LES SUJETS DU CONCOURS 2017

GROUPEMENT 1 – avril 2017

PREMIERE PARTIE : PROBLÈME (13 points)

Présentation du problème

Une entreprise de BTP est mandatée pour étudier la faisabilité de la réalisation d'une portion d'autoroute et d'un nouvel échangeur dans la région de Bordeaux / Brive-la-Gaillarde / Montauban.

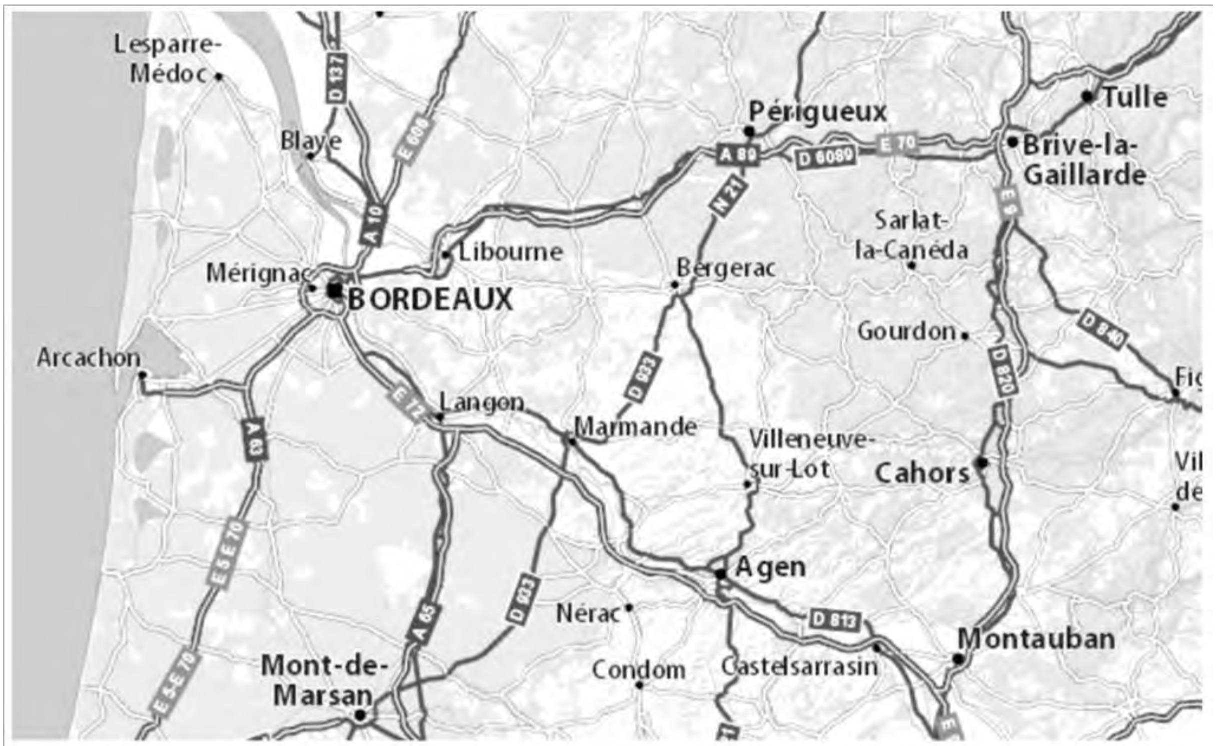


Figure 1 : Source = http://www.viamichelin.fr/

1) Représentation géométrique

À vol d'oiseau, il y a 204,4 km entre Brive-la-Gaillarde et Bordeaux, 210 km entre Bordeaux et Montauban et 145,6 km entre Montauban et Brive-la-Gaillarde.

On admet que cette situation géographique est modélisée par un triangle ABC, construit à une certaine échelle, dans lequel A représente Bordeaux, B représente Brive-la-Gaillarde et C représente Montauban. Dans ce triangle, la longueur AB est 7,3 cm.

a) Montrer que la longueur AC est 7,5 cm et que la longueur BC est 5,2 cm.

b) Construire le triangle ABC.

c) Déterminer l'échelle utilisée pour modéliser la situation.

2) Étude de faisabilité

Dans le cadre d'un projet d'extension, la société d'exploitation mandate une entreprise de BTP pour étudier la construction d'une portion d'autoroute reliant Brive-la-Gaillarde et l'autoroute entre Bordeaux et Montauban. On cherche à construire la portion d'autoroute la plus courte possible.

Sur la figure construite précédemment, on note D le point du segment [AC] tel que la distance BD soit la plus courte possible. Le point D représente l'emplacement de l'échangeur à construire.

a) Placer le point D sur la figure et indiquer ce que représente la droite (BD) dans le triangle ABC.

b) Les formules trigonométriques et un théorème appelé théorème d'Al Kashi permettent d'établir l'égalité (admise) :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AC \times AD.$$

En utilisant l'égalité ci-dessus, montrer que AD = 5,5 cm.

c) En déduire les longueurs CD et BD.

3) Validation du projet

Il s'avère que l'échangeur ne peut être placé à cet endroit car il serait situé dans une zone protégée.
Sur la figure construite précédemment, E désignera l'emplacement définitivement choisi pour l'échangeur et donc [BE] la portion d'autoroute à réaliser.
On appelle E le point du segment [AD] tel que [ED] mesure 0,9 cm.

a) Déterminer la mesure en degré, arrondie au centième de degré, de l'angle $\widehat{DBE}$.

b) Calculer la longueur BE, arrondie au centième de centimètre.

c) En déduire la longueur, en kilomètre, arrondie au dixième de kilomètre près, de la portion d'autoroute qui sera réalisée.

4) Tarification

Après validation, le projet a été réalisé. La société d'exploitation des autoroutes propose des badges à ses usagers.
Mme Dupuis, enseignante à Brive, emprunte cette nouvelle portion d'autoroute chaque jour, matin et soir. Elle hésite entre les deux propositions suivantes :

Tarif 1	**Tarif 2**
Sans badge, un aller simple coûte 12,40 €.	Un badge coûte 30 € par an et donne lieu à une réduction de 20 % par aller simple.

a) Le graphique ci-dessous représente le coût global pour chaque tarif en fonction du nombre d'allers simples effectués.

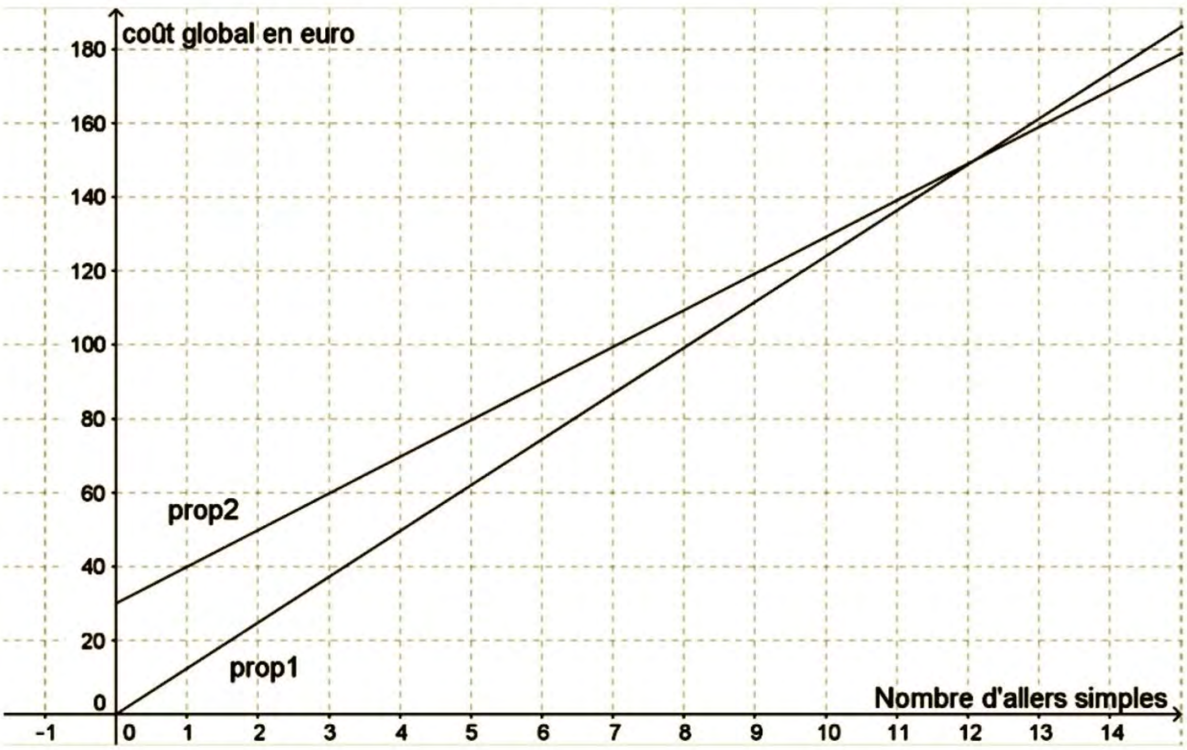


Figure 2 : Coût global en euro en fonction du nombre d'allers simples

Déterminer graphiquement à partir de combien d'allers simples le tarif 2 devient le plus avantageux.

b) Exprimer en fonction du nombre d'allers simples x le coût global $f(x)$, en euro, selon le tarif 1.

c) Exprimer en fonction du nombre d'allers simples x le coût global $g(x)$, en euro, selon le tarif 2.

d) Retrouver par le calcul à partir de combien d'allers simples le tarif 2 devient le plus avantageux.

5) Les dangers de l'autoroute

<u>Information :</u>
Pour un véhicule, la distance d'arrêt D_a correspond à la somme de la distance de réaction D_r et la distance de freinage D_f :

$D_a = D_r + D_f$

La distance de réaction D_r est la distance parcourue par le véhicule pendant le temps que met le conducteur pour réagir. Le temps de réaction est d'une seconde pour un conducteur en bonne forme et de deux secondes pour un conducteur fatigué.
La distance de freinage, exprimée en mètre, est donnée par la formule :

$$D_f = \frac{v^2}{254 \times C_{fl}}$$

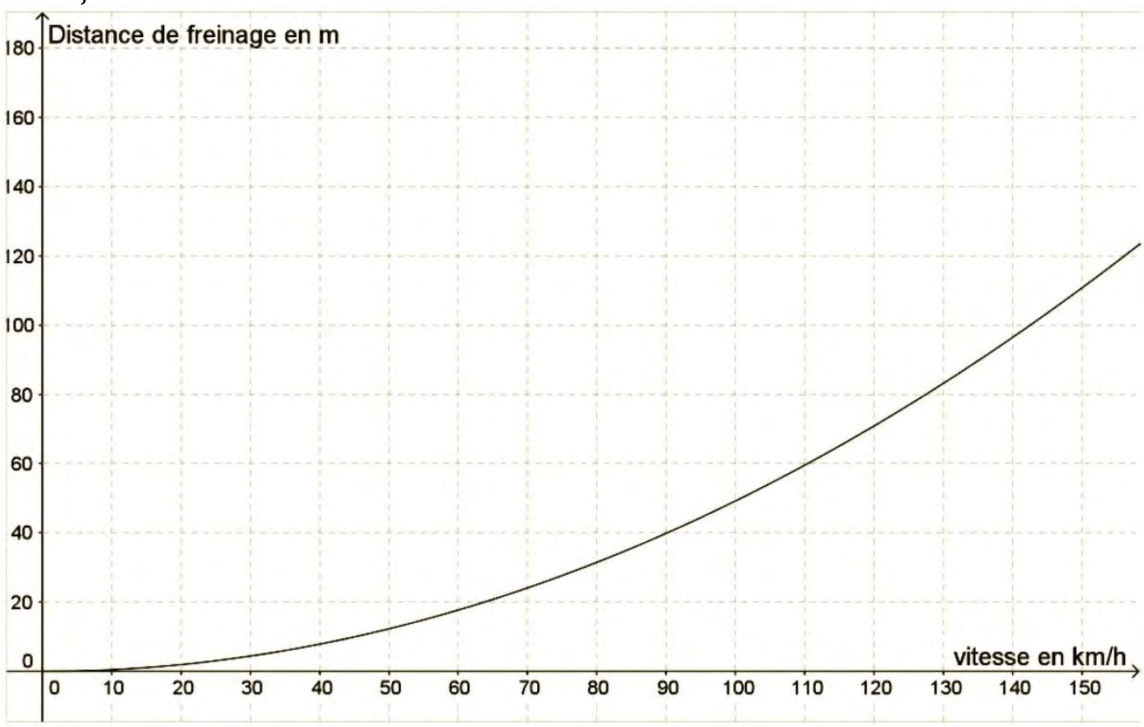
où v est la vitesse en kilomètre par heure et C_{fl} désigne le coefficient de frottement longitudinal. La distance obtenue est exprimée en mètre.
On admet que le coefficient C_{fl} vaut 0,8 sur route sèche et que sur route mouillée, ce coefficient est divisé par deux.

inspiré de : http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/college/troisieme/cours/distance_arret/Distance_arret.pdf

Une voiture roule à 120 km/h sur l'autoroute. La chaussée est sèche et le conducteur est fatigué. Tout à coup, un cerf surgit sur la voie et s'arrête, tétanisé par les feux de la voiture.
L'animal se trouve à 150 m de la voiture.

a) Calculer la distance de réaction D_r, arrondie au dixième de mètre, pour cette voiture conduite par un conducteur fatigué.

b) On donne ci-dessous la courbe correspondant à la distance de freinage D_f sur route sèche en fonction de la vitesse. Indiquer si la collision avec le cerf pourra être évitée.
Justifier.



Distance de freinage en mètre, en fonction de la vitesse en km/h.

c) Exprimer une formule à écrire dans la cellule B3 du tableur ci-dessous pour calculer la distance de freinage D_f, en mètre, formule que l'on fera ensuite glisser pour l'étendre aux autres cellules de la colonne B dans le tableur.

B3

	A	B
1	Distance de freinage Route sèche	
2	V (km / h)	D_f (m)
3	10	
4	20	
5	30	
6	40	
7	50	
8	60	
9	70	
10	80	
11	90	
12	100	
13	110	
14	120	
15	130	
16		

DEUXIEME PARTIE (13 POINTS)

Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 1

Au mois de février 2017, on a interrogé 12 527 personnes de plus de 15 ans à la sortie du métro, à propos du nombre de fois où elles sont allées au restaurant pendant le mois de janvier 2017. Chaque personne sondée est enregistrée par un numéro, de 1 à 12 527.
Le tableau ci-dessous présente des résultats, selon la classe d'âge des personnes interrogées.

	De 15 à 25ans	De 26 à 44ans	De 45 à 60 ans	Plus de 60 ans	TOTAL
Pas du tout		82	415	147	666
Une fois	682		1243	589	
Deux fois		634	552	138	1737
Trois fois	174	95			1907
Quatre fois ou plus	251	418	923	317	
TOTAL	1542		3517	2445	

1) Reproduire et compléter le tableau ci-dessus.

2) On tire au hasard un des numéros correspondant aux personnes interrogées, en supposant que chacun a la même probabilité d'être choisi.

   a. Déterminer la probabilité que ce numéro corresponde à une personne qui est allée exactement deux fois au restaurant pendant le mois de janvier 2017.

   b. Déterminer la probabilité que ce numéro corresponde à une personne qui a moins de 45 ans.

   c. Déterminer la probabilité que ce numéro corresponde à une personne qui a plus de 60 ans et qui est allée au moins trois fois au restaurant pendant le mois de janvier 2017.

Exercice 2

On utilise le programme ci-contre.

1) Quel résultat s'affiche si l'on choisit d'entrer le nombre 7 ?
2) Quel résultat s'affiche si l'on choisit d'entrer le nombre 12,7 ?
3) Quel résultat s'affiche si l'on choisit d'entrer le nombre – 6 ?

Exercice 3

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant la réponse.
Une réponse exacte, mais non justifiée, ne rapporte aucun point. Une réponse fausse n'enlève pas de point.

