

Représentations de solides

Dominique Beaufort

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques - Cahors 1991.

Cet article présente des activités menées en formation initiale pour sensibiliser les stagiaires aux différents types d'objets géométriques (différentes perspectives, le dessin technique et les vues).

Comment représenter un objet de l'espace sur une feuille de papier? Les solutions à ce problème ne sont pas simples, même si nos habitudes culturelles nous ont rendu familières certaines représentations. Depuis les Grottes de Lascaux jusqu'aux images de synthèse, les tentatives sont multiples : perspective centrale (Peintres de la Renaissance), perspectives cylindriques (géométrie projective), projections orthogonales sur plusieurs plans (dessin technique), topologie, anamorphoses,... Il s'agit toujours d'un point de vue particulier sur un objet choisi en fonction de l'information (l'émotion) que l'on souhaite communiquer.

I - Objectifs

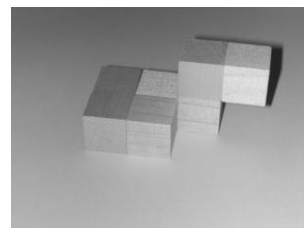
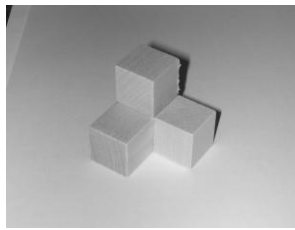
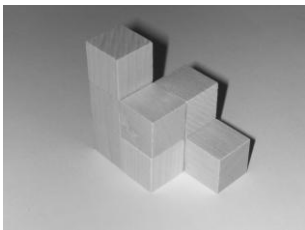
Placer les étudiants en situation de produire une représentation plane d'un solide. Les caractéristiques de celui-ci sont telles qu'une représentation en perspective est insuffisante pour rendre compte entièrement de l'objet; de plus, la validation des productions sera effectuée par la construction d'un solide semblable.

Placer les étudiants en situation de lire une représentation pour construire un solide.

Les sensibiliser à la variété des systèmes de représentations et à leurs intérêts respectifs selon l'objectif de communication visé (toute représentation est une perte d'information).

Faire analyser ces activités et préciser à cette occasion quelques concepts de didactique.

Informers sur les principaux systèmes de représentation conventionnels: dessin technique, perspectives.



II - Déroulement des activités

Durée

6 heures

Matériel

- 5 solides tous différents construits à l'aide de tasseaux de section carrée.
- cubes emboîtables (matériel de numération)
- feuilles format A3

1^{ère} phase : élaboration d'une représentation

L'ensemble des stagiaires est divisé en groupes de 4 ou 5. Chaque groupe reçoit un solide et une grande feuille de papier.

Consigne: "Élaborez un message sous forme d'un ou plusieurs dessins permettant à un autre groupe de construire un solide analogue. » **On précisera en cours de travail qu'on ne s'attachera pas aux dimensions réelles de l'objet.**

Chaque groupe analyse le solide, le pose sur la table dans la position qui lui semble la plus appropriée (ce point de vue n'est pas identique pour tous les membres du groupe), se met d'accord sur un moyen de le représenter : perspective(s), sections, vues géométrales
Selon le système choisi, les étudiants collaborent à la réalisation, essaient au brouillon, exécutent une vue particulière.

2^{ème} phase : construction d'un solide à l'aide d'un message

Les productions sont échangées d'un groupe à l'autre, et chaque groupe reçoit une collection de cubes emboîtables. Ils doivent construire, à l'aide de ce matériel, un solide selon les indications fournies par le message.

Remarque : les cubes emboîtables ne sont fournis qu'à ce moment de l'activité, afin de ne pas induire des modes de représentations trop particuliers dans la première étape.

3^{ème} phase : comparaison des solides construits avec les originaux

La non conformité peut provenir :

- soit d'une lecture erronée de la représentation : codage mal interprété, lecture fautive.
- soit d'une représentation ambiguë, insuffisante.

