ANALYSE DE SITUATIONS DE PARTAGES
D'après un sujet de l'INSPÉ de Bourgogne

SITUATION 1

1) Résolution du problème et notion sous-jacente

Il doit y avoir le même nombre de petits cubes dans chaque enveloppe et il doit rester le moins possible de petits cubes sur la table.
L'opération qui permet de résoudre ce problème est donc la division euclidienne.
On divise le nombre total de petits cubes (74) par le nombre d'enveloppes (3) : $74 = 3 \times 24 + 2$.
Le nombre de petits cubes à mettre dans chaque enveloppe est le **quotient** (24) et le nombre de petits cubes restants correspond au **reste** (2) de la division euclidienne.

2) a) Procédure probablement suivie par l'élève

Dans un premier temps, l'élève a dessiné à main levée sur sa feuille réponse trois quadrilatères représentant les trois enveloppes.
Il a ensuite « réparti » équitablement les sept barres entre les trois enveloppes. Il a donc dessiné deux barres dans chaque enveloppe. Il lui est alors resté la septième barre.
Puis l'élève a « réparti » équitablement les quatre cubes entre les trois enveloppes. Il a donc dessiné un cube dans chaque enveloppe. Il lui est alors resté un cube qu'il a dessiné au milieu de la feuille.
L'élève a ensuite (mentalement) dégroupé la barre restante (d'une dizaine) en dix petits cubes (dix unités) qu'il a « répartis » équitablement entre les trois enveloppes, ce qui l'a amené à dessiner trois nouveaux petits cubes dans chaque enveloppe. Le cube restant a été rajouté au milieu de la feuille, à côté du premier.

2) b) Calculs en ligne pouvant traduire cette procédure

Indépendamment de l'échange d'une barre en dix unités effectué, plusieurs propositions sont envisageables selon que l'élève énumère les dizaines en « une dizaine, deux dizaines, trois dizaines, … » ou compte de dix en dix « dix ; vingt ; trente, …. », ou encore selon que l'élève explicite le partage sous la forme addition itérée, par exemple « deux dizaines plus deux dizaines plus deux dizaines » ou en utilisant le lexique de la multiplication, par exemple « trois fois vingt ».

Première proposition

7 d = 2 d + 2 d + 2 d + 1 d .
Il y a déjà 2 d dans chaque enveloppe et il reste 1 d + 4 u .
4 u = 3 u + 1 u .
Il y a donc 2 d + 1 u dans chaque enveloppe et il reste 1 d + 1 u.
1 d = 10 u = 3 u + 3 u + 3 u + 1 u .
Dans chaque enveloppe, il y a donc 2 d + 4 u et il reste 2 u.

Seconde proposition

$70 = 3 \times 20 + 10$.
Il y a déjà 20 dans chaque enveloppe et il reste 10 et encore 4, donc 14.
$14 = 3 \times 4 + 2$.
Il y a donc 24 dans chaque enveloppe et il reste 2.

3) a) Rôle du matériel

Le matériel est présenté en début d'activité pour permettre aux élèves de **se représenter le problème.**
Durant la résolution, **les élèves peuvent voir le matériel** qui souligne que la « barre » de dix (la dizaine) peut être « dégroupée » en dix cubes (dix unités).
A l'issue de la mise en commun, le matériel permet également **la validation des résultats** par la réalisation effective de l'action évoquée dans l'énoncé.

3) b) Impact éventuel sur les procédures attendues du matériel fourni à chaque élève

Donner à chaque élève le matériel évoqué le conduit à **réaliser effectivement l'action** (le partage de la collection avec cassage de la septième barre) puis à dénombrer les sous-collections obtenues.
A contrario, ne pas fournir le matériel à l'élève pendant la résolution du problème le conduit à anticiper sur l'action et à représenter la situation sous forme schématique (comme pour la production de la question 2) ou en utilisant les écritures mathématiques. Ceci contribue à terme à donner du sens aux calculs.

3) c) Impact éventuel sur les procédures attendues de la proposition d'*Eduscol*

Dans la proposition d'*Eduscol*, le matériel est proposé à chaque élève, lui laissant ainsi la possibilité de commencer à réaliser le partage effectif.
Ainsi l'élève peut choisir dans un premier temps de répartir équitablement, d'une part les sept barres (en une seule fois ou en bien en deux passages), et d'autre part les quatre cubes, entre les trois enveloppes. Il lui reste alors une barre représentant dix cubes ainsi qu'un cube tout seul.
Le matériel multibase ne permettant pas de « dégrouper » la barre, et l'élève n'ayant pas d'autres cubes en réserve qui permettraient de réaliser un échange « une barre contre dix cubes », celui-ci est alors amené à anticiper la répartition des dix cubes de la barre dans les trois enveloppes. Pour ce faire, il peut être amené à dessiner la situation de partage ou bien à passer aux écritures mathématiques.

