

# Quadrilatères particuliers

Hervé PEULT

*Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactiques des mathématiques - Cahors 1991.*

*Cet article présente des activités réalisées dans le cadre de la formation initiale des professeurs des écoles.*

*A partir de quelques activités visant à resituer les connaissances géométriques sur les quadrilatères, on propose un essai d'analyse didactique et une étude comparée de séquences figurant dans des manuels.*

Parmi les figures géométriques étudiées à l'école élémentaire, les quadrilatères occupent une place importante.

J'ai choisi cette année d'y consacrer plusieurs séances en FP2 (4 fois 2 h, plus une cinquième séance ultérieure sur le thème des triangles qui était à la fois un prolongement du travail et un moyen d'évaluation).

## Objectifs

Permettre à chacun de *se s'approprier les connaissances sur les quadrilatères particuliers*

Faire vivre sur ce thème des activités à base de problèmes

Faire analyser ces activités en les resituant dans une conception de l'apprentissage et travailler à cette occasion quelques concepts de didactique (peu abordés en 1<sup>ère</sup> année pour certains des groupes concernés)

Donner les moyens d'analyser d'autres activités (notamment extraits de manuels) à partir de ces concepts de didactique

Ces objectifs ont été présentés dès le départ aux normaliens

## Déroulement

1) Activités (4 h)

2) Analyse des activités (2 h)

3) Étude d'extraits de manuels sur les quadrilatères particuliers (2 h)

4) Étude d'extraits de manuels sur les triangles (2 h)

### I - ACTIVITÉS

#### Activité 1

##### **Apprentissage visé**

Savoir reconnaître et définir par des conditions nécessaires et suffisantes les différents types de quadrilatères

Prendre conscience des relations entre ces différents types.

##### **Situation**

Deviner un quadrilatère en posant des questions

##### **Matériel**

Chacun dispose d'une feuille sur laquelle sont dessinés 25 quadrilatères divers (cf. page suivante). Un intrus (le 26) est un pentagone.

##### **Organisation**

par groupes de 3 ou 4

##### **Consigne**

*"J'ai choisi un des 25 quadrilatères de la feuille : vous devez deviner lequel. Pour cela, vous devrez me poser par écrit des questions (n'importe lesquelles sauf demander le numéro); je répondrai par écrit à toute question pourvu qu'elle ait du sens. Quand une équipe sera sûre d'avoir trouvé, elle indiquera le numéro de la figure. Essayez à la fois d'être rapides et de poser un minimum de questions. "*