4^{ème} phase : confrontation des systèmes utilisés

Chaque groupe présente à l'ensemble de la classe, le mode de représentation qu'il a utilisé, tandis que le groupe récepteur indique la plus ou moins grande facilité avec laquelle il a construit le solide. Cette phase permet de prendre conscience de

la variété des solutions au problème, d'en mesurer pour chacune d'elles l'adéquation au problème de construction et de rechercher les causes d'erreur.

Une première classification des systèmes de représentations est établie : perspectives, projections orthogonales sur plusieurs plans, coupes,.....

5^{ème} phase : analyse de l'activité

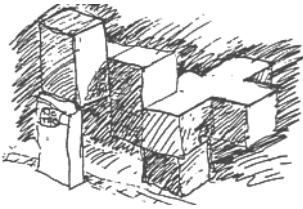
Elle est menée de manière collective et porte sur les objectifs, ainsi que sur les caractéristiques de la situation. Le débat autour de ces questions permet d'éclairer quelques concepts de didactique : situation, problème, variables didactiques, validation, institutionnalisation, communication-formulation,...

6^{ème} phase : information sur les principaux modes conventionnels de représentation

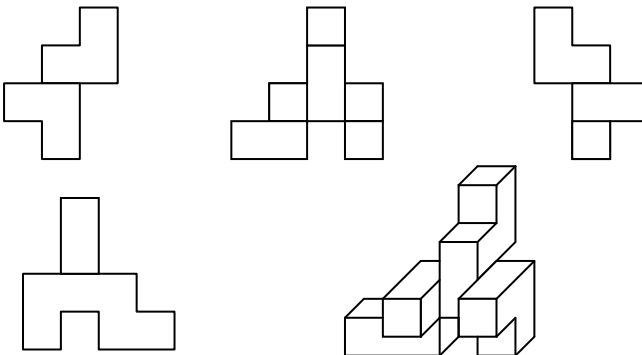
Voir paragraphe IV

III - Exemples de productions

- Perspective : ces représentations (parfois mal maîtrisées) ne permettent pas, seules, de fournir toutes les informations nécessaires à la construction. Elles donnent par contre une vue globale du solide.

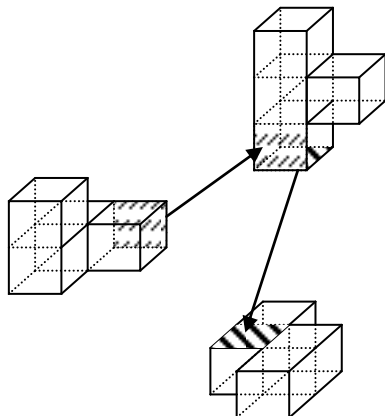


- Projections orthogonales et perspectives : les conventions de disposition de ces vues ne sont en général pas respectées. Reproduction aisée du solide.

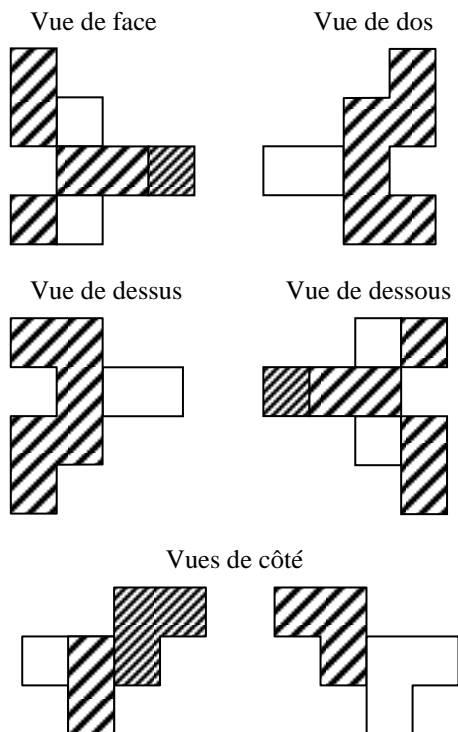


Espace et géométrie

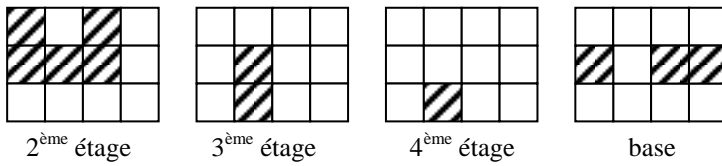
- Vues éclatées en perspective avec schéma de montage : on trouve parfois le plan de montage en différentes étapes à la manière des plans de constructions de jeux d'assemblage.



