ANALYSE DE SITUATIONS SUR LES QUADRILATÈRES D'après un sujet de l'INSPÉ de Bourgogne et du CRPE de l'académie de Dijon 2003

SITUATION 1

1) Propriétés mobilisées pour réussir les tracés des deux premiers figures

La mobilisation d'une seule propriété suffit pour le tracé du rectangle : il s'agit du fait que le rectangle est un quadrilatère qui possède quatre angle droits.
Pour tracer le carré, deux propriétés sont mobilisées :

- le carré est un quadrilatère qui possède quatre angles droits ;
- le carré est une figure dont les quatre côtés sont de même longueur.

2) Deux argumentations différentes

Pour justifier le tracé de la troisième figure, on peut s'appuyer sur le fait que le carré est :

- un quadrilatère qui possède quatre angles droits (donnés par les diagonales du quadrillage) et quatre côtés de même longueur (dont la mesure peut être obtenue par dénombrement des diagonales des cases traversées du quadrillage) ;

ou

- un quadrilatère qui possède ses côtés opposés deux à deux parallèles (le quadrillage porte aussi le réseau des diagonales), deux côtés consécutifs de même longueur (dont la mesure peut être obtenue par dénombrement des diagonales des cases traversées du quadrillage) et d'un angle droit (donné par les diagonales du quadrillage) ;

ou

- un quadrilatère ayant deux côtés consécutifs perpendiculaires (car portés par deux diagonales sécantes du quadrillage), et dont les diagonales sont deux axes de symétrie (portés par le réseau quadrillé).

3) a) Comparaison des productions des élèves 1 et 2

Les deux élèves possèdent **une représentation mentale du carré correcte,** mais ils ne prennent pas en compte de la même manière le support quadrillé.
L'élève 1 s'appuie très probablement sur ce réseau. Il compte le nombre de diagonales de carreaux (ou de nœuds) pour construire des côtés de même longueur. Il s'appuie de même sur les nœuds et les diagonales des carreaux pour effectuer ses tracés et assurer la présence d'angles droits analogues au premier angle droit déjà tracé.
L'élève 2 n'a pas réalisé qu'il pouvait s'appuyer sur les nœuds et les diagonales des carreaux du quadrillage pour effectuer ses tracés et s'assurer de la présence d'angles droits. Ses tracés ne suivant pas les diagonales des carreaux du quadrillage, il ne peut pas effectuer leur comptage pour s'assurer de la construction de côtés de même longueur. Il s'appuie donc uniquement sur sa perception.

3) b) Conceptions du rectangle et du carré chez l'élève 3

L'élève 3 a allongé autant que possible son rectangle et réduit au minimum la largeur. Pour lui, la bande constitue l'archétype du rectangle, le rapport entre ses deux dimensions devant être le plus grand possible. Par ailleurs dans son tracé du carré, les côtés mesurent respectivement comme 7 et 6 côtés de carreaux du quadrillage. On peut donc faire l'hypothèse que pour cet élève, la classe des carrés est constituée de figures plus compactes que des rectangles, où les deux dimensions sont perçues comme proches, mais sans que soit établie la nécessité que longueur et largeur soient égales .
Les conceptions du rectangle et du carré que semble avoir cet élève sont donc encore proches de celles que l'on rencontre principalement au Cycle 1 avec une reconnaissance globale et basée sur la perception.

3) c) Nouvel obstacle rencontré par l'élève 3 lors du tracé de la troisième figure

La position non prototypique du second carré demandé pose problème à l'élève.
Pour effectuer ce dernier tracé, il ne tient en effet pas compte de l'orientation de l'angle droit déjà présent dans l'amorce, et complète celle-ci avec des tracés qui suivent les lignes horizontales et verticales du quadrillage. Il semble que pour lui, un carré doit avoir ses côtés parallèles aux bords de la feuille.

SITUATION 2

4) Réponses aux questions de l'exercice

Figure	Réponse	Arguments
A	**NON**	La figure A ne possède pas quatre angles droits.
B	**OUI**	La figure B possède quatre angles droits. *ou* La figure B possède des côtés opposés deux à deux de même longueur (c'est donc un parallélogramme) <u>et</u> un angle droit *ou* La figure B possède des côtés opposés deux à deux parallèles (c'est donc un parallélogramme) <u>et</u> un angle droit
C	**NON**	La figure C ne possède pas quatre angles droits. *ou* Dans la figure C, deux côtés opposés ne sont pas de même longueur. (ce n'est donc même pas un parallélogramme). *ou* Dans la figure C deux côtés opposés ne sont pas parallèles (ce n'est donc même pas un parallélogramme).

5) Analyse des réponses d'Abel et de Béatrice concernant la figure A

La réponse d'Abel concernant la figure A est incorrecte.
Il semble commettre l'erreur « classique » d'assimiler les notions de droites verticales et de droites perpendiculaires, ce à quoi pourrait renvoyer l'expression « les côtés sont droits ». Dans ce cas pour lui, tout parallélogramme ayant des côtés verticaux est un rectangle.

La réponse de Béatrice est correcte.
Elle semble reconnaître implicitement un rectangle comme étant un quadrilatère possédant quatre angles droits qu'elle reconnaît de façon perceptive. Dans son argumentation, elle semble partir du principe que si les grands côtés sont verticaux, les petits côtés doivent être horizontaux (ce qui n'est pas le cas sur la figure A).

6) Critère sur lequel s'appuie Corentin pour reconnaître le rectangle

Les trois réponses de Corentin sont exactes et s'appuient sur des arguments mathématiques. Le principal critère porte sur le **nombre d'angles droits** que possède un rectangle (quatre) :

- concernant la figure A, il remarque qu'elle n'en a aucun ;
- concernant la figure B, il note qu'elle en possède bien quatre mais rajoute également les longueurs égales des côtés opposés deux à deux (par le biais d'un mesurage) ;
- concernant la figure C ; il constate qu'elle en possède uniquement deux.

Remarque

Ainsi pour Corentin, le fait qu'une figure n'ait pas quatre angles droits lui suffit pour affirmer que la figure n'est pas un rectangle. Par contre, lorsqu'une figure possède quatre angles droits, il vérifie aussi la présence d'autres propriétés pour affirmer qu'il s'agit bien d'un rectangle. On peut faire l'hypothèse que « posséder quatre angles droits » n'est pas encore pleinement repéré par Corentin comme étant une propriété caractéristique du rectangle.