1) Affirmation :
   « 117 est un nombre premier. »

2)
a. Affirmation :
   « Pour n'importe quel nombre entier n, $(n+2)^2 - (n-2)^2$ *est un multiple de 8. »*

b. Affirmation :
   « Pour n'importe quel nombre entier n, $(n+2)^2 - (n-2)^2$ *est un multiple de 32. »*

3) Affirmation :
   « Il existe au moins un nombre entier pair supérieur à 7, divisible par 3 mais divisible ni par 9 ni par 4. »

4) Affirmation :
   « 6 est l'unique solution de l'équation $(x-7)(x+4) = (x-7)(16-x)$*. »*

5) On réduit respectivement la largeur et la longueur d'un rectangle de 20 % et 10 %.
   Affirmation :
   « L'aire du rectangle ainsi obtenu a diminué de 28 %. »

6) Un rectangle a une largeur et une longueur qui mesurent respectivement 6 cm et 9 cm. On réduit la largeur de 20 % et la longueur de 10 %.
   Affirmation :
   « Le périmètre du rectangle ainsi obtenu a diminué de 15 %. »

TROISIEME PARTIE (14 points)

Cette partie est constituée de trois situations indépendantes.

SITUATION 1

Dans une classe de maternelle, une enseignante donne à un groupe d'élèves la consigne suivante :

> « J'ai installé trois poupées avec leur assiette autour de cette table pour le goûter. Elles pourront commencer leur goûter quand il y aura un biscuit dans l'assiette de la poupée blonde, un biscuit dans l'assiette de la poupée brune et un biscuit dans l'assiette de la poupée rousse.
>
> Les biscuits du goûter se trouvent dans une boîte dans le coin cuisine.
>
> Vous devez aller chercher juste ce qu'il faut de biscuits pour le goûter des poupées. Vous pouvez faire plusieurs voyages. »

La table des poupées est éloignée de quelques mètres du coin cuisine.
L'information suivante « la boîte contient 5 biscuits » n'est pas donnée aux élèves.
On appelle « voyage » un aller au coin cuisine et un retour à la table des poupées.

- L'élève A a effectué 3 voyages, rapportant un seul biscuit à chaque fois.
- L'élève B a effectué 1 voyage. Il utilise sa main droite dont il abaisse deux doigts. Il se déplace à la table du coin cuisine et revient avec 3 biscuits dans la main gauche.
- L'élève C effectue très rapidement 1 voyage. Il a pris 3 biscuits.
- L'élève D effectue 2 voyages. Au premier voyage il ramène tous les biscuits. Au deuxième il rapporte 2 biscuits à la cuisine.

1) Quel aspect du nombre est mobilisé dans cette situation ?
2) Analyser les stratégies mises en œuvre par chacun des élèves.
3) Proposer une modification interne à l'énoncé de la situation susceptible d'engager les élèves A et D à évoluer dans la construction du nombre. Expliciter cette évolution.

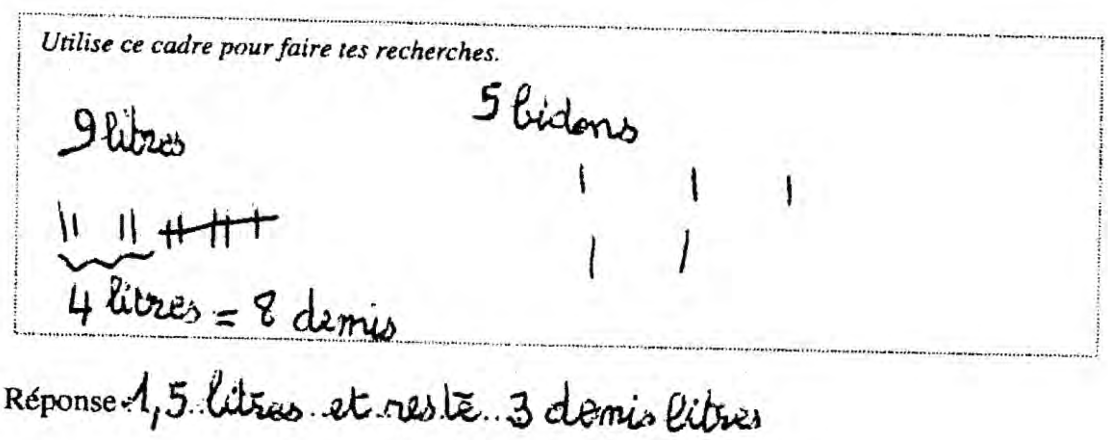
SITUATION 2

L'exercice ci-dessous est extrait des évaluations nationales CM2 de 2012.

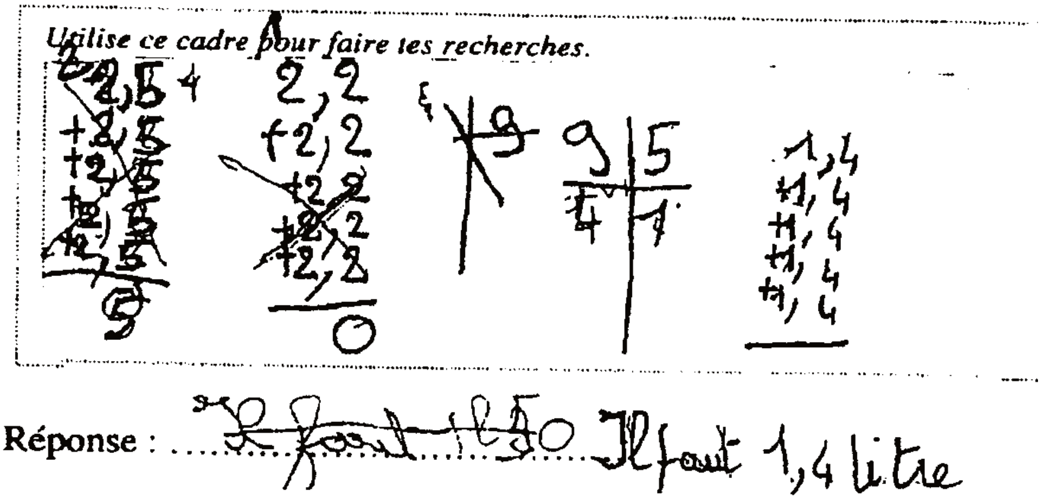
> *Il faut 9 litres d'huile pour remplir complètement 5 bidons identiques.*
> *Quelle est la contenance, en litre, de chacun de ces bidons ?*

1) Quelle opération permet de répondre à cette question ?
2) Voici les productions de trois élèves Julia, Karima et Louis. Pour chacune d'entre elles, expliquer la procédure utilisée.

Julia



Karima


Utilise ce cadre pour faire tes recherches.

2,5 + 2,5 + 2,5 + 2,5 + 2,5 = 5

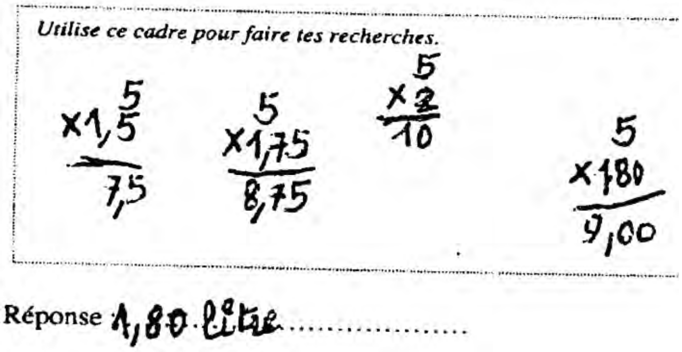
2,2 + 2,2 + 2,2 + 2,2 + 2,2 = 0

9 | 5 ; 4 | 1

1,4 + 1,4 + 1,4 + 1,4 + 1,4

Réponse : ~~Il faut 1,50~~ Il faut 1,4 litre

Louis


Utilise ce cadre pour faire tes recherches.

5 × 1,5 = 7,5

5 × 1,75 = 8,75

5 × 2 = 10

5 × 1,80 = 9,00

Réponse 1,80 litre

3) Quelles modifications, concernant les nombres en jeu dans l'exercice, peut proposer l'enseignant à Louis pour l'encourager à changer de procédure ?

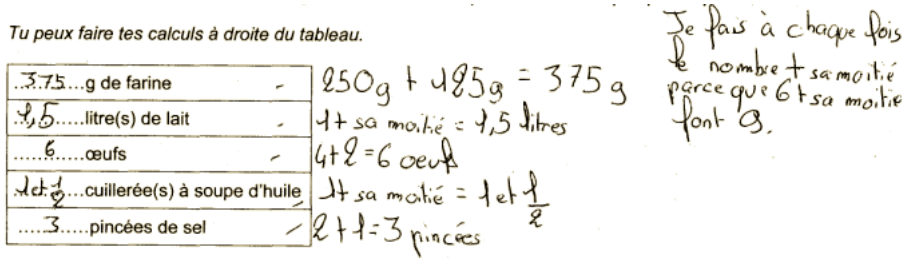
SITUATION 3

L'exercice ci-dessous est extrait des évaluations nationales CM2 de 2008.

Pour faire des crêpes pour 6 personnes, il faut :
- 250 g de farine
- 1 litre de lait
- 4 oeufs
- 1 cuillerée à soupe d'huile
- 2 pincées de sel.
Calcule la quantité de chacun des ingrédients nécessaire pour faire des crêpes pour 9 personnes.

Voici les productions de trois élèves :

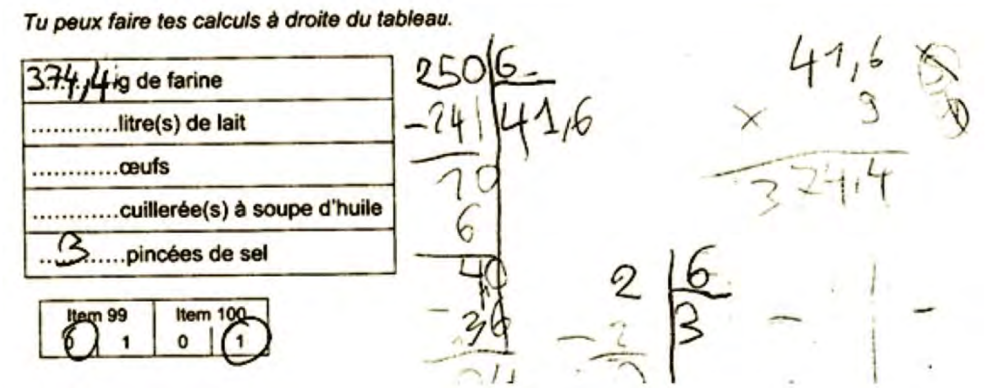
Élève A


Tu peux faire tes calculs à droite du tableau.

...375...g de farine	250g + 125g = 375 g
1,5.....litre(s) de lait	1 + sa moitié = 1,5 litres
.....6.....œufs	4+2 = 6 oeufs
1 et $\frac{1}{2}$...cuillerée(s) à soupe d'huile	1 + sa moitié = 1 et $\frac{1}{2}$
.....3.....pincées de sel	2 + 1 = 3 pincées

Je fais à chaque fois le nombre + sa moitié parce que 6 + sa moitié font 9.

Élève B

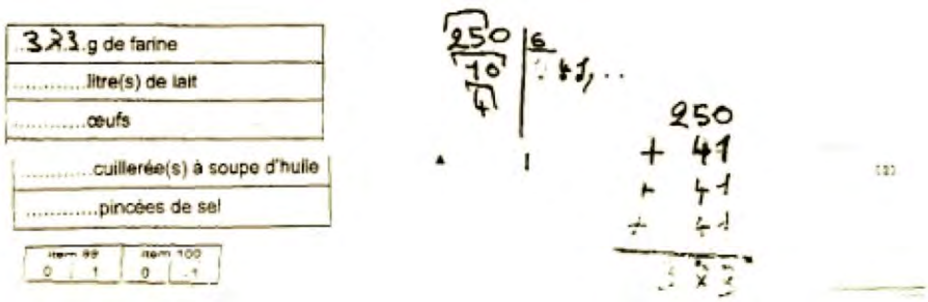


Tu peux faire tes calculs à droite du tableau.

374,4 g de farine
...........litre(s) de lait
...........œufs
...........cuillerée(s) à soupe d'huile
..3.....pincées de sel

Item 99		Item 100	
0	1	0	1

Élève C



373 g de farine
...........litre(s) de lait
...........œufs
...........cuillerée(s) à soupe d'huile
...........pincées de sel

Item 99		Item 100	
0	1	0	1

1) Quelle est la principale notion du programme sur laquelle cet exercice permet de revenir ?

2) Expliciter les procédures utilisées pour le calcul de la masse de farine nécessaire par chacun des élèves A, B et C.

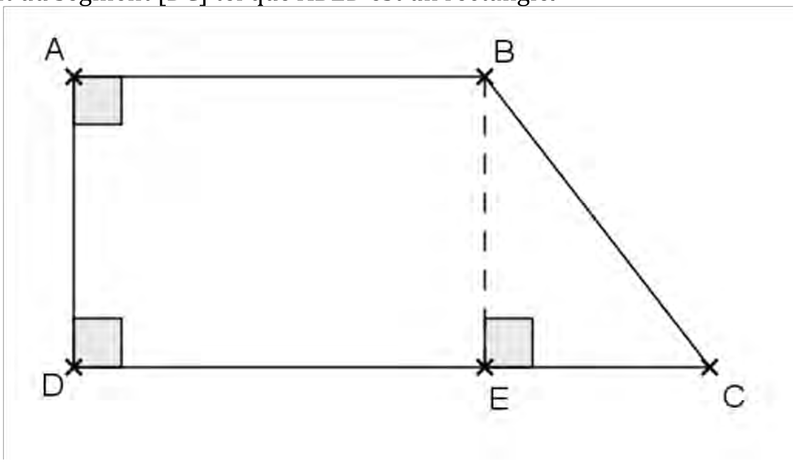
3) En quoi le choix de 300 g de farine nécessaires au lieu de 250 g aurait-il pu modifier les procédures proposées par les élèves ?

GROUPEMENT 2 – avril 2017

PREMIERE PARTIE : PROBLÈME (13 points)

Les figures données ne sont pas à l'échelle.
La figure ci-dessous modélise un jardin dont l'aménagement doit être repensé.
Le trapèze ABCD est tel que :

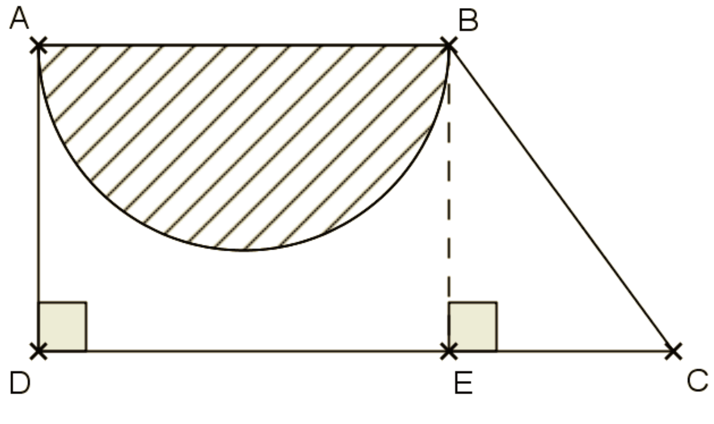
- les droites (AB) et (DC) sont parallèles ;
- les droites (AD) et (DC) sont perpendiculaires ;
- AB = 50 m, AD = 30 m et DC = 70 m ;
- E est le point du segment [DC] tel que ABED est un rectangle.



A - Premier projet d'aménagement

1) Dans un premier temps, le propriétaire désire clôturer le jardin.
Calculer la longueur de clôture nécessaire sachant qu'il prévoit l'installation d'un portail de 3,10 m de large. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au mètre.

2) Dans un deuxième temps, il partage son jardin en trois parties :



- Un espace réservé au potager représenté par le triangle rectangle BCE.
- Un espace de plantations florales représenté par le demi-disque hachuré de diamètre [AB].
- Un espace engazonné sur le reste du jardin.

Calculer l'aire arrondie au mètre carré de chacune des trois parties du jardin.