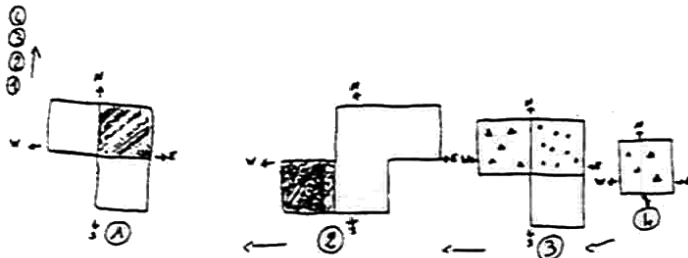
- Projections orthogonales sur plusieurs plans et indications des différents niveaux.



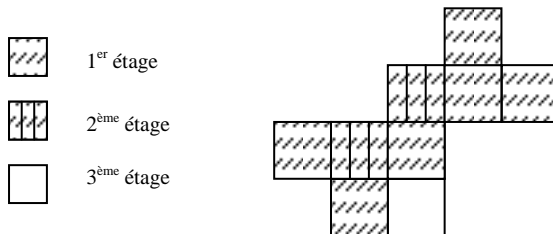
- Sections du solide en surimpression de la vue de dessus



- Sections et plan de montage



- Section sur un seul dessin avec légende des différents niveaux



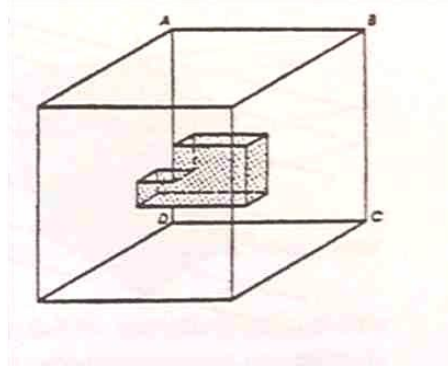
IV - Principaux systèmes de représentations

1) Classification des méthodes de projection

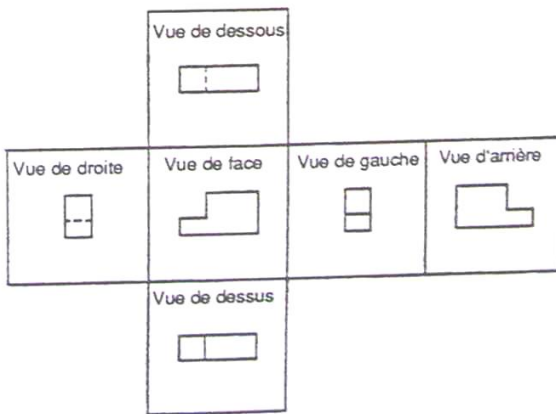
- projections cylindriques (ou parallèles)
 - projection orthogonale de l'objet sur plusieurs plans orthogonaux : dessin technique, géométrie descriptive
 - projection de l'objet sur un seul plan :
 - *projection oblique : perspective cavalière, perspective "militaire"
 - *projection orthogonale : perspective axonométrique
- projection conique : perspective centrale

2) Dessin technique

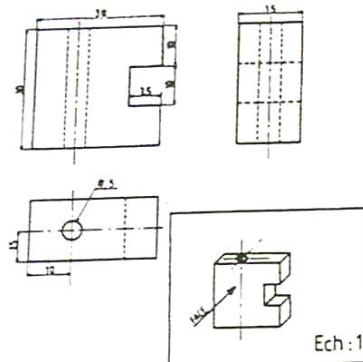
On imagine l'objet dans un parallélépipède rectangle et l'on projette cet objet sur les 6 faces de celui-ci. Ces projections peuvent être assimilées aux images perçues par un observateur placé à différents endroits : face à l'objet, à droite, à gauche, au-dessus, ... D'où la terminologie utilisée: vue de face (ou parfois élévation), vue de gauche, etc.