SITUATION 2

4) a) Sens de la division illustré par ce problème

Dans le problème proposé, il s'agit d'identifier le nombre de boîtes nécessaires pour ranger un nombre d'œufs donné, c'est-à-dire de trouver le nombre de parts (le dividende et le diviseur sont des grandeurs de même nature : des nombres d'œufs). **Il s'agit donc d'un problème de division-quotition**.

4) b) Proposition d'un énoncé illustrant un problème de division-partition

Dans un problème de division-partition où l'on recherche la valeur d'une part, le nombre de parts est alors connu. Dans ce cas, les grandeurs de même nature sont le dividende et le quotient.
On propose donc un problème comme : « Six enfants se partagent équitablement un sac contenant 96 billes. Combien chaque enfant recevra-t-il de billes ? »

5) Analyse de la production de l'élève 1 au regard des compétences « modéliser » et « calculer »

« Modéliser »

L'élève reconnait dans ce problème une situation appartenant au champ multiplicatif. Cependant il ne prend pas en compte la nature du problème. Il effectue donc une opération incorrecte en multipliant les deux données numériques.

« Calculer »

L'élève choisit de poser en colonne l'opération choisie (multiplication d'un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre). Ses calculs sont corrects ainsi que sa gestion de la retenue.

6) Analyse des productions des élèves 2, 3 et 4

Nous présentons les analyses dans un tableau, en distinguant les procédures de résolution et les procédés de calcul, tout en analysant les erreurs éventuellement commises.

	Procédure de résolution	**Procédé de calcul**
Elève 2	L'élève s'appuie sur une schématisation de la situation qui simule le remplissage des boîtes avec six œufs. Il dessine donc les boîtes et à l'intérieur six œufs. Pour connaître le nombre d'œufs dessinés, il groupe ensuite les boîtes par deux constituant ainsi des douzaines, puis regroupe quatre douzaines et obtient 48 œufs. Il finit par ajouter deux paquets de 48 œufs pour obtenir 96 œufs. Son raisonnement progresse en allers et retours entre les calculs et la représentation imagée, cette dernière lui permettant de contrôler certains calculs. Il dénombre enfin les boîtes et conclut en donnant une phrase réponse correcte.	L'élève effectue deux additions posées correctement en colonne. La première comporte quatre itérations de 12. Le résultat (58) est erroné car l'élève a ajouté une retenue intempestive. Il vérifie son résultat par un arbre de calcul en mobilisant les doubles. Il obtient alors le résultat correct : 48. Le résultat de la seconde opération ($48 + 48$) est correct.
Elève 3	L'élève procède par additions itérées d'un même multiple de 6 : 6×6 , dont il a calculé le résultat en haut à droite du cadre. Il effectue plusieurs essais, répliquant sur plusieurs lignes l'égalité $6 \times 6 = 36$. Ses essais sont organisés : devant les constats de résultats plus grands que 96 (180 puis 108), il diminue le nombre de multiples de 36. Comme 96 n'est pas un multiple de 36, il se trouve bloqué par le format constant de multiples de 36 qu'il emploie et conclut alors à l'impossibilité.	L'élève réalise des additions itérées posées correctement en colonne : d'abord de cinq fois 36 (il trouve 180), puis trois fois (il trouve 108) et enfin deux fois (résultat 72). Ses calculs sont justes.
Elève 4	L'élève procède par essais organisés portant sur des multiples de 6. Du point de vue de la modélisation, ces additions itérées de la forme $n + n + n + n + n + n$, où n est le nombre de boîtes testé, traduisent un remplissage des boîtes où l'on commence par mettre un œuf dans chacune des n boîtes, puis un second, puis un troisième, …. puis pour finir un sixième œuf dans chacune des n boîtes. Pour conclure, l'élève formule une phrase réponse. L'ensemble de sa procédure est correct.	Pour effectuer ses calculs, cet élève remplace les produits « $n \times 6$ » par des produits de la forme « $6 \times n$ », utilisant ainsi implicitement la commutativité de la multiplication. Il calcule ces produits à l'aide d'additions itérées posées en colonne. Tous ces calculs sont correctement réalisés. (On peut noter que dans le calcul de 6×16, pour effectuer dans la colonne des unités l'addition itérée de 6, il s'appuie sur son double et d'une certaine façon utilise une seconde addition posée en colonne ($12 + 12 + 12$) à l'intérieur de celle qu'il est en train de mener). Ses calculs sont justes.