

COPIRELEM

Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.



Concours de recrutement
des Professeurs des Écoles
Mathématiques

Annales 2018

Sujets, corrigés et éléments de formation

+

***Exercices complémentaires avec corrigés
issus des concours blancs et examens des ESPE***

Ces annales ont été rédigées par :

Agnès BATTON (ESPE de l'Académie de Versailles)
Anne BILGOT (ESPE de l'Académie de Paris)
Christophe BILLY (ESPE de l'Académie de Toulouse)
Laetitia BUENO-RAVEL (ESPE de Bretagne)
Richard CABASSUT (ESPE de l'Académie de Strasbourg)
Valentina CELI (ESPE d'Aquitaine)
Bruno COURCELLE (ESPE de Clermont-Auvergne)
Pierre DANOS (ESPE de l'Académie de Toulouse)
Nicolas DE KOCKER (ESPE de Lorraine)
Gwenaëlle GRIETENS (ESPE de l'Académie de Nantes)
Pascal GRISONI (ESPE de Bourgogne)
Michel JAFFROT (retraité de l'ESPE de l'Académie de Nantes)
Laurence MAGENDIE (retraîtée de L'ESPE d'Aquitaine)
Christine MANGIANTE (ESPE de l'Académie de Lille)
Pascale MASSELOT (ESPE de l'Académie de Versailles)
Edith PETITFOUR (ESPE de Lorraine)
Arnaud SIMARD (ESPE de Franche-Comté)
Frédéric TEMPIER (ESPE de l'Académie de Poitiers)
Claire WINDER (ESPE de l'Académie de Nice)
Hélène ZUCCHETTA (ESPE de l'Académie de Lyon)

Chaque sujet a été pris en charge par plusieurs correcteurs.

La relecture finale du document a été effectuée par :

Pierre EYSSERIC (ESPE de l'Académie d'Aix-Marseille)
Michel JAFFROT (retraité de l'ESPE de l'Académie de Nantes)

Coordination de l'ensemble :

Pierre EYSSERIC (ESPE de l'Académie d'Aix-Marseille)

REMERCIEMENTS

Ces annales ont pu être menées à bien grâce aux contributions de personnes, associations et institutions :

- **Nos collègues formateurs en mathématiques** qui nous ont transmis des sujets de concours blancs et d'examens proposés dans leurs ESPE.
- **L'ARPEME** (Association pour l'élaboration et la diffusion de Ressources Pédagogiques sur l'Enseignement des Mathématiques à l'École).
Cette association a pour but de favoriser le développement de la réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'école et sur la formation des professeurs à l'enseignement des mathématiques :
 - en aidant à la communication d'expériences, à la diffusion de documents de formation et de recherche sur l'enseignement des mathématiques ;
 - en apportant un soutien à l'organisation de colloques et séminaires de réflexion rassemblant les formateurs intervenant à divers titres dans la formation en mathématiques des professeurs ;
 - en prenant en charge l'élaboration, l'impression et la diffusion de tous documents utiles pour les formateurs en mathématiques des professeurs des écoles : documents pédagogiques écrits et audiovisuels, actes des colloques, comptes-rendus de séminaires.
- **La COPIRELEM** (Commission permanente des **IREM** pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire) et l'**IREM** (Institut de recherche pour l'enseignement des mathématiques) de l'Université de Paris VII Denis Diderot.

SOMMAIRE

Informations

L'ÉPREUVE DU CRPE	7
AVERTISSEMENT	10
CONSEILS AUX CANDIDATS	10
TABLEAUX RÉCAPITULATIFS (contenus des sujets complets)	11
MISE AU POINT À PROPOS DE LA PROPORTIONNALITÉ	61
MISE AU POINT SUR LE CHOIX DES EXPRESSIONS UTILISÉES À PROPOS DE L'ÉCRITURE DES NOMBRES	64
MISE AU POINT SUR LA RÉDACTION DES SOLUTIONS DES PROBLÈMES PORTANT SUR LES CALCULS DE GRANDEURS	66