La disposition des différentes vues sur la feuille de dessin résulte d'un développement du parallélépipède : c'est le système européen où la vue de gauche est placée à droite de la vue de face.



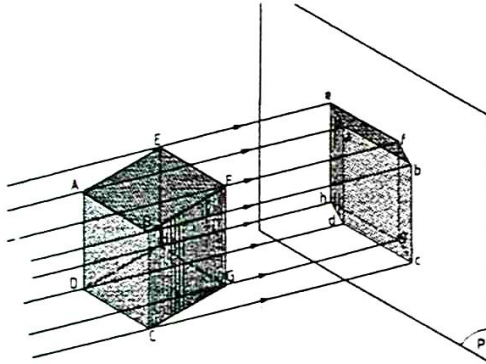
En fait on ne représente le plus souvent que 2 ou 3 vues. celles qui donnent le maximum d'informations.



Conventionnellement, les arêtes vues sont représentées en traits pleins alors que les arêtes cachées le sont en traits pointillés.

3) Perspective cavalière

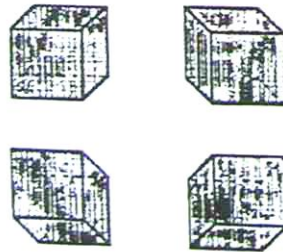
(du nom d'un ouvrage de fortification appelé "cavalier")



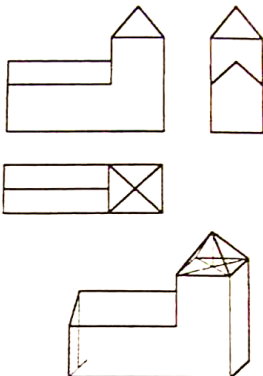
Il s'agit d'une projection oblique sur un plan (le plus souvent vertical) parallèle à l'un des plans principaux de l'objet.

Les éléments situés dans des plans parallèles au tableau (plan de projection) se projettent sans déformation et en vraie grandeur (à une échelle près) : les distances et les angles sont conservés.

Les droites perpendiculaires au tableau se projettent selon une même direction, dite *direction des fuyantes*, faisant un angle donné avec l'horizontale. Cet angle est le plus souvent égal à 45° . Les distances sur cette direction des fuyantes sont multipliées par un coefficient de réduction : 0,5 en général.

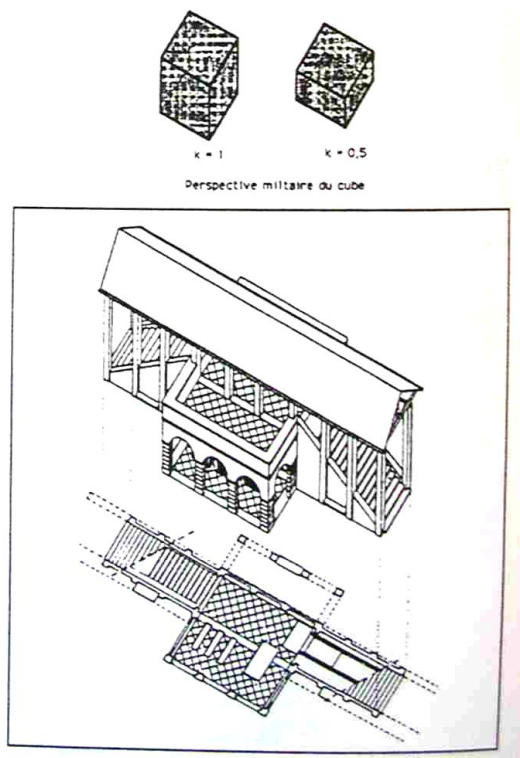


Perspective cavalière du cube



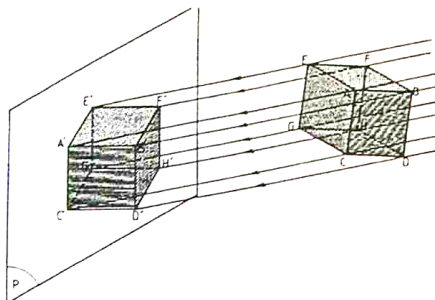
Perspective cavalière construite à partir des projections orthogonales