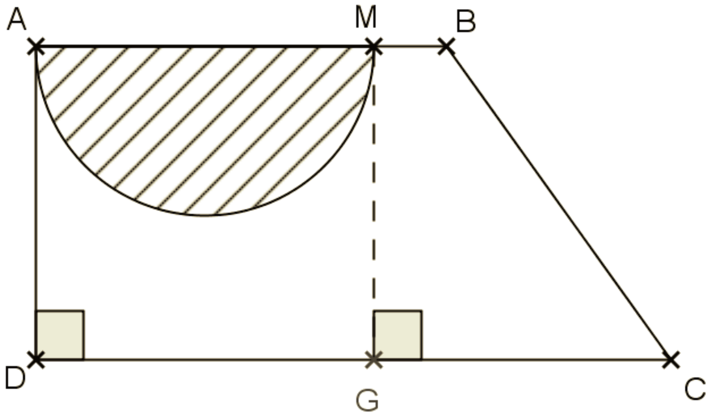
B - Plantations

1) Pour cette question, on considèrera que l'aire de la partie engazonnée est de 520 m^2.
Le propriétaire contacte un paysagiste qui propose, pour l'ensemencement du gazon, un tarif de 5 euros le m^2. Il offre une remise sur le prix total et ne facture que 1950 euros.
Quel est le pourcentage de la remise accordée ?

2) Pour débuter son potager, le propriétaire a acheté 75 plants de salade et 50 pieds de tomates. Il se souvient que le prix d'un plant de salade était de 22 centimes et qu'il a payé, en tout, entre 50 et 55 euros.
En déduire un encadrement, le plus précis possible, du prix d'un pied de tomates.

C - Étude d'un agrandissement du potager.

Après réflexion, le propriétaire décide d'agrandir son potager. Sur le plan de son jardin, il place un point M sur le côté [AB] et trace la droite parallèle à (AD) passant par M. Elle coupe le segment [DC] en un point G. Le potager est maintenant représenté par le trapèze MBCG et l'espace de plantations florales par le demi-disque de diamètre [AM].



On pose AM = x, où x est exprimée en mètre.

1) a) Donner un encadrement des valeurs de x possibles.

b) Démontrer que l'aire du trapèze MBCG est égale à $1800 - 30x$.

2) Le propriétaire utilise un tableur pour effectuer des calculs d'aires des différentes parties du jardin en fonction de la distance AM.

	A	B	C	D	E	F	G
1	distance AM	0	10	20	30	40	50
2	Aire du potager (en m²)	1800	1500	1200	900	600	300
3	Aire de l'espace de plantations florales (en m²)	0,00	39,27	157,08	353,43	628,32	981,75
4	Aire de la partie engazonnée (en m²)	0,00	260,73	442,92	546,57	571,68	518,25
5							

a) Une formule a été saisie dans la cellule B2 de la feuille de calcul et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules entre C2 et G2. Quelle peut être cette formule ?

b) Parmi les quatre propositions suivantes, quelle est la formule qui a pu être saisie dans la cellule B3 de la feuille de calcul et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules entre C3 et G3 ?

= PI()*B1*B1	= PI()*B1*B1/8	= PI()*B1*B1/2	= PI()*B1*B1/4

Remarque : PI() désigne le nombre π.

3) Le propriétaire utilise un logiciel pour construire les représentations graphiques des trois fonctions donnant l'aire de chacune des parties du jardin en fonction de la distance AM.
Il obtient le graphique donné en page suivante.

a) Indiquer, sans justifier, à quelle partie du jardin correspond chacune des courbes C1, C2 et C3.

b) Les courbes C2 et C3 se coupent en un point dont l'abscisse est environ 38. À quoi cela correspond-il pour le jardin ?

c) Par lecture graphique, déterminer une valeur approchée des aires respectives de l'espace de plantations florales et de la partie engazonnée lorsque l'aire du potager vaut 400 m^2.

4) Par le calcul, déterminer les aires respectives de l'espace de plantations florales et de la partie engazonnée lorsque l'aire du potager vaut 750 m^2. Arrondir ces aires au mètre carré.


Aires
Distance AM
C1
C2
C3
1150
1100
1050
1000
950
900
850
800
750
700
650
600
550
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
0
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 40 42 44 46 48 50 52 54 56

DEUXIEME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

Exercice 1

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant la réponse.
Une réponse exacte non justifiée ne rapporte aucun point.
Une réponse fausse n'enlève aucun point.

1) Dans un club sportif, les trois quarts des adhérents sont mineurs (ils ont moins de 18 ans) et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans.
   Affirmation :
   « Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans. »

2) Affirmation :
   « Durant les soldes si on baisse le prix d'un article de 30 % puis de 20 %, alors le prix de l'article a baissé de 50 %. »

3) On considère une série statistique de moyenne égale à 5. On complète la série en ajoutant 5 comme valeur supplémentaire.
   Affirmation :
   « La moyenne de la série ne change pas. »

4) Affirmation :
   « Pour obtenir le carré d'un nombre entier, il suffit de multiplier le nombre entier qui le précède par le nombre entier qui le suit et d'ajouter 1. »

Exercice 2

Ce tableau présente la hauteur, en millimètre, des précipitations journalières au cours du mois d'avril 2016, sur l'aéroport Roland Garros de l'île de La Réunion.

Hauteur des précipitations (en millimètre)	0	0,3	1,3	1,7	2,5	7	13	21	28	42
Nombre de jours	4	6	4	4	3	3	2	1	2	1

1) Calculer la valeur moyenne des précipitations journalières au cours du mois d'avril 2016, arrondie au dixième de millimètre.

2) Déterminer la valeur médiane de ces précipitations journalières. Interpréter ce résultat par une phrase.

3) Quelle est l'étendue de cette série ?

4) Déterminer le nombre de jours où la hauteur des précipitations est supérieure ou égale à 13 mm, puis exprimer ce nombre en pourcentage par rapport au nombre de jours dans le mois.

5) Sachant qu'une des pistes de décollage de l'aéroport Roland Garros est rectangulaire et mesure 3 200 m de long et 50 m de large, calculer, en mètre cube, puis en litre, le volume de pluie tombé sur cette piste au cours du mois d'avril 2016.

Exercice 3

Déterminer, sans justifier, quelle figure géométrique est tracée lorsque l'on exécute chacun des programmes suivants.

Programme A

Programme B

Exercice 4

Un batelier descend une rivière de 120 km en un certain nombre de jours n, puis il la remonte. La distance parcourue quotidiennement lors de la remontée est inférieure de 6 km à celle parcourue quotidiennement lors de la descente. Le batelier met au total un jour de plus pour remonter que pour descendre. On considère qu'il descend à vitesse constante et qu'il remonte à vitesse constante.

1) Exprimer en fonction de n, la distance, en kilomètre, parcourue quotidiennement pendant la descente et la distance, en kilomètre, parcourue quotidiennement pendant la remontée.

2) Montrer que :
$$\frac{120}{n+1} = \frac{120}{n} - 6.$$

3) Déduire de la question précédente que $(n + 1) = 20$.

4) En déduire la valeur de n et interpréter ce résultat.

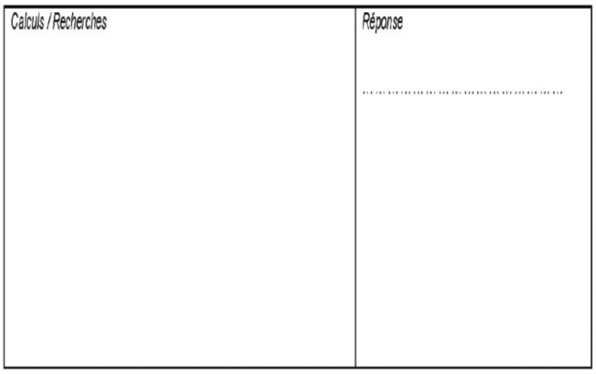
TROISIEME PARTIE (14 points)

Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

SITUATION 1

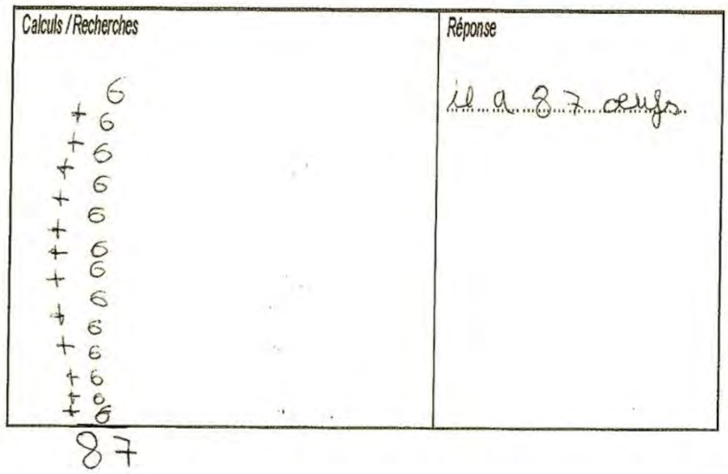
Exercice extrait des évaluations nationales à l'entrée au CE2.

Un fermier range 6 œufs dans chaque boîte.
Quand il a fini, il compte ses boîtes et en trouve 13. Combien a-t-il rangé d'œufs ?
Écris tes calculs dans le premier cadre et ta réponse dans le deuxième cadre.

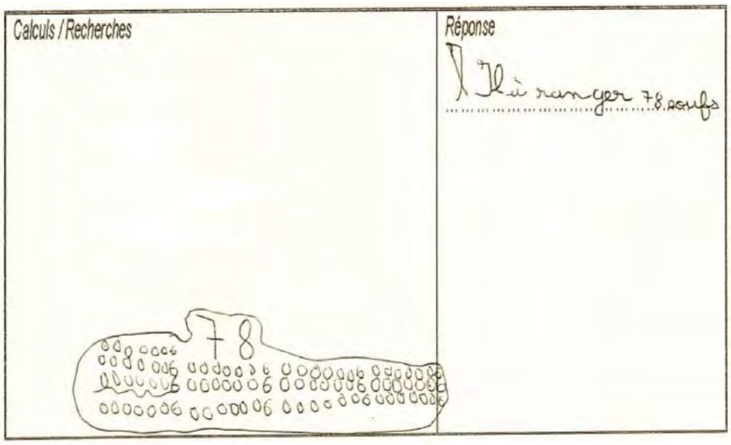


Voici les productions de six élèves :

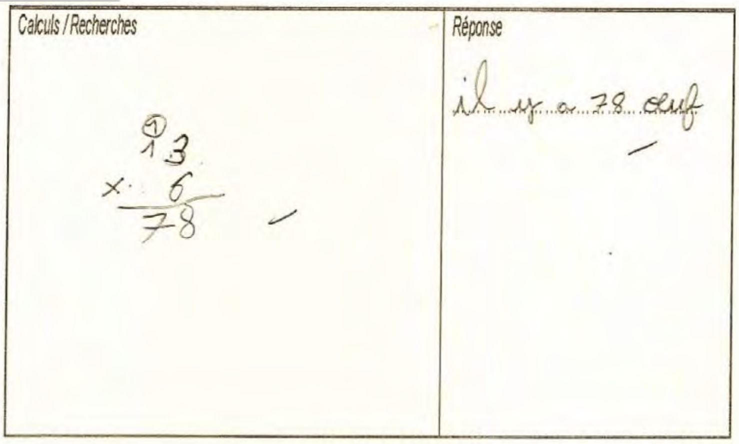
Élève 1



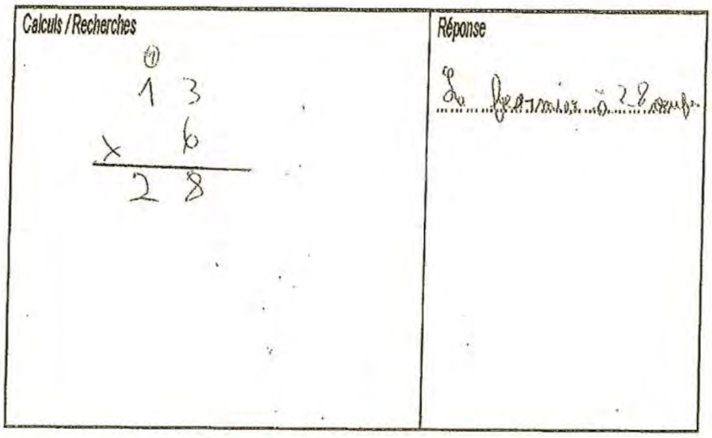
Élève 2



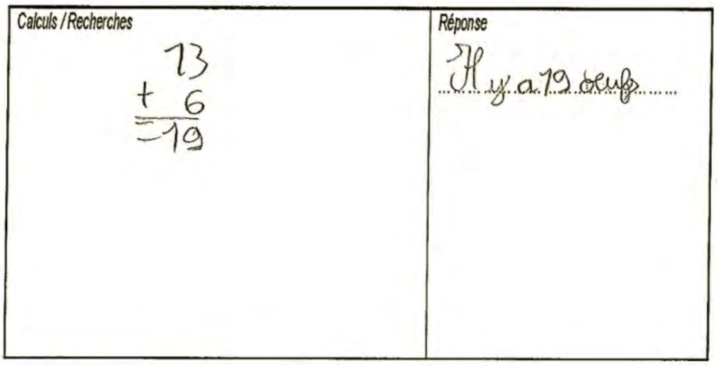
Élève 3



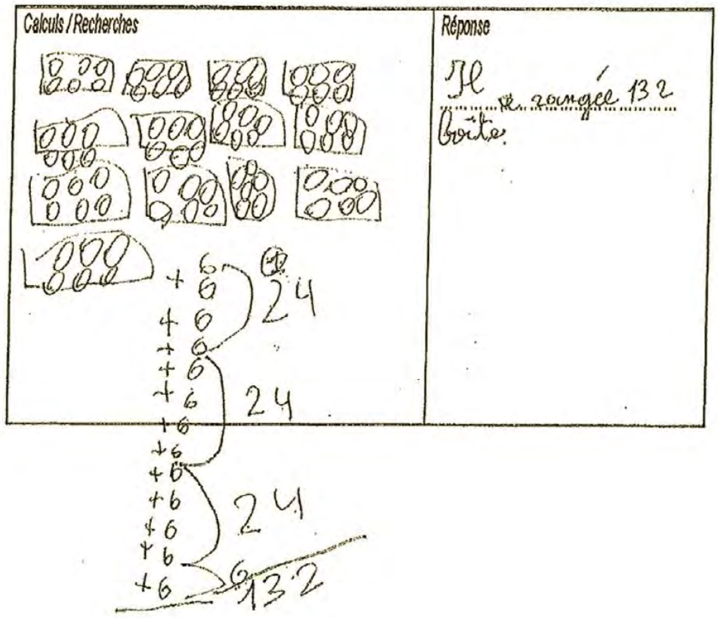
Élève 4



Élève 5



Élève 6



1) Pour chacun des élèves 1, 2 et 3 :
   a) Expliciter les procédures utilisées.
   b) Donner deux compétences qui semblent acquises pour chacun des élèves.
2) Pour chacun des élèves 4, 5 et 6 :
   a) Citer une compétence qui semble acquise.
   b) Identifier et analyser les erreurs.
3) Pour l'élève 5, proposer une aide que pourrait envisager l'enseignant pour l'amener à corriger son erreur.
4) Pour les élèves 1 et 6, comment l'enseignant pourrait-il modifier l'énoncé pour les amener à utiliser une multiplication ?

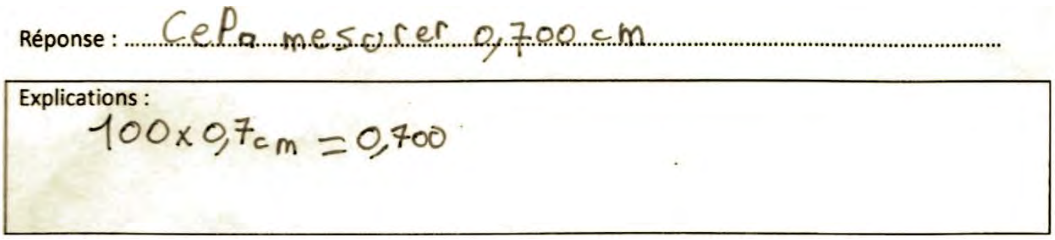
SITUATION 2

Les problèmes suivants, issus du manuel EuroMaths CM2 (éditions Hatier, 2009), ont été donnés en fin d'année à des élèves d'une classe de CM2. La calculatrice n'était pas autorisée.