Les sujets et leurs corrigés

	Sujet	Corrigé
SUJET N° 1	Groupement académique n° 1 – Avril 2018 Amiens, Caen, Lille, Nancy-Metz, Reims, Rennes, La Réunion, Rouen, Strasbourg, Paris, Créteil, Versailles	15 68
SUJET N° 2	Groupement académique n° 2 – Avril 2018 Aix-Marseille, Besançon, Bordeaux, Clermont-Ferrand, Corse, Dijon, Grenoble, Limoges, Lyon, Montpellier, Nantes, Nice, Orléans-Tours, Poitiers, Toulouse	24 89
SUJET N° 3	Groupement académique n° 3 – Avril 2018 Guadeloupe, Guyane, Martinique	34 105
SUJET N° 4	Groupement académique n° 4 – Avril 2018 Polynésie française	43 120
SUJET N° 5	Groupement académique n° 5 – Avril 2018 Concours exceptionnel Créteil-Versailles	53 144
EXERCICES ÉLABORÉS À PARTIR DES CONCOURS BLANCS ET EXAMENS PROPOSÉS DANS LES ESPE (détails page 6)	161	195

EXERCICES ÉLABORÉS À PARTIR DES CONCOURS BLANCS ET EXAMENS PROPOSÉS DANS LES ESPE

	Sujet	Corrigé
1. Exercices d'après divers sujets d'examen : espace, division, probabilités, fractions, et algorithmique	163	197
2. Problème de géométrie, grandeurs et mesure	167	214
3. Problème de géométrie plane et dans l'espace	170	219
4. Problème sur tableur, grandeurs et division euclidienne	174	226
5. Analyse de productions d'élèves sur les aires	176	231
6. Analyse de productions d'élèves sur la durée	179	234
7. Analyse de productions d'élèves sur la proportionnalité	180	237
8. Analyse de situations sur le calcul aux cycles 2 et 3	183	240
9. Analyse de situations sur la numération	186	245
10. Analyse de situations sur la division	191	251

L'ÉPREUVE DU CRPE EN AVRIL 2018

Nous reproduisons ici les principaux textes en vigueur relatifs à l'épreuve de mathématiques des concours de recrutement de professeurs des écoles, tels que vous pouvez les retrouver sur le site ministériel à partir de la page <http://www.education.gouv.fr/pid97/siac1.html>.

CONCOURS CONCERNÉS

- Concours externe de recrutement de professeurs des écoles.
- Concours externe spécial de recrutement de professeurs des écoles.
- Troisième concours de recrutement de professeurs des écoles.
- Second concours interne de recrutement de professeurs des écoles.
- Second concours interne spécial de recrutement de professeurs des écoles.

DÉFINITION DE L'ÉPREUVE

Référence :

<http://www.devenirenseignant.gouv.fr/cid98653/les-epreuves-crpe-externe-troisieme-crpe-second-crpe-interne.html>

« L'ensemble des épreuves du concours vise à évaluer les capacités des candidats au regard des dimensions disciplinaires, scientifiques et professionnelles de l'acte d'enseigner et des situations d'enseignement. »

Épreuves d'admissibilité

« Le cadre de référence des épreuves est celui des programmes pour l'école primaire. Les connaissances attendues des candidats sont celles que nécessite un enseignement maîtrisé de ces programmes. Le niveau attendu correspond à celui exigé par la maîtrise des programmes de collège. Les épreuves d'admissibilité portent sur le français et les mathématiques. Certaines questions portent sur le programme et le contexte de l'école primaire et nécessitent une connaissance approfondie des cycles d'enseignement de l'école primaire, des éléments du socle commun de connaissances, de compétences et de culture et des contextes de l'école maternelle et de l'école élémentaire. »

Deuxième épreuve d'admissibilité : une épreuve écrite de mathématiques

« L'épreuve vise à évaluer la maîtrise des savoirs disciplinaires nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et la capacité à prendre du recul par rapport aux différentes notions. Dans le traitement de chacune des questions, le candidat est amené à s'engager dans un raisonnement, à le conduire et à l'exposer de manière claire et rigoureuse.