Remarque : en architecture, on utilise une perspective qui suit un principe semblable : mais cette fois, le plan de projection est horizontal (sol). Les éléments situés dans les plans horizontaux sont projetés en vraie grandeur : on peut donc partir du plan de l'édifice pour construire en perspective. Dans ce contexte, cette technique est appelée, selon les auteurs, « *perspective axonométrique* » ou encore « *perspective militaire* ».



4) *Perspective axonométrique*

Il s'agit d'une projection orthogonale de l'objet sur un plan parallèle à l'un des plans principaux de l'objet.



Elle se caractérise par les angles formés par les projections des 3 directions du repère associé à l'objet, ainsi que par les coefficients de réduction sur chacune de ces directions :

Perspective isométrique : 3 angles égaux (120°) ; $k_x = k_y = k_z = 0,82$

Perspective dimétrique : 2 angles égaux ($a = b = 131^\circ 30'$; $c = 97^\circ$)

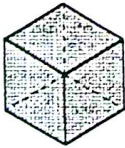
$k_x = k_y = 0,94$; $k_z = 0,47$

Perspective trimétrique : les 3 angles sont différents

$a = 105^\circ$ $k_x = 0,65$

$b = 120^\circ$ $k_y = 0,86$

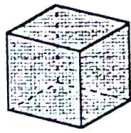
$c = 135^\circ$ $k_z = 0,92$



Perspective isométrique



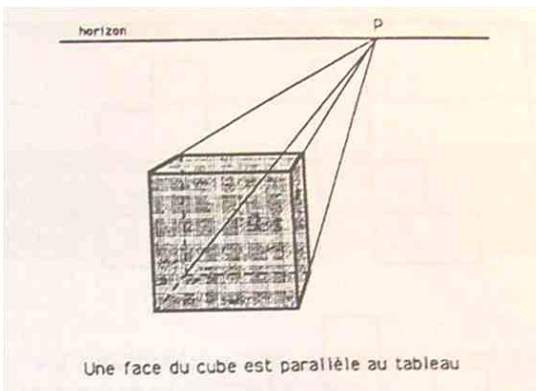
Perspective dimétrique



Perspective trimétrique

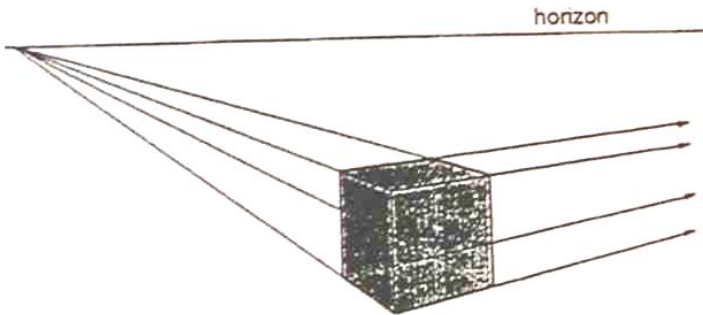
5) Perspective centrale

Ce procédé mis au point par les peintres et architectes de la Renaissance (Alberti, Brunelleschi, Dürer,...) est un système de représentation de l'espace visant à produire une image identique à celle que perçoit un observateur.