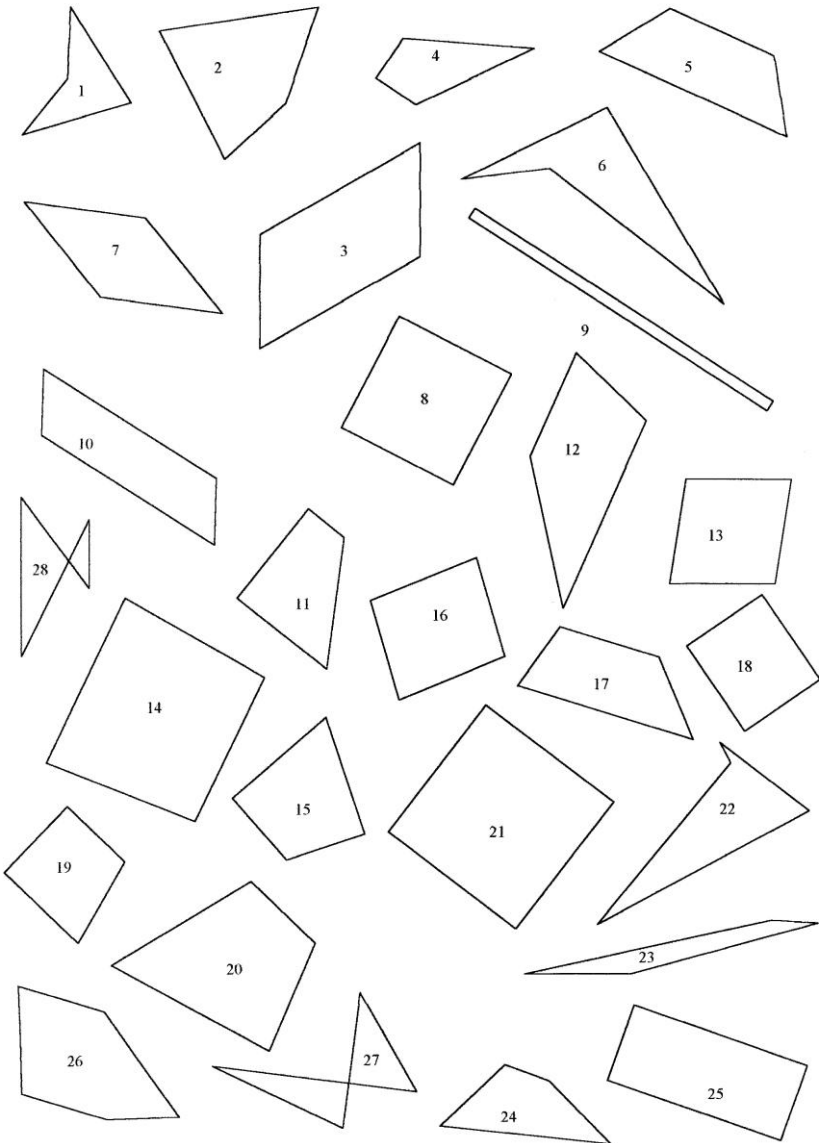
##### **Déroulement**

Une première fois, la figure choisie est le n° 10 (parallélogramme non rectangle), une seconde fois le 11 (trapèze rectangle avec 2 côtés consécutifs égaux) avec la consigne complémentaire de ne pas utiliser les dénominations usuelles des quadrilatères. Ceux qui terminent plus tôt sont invités à rechercher un système de questions qui, a priori, permettraient de reconnaître n'importe quel quadrilatère.

##### **Remarques**

- Le complément de consigne pour la deuxième recherche (ne pas utiliser les noms usuels des quadrilatères) s'est avéré inutile, aucun groupe n'ayant fait référence aux noms de quadrilatères (effet de contrat ?).
- Perpendicularité et parallélisme sont presque toujours estimés "à vue", ce qui conduira à des erreurs d'appréciation pour certaines figures.
- La distinction entre le 3 et le 10 ne pouvait se faire qu'à partir de considérations de longueurs ou d'angles. Aucune demande de mesure n'a été formulée (effet de contrat ?), les questions pour permettre la différenciation étant le plus souvent du genre "est-ce que le plus grand côté mesure moins de trois fois plus que le petit côté ?".

Quadrilatères



Pour enlever toute ambiguïté due à la photocopie, les dessins 8 et 18 sont bien des carrés, les dessins 7 et 16 sont bien des losanges, les dessins 1 et 4 sont bien des cerf-volants, etc.

**Mise en commun**

Elle concerne le listage des différents critères utilisés (convexité, parallélisme, perpendicularité, égalité de longueurs, égalité d'angles, diagonales - auxquelles je fais référence si aucun groupe ne les a utilisées), l'examen de quelques questionnements (notamment ceux pour lesquels j'avais repéré des erreurs ou des redondances) et se prolonge à partir d'une nouvelle consigne.

**Nouvelle consigne pour les groupes**

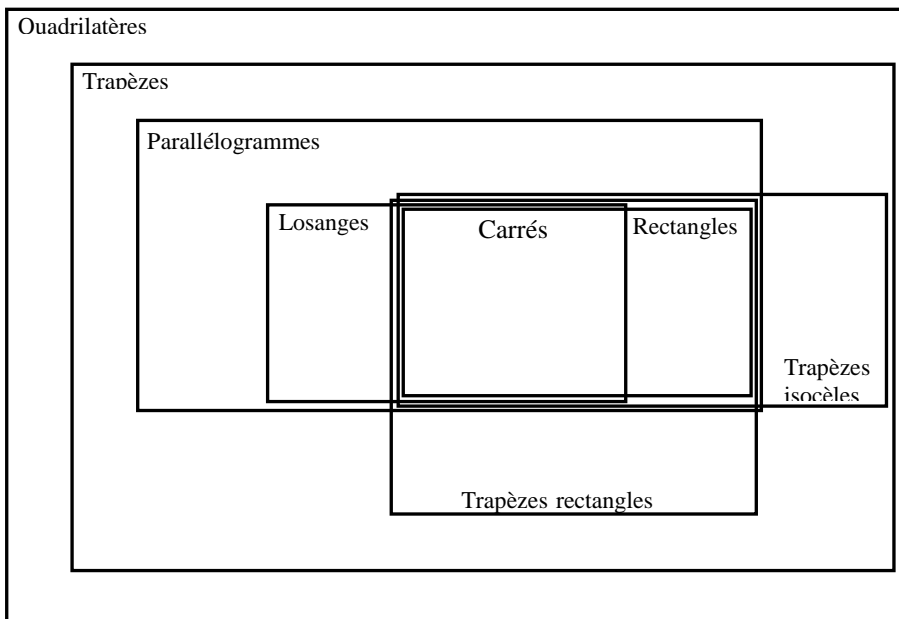
*"On ne conserve que les critères de convexité. Parallélisme de côtés, perpendicularité de côtés, égalité de côtés opposés, égalité d'angles."*

