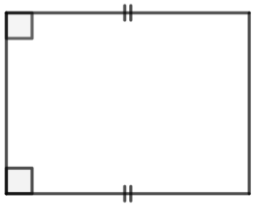
# GEOMETRIE PLANE : ANALYSE D'ACTIVITES SUR LE THEME DES QUADRILATERES
# D'après un sujet de l'ESPE de DIJON

## 1) a) Explicitation des propriétés effectivement mobilisées par Théo pour effectuer la construction de ce quadrilatère.

La construction s'appuie sur
- la perpendicularité entre deux côtés consécutifs ;
- l'égalité des longueurs des côtés opposés mesurant 4 cm.

Ce que l'on peut résumer par la figure codée suivante qui pourrait être tracée à main levée : (les longueurs ne sont pas respectées dans la figure ci-dessous)



*Remarque*

*Tous les sommets de ce quadrilatère sont obtenus avant le dernier tracé, qui consiste simplement à joindre le 1er et le 4ème d'entre d'eux. Ce tracé est effectué à la règle sans utiliser son caractère gradué. D'ailleurs la mention 6 cm n'apparait pas sur la représentation.*
*Dit autrement, cette construction ne mobilise pas l'égalité entre les longueurs du second et du quatrième côté.*

## b) Justification précisant pourquoi ce quadrilatère est obligatoirement un rectangle

Le premier et le troisième côté tracés de ce quadrilatère sont deux côtés opposés qui sont :
- parallèles, car tous deux perpendiculaires au second côté ;
- de même longueur par construction.

On sait qu'un quadrilatère non croisé ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur est obligatoirement un parallélogramme.
Par ailleurs, ce parallélogramme possède au moins un angle droit (au choix l'angle formé par le 1er et le 2nd côté ou celui formé par le 2nd et le 3ème côté), or on sait qu'un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle, donc le quadrilatère est un rectangle.

## 2) b) Type de géométrie dans lequel se situe principalement l'exercice proposé

L'enjeu principal de cet exercice est la validation par l'instrumentation de la présence ou non de longueurs égales, d'angles droits et de côtés parallèles dans une figure.

Les figures ont été choisies de façon à comporter des angles « presque » droits, des longueurs « presque » égales, des côtés « presque » parallèles. Cela interdit de se fier à la seule perception visuelle et oblige à recourir aux instruments de la géométrie pour savoir si telle figure répond ou non à telle description. Ce choix de figure est une variable didactique qui oriente les élèves vers une procédure instrumentée.
Par ailleurs, cet exercice ne nécessite pas de raisonner de façon déductive et argumentée en s'appuyant sur les définitions ou les propriétés des quadrilatères.
Cela aurait été par exemple le cas pour la description **c.** si celle-ci avait été formulée de la façon suivante : « ce quadrilatère est un parallélogramme mais n'est pas un rectangle ». On ne se situe donc pas en géométrie déductive.

**En conclusion, on ne se situe donc ni en géométrie perceptive, ni en géométrie déductive, mais bien en géométrie instrumentée.**

### b) Intention du maître en interdisant la « règle graduée »

C'est l'utilisation du compas comme « mémoire d'une longueur pour la reporter ou la comparer à d'autres longueurs » qui est visée ici.
Ne pas autoriser la règle graduée interdit le recours à la mesure et oblige donc à utiliser le compas pour vérifier si deux segments sont de longueurs égales ou non.

*Remarque*

*Une bande de papier pour marquer les longueurs des segments et les comparer aurait pu être aussi un outil de substitution à la règle graduée.*

### c) Détail d'une procédure de vérification

Pour vérifier que la figure **A** possède bien deux côtés parallèles, la procédure peut consister à tracer à l'équerre une droite perpendiculaire à l'un d'entre eux puis à vérifier toujours à l'équerre que cette droite forme un angle droit avec le second côté. Cette procédure s'appuie sur la propriété « deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles ».
Une autre procédure possible s'appuie sur la propriété des écarts constants. Il s'agit de tracer deux perpendiculaires à un même côté et de mesurer la distance entre le pied de ces perpendiculaires et l'intersection de ces perpendiculaires avec le côté opposé.
L'absence d'angle droit aux différents sommets de la figure **A** apparaitra perceptivement comme une évidence pour un grand nombre d'élèves. Certains d'entre eux pourront avoir besoin de recourir encore à l'équerre pour s'en assurer.

### d) Manière de compléter la description d pour que la figure A devienne la seule réponse possible

Les figures **C** et **H**, respectivement un losange et un parallélogramme, satisfont aussi à la description **d** mais possèdent de plus d'autres propriétés. D'une part, ils ont des côtés égaux, d'autre part, ils n'ont pas seulement deux côtés opposés parallèles mais les deux autres le sont aussi.

On pouvait compléter la description **d** par :

ce quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et **deux seulement** et n'a pas d'angle droit.

Ou encore par :

ce quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et n'a pas d'angle droit ; **les longueurs de ses côtés sont toutes différentes.**