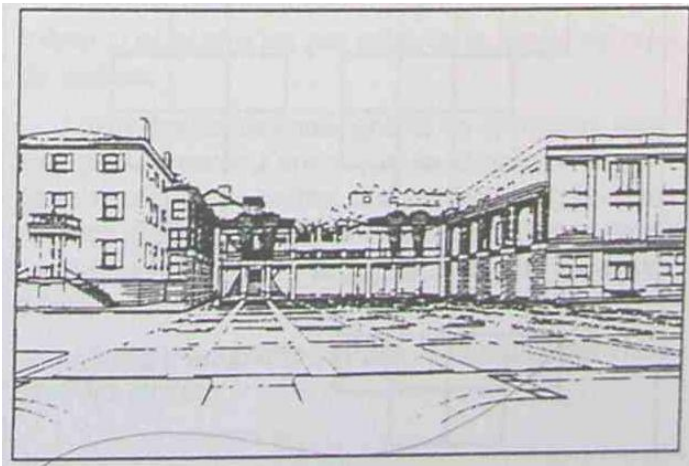
Espace et géométrie

Tous les plans de même direction (elle-même non parallèle au tableau) convergent vers une ligne de fuite : ainsi ligne d'horizon est la « fuite » des plans horizontaux.



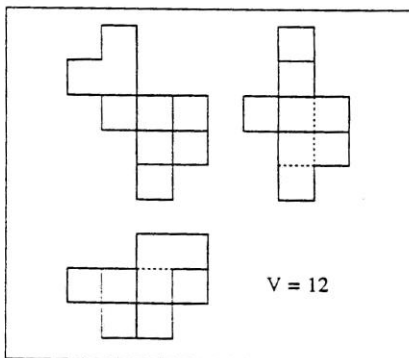
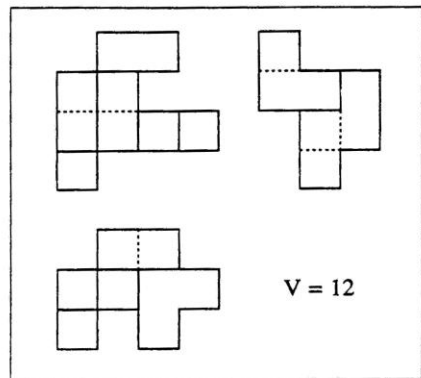
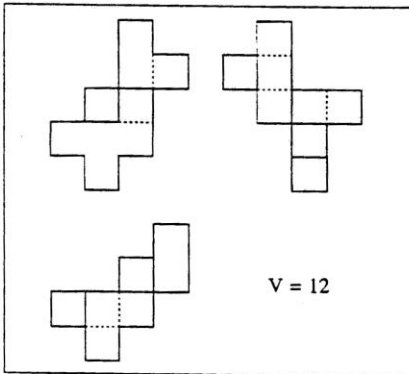
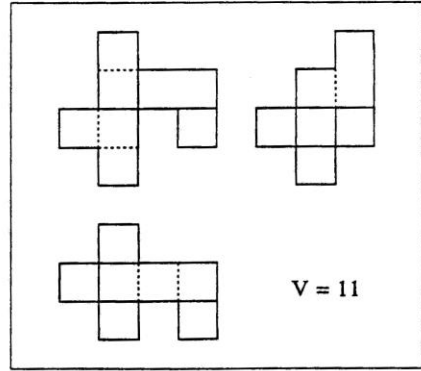
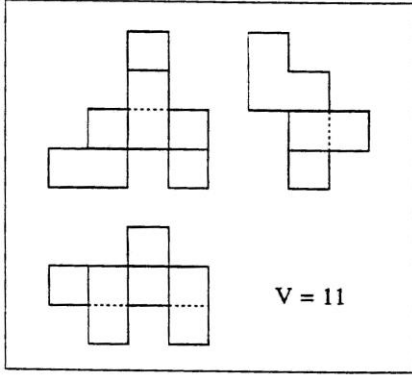
Les horizontales des 2 directions principales fuient vers 2 points

Toutes les droites de même direction (elle-même non parallèle au tableau) convergent vers un point de fuite : toutes les droites horizontales ont un point de fuite sur la ligne de l'horizon, le point principal étant le point de fuite des horizontales perpendiculaires au tableau.
Enfin toute droite parallèle au tableau se projette dans la même direction.



Annexe

Vues des solides utilisés (cf. II et III)



Vue de face

Vue de gauche

Vue de dessus

Volume