*1) Classer les figures en mettant ensemble celles qui sont indiscernables lorsqu'on s'en tient à ces seuls critères*

*2) Indiquer pour chaque classe une ou plusieurs caractérisations suffisantes à l'aide de ces critères. Attribuer les noms génériques, lorsqu'ils sont connus aux classes ou groupements de classes."*

**Mise en commun**

Elle vise à caractériser de façon précise (conditions nécessaires et suffisantes) différents types de quadrilatères : quadrilatères convexes, trapèzes, trapèzes rectangles, trapèzes isocèles, parallélogrammes, rectangles, losanges, carrés, et à repérer les inclusions diverses. Celles-ci sont récapitulées par un schéma du type :



## Activité 2

### Apprentissage visé

Savoir organiser des informations géométriques sur des quadrilatères et en tirer d'autres par déduction

Réaliser des constructions élémentaires à l'aide des instruments usuels.

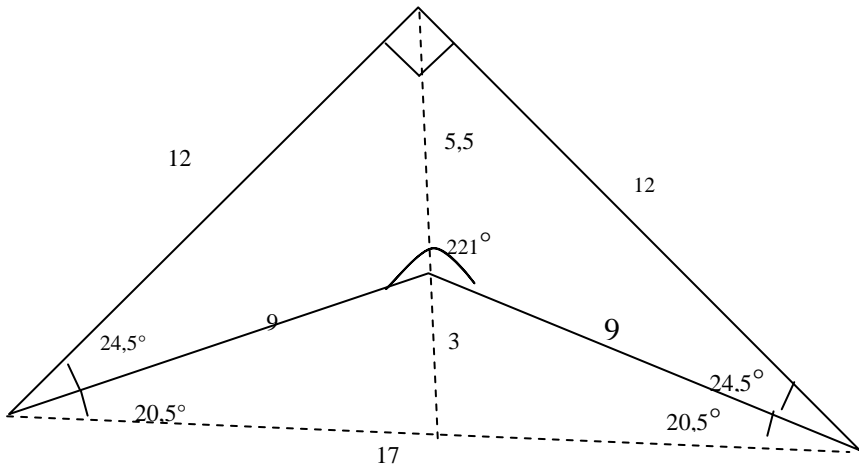
### Situation

Reproduire un quadrilatère caché, à partir d'informations données ou à demander

### Matériel

La figure ci-dessous est cachée

Chaque groupe dispose de papier blanc et de tous les instruments de tracé qu'il désire.



### Organisation

par petits groupes

### Consigne

"Sur une feuille j'ai dessiné un quadrilatère. Vous devez reproduire ce quadrilatère. Le dessin que vous réaliserez devra être superposable au mien. On vérifiera par transparence.

Vous ne pouvez voir mon dessin, mais je vous livre une partie des informations le concernant

- il a au moins deux côtés perpendiculaires ;
- il a au moins deux angles égaux ;
- les côtés sont égaux deux à deux ;
- une diagonale mesure 17 cm ;

## Espace et géométrie

- il a au moins un axe de symétrie ;
- l' un des côtés mesure 9 cm.

*Il n'est pas sûr que les informations soient suffisantes ; si vous estimez qu'il vous en manque, vous pouvez poser par écrit de nouvelles questions (sans utiliser des noms de polygones), mais le moins possible. Chaque question supplémentaire donne un point de pénalisation. plus un autre si la demande porte sur une mesure de longueur. Si votre dessin me paraît trop éloigné de l'original, vous ne serez pas autorisés de le vérifier et vous écoperiez de 3 points de pénalité."*

### Mise en commun

Elle porte sur les déductions effectuées et les erreurs. Notamment, la plupart estiment d'emblée qu'il s'agit d'un quadrilatère particulier (effet de contrat ?) et donc d'un rectangle, puis d'un quadrilatère convexe de type "cerf-volant". Pour beaucoup, il faut longtemps avant de penser qu'il puisse s'agir d'une figure concave.

Par ailleurs, à la question "les diagonales se coupent-elles en leurs milieux ?" j'ai répondu "au milieu de l'une d'elles seulement". Cette réponse a soulevé par la suite des contestations et nous a amenés à rechercher des mots du type "diagonale" (diamètre, côté, hauteur, médiane,...) susceptibles d'être utilisés tantôt pour désigner un segment tantôt pour désigner la droite support.