1. Un croissant coûte 1,25 €. Quel est le prix de 10 croissants ?
2. Pour 10 baguettes, Pierre paie 8,50 €. Quel est le prix d'une baguette ?
3. Un paquet de 100 enveloppes illustrées coûte 13 €. Quel est le prix d'une enveloppe ?
4. Eric fait la collection de fourmis en plastique. Il en a plus de 100. Chacune de ses fourmis mesure 0,7 cm. Quelle est la mesure de la ligne formée par 100 fourmis à la queue leu leu ?

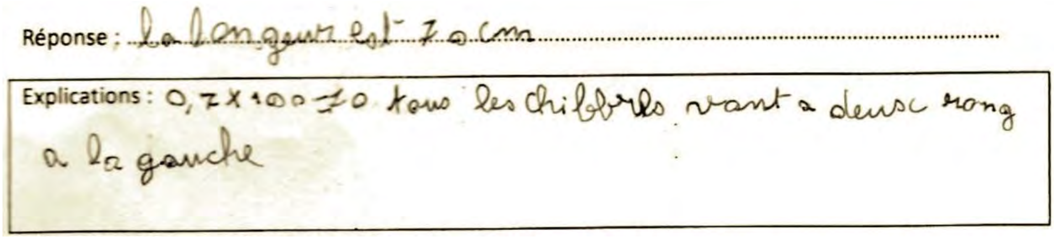
1) Citer deux compétences travaillées dans ces exercices.
2) Voici (en page suivante) les productions de deux élèves en réponse au problème 4.
   a) Analyser l'erreur de Théo en émettant une hypothèse sur son origine.
   b) Formuler précisément la procédure utilisée par Eugénie et en donner une justification mathématique.

Théo


Réponse : Ce Pa mesurer 0,700 cm

Explications :
100 x 0,7 cm = 0,700

Eugénie

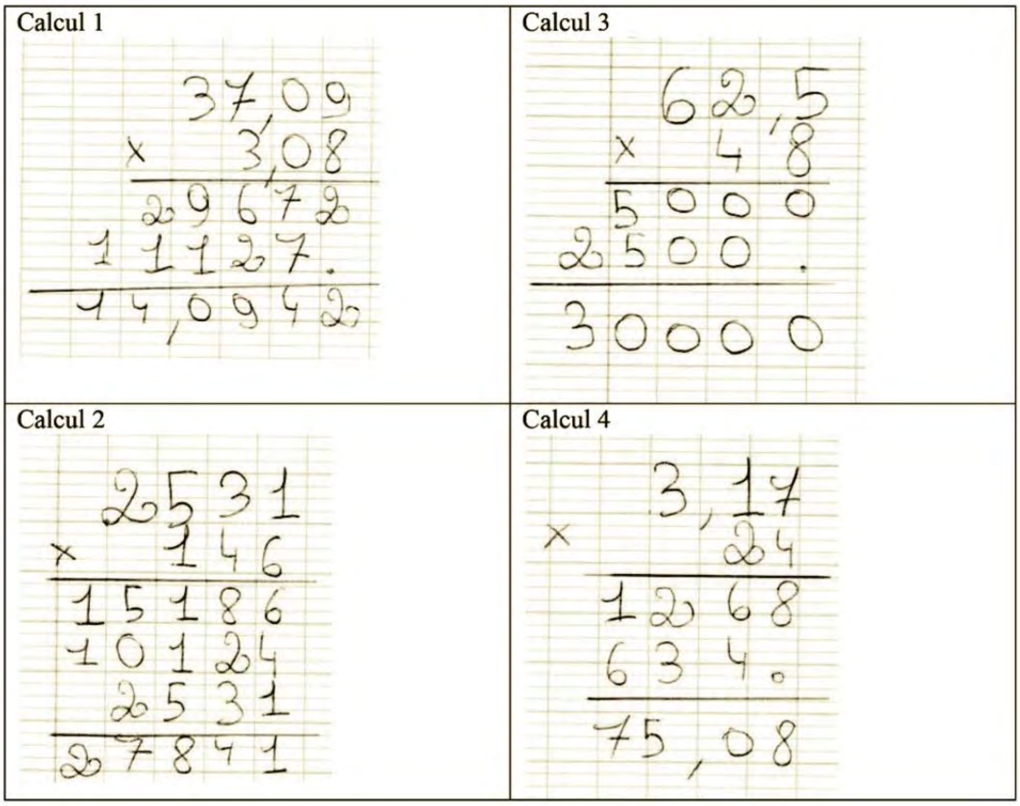

Réponse : la longeur est 70 cm

Explications : 0,7 x 100 = 70 tous les chiffres vont a deux rang a la gauche

SITUATION 3

Technique opératoire de la multiplication

Voici 4 opérations posées.



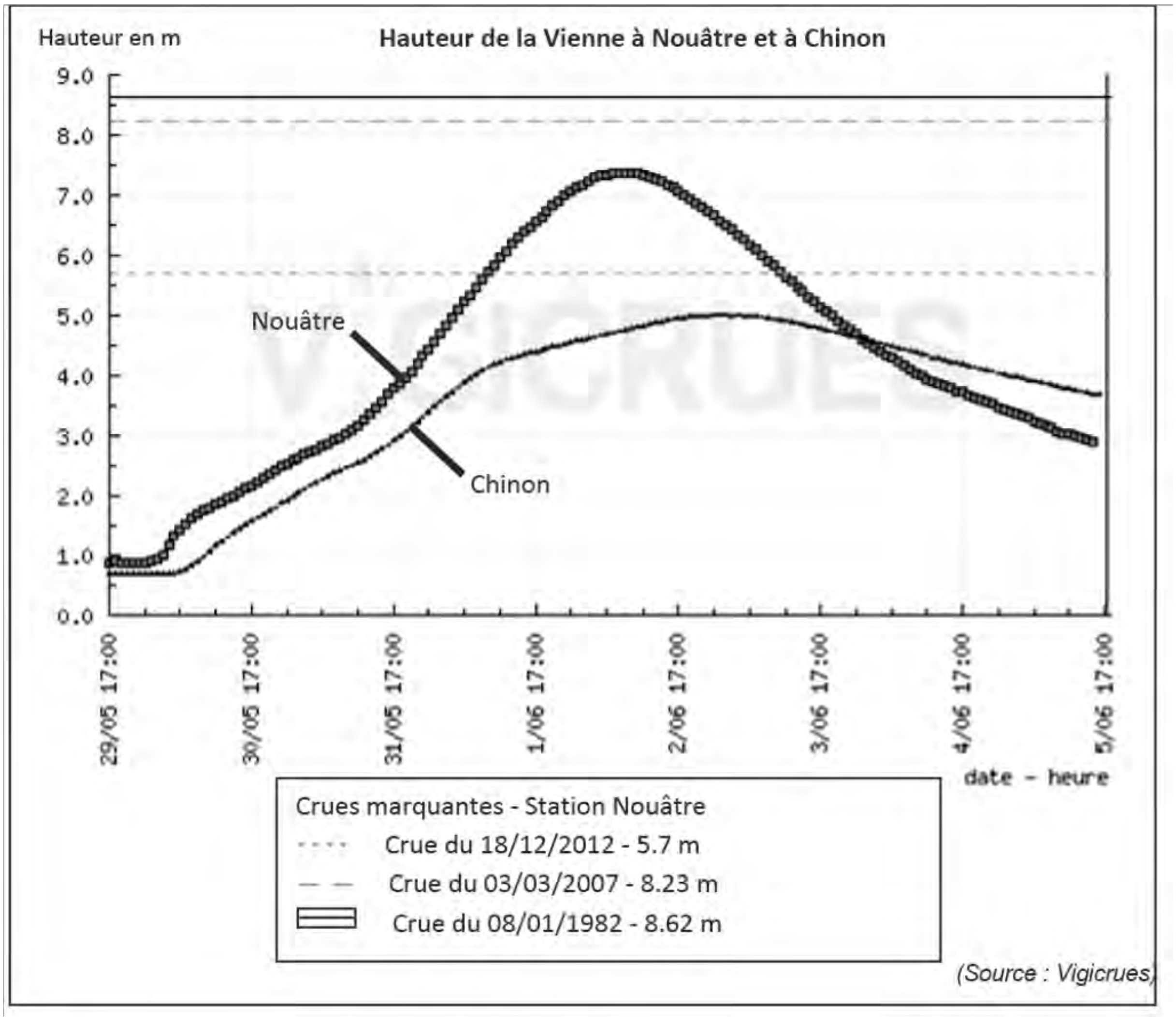
1) Dans chacun des cas, décrire les erreurs éventuelles.
2) Que pourrait proposer le professeur aux élèves ayant produit les calculs 1 et 3 pour leur permettre de contrôler leur résultat ?

GROUPEMENT 3 – avril 2017

PREMIERE PARTIE : PROBLÈME (13 points)

La fin mai 2016 a été marquée par un passage fortement pluvieux avec des cumuls de pluie exceptionnels dans certaines régions françaises, provoquant crues et inondations.

PARTIE A : étude d'une crue de la vienne



À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes.

1) Quelle hauteur maximale la Vienne a-t-elle atteinte à Chinon entre le 29 mai 2016 à 17 h et le 5 juin 2016 à 17 h ?

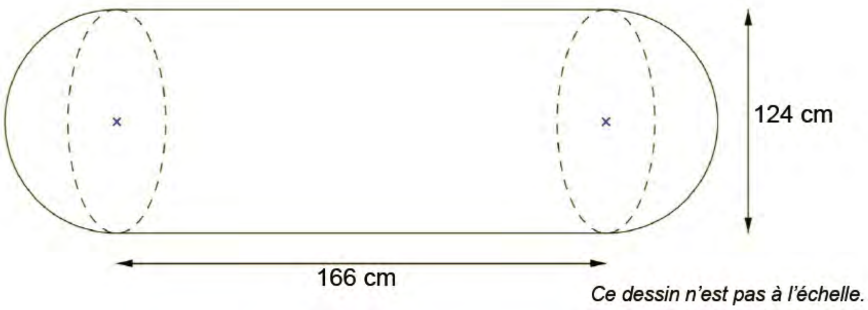
2) À Nouâtre, entre le 29 mai 2016 à 17 h et le 5 juin 2016 à 17 h, pendant combien de temps le niveau de l'eau a-t-il été supérieur au niveau maximum de la crue du 18 décembre 2012 ? Donner la réponse en heure.

3) a) Combien d'heures se sont écoulées entre le pic de la crue de Nouâtre et celui de Chinon ?

   b) De Nouâtre ou de Chinon, quelle station est située le plus en amont de la rivière ? Justifier la réponse.

PARTIE B : précipitations et récupérateur d'eau

Un habitant de Poitiers utilise la toiture de son garage pour recueillir l'eau de pluie et la stocker dans une cuve enterrée.
Vue du ciel, la toiture a la forme d'un rectangle de 4 mètres sur 6,2 mètres.
La cuve est constituée de deux demi-sphères de 124 cm de diamètre et d'un cylindre de révolution de diamètre 124 cm et de longueur 166 cm.



1) Le dimanche 29 mai 2016, il a été relevé une hauteur de 31,7 mm de précipitations à Poitiers *(Source : Info Climat)*.

a) Vérifier que le volume d'eau, en litre, tombé sur la toiture de la grange ce jour là est environ 790 L.

b) Sachant que 90 % de l'eau de pluie tombée sur le toit du garage est récupérée dans la cuve, calculer le volume d'eau, en litre, réellement recueilli dans le réservoir ce jour là.

c) Est-il vrai que, ce jour là, un peu moins d'un quart de la citerne a été rempli ?

On rappelle que le volume d'une boule de rayon R est donné par la formule

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

et le volume d'un cylindre de révolution de hauteur *h* et dont la base a pour rayon R est

$$V = \pi R^2 h$$

2) Le tableau suivant donne la hauteur des précipitations relevée mensuellement à Poitiers entre le 1er janvier 2015 et 31 mai 2016. *(Source : Info Climat)*.

	Janv. 2015	Fév. 2015	Mars 2015	Avril 2015	Mai 2015	Juin 2015	Juil. 2015	Août 2015	Sept. 2015
Cumul Précipitations en mm	50,1	59,7	31,2	43,5	46,6	94,4	14,4	151,6	83,6

	Oct. 2015	Nov. 2015	Déc. 2015	Janv. 2016	Fév. 2016	Mars 2016	Avril 2016	Mai 2016
Cumul Précipitations en mm	26,0	43,9	18,8	77,9	84,3	85,4	33,9	121,1

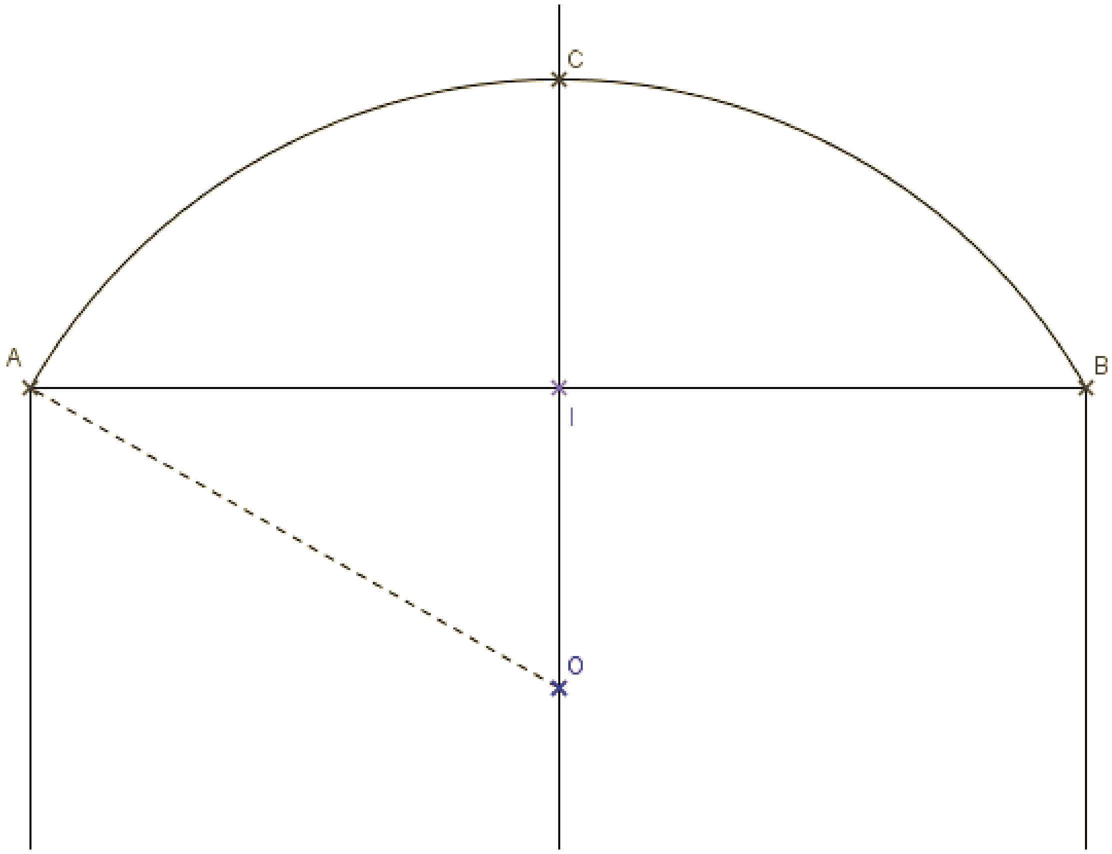
a) Calculer le pourcentage d'augmentation des précipitations entre le mois de mai 2015 et le mois de mai 2016.

b) En supposant que la cuve soit vide à la fin du mois de septembre 2015, quand sera-t-elle à nouveau pleine si le propriétaire n'utilise pas d'eau entre temps ? On rappelle que 90 % de la pluviométrie est récupérée dans la cuve.

