ANALYSE DE SITUATIONS SUR LA SOUSTRACTION
D'après un sujet de l'INSPÉ de Bourgogne

SITUATION 1

1) Connaissances mathématiques en jeu dans la technique opératoire mise en œuvre par Alain

Plusieurs types de connaissances mathématiques sont en jeu dans la technique opératoire mise en œuvre par Alain. Certaines sont relatives à notre numération écrite chiffrée :

- l'alignement des chiffres correspondant au même ordre d'unité de numération pour poser l'opération (dans le cas de celle d'Alain : le chiffre des milliers du nombre 2975 sous celui du nombre 5103, *etc.*) est en lien avec le **principe de position** de notre numération ;
- l'échange 1 unité d'un ordre donné contre 10 unités de l'ordre immédiatement inférieur (dans l'opération d'Alain : 1 centaine = 10 dizaines et 1 dizaine = 10 unités) est en lien avec la **connaissance des relations entre unités de numération** (**principe décimal**).

Un autre type de connaissances porte sur les **faits numériques relatifs à l'addition de deux nombres compris entre 1 et 10** (répertoire additif).

2) Calcul posé et réponse d'Alain au problème des photos

Alain pose l'opération suivante :

$$\begin{array}{rcccc} & \mathbf{3} & \mathbf{9} & 1\mathbf{1} & \\ & \cancel{4} & \cancel{0} & \cancel{2} & 13 \\ - & 3 & 9 & 7 & 6 \\ \hline & 0 & 0 & 4 & 7 \end{array}$$

La réponse à la question est alors : **« Il reste 47 photos dans mon appareil** ».

SITUATION 2

3) Propriété mathématique sur laquelle s'appuient les calculs de Zora et Lucas

Les calculs de Zora et de Lucas s'appuient sur la propriété dite de « **conservation des écarts** » qui se traduit par le fait que lorsqu'on ajoute un même nombre à deux autres nombres, l'écart entre ces deux nombres reste le même.
Autrement dit, quels que soient les nombres a, b et c, on a : $a - b = (a + c) - (b + c)$.

4) Calcul en ligne de la différence $12,15 - 7,4$ selon la méthode de Zora

$$12{,}15 - 7{,}4 = (12{,}15 + 0{,}6) - (7{,}4 + 0{,}6) = 12{,}75 - 8 = 4{,}75.$$

5) Signification des indications « 10 + » et « 1 + » dans le calcul de Lucas et justification

L 'indication « 10 + » devant le chiffre des dixièmes de 2,34 signifie que **Lucas a ajouté 10 dixièmes au nombre 2,34**.
L'indication « 1 + » devant le chiffre des unités de 1,6 signifie que Lucas **a ajouté 1 unité au nombre 1,6**.
Combinée à la propriété des écarts constants, l'égalité « **10 dixièmes = 1 unité** » (ou bien « $\mathbf{\frac{10}{10} = 1}$ », ou encore « **dix dixièmes égalent une unité** ») justifie ces deux ajouts :

$$2{,}34 - 1{,}6 = \left(2{,}34 + \frac{10}{10}\right) - \left(1{,}6 + \frac{10}{10}\right) = \left(2{,}34 + \frac{10}{10}\right) - (1{,}6 + 1).$$

6) Calcul de la différence $12,2 - 7,36$ en utilisant la méthode de Lucas

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & {}_{10+}2, & {}_{10+}2 & {}_{10+} \\ - & {}_{1+} & {}_{1+}7, & {}_{1+}3 & 6 \\ \hline & 0 & 4, & 8 & 4 \end{array}$$

SITUATION 3

7) Résolution du problème du film en utilisant la méthode de Cécile

20 h 51 $\xrightarrow{9\text{ min}}$ 21 h

21 h $\xrightarrow{2\text{ h}}$ 23 h

23 h $\xrightarrow{16\text{ min}}$ 23 h 16.

2 h + 9 min + 16 min = 2 h 25 min.

Le film dure 2h et 25 min.

Résolution du problème du film en utilisant la méthode de Mélanie

$$\begin{array}{rccccc} & 2 & 2 & \text{h} & 7 & 6 \\ & \cancel{2} & \cancel{3} & \cancel{\text{h}} & \cancel{1} & \cancel{6} \\ - & 2 & 0 & \text{h} & 5 & 1 \\ \hline & 0 & 2 & \text{h} & 2 & 5 \end{array}$$

Le film dure 2h et 25 min.

Résolution du problème du film en utilisant la méthode de Sébastien

$$\begin{array}{rccccc} & & & & \boldsymbol{7} & \\ & 2 & 3 & h & \cancel{1} & 6 \\ - & 2 & 0\,\boldsymbol{1} & h & 5 & 1 \\ \hline & 0 & 2 & h & 2 & 5 \end{array}$$

Le film dure 2h 25 min.

8) Comparaison entre les techniques d'Alain et de Lucas avec celles de Mélanie et de Sébastien

La technique de la soustraction posée mise en œuvre par Alain sur des nombres entiers est dite « **soustraction par emprunt** » et repose sur une **compréhension du système de numération décimal de position** (échange de 1 unité contre 10 unités d'ordre immédiatement inférieur).
La technique employée par Mélanie prolonge celle d'Alain car elle **s'appuie sur le même principe** : elle « emprunte » l'une des heures (il en reste donc 22) pour l'échanger en minutes qui viennent s'ajouter aux 16 minutes déjà présentes. Cependant les nombres en jeu sont des unités horaires (heures, minutes, secondes) qui ne s'expriment pas dans un système décimal mais **dans un système sexagésimal** (base 60) : 1 h = 60 min et 1 min = 60 s. L'heure « empruntée » est donc échangée en 60 minutes.
La technique utilisée par Mélanie diffère donc de celle utilisée par Alain.

La technique mise en œuvre par Lucas sur des nombres décimaux **s'appuie sur la propriété des écarts constants et sur une compréhension du système de numération décimal de position** (échanges de 10 unités pour une unité d'ordre immédiatement supérieur).
La technique employée par Sébastien prolonge celle de Lucas en **s'appuyant sur la propriété des écarts constants**, mais en diffère car elle nécessite une compréhension du système sexagésimal. Ainsi Sébastien ajoute 60 minutes à l'heure d'arrivée et une heure à l'heure de départ. L'égalité justifiant ces deux ajouts sans modifier la différence est : 1 heure $=$ 60 minutes.