### Activité 3

*(d'après une fiche de J. Bolon)*

#### Apprentissage visé

- savoir organiser une construction géométrique de quadrilatère en fonction des informations disponibles
- pouvoir envisager diverses méthodes de construction

#### Situation

Élaborer des consignes pour la construction d'un quadrilatère avec des contraintes

#### Organisation

par groupes de 2

#### Consigne

*"Je vais donner à chaque groupe un papier précisant une construction à faire faire par un autre groupe (il s'agit chaque fois d'un quadrilatère). A partir de ce papier, vous devrez rédiger un message permettant au groupe destinataire de réaliser la construction.*

*Aucun terme de désignation de polygone (trapèze, carré, etc..) ne devra être employé dans le message. Celui-ci devra être rédigé sous forme de succession d'actions élémentaires dont chacune sera de l'un des types suivants ;*

- marquer un point
- tracer un segment de longueur donnée ou joignant 2 points donnés
- tracer une droite passant par 2 points
- reporter une longueur
- tracer une perpendiculaire à une droite passant par un point donné
- tracer un cercle ou un arc de cercle de centre et de rayon donnés.

*Les messages seront échangés; pour la construction, vous pourrez utiliser la règle graduée, l'équerre et le compas; une fois la construction réalisée, les récepteurs essaieront de deviner quelle était la consigne donnée aux émetteurs et on comparera les réalisations et les messages."*

### **Constructions à effectuer**

- faire construire un carré ayant une diagonale de 10 cm
- faire construire un parallélogramme dont un côté mesure 5 cm et une diagonale 10 cm
- faire construire un losange dont les côtés mesurent 5 cm
- faire construire un trapèze ni rectangle ni isocèle dont les côtés parallèles mesurent 4 cm et 7 cm
- faire construire un parallélogramme dont une diagonale mesure 5 cm et l'autre 10 cm
- faire construire un parallélogramme non rectangle dont les côtés mesurent 5 cm et 10 cm
- faire construire un trapèze isocèle dont les côtés parallèles sont distants de cm et dont l'un mesure 7 cm
- faire construire un rectangle avec un côté de 5 cm et une diagonale de 10 cm
- faire construire un losange non carré avec une diagonale de 8 cm

### **Mise en commun**

Elle s'effectue après que chaque groupe ait réalisé au moins une construction. Les plus rapides sont chargés d'écrire un message pour une nouvelle construction.

Plusieurs messages sont analysés avec chaque fois la question suivante renvoyée à tous : "*existe-t-il à votre avis une méthode de construction plus simple ?*"

## Espace et géométrie

Elle s'est prolongée autour de problèmes rencontrés : *"quelles procédures pour tracer la parallèle à une droite passant par un point donné ?". "quelles procédures pour tracer le milieu d'un segment ?"...*

### II - ANALYSE DES ACTIVITÉS

Elle est menée de façon collective à partir du questionnaire ci-dessous. Pour chaque question, chacun prend un temps de réflexion et on note toutes les idées. J'essaie d'aider à synthétiser. Le débat ne suit pas vraiment l'ordonnancement des questions.

*1) A travers ces 3 activités, quelles connaissances mathématiques, quels savoir-faire ont été étudiés? Estimez-vous que cela a été l'occasion pour vous d'un apprentissage?*

*2) Parmi les termes suivants ou d'autres encore, lesquels vous paraissent caractériser le mieux la façon, dont vous avez travaillé: observation, initiative, manipulation, écoute, activité, imitation, recherche, application, passivité, motivation, mémorisation, apprentissage, jeu, invention .... Lorsque plusieurs vous paraissent convenir, en quel ordre et dans quelle mesure les dispositions correspondantes vous paraissent avoir été sollicitées?*

*3) A votre avis, ces 3 activités ont-elles été conçues dans le même esprit? Qu'est-ce qui pourrait les caractériser par rapport à d'autres façons d'enseigner sur le même sujet ?*

*4) Au cours de ces activités, vous est-il arrivé de vous imposer des contraintes qui n'avaient pas été explicitement énoncées?*

*5) Pour chacun des problèmes posés lors de ces activités, essayez de retrouver les différentes procédures de résolution, qui sont apparues. Ces procédures étaient-elles conditionnées par la façon dont le problème était posé? Imaginez des "variations" de ces problèmes qui auraient entraîné d'autres modes de résolution.*

*6) Comment avez-vous su si votre travail était réussi ou non? Par une appréciation extérieure ou par vous-mêmes? comment?*

Le débat autour de ces questions donne un support pour les notions de "problème", "situation d'apprentissage", "procédures de résolution", "variables didactiques", "validation" "institutionnalisation", "contrat didactique", "connaissances outils/ connaissances objets".

