentration**, qu'en **présence de l'adulte** qui doit alors chercher à interpréter son **oral** qui reste **très approximatif**.

D- CONCLUSION

Les cinq séances mettent en évidence :

- que les **difficultés des élèves** concernant les aspects sémantiques de la numération étaient **bien réelles** :
  - * au terme de cinq séances, les **équivalences fondamentales** ne sont **toujours pas automatisées ;**
  - * le **rôle** fondamental du **groupement par dix** commence **à peine** à être **perçu ;**
  - * la prégnance de la **numération orale,** la connaissance de la **technique opératoire** de l'addition **freinent l'évolution** des élèves **vers** des **procédures expertes** de comptage ;

- que les **hypothèses** concernant le fonctionnement de la situation s'avèrent **pertinentes :**
  - * **l'enjeu favorise** une **motivation** pour le comptage ;
  - * les **échanges à trois**, en présence du maître, ne sont **pas négligeables ;**

[1] **Mélanie** n'avait pas eu l'occasion de constater que 10 plaques de cent forment le gros cube (type 1), la **simulation de l'échange** est à faire pour tous avec le matériel de type 2

* les **élèves ne s'attachent** plus à la **similitude** traditionnelle de l'**ordre** de présentation du **matériel** et de l'**écriture** des nombres ;
* l'utilisation du matériel de **type 1 facilite la réussite** de l'élève. Il n'est plus mis en échec systématique;
* la **liberté** qu'a l'élève de choisir son matériel, dans le **traitement** d'un score avec dé **"supérieur à 10"**, est
    - **pour le maître** un bon **moyen de contrôle** de l'**évolution** des compétences de l'**élève** ;
    - pour l'**enfant** une possibilité d'**échapper** à une **réflexion soutenue** qui pour l'instant le dépasse ;
* la **confrontation** des **trois types** de matériel permet **quelques progrès** qui semblent s'inscrire **dans la durée ;**
* l'introduction des **dés à 20 faces** provoque les difficultés de comptage escomptées et **oblige l'élève** à **organiser** sa collection par **paquets de dix** ;

- que les **progrès**, chez les élèves en difficulté, restent **très lents** et souvent **éphémères ;**
- que la **manipulation**, par **chacun**, est **indispensable** pour augmenter les chances d'une meilleure compréhension.

Si les **interventions auprès de Corinne et Mélanie semblent porter leurs fruits** - les progrès sont sensibles -, le **travail** mené **auprès de Vincent** reste **très** largement **insuffisant**. Ses problèmes ne sauraient être résolus par une simple intervention de type E (travail de groupe).

REMARQUES

L'appropriation, en deux séances, de la situation est **longue** à réaliser **mais,** celle-ci a été **nécessaire** et a permis aux enfants d'acquérir une certaine autonomie dans la connaissance et le respect du scénario.

L'intervenant ne doit pas hésiter à **transformer ses prévisions** de telle façon que la **séance** d'une heure conserve une **unité indispensable**. Il s'est avéré qu'une partie n'a jamais pu se dérouler dans sa totalité au cours d'une séance.

Annexe 1(Billets en taille réduite)

1	**1**
1	**1**
10	**10**
10	**10**
100	**100**
100	**100**
1000	**1000**
1000	**1000**

Annexe 2

1

UN

UNITÉS

10

DIX

DIZAINES

100

CENT

CENTAINES

Annexe 2 (suite)

1000

MILLE

MILLIERS

RÉSERVE

BANQUE

Annexe 2 bis

MON

TRÉSOR

Annexe 3

Valeur des jetons

Le jeton .... vaut 1.

Le jeton .... vaut 10
soit dix jetons ....

Le jeton ....vaut 100
soit cent jetons ....
ou dix jetons ....

Le jeton ....vaut 1000
soit mille jetons ....
ou cent jetons ....
ou dix jetons ....

Annexe 4

LA VALEUR des Dés.

Le dé .... rapporte des unités - 1 - - un -

Le dé .... rapporte des dizaines - 10 - - dix -

Le dé .... rapporte des centaines - 100 - - cent -

Prénoms : ...., ..., ... **Annexe 5 (recto)**

PARTIE n^0.....

Le jeu du trésor.

Feuille de route.

Prénoms									
Couleur des dés									
Premier tour									
Deuxième tour									
Troisième tour									
Score									
Classement									

Annexe 5 (verso)

Le jeu du trésor.

Recherches des scores

Je pense avoir gagné :

Je pense que .... a gagné :

Je pense que .... a gagné :

Résultats

Prénoms	Moi		
J'ai trouvé pour			
..... a trouvé pour			
.... a trouvé pour			
Il AVAIT :			