L'épreuve comporte trois parties :

1. Une première partie constituée d'un problème portant sur un ou plusieurs domaines des programmes de l'école ou du collège, ou sur des éléments du socle commun de connaissances, de compétences et de culture, permettant d'apprécier particulièrement la capacité du candidat à rechercher, extraire et organiser l'information utile.
2. Une deuxième partie composée d'exercices indépendants, complémentaires à la première partie, permettant de vérifier les connaissances et compétences du candidat dans différents domaines des programmes de l'école ou du collège. Ces exercices pourront être proposés sous forme de questions à choix multiples, de questions à réponse construite ou bien d'analyses d'erreurs-types dans des productions d'élèves, en formulant des hypothèses sur leurs origines.
3. Une analyse d'un dossier composé d'un ou plusieurs supports d'enseignement des mathématiques, choisis dans le cadre des programmes de l'école primaire qu'ils soient destinés aux élèves ou aux enseignants (manuels scolaires, documents à caractère pédagogique), et productions d'élèves de tous types, permettant d'apprécier la capacité du candidat à maîtriser les notions présentes dans les situations d'enseignement.

L'épreuve est notée sur 40 points : 13 pour la première partie, 13 pour la deuxième et 14 pour la troisième.

5 points au maximum peuvent être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.

Durée de l'épreuve : quatre heures. »

MATÉRIEL AUTORISÉ LORS DE L'ÉPREUVE

Références concernant le matériel autorisé :

« Le matériel autorisé pour passer l'épreuve, en dehors du matériel normal d'écriture, est indiqué dans le document qui vous est fourni en même temps que la convocation. »

<http://www.siec.education.fr/votre-concours/crpe-enseignants-du-1er-degre/se-preparer#triple-mission>

Références concernant l'utilisation des calculatrices électroniques à compter de la session 2018 lors des examens et concours.

http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=87354

« I - Pour les examens et concours de l'enseignement scolaire, la présente note de service annule et remplace les dispositions énoncées par la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 relative à l'utilisation des calculatrices électroniques à compter de la session 2000. **Elle est applicable à compter du 1er janvier 2018.** »

« ...l'usage de la calculatrice est autorisé si le sujet de l'épreuve le prévoit expressément. La page de garde des sujets ... doit impérativement indiquer si l'usage de la calculatrice est autorisé ou interdit. »

« II - **Est considéré comme « calculatrice »** tout dispositif électronique autonome, dépourvu de toute fonction de communication par voie hertzienne, ayant pour fonction essentielle d'effectuer des calculs mathématiques ou financiers, de réaliser des représentations graphiques, des études statistiques ou tous traitements de données mathématiques par le biais de tableaux ou diagrammes. »

« Les matériels autorisés sont les suivants :

- les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique ;
- les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen » répondant aux spécificités suivantes :
 - la neutralisation temporaire de l'accès à la mémoire de la calculatrice ou l'effacement définitif de cette mémoire ;
 - le blocage de toute transmission de données, que ce soit par wifi, Bluetooth ou par tout autre dispositif de communication à distance ;
 - la présence d'un signal lumineux clignotant sur la tranche haute de la calculatrice, attestant du passage au « mode examen » ;
 - la non réversibilité du « mode examen » durant toute la durée de l'épreuve. La sortie du « mode examen » nécessite une connexion physique, par câble, avec un ordinateur ou une calculatrice. »

« III - Le déroulement des épreuves

Le « mode examen » ne doit être activé par le candidat, pour toute la durée de l'épreuve, que sur instruction du surveillant de salle lorsque le sujet de l'épreuve autorise l'usage de la calculatrice.

Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.

Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices. L'utilisation d'une calculatrice non conforme aux caractéristiques techniques mentionnées au point II de la présente note donne lieu à la mise en œuvre d'une procédure disciplinaire.

Est interdite l'utilisation de tout module ou extension enfichable ainsi que de tout câble, quelles qu'en soient la longueur et la connectique.

Les chefs de centres d'examen veilleront à ce que les candidats soient convenablement informés des consignes relatives à l'utilisation des calculatrices, qui doivent être strictement respectées.

Les recteurs d'académie et les vice-recteurs veilleront à ce que tous les personnels appelés à participer aux tâches de surveillance des épreuves soient informés de ces dispositions. »

AVERTISSEMENT

Dans le corrigé des **exercices de mathématiques**, nous proposons souvent plusieurs méthodes de résolution pour une question. Certaines solutions sont plus longues que d'autres. Nous les donnons cependant pour que chacun puisse éventuellement reconnaître et valider la méthode qu'il a utilisée ou dans laquelle il s'est engagé sans peut-être savoir terminer.