PARTIE C : péniche et pont

Un pont a une arche en forme d'arc de cercle.
Lors d'une crue, l'eau atteint les sommets A et B des piliers du pont.
La hauteur maximale IC entre le niveau de l'eau et le sommet de l'arche est alors de 5 mètres. L'écartement AB entre les deux piliers du pont est de 24 mètres.

La situation est modélisée par le schéma suivant, qui n'est pas à l'échelle, sur lequel O est le centre de l'arc de cercle $\widehat{AB}$ et (CO) est l'axe de symétrie de la figure.



1) Montrer que le rayon OA de l'arche est 16,9 m.

On assimile la coupe de la partie émergée d'une péniche, vue de face, à un rectangle de 4 mètres de haut et de 12 mètres de large.

La situation est modélisée par le schéma ci-dessus, qui n'est pas à l'échelle sur lequel on a EH = 12 m et FE = 4 m.

2) Cette péniche peut-elle passer sous l'arche du pont sans dommages ? Justifier.

DEUXIEME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

Exercice 1

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse fausse n'enlève pas de points, une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1) Pour réaliser un collier en perles, Camille enfile 200 perles en répétant le modèle suivant : une perle jaune, puis trois perles rouges, puis deux perles blanches.

   Affirmation :
   « La couleur de la 147^{e} perle sera rouge. »

2) Arthur a acheté un article bénéficiant d'une réduction de 30% et a ainsi économisé 48 €.

   Affirmation :
   « Au final, il a payé 112 € pour cet article. »

3) Un randonneur marche pendant 12 km à 6 km/h puis il marche pendant 12 km à 4 km/h.

   Affirmation :
   « Pour les 24 km de randonnée, sa vitesse moyenne est 5 km/h. »

4) ABCD est un quadrilatère ayant ses diagonales perpendiculaires et de même milieu.

   Affirmation :
   « ABCD est un carré. »

Exercice 2

Dans cet exercice, les réponses seront données sous la forme d'une fraction irréductible.

On dispose d'un dé cubique à 6 faces numérotées de 1 à 6 et d'un dé tétraédrique à 4 faces avec des sommets numérotés de 1 à 4 comme sur la photo ci-dessous, parfaitement équilibrés.

On lance les deux dés et on note le nombre lisible sur la face supérieure du dé à 6 faces et le nombre lisible sur le sommet supérieur du dé à 4 faces.

1) a) Avec quel dé la probabilité d'obtenir un 3 est-elle la plus grande ?

   b) Avec quel dé la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est-elle la plus grande ?

   c) Quelle est la probabilité d'obtenir avec le dé à 4 faces un nombre supérieur ou égal au nombre obtenu avec le dé à 6 faces ?

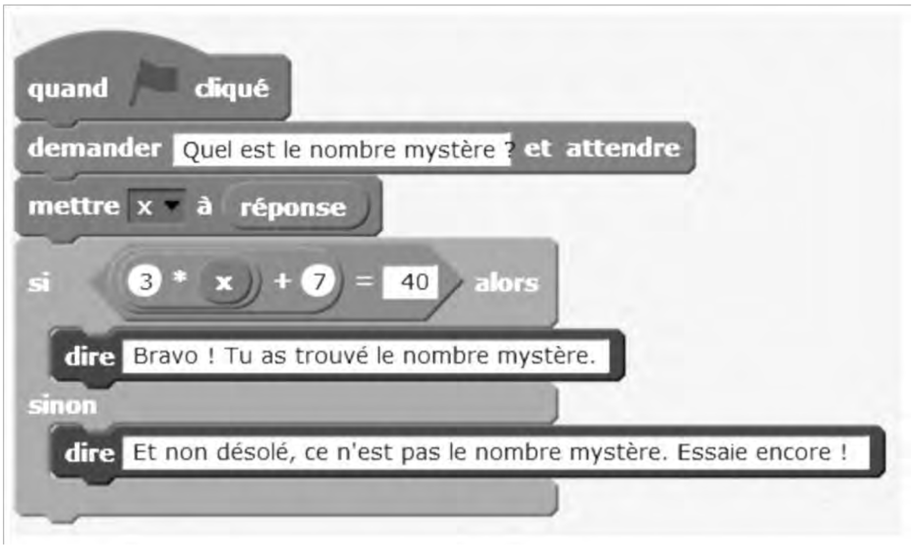
2) On calcule la somme des nombres obtenus avec chacun des deux dés.

   a) Quelle est la probabilité d'obtenir une somme paire ?

   b) Quelle est la probabilité d'obtenir une somme strictement supérieure à 3 ?

Exercice 3

Un élève utilise le programme ci-dessous.



1) Quelle réponse le logiciel va-t-il afficher si l'élève entre la valeur 5 ?
   Expliquer pourquoi.
2) Quel nombre l'élève doit-il rentrer pour obtenir en retour le message « Bravo ! Tu as trouvé le nombre mystère. » ?

Exercice 4

Pour calculer le débit D d'une perfusion en gouttes par minute, les infirmiers utilisent la formule

$$\mathrm{D} = \frac{\mathrm{V}}{3 \times \mathrm{T}}$$

où V est le volume, en millilitre, de la perfusion et T est le temps, en heure, que doit durer la perfusion.

1) À quel débit doit être réglée la perfusion si le volume à transfuser est de 1,5 litre en un jour ? Arrondir la réponse à l'unité.
2) Une perfusion est réglée sur un débit de 6 gouttes par minute. Quel volume de liquide sera perfusé en une heure et quart ?
3) Une perfusion a un volume de 250 mL et est réglée sur un débit de 8 gouttes par minute. Quelle devrait être la durée de la perfusion ? Donner la réponse sous la forme *x* heures *y* minutes.

TROISIEME PARTIE (14 points)

Cette partie est constituée de trois situations indépendantes.

SITUATION 1

Un enseignant met en œuvre dans sa classe les activités d'apprentissage ci-dessous.

Activité 1

Étape 1

On met à disposition des élèves une boîte opaque vide visible de tous.
Un premier élève y dépose une quantité d'objets annoncée à la classe. Un autre élève met à son tour des objets dans la même boîte en précisant la quantité, sans les mettre un à un ; la boîte est fermée et il est demandé aux élèves de trouver combien il y a d'objets dans la boîte. Il est annoncé qu'on vérifiera ensuite en comptant dans la boîte. Le nombre d'objets déposés par chaque élève est compris entre 1 et 10.

Étape 2

Même situation, mais le premier élève peut mettre jusqu'à 20 objets et le deuxième élève doit enlever un certain nombre d'objets de la boîte.

Étape 3

Le premier élève met des objets dans la boîte en annonçant le nombre ; un deuxième élève est appelé ; l'enseignant lui indique le nombre d'objets qu'il souhaite avoir dans la boite, ce nombre étant supérieur au nombre d'objets déjà présents et lui demande combien d'objets il doit rajouter.

Activité 2

Un enfant met un certain nombre de cailloux dans une main de l'enseignant (moins de 10 cailloux) ; il les compte à haute voix. Un autre enfant fait de même, dans l'autre main.
L'enseignant les réunit et demande aux élèves combien il a de cailloux dans ses mains.
Après recueil de propositions, la validation se fait par comptage des cailloux.

1) Indiquer un objectif d'apprentissage de ces activités.
2) Qu'est-ce qui distingue les tâches demandées aux élèves dans l'étape 1 de l'activité 1 et l'activité 2 ?
3) Indiquer deux procédures que les élèves peuvent mettre en œuvre pour faire ce qui leur est demandé dans l'étape 1 de l'activité 1.
4) Indiquer une variable didactique sur laquelle jouer en spécifiant les effets que l'on peut alors en attendre en termes d'évolution des procédures.

SITUATION 2

On considère l'exercice suivant.

Calcule avec la méthode de ton choix.

a. 91 – 52 = ...	c. 800 – 153 = ...
b. 613 – 209 = ...	d. 607 – 54 = ...

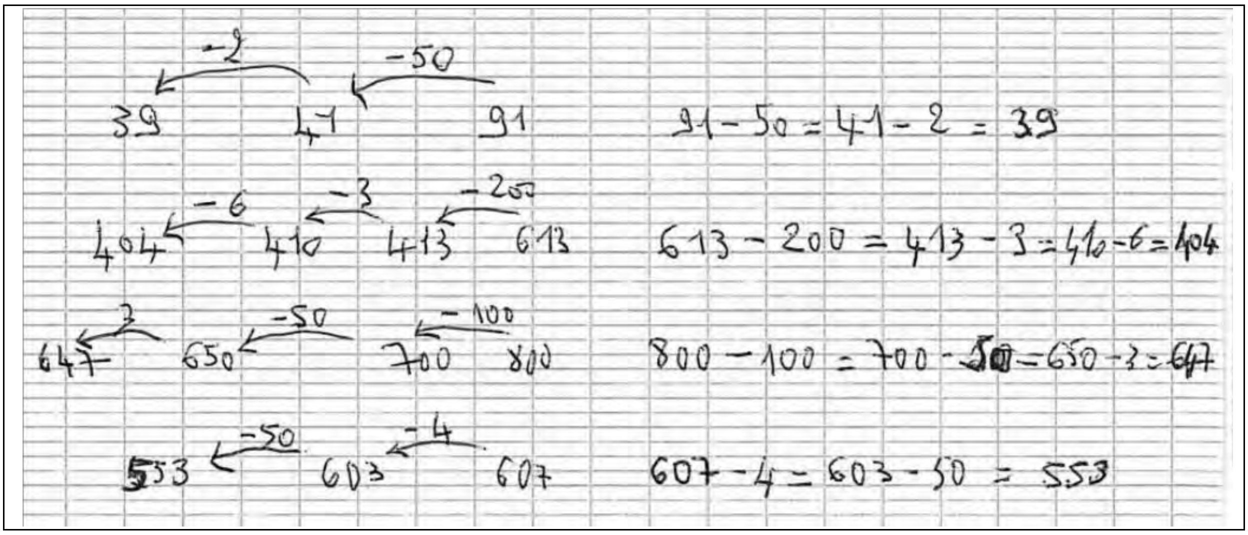
Manuel scolaire « Cap maths » Hatier (édition 2016).

1) Quelle est la notion abordée ? Citer deux connaissances et savoir-faire que cette situation met en jeu.

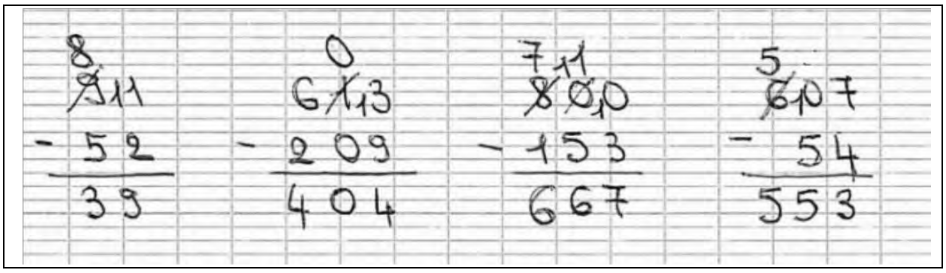
2) Étude des productions des élèves.

On considère les quatre productions d'élèves suivantes :

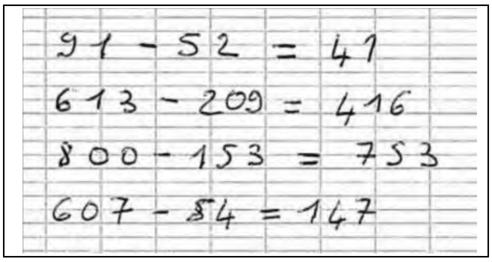
Antoine



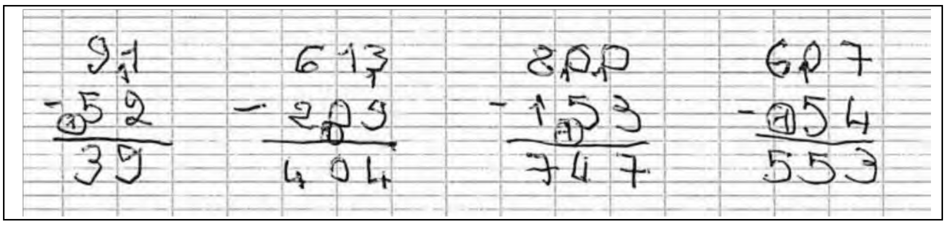
Barbara



Clara



Dominique



a) Quelles sont les différentes procédures utilisées par Antoine, Barbara et Clara ?

b) Qu'est-ce qui différencie les procédures utilisées par Barbara et Dominique ?

c) Relever les réussites et les erreurs de Barbara et Clara.

d) Quel accompagnement pédagogique mettriez-vous en œuvre pour remédier aux difficultés rencontrées par Clara ?

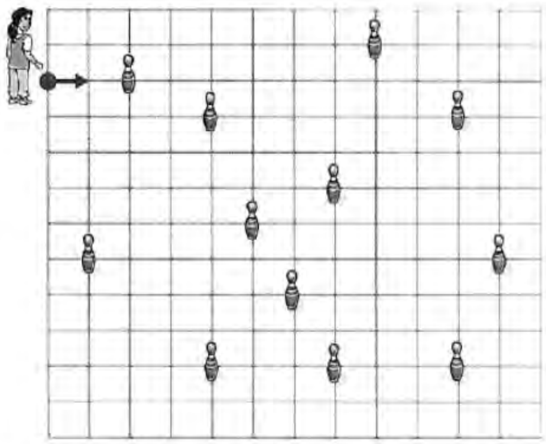
SITUATION 3

Un enseignant propose l'exercice ci-dessous à des élèves de CM1.

En séance d'E.P.S., les élèves doivent se déplacer sur les lignes de ce quadrillage tracé au sol.
On estime que pour se déplacer sur le côté d'un carreau il faut 1 seconde.
Programme un parcours pour récolter le plus de quilles possible en sachant que l'épreuve sera arrêtée au bout de 20 secondes.
Combien de quilles as-tu ramassées ?

Doc. **Instructions de programmation**

- av 1 (avancer pendant une seconde)
- tg 90 (tourner à gauche d'un angle droit)
- rq (ramasser une quille)
- av 2 (avancer pendant 2 secondes)
- td 90 (tourner à droite d'un angle droit)



Exercice tiré de Graine de maths CM1, Nathan, 2016

1) Citer deux connaissances ou savoir-faire mathématiques nécessaires à la réussite de cet exercice.
2) Utiliser les deux productions d'élèves reproduites ci-après pour répondre aux questions ci-dessous.
   a) Analyser chaque production en termes de réussites et d'erreurs.
   b) Proposer deux dispositifs de remédiation que l'enseignant pourrait mettre en œuvre à l'attention d'Oriane.

av 2 ~~av~~ rq av 2 tg 90 av 1 rq av 2
tg 90 av 2 av 1 rq td 90 av 1 tg 90
av 2 rq td 90 av 2 tg 90 av 1 rq av 1
td 90 av 2 rq

Oriane

J'ai ramassée 6 quilles.

av 2 rq ~~td 90~~ tg 90 av 1 td 90 av 2 av 2 av 2 rq
av 2 rq ~~td 90~~ tg 90 ~~av 1~~ ~~td 90~~ av 1 td 90 av 2 av 2 av 2 rq
av 2 2 tg 90 av 2 tg 90 av 4 rq

Samuel

j'ai ramassé 5 quilles

GROUPEMENT 4 – avril 2017

PREMIERE PARTIE : PROBLÈME (13 points)

PARTIE A : puissance électrique d'une éolienne

Le graphique ci-dessous représente les variations de la **puissance électrique,** exprimée en kilowatt (kW) fournie par une certaine éolienne, en fonction de la **vitesse du vent,** exprimée en mètre par seconde (m/s).

La forme de la courbe dépend des caractéristiques mécaniques et électriques de l'éolienne.