Annexe 6

Corinne : son trésor

13~~8~~0.R → 100
+9007 ~~X~~ → 10
+ 6 B → 1
2206

1300
+ 900
+ 6
2206

1300
+ 180
+ 6
1486

~~180~~

c | m

Corinne : le trésor de Mélanie

~~300~~
+
11
10

300
+210
+ 15
525

51
10

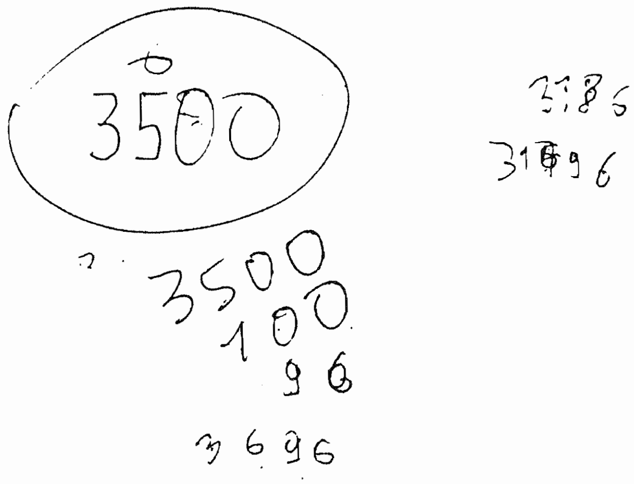
Corinne : le trésor de Vincent

100
+90
190

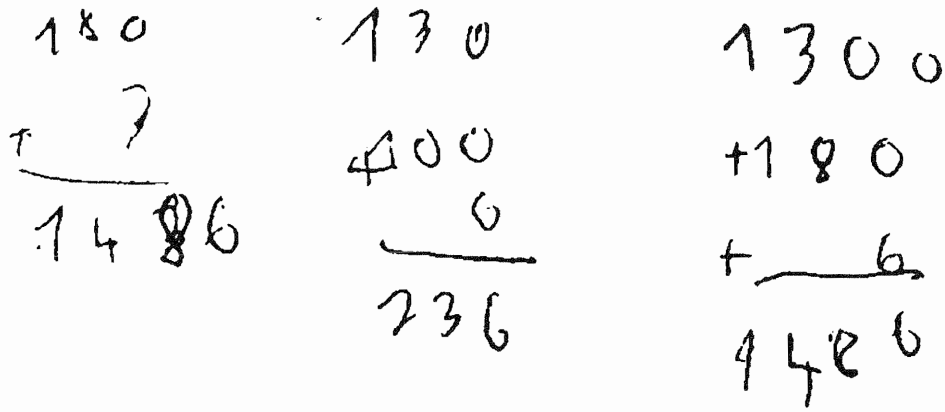
3000
+ 500
+ 190
+ 6
3696

Annexe 7

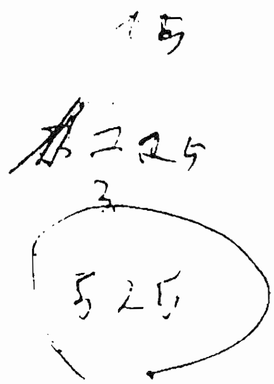
Vincent : son trésor



Vincent : le trésor de Corinne



Vincent : le trésor de Mélanie



Annexe 8

Mélanie : son trésor

20

300 1 5

\+ 15

\+ 20

\+ 10

16

345

300

Mélanie : le trésor de Vincent

~~7~~ ~~5~~ ~~2~~ 3 6 96

Mélanie : le trésor de Corinne

~~13000~~

13 cents → 1300

18 dizaines 180 180

6

~~180 centaines~~ + 6 +

6 unités

1486

Annexe 9

Les calculs de Mélanie

Mélanie . 3617

mélanie → vincent

```
  1000
+  700
  1700
+  100
  1800
+   20
  1820
```

Annexe 10

Les calculs de Vincent

Vincent

```
600
707
812
860
863
873
```

130

000

Corinne

1300

1390

1393

Annexe 11

Les calculs de Corinne

corinne.
calcul.

```
 1300 → 100R
+ 900 → 10 j
    + 3 → 1 B
 ----
 2203
```

```
 1300
+ 990
   + 3
 ----
 2203
```

```
 1300
  + 90
   + 3
 ----
 1393
```

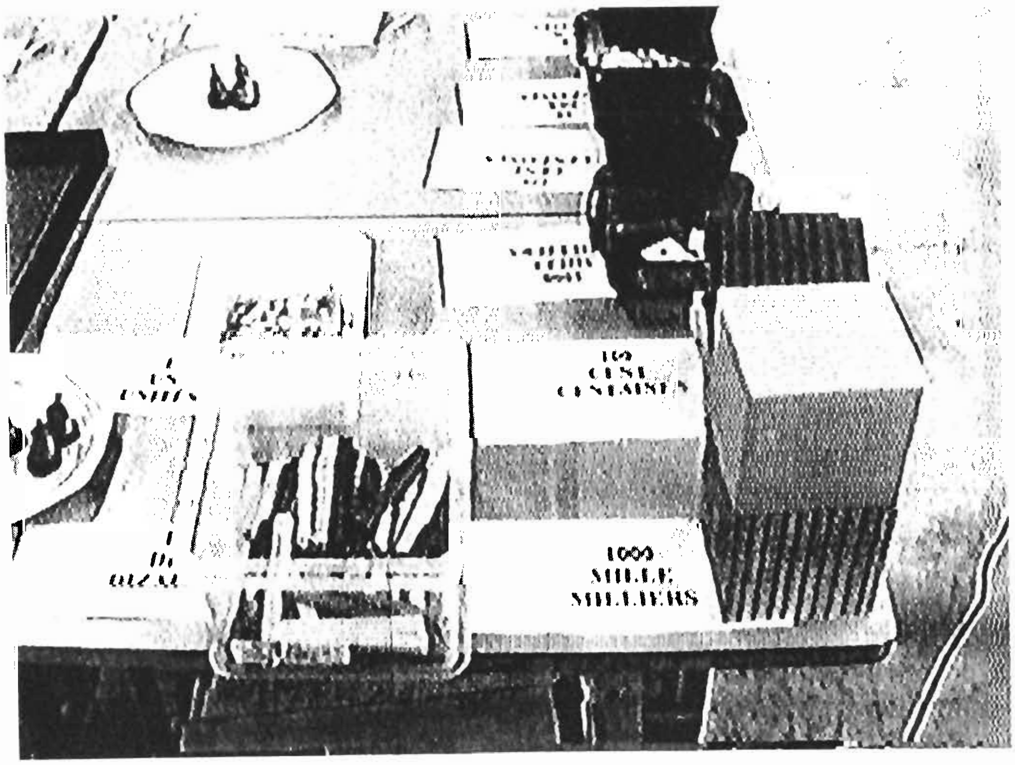
mélanie.
calcul.

```
  3000
+  500
+  110
+    7
 -----
  3617
```