Très rapidement viennent se greffer des questions liées à la transposition à l'école: "Peut-on faire ça dans sa classe? ou du moins travailler de façon analogue? Ne serait-ce pas coûteux en temps et difficile à mettre en œuvre ? " et



ce travail est parfois perçu plus en tant que nouvelle norme de méthode d'enseignement ("il nous montre comment il faut faire") qu'en tant que moyen de s'approprier des instruments d'analyse.

### III - ÉTUDE DE MANUELS SUR LES QUADRILATÈRES

Suivant les cas, j'ai proposé des extraits de manuels de CE1 sur le thème "carré, rectangle" ou des extraits de manuels de CM2 sur le thème "quadrilatères particuliers".

#### Modalités de travail

- lecture individuelle de chacun des extraits
- étude par groupes du questionnaire proposé
- mise en commun

#### Questionnaire proposé

- *Quelles sont, pour chacun des extraits, les connaissances et compétences auxquelles il est fait référence ?*

- *Y a-t-il des cas où les auteurs prévoient que l'apprentissage s'effectue à partir de problèmes que les enfants doivent résoudre ?*

- *Dans ces cas, énoncer les problèmes et préciser les procédures de résolution qu'on peut attendre des enfants ainsi que les variables didactiques de la situation.*

- *Comment peut être envisagée dans chaque cas la validation du travail des enfants ?*

- *Quel est chaque fois le savoir institutionnalisé ? A quel moment ?*

- *Pour autant qu'on puisse en juger sur cette documentation parcellaire, voyez-vous des différences, entre les différents manuels, dans les conceptions sous-jacentes de l'apprentissage ?*

- *Comment envisageriez-vous une ou plusieurs séquences sur le même thème, au même niveau ?*

#### Extraits utilisés<sup>1</sup>

- *"Mathématique contemporaine CE1"* Thirioux (Magnard, 1975 ) p. 136-137

- *"Autour du carré à partir du cube"* (séquence R.T.S. – CE1 -juin 1975)

---

<sup>1</sup> NDLR : ce sont les manuels scolaires utilisés à cette époque dans les classes.

## Espace et géométrie

- "Vivre les mathématiques CE1" Jardy... (A.C. Bourrelier 1986) p. 77
- "Objectif calcul CE1" Clavier... (Hatier 1988) p.183-184
- "L'Univers Mathématique CE1 " Goergler... (L'école 1979) p.236-237

### IV - ÉTUDE DE MANUELS SUR LES TRIANGLES

#### Modalité de travail

Travail écrit individuel

Les étudiants disposent du questionnaire et des extraits indiqués ci-dessous.

#### Questionnaire

1) Les triangles particuliers auxquels on s'intéresse généralement sont

- les triangles **isocèles**" (qu'on peut caractériser par l'égalité d'au moins 2 côtés)
- les triangles "**réguliers**" dits "**équilatéraux**" (qu'on peut caractériser par l'égalité des 3 côtés)
- les triangles "**rectangles**" (qu'on peut caractériser par la présence d'un angle droit).

Réalisez un schéma analogue à celui réalisé pour les quadrilatères, mettant en évidence ces différentes catégories et leurs éventuels recouvrements.

2) Vous trouverez ci-joints 4 extraits de manuels de CM2 concernant l'étude des triangles.

a) Pour chacun d'eux, quels sont les connaissances et les savoir-faire auxquels il est fait référence ? Quelles remarques vous inspirent les propositions des différents auteurs ?

b) En vous inspirant ou non de ces extraits, donnez des exemples de situations-problèmes qui vous paraissent pertinentes pour un apprentissage sur les triangles avec des enfants de CM2

c) Développez l'un ou l'autre de ces exemples dans la perspective d'une mise en oeuvre dans une classe. en précisant vos choix didactiques.

#### Exploitation

Lors d'une séance ultérieure, nous sommes revenus sur ce travail à partir d'un document que j'ai proposé, apportant des éléments de réponse aux questions précédentes.

**Extraits utilisés<sup>2</sup>**

- "*Math et calcul CM2*" Eiller (Hachette 1988) p. 154-155
- "*Objectif calcul CM2*" Clavier... (Hachette 1988) p. 44-45
- "*La mathématique au CM1 et 2*" Caparros (Bordas 1981) p. 110.111
- "*Maths CM2 - Calcul et géométrie*" Chapuis (Nathan 1989) p. 54-55

---

<sup>2</sup> NDLR : ce sont les manuels scolaires utilisés à cette époque dans les classes.