Reproduit d'après la source : http://www.vestas.com/en/products/turbines/v112-3_3_mw

Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique.

1) Quelle est la puissance électrique de l'éolienne quand la vitesse du vent est 11 m/s ?
2) À partir de quelle vitesse du vent la puissance électrique de l'éolienne est-elle supérieure à 500 kW ?
3) La puissance électrique de l'éolienne est-elle proportionnelle à la vitesse du vent ? Justifier.
4) Pour quelles vitesses du vent la puissance électrique de l'éolienne est-elle comprise entre 1 000 et 2 000 kW ?
5) Quelle est la puissance électrique maximale que peut fournir l'éolienne ?
6) À partir de quelle vitesse du vent, **en km/h**, la puissance électrique de l'éolienne est-elle supérieure à 3 000 kW

PARTIE B : calcul de la puissance récupérable d'une éolienne

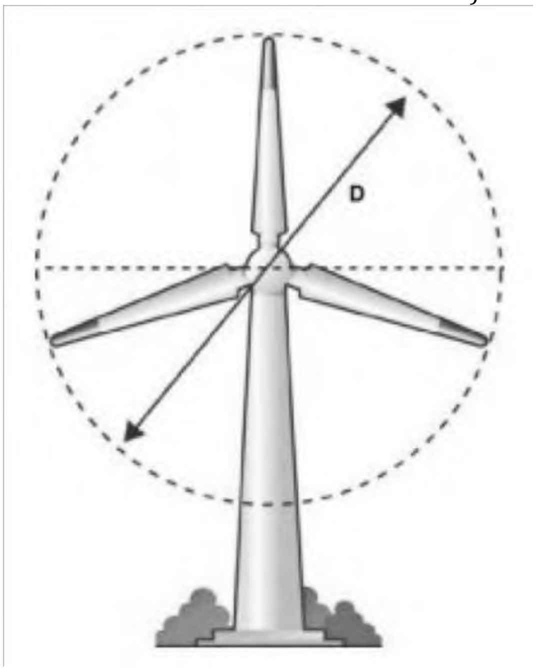
On dispose des informations suivantes sur les éoliennes :

La **puissance récupérable** d'une éolienne, exprimée en watt, notée $P_{\text{récupérable}}$, se calcule à l'aide de la formule :

$$P_{\text{récupérable}} = C_p \times P_{\text{disponible}}$$

où C_p est le **coefficient de performance** de l'éolienne et $P_{\text{disponible}}$ est la **puissance disponible** de l'éolienne, exprimée en watt, fournie par le vent.

Les puissances récupérables et disponibles fournissent des valeurs théoriques qui ne tiennent pas compte des contraintes mécaniques (minimum ou maximum de vitesse du vent).



La puissance disponible se calcule à l'aide la formule :

$$P_{\text{disponible}} = \frac{1}{2} r \times S \times V^3$$

où

- *r* est la densité de l'air (l'industrie éolienne utilise la valeur 1,225 kg/m³),
- S est l'aire de la surface balayée par les pales de l'éolienne (en m²), c'est-à-dire l'aire d'un disque dont le diamètre D est celui de l'éolienne (en m),
- V la vitesse du vent (en m/s).

D'après les principes de la mécanique, la valeur maximale du coefficient de performance C_p est $\frac{16}{27}$.

1) Dans cette question, l'éolienne considérée a pour diamètre 112 m et pour coefficient de performance 0,52.

   a) Calculer l'aire de la surface balayée par les pales de cette éolienne.

   b) Montrer que la puissance récupérable de cette éolienne, exprimée en watt, est

   $$P_{\text{récupérable}} = 998{,}816\pi \times V^3.$$

   c) En déduire la puissance récupérable, exprimée en kilowatt, de cette éolienne pour un vent de 6 m/s. On arrondira le résultat au centième.

   d) Expliquer pourquoi la puissance récupérable est multipliée par 8 lorsque la vitesse du vent est multipliée par 2.

   e) La puissance récupérable de cette éolienne est-elle proportionnelle à la vitesse du vent ? Justifier.

2) Montrer que d'une manière générale, pour une éolienne de diamètre D, on a :

$$P_{\text{récupérable}} < 0{,}29 \times D^2 \times V^3$$

PARTIE C : étude de la production éolienne en france en 2015

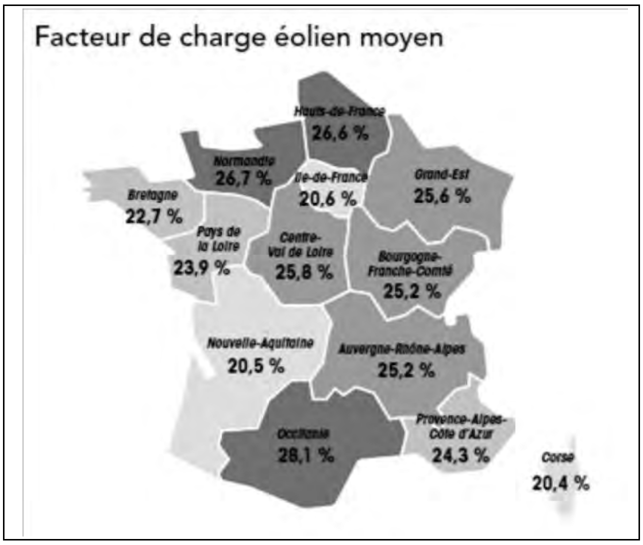
On appelle **puissance nominale** d'une éolienne la puissance électrique maximale qu'elle peut fournir.

L'énergie électrique produite par l'éolienne sur une durée t se calcule en multipliant la puissance nominale P de l'éolienne par la durée t considérée et un **facteur de charge f** qui dépend de la région. Cette énergie électrique est notée E.

Ainsi, $E = P \times t \times f$.

Si la puissance nominale est exprimée en watt (W) et le temps en heure (h), l'énergie électrique sera exprimée en Watt-heure (Wh).

1) La carte représentée ci-dessous donne, suivant les régions, le facteur de charge en 2015 pour la production éolienne :



   a) On considère une éolienne de puissance nominale 4 MW implantée en région Centre-Val de Loire. Calculer, en MWh, l'énergie électrique produite durant l'année 2015 par cette éolienne.
   On rappelle que 1 mégawatt est égale à 1 million de watts ou encore que 1MW = 10^6 W.

   b) L'énergie électrique totale produite en 2015 dans l'ensemble de la région Centre-Val de Loire par les parcs éoliens est de $1{,}98 \times 10^6$ MWh.
   Calculer la puissance nominale totale des éoliennes installées dans cette région.

2) L'énergie électrique totale produite par l'éolien en France en 2015 est d'environ $21{,}9 \times 10^6$ MWh. Sachant que le taux moyen de couverture de la production d'énergie électrique en France en 2015 par la production éolienne est de 4,5%, calculer l'énergie électrique produite au total en France en 2015. Arrondir le résultat au million de MWh.

DEUXIEME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

Exercice 1

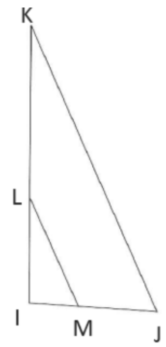
Cet exercice comporte cinq affirmations. Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse fausse n'enlève pas de point, une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1) Affirmation :
   « Un quadrilatère qui a trois angles droits est un carré. »

2) Dans une boucherie, on peut lire : « 3 steaks hachés achetés, 1 steak en plus gratuit ».
   Solène demande 3 kg de viande hachée. Une fois la commande préparée, le boucher déclare : « J'ai haché la viande que j'utilise pour les steaks, aussi je vous fais bénéficier de la promotion. Vous ne payez donc que 2 kg de viande. »

Affirmation :
   « Le boucher se trompe ; il aurait dû lui faire payer 2,250 kg de viande. »

3) On considère la figure ci-contre.



On sait que :

M $\in$ [IJ]
L $\in$ [IK]
IM $=$ 0,8
IL $=$ 1,6
LK $=$ 2,4
IJ $=$ 2

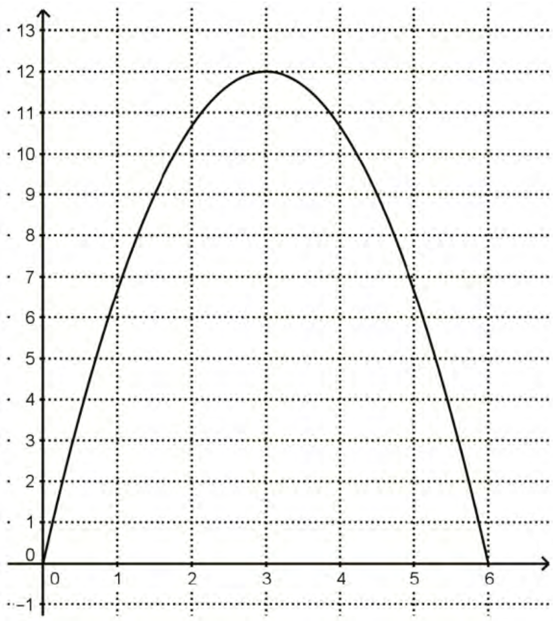
Affirmation :
   « Les droites (ML) et (KJ) sont parallèles. »

4) Affirmation :
   « Le carré d'un nombre entier positif premier admet exactement trois diviseurs positifs. »

5) On considère une fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 6] par :

$$f(x) = 8x - \frac{4}{3}x^2$$

et on donne sa représentation graphique ci-dessous :



Affirmation :
   « 4 a pour antécédent un nombre compris entre 10 et 11. »

Exercice 2

Jules possède deux dés cubiques équilibrés avec des faces numérotées de 1 à 6 (un rouge et un vert). Il propose à Paola un jeu au cours duquel chacun des joueurs, à tour de rôle, lance simultanément les deux dés et gagne des points suivant les règles ci-dessous :

Règle de la paire :
• Si, lors d'un lancer, un joueur fait deux 1, c'est-à-dire une paire de 1, il remporte 1000 points
• Si un joueur obtient une paire de 2, il obtient 100 fois la valeur de 2, soit 200 points.
• De même, si un joueur obtient une paire de 3 ou de 4 ou de 5 ou de 6, il obtient 100 fois la valeur du dé.

Règle des autres lancers :
• Si un joueur obtient un résultat autre qu'une paire, il obtient 50 points.

Gain de la partie :
• Le gagnant de la partie est le premier à atteindre au moins un total de 1000.

Inspiré d'un exercice du manuel TRANSMATHS 3ème 2016, Éditions Nathan

1) Paola lance les deux dés.
   a) Quelle est la probabilité qu'elle obtienne exactement 400 points ?
   b) Quelle est la probabilité qu'elle obtienne exactement 50 points ?
2) Paola a déjà joué deux tours et a obtenu 650 points. Jules n'a toujours pas obtenu 1000 points. Elle s'apprête à lancer les dés pour une troisième fois. Quelle est la probabilité qu'elle gagne la partie lors de son troisième lancer ?
3) Quelle est la probabilité de gagner au moins 1000 points en 1 ou 2 coups ?

Exercice 3

Voici un programme de calcul :

1) a) On applique ce programme de calcul au nombre 10. Montrer que le résultat affiché à la fin est 40.
   b) On applique ce programme de calcul au nombre –2. Quel va être le résultat affiché à la fin ? Justifier.

2) Une modification possible de l'algorithme est copiée ci-après, mais il manque une instruction à la 4ème ligne.

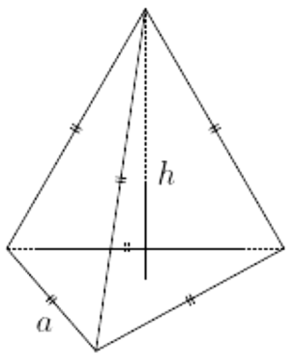
Comment compléter la 4ème ligne, là où il y a un carré blanc, par l'expression la plus simple possible pour que cet algorithme affiche le même résultat que l'algorithme précédent quel que soit le nombre entré ?

Exercice 4

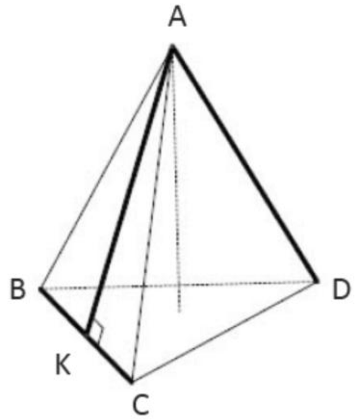
Dounia et Yanis ont acheté un coffret contenant des sachets de thé. Ces sachets ont une forme que l'on peut modéliser par un tétraèdre régulier.
On rappelle qu'un tétraèdre régulier est une pyramide dont les 3 faces latérales et la base sont des triangles équilatéraux.
De plus, on rappelle que, pour un tétraèdre régulier ayant ses côtés de longueur notée a :

− la hauteur h correspondant à la base d'aire $\mathrm{A_{Base}}$ est donnée par la formule $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

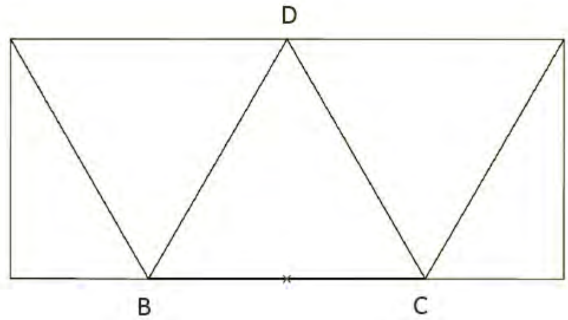
− le volume V est donné par la formule $\mathrm{V} = \dfrac{\mathrm{A_{Base}} \times h}{3}$



1) Le sachet de thé de Yanis a la forme d'un tétraèdre régulier ABCD de côté 5,5 cm et est fabriqué en gaze de papier. On note K le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC.



Yanis remarque que seuls trois « bords » sont collés (en gras sur le dessin : [AK], [BC] et [AD]). Il découpe la gaze le long de ces segments [AD], [AK], et [BC], puis il met à plat. Il obtient un rectangle.



Ce dessin n'est pas à l'échelle.

a) Déterminer les dimensions de ce rectangle.

b) Calculer le volume du sachet de thé de Yanis. On donnera une valeur arrondie au dixième de centimètre cube.

2) La marque pense proposer des sachets « grand format », présentés aussi sous la forme d'un tétraèdre régulier, mais d'un volume au moins deux fois plus grand que le sachet de thé choisi par Yanis.
Dounia pense qu'en multipliant par 1,3 les longueurs des côtés du tétraèdre ABCD, les conditions de la marque pour obtenir un sachet « grand format » seront satisfaites.

Justifier l'affirmation de Dounia.

TROISIEME PARTIE (14 points)

Cette partie est composée de quatre situations indépendantes.

SITUATION 1

Le problème suivant a été proposé à une classe de CP au mois de juin.

> « À la récréation, Léo joue aux billes. Au début de la partie il possède 12 billes. Il gagne 9 billes. Combien a-t-il de billes à la fin de la partie ? »

Voici quatre productions d'élèves :

Léanne	**Enzo**
A la récréation, Léo joue aux billes. Au début de la partie il possède 12 billes. Il gagne 9 billes. Combien a-t-il de billes à la fin de la partie ?  Il y a 21 billes.	A la récréation, Léo joue aux billes. Au début de la partie il possède 12 billes. Il gagne 9 billes. Combien a-t-il de billes à la fin de la partie ? 12 + 9 = 21 Il y a 21 billes
Zélie	**Miléna**
A la récréation, Léo joue aux billes. Au début de la partie il possède 12 billes. Il gagne 9 billes. Combien a-t-il de billes à la fin de la partie ? Il y a 21 billes. 	A la récréation, Léo joue aux billes. Au début de la partie il possède 12 billes. Il gagne 9 billes. Combien a-t-il de billes à la fin de la partie ? $\begin{array}{r} {}^{1} \\ 12 \\ +\ 9 \\ \hline 21 \end{array}$ Il y a 21 billes.

1) Pour les productions de Léanne, Zélie et Miléna, indiquer les procédures probablement utilisées.