ANNEXE 12 : PHOTO DU DISPOSITIF

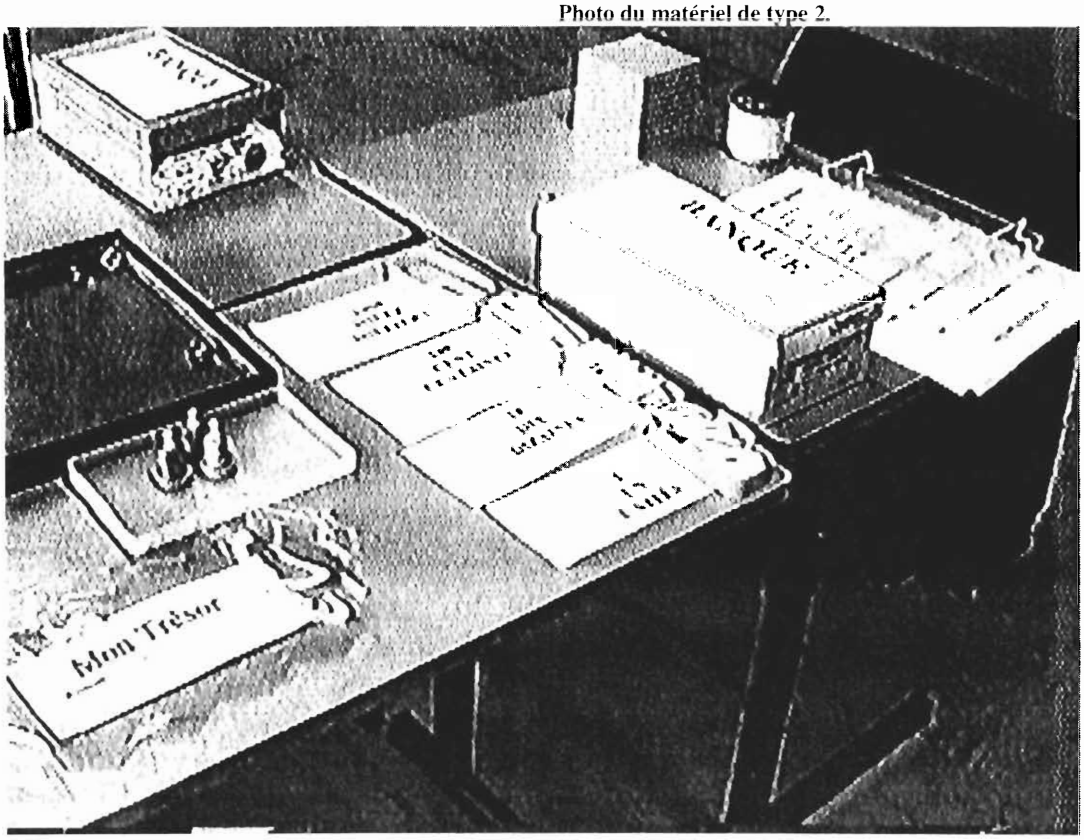
ANNEXE 13

Photo du matériel de type 1.



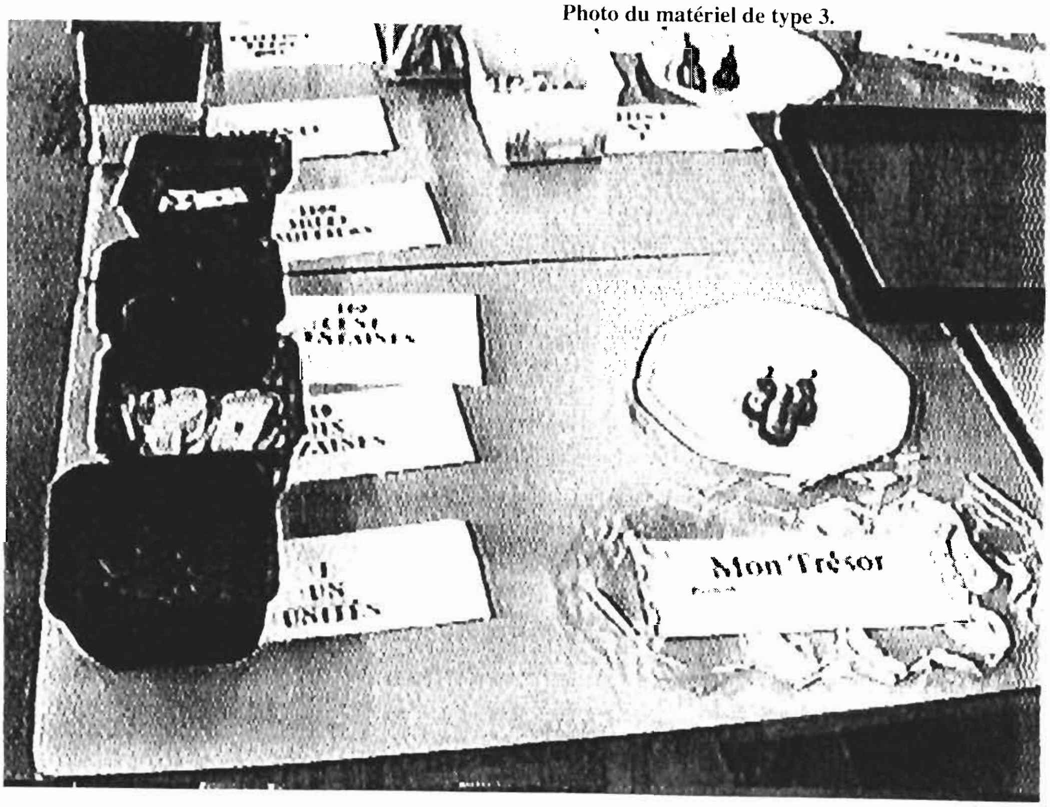
ANNEXE 14

Photo du matériel de type 2.