Une méthode même longue donnera tous les points attribués à la question, du moment qu'elle a abouti au résultat demandé. Elle pénalise cependant le candidat car le temps passé à la rédiger n'est plus disponible pour traiter d'autres questions. Mais il est possible que le lecteur de ces annales la comprenne mieux qu'une méthode courte, même « élégante ». Le lecteur jugera donc par lui-même quelle(s) méthode(s) il lui convient de s'approprier.

En ce qui concerne les **analyses de productions d'élèves** et la partie 3 (**analyse de situations d'enseignement**), nous avons eu le souci de donner des réponses détaillées sur le plan didactique et donc, quelquefois, plus approfondies que ce que l'on peut attendre d'un candidat au CRPE. Certaines remarques des correcteurs sont alors ajoutées en italique.

CONSEILS AUX CANDIDATS

La lisibilité, la correction et la rigueur des réponses sur les plans mathématique et didactique sont, bien entendu, les critères principaux d'évaluation. Par ailleurs, une écriture difficilement lisible, la présence de « fautes » d'orthographe par trop grossières et fréquentes, les coquilles fâcheuses, le verbiage pompeux et vide, l'abus d'expressions hors de propos, finissent par avoir une incidence sur l'évaluation, et cela, quelle que soit la précision du barème de notation appliqué. Nous conseillons donc de relire la copie en tenant compte de tout cela.

PROBLÈME

	Géométrie plane	Géométrie espace	Trigonométrie	Numération Opérations	Arithmétique	Programmes de calcul	Équations Mise en équation	Probabilités Statistiques	Algorithmique	Grandeurs et mesures	Vitesses-Échelles Pourcentages Proportionnalité	Fonctions Graphiques	Tableur
Sujet 1 2018	X	X				X		X	X	X			
Sujet 2 2018	X			X				X	X	X			
Sujet 3 2018	X	X			X				X	X	X		
Sujet 4 2018								X	X		X		X
Sujet 5 2018	X				X			X	X		X		

EXERCICES

	Géométrie plane	Géométrie espace	Trigonométrie	Numération Opérations	Arithmétique	Programmes de calcul	Équations Mise en équation	Probabilités Statistiques	Algorithmique	Grandeurs et mesures	Vitesses-Échelles Pourcentages Proportionnalité	Fonctions Graphiques	Tableur
Sujet 1 2018	X	X				X		X	X	X			
Sujet 2 2018	X			X				X	X	X			
Sujet 3 2018	X	X			X				X	X	X		
Sujet 4 2018								X	X		X		X
Sujet 5 2018	X				X			X	X		X		

ANALYSE DE PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

	Addition Soustraction	Proportionnalité	Division	Nombres	Fractions et décimaux	Multiplication	Résolution de problèmes	Grandeurs et mesures	Algorithmique	Cycle
Sujet 1 2018	X				X			X		C2-C3
Sujet 2 2018		X C3				X C2				C2-C3
Sujet 3 2018			X				X			C2-C3
Sujet 4 2018		X								C3
Sujet 5 2018		X			X		X			C3

ANALYSE DE SITUATIONS D'ENSEIGNEMENT

	Addition Soustraction	Proportionnalité	Division	Nombres	Fractions et décimaux	Multiplication	Résolution de problèmes	Grandeurs et mesures	Algorithmique	Cycle
Sujet 1 2018	X C2					X C2				C2
Sujet 2 2018		X C3		X C1		X C2- C3				C1- C2-C3
Sujet 3 2018		X								C3
Sujet 4 2018	X C2	X C3		X C1			X C2 C3			C1- C2-C3
Sujet 5 2018		X			X		X			C3

Remarque :

Dans les sujets de cette session du concours, un grand nombre d'exercices de la troisième partie, bien qu'annoncés comme des analyses de situations d'enseignement, sont majoritairement des analyses de productions d'élèves, parfois associées à une analyse d'un énoncé de problème.