2) La production d'Enzo permet-elle d'évaluer la maitrise d'une procédure relevant du calcul ? Justifier la réponse.

SITUATION 2

1) Analyser les procédures mises en œuvre pour chacun des élèves de cycle 2 pour effectuer le calcul en ligne $29 + 47$.

Élève A
$29 + 47 = 29 + 1 + 46 = 30 + 46 = 76$

Élève B
$29 + 47 = 60 + 16 = 76$

Élève C
$29 + 47 = 69 + 7 = 76$

2) Un élève de cycle 3 a écrit les opérations en ligne suivantes :

$96 + 53 + 4 = 96 + 4 + 53 = 100 + 53 = 153$ $(ligne\ a)$

$14 \times 5 = 7 \times 2 \times 5 = 7 \times 10 = 70$ $(ligne\ b)$

$6 \times 12 = 6 \times 10 + 2 \times 10 = 60 + 12 = 72$ $(ligne\ c)$

Pour chaque ligne, quelle(s) propriété(s) des opérations est/sont mise(s) en œuvre par l'élève dans la procédure de calcul ?

SITUATION 3

Un enseignant propose le problème suivant à ses élèves de cycle 3 :

> *« Sur une table, il y a un livre ouvert. Si j'ajoute le nombre indiquant le numéro de la page gauche avec celui qui indique le numéro de la page de droite, je trouve 129.*
> *À quelles pages le livre est-il ouvert ? »*

Source : Circonscription de Metz Nord - http://www4.ac-nancy-metz.fr/ien57metznord/spip.php?article205

Proposer deux procédures que peuvent mettre en œuvre des élèves pour résoudre ce problème.

SITUATION 4

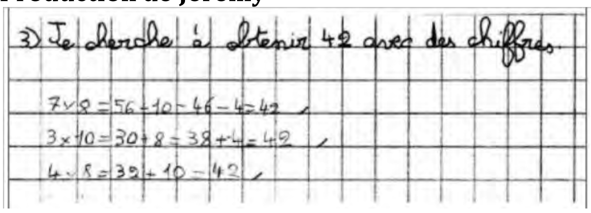
Dans une classe de CM2 un professeur propose de jouer au « Compte est bon » :

Il s'agit d'obtenir 42 en faisant des opérations avec les nombres :
8   4   7   10   3
Ceux-ci ne sont utilisés qu'une seule fois et sans que l'on soit obligé de tous les utiliser.

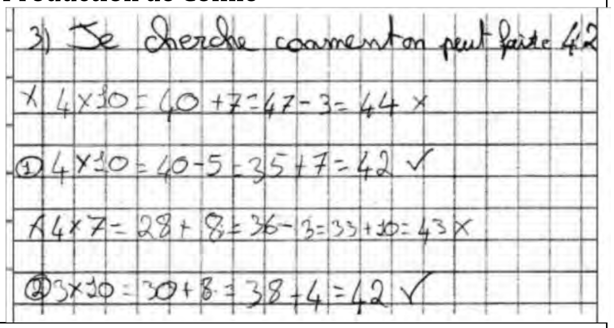
(Source : 40 problèmes ouverts, Circonscription de Metz Nord - http://www4.ac-nancymetz.fr/ien57metznord/spip.php?article205)

On considère les productions de quatre élèves de la classe :

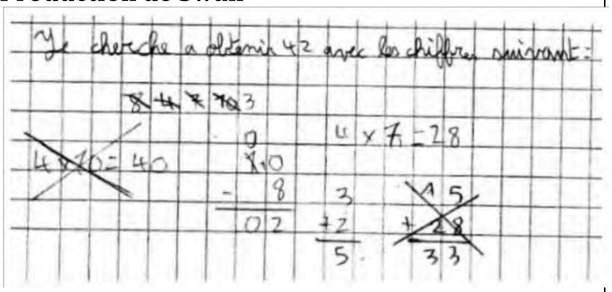
Production de Jérémy



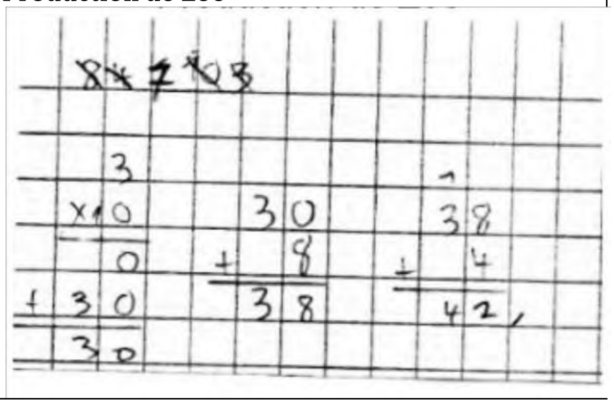
Production de Coline



Production de Swan



Production de Zoé



1) Analyser les stratégies et repérer les réussites et les éventuelles erreurs de chacun des élèves.
2) Dans les programmes de mathématiques pour le cycle 3, apparaissent les six « compétences travaillées » en mathématiques suivantes : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer.

   Quelles sont les compétences particulièrement travaillées au cours de cette séance d'apprentissage ? Justifier.

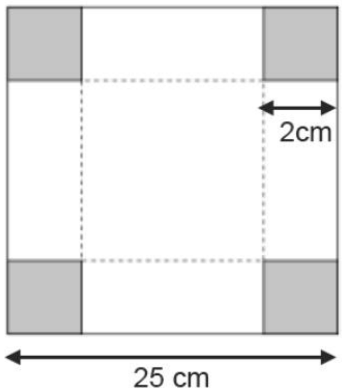
GROUPEMENT 5 – mai 2017

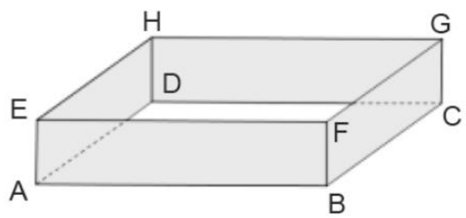
PREMIERE PARTIE : PROBLÈME (13 points)

UN PROBLÈME DE BOÎTE

PARTIE A : étude d'un cas particulier

Dans un carré de carton dont le côté mesure 25 cm, on enlève aux quatre coins un carré de côté de longueur 2 cm comme sur la figure ci-dessous.
On obtient ainsi le patron d'une boîte sans couvercle :



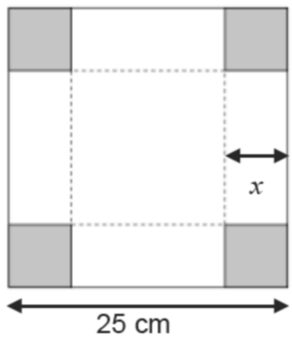


On admet que la base ABCD de la boîte est un carré.

1) Vérifier que le volume de cette boîte est de 882 cm^3.
2) Vérifier que l'aire de la surface de carton utilisée pour réaliser la boîte est de 609 cm^2.

PARTIE B : étude du cas général

On note x la longueur, en centimètre, du côté du carré enlevé à chaque coin d'un carré de carton dont le côté mesure 25 cm.



1) Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
2) On appelle V la fonction donnant le volume, en centimètre cube, de la boîte en fonction de x.
   Montrer que : $V(x) = x(25 - 2x)^2$.
3) On appelle A la fonction donnant l'aire, en centimètre carré, de la surface de carton utilisée pour réaliser la boîte en fonction de x.
   Exprimer $A(x)$ en fonction de x.
4) Vérifier que les expressions trouvées en B.2) et B.3) permettent de retrouver les résultats obtenus dans la partie A.
5) On a construit avec un tableur une table de valeurs de la fonction V (voir copie d'écran ci-après).

	A	B
1	x	V(x)
2	0	0
3	1	529
4	2	882
5	3	1083
6	4	1156
7	5	1125
8	6	1014
9	7	847
10	8	648
11	9	441
12	10	250
13	11	99
14	12	12
15	12,5	0

Les questions qui suivent visent à résoudre le problème suivant :

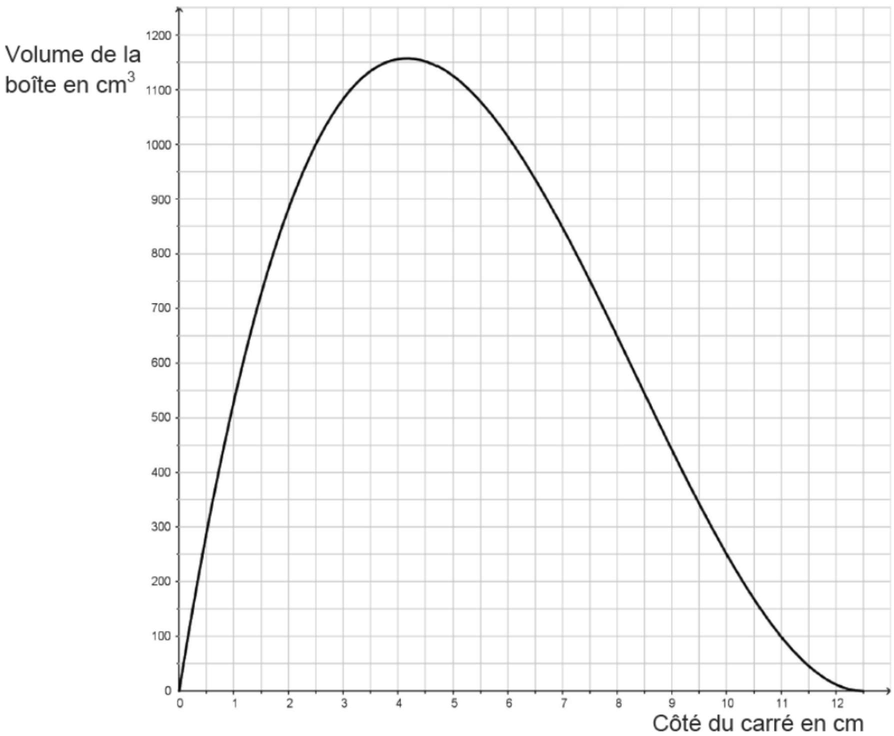
quelle(s) valeur(s) de x permet(tent) de fabriquer une boîte de volume égal à 1 litre ?

a) Quelle formule a pu être entrée en B2, puis recopiée vers le bas, pour calculer les valeurs de la colonne B ?

b) En s'appuyant sur cette table, dire si le problème (obtenir une boîte de volume égal à 1 litre) possède ou non des solutions.
Si des solutions existent, donner pour chacune un encadrement d'amplitude 1 cm.

c) Décrire une démarche utilisant le tableur permettant d'obtenir un encadrement plus précis (d'amplitude 0,1 cm) de la (des) solution(s).

6) Voici une représentation graphique de la fonction V :



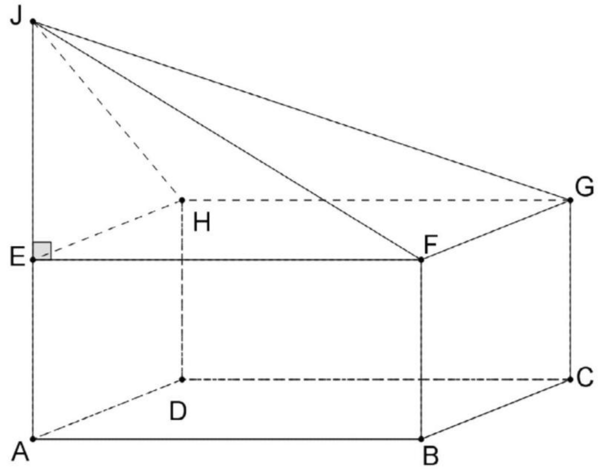
a) À l'aide de ce graphique, expliquer comment on peut retrouver une valeur approchée du résultat trouvé à la question A.1)

b) Lire sur le graphique le volume maximal que l'on peut obtenir (avec la précision permise par le graphique), et la valeur de x correspondante.

c) Par lecture graphique déterminer les valeurs de x (approchées au millimètre) pour lesquelles la boîte a pour volume 1L.

PARTIE C : couvercle de la boîte

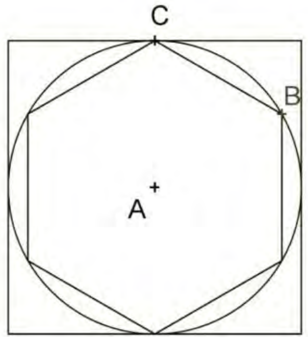
Un artisan pâtissier souhaite utiliser ce type de patron pour construire des boîtes pour emballer des chocolats. Il choisit d'enlever à chaque coin des carrés de 6 cm de côté.
Il fabrique par ailleurs des couvercles de forme pyramidale.
Sur le dessin en perspective ci-dessous, ABCDEFGH est la boîte obtenue et JEFGH, son couvercle, est une pyramide de sommet J, tel que A, E et J sont alignés.



1) Quelle doit être la hauteur JE de la pyramide pour que le volume de la pyramide soit égal à celui de la boîte ?
   On rappelle que le volume d'une pyramide dont la base a pour aire A et dont la hauteur est h est égal à :
   $$V = \frac{A \times h}{3}.$$
2) Pour des raisons esthétiques, l'artisan choisit JE = 8 cm.
   Tracer sur la copie le patron de cette pyramide à l'échelle 1/4.
   Coder ce patron pour faire apparaître les angles droits et les segments de même mesure.

PARTIE D : décoration de la boîte

L'artisan souhaite utiliser les chutes restantes après la construction du patron de la boîte de chocolats (des carrés de 6 cm de coté) pour y dessiner le logo de sa pâtisserie, inscrit dans un hexagone régulier comme sur la figure ci-dessous.
A est le centre du carré, B et C deux sommets consécutifs de l'hexagone régulier.



1) Justifier que ABC est un triangle équilatéral.
2) Reproduire cette figure en vraie grandeur sur la copie.
3) Calculer l'aire de l'hexagone. On donnera la valeur exacte et l'arrondi au mm².

DEUXIEME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

Exercice 1

On peut lire sur la porte d'un magasin : **– 30 % sur tous les articles.**

1) Calculer le prix soldé d'un article qui valait 132 €.
2) Calculer le prix initial d'un article dont le prix soldé est 29,40 €.
3) En fin de période de soldes ce magasin propose une réduction supplémentaire de 20 % sur les prix déjà soldés. Le propriétaire annonce alors une baisse de 50 %. Cette annonce est-elle exacte ?
4) Un article avait augmenté au cours de l'année de 5 % et a été soldé à 30 % ensuite.
   Quel est alors le pourcentage de réduction par rapport au prix initial ?

Exercice 2

On considère l'algorithme ci-dessous programmé à l'aide du logiciel Scratch.

1) On décide d'entrer le nombre 7. Montrer que le résultat obtenu est 64.
2) On choisit 19 comme nombre de départ. Quel est alors le résultat ?
3) Démontrer que quel que soit le nombre impair choisi au départ le résultat est toujours le carré d'un nombre et un multiple de 4.

Exercice 3

Pour fêter le premier anniversaire de son ouverture, un magasin offre à ses clients des tickets à gratter. Certains tickets sont perdants, d'autres permettent de gagner des bons d'achat de 5 €, de 10 € ou de 100 €.
Au bout d'une journée, le commerçant comptabilise :

200 tickets perdants,
444 tickets à 5 €
330 tickets à 10 €.

1) Combien y avait-il de tickets à 100 €, sachant que la moyenne des gains était de 8,12 € ?
2) a) Si les tickets à 100€ sont remplacés par des tickets 1000 €, quelle est la nouvelle moyenne des gains ?
   b) Expliquer pourquoi la médiane des gains n'est pas modifiée.

Exercice 4

Lors d'une phase d'institutionnalisation, l'enseignante d'une classe de CM1 demande aux élèves de proposer une phrase pour dire ce qu'est un nombre décimal.
Elle les invite à commencer leur phrase par « Un nombre décimal est… ».