ANNEXE 15

Photo du matériel de type 3.



CHAPITRE 3
BIBLIOGRAPHIE

Le **plan de classement** retenu pour la bibliographie présentée est le suivant :

I Présentation de l'A.I.S. et documents spécifiques

1) Les textes officiels
2) Quelques livres généralistes sur l'A.I.S.
3) Revues A.I.S.

II Pratiques pédagogiques (école / collège)

1) Mathématiques de l'école (ou du collège)
2) Nombres entiers et opérations
3) Géométrie / Mesure
4) Fractions, nombres décimaux et opérations
5) Fonctions numériques et proportionnalité
6) Logique et raisonnement
7) Outils d'évaluation intégrée au cadre scolaire

III Revues où figurent régulièrement des articles intéressants exploitables pour l'enseignement des mathématiques en formation A.I.S.

IV Éléments d'informations psychocognitives particulièrement intéressants

1) concernant les dysfonctionnements cognitifs
2) concernant l'aspect psycho-cognitif de certains apprentissages
3) concernant l'approche psychosociologique de l'enseignement
4) concernant les remédiations cognitives et le développement de compétences transversales

V Des moyens d'investigations à propos de l'acquisition de certains concepts

VI Études didactiques portant sur l'enseignement des mathématiques

VII Études didactiques ou psychologiques utilisables pour analyser des productions d'élèves

Titre	Bibliographie pour les formateurs de mathématiques en A.I.S.
Auteur	Collectif : Renée BOSC, François BOULE, Henri DELÈGUE, Catherine HOUDEMENT, Marie-Hélène SALIN, Danielle VERGNES.
Date	Octobre 97.
Résumé	Liste d'ouvrages classés et analysés, utiles aux formateurs de stagiaires A.I.S. en mathématiques

BIBLIOGRAPHIE POUR LES FORMATEURS DE MATHÉMATIQUES EN A.I.S.

Cette bibliographie tente de rassembler des ouvrages plus **spécifiquement utiles aux formateurs de maîtres A.I.S. des sections D, E, F, G**. Elle cite aussi quelques ouvrages à caractère général, éclairant le formateur sur les handicaps et leur traitement. Elle évite les ouvrages désuets ou dépassés. Elle ne reprend pas les ouvrages qui font partie de la culture générale de base de tout formateur de professeurs d'école en mathématiques, sauf s'ils présentent des articles, études de cas, etc., particulièrement pertinents pour l'A.I.S.
Cette remarque sur les ouvrages est aussi valable pour les jeux.

LÉGENDE :

◊ *Les sigles à connaître*

ERMEL Équipe de Recherche (de l'INRP) sur les Mathématiques de l'école élémentaire

INRP Institut national de Recherche Pédagogique,
29, rue d'Ulm 75230 Paris Cedex 05

IREM Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.
Voici quelques adresses d'IREM cités dans la bibliographie.

IREM	Adresse	Téléphone	Télécopie
Paris-Nord	Université Paris-Nord, avenue J.B Clément 93430 Villetaneuse	01 49 40 36 40	01 49 40 36 36
Paris-Sud ou Paris 7	Université Paris 7, case 7018 (tour 56) 2, Place Jussieu 75251 Paris Cedex 05	01 44 27 53 83 01 44 27 53 84	01 44 27 56 08
Rouen	Université de Rouen , B.P. 138, 76821 Mont Saint-Aignan Cedex	02 35 14 61 40	02 35 14 61 40
Bordeaux	40, rue Lamartine 33400 Talence	05 56 84 89 75	05 56 84 89 72
Orléans	Université d'Orléans, B.P. 6759, 45067 Orléans Cedex 2	02 38 41 71 90	02 38 41 71 93
Grenoble	B.P. 41 38402 Saint-Martin d'Hères Cedex	04 76 51 46 62	04 76 51 42 37

Si l'éditeur n'est pas mentionné pour une brochure IREM, elle est disponible en écrivant directement à l'IREM cité.

COPIRELEM Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire
Publications à l'IREM de Paris 7 ou dans d'autres IREM.

APMEP Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
26, rue Duméril 75013 Paris

◊ La lettre **D, E, F ou G** figure lorsque l'ouvrage concerne *plus spécifiquement* cette option.
À défaut, l'ouvrage concerne toutes les options citées.

◊ Un chiffre suit parfois certaines publications. Il indique un niveau de difficulté de lecture :
1 facile, 2 moyen, 3 difficile.

I PRÉSENTATION DE L'A.I.S. ET DOCUMENTS SPÉCIFIQUES

1) Les textes officiels

- B.O. n°27 du 09/07/1987
  - * *Organisation de l'examen du Certificat d'Aptitude aux Actions Pédagogiques Spécialisées d'Adaptation et d'Intégration Scolaires* (CAPSAIS)
  - * *Options et programmes du Certificat d'Aptitude aux Actions Pédagogiques Spécialisées d'Adaptation et d'Intégration Scolaires*
- B.O. n°6 du 11/02/1988

Compléments aux deux textes précédents
- B.O. du 29/03/1990 - Circulaire du 20/03/90

Enseignements généraux et professionnels adaptés : admission et orientation scolaires des élèves
- B.O. n°16 du 16/04/1990 - Circulaire du 09/04/90

Mise en place et organisation des réseaux d'aides spécialisées aux élèves en difficulté
- B.O. spécial n°2 du 24/05/1990

Référentiels des domaines généraux des CAP
- B.O. n°47 du 20/12/1990 - Circulaire du 14/12/90

Organisation des enseignements généraux et professionnels
(SES, EREA, Enseignement spécial, Intégration des Handicapés)
- B.O. n°26 du 27/06/1996 - Circulaire du 20/06/96

Enseignements généraux et professionnels adaptés dans le second degré
- Programmes de l'école primaire 1995 CNDP Hachette Education
- Programmes des classes de 6ème (1996), 5ème et 4ème (1997) des collèges
- B.O. spécial n°3 du 8/05/97
  Rénovation du Certificat d'Aptitude aux Actions Spécialisées d'Adaptation et d'Intégration Scolaires (CAPSAIS)

2) Quelques livres ou revues généralistes sur l'A.I.S.

- HERVÉ G. (1997) *Intervenir en réseaux d'aides spécialisées aux enfants en difficulté : histoires de Paul, Hugo et Pierre,* Éditions Colin, Collection Formation des enseignants.
  Intéressant sur les aspects généraux de la rééducation.
- LAGUARDA (1996) *Pour une classe réussie en A.I.S.*. Éditions Nathan.
  Des informations sur l'A.I.S. nécessaires pour un débutant et des fiches-exemples d'activités.
- LESAIN DELABARRE (1996) *Le guide de l'A.I.S.*. Éditions Nathan Pédagogie .
  Présentation générale de l'AIS.

3) Revues sur l'A.I.S.

- *Cahiers de Beaumont*
- *Courrier de Suresnes*
  Pour les deux revues voir Centres nationaux de l'A.I.S.,

  CNEFEI, 58-60, avenue des Landes,
  92150 SURESNES .

II PRATIQUES PÉDAGOGIQUES (ÉCOLE / COLLÈGE)

1) Mathématiques de l'école (ou du collège)

- CHARNAY R. (1996) *Pourquoi des mathématiques à l'école ?* Éditions ESF. Collection Pratiques et Enjeux pédagogiques.
  Point de vue sur fondements , enjeux et méthodes liés aux mathématiques et à leur enseignement.

- ERMEL *Apprentissages Mathématiques à l'École Élémentaire,* Éditions Hatier **E F G**

niveau CE (1979) tome 1 & tome 2
niveau CM (1981-82) tome 1 : opérations, algorithmes et problèmes
tome 2 : (décimaux), mesure
tome 3 : fonctions numériques, géométrie.

- ERMEL (1991) *Apprentissages mathématiques en sixième*. Éditions Hatier. **F**
  Des idées d'activités sur fractions-décimaux, proportionnalité et symétrie.

- IREM de Bordeaux (1980) *Ateliers mathématiques*. **F**
  Quelques jeux et exercices originaux destinés aux élèves à partir du CE2.

- IREM de Grenoble (1987) *Activités mathématiques soutien 6ème-5ème* Éditions Magnard. **F**
  Des fiches d'exercices pour chercher en trois fascicules : activités numériques, partages / activités géométriques / proportionnalité, graphiques.

A l'origine, les trois ouvrages qui suivent sont des sources d'inspiration d'activités pour la maternelle. Elles donnent des idées d'activités **E et G**

- BOULE F. (1985) *Manipuler, organiser, représenter*, Pratiques Pédagogiques, Éditions A. Colin
- CHAMPDAVOINE L. (1986) *Les Mathématiques par les Jeux.* (tome 2, *Grande Section)* Éditions Nathan
- CHAUVEL D., MICHEL V.(1984) *A la maternelle des jeux avec des règles,* Éditions Retz
  Exploitation et fabrication de jeux de stratégie.

2) Nombres entiers et opérations

- DELAHAXE A., GODENIR A. (1991) *Agir avec le nombre (à l'école maternelle)*. Éditions Belin
- ERMEL (1990) *Apprentissages numériques en grande section de Maternelle,* Éditions Hatier
- ERMEL (1991) *Apprentissages numériques au CP,* Éditions Hatier
- ERMEL (1993) *Apprentissages numériques au CE1*, Éditions Hatier
- ERMEL (1995) *Apprentissages numériques au CE2*, Éditions Hatier
- ERMEL (1997) *Apprentissages numériques au CM1,* Éditions Hatier
- IREM Bordeaux (1985) *La multiplication à l'école élémentaire.*
- IREM Bordeaux (1985) *La division à l'école élémentaire.*
  Situations décrites et justifiées.

- APMEP (1982). *Jeux 1. Les jeux et les mathématiques*, publication n°44 **G E F**
- APMEP (1985) *Jeux 2. Jeux et activités numériques*, publication n°59 **G E F**
- BOULE F. (1993) *Jeux de calcul.* Éditions A. Colin **G E F**
- IREM Paris 7 (1985) *Jeux du Club des Cordelières* . **G E F**
  Matériel cartonné pour calcul mental et activités spatiales, puzzles ...

- BARATAUD D (1992). *Les spirales*. Édité par les Centres nationaux AIS de Suresnes. **E**
  Situations décrites sur la numération.