Voici quatre propositions d'élèves :

Omar :

> « *Un nombre décimal est un nombre avec une virgule.* »

Lucie :

> « *Un nombre décimal est un nombre entre deux entiers.* »

Léo :

> « *Un nombre décimal est un nombre avec une partie entière avant la virgule et une partie décimale après la virgule.* »

Aminata :

> *« Un nombre décimal est une fraction avec 10 ou 100 en bas. »*

1) Expliquer pour chacune des quatre propositions, pourquoi elle n'est pas satisfaisante du point de vue des mathématiques et ne peut pas être retenue par l'enseignante.
2) Proposer une phrase commençant par « Un nombre décimal est… », que l'enseignante pourrait faire écrire aux élèves dans leur cahier lors de cette phase d'institutionnalisation.

TROISIEME PARTIE (14 points)

Cette partie est constituée de trois situations indépendantes.

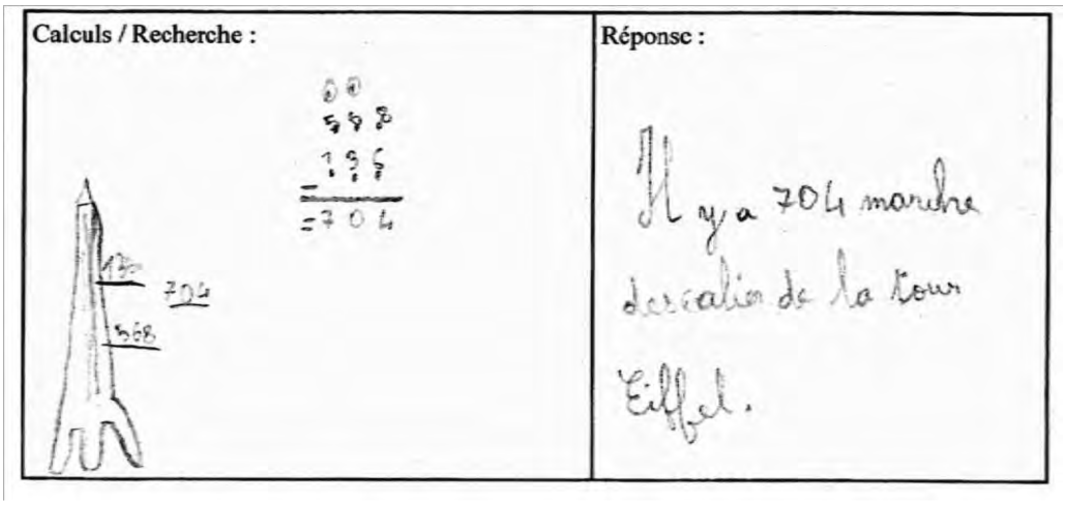
SITUATION 1

Le problème suivant, inspiré des propositions de la banque outil Eduscol, a été proposé à des élèves de CE2.

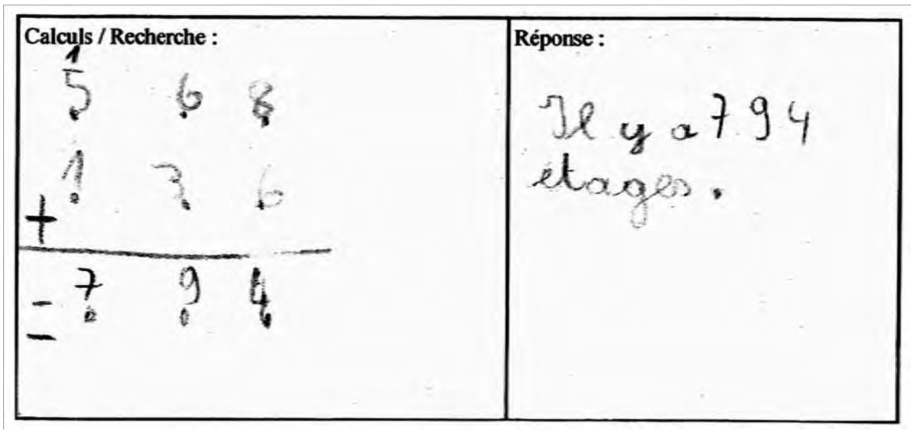
> *« Jade monte au deuxième étage de la tour Eiffel. Elle a déjà monté 568 marches. Il reste 136 marches. Combien de marches y a-t-il pour monter au deuxième étage ? »*

Voici les productions de quatre élèves.

Élève A



Élève B

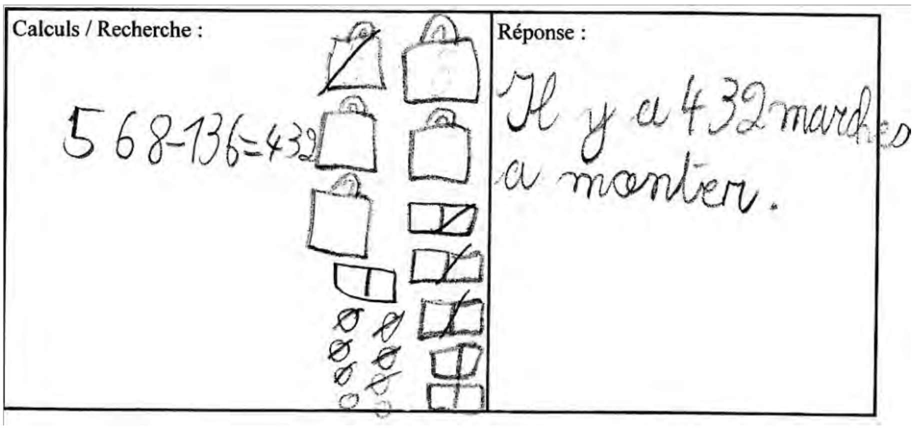

Calculs / Recherche :

$$\begin{array}{r} \overset{1}{5}\ 6\ 8 \\ +\ 1\ 3\ 6 \\ \hline =7\ 9\ 4 \end{array}$$

Réponse :

Il y a 794 étages.

Élève C

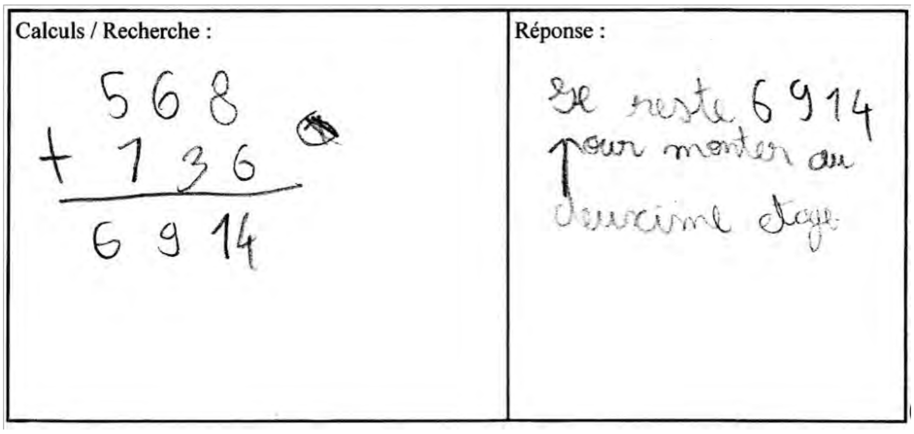

Calculs / Recherche :

568-136=432

Réponse :

Il y a 432 marches a monter.

Élève D


Calculs / Recherche :

$$\begin{array}{r} 5\ 6\ 8 \\ +\ 7\ 3\ 6 \\ \hline 6\ 9\ 14 \end{array}$$

Réponse :

Il reste 6914 pour monter au deuxime étage

1) Sur quel type de problèmes porte cet exercice ?
2) Les élèves A et C recourent à des schémas de la situation. Expliciter leur intérêt dans la procédure de l'élève.
3) Analyser chacune des productions des élèves B, C et D. Émettre une hypothèse sur l'origine des erreurs éventuelles.
4)
   a) Quelle aide peut-on proposer à l'élève C pour qu'il comprenne mieux la situation ?
   b) Quelle aide peut-on proposer aux élèves B et D pour qu'ils puissent progresser ?

SITUATION 2

Document 1

« Vivre les maths CE1 » Nathan, éditions 2015, chapitre 119, la soustraction posée à retenue.

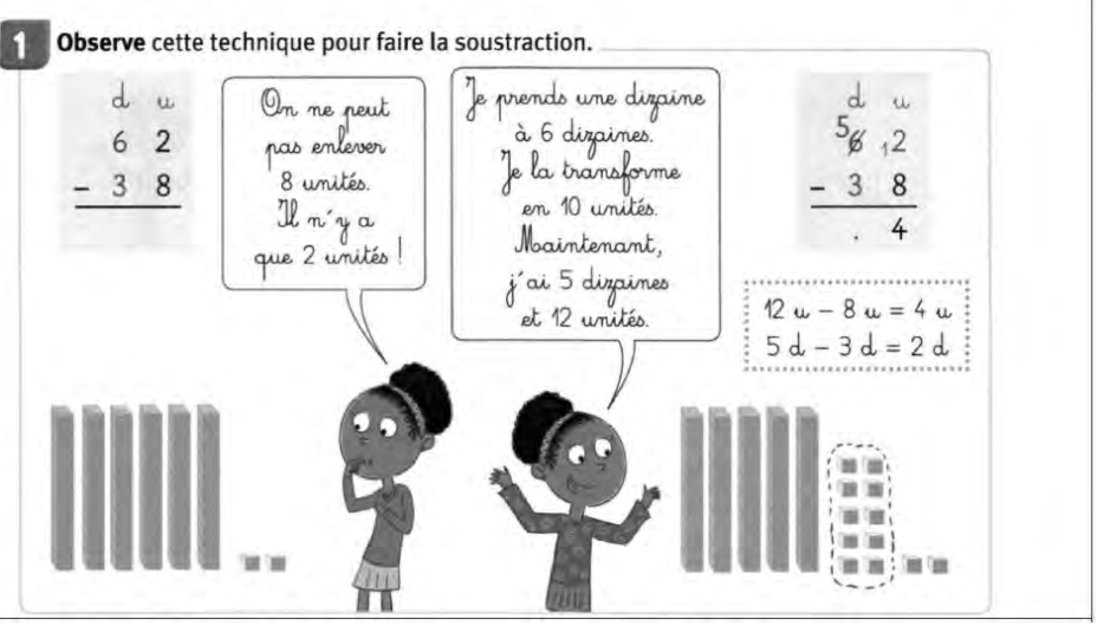
Document 2

« Pour comprendre les mathématiques CE1 » Hachette éducation, éditions 2014, chapitre 136, la soustraction posée avec retenue.

Document 3

Copie d'une trace écrite du cahier de leçons d'un élève de CE1.

Document 1



Document 2

▶ Pour calculer une soustraction à retenue :

$$\begin{array}{rrr} & 4 & 7 & 2 \\ - & 1 & 4 & 8 \\ \hline \end{array}$$

① **Je soustrais d'abord les unités :** 8 pour aller à 2… Je ne peux pas.

$$\begin{array}{rrrr} & 4 & 7 & {}_1 2 \\ - & 1 & 4 & 8 \\ & & 1 & \\ \hline & & & 4 \end{array}$$

8 pour aller à 12, ça fait 4.

$$\begin{array}{rrrr} & 4 & 7 & {}_1 2 \\ - & 1 & 4 & 8 \\ & & 1 & \\ \hline & 3 & 2 & 4 \end{array}$$

② **Je continue avec les dizaines :** 4 + 1, ça fait 5. 5 pour aller à 7, ça fait 2.
③ **Puis les centaines :** 1 pour aller à 4, ça fait 3.

Document 3 : Copie d'une trace écrite du cahier de leçons d'un élève de CE1

Calcul en ligne

$85 - 18 = 87 - 20$ $= 67$	Enlever 18 c'est difficile mais enlever 20 c'est plus facile ! On ajoute 2 à 85 et à 18. On effectue l'opération $87 - 20$ « dans sa tête ».
$289 - 47 = 282 - 40$ $= 242$	Enlever 47 c'est difficile mais enlever 40 c'est plus facile ! On enlève 7 à 289 et à 47 On effectue l'opération $282 - 40$ « dans sa tête ».
$472 - 148 = 474 - 150$ $= 424 - 100$ $= 324$	On ajoute 2 aux deux nombres On enlève 50 aux deux nombres On effectue l'opération « dans sa tête ».

1) Sur quelle(s) connaissance(s) mathématique(s) s'appuie chacune des méthodes proposées pour effectuer une soustraction dans les deux présentations des manuels **(documents 1 et 2)** ?
2) Quelle propriété mathématique justifie la méthode proposée dans le **document 3** ?
3) Dans le cadre de l'apprentissage de la soustraction, donner un avantage et un inconvénient de chacune des présentations de la technique opératoire de la soustraction proposées dans les trois documents.

SITUATION 3

Voici trois extraits de manuels de mathématiques :

L'essentiel

Pour multiplier un nombre par 10, 100 **ou 1000, on écrit** un, deux **ou trois zéros à la droite de ce nombre**

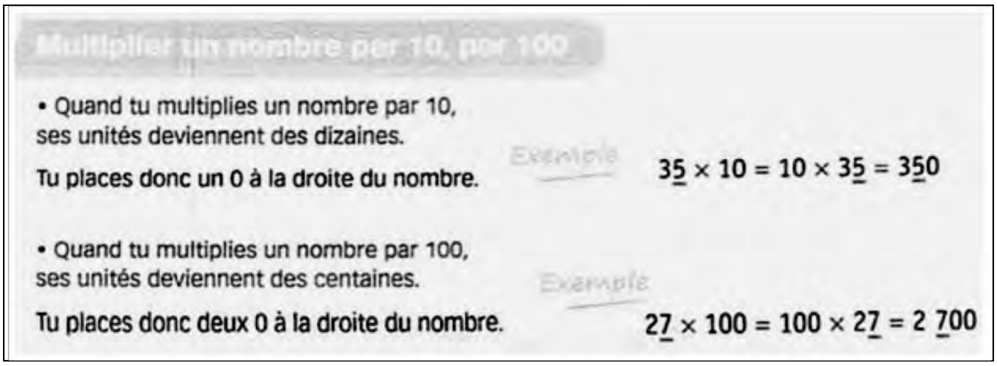
25 × 10 = 250 **25 × 100 = 2500** **25 × 1000 = 25000**

Figure 1 : Extrait du manuel A "Pour comprendre les mathématiques" - CM1, Hachette (2016).

Je retiens

- **Multiplier** un nombre **par 10, 100, 1 000**... revient à le rendre **10, 100, 1000 fois plus grand**.
  Ex.: 42 × 10 = 42 dizaines = 420
  42 × 100 = 42 centaines = 4 200
  42 × 1 000 = 42 milliers = 42 000
- Quand on **multiplie** un nombre **par 20**, on multiplie d'abord ce nombre **par 2**, puis **par 10**.
  Ex.: 21 × 20 = (21 × 2) × 10 = 42 × 10 = 420
- Quand on **multiplie** un nombre **par 300**, on multiplie d'abord ce nombre **par 3**, **puis par 100**.
  Ex.: 13 × 300 → (13 × 3) × 100 = 39 × 100 = 3 900
- Multiplier par 10 est très utile pour évaluer un ordre de grandeur du résultat.
  Ex: 39 × 81, c'est proche de 40 × 80 = 3 200

Figure 2 : Extrait du manuel B "Les nouveaux outils pour les maths" - CM1, Magnard (2016).



Multiplier un nombre par 10, par 100

• Quand tu multiplies un nombre par 10, ses unités deviennent des dizaines.
Tu places donc un 0 à la droite du nombre.

Exemple $3\underline{5} \times 10 = 10 \times 3\underline{5} = 3\underline{5}0$

• Quand tu multiplies un nombre par 100, ses unités deviennent des centaines.
Tu places donc deux 0 à la droite du nombre.

Exemple $2\underline{7} \times 100 = 100 \times 2\underline{7} = 2\ \underline{7}00$

Figure 3 : Extrait du manuel C "Maths" Cycle 3, Hatier (2016).

1) Ces extraits de manuels abordent le même savoir mathématique. Quel est-il ?
2) Analyser ces extraits de manuels au regard de l'apprentissage visé.
3) Suivant l'approche sous-tendue par le manuel utilisé, quelles difficultés les élèves risquent-ils de rencontrer au cycle 3 ?