Jeux

- *ARCHITEK* : Solides, de l'espace à leurs représentations dans le plan
- *LOGIX* : Traiter des informations positives et négatives.

L'éditeur de ces jeux est LEXIDATA, M. LYONS et R. LYONS, Éditions Mondia Laval Québec 1991.

Ils sont actuellement distribués par les éditions ACCES et aussi par ECOLE ET BUREAU, Centre Commercial Bois l'Abbé, 1, rue Jean Goujon, 94500 Champigny Tél : 01 48 80 31 72.

- Une cassette *Les Mathoeufs*, éditeur CNDP/ASCO
  12 séquences de 4 min, posant des questions de reconnaissance logique.

3) Géométrie / Mesure

- APMEP (1983) *Aides pédagogiques pour le CM,* tome *Géométrie.* **F**
  Des idées d'activités géométriques en dimension 2 et 3.
- BARATAUD D., LESTIEVENT P. *Activités géométriques 1* (1990) et *Activités géométriques 2* (1994). **F D**
  Supports d'activités de construction de figures planes.
- HUSSON-CHARLET JC (1995) *Les erreurs en dessin technique, pourquoi ? Comment y remédier ?*
  Z'Éditions. Collection Penser et Agir. **F**
- INRP (1984) *L'apprentissage du dessin technique : des constats d'échecs et des moyens de réussite.* Collection Rapports de recherche n°9 (épuisé). **F**
  Les deux ouvrages qui précèdent proposent des études d'erreurs d'apprenants formés au dessin industriel et des projets d'enseignement.
- CRDP de Nice (1990) *Géométrie pratique. Surfaces et lignes.* **F**
  Des idées d'évaluation en géométrie plane.
- IREM de Paris 7 (1983) *Mesure des longueurs et des aires (liaison école-collège).* **F**
- IREM de Paris 7 (1987) *Situations d'apprentissage en géométrie 6ème-5ème.* **F**
- IREM de Grenoble (1983) *Introduction à la géométrie dans l'espace.* **F**
- IREM de Bordeaux (1996) *Géométrie en 6ème.* **F**
- IREM de Rouen (1986) *Géométrie, une approche par le dessin géométrique au CM2.* **F**
  Les brochures IREM ou CRDP ci-dessus donnent des idées d'activités possibles pour les F.

4) Fractions, nombres décimaux et opérations

- APMEP (1986) *Aides pédagogiques pour le CM.* tome *Décimaux.* **F**
  Analyse intéressante. Un peu désuet.
- IREM Rouen (1994) *La machine à partager, Fractions et décimaux au cours moyen.* **F**
  Une progression sur les nombres autres qu'entiers, partant des fractions vers l'écriture décimale usuelle.
- IREM Paris 7 (1986) *Les décimaux (liaison école-collège).* **F**
  Liste de situations décrites

5) Fonctions numériques et proportionnalité

- IREM Rouen (1988) *La proportionnalité existe, je l'ai rencontrée.* **F**
  Recensement de pistes d'activités possibles sur ce thème depuis le CE.
- BOISNARD, HOUDEBINE, JULO et al (1994) *La proportionnalité et ses problèmes,* Éditions Hachette Éducation **F**
  Une réflexion sur l'apprentissage de la proportionnalité par les problèmes.

6) Logique et raisonnement

- APMEP (1987) *Aides pédagogiques pour le CM,* tome *Situations-Problèmes .* **F**
  Des idées de problèmes intéressantes pour les **F**.
- INRP (1986) *Apprentissage à la résolution de problèmes au cours élémentaire.* **F**
  Étude de jeux de stratégies organisée autour de l'idée d'un apprentissage à la résolution de problèmes. Édité par CRDP de Grenoble, 11, avenue Général Champon, 38031 Grenoble Cedex
- IREM Bordeaux (1985) *Construction et utilisation d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle* **E D**
  Situations décrites

7) Outils pour l'évaluation intégrée au cadre scolaire

- EVAPM *Évaluation du programme de mathématiques* **F**
  Quatre tomes : fin de 6ème ; fin de 5ème ; fin de 4ème ;fin de 3ème. Remises à jour régulières.
  A commander à l'APMEP 26 rue Duméril 75013 Paris
- CRDP de Nice (1990) *Géométrie pratique* ***F***
  Des idées d'évaluation en géométrie plane pour les **F**.
- IREM de Bordeaux (nouvelle édition 1996) *Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2.* **E G**
  Outils d'aide au maître pour concevoir une évaluation numérique à l'entrée de l'école élémentaire.

- IREM d'Orléans (1992) *Fiches mathématiques pour classes de lycée professionnel et de S.E.S.* **F**
  Attention, ces fiches pour SES sont des fiches pour l'entraînement ou l'évaluation, pas pour l'apprentissage.
- MEN (1989 à 1996) *Évaluations nationales CE2 et 6ème.* **E F G**
  Les items choisis peuvent servir de supports à d'autres évaluations.

III REVUES OÙ FIGURENT RÉGULIÈREMENT DES ARTICLES INTÉRESSANTS POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

- Revue **GRAND N**
  publiée par IREM de Grenoble,
  B.P. 41, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex.
  Cette revue est publiée 2 à 3 fois par an. On y trouve des articles de réflexion sur certains points particuliers de didactique des sciences, mais aussi beaucoup de descriptions et d'analyses précises de situations de classes, aussi bien pour la maternelle que pour l'école primaire.
- Revue **PETIT x** publiée par l'IREM de Grenoble (adresse ci-dessus)
  Cette revue est plutôt consacrée aux mathématiques du collège, mais elle n'est pas sans intérêt pour l'école primaire car elle sensibilise aux problèmes qui se posent en aval, et on y trouve des idées de situations transférables au CM. Intéressante pour les **F**.

IV ÉLÉMENTS D'INFORMATIONS PSYCHOCOGNITIVES PARTICULIÈREMENT INTÉRESSANTS

1) concernant les dysfonctionnements cognitifs

- BERGER M. (1992) *Les troubles du développement cognitif. Approche thérapeutique chez l'enfant et l'adolescent.* Éditions Privat.
  Vers une tentative de classification des troubles de l'apprentissage et des propositions de prise en charge thérapeutique.
- DOLLE J.M.(1989) *Ces enfants qui n'apprennent pas,* Païdos, Bayard Éditions. **F**
  Analyse des conduites cognitives des enfants qui n'apprennent pas et présentation de modalités de rééducation permettant à l'enfant d'agir sur le réel pour construire les structures qui lui font défaut.
- GIBELLO B. (1984), *L'enfant à l'intelligence troublée (nouvelles perspectives cliniques et thérapeutiques en psychologie cognitive),* Païdos, Bayard Éditions.
  Analyse d'un point de vue psychique des troubles cognitifs.

2) concernant l'aspect psycho-cognitif de certains apprentissages

- BIDEAUD J., MELJAC C., FISCHER J.P.(1991) *Les chemins du nombre,* Presses Universitaires de Lille. **2 E G**
  50 ans après Piaget, un aperçu de travaux de recherche internationaux (surtout anglo-saxons) sur la construction et l'utilisation du nombre et des opérations arithmétiques.
- FAYOL M. (1990), *L'enfant et le nombre. Du comptage à la résolution de problèmes.* Delachaux et Niestlé. **2 E F G**
  État actuel sur les connaissances de psychologie cognitive sur les apprentissages numériques.
- JULO J (1995) *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques,*
  Collection Psychologie, Éditions Presses Universitaires de Rennes .**2 E F G**
  La résolution de problèmes passe par la représentation de ces problèmes. Comment se représente-t-on un problème ? Comment aider des élèves en difficulté à se construire des représentations performantes ?
- PECHEUX M.G. (1990) *Le développement des rapports des enfants à l'espace.* Éditions Nathan.
  Comment l'homme intègre-t-il les informations spatiales ? Quel rôle joue l'environnement ?,
- PLANCHON H. (1989) *Réapprendre les mathématiques* , Éditions E.S.F.

- PLANCHON H. (1990) *Activités cognitives et images mathématiques*, Éditions E.A.P.
  Ces deux derniers ouvrages sont sujets d'analyses critiques très divergentes.
- TAURISSON A. (1993) *Pensée mathématique et gestion mentale*, Éditions Bayard. **E F G**
  Un point de vue simple et concret sur le développement d'une pédagogie de l'intuition mathématique.

3) concernant l'aspect psychosociologique de l'enseignement

- CHARLOT B., BAUTIER E. (1993) Rapport à l'école, rapport au savoir et enseignement des mathématiques *Repères* N° 10, Topiques Éditions.
  Étude du sens que peut avoir pour des élèves le fait d'aller à l'école et d'apprendre des mathématiques.
- NIMIER J.(1988), *Les modes de relation aux mathématiques*, Éditions Méridiens Klincksieck.
  Comment les mathématiques sont souvent revêtues de fantasmes, appréhendées au travers de divers mécanismes de défense, pour être utilisées dans la dynamique psychique de chaque individu.
- VERMERSCH P. (1994), *L'entretien d'explicitation en formation initiale et en formation continue*, Éditions ESF.
  Propositions d'outils méthodologiques pour aider l'enseignant à verbaliser ses actions d'enseignement, à permettre aux élèves d'expliciter et de prendre conscience de leurs propres démarches.

4) concernant les remédiations cognitives et le développement de compétences transversales

- COULET J.C (1996), Les méthodes d'éducation cognitive, 145-168, dans *Documents pour la formation des professeurs d'école en mathématiques* COPIRELEM, tome V (Rennes), IREM de Paris 7
  Un point sur fondements et efficacité des méthodes de remédiation cognitive.
- REY B. (1996) *Les compétences transversales en question*, Éditions ESF Collection Pédagogies
  L'analyse de la notion de compétence transversale et l'étude de la possibilité de transfert cognitif.

V DES MOYENS D'INVESTIGATIONS À PROPOS DE L'ACQUISITION DE CERTAINS CONCEPTS

A) Le test des concepts de base de Boehm (GS, CP et CE1)

Première édition en 1973. Le Boehm est révisé en 1981. Une version dite préscolaire s'adressant aux enfants de 3 à 5 ans est publiée en 1990. Ce test est basé sur des concepts dits de mise en rapport (plus, moins, premier, dernier, même, différent) : 50 concepts.

B) T.R.T : Test des Relations Topologiques

Évaluation de la capacité à **utiliser** (*l'avion est dessous des nuages, là il est ...... des nuages*) ou à **comprendre** (*montre moi l'avion qui est au-dessus des nuages*) les prépositions ou adverbes qui, dans la langue, servent à indiquer la localisation dans l'espace (25 locatifs, par exemple devant, en dessous, etc., id Boehm allégé).

Première version en 1977. La version définitive est étalonnée en 1981 sur des enfants de 3 ans à 6 ans (plus ou moins 6 semaines).

C) UDN 80, éditeur EAP

Construction et utilisation des premiers nombres. Travail de la section de bio-psycho-pathologie de l'enfant dirigée par C. MELJAC (Hôpital Henri Rousselle à Paris), édité en 1980.

Ce sont des épreuves et non des tests. Ces épreuves sont extraites pour la plupart du travail de Piaget. Du fait de l'interaction avec l'enfant, on peut voir autre chose que lors des tests papier-crayon. Les épreuves sont de plusieurs types :
- épreuves concernant les structures logiques élémentaires (classifications et sériations),
- épreuves de conservation : terme à terme, des longueurs,

- épreuves portant sur l'utilisation spontanée du nombre par l'enfant,
- épreuves mettant en cause la notion d'origine, de point de départ d'une action.

D) ECPN : Épreuve Conceptuelle de résolution de Problèmes Numériques

Édité par le Groupe CIMETE (Compétences et Incompétences en Mathématiques chez des Enfants présentant des Troubles Exceptionnels), dirigé par Claire MELJAC, Hôpital Sainte Anne, Paris.

Cette épreuve consiste en une batterie applicable dans un temps limité (30 minutes), étalonnée auprès d'enfants tous venants et auprès d'enfants présentant différents troubles de développement. Cette batterie a été publiée en 1995 dans l'*ANAE* (numéro hors série janvier 1995), mais aussi dans la revue *Courrier de Suresnes* n°64 ("Une aide au diagnostic des compétences numériques destinée aux enfants affectés de difficultés sévères d'apprentissage", 1995, pages 29 à 38).

E) TAS : Tests d'Acquisition Scolaire, utilisés par les psychologues scolaires.

Ces tests sont les mêmes pour les enfants du CE1 au CM2. On mesure leur degré d'avancement dans le test.

VI ÉTUDES DIDACTIQUES PORTANT SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ET VERS LES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ

- BRIAND J., CHEVALIER M.C. (1995) *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques*, Éditions Hatier Pédagogie
- BROUSSEAU G. (1980) Les échecs électifs en mathématique dans l'enseignement élémentaire. *Bulletin de laryngologie* n°2-3 1980 (article disponible au LADIST, 40, rue Lamartine, 33400 TALENCE). **2**
- BUTLEN D. (1991) Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée, *Grand N* n°50, 29-58 **2**
- COPIRELEM (1996) *Documents pour la formation des professeurs d'école en mathématiques* tome V (Rennes), IREM de Paris 7. **2**

  On y trouvera, en particulier, un article sur des caractéristiques d'enfants en difficulté et deux exemples de situations mathématiques (BUTLEN D., 9-22), un autre sur une action de formation continue sur ce thème (BUTLEN D., 65-86) et le texte de trois conférences
  - Que nous apprennent les enfants en difficulté ? (PERRIN M.J., 121-144)
  - Les méthodes d'éducation cognitive (COULET J.C., 145-168)
  - La rééducation mathématique à travers une étude de cas (PEZE C., 169-192)
- FAVRE Jean-Michel (1993) La multiplication (chez les **D**) *Grand N* n°53, pages 27 à 38, IREM de Grenoble.
- JULO J., HOUDEBINE J., (1988) Les enfants en difficulté dans le premier cycle : pour une intervention didactique différenciée, *Revue Française de Pédagogie*, n°84, juillet 1988. **2**
- LABORDE C., VERGNAUD G. (1994) L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques, pages 63-130 in VERGNAUD G. dir, *Apprentissages et didactiques, où en est-on ?* Éditions Hachette Éducation **2** **E F G**

  Une présentation de certains concepts fonctionnels de la didactique des mathématiques.
- LARÈRE C.(1995) Les chemins du nombre chez trois infirmes moteurs cérébraux sans parole, *Revue ANAE* janvier 1995. **3**

  Analyse fine des compétences d'enfants I.M.C. au cours d'activités de dénombrement de collections, de comparaisons de deux nombres, de calcul d'écart entre deux nombres. Cette analyse montre comment les procédures diffèrent en fonction des compétences et du champ numérique étudié.
- PERRIN M.J. (1993), Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes "faibles", *Recherches en Didactique des mathématiques*, volume 3/1.2. **2**
- TRUCHET J. (1994) Le problème ouvert en classe de mathématiques dans un institut médico-pédagogique, *Grand N* n°54, 71-81, IREM de Grenoble. **1**
- VERGNAUD G. (1986) Développement cognitif et didactique des mathématiques : structure additive. *Grand N* n° 38 **E F G**

  Un exemple d'étude didactique autour des problèmes additifs.

VII ÉTUDES PÉDAGOGIQUES OU PSYCHOLOGIQUES POSSIBLES POUR ANALYSER DES PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

- INRP Rencontres pédagogiques 1 **E F G**

  1984 n° 4 *Comment font-ils ? L'écolier et le problème de mathématiques.*

  1986 n°12 *En mathématiques peut mieux faire : l'élève face à la difficulté*

  1995 n°34 *Chacun, tous... différemment. Différenciation en mathématiques.*

- BARATAUD D., BRUNELLE D.
  (1985) *De l'erreur à la réussite en math,* Éditions Nathan 1

  Des études de cas utilisables en formation.

- BARUK S.(1977) *Fabrice ou l'école des maths,* Éditions Seuil. 1

  Les autres ouvrages du même auteur, rééducatrice, sont très polémiques.

- JAULIN-MANNONI F. (1977) *Le pourquoi en math,* Éditions ESF. 1

  Une autre rééducatrice et un autre point de vue sur l'échec en mathématiques.

- WEYL KAILEY L.(1985) *Victoires sur les maths*, Éditions R. Laffont. 1

Un autre point de vue sur l'